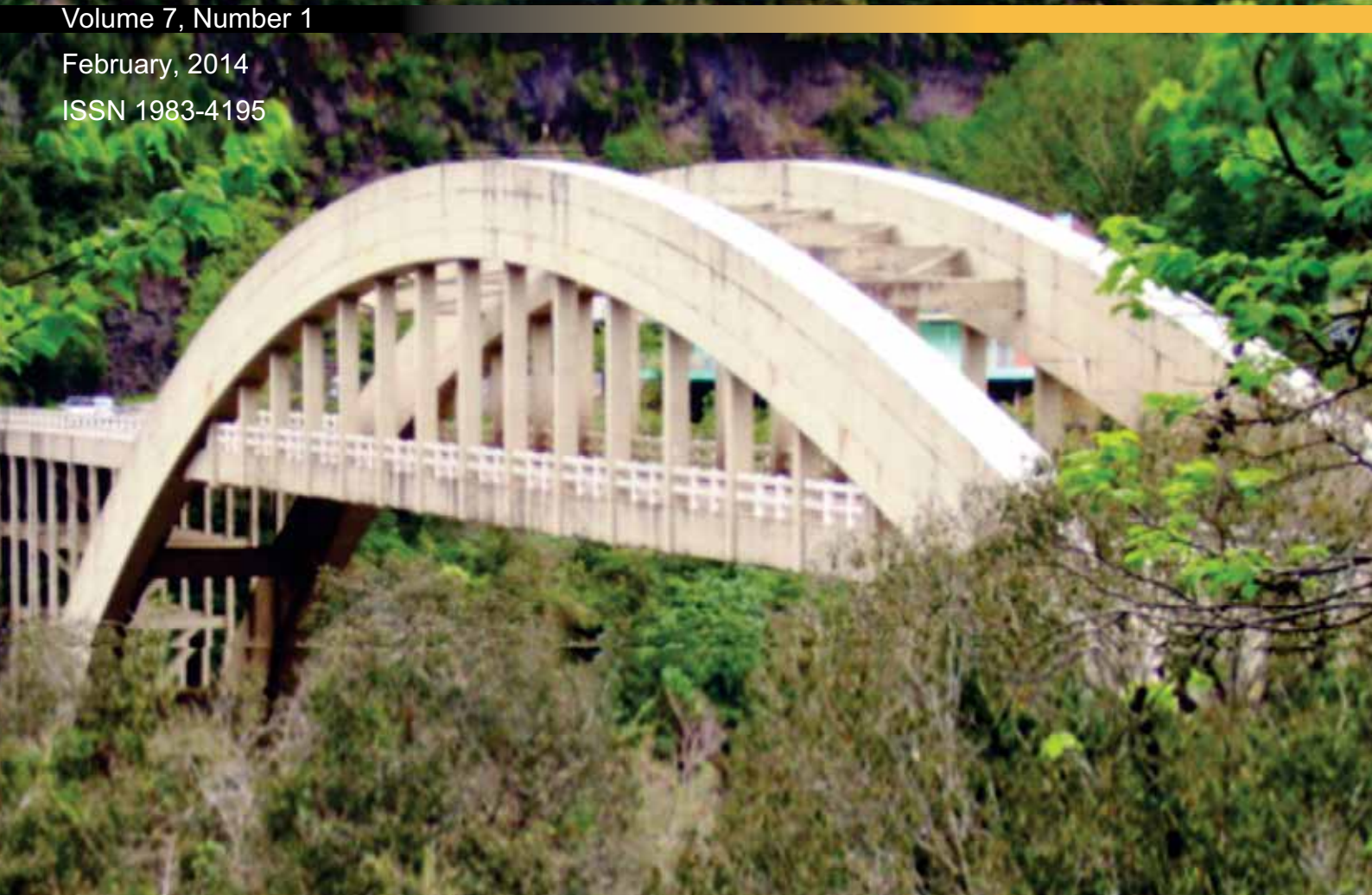




Volume 7, Number 1

February, 2014

ISSN 1983-4195



Contents

Six pile caps reinforced concrete: numerical simulation and design by the strut and tie method

D. S. OLIVEIRA, R. BARROS and J. S. GIONGO

Rheological behavior study of plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete mortars

L. S. GIOTTO, M. P. BARBOSA and G. F. MACIEL

An algorithm for the automatic design of concrete shell reinforcement

A. B. COLOMBO, J. C. DELLA BELLA and T. N. BITTENCOURT

Evaluation of deflection in reinforced concrete structures using damage mechanics

J. J. C. Pituba and R. G. Delalibera

Simplified modelling of cracking and collapse process on frames and arches of reinforced concrete

D. L. N. F. AMORIM, S. P. B. PROENÇA and J. FLÓREZ-LÓPEZ

Bond steel-concrete: simulation analysis of the pull-out tests and APULOT using the program ATENA

A. J. TAVARES, M. P. BARBOSA, T. N. BITTENCOURT and M. LORRAIN

Analysis of slim floor beams in fire: emphasis on the concrete constitutive models

F. M. ROCHA and J. MUNAIAR NETO

Editorial Board

- Américo Campos Filho (Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa (Editor, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)
- Roberto Caldas de Andrade Pinto (Editor, UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Romildo Dias Toledo Filho (Editor, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Antonio Carlos R. Laranjeiras (ACR Laranjeiras, Salvador, BA, Brazil)
- Bernardo Horowitz (UFPE, Recife, PE, Brazil)
- Denise C. C. Dal Molin (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Emil de Souza Sánchez Filho (UFF, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Geraldo Cechella Isaia (UFMS, Santa Maria, RS, Brazil)
- Gonzalo Ruiz (UCLM, Ciudad Real, Spain)
- Guilherme Sales Melo (Former Editor, UnB, Brasília, DF, Brazil)
- Ivo José Padaratz (UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Joaquim Figueiras (FEUP, Porto, Portugal)
- José Marcio Fonseca Calixto (UFMG, Belo Horizonte, MG, Brazil)
- Luiz Carlos Pinto da Silva Filho (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Mounir Khalil El Debs (USP, São Carlos, SP, Brazil)
- Nicole Pagan Hasparyk (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Osvaldo Luís Manzoli (UNESP, Bauru, SP, Brazil)
- Paulo Helene (Former Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Paulo Monteiro (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- P.K. Mehta (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- Pedro Castro Borges (CINVESTAV, México, D.F., México)
- Rafael Giuliano Pileggi (USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Romilde Almeida de Oliveira (Universidade Católica de Pernambuco, Recife, PE, Brazil)
- Ronaldo Barros Gomes (UFG, Goiânia, GO, Brazil)
- Rubens Machado Bittencourt (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Túlio Nogueira Bittencourt (Former Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Vladimir Antonio Paulon (UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)

Reviewers

Reviewers are selected by the Editors among the IBRACON members with recognized competence in the specific field of each contribution. They are acknowledged at the end of each volume.

We are now opening the seventh volume of the IBRACON Structures and Materials Journal. In this issue (Volume 7 Number 1 – February 2014), seven original articles on concrete materials and structures are published. In the first article numerical simulation and design by the strut and tie method are presented for reinforced concrete six-pile caps. The next article approaches the rheological behavior of plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete mortars. An algorithm for automatic design of concrete shell reinforcement is described, with results showing its robustness and capability of application on large-scale structures. In another article, the topic is the evaluation of deflections in reinforced concrete structures using continuous damage mechanics. The fifth article, also an application of the continuous damage theory, presents a simplified modeling of the cracking and collapse process on frames and arches of reinforced concrete. The sixth article draws on the computational simulation of pull-out tests and APULOT using the program ATENA. The last article deals with slim floor beams in fire, with emphasis on the concrete constitutive models.

As our Journal is in the Scientific Electronic Library Online (SciELO), with the inclusion of the SciELO Citation Index in the Web of Science platform, an important step for the access to the international community has been achieved. We acknowledge the dedication of our authors and reviewers, responsible for these nice results we are experiencing.

Américo Campos Filho, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, Roberto Caldas de Andrade Pinto, and Romildo Dias Toledo Filho
Editors

Estamos iniciando o sétimo volume da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Neste número (Volume 7 Número 1 – Fevereiro de 2014) são publicados sete artigos originais em materiais e estruturas de concreto. No primeiro artigo simulação numérica e projeto pelo método de escoras e tirantes são apresentados para blocos sobre seis estacas de concreto armado. O artigo seguinte aborda o comportamento reológico de retração plástica e fissuração de argamassas de concreto auto-adensável. Um algoritmo para o projeto automático de cascas de concreto armado é descrita, com resultados mostrando sua robustez e aplicabilidade a estruturas de grande porte. Em outro artigo, o tema é a o cálculo de deslocamentos em estruturas de concreto armado utilizando mecânica do dano contínuo. O quinto artigo, também uma aplicação da teoria do dano contínuo, apresenta uma modelagem simplificada do processo de fissuração e colapso em pórticos e arcos de concreto armado. O sexto artigo trata da simulação computacional de ensaios de arrancamento “pull out” e APULOT usando o programa ATENA. O último artigo aborda vigas mistas tipo “slim floor” para pisos em situação de incêndio, com destaque para os modelos constitutivos de concreto.

Como nossa Revista está na Scientific Electronic Library Online (SciELO), com a inclusão do SciELO Citation Index na plataforma Web of Science, um passo importante para o acesso à comunidade internacional foi alcançado. Registramos a dedicação dos nossos autores e revisores, responsáveis por estes bons resultados que estamos vivenciando.

Américo Campos Filho, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, Roberto Caldas de Andrade Pinto, and Romildo Dias Toledo Filho
Editores



**Ibracon Structures
and Materials Journal**

is published bimonthly
(February, April, June, August, October
and December) by IBRACON.

IBRACON

Instituto Brasileiro do Concreto
Founded in 1972

R. Julieta do Espírito Santo Pinheiro, 68
Jardim Olímpia, São Paulo – SP
Brasil – 05542-120
Phone: +55 11 3735-0202
Fax: +55 11 3733-2190
E-mail: arlene@ibracon.org.br
Website: <http://www.ibracon.org.br>

Editors

Américo Campos Filho
(Brazil)

José Luiz Antunes de O. e Sousa
(Brazil)

Roberto Caldas de Andrade Pinto
(Brazil)

Romildo Dias Toledo Filho
(Brazil)

Cover: ERNESTO DORNELLES BRIDGE
(PONTE DO RIO DAS ANTAS),
BENTO GONÇALVES, RS.
186M SPAN. PAN-AMERICAN RECORD
IN THE 1950'S.
DESIGN: A. A. NORONHA, RJ.

Courtesy: L. C. ALMEIDA, UNICAMP,
CAMPINAS, SP



Volume 7, Number 1
February 2014
ISSN: 1983-4195

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS

IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Contents

***Six pile caps reinforced concrete: numerical simulation
and design by the strut and tie method***

D. S. OLIVEIRA, R. BARROS and J. S. GIONGO

1

***Rheological behavior study of plastic shrinkage
and cracking of self-compacting concrete mortars***

L. S. GIROTTO, M. P. BARBOSA and G. F. MACIEL

24

***An algorithm for the automatic design of concrete shell
reinforcement***

A. B. COLOMBO, J. C. DELLA BELLA and T. N. BITTENCOURT

53

***Evaluation of deflection in reinforced concrete structures
using damage mechanics***

J. J. C. PITUBA and R. G. DELALIBERA

68

***Simplified modelling of cracking and collapse process
on frames and arches of reinforced concrete***

D. L. N. F. AMORIM, S. P. B. PROENÇA and J. FLÓREZ-LÓPEZ

100

***Bond steel-concrete: simulation analysis of the pull-out tests
and APULOT using the program ATENA***

A. J. TAVARES, M. P. BARBOSA, T. N. BITTENCOURT and M. LORRAIN

138

***Analysis of slim floor beams in fire: emphasis on the
concrete constitutive models***

F. M. ROCHA and J. MUNAIAR NETO

158

Aims and Scope

Aims and Scope

The IBRACON Structures and Materials Journal is a technical and scientific divulgation vehicle of IBRACON (Brazilian Concrete Institute). Each issue of the periodical has 5 to 8 papers and, possibly, a technical note and/or a technical discussion regarding a previously published paper. All contributions are reviewed and approved by reviewers with recognized scientific competence in the area.

Objectives

The IBRACON Structures and Materials Journal's main objectives are:

- Present current developments and advances in the area of concrete structures and materials;
- Make possible the better understanding of structural concrete behavior, supplying subsidies for a continuous interaction among researchers, producers and users;
- Stimulate the development of scientific and technological research in the areas of concrete structures and materials, through papers peer-reviewed by a qualified Editorial Board;
- Promote the interaction among researchers, constructors and users of concrete structures and materials and the development of Civil Construction;
- Provide a vehicle of communication of high technical level for researchers and designers in the areas of concrete structures and materials.

Submission Procedure

The procedure to submit and revise the contributions, as well as the formats, are detailed on IBRACON's WebSite (www.ibracon.org.br). The papers and the technical notes are revised by at least three reviewers indicated by the editors. The discussions and replies are accepted for publication after a revision by the editors and at least one member of the Editorial Board. In case of disagreement between the reviewer and the authors, the contribution will be sent to a specialist in the area, not necessarily linked to the Editorial Board.

Contribution Types

The periodical will publish original papers, short technical notes and paper discussions. Announcements of conferences and meetings, information about book reviews, events and contributions related to the area will also be available in the periodical's WebSite. All contributions will be revised and only published after the Editorial and Reviewers Boards approve the paper. Restrictions of content and space (size) are imposed to the papers. The contributions will be accepted for review in Portuguese, Spanish or English. The abstracts are presented in Portuguese or Spanish, and in English, independently of the language in which the paper is written. After the review process, papers originally written in Portuguese or Spanish should be translated into English, which is the official language of the IBRACON Structures and Materials Journal. Optionally, papers are also published in Portuguese or Spanish.

Original papers will be accepted as long as they are in accordance with the objectives of the periodical and present quality of information and presentation. The instructions to submit a paper are detailed in the template (available on IBRACON's WebSite).

The length of the papers must not exceed 20 pages.

A technical note is a brief manuscript. It may present a new feature of research, development or technological application in the areas of Concrete Structures and Materials, and Civil Construction. This is an opportunity to be used by industries, companies, universities, institutions of research, researchers and professionals willing to promote their

works and products under development. The instructions to submit a technical note are detailed on IBRACON's WebSite.

A discussion is received no later than 3 months after the publication of the paper or technical note. The instructions to submit a discussion are detailed on IBRACON's WebSite. The discussion must be limited to the topic addressed in the published paper and must not be offensive. The right of reply is guaranteed to the Authors. The discussions and the replies are published in the subsequent issues of the periodical.

Internet Access

IBRACON Structural Journal Page in <http://www.ibracon.org.br>

Subscription rate

All IBRACON members have free access to the periodical contents through the Internet. Non-members have limited access to the published material, but are able to purchase isolated issues through the Internet. The financial resources for the periodical's support are provided by IBRACON and by research funding agencies. The periodical will not receive any type of private advertisement that can jeopardize the credibility of the publication.

Photocopying

Photocopying in Brazil. Brazilian Copyright Law is applicable to users in Brazil. IBRACON holds the copyright of contributions in the journal unless stated otherwise at the bottom of the first page of any contribution. Where IBRACON holds the copyright, authorization to photocopy items for internal or personal use, or the internal or personal use of specific clients, is granted for libraries and other users registered at IBRACON.

Copyright

All rights, including translation, reserved. Under the Brazilian Copyright Law No. 9610 of 19th February, 1998, apart from any fair dealing for the purpose of research or private study, or criticism or review, no part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of IBRACON. Requests should be directed to IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68 ,Jardim Olímpia,
São Paulo, SP – Brasil CEP: 05542-120
Phone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190
E-mail: arlene@ibracon.org.br.

Disclaimer

Papers and other contributions and the statements made or opinions expressed therein are published on the understanding that the authors of the contribution are the only responsible for the opinions expressed in them and that their publication does not necessarily reflect the support of IBRACON or the journal.

Objetivos e Escopo

A Revista IBRACON de Estruturas e Materiais é um veículo de divulgação técnica e científica do IBRACON (Instituto Brasileiro do Concreto). Cada número do periódico tem 5 a 8 artigos e, possivelmente, uma nota técnica e/ou uma discussão técnica sobre um artigo publicado anteriormente. Todas as contribuições são revistas e aprovadas por revisores com competência científica reconhecida na área.

Objetivos

Os objetivos principais da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais são:

- Apresentar desenvolvimentos e avanços atuais na área de estruturas e materiais de concreto;
- Possibilitar o melhor entendimento do comportamento do concreto estrutural, fornecendo subsídios para uma interação contribua entre pesquisadores, produtores e usuários;
- Estimular o desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica nas áreas de estruturas de concreto e materiais, através de artigos revisados por um corpo de revisores qualificado;
- Promover a interação entre pesquisadores, construtores e usuários de estruturas e materiais de concreto, e o desenvolvimento da Construção Civil;
- Prover um veículo de comunicação de alto nível técnico para pesquisadores e projetistas nas áreas de estruturas de concreto e materiais.

Submissão de Contribuições

O procedimento para submeter e revisar as contribuições, assim como os formatos, estão detalhados na página Internet do IBRACON (www.ibracon.org.br). Os artigos e as notas técnicas são revisadas por, no mínimo, três revisores indicados pelos editores. As discussões e réplicas são aceitas para publicação após uma revisão pelo editores e no mínimo um membro do Corpo Editorial. No caso de desacordo entre revisor e autores, a contribuição será enviada a um especialista na área, não necessariamente do Corpo Editorial.

Tipos de Contribuição

O periódico publicará artigos originais, notas técnicas curtas e discussões sobre artigos. Anúncios de congressos e reuniões, informação sobre revisão de livros e contribuições relacionadas à área serão também disponibilizadas na página Internet da revista. Todas as contribuições serão revisadas e publicadas apenas após a aprovação dos revisores e do Corpo Editorial. Restrições de conteúdo e espaço (tamanho) são impostas aos artigos. As contribuições serão aceitas para revisão em português, espanhol ou inglês. Os resumos serão apresentados em português ou espanhol, e em inglês, independentemente do idioma em que o artigo for escrito. Após o processo de revisão, artigos originalmente escritos em português ou espanhol deverão ser traduzidos para inglês, que é o idioma oficial da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Opcionalmente, os artigos são também publicados em português ou espanhol.

Artigos originais serão aceitos desde que estejam de acordo com os objetivos da revista e apresentam qualidade de informação e apresentação. As instruções para submeter um artigo estão detalhadas em um gabarito (disponível no sítio do IBRACON).

A extensão dos artigos não deve exceder 20 páginas.

Um nota técnica é um manuscrito curto. Deve apresentar uma nova linha de pesquisa, desenvolvimento ou aplicação tecnológica nas áreas de Estruturas de Concreto e Materiais, e Construção Civil. Esta é uma oportunidade a ser utilizada por indústrias, empresas, universidades,

instituições de pesquisa, pesquisadores e profissionais que desejem promover seus trabalhos e produtos em desenvolvimento. As instruções para submissão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON.

Uma discussão é recebida não mais de 3 meses após a publicação do artigo ou nota técnica. As instruções para submeter uma discussão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON. A discussão deve se limitar ao tópico abordado no artigo publicado e não pode ser ofensivo. O direito de resposta é garantido aos autores. As discussões e réplicas são publicadas nos números subsequentes da revista.

Acesso via Internet

Página da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais em <http://www.ibracon.org.br>

Assinatura

Todos os associados do IBRACON têm livre acesso ao conteúdo do periódico através da Internet. Não associados têm acesso limitado ao material publicado, mas podem adquirir números isolados pela Internet. O financiamento para suporte à revista é provido pelo IBRACON e por agências de financiamento à pesquisa. A revista não receberá qualquer tipo de anúncio privado que possa prejudicar a credibilidade da publicação.

Fotocópias

Fotocópias no Brasil, A Lei Brasileira de Direitos Autorais é aplicada a usuários no Brasil. O IBRACON detém os direitos autorais das contribuições na revista a menos que haja informação em contrário no rodapé da primeira página da contribuição. Onde o IBRACON detém os direitos autorais, autorização para fotocopiar itens para uso interno ou pessoal, ou uso interno ou pessoal de clientes específicos, é concedida para bibliotecas e outros usuários registrados no IBRACON.

Direitos autorais

Todos os direitos, inclusive tradução são reservados. Sob a Lei de Direitos Autorais No. 9610 de 19 de fevereiro de 1998, exceto qualquer acordo para fins de pesquisa ou estudo privado, crítica ou revisão, nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, arquivada em sistema de busca, ou transmitida em qualquer forma ou por qualquer meio eletrônico, mecânico, fotocópia, gravação ou outros, sem a autorização prévia por escrito do IBRACON. Solicitações devem ser encaminhadas ao IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68, Jardim Olímpia, São Paulo, SP –Brasil CEP: 05542-120

Fone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190

E-mail: arlene@ibracon.org.br

Aviso Legal

Artigos e outras contribuições e declarações feitas ou opiniões expressas aqui são publicadas com o entendimento que os autores da contribuição são os únicos responsáveis pelas opiniões expressas neles e que sua publicação não necessariamente reflete o apoio do IBRACON ou da revista.

Diretoria

Diretoria Biênio 2013/2015

Diretor Presidente

Túlio Nogueira Bittencourt

Assessores da Presidência

Augusto Carlos de Vasconcelos

José Tadeu Balbo

Selmo Chapira Kuperman

Diretor 1º Vice-Presidente

Julio Timerman

Diretor 2º Vice-Presidente

Nelson CovasDiretor

Diretor 1º Secretário

Antonio Domingues de Figueiredo

Diretor 2º Secretário

Arcindo Vaqueiro Y Mayor

Diretor 1º Tesoureiro

Claudio Sbrighi Neto

Diretor 2º Tesoureiro

Carlos José Massucato

Diretor de Marketing

Hugo da Costa Rodrigues Filho

Diretor de Eventos

Luiz Prado Vieira Júnior

Assessor de Eventos

Maurice Antoine Traboulsi

Diretor Técnico

Inês Laranjeira da Silva Battagin

Diretor de Relações Institucionais

Ricardo Lessa

Diretor de Publicações e Divulgação Técnica

Paulo Helene

Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento

Ana Elisabete Paganelli Guimarães A. Jacintho

Diretor de Cursos

Iria Lícia Oliva Doniak

Diretor de Certificação de Mão-de-obra

Roseni Cezimbra

Conselho Diretor Biênio 2013/2015

Sócios Titulares Individuais

Inês Laranjeira da Silva Battagin

Cláudio Sbrighi Neto

Ana Elisabete Paganelli Guimarães A. Jacintho

Augusto Carlos de Vasconcelos

Nelson Covas

Vladimir Paulon

Antonio Laranjeiras

Enio Pazini Figueiredo

Júlio Timermam

Luis Prado Vieira Júnior

Sócios Titulares Mantenedores e Coletivos

ABCP – Associação Brasileira de Cimento Portland

POLI-USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

IPT – Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo

L. A. FALCÃO BAUER

FURNAS

ABCIC – Associação Brasileira da Construção Industrializada em Concreto

GERDAU

ABESC – Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem

CNO – Companhia Norberto Odebrecht

OTTO BAUMGART

Conselheiros Permanentes

Eduardo Antonio Serrano

Paulo Helene

Ronaldo Tartuce

Rubens Machado Bittencourt

Selmo Chapira Kuperman

Simão Priszkulnik

Six pile caps reinforced concrete: numerical simulation and design by the strut and tie method

Blocos de concreto armado sobre seis estacas: simulação numérica e dimensionamento pelo método de bielas e tirantes



D. S. OLIVEIRA^a
engdiogo@usp.br

R. BARROS^a
barroscivil@gmail.com

J. S. GIONGO^a
jsgiongo@sc.usp.br

Abstract

This paper presents the structural behavior of six reinforced concrete pile caps in rectangular arrangement, considering the ground deformability of pile support, different concrete strengths with square or rectangular cross section of column under central load. For this purpose, the analysis emphasizes a strut and tie method design and a three-dimensional numerical using the finite element method. So, the stress flow configuration and the formation of struts were seen in perspective. How much deformable is the ground, more uniform are the reactions distribution observed between the piles. The column cross section influenced the configuration of the connecting struts. The concrete strength variation had more influence in the pile caps strength than the stiffness. The analytical method has shown compatibility which obtained from the numerical simulation results.

Keywords: reinforced concrete; six pile caps; strut and tie method.

Resumo

Este artigo analisa o comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre seis estacas dispostas em arranjo retangular. Considerou-se a deformabilidade do solo de apoio das estacas, diferentes resistências para o concreto e pilares com seções transversais quadradas e retangulares, solicitados por força centrada. O dimensionamento foi feito por um modelo de bielas e tirantes. Realizou-se análise numérica tridimensional por meio do método dos elementos finitos. A configuração do fluxo de tensões e a formação das bielas foram analisadas em perspectiva. Observou-se que quanto mais deformável for o solo, mais uniformes são as distribuições das reações entre as estacas. A seção transversal do pilar influenciou na configuração das bielas. A variação da resistência do concreto teve maior influência na resistência dos blocos do que na rigidez. O método analítico utilizado apresentou compatibilidade com os resultados obtidos na simulação numérica.

Palavras-chave: concreto armado; blocos sobre seis estacas; método de bielas e tirantes.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introduction

Pile caps are structural foundation elements that transfer the superstructure load to the piles. Their type depends on the load on the column base, the geotechnical capacity of the ground and the available building conditions and pile strength. For pile caps containing three or four piles, it is common to adopt triangle arrangement or square arrangement for piles, respectively. However, in pile caps with many piles, the piles are equally spaced to create a rectangular base, generating situations in which the distance between the piles to the axis column is not the same.

Pile caps are special elements because their structural behavior does not follow hypothesis that sections remains plane after the structure deformation. Although they are difficult to analyze while on operation, their fundamental for the superstructure security, so it is important to know their real behavior. In situations in which the piles are not equally spaced in relation to the column axis, as the pile caps type analyzed here, the structural behavior is more complex and little known. The pile reactions may not have uniform values, because they depend on the pile cap stiffness, the ground and piles deformability.

The first researches in the area focused on experimental analysis and were crucial to the development of the first analytical methods, such as Blévoit & Frémy [1] study. However, even with the increase of the years, most researches focus analysis of pile caps with a few number of piles, as the Delalibera & Giongo [2] and Miguel & Giongo [3], which analyzed pile caps containing on two and three piles, respectively. Only few studies have reported on experimental analyses of pile caps with more than four piles, focusing on piles not equally spaced from the column. Among such studies we can highlight that of Adebar et al. [4], who observed, in four and six pile caps, that reactions distribution between the piles show no uniform values, because the nearest piles from the columns receiving higher load than the other ones. However, the authors did not consider the ground deformability for the piles support.

With powerful computers and the Finite Element Method is possible to analyze models by numerical simulation, introducing more

complex situations, such as ground deformability for the piles support that is a difficult situation to do experimentally.

Ramos & Giongo [5] analyzed pile caps over ten piles by numerical simulation and found that the piles closer to the column were the most loaded ones, even considering the ground deformability for piles support. They also observed that methods that consider flexural behavior, with shear force and bending moment design, in reference sections, were not compatible with the pile caps behavior, nevertheless they did not present an appropriate model for design. The analytical methods for pile caps design available in the literature follow basically two different ways. The first and more accepted in the technical environment is the strut and tie method, which represents the stresses flow idealized by the truss model. The internal structure consists of compressed and tensile bars, which are the struts and ties, interconnected by nodes. This method has become more employed after Blévoit & Frémy [1] research, but regarding pile caps with many piles, the literature lacks studies that show the struts configuration and criteria to define strength of struts. Therefore, it is still common to use a second way to design those types of pile caps. It consists in associating the behavior of the pile caps with the bending theory of beams. Although studies have shown that this option is not so compatible with pile caps structural behavior. Analytical methods based on this principle are still used because they are practical and easy to understand. As the method presented in Bulletin number 73 of the CEB- FIP [6] that consists of computation of bending moment and shear force in reference sections.

ABNT NBR 6118:2007 [7] classifies blocks as rigid or flexible and considers the pile caps special elements, which are characterized by a behavior that does not follow the hypothesis that the cross sections remain planes after structure become deformed because they are not long enough to dissipate located disturbances. For a pile caps design, the Brazilian standard recommends the strut and tie method as the best option to represent the stress distribution, more appropriately. Despite the recommendation, the Brazilian regulation does not provide a clear guide for pile caps design. Brazilian technical lacks researches about pile caps, especially about pile caps with many piles and when piles are not equally spaced to the column axis.

This paper reports a structural behavior analysis of pile caps congaing six piles, arranged in two rows of three piles. Presents an analytical method based on the strut and tie method and evaluates the parameters that influences structural behavior of this type of pile caps though the finite element method.

2. Pile caps design by analytical models

For design of the six pile caps Andrade [8] recommendations were considered, as it follows similar criteria to those proposed by Blévoit & Frémy [1] and Machado [9]. However, Andrade [8] indicate parameters for the pile caps with any number of piles, different arrangements for the piles and square or rectangular cross section for the column. According to the author, in general the cross section columns are not square, but rectangular and very elongated. For very elongated sections it is more correct to consider the struts position near the column base, which must be determined in accordance with the engineer's analysis in each specific situation. The struts positions scheme near the column is shown in Figure [1].

Figure 1 - Truss mode scheme in plan with struts start points in the column cross section

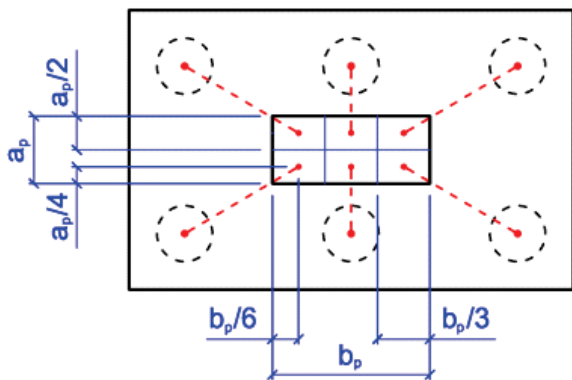
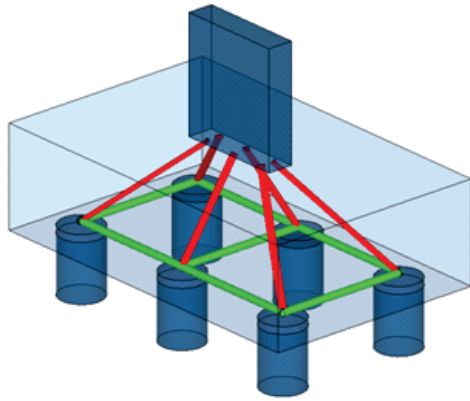


Figure 2 – Truss model scheme in perspective with struts (red bars) and ties (green bars)



The design was based on the strut and tie model shown in Figure [2] for the six pile caps. Was computed the required reinforcement and checked the compressive stresses in the ends of the struts near the column and piles. Andrade [8] recommends that the angles between struts and ties should be higher than 40° and less than 55°.

The concrete stresses for the struts are computed by equations [1] and [2], always considering the angle for the less inclined strut. Limit compressive stress in struts near the column:

$$\sigma_{cb,p} = \frac{F_{sd}}{A_p \cdot \sin^2\theta} \leq \alpha_p \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \quad (1)$$

Limit compressive stress in struts near the piles:

$$\sigma_{cb,e} = \frac{F_{sd}}{6 \cdot A_e \cdot \sin^2\theta} \leq \alpha_e \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \quad (2)$$

where:

A_e - Pile cross-sectional area;

A_p - Column cross-sectional area;

F_{sd} - Normal force from the column;

f_{cd} - Concrete compressive strength;

θ - Inclination strut angle;

α_p - Adjust coefficient equal 2.6 (indicated by Andrade [8]);

α_e - Adjust coefficient equal 1.0 (indicated by Andrade [8]);

The areas of reinforcements are calculated by the equation [3].

$$A_{st} = \frac{R_{std}}{f_{yd}} \quad (3)$$

where:

f_{yd} - Steel yielding strength;

R_{st} - Tensile force in the tie.

3. Properties of the pile caps analyzed

The structural behavior of the six pile caps was analyzed considering the following parameters variation: column cross section, ground deformability for the piles support and compression strength of the concrete.

The geometric parameters were defined based on an example of a building project, just to set the magnitude of the pile cap dimensions and the adjacent column cross-sectional area. Piles with 60 cm of diameter (continuous helix piles) were considered. They have spaced each other by a distance equal a three times their diameter. The distance between the tangent plan of the outer pile to the pile cap ends was equal to 30 cm. The pile caps plan dimensions are shown in Figure [3].

Three different column cross sections shape were considered in the analysis: square ($b_p = a_p$); rectangular slightly elongated ($b_p = 4 \cdot a_p$), rectangular very elongated ($b_p = 8 \cdot a_p$). Furthermore, the cross-sectional area was kept constant and the magnitude of the value was defined based on the pile caps taken as examples, as previously mentioned. Table [1] shows the cross sections of the dimensions for the columns.

The height was defined considering that the angle between the strut and tie relative to the farthest pile to column axes is 40°. Each strut is located at the midpoint of each portion columns area, as shown in Figure [1]. Nonetheless, in cases in which there was a variation in the column cross section, the struts became different of 40°, as shown in Table [1]. For all pile caps, the heights obtained satisfied the rigid criteria indicated in Bulletin number 73 of the CEB- FIP [6] and ABNT NBR 6118:2007 [7]. The piles were considered 10 cm embedded in pile cap. Reinforcement with 25 mm diameter was considered and the lower face of the reinforcement were placed 2 cm above the top face of the pile.

Pile caps with tree concrete strengths (25 , 30 and 35 MPa) were analyzed. The yield strength for the reinforcement was considered equal to 500 MPa.

Figure 3 – Geometry in plan of pile caps (units in cm)

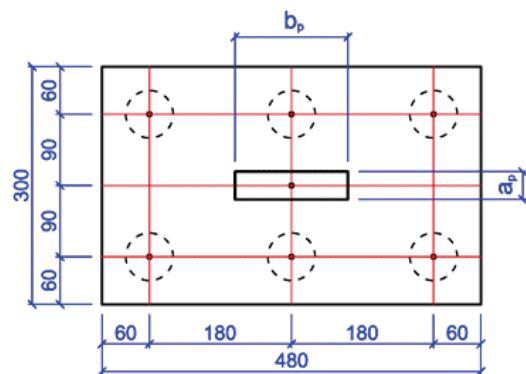


Table 1 – Parameters evaluated on six pile caps

Pile cap	b_p (cm)	a_p (cm)	h^2 (cm)	f_{ck} (MPa)	k (kN/mm)	θ (degree)
B-4-30-600 ¹	143	35	145	30	600	40
B-4-25-600	143	35	145	25	600	40
B-4-35-600	144	36	145	35	600	40
B-4-30-rig	143	35	145	30	Rigid support	40
B-4-30-300	143	35	145	30	300	40
B-4-30-900	143	35	145	30	900	40
B-8-30-600	200	25	145	30	600	43
B-1-30-600	71	71	145	30	600	37

¹ B pile cap or Bloco in Portuguese, 4 relation between the lowest side (a_p) and biggest side (b_p) of columns cross section, 30 concrete strength, 600 spring coefficient; ² Pile cap height.

The ground deformability was considered by elastic springs, located in piles base. Four cases were examined: a rigid pile support, considered the most unfavorable for the pile cap, and three other situations that considered piles supported by elastic springs with the following coefficients: 300 kN/mm, 600 kN/mm and 900 kN/mm. For more information about the spring coefficients obtained considering the piles settlement, consult Oliveira [14].

Eight different pile caps were obtained with the parameters variation mentioned above. The first pile cap (Table [1]) was considered the reference pile cap. The remaining ones were defined by parameters variation from the reference pile cap and are bolded in Table [1].

The results of the pile caps design are provided in Table [2]. The pile caps were designed always considering the uniform distribution of the piles reactions, independently of the ground deformability. Figure [4] shows positions for the main reinforcements computed in Table [2].

The reinforcements were detailed as recommended by ABNT NBR 6118:2007 [7], which indicates that tensile stresses are concentrated mainly on connecting lines between piles, in a band of width equal to 1.2 times the pile diameter.

There was neither anchoring check for reinforcements nor hooks at their ends, because the numerical finite element model consid-

ers perfect adhesion between the reinforcement and concrete.

For the column reinforcement, was adopted area equal to 3% of the columns cross section area and reinforcements with diameter equal to 25 mm distributed on the column perimeter. Stirrups of 8 mm diameter and spaced 20 cm each other were also placed.

4. Aspects of finite element numerical simulation

The finite element models were simulated using DIANA software [10]. To simulate the physical nonlinearity of the concrete structural behavior, the total strain model of the smeared cracking was considered. It treats the concrete as a continuous material and retains the original mesh discretization even with the appearing of crack. The parabolic model was considered for the concrete compression behavior and for tensile behavior was used the exponential model, available in DIANA software [10]. To account the beneficial effect of lateral confinement and a strength reduction, because of lateral cracking, was used the model proposed by Vecchio and Collins [11] and available in DIANA software [10]. The inelastic process zone was defined by the length of the cracks band, which was calculated from the cubic root of the

Table 2 – Results of pile caps design

Pile cap	F_{teo} ¹ (kN)	$A_{s,teo}$ ² (cm ²)	Φ ³ (mm)	n ⁴	$A_{s,effe}$ ⁵ (cm ²)
B-4-30-600	16159	x ⁶ 54,66	25	12	58,90
		y ⁶ 33,56	25	7	34,36
B-4-25-600	13466	x 45,55	25	10	49,09
		y 27,96	25	6	29,45
B-4-35-600	18852	x 63,76	25	13	63,81
		y 39,15	25	8	39,27
B-4-30-rig	16159	x 54,66	25	12	58,90
B-4-30-300		y 33,56	25	7	34,36
B-4-30-900					
B-8-30-600	18005	x 52,14	25	11	54,00
		y 38,53	25	8	39,27
B-1-30-600	14342	x 57,33	25	12	58,90
		y 26,49	25	6	29,45

¹ Analytical pile cap strength; ² Analytical reinforcement; ³ Diameters of reinforcements; ⁴ Number of reinforcements; ⁵ Steel reinforcements area effectively considered; ⁶ Positions of reinforcements shown in Figure 4.

Table 3 – Constitutive model parameters of the concrete

Concrete parameters	f_{ck}^1 (MPa)		
	25	30	35
G_f^2 (N.mm/mm ²)	0,0699	0,0761	0,0847
G_c^3 (N.mm/mm ²)	3,3472	3,8029	4,2362
E_c^4 (MPa)	29180	31008	32643
f_{ctm}^5	2,6	2,9	3,2
ν^6	-	0,2	-
β^7	-	0,2	-

¹ Concrete compressive strength; ² Tensile fracture energy of concrete; ³ Compressive fracture energy of concrete; ⁴ Initial longitudinal elastic modulus of concrete; ⁵ Tensile strength of concrete; ⁶ Poisson coefficient; ⁷ Retention coefficient of concrete shear.

finite element volume. The elasticity modulus, the tensile strength, the tensile fracture energy and poisson coefficient, were adopted considering CEB-FIP Model Code 1990 [12] and they are show in Table [3]. The compressive fracture energy was considered equal to 50 times the tensile fracture energy, as shown in Feenstra and Borst [13]. The linear elastic model was considered for the simulation for the column and the piles concrete. With this consideration, just the pile cap will reach the ruin.

Von Mises elastoplastic model was considered for steel, with elasticity adopted equal 210 GPa as shown in ABNT NBR 6118:2007 [7], and the Poisson's ratio was 0.3.

The solid finite element CHX60 available in DIANA software [10] was used to represents the concrete. This element has quadratic interpolation to compute the displacements. The finite element SP-2TR was used to represent springs for piles supporting available in DIANA software [10], acting only with vertical translation and linear elastic behavior between strength and deformation. Only 1/4 of the pile caps were simulated considering their symmetry and the mapped mesh was used with maximum dimensions of 15 cm for solid elements, as shown in Figure [5]. The piles were simulated with square cross section, keeping an area of 2827.4 cm².

The reinforcement was simulated functioning only as stiffeners for the solid finite elements. Consequently, the perfect adhesion between the

Figure 4 – Detailing scheme of main pile caps reinforcements

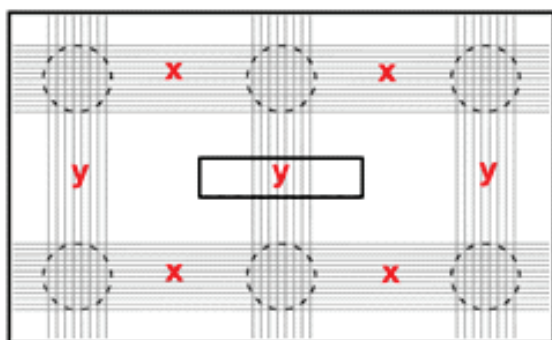
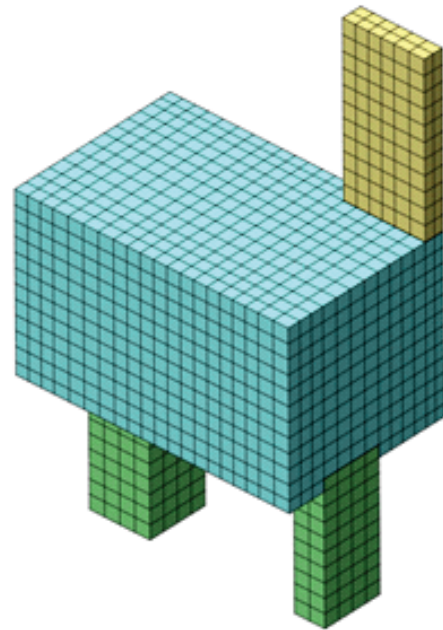


Figure 5 – Finite elements mesh for concrete



reinforcement and the surrounding concrete was considered. Figure [6] shows the modeling of the pile cap and the column reinforcements. Finally, the loading was applied through displacement steps, considering just centered normal force on column top. The strategy used for solving nonlinear systems equations was the "Newton-Raphson Regular" method with convergence criterion for energy and tolerance equal to 0.01.

Figure 6 – Reinforcements simulating the steel bars of the pile cap and column

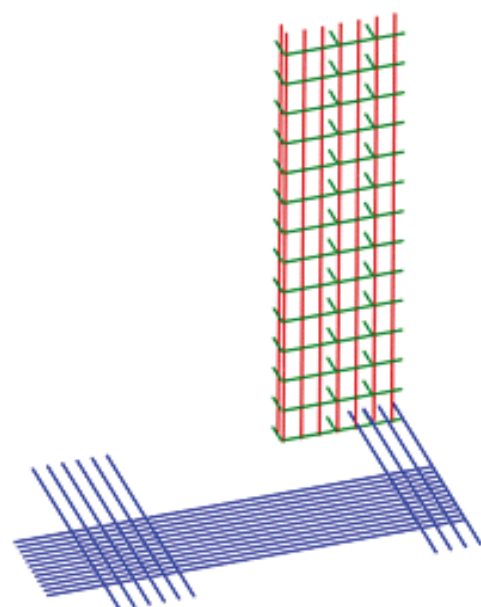


Figure 7 - Graph of percentage of total load resisted by each pile as load was applied. Pile caps with different spring coefficients

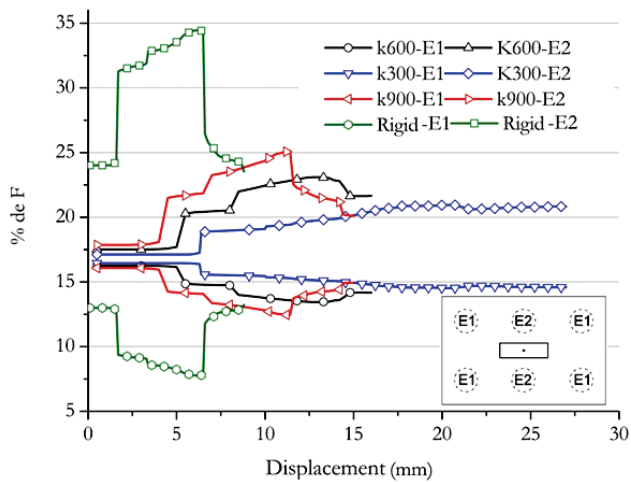


Figure 8 - Graph of load versus displacement applied column considering different spring coefficients

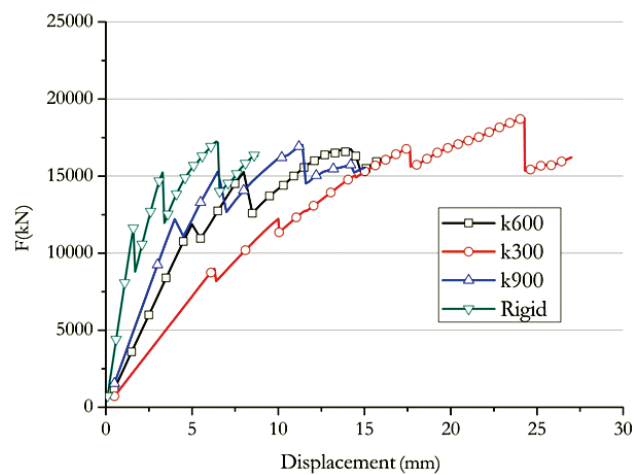
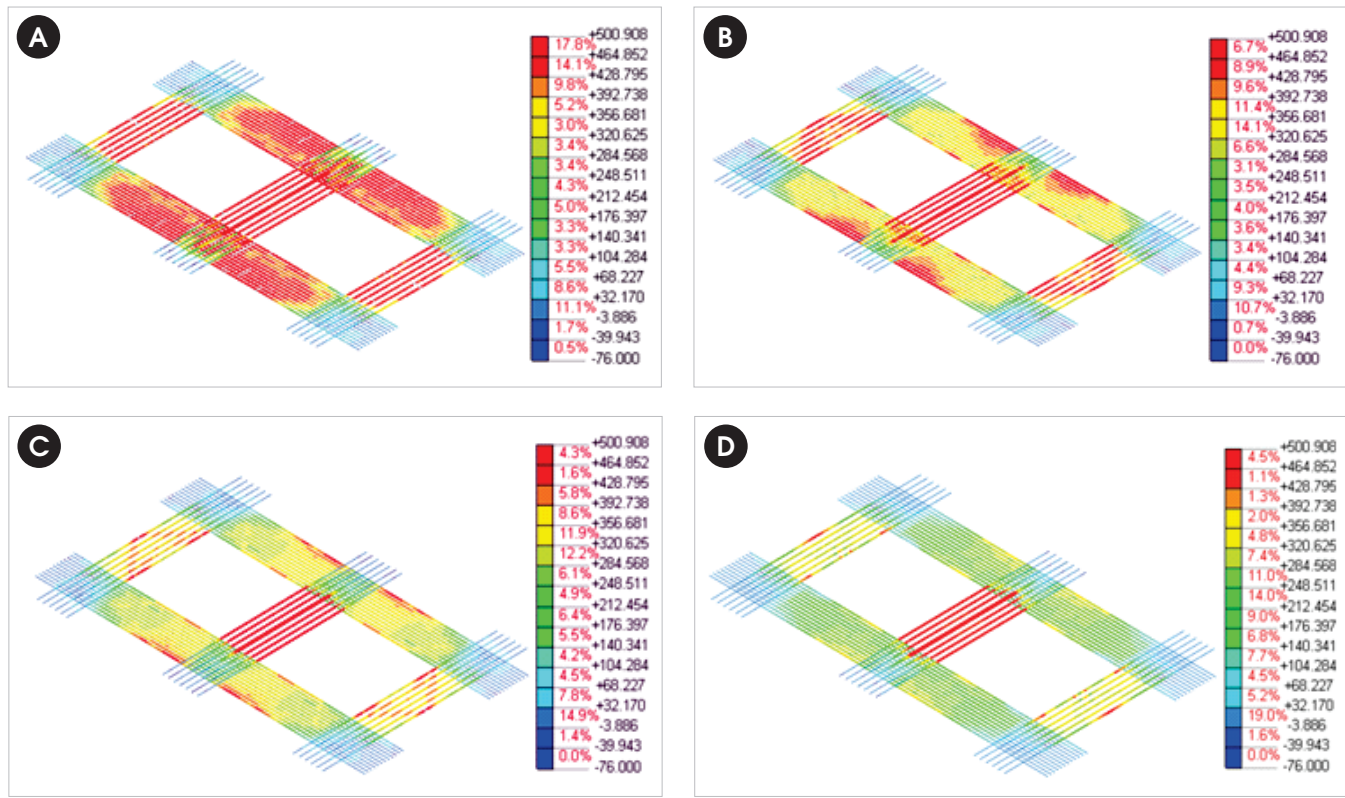


Figure 9 - Tensile stresses in main reinforcements of pile caps: (a) B-4-30-300; (b) B-4-30-600; (c) B-4-30-900; (d) B-4-30-rig. (MPa)



5. Results

Figure [7] shows a graph that compares the total load percentage acting on each pile considering different values for coefficient of the springs. For initial loading stages, the reactions remained almost uniform in the pile cap supported on the springs, independently of spring coefficient. However, for rigid support, the reactions were significantly different since the beginning of the load. With load increase, the piles, whose struts are more inclined, become more loaded than the other ones, whose struts are more slaughtered. Therefore, the higher the value of the spring coefficient, the worse the reactions distribution between piles.

Analyzing the graph shown in Figure [8], the obtained pile caps strength was similar, but the pile cap with spring coefficient $k = 300$ kN/mm showing a small strength increase. This increase can be attributed to a better reactions distribution among piles, provided by springs with $k = 300$ kN/mm, which enable a significantly contribution of all piles to the pile cap strength. However, for other pile caps, this contribution did not occur in same proportion.

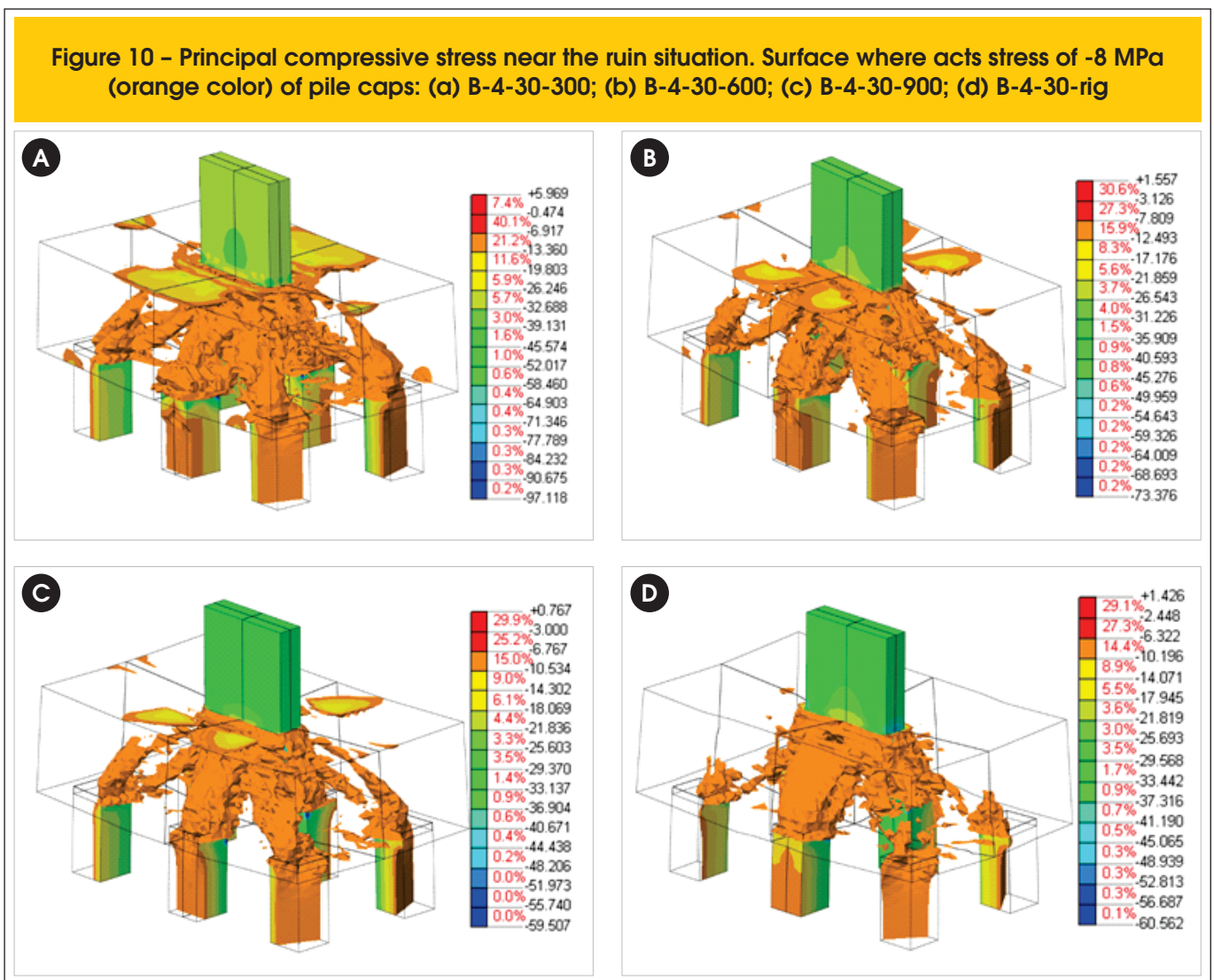
Figure [8] shows that for more deformable ground, the pile cap

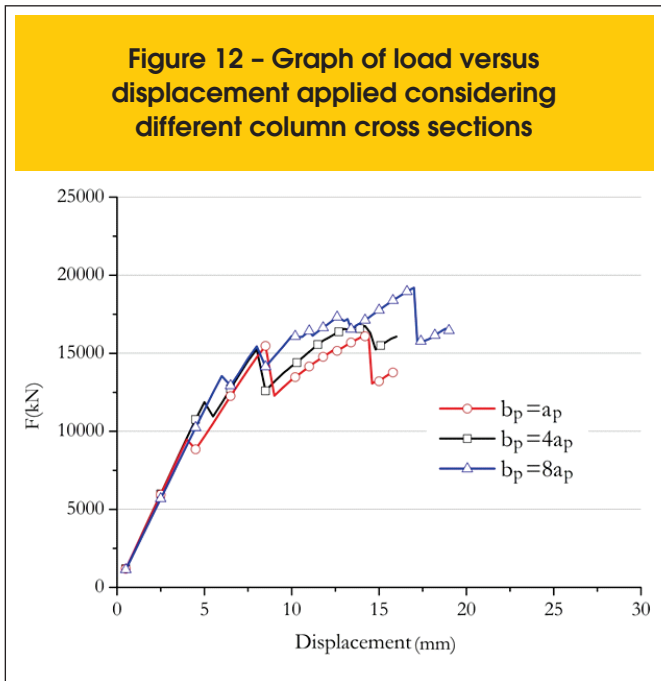
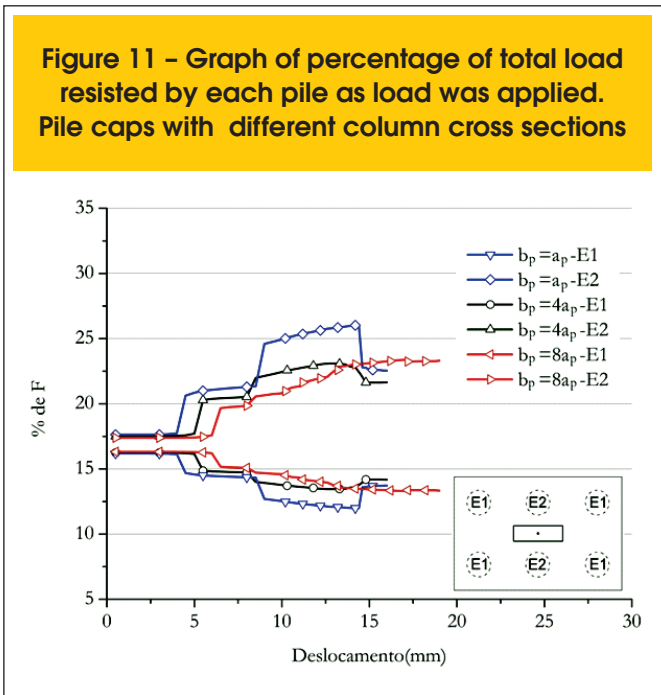
have a more continuous increase in load, with a large settlement until the ruin. The higher the spring coefficient, the lower the settlement in ruin. The lower the ground deformability, the more discontinuous the pile cap behavior until ruin, which may have been caused by cracking and localized fractures. This may be occurred because the pile caps have large capacity to redistribute internal stresses and they are very statically indeterminate.

The coefficient $k = 300$ kN/mm enable the best reactions distribution for the pile cap, with all piles contributing with significant strength until the pile cap ruin. Thus, is expected that for coefficient lower than $k = 300$ kN/mm, the reactions distribution tend to be more uniform.

Figure [9] shows that for higher ground deformability better is the tensile stresses distribution in reinforcement, with similar behavior to that considerate in strut and tie model. With the higher spring coefficient higher is the tensile stress concentration in central reinforcement, and this concentration was even more critical where the piles support is rigid, with the central reinforcement reaching the yield stress while tensile stresses in the other reinforcements keeping relatively small values.

Figure [10] shows pile caps near a ruin stage. For pile caps sup-





ported on springs, better are the distribution of the compressive stress forming struts for all piles. This behavior is similar to that supposed by the strut and tie model. Therefore, the lower the spring coefficient, the better the stress distribution. However, for rigid support occurred concentration of the compressive stress predominantly for the two piles closest to column.

Regarding column cross section variation, the column cross section elongation improved the piles reactions distribution, contributing to a more uniform distribution in comparison with the square cross section, as shown in the graph of Figure [11]. The elongated cross section provided a continuous behavior, while square column cross section there was a series of brusquely redistributions, as the load increased.

The variation in the shape of the column cross section does not

change the pile caps strength significantly, displaying the same order of magnitude for resistance, as shown in Figure [12]. But for highly elongated columns cross section there was a small increase in strength. This can be associated to a better distribution of compressed stresses for the farthest piles to the column, forming more inclined struts.

The elongation of the column cross section alters the tensile stress distribution on ties reinforcements, as can be seen by comparing Figures [13a], [13b] and [9b]. For the pile cap with square section, the tensile stresses concentrated on the reinforcement between the two middle piles. On the other hand, with the column cross section elongation tensile stresses was better distributed in all reinforcements.

The diagrams of surfaces with same stress (see Figures [14] through [16]) show that for all situations, the flow stress has

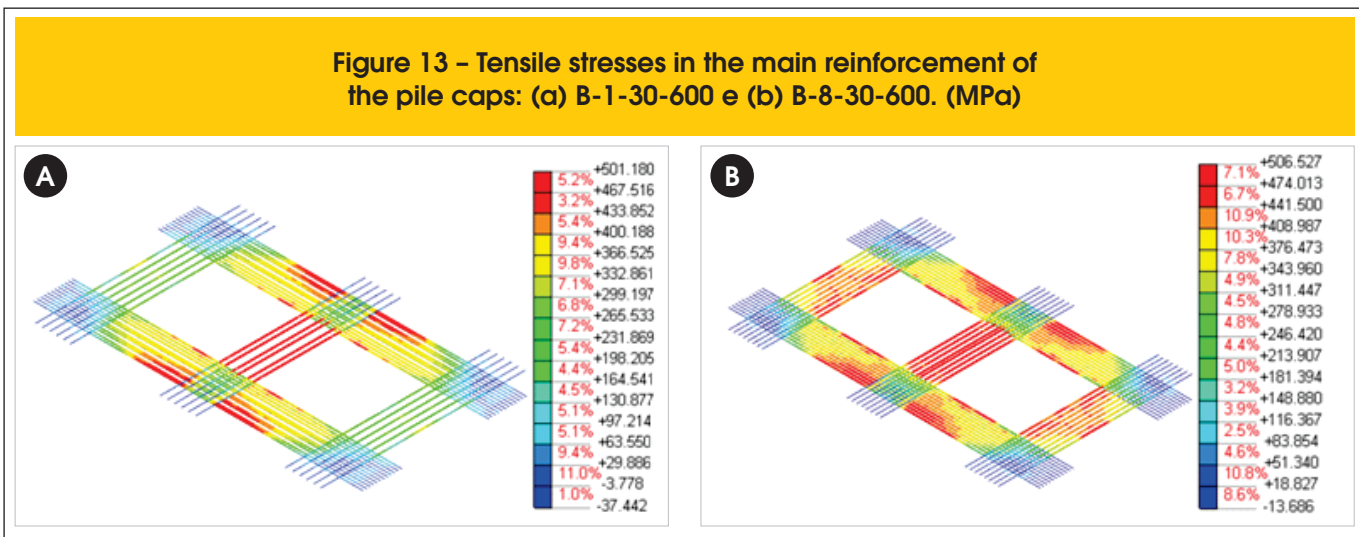


Figure 14 - Principal compressive stress. Surface where acts a stress of -6 MPa in pile cap B-1-30-600: (a) entire pile cap and (b) vertical section. Loading stage with 10.8 mm of displacement applied

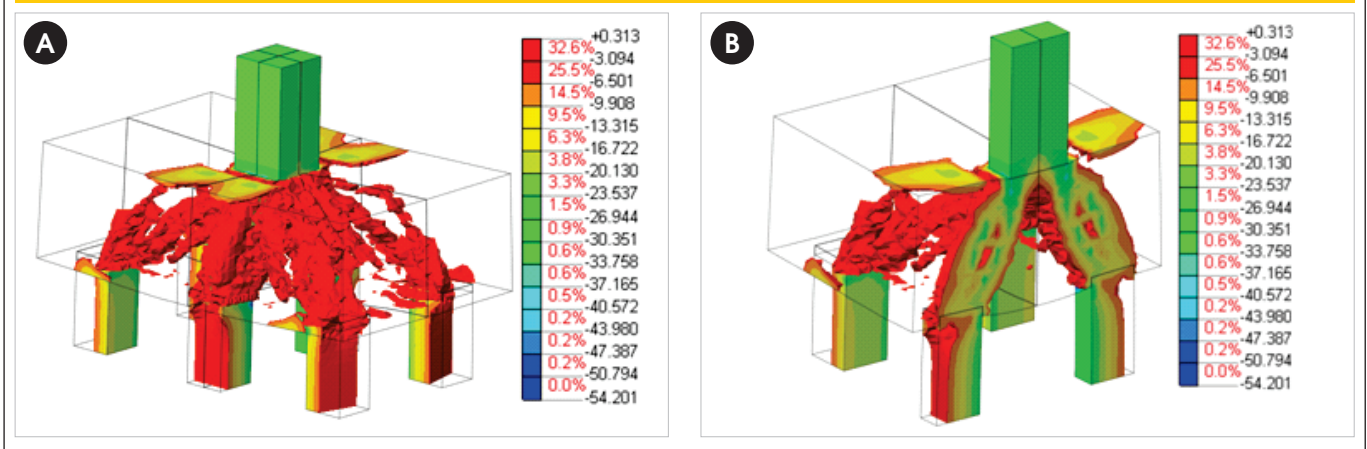


Figure 15 - Principal compressive stress. Surface where acts a stress of -6MPa on pile cap B-4-30-600: (a) entire pile cap and (b) vertical section. Loading stage with 13.3 mm of displacement applied

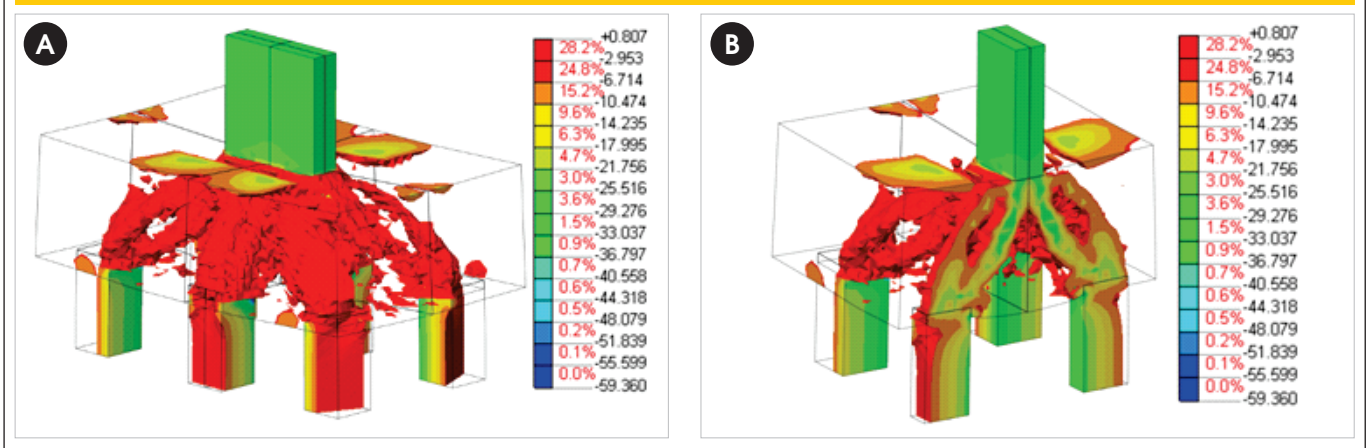


Figure 16 - Principal compressive stress. Surface where acts a stress of -6MPa on pile cap B-8-30-600: (a) entire pile cap (b) vertical section. Loading stage with 10.4 mm of displacement applied

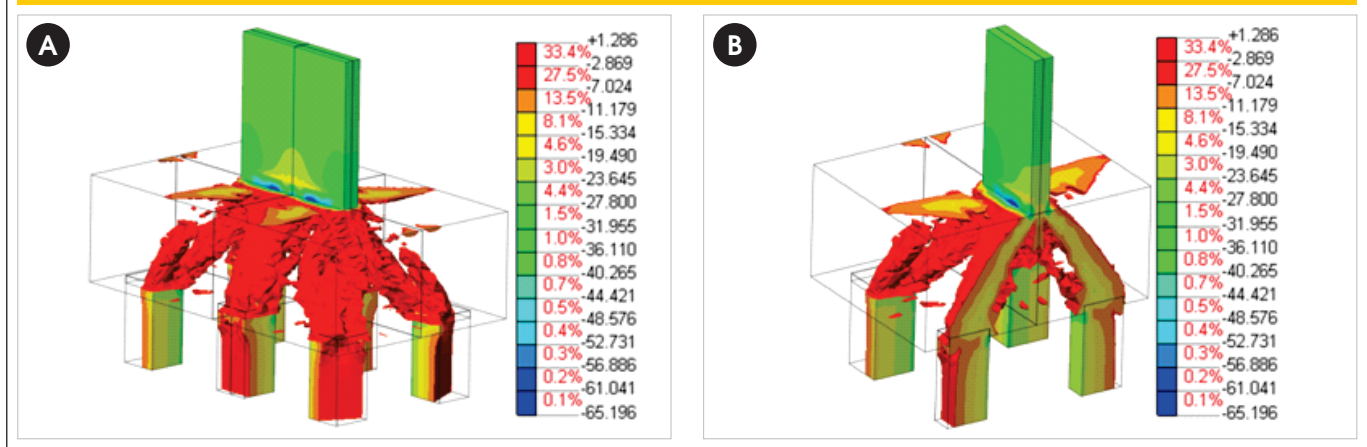


Figure 17 - Graph of percentage of the total load resisted by each pile as load was applied. Pile caps with different concrete strength

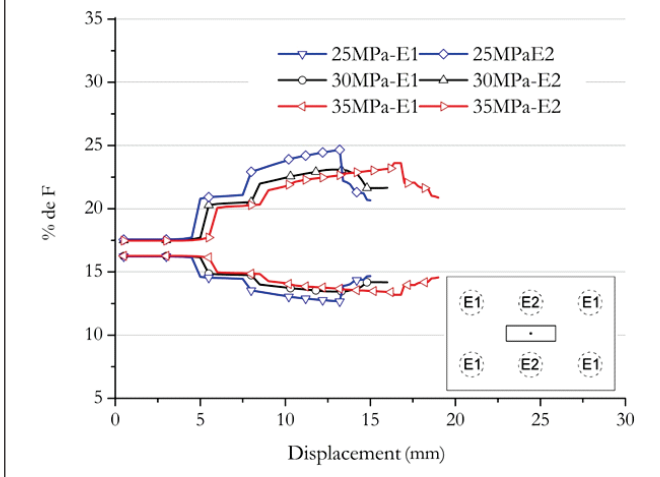
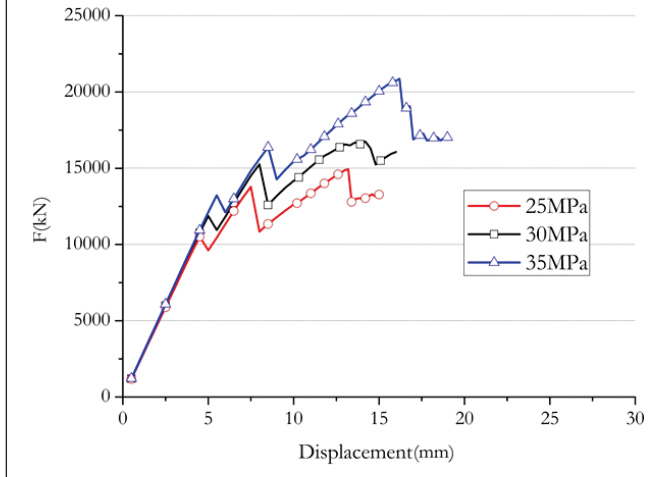


Figure 18 - Graph of load versus displacement applied to the column considering different concrete strengths



adapted to the column cross section shape. The compressive stresses trajectory accompanied the column cross section elongation, enabling the formation of more inclined struts relative to the horizontal plan, starting near the ends of the column cross section. Conversely, for square columns cross section struts were less inclined to the horizontal plan. Furthermore, the columns cross section elongation enable a reduction in the concentration of the compressive stresses related to piles near the column and a redistribution of these stresses to other piles more distant to the column. Figure [17] shows that increasing in strength of concrete did not improve the reactions distribution, significantly, for the pile caps. The influences in reactions distributions caused by ground deformability were more significant than the concrete strength variation. The graph in Figure [18] shows the increase of concrete strength resulted in a pile cap strength increase. The initial portion of force versus displacement curves practically coincided in the early stages, diverging only for the lasts stages of load. Therewith it is clear that the variation of concrete strength had negligible influence in the stiffness of this pile caps here analyzed.

In relation to the analytical method used, Table [4] shows that the criteria recommended by Andrade [8] for the strut and tie model enable a good approximation for the strength than those obtained by numerical models, for all pile caps.

The compatibility between the results obtained by analytical method and by the numerical models was not only relative to strength of the pile caps. Figure [15] shows that the configuration of the compressive stresses are compatible to the struts configuration indicated by Andrade [8]. The struts origins are in the contact region between column and pile cap and connect to the top of piles. Several pile caps revealed that struts have not converged to a single point at columns axis, they change with the variation of the shape of the column cross section. This fact confirms the analytical method hypothesis that considers the origins points of each strut in centers of portions of areas of the column cross section. This can be

observed when we compare Figure [1] with Figure [19]. Therefore, this shows the importance of considering the real columns cross section for pile caps design.

The analytical method had good approximation for the strength of the pile caps relative to the increase in concrete strength. Moreover, this method proved to be easy to use, enabling the determination of the truss model according to any pile caps arrangement and considers the real columns cross section and pile caps. However, an important aspect should be considered that is relative to struts angle. This type of pile cap do not have symmetrical arrangements for the piles and because of it, struts will have different angles. So, is better to consider the less inclined strut having 40°. Thereby, maybe the angles of the more inclined struts can be below the upper limit of 55°.

Table 4 - Comparison between numerical and analytical models

Pile cap	F_{teo} (kN)	F_{num}^1 (kN)	F_{num}/F_{teo} (kN)
B-4-30-600	16159	16744	1,036
B-4-25-600	13466	14929	1,109
B-4-35-600	18852	20865	1,107
B-4-30-rig	16159	17247	1,067
B-4-30-300	16159	18775	1,162
B-4-30-900	16159	17019	1,053
B-8-30-600	18005	19195	1,066
B-1-30-600	14342	16183	1,128

¹ Pile caps strength obtained by numerical simulation.

Oliveira [14] analyzed the pile caps structural behavior with six and also five pile arrangement. This author found compatibility of results obtained by Andrade [8] and by numerical models and analyzed pile caps with different column cross sections, different heights and irregular piles arrangement.

6. Conclusions

The results show that the ground deformability for piles support, represented by elastic springs, significantly influences the structural behavior of the pile caps here analyzed, especially regarding the distribution of pile reactions. This influence was mainly observed in compressive stresses configuration and tensile stress distribution on reinforcement. These results sustain the hypothesis commonly adopted for design that uniform distribution for pile reactions may not be appropriate for situations where the ground is very rigid. Therefore, is better to do soil structure interaction study to check the hypothesis that considers uniform reactions is a reasonable approximation. Otherwise, should be necessary design the pile cap considering non uniform distribution reactions for the piles.

In any case, ground deformability did not affect the pile caps strength significantly because of the ability of these pile caps to redistribute internal stresses. Although the analytical method showed good strength approximation for all cases, the distribution pile reactions should be analyzed for each specific case.

The concrete strength increase enabled a pile cap strength gain, which is consistent with the hypothesis of analytical methods. However, varying the concrete strength did not alter the pile caps stiffness significantly.

Concerning the column cross section variation, the struts configuration were modified by the cross section elongation. Furthermore, consider the struts origins in the center of portions columns cross sections relative to each pile area is a reasonable approximation. Andrade [8] criteria enabled a pile caps strength prediction with good

approximation of the numerical simulation results. There was also compatibility between the strut and tie model compressive stress configuration observed and the tensile stresses distribution in the reinforcements.

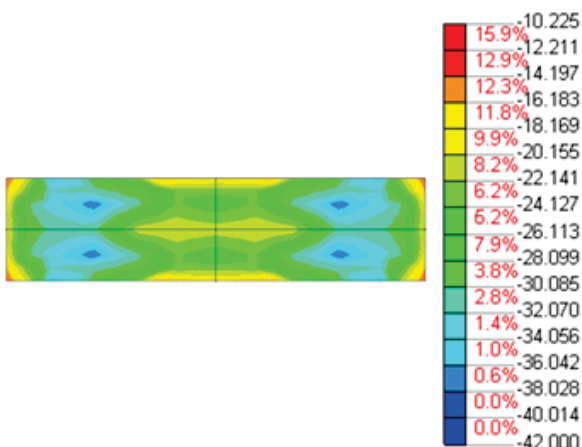
7. Acknowledgments

The authors would like to acknowledge CAPES and CNPq for financial support and the Department of Structural Engineering, School of Engineering of São Carlos, University of São Paulo.

8. References

- [01] BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R. Semelles sur Pieux. Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics. v. 20, n. 230, p. 223-295, févr. 1967.
- [02] DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Influência das dimensões da seção transversal do pilar e da excentricidade da força de compressão no comportamento estrutural de blocos sobre duas estacas. IBRACON Structures and Materials Journal. v. 2, n. 4, P. 316-325. dez. 2009.
- [03] MIGUEL, M. G. ; GIONGO, J. S. Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 7, n. 28, p. 1-20. 2005.
- [04] ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P. Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study. ACI Structural Journal, v. 87, n.1, p. 81-92, jan./ feb. 1990.
- [05] RAMOS, F. A. C.; GIONGO, J. S. Análise das reações nas estacas em blocos com pilares submetidos à ação de força centrada e excêntrica considerando a interação solo-estrutura. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 11, n. 50, p. 155-170, 2009.
- [06] COMITÉ EUROPÉEN DU BÉTON. CEB-FIP. Recommendations particulières au calcul et à l'exécution de semelles de fondation. Bulletin D'Information, Paris, v. 4, n.73, p. 27-35. 1970.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. 2007.
- [08] ANDRADE, J. R. L. Dimensionamento de elementos estruturais de fundações. Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. SET-EESC-USP. São Carlos. 1989.
- [09] MACHADO, C. P. Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP, São Paulo. 1985.
- [10] DIANA. DIANA Finite Element Analysis. User's Manual Release Notes. Release 9.4.4.TNO DIANA BV, Delft, Netherlands. 2012.
- [11] VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Compression response of cracker reinforced concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 119, n. 12, p. 3590-3610. 1993.
- [12] COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP: Model code 1990. Bulletin D'Information, Paris, n. 203-205. 1993.
- [13] FEENSTRA, P. H.; BORST, R. Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete. Heron, v.38, n.04, Delft, Netherlands, p.3-76. 1993.
- [14] OLIVEIRA, D. S. Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2013.

Figure 19 – Principal compressive stress in pile cap B-4-30-600 for a contact region between columns cross section and the pile cap. (MPa)



Six pile caps reinforced concrete: numerical simulation and design by the strut and tie method

Blocos de concreto armado sobre seis estacas: simulação numérica e dimensionamento pelo método de bielas e tirantes



D. S. OLIVEIRA^a
engdiogo@usp.br

R. BARROS^a
barroscivil@gmail.com

J. S. GIONGO^a
jsgiongo@sc.usp.br

Abstract

This paper presents the structural behavior of six reinforced concrete pile caps in rectangular arrangement, considering the ground deformability of pile support, different concrete strengths with square or rectangular cross section of column under central load. For this purpose, the analysis emphasizes a strut and tie method design and a three-dimensional numerical using the finite element method. So, the stress flow configuration and the formation of struts were seen in perspective. How much deformable is the ground, more uniform are the reactions distribution observed between the piles. The column cross section influenced the configuration of the connecting struts. The concrete strength variation had more influence in the pile caps strength than the stiffness. The analytical method has shown compatibility which obtained from the numerical simulation results.

Keywords: reinforced concrete; six pile caps; strut and tie method.

Resumo

Este artigo analisa o comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre seis estacas dispostas em arranjo retangular. Considerou-se a deformabilidade do solo de apoio das estacas, diferentes resistências para o concreto e pilares com seções transversais quadradas e retangulares, solicitados por força centrada. O dimensionamento foi feito por um modelo de bielas e tirantes. Realizou-se análise numérica tridimensional por meio do método dos elementos finitos. A configuração do fluxo de tensões e a formação das bielas foram analisadas em perspectiva. Observou-se que quanto mais deformável for o solo, mais uniformes são as distribuições das reações entre as estacas. A seção transversal do pilar influenciou na configuração das bielas. A variação da resistência do concreto teve maior influência na resistência dos blocos do que na rigidez. O método analítico utilizado apresentou compatibilidade com os resultados obtidos na simulação numérica.

Palavras-chave: concreto armado; blocos sobre seis estacas; método de bielas e tirantes.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introdução

Os blocos sobre estacas são elementos estruturais de fundação cuja finalidade é transmitir às estacas as ações oriundas da superestrutura. O número de estacas no bloco depende dos esforços solicitantes na base do pilar, da capacidade geotécnica do solo e das condições disponíveis de construção, possibilitando a escolha do tipo de estaca e determinação de sua capacidade portante. Geralmente, para blocos sobre três ou quatro estacas, costuma-se adotar o arranjo dispondo-as nos vértices de um triângulo ou quadrado, respectivamente. Para blocos sobre várias estacas, é comum adotá-las igualmente espaçadas em um bloco de base retangular, gerando situações em que as estacas não ficam igualmente afastadas do eixo do pilar.

Os blocos são elementos especiais, pois seu comportamento não respeita a hipótese de que as seções permanecem planas após a solicitação da estrutura. Esses elementos estruturais, além de serem fundamentais para a segurança da superestrutura, são de difícil inspeção visual quando em serviço, sendo assim, é importante o conhecimento de seu real comportamento. Em relação ao arranjo das estacas, para blocos em que as estacas não estão igualmente espaçadas em relação ao pilar, como o tipo de bloco analisado nesta pesquisa, o comportamento estrutural é mais complexo e pouco conhecido. As intensidades das reações de apoio podem ter valores não uniformes, pois dependem da rigidez do bloco e da deformabilidade das estacas e do solo.

As primeiras pesquisas na área tiveram o enfoque experimental e foram primordiais para o desenvolvimento dos primeiros métodos de dimensionamento, como os ensaios de Blévoit & Frémy [1]. No entanto, mesmo com o passar dos anos, a maioria das pesquisas se concentram no estudo de blocos com número reduzido de estacas, como os trabalhos de Delalibera & Giongo [2] e de Miguel & Giongo [3], que ensaiaram blocos sobre duas e três estacas, respectivamente. Ainda são poucos os estudos experimentais que apresentaram análise de blocos sobre mais de quatro estacas, principalmente analisando casos em que as estacas não estão igualmente espaçadas do pilar. Dentre eles, pode-se citar Adebar et al. [4] que observaram, nos blocos sobre quatro e seis estacas, que as reações das estacas não apresentaram distribuição uniforme. As estacas mais próximas receberam maior for-

ça. No entanto, os pesquisadores não consideraram a deformabilidade do solo de apoio das estacas.

O avanço da técnica computacional e do Método dos Elementos Finitos possibilitou analisar resultados de ensaios experimentais por meio da simulação numérica, além de introduzir situações mais complexas, como a deformabilidade do solo de apoio das estacas.

Ramos & Giongo [5] analisaram blocos sobre dez estacas por meio de simulação numérica e observaram que as estacas mais próximas foram mais solicitadas, mesmo considerando a deformabilidade do solo. Os pesquisadores constataram que métodos que associam o comportamento dos blocos ao de uma viga, com verificação da força cortante e momento fletor, em seções de referência, não foram compatíveis com os resultados encontrados, porém não apresentaram um método adequado para dimensionamento.

Os métodos analíticos para o projeto de blocos disponíveis na literatura seguem, basicamente, duas vertentes. A primeira delas, e mais aceita no meio técnico, tem como base a teoria de bielas e tirantes, que representa o fluxo de tensões idealizado por um modelo de treliça. A estrutura interna é constituída por barras comprimidas e tracionadas, que são as bielas e os tirantes, interligados por meio de nós. Esse método passou a ser mais utilizado após a pesquisa de Blévoit & Frémy [1], mas quando se fala em blocos sobre várias estacas, há uma grande dificuldade em se encontrar trabalhos que demonstrem a configuração das bielas e critérios de verificações das tensões no concreto. Sendo assim, ainda é comum utilizar uma segunda maneira de dimensionar esses blocos, que consiste em associar o comportamento desses elementos à teoria de flexão de vigas. Apesar de estudos demonstrarem que essa opção não representa de maneira compatível o comportamento estrutural desses blocos, os métodos baseados nesse princípio ainda são utilizados, pois são práticos e de fácil compreensão, como o método apresentado no Boletim número 73 do CEB-FIP [6] que consiste na verificação da resistência ao momento fletor e à força cortante em seções de referência. A ABNT NBR 6118:2007 [7] considera os blocos sobre estacas como elementos especiais, que se caracterizam por um comportamento que não respeita a hipótese de que as seções permanecem planas depois de deformadas, por não serem suficientemente longos para que se dissipem as perturbações localizadas. Classifica os blocos como rígidos ou flexíveis. Para cálculo e dimensionamento dos blocos, a norma brasileira recomenda o método de bielas e tirantes como melhor opção, por representar, de maneira mais adequada, a distribuição das tensões. Apesar da recomendação, a norma brasileira não fornece um roteiro para verificações e dimensionamento desses elementos. Isso reflete a falta de consenso no meio técnico brasileiro a respeito do dimensionamento de blocos sobre estacas, principalmente, quando se trata de situações de blocos sobre muitas estacas, ou quando estas não estão dispostas simetricamente ao eixo do pilar.

Este artigo tem por objetivo apresentar a análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armados sobre seis estacas, dispostas em duas linhas de três estacas. Indica a aplicação de um método analítico para o dimensionamento baseado no método de bielas e tirantes e avalia a influência de parâmetros no comportamento estrutural dos blocos sobre seis estacas por meio de simulação numérica pelo método dos elementos finitos.

2. Dimensionamento dos modelos com critérios analíticos

Para o dimensionamento analítico dos blocos sobre seis estacas foram consideradas as recomendações de Andrade [8], que segue

Figura 1 - Esquema do modelo de treliça em planta com pontos de início das bielas junto ao pilar

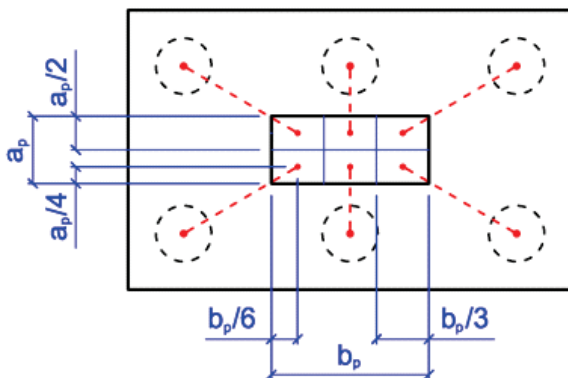


Tabela 1 – Parâmetros avaliados nos blocos sobre seis estacas

Bloco	b_p (cm)	a_p (cm)	h^2 (cm)	f_{ck} (MPa)	k (kN/mm)	θ (grau)
B-4-30-600 ¹	143	35	145	30	600	40
B-4-25-600	143	35	145	25	600	40
B-4-35-600	144	36	145	35	600	40
B-4-30-rig	143	35	145	30	Apoio rígido	40
B-4-30-300	143	35	145	30	300	40
B-4-30-900	143	35	145	30	900	40
B-8-30-600	200	25	145	30	600	43
B-1-30-600	71	71	145	30	600	37

¹ Sendo: B referente a bloco, 4 a relação entre o maior lado (a_p) e o menor lado (b_p) da seção transversal do pilar, 30 a resistência característica do concreto, 600 o valor do coeficiente de mola; ² Altura dos blocos.

gular pouco alongada ($b_p = 4 \cdot a_p$), retangular muito alongada ($b_p = 8 \cdot a_p$). O valor da área da seção transversal foi mantido constante, sendo que a ordem de grandeza desse valor foi definida com base em blocos tomados em exemplo, como já foi comentado. Na Tabela 1 estão apresentadas as dimensões das seções transversais dos pilares.

A altura do bloco foi definida considerando a inclinação de 40°, em relação à horizontal, para a biela referente à estaca mais afastada do pilar, com o ponto de início de cada biela adotado no ponto central da parcela da área do pilar referente à estaca considerada, conforme Figura [1]. No entanto, nos casos em que houve variação da seção transversal do pilar, as bielas tiveram inclinações diferentes de 40°, como apresentado na Tabela [1]. De qualquer maneira, em todos os blocos, a altura obtida atende aos requisitos de bloco rígido indicados no Boletim número 73 do CEB-FIP [6] e na ABNT NBR 6118:2007 [7]. Além disso, considerou-se o fuste das estacas embutido em 10 cm no bloco e barras de aço com 25 mm de diâmetro para a armadura principal de tração. A face inferior das barras da armadura principal foram posicionadas a 2 cm do plano horizontal que contém o topo das estacas.

Foram analisados blocos com três resistências características

à compressão para o concreto: 25, 30 e 35 MPa. A resistência característica ao escoamento das barras de aço foi considerada igual a 500 MPa.

A deformabilidade do solo de apoio das estacas foi considerada por meio de molas elásticas, dispostas nas bases das estacas. Foram analisadas quatro situações: uma como sendo a mais desfavorável para o bloco que é a de apoio rígido para as estacas e as outras três situações considerando apoio sobre molas elásticas com os seguintes coeficientes: 300 kN/mm, 600 kN/mm e 900 kN/mm. Para maiores informações sobre os valores dos coeficientes de mola obtidos a partir da análise do recalque das estacas, recomenda-se a consulta de Oliveira [14].

Com a variação dos parâmetros apresentados anteriormente, foram obtidos oito diferentes blocos sobre seis estacas. O primeiro bloco da Tabela [1] foi considerado o bloco de referência. Os demais blocos foram definidos pela variação dos parâmetros do bloco de referência e se encontram em negrito na Tabela [1].

Na Tabela [2] são apresentados os resultados dos dimensionamentos dos blocos. Os blocos foram dimensionados sempre considerando que a distribuição das reações das estacas é uniforme, independente da consideração da deformabilidade do solo.

Tabela 2 – Resumo do dimensionamento dos blocos

Bloco	F_{calc}^1 (kN)	$A_{s,calc}^2$ (cm ²)	Φ^3 (mm)	n^4	$A_{s,efet}^5$ (cm ²)
B-4-30-600	16159	x^6 54,66	25	12	58,90
		y^6 33,56	25	7	34,36
B-4-25-600	13466	x 45,55	25	10	49,09
		y 27,96	25	6	29,45
B-4-35-600	18852	x 63,76	25	13	63,81
		y 39,15	25	8	39,27
B-4-30-rig	16159	x 54,66	25	12	58,90
B-4-30-300		y 33,56	25	7	34,36
B-4-30-900					
B-8-30-600	18005	x 52,14	25	11	54,00
		y 38,53	25	8	39,27
B-1-30-600	14342	x 57,33	25	12	58,90
		y 26,49	25	6	29,45

¹ Força prevista calculada; ² Área de aço do tirante calculada; ³ Diâmetro das barras de aço; ⁴ Número de barras; ⁵ Área de aço do tirante efetivamente considerada; ⁶ Direções especificadas na Figura 4.

Tabela 3 – Dados do modelo constitutivo do concreto

Propriedade do concreto	f_{ck}^1 (MPa)		
	25	30	35
G_f^2 (N.mm/mm ²)	0,0699	0,0761	0,0847
G_c^3 (N.mm/mm ²)	3,3472	3,8029	4,2362
E_c^4 (MPa)	29180	31008	32643
f_{ctm}^5	2,6	2,9	3,2
ν^6	-	0,2	-
β^7	-	0,2	-

¹ Resistência característica do concreto à compressão; ² Energia de fratura do concreto na tração; ³ Energia de fratura do concreto na compressão; ⁴ Módulo de elasticidade tangente inicial do concreto; ⁵ Resistência média de tração do concreto; ⁶ Coeficiente de Poisson; ⁷ Coeficiente de retenção ao cisalhamento do concreto.

Na Figura [4] é apresentado o esquemas de detalhamento das armaduras principais dos blocos em correspondência com os resultados da Tabela [2].

As armaduras principais foram detalhadas conforme recomendado pela ABNT NBR 6118:2007 [7] ao indicar que as tensões de tração se concentram essencialmente em linhas sobre as estacas, com faixas de largura igual a 1,2 vez o diâmetro da estaca.

Não foi verificada a ancoragem das barras, nem a disposição de ganchos nas suas extremidades, pois no modelo numérico em elementos finitos foi considerada aderência perfeita entre a barra da armadura e o concreto adjacente.

Para as armaduras dos pilares, adotou-se uma taxa geométrica de armadura igual a 3% da seção de concreto do pilar, com barras de diâmetro igual a 25 mm distribuídas no perímetro da seção transversal do pilar. Também foram dispostos estribos com diâmetro igual a 8 mm e espaçamento de 20 cm ao longo do pilar.

4. Aspectos da simulação numérica em elementos finitos

Os modelos em elementos finitos foram simulados por meio do programa computacional DIANA [10]. Para simular a não-linearidade física do comportamento estrutural do concreto do bloco, foi con-

Figura 4 – Esquema de detalhamento das armaduras principais dos blocos sobre estacas

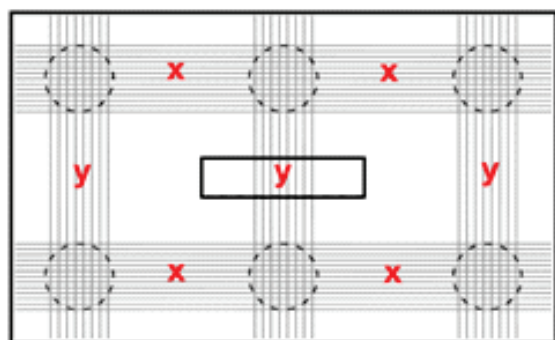
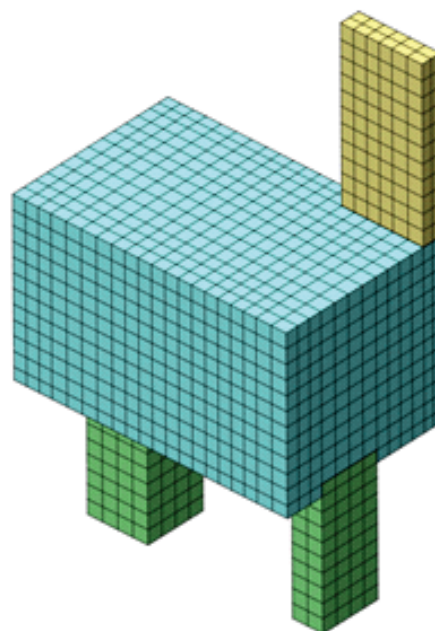
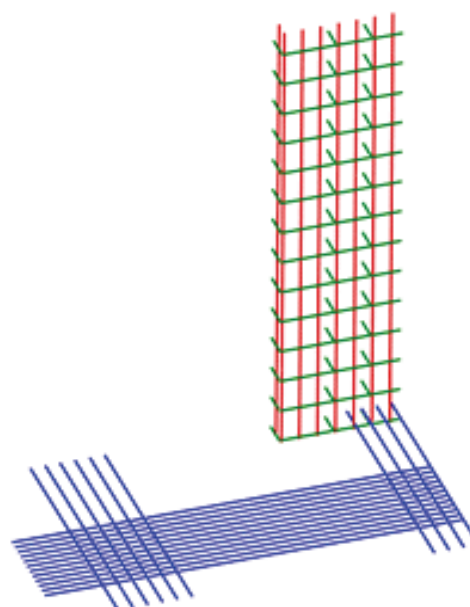


Figura 5 – Malha de elementos finitos para simular o concreto



siderado o modelo *total strain* de fissuração distribuída, que trata o concreto como um meio contínuo e mantém a discretização original da malha de elementos finitos mesmo na ocorrência de fissuração. Para o comportamento do concreto solicitado na compressão considerou-se o modelo parabólico. Para o comportamento quando solicitado à tração utilizou-se o modelo exponencial, disponíveis no DIANA [10]. Para considerar o efeito benéfico de confinamento la-

Figura 6 – Reinforcements simulando a armadura principal do bloco e a armadura do pilar



teral e a redução da capacidade resistente por causa da fissuração lateral, utilizou-se o modelo de Vecchio e Collins [11], disponível no DIANA [10]. A zona de processos inelásticos foi definida pelo comprimento da banda de fissuras, que foi calculado a partir da raiz cúbica do volume do elemento finito sólido. Os dados do concreto estão resumidos na Tabela [3], sendo que o módulo de elasticidade, a resistência à tração, a energia de fratura à tração e o coeficiente de poisson, foram adotados conforme os critérios indicados no CEB-FIP *Model Code 1990* [12]. A energia de fratura à compressão foi considerada igual a 50 vezes a energia de fratura à tração conforme indicado em Feenstra & Borst [13].

Para simular o concreto do pilar e das estacas foi considerado o modelo elástico-linear. Isso foi feito para assegurar que na ocorrência de uma ruptura esta estaria localizada na parte do concreto do bloco, que é o interesse da pesquisa.

Para o aço das barras da armadura foi considerado o modelo elastoplástico perfeito de Von Mises. O módulo de elasticidade do aço foi considerado igual a 210 GPa, como indicado na ABNT NBR 6118:2007 [7]. O coeficiente de Poisson para o aço foi considerado igual a 0,3.

Para simular o concreto, foi utilizado o elemento finito sólido CHX60, disponível no DIANA [10], com interpolação quadrática para o cálculo dos deslocamentos e, para representar as molas de apoio das estacas foi utilizado o elemento finito SP2TR, disponível no DIANA [10], atuando apenas com translação na vertical e comportamento elástico-linear para a relação entre força e deformação. Considerando a simetria foram simulados apenas 1/4 dos blocos, em que foi utilizada malha mapeada, com dimensões máximas para os elementos de 15 cm, como mostrado na Figura 5. As estacas foram simuladas com seção transversal quadrada, mantendo o valor de área igual a 2827,4 cm².

As barras de aço das armaduras foram simuladas por meio de

reinforcements, que funcionam apenas como enrijecedores dos elementos finitos aos quais estão conectados. Foi considerada a aderência perfeita entre as barras de aço e o concreto do entorno. Na Figura 6 está mostrada a modelagem das barras da armadura do bloco e do pilar.

O carregamento foi realizado por meio de passos de deslocamento aplicados na face superior do pilar, simulando o pilar solicitado por força normal centrada. O método utilizado como estratégia para a resolução dos sistemas de equações não lineares foi o "Newton-Raphson Regular". Foi utilizado o critério de convergência em energia e tolerância de 0,01.

5. Resultados

Analisando o comportamento estrutural dos blocos em função da deformabilidade do solo, foi construído o gráfico da Figura [7] que traz a comparação da porcentagem da força total atuante no bloco que cada estaca é solicitada, para diferentes coeficientes de mola, à medida que o deslocamento foi aplicado no topo do pilar. Observou-se que nos estágios iniciais de carregamento, as reações se mantiveram praticamente uniformes nos blocos apoiados sobre molas, independente do valor do coeficiente de mola. No bloco com apoio rígido, as diferenças entre as reações foram consideráveis desde o início do carregamento. À medida que o carregamento aumentou e o concreto começou a fissurar, houve maior concentração das reações nas estacas mais próximas do pilar, cujas bielas são mais inclinadas, e conseqüentemente, diminuiu a parcela de reação para as estacas mais afastadas do pilar, cujas bielas são mais abatidas. Logo, quanto maior o valor do coeficiente de mola, ou seja, quanto menor for a deformabilidade do solo, maior foi a diferença observada nas intensidades das reações das estacas.

A partir do gráfico mostrado na Figura [8], percebe-se que, independentemente do valor do coeficiente de mola, as resistências

Figura 7 - Gráfico da porcentagem da força total resistida por cada estaca à medida que se aplica o carregamento considerando diferentes coeficientes de mola

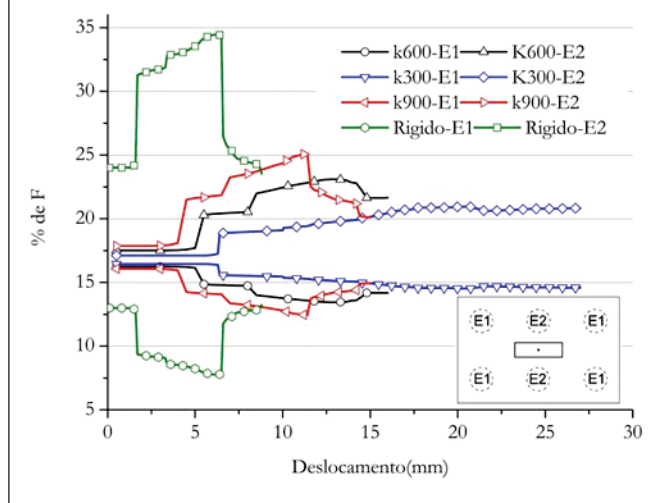


Figura 8 - Gráfico de força versus deslocamento aplicado no topo do pilar considerando diferentes coeficientes de mola

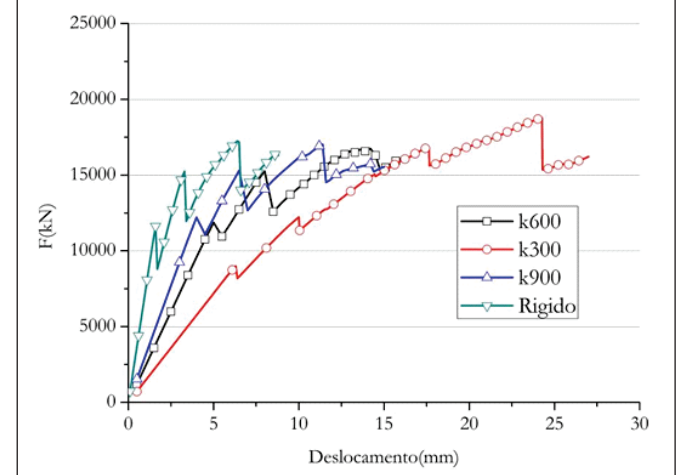
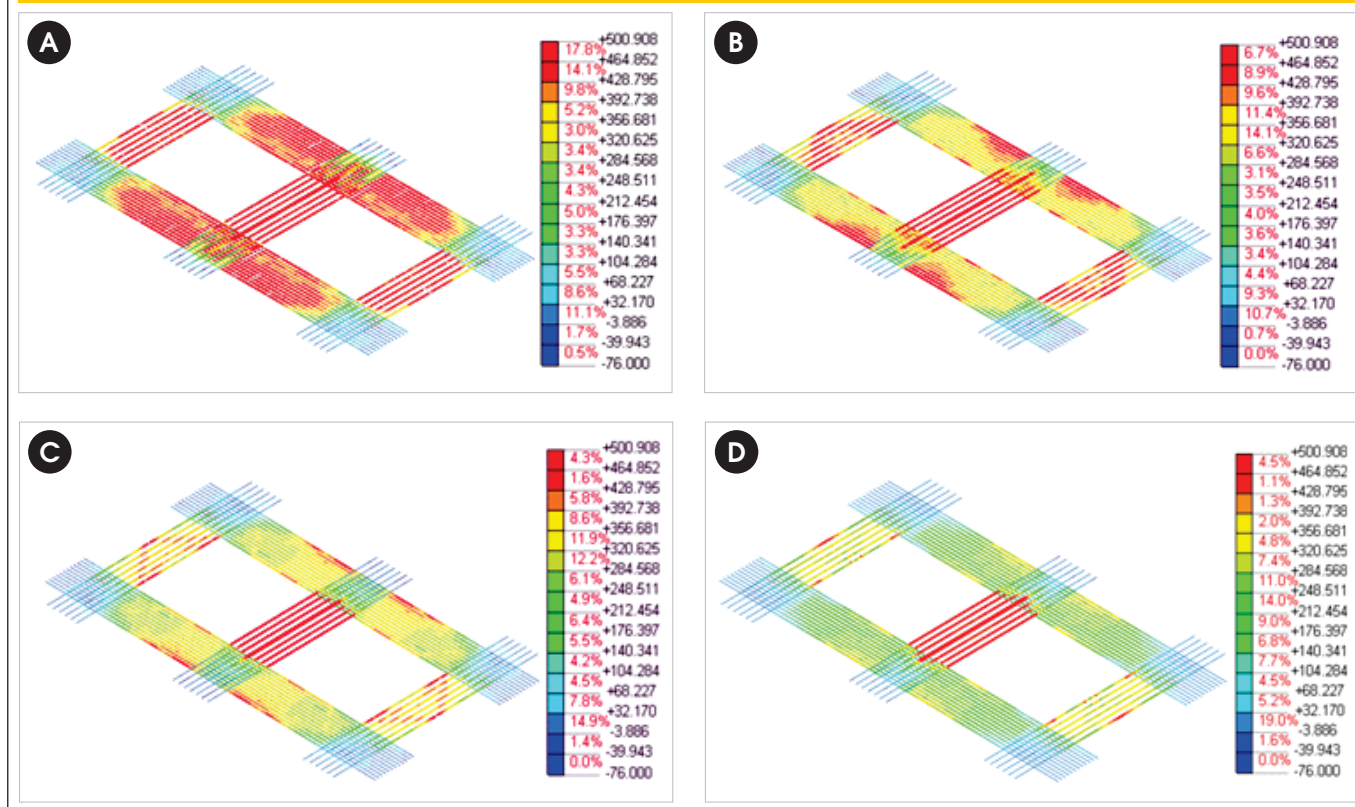


Figura 9 – Tensões de tração nas barras das armaduras principais nos blocos: (a) B-4-30-300; (b) B-4-30-600; (c) B-4-30-900; (d) B-4-30-rig. (MPa)



obtidas para os blocos apresentaram valores próximos. Apenas o bloco com valor do coeficiente de mola $k = 300$ kN/mm para o solo apresentou um pequeno aumento de resistência. Esse aumento pode ser atribuído à melhor distribuição das reações entre as estacas, proporcionada pelas molas de $k = 300$ kN/mm, o que permitiu que todas as estacas contribuíssem de maneira significativa na resistência do bloco. Já nos outros blocos, essa contribuição não ocorreu na mesma proporção.

Apesar da resistência não ter sofrido mudança considerável por causa da maior, ou menor, deformabilidade do solo, verificou-se, por meio dos gráficos mostrados na Figura [8] que, para solos mais deformáveis, os blocos apresentam um acréscimo no carregamento mais contínuo, necessitando da aplicação de um deslocamento maior até que fosse alcançada a ruína. Já nos outros casos, quanto menor for a deformabilidade do solo mais descontínuo é o comportamento do bloco, apresentando vários picos, que podem ter sido causados por fissuração e rupturas localizadas, até atingir situação de ruína. Esse fato pode ser atribuído a uma grande capacidade desses blocos em redistribuir as tensões internas à medida que se aumenta o carregamento, pois se tratam de estruturas hiperestáticas. Além disso, quanto maior foi o coeficiente de mola, menor foi o deslocamento aplicado para se alcançar a situação de ruína.

Os blocos com coeficiente $k = 300$ kN/mm apresentaram a melhor distribuição das reações entre as estacas. Além disso, todas as estacas contribuíram com uma parcela significativa de reação até

o estágio em que foi considerada a ruína do bloco. Sendo assim, espera-se que para situações em que a deformabilidade do solo pode ser representada por um coeficiente de mola ainda menor, a distribuição das reações das estacas tenderá a ser mais uniforme. A partir da Figura [9] observa-se que quanto mais deformável for o solo, melhor é a distribuição das tensões entre os tirantes, com o comportamento mais próximo ao indicado pelo modelo de treliça. Esse comportamento foi mais expressivo nos blocos com coeficiente de mola $k = 300$ kN/mm. Com o aumento do coeficiente de mola houve maior concentração de tensões de tração nas barras do tirante central, sendo que essa concentração foi ainda mais crítica na situação de apoio rígido para as estacas, com as barra do tirante central atingindo a tensão de escoamento enquanto as tensões nas barras dos outros tirantes ainda estavam com valores de tensões relativamente pequenos.

Na Figura [10] são apresentados os blocos nos estágios de carregamento próximos à ruína. Nos blocos sobre seis estacas, em que o apoio das estacas foi sobre molas, observa-se que houve melhor distribuição das tensões de compressão, com bielas se formando em direção a todas as estacas, fazendo correspondência com o modelo de bielas e tirantes adotado no dimensionamento. Além disso, é possível notar que quanto menor o valor do coeficiente de mola, melhor foi esta distribuição das tensões. Na situação de apoio rígido para as estacas, a concentração das tensões de compressão foi maior apenas junto às duas estacas mais

próximas ao pilar, com as outras estacas contribuindo menos para a distribuição de tensões de compressão no bloco.

Em relação à variação da seção transversal do pilar, verificou-se que o alongamento da seção transversal do pilar melhorou a distribuição das reações das estacas, contribuindo para uma distribuição mais uniforme se comparado com a situação de pilar de seção transversal quadrada, como mostrado no gráfico mostrado na Figura [11]. O pilar de seção transversal mais alongada possibilitou uma distribuição que evoluiu de maneira mais contínua, enquanto que para o bloco com o pilar quadrado houve um série de redistribuições, de maneira brusca, à medida que o carregamento foi aumentando.

A variação do formato da seção transversal do pilar não alterou de maneira significativa a resistência dos blocos, como pode ser observada no gráfico da Figura [12], apresentando a mesma ordem de grandeza para a resistência. Apenas no bloco com pilar de seção transversal muito alongada observou-se um pequeno aumento da resistência, que pode ser atribuído à melhor distribuição das tensões para as bielas referentes às estacas mais afastadas, por possibilitarem a formação de bielas mais inclinadas em relação ao plano horizontal.

O alongamento da seção transversal do pilar alterou a distribuição das tensões nas barras das armaduras principais, como pode ser observado ao comparar as Figuras [13a], [13b] e [9b]. No bloco com pilar de seção quadrada, as tensões de tração se concentraram nas barras do tirante entre as duas estacas centrais. Com o alongamento da seção transversal do pilar as tensões de tração foram melhor distribuídas.

A partir dos diagramas de superfícies de mesma tensão mostrados nas Figuras [14] a [16] verificou-se que, para todas as situações, o fluxo de tensões se adaptou ao formato da seção do pilar. A trajetória de tensões de compressão acompanhou o alongamento da seção transversal do pilar, possibilitando a formação de bielas mais inclinadas em relação à horizontal, se iniciando próximo às extremidades do pilar. Com o pilar quadrado as bielas ficaram menos inclinadas em relação à horizontal. Além disso, ao comparar os diagramas das Figuras [14] à [16] é possível perceber uma redução da concentração das tensões de compressão referente às estacas mais próximas e uma redistribuição dessas tensões para as outras estacas mais afastadas, por causa do alongamento da seção transversal do pilar.

Figura 10 – Fluxo de tensões principais de compressão, próximo à situação de ruína. Superfície em que atua uma tensão de -8 MPa (cor laranja) nos blocos: (a) B-4-30-300; (b) B-4-30-600; (c) B-4-30-900; (d) B-4-30-rig

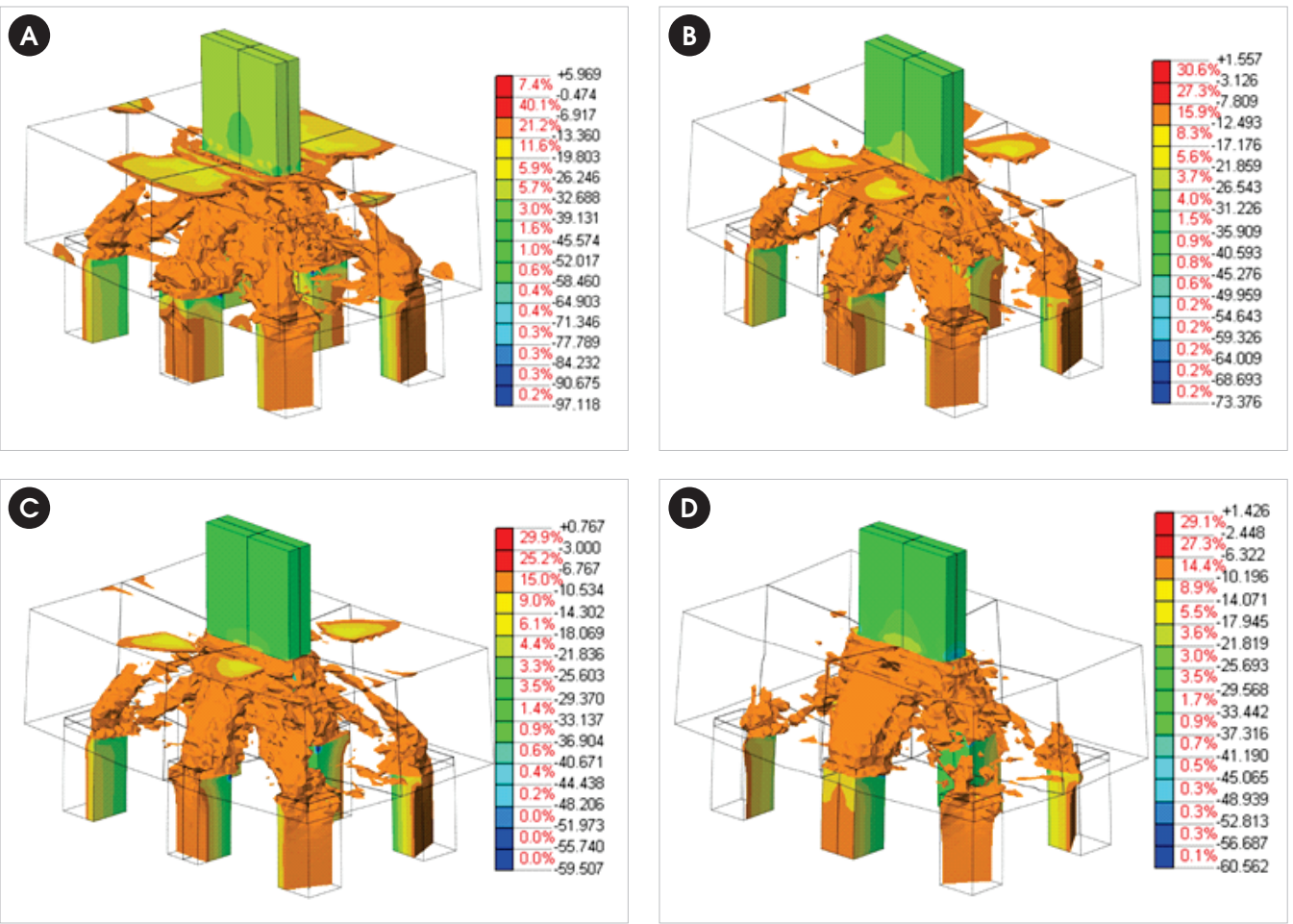
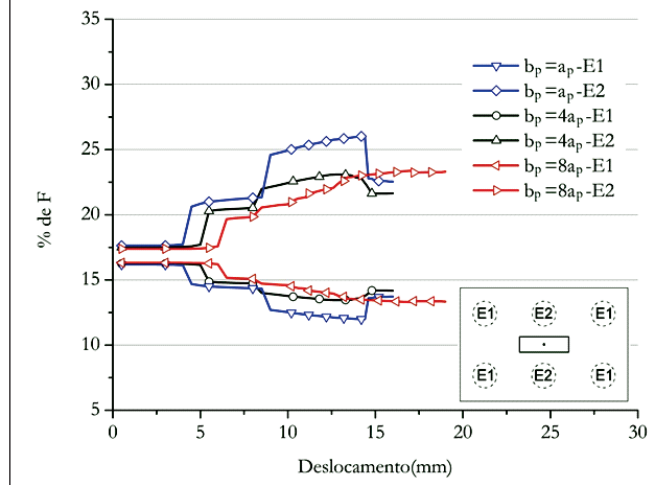
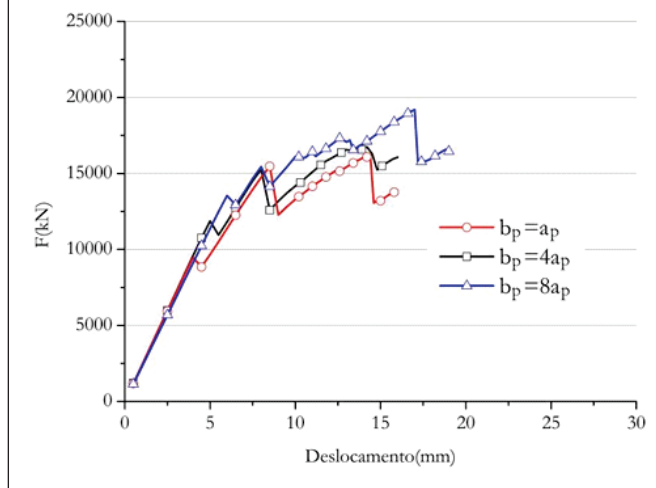


Figura 11 - Gráfico da porcentagem da força total resistida por cada estaca à medida que se aplica o carregamento considerando pilar com diferentes seções transversais



Em relação à variação da resistência do concreto, observou-se que com o aumento da resistência do concreto, houve uma tendência em melhorar a distribuição das reações nas estacas (ver gráfico da Figura [17]), no entanto essa melhora não foi tão significativa se comparada com a causada pela variação da deformabilidade do solo. Analisando o gráfico mostrado na Figura [18] observou-se que o aumento da resistência do concreto resultou no acréscimo da resistência do bloco. O trecho inicial das curvas de força *versus* deslocamento praticamente coincidiram nos estágios iniciais, divergindo apenas para maiores estágios de carregamento, por conta das diferentes resistências do concreto. Juntando essa constatação com a influência pouco expressiva observada na distribuição das reações das estacas, é possível afirmar que a variação da resistência do concreto teve influência pouco significativa na rigidez dos blocos.

Figura 12 - Gráfico de força versus deslocamento aplicado no topo do pilar considerando pilar com diferentes seções transversais



Com relação ao método analítico utilizado, verificou-se que os critérios recomendados por Andrade [8] para a definição do modelo de bielas e tirantes previram forças últimas menores que as obtidas por meio da modelagem numérica para todos os blocos, indicando ainda boa aproximação dos resultados, como mostrado na Tabela [4].

A compatibilidade entre os resultados previstos pelo método e os encontrados por meio da modelagem não foram apenas do ponto de vista das resistências dos blocos. A configuração do fluxo de tensões indicou a formação de bielas comprimidas discretas, semelhantes às indicadas por Andrade [8], como mostrado na Figura [15], por exemplo, com bielas comprimidas originando-se na região de contato entre o pilar e o bloco indo em direção ao topo das estacas. Além disso, em vários blocos observou-se que as bielas não convergiram para um único ponto junto ao eixo do pilar, elas

Figura 13 - Tensões de tração nas barras das armaduras principais nos blocos: (a) B-1-30-600 e (b) B-8-30-600. (MPa)

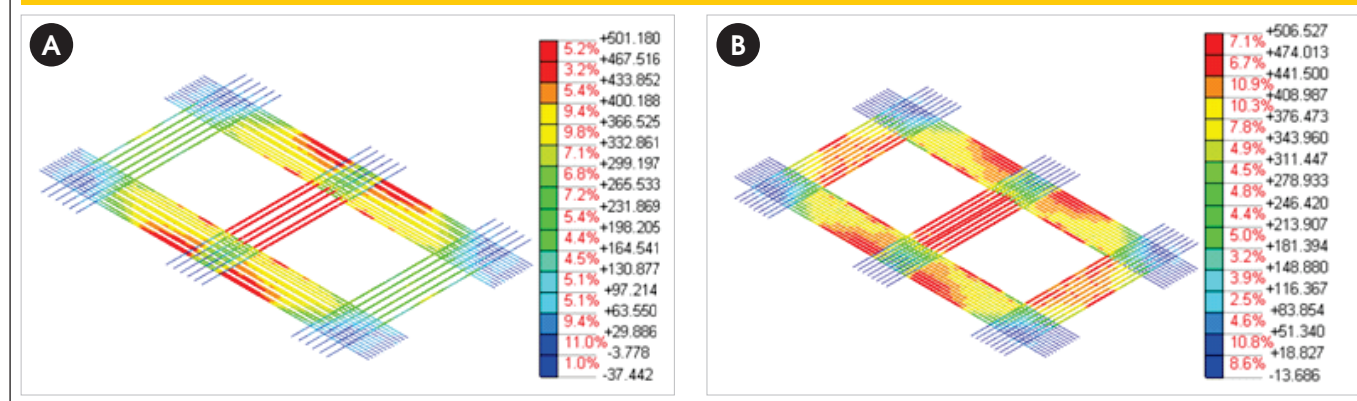


Figura 14 - Fluxo de tensões principais de compressão. Superfície em que atua uma tensão de -6MPa no bloco B-1-30-600: (a) bloco inteiro e (b) corte vertical. Estágio de carregamento com 10,8 mm de deslocamento aplicado

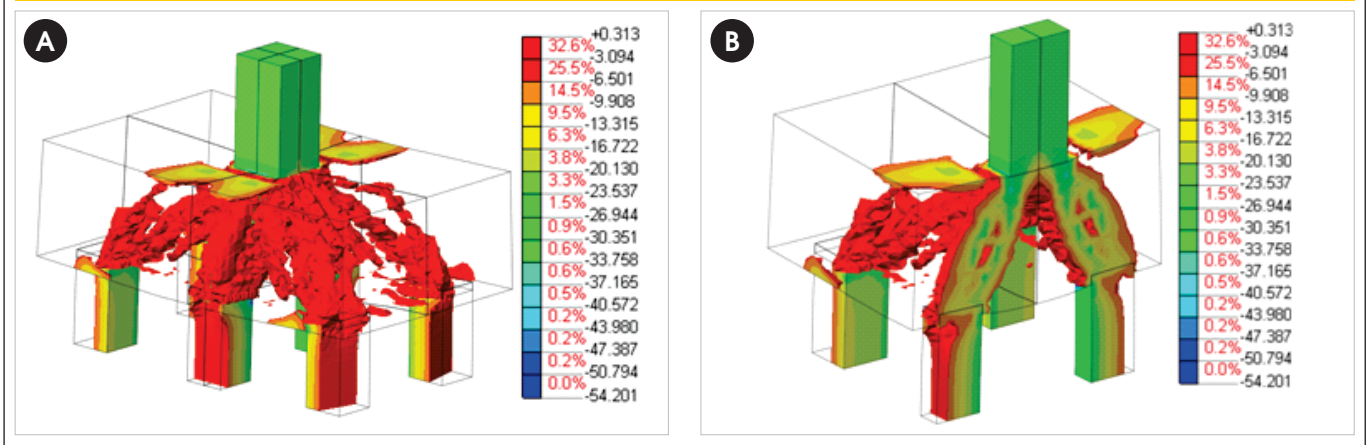


Figura 15 - Fluxo de tensões principais de compressão. Superfície em que atua uma tensão de -6MPa no bloco B-4-30-600: (a) bloco inteiro e (b) corte vertical. Estágio de carregamento com 13,3 mm de deslocamento aplicado

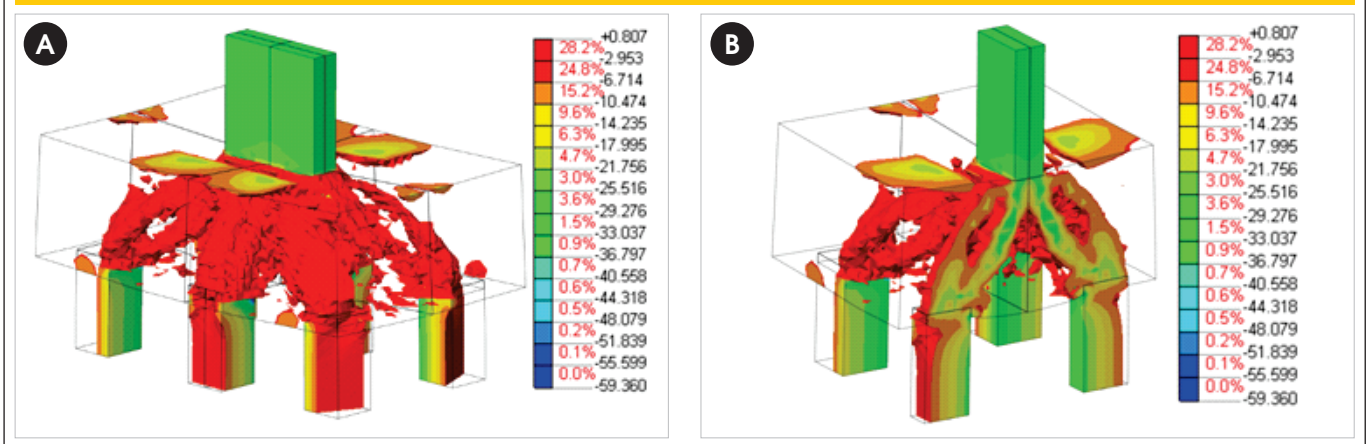


Figura 16 - Fluxo de tensões principais de compressão. Superfície em que atua uma tensão de -6MPa no bloco B-8-30-600: (a) bloco inteiro e (b) corte vertical. Estágio de carregamento com 10,4 mm de deslocamento aplicado

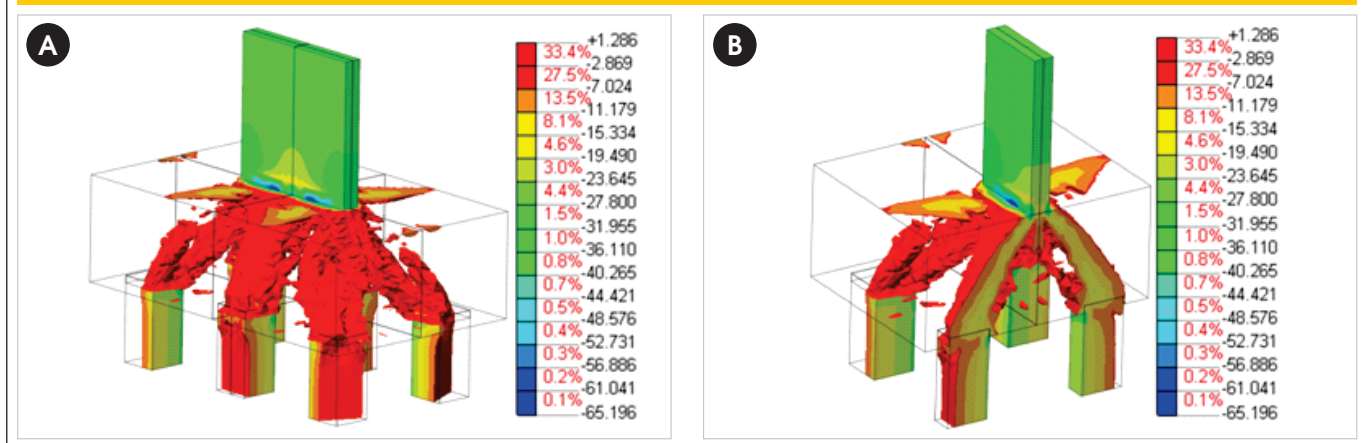


Figura 17 – Gráfico da porcentagem da força total resistida por cada estaca à medida que se aplica o carregamento considerando diferentes resistências para o concreto

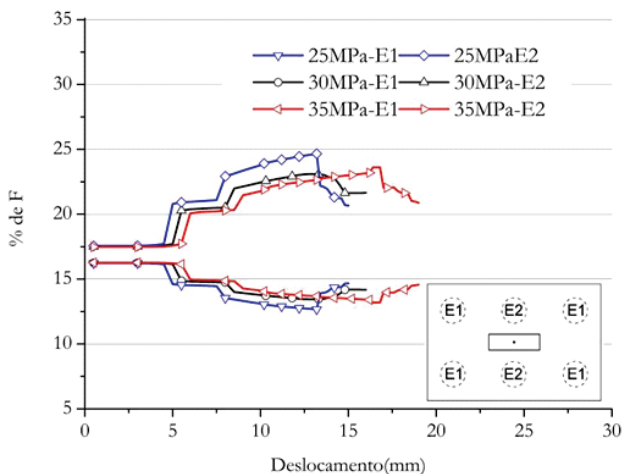
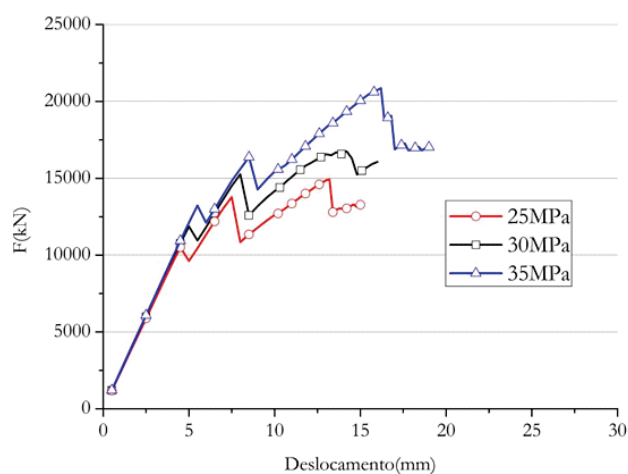


Figura 18 – Gráfico de força versus deslocamento aplicado no topo do pilar considerando bloco com concretos de diferentes resistências



acompanham o formato do pilar, indicando coerência com a hipótese do método de considerar os pontos de origem das bielas nos centros das parcelas da área do pilar referentes a cada estaca. Essa constatação foi feita por meio da comparação da Figura [1] com a Figura [19]. Mostra-se assim a importância de se considerar a real seção do pilar no dimensionamento dos blocos.

Visando à prática de projeto, o método indicou o acréscimo de resistência do bloco com o aumento da altura e aumento da resistência do concreto, apresentando resultados muito próximos aos obtidos pela modelagem em elementos finitos. Além disso, o método se mostrou de fácil aplicação, permitindo determinar o modelo de treliça de acordo com o arranjo das estacas, com a seção do pilar e com a altura do bloco, e se adaptou razoavelmente bem a todas as situações. Um aspecto importante a ser considerado diz

respeito ao limite de aplicação em relação à inclinação das bielas, pois como os blocos não apresentam disposições simétricas das estacas, as bielas vão ter inclinações diferentes, sendo assim, o ideal é que a biela mais abatida tenha inclinação próxima a 40° para que as outras bielas, mais inclinadas, fiquem, se possível, dentro do limite superior de 55°.

Oliveira [14] analisou o comportamento estrutural de bloco de concreto armado sobre cinco e seis estacas e, além de verificar a compatibilidade dos critérios de Andrade [8] para o dimensiona-

Figura 19 – Tensões principais de compressão no bloco B-4-30-600 na seção de contato entre o pilar e o bloco. (MPa)

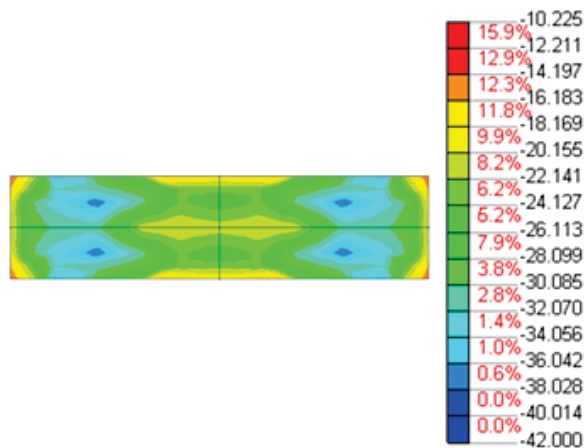


Tabela 4 – Comparação entre modelo numérico e analítico

Bloco	F _{calc} (kN)	F _{num} ¹ (kN)	F _{num} /F _{calc} (kN)
B-4-30-600	16159	16744	1,036
B-4-25-600	13466	14929	1,109
B-4-35-600	18852	20865	1,107
B-4-30-rig	16159	17247	1,067
B-4-30-300	16159	18775	1,162
B-4-30-900	16159	17019	1,053
B-8-30-600	18005	19195	1,066
B-1-30-600	14342	16183	1,128

¹ Força obtida por simulação numérica.

mento de blocos sobre seis estacas, também verificou a compatibilidade com os resultados obtidos por meio de simulação numérica para blocos sobre cinco estacas, considerando pilar de seção transversal retangular, diferentes alturas para os blocos e arranjo irregular para as estacas.

6. Conclusão

Em virtude dos resultados obtidos, foi possível verificar que a deformabilidade do solo de apoio das estacas, representada por molas elásticas, teve influência significativa no comportamento estrutural do tipo de bloco analisado, principalmente no que diz respeito à distribuição das reações das estacas, refletindo também na configuração do fluxo de tensões de compressão e na distribuição das tensões nas barras das armaduras. Essa constatação fornece subsídios para afirmar que a hipótese, comumente adotada para o dimensionamento analítico, de que a distribuição das reações das estacas é uniforme, pode não ser adequada a situações em que o solo de apoio é muito rígido. Sendo assim, o ideal é fazer um estudo de interação solo estrutura para poder concluir se a hipótese de que as reações são uniformes é uma aproximação razoável. Caso contrário, pode-se dimensionar o bloco considerando diferentes valores para as reações das estacas.

De qualquer modo, foi observado que a resistência dos blocos não foi prejudicada de modo significativo por causa da variação da deformabilidade do solo, atribuindo esse fato à capacidade de esses blocos redistribuírem os esforços internos. Além disso, o método analítico utilizado apresentou boa previsão da resistência em todos os casos. Mesmo assim, recomenda-se que se faça uma análise da distribuição das reações das estacas para cada caso específico.

Observou-se também que o aumento da resistência característica do concreto possibilitou o ganho de resistência do bloco. Trata-se, portanto, de hipótese de cálculo coerente com a maioria dos métodos analíticos de dimensionamento de blocos sobre estacas. No entanto, variar a resistência do concreto não alterou a rigidez dos blocos de modo significativo.

Quanto à variação da seção transversal do pilar, constatou-se que a configuração das bielas se modifica conforme ocorre o alongamento da seção transversal. Além disso, verificou-se que considerar o ponto de início das bielas no centro de setores da área do pilar referente a cada estaca foi uma aproximação razoável.

Os critérios indicados por Andrade [8] possibilitaram a previsão da resistência dos blocos com boa aproximação dos resultados obtidos pela simulação numérica. Além disso, observou-se compatibilidade entre o modelo de bielas e tirantes utilizado e a configuração observada para as bielas, bem como a distribuição das tensões de tração nas barras das armaduras principais.

7. Agradecimentos

À CAPES e ao CNPq pelo apoio financeiro e ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, por possibilitarem a realização do trabalho.

8. Referências bibliográficas

[01] BLÉVOT, J. L.; FRÉMY, R. Semelles sur Pieux. Annales de

L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics. v. 20, n. 230, p. 223-295, févr. 1967.

- [02] DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Influência das dimensões da seção transversal do pilar e da excentricidade da força de compressão no comportamento estrutural de blocos sobre duas estacas. IBRACON Structures and Materials Journal. v. 2, n. 4, P. 316-325. dez. 2009.
- [03] MIGUEL, M. G. ; GIONGO, J. S. Análise experimental e numérica de blocos sobre três estacas. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 7, n. 28, p. 1-20. 2005.
- [04] ADEBAR, P.; KUCHMA, D.; COLLINS, M. P. Strut-and-tie models for design of pile caps: an experimental study. ACI Structural Journal, v. 87, n.1, p. 81-92, jan./ feb. 1990.
- [05] RAMOS, F. A. C.; GIONGO, J. S. Análise das reações nas estacas em blocos com pilares submetidos à ação de força centrada e excêntrica considerando a interação solo-estrutura. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 11, n. 50, p. 155-170, 2009.
- [06] COMITÉ EUROPÉEN DU BÉTON. CEB-FIP. Recommendations particulières au calcul et à l'exécution des semelles de fondation. Bulletin D'Information, Paris, v. 4, n.73, p. 27-35. 1970.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro. 2007.
- [08] ANDRADE, J. R. L. Dimensionamento de elementos estruturais de fundações. Departamento de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. SET-EESC-USP. São Carlos. 1989.
- [09] MACHADO, C. P. Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP, São Paulo. 1985.
- [10] DIANA. DIANA Finite Element Analysis. User's Manual Release Notes. Release 9.4.4.TNO DIANA BV, Delft, Netherlands. 2012.
- [11] VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. Compression response of cracker reinforced concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 119, n. 12, p. 3590-3610. 1993.
- [12] COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON. CEB-FIP: Model code 1990. Bulletin D'Information, Paris, n. 203-205. 1993.
- [13] FEENSTRA, P. H.; BORST, R. Aspects of Robust Computational Modeling for Plain and Reinforced Concrete. Heron, v.38, n.04, Delft, Netherlands, p.3-76. 1993.
- [14] OLIVEIRA, D. S. Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2013.

Rheological behavior study of plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete mortars

Avaliação do comportamento reológico na retração plástica e na fissuração de argamassas de concreto auto-adensável



L. S. GIROTTO ^a
girotto3@hotmail.com

M. P. BARBOSA ^b
mbarbosa@dec.feis.unesp.br

G. F. MACIEL ^b
maciel@dec.feis.unesp.br

Abstract

This paper investigated the influence of the amount of superplasticizer and mineral adding - silica fume and basaltic filler - in plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete (SCC) mortars. Initially analysis was performed of the rheological behavior of cement paste and mortars phases of the compositions of SCC. Then the deformations of mortars were measured by the effect of shrinkage and evaluation of cracking. On plastic shrinkage and cracking, the composition with silica fume showed superior results, independent of wind and superplasticizer content, relative to the composition with addition of basalt filler. However, the composition with silica fume showed superior results only in the tests with imposed ventilation at vertical plastic deformation. The rheological behavior affected directly the plastic shrinkage and cracking at early ages, fact confirmed by the analysis of capillary pressures of mortars tested.

Keywords: SCC, mortar rheology, plastic shrinkage, cracking.

Resumo

Este artigo investigou a influência do teor de aditivo superplastificante e da adição mineral - sílica ativa e filler basáltico - na retração plástica e na fissuração de argamassas do concreto auto-adensável (CAA). Numa primeira fase foi realizada a análise do comportamento reológico das fases pasta e argamassa das composições de CAA. Em seguida, foram mensuradas as deformações das argamassas pelo efeito da retração plástica e avaliada sua fissuração. Tanto na retração plástica quanto na fissuração, a composição com adição de sílica ativa apresentou resultados superiores, independente da ação do vento e teor de superplastificante. No entanto, no assentamento plástico, a composição com sílica ativa apresentou resultados superiores somente nos ensaios com ventilação imposta. O comportamento reológico afetou diretamente a retração plástica e fissuração nas primeiras idades, fato confirmado pela análise das pressões capilares das argamassas ensaiadas.

Palavras-chave: CAA, argamassa, reologia, retração plástica, retração.

^a Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.

^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.

1. Introduction

1.1 Justification

The study of factors affecting the shrinkage of self-compacting concrete, such as the amount of fines, the low water/fine (w/f) ratio, the dosage of superplasticizer and the water/cement (w/c) ratio is important in the prevention of pathologies and the preservation of the lifetime of reinforced concrete structures.

The type of shrinkage - plastic, drying or autogenous - is one of the cracking causes in concrete structures, affecting their lifetime, design strength and increasing interference from aggressive agents. Concrete has a very low tensile strength at early ages and cracks may easily appear. The shrinkage is called plastic shrinkage when it occurs still in plastic state in concrete before setting time in the cement starts.

There is little information concerning the study of plastic shrinkage cracking in self-compacting concrete. The main difficulties are caused by the lack of appropriate tests to obtain measurement of shrinkage and cracking due to the low range in which they occur. Some studies in this area, such as Turcry [1] and Vita [2], investigated plastic and autogenous shrinkage on CAA.

This study investigated plastic shrinkage and cracking in CAA's mortar, aiming to investigate the influence of mineral additions (fine) with distinct reactivity and content of superplasticizer in the compositions, which are factors related to the materials composing the CAA and may directly intervene in plastic shrinkage cracking, ie, that occurs in plastic state, before the end of the material setting time.

The study was conducted using two strands: the first was dedicated to the rheological study of paste and mortar phases, trying to verify with the rheology which rheological parameters are involved in determining the dosage of mineral admixture and superplasticizer of paste and mortar of the CAA; the second was a study of shrinkage and cracking of mortar in plastic phase in two different climatic conditions: with and without wind.

1.2 Self-compacting concrete

It is called self-compacting concrete (SCC) the concrete which can fill the mold cavities with flow without segregation and thicken only by the gravity effect without any vibration or compaction.

Both viscosity and cohesion work together in order to prevent the occurrence of mixture segregation. The way concrete flows between the armor is provided by fluidity.

The self-compactability of SCC in fresh state can be characterized essentially by the following functional requirements: filling capacity, resistance to the occurrence of segregation and ability to switch in narrow spaces [3].

The technology applied in the dosage and application of SCC is very widespread due to the constant research on the material. In 2010, the Brazilian standard on the SCC established application criteria, the NBR 15823:2010 [4].

Among the available measurement methods, the Repette-Melo method [5], which was used in this work, stands out.

1.3 Paste and mortar rheology

Rheology is the science of materials which are called complex and can not be classified only as a gas, liquid or solid, aiming

to predict the force required to cause a deformation or flow in a material [6].

The monitoring of shear stress and/or shear rates applied to the material adds an important optic rheological to its characterization, especially when dealing with pastes and mortars.

Mortars are concentrated suspensions composed predominantly of fine aggregates mixed with reactive ones and water with content enough to be implemented in a fluid state. In some cases, inert fine, fibers and chemical additives are also incorporated into the compositions [7].

The concept of workability is employed to adjust the mortar dosage. However, since these materials may show different rheological behavior, it is evident that the development of a methodology in formulating mortars based on microstructural/rheological concepts requires the definition of workability to be converted into measurable rheological quantities [7]. Thus, the characterization and the work ranges of materials would be best defined making reference to the greater reliability of the results obtained reducing the error under the operator.

The rheological characterization techniques have as their basic principle to undergo fluids to efforts or controlled deformations [8]. Rheological methods can be classified as single point tests, which characterize the fluids in a single request condition, and multipoint tests, submitting systems to different requests [9].

Currently for multipoint tests, a rotational rheometer and "Squeeze-flow" techniques are the most suitable in rheological characterization of mortars. [9]

In this work it will be used rotational rheometer for rheological analysis and characterization of mortars.

The rotational rheometer is based on the analysis of viscosity and yield stress according to other variables such as temperature, time, etc.

Mortar in the fluid state is described as heterogeneous biphasic suspensions with large particle size range (particles with 0.1 to 2000 μm range), whose rheological behavior is very complex due to the presence of forces with different natures in the system. [7]

The biphasic nature of the mortar according to Agarwala [10] and Oliveira [11] is a result of the presence of particles in the field of intermolecular forces. Thus, the flow properties of the mortar are governed by the interaction of the set of large grains immersed in the fluid matrix.

The rheological characteristics of the material may influence its desired characteristics from hardening to cool stages. The rheological analysis of the mortar phase of SCC's may explain the parameters that influence shrinkage and cracking.

1.4 Plastic shrinkage and cracking

Shrinkage is the reduction of volume in the case of concrete caused by water loss. There is no single type of retraction and this is the biggest complication. The shrinkage can happen from the first minutes of the material mixing or the structure lifetime [12].

The complexity of the issue is due to the shrinkage types, its causes and consequences, structures which are more susceptible to suffer damage from shrinkage as well as the means to minimize it.

Generally the features that combined make the concrete retract are: geometry of the structure, dosage of the material and climatic conditions.

The concrete shrinks in two distinct moments: first in the plastic state and then in the hardened one.

When concrete is still in the plastic phase, quick drying in the fresh state causes shrinkage when the rate of water loss from the surface by evaporation exceeds the exudation of the water rate available [13]. This shrinkage is called plastic shrinkage as it occurs in the plastic state before the start of the cement setting time.

The original mechanism for the plastic shrinkage to occur includes aspects involving evaporation and mass loss, capillarity, internal temperature, and consolidation of the material, thus being vertical deformations and longitudinal observed on the samples.

The consolidation and evaporation influence the angle of friction among the solid particles of the cementitious material as well as other parameters such as grain size and cement hydration, changing the shrinkage kinetics of the material.

The material internal temperature and the mass loss during shrinkage also influence the kinetics of this phenomenon. In the first case the temperature discontinuity in relation to the outdoor temperature and the temperature of aggregates may lead to a temperature differential that interferes in the shrinkage kinetics.

Another important factor in the analysis of shrinkage longitudinal deformation is the effect of chemical and minerals additives. According to Neville [14], setting retardant additives can result in higher concrete shrinkage in a plastic state.

As the shrinkage may happen due to free water removal of hydration or can be caused by fast drying of the surface due to inadequate protection, which can generate significant pressures on the capillary pores, these tensions among the material molecules may be enhanced by adding materials with very small diameters such as silica fume [15].

According to Holt and Leivo [16] the use of silica is one of the main reasons for shrinkage cracking. Its use is often tied to gain resistance by decreasing the water/cement ratio, causing a shortage of water in cement chemical reactions which consequently generates high capillary pressures.

The crack in the early age is a result of material shrinkage. Neville [14] states the concrete is a fragile material to small perturbations in the early ages, both external and related to physical-chemical reactions of its components and this may cause premature cracking in the material. The author argues higher rates of cement in the mix and a higher water/cement ratio contribute for plastic shrinkage. In addition, when concrete temperature is in a high level compared to external temperature, the evaporation rate increases and plastic shrinkage may occur even though the relative humidity is high.

Soroushian [17] states that plastic shrinkage cracking increases permeable void networks, exposing larger surface areas of concrete to aggressive environmental agents. It is known that the phenomenon of plastic shrinkage cracking is dramatically influenced by exposure of the concrete surface to elements like wind, low relative humidity and increased temperature.

The Brazilian Standard DNIT 061/2004-TER [18] - "plastic shrinkage cracks are shallow cracks with small aperture (less than 0.5 mm) and limited length. Its incidence is usually random and it develops forming an angle of 45° to 60° with the longitudinal axis of the plate." The plastic shrinkage cracking is a pathology more carefully studied and analyzed when it comes to SCC mortar. Because of its composition additives superplasticizers, setting retarders, among others, and the mortar has the embedded finest contents higher than in conventional concrete, just to suit the self-compacting characteristics, the SCC presents factors that lead to greater plastic shrinkage and cracking.

2. Experimental program

2.1 Dosage study

The dosage was based on the Repette-Melo method [5] to produce two lines of self-compacting concrete mortar, one mortar with basaltic filler addition and another with silica fume addition. This method allows a production of pastes and mortars with a rational dosage of their constituents. Thus, the following steps were performed based on the experimental procedure described in the methodology: selection and characterization of material, determination of the w/c ratio, rheological studies of the cement paste and mortar.

The starting point of the Repette-Melo methodology [5] to determine the water/cement ratio is by the association of resistance to compressive strength at 28 days of a conventional concrete composition, obtained by "dosage diagram" proposed by Helene [19] to Portland cement concrete.

The initial strength desired was 40 MPa, it removed the chart of dosage on the 28th day for a composition made with cement CP II E-32 and w/c ratio of 0.44.

2.2 Pastes rheology

The silica fume and filler basaltic optimal proportions incorporated in the mixtures were found through fluidity test with Marsh Funnel and rheometric analysis using R/S Rheometer with coaxial cylinder geometry, controlling stress and therefore ensuring noninterference on paste cohesion and flow properties. Temperature and relative humidity were kept strictly constant at 24 ± 1 °C and $40 \pm 10\%$, respectively.

Silica fume and filler additions were made with percentage increase over the weight of cement adding 2% at each step. However, after the passage of 10%, the increase used for filler addition points was 5% due to high fluidity in the first points of this addition. This procedure was repeated until there was no more flow into the Marsh funnel test.

A mortar and paste mixer with three speeds, a propeller paddle model, elevator bowl, and shift gear transmission was used for the mixtures. After 5, 15 and 30 minutes after the incorporation time of the additive into the mix, conventional rheological tests and tests with Rheometer R/S were performed in order to verify the occurrence of fluidity loss, possible change in the saturation point and curve fitting supplied by the Rheo2000 software to a more appropriate rheological model.

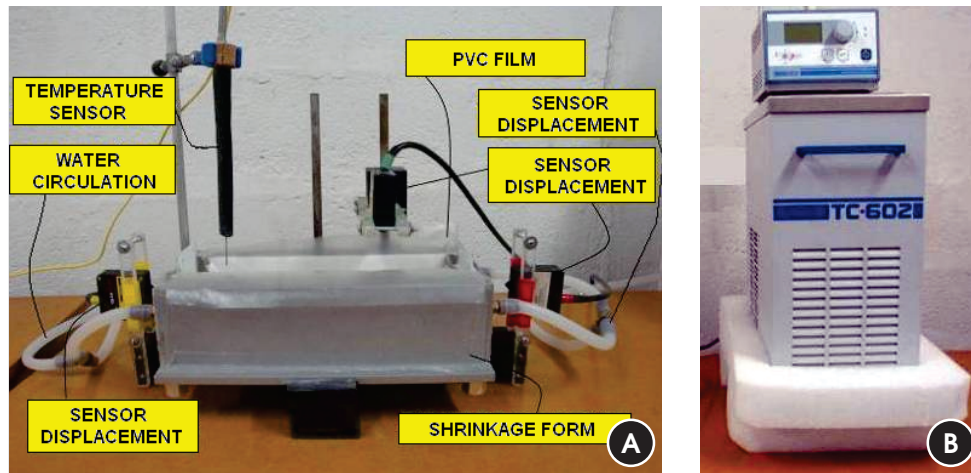
2.3 Mortar rheology

Once defined the paste composition, the second step of the Repette-Melo methodology is the definition of mortar phase. Thus, the content of fine aggregate relative to the total volume of cement and the superplasticizer content were defined.

Mortar mixtures were prepared and the tests with mini-cone of abatement, "V" funnel and rheometer tests were done - using the Vane propeller for every composition which made it possible to obtain the rheological parameters and further adjustment of the curves to a rheological model.

The amount of fine aggregate was altered at 40, 42.5 and 45% in relation to the total volume of mortar in order to determine an optimum point for suitable deformability.

**Figure 1 – Device for measuring deformations of the effect of plastic shrinkage.
(a) Plastic shrinkage form, (b) thermal bath to water temperature control**



The superplasticizer and fine content have been adjusted to conform to the plasticity criteria adopted - Mini-cone abatement (operating range between 200 mm and 280 mm) and flow time "V" Funnel (operating range between 5 and 10 s) [20].

The test environment had the same control and conditions during the procedure of cement paste. The same mixer was used to mix mortar. In order to characterize the phenomenon of plastic shrinkage and cracking based on rheological parameters, it was proposed to study the levels below and above the optimum levels obtained.

2.4 Plastic shrinkage

The horizontal and vertical deformation measurement device was based on the equipment used by Turcry [1].

The mold used for plastic shrinkage tests - Figure 1a - consists of a rectangular steel box with internal dimensions of 7x7x28 cm, perforated at their ends. Internally the mold receives a PVC jacket with a thickness of 0.3 cm and a polyethylene plastic covering 21 x 28 cm. The device has thin PVC plates which are 6.8 cm wide, 7.0 cm high and 0.3 cm thick at both ends. Three laser sensors - 2 mm range, 0.5 m resolution and response frequency ranging from 10 kHz to 15 kHz - make the measurement of transverse and vertical displacement - The metal mold allows water flow - controlled within its walls - with the aid of a heat bath TC-602 with digital control of water temperature (Figure 1b) - $24^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}$.

The overall plastic shrinkage is determined by the sum of vertical displacement (settlement plastic) and horizontal displacement.

The horizontal displacement is measured as soon as the mortar is released in the mold. The side plates adhered to the mold sides moving while the shrinkage occurs. This deformation is captured by the laser sensors sides.

A thin 1x1-cm teflon plate is positioned to determine the vertical offset on the mortar surface. The relative accuracy of deformation is $\pm 0.01 \mu\text{m}$.

The evolution of the mass loss by evaporation is also monitored during the measurement of plastic shrinkage. The test was performed by filling a cylindrical shape with 10 cm diameter by 7 cm

height (Figure 2). The mass loss was accompanied with the reading of the sample weight on a digital scale with 0.01 g precision.

Figure 2 – Device for mass loss

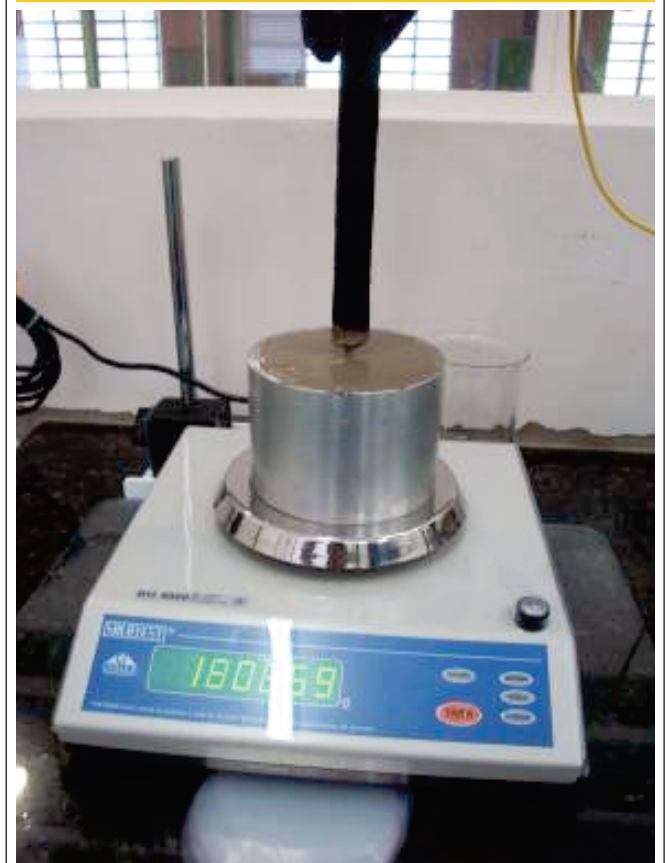
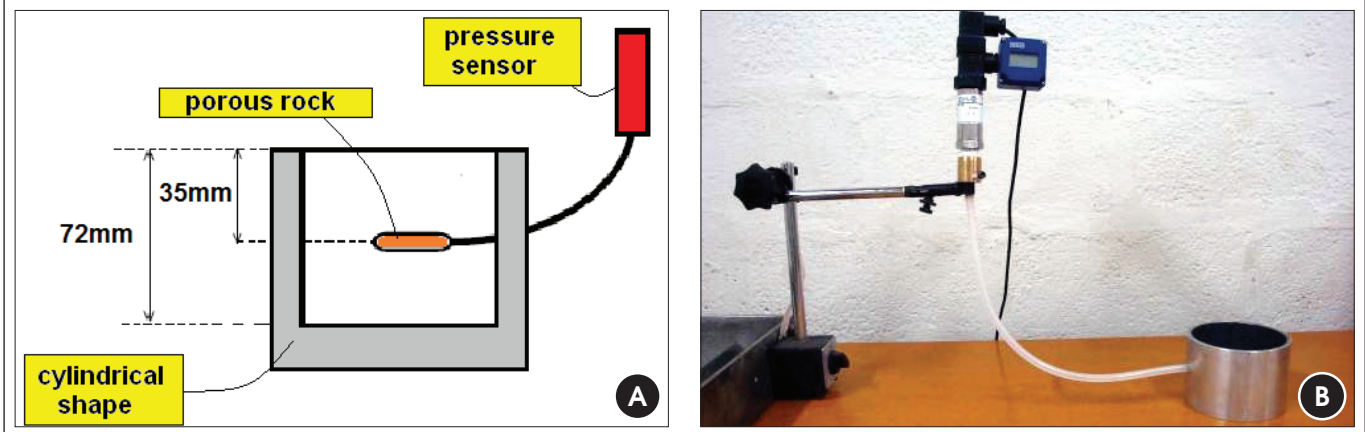


Figure 3 - Device for capillary pressure - (a) Details, (b) Capillary pressure equipment test



The mortar temperature is controlled from a temperature sensor immersed in the samples.

The device shown in Figure 3 was used to measure mortars capillary pressure.

A porous ceramic (Figure 3 (a)) connected to the pressure sensor by a silicone cylindrical tube was placed 35 mm from the sample surface which has the same dimensions as the mass loss test. The connection between the pressure sensor and its connecting pipe and ceramics were filled with water.

The tests began about 20 minutes after addition of water in the mixing process, and the data (plastic shrinkage, plastic settlement, internal temperature and capillary pressure) were recorded by a universal data acquisition module with intervals of 20 seconds, and mass loss with intervals of 2 seconds.

The test was performed during the setting time of samples for plastic shrinkage determination. The device PROCTOR was used

to determine the setting time of the SCC mortars, respecting the Brazilian standard NBR NM 9/2002 [21] concerning the method of penetration resistance.

The tests were conducted in an air-conditioned room with constant control of temperature and relative humidity at $24 \pm 10^\circ \text{C}$ and $40 \pm 10\%$, respectively, in two different situations: with and without wind action on the shrinkage device (wind speed of approximately 5,0 m/s). The test time for the evaluation of plastic shrinkage was determined according to the material setting time.

2.5 Cracking

The equipment used for the evaluation of SCC mortar cracking consists in a metal plate of 20 cm² and 1 cm thick (Figs. 4a, 4b). The bottom plate is symmetrically notched each tooth with 0.5 cm. The teeth favored the stimulus for cracking.

Figure 4 - Plate of mortar cracking - (a) top view, (b) side view



Figure 5 - Images capture equipment for time-lapse edition



The test preparation followed four steps: 1) Production SCC mortar; 2) Launch of the mortar onto the plate; 3) Surface leveling; 4) Framework surface exposed and photo archival of each zone and areas most affected after the material setting time.

The measurement of the total area of the cracks was performed using the Image Tool software.

Besides the measurement of the crack characteristics, recordings were made of the cracking test from the launch time of the mortar until the end of the material setting time.

The filming was edited using the process called "time-lapse". This is a cinematographic process in which each film frame is taken at a much slower rate than that in which the film was played.

The film preparation begins with the fixation of the camera - Nikon D90 - via tripod leveling bubble in two directions (Figures 5a, 5b). Then, the device adjustment is made - Wireless Shutter Boss Timer Remote - Nikon DC-2 Connection - connected to the camera that fires a frame in every time set. The framework of the cracking mold and focus are manually done and then the film from mortar cracking is edited using Windows Movie Maker.

There is no standardization to establish the threshold for shrinkage cracks, corrosion, alkali-aggregate reaction, or any other due to chemical and physical phenomena related to the durability and struc-

ture lifetime, so two types of cracks were assumed: Type 1 - cracks down to 0.25 mm thick and Type 2 - cracks larger than 0.25 mm thick.

3. SCC Composition

3.1 Materials constituents

The fine aggregate used was medium sand from the river bed and the coarse aggregate was a basaltic rock (16mm), both from North-western São Paulo. The sand had a measured density of 2.61 g/cm³, with a characteristic maximum dimension of 4.75 mm and fineness modulus of 2.15 mm, according to ABNT NM 49/2001 [22] and NBR 7211/2009 [23], respectively. The basalt rock showed the density of 2.86 g/cm³, determined according to ABNT NM 53/2009 [24], with a characteristic maximum dimension of 19 mm and fineness modulus of 6.74 mm, according to NBR 7211/2009 [23].

Two types of mineral admixtures have been used in the manufacture of mortars: an inert addition - basalt filler - and silica fume addition arising from the manufacturing process of the metal silico or iron silico, with spherical and smooth microstructure and pozzolanic properties. Tables 1 and 2 show respectively the filler and silica psycho-chemical characteristics.

Tabela 1 - Characterization of basaltic filler

Average dimension	Dimension below which 10% of the particles	Dimension below which 90% of the particles	Material passing the 200 sieve	Density
45 µm	14,4 µm	82 µm	61.03 %	2.86 g/cm ³

Tabela 2 - Physico-chemical characterization of sílica fume

Density	Specific surface	Particle shape	Average diameter	SiO ₂	Humidity	Alkali equivalent of Na ₂ O
2.22 g/cm ³	2.0x104 cm ² /g	Spherical	0.2 µm	min. 85%	max. 3%	max. 0.5%

Tabela 3 – Physico-chemical characterization of CP II E-32

Chemical analysis (%)	Fire loss	Insoluble	SiO ₂	Fe ₂ O ₃	Na ₂ O	Alkali equivalent of Na ₂ O
		4.33	1.63	20.75	2.29	0.26
Physical and mechanical properties	Al ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	K ₂ O	Free lime on CaO
	8.05	57.45	1.89	2.44	0.26	1.69
Physical and mechanical properties	Sieve 200 (% retained)	Sieve 325 (% retained)	Blaine	Density	Absolute density	Beginning of setting (h:min:s)
	4.93	16.8	4031 cm ² /g	1.09 g/cm ³	3.05 g/cm ³	02:43:00
	End of setting (h:min)	Expansion autoclave	Stress (MPa) 3 days	Stress (MPa) 7 days	Stress (MPa) 28 days	w/c
04:06:00	0.032 %	19.4	24.4	32.1	0.48	

The cement used was a CP II E-32. Table 3 shows the results of the cement characterization tests. The additive used was a third generation superplasticizer based on polycarboxylic ether whose technical data are presented in Table 4.

3.2 Dosage

As noted above, the SCC's compositions were developed based on the Repette-Melo methodology [5], the first sample being elaborated with the basaltic filler addition and the second with silica fume addition. Both compositions were developed with equivalent

dosages varying only the amount of mineral admixture for comparison analysis of shrinkage and cracking. Table 5 summarizes the samples ratios mixtures and the compressive strength.

4. Results and discussion

4.1 Study of cement paste

Figures 6a and 6b show results of the Marsh Funnel test flow curve as a function of time vs. the percentage of silica fume and filler addition respectively. Note in these figures a change in slope for each curve determined in relation to the three periods of 5, 15 and 30 minutes, characterizing the loss of fluidity.

Based on the application and material work rate, the behavior of the rheological curves was fitted to a shear rate range between 50 and 150s⁻¹. After analysis, the choice for Bingham rheological model was the best adhered to the results of cement pastes. Thus, the characterization is limited to this shear rate range which may vary according to the application type of the material.

Figures 7 and 8 show the apparent viscosity curves due to the mineral addition levels of the cement pastes. The curves were obtained with the R/S rheometer. The tests show the percentage in-

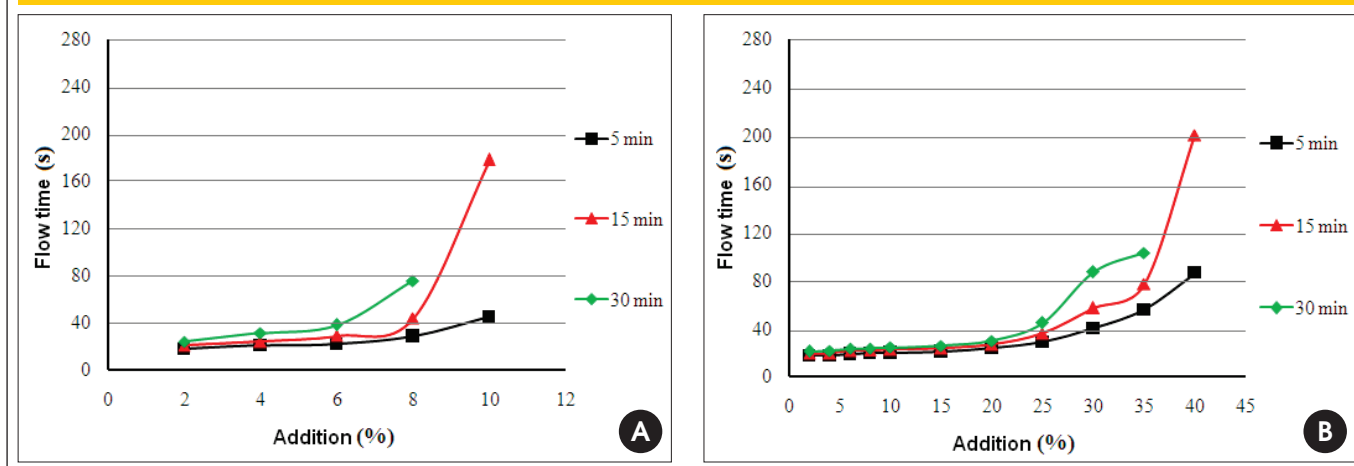
Tabela 4 – Technical data of superplasticizer

Analisis	Specifications	Data
Visual	Líquido Âmbar	-
pH (20°C)	4.40 – 4.90	4.42
Density (g/cm ³)	1.07 – 1.09	1.08

Tabela 5 – Dosage of SCC mortars

Legend	w/c ratio	Cement (kg/m ³)	Silica fume (kg/m ³)	Filer (kg/m ³)	Sand (kg/m ³)	Superplasticizer (l)	fc 28 days (MPa)
SA03	0.44	718.02	43.08	-	1109.16	2.15	48.2
SA05	0.44	716.27	42.98	-	1109.32	3.58	47.8
FB03	0.44	723.46	-	43.41	1109.26	2.17	44.6
FB05	0.44	721.79	-	43.31	1109.21	3.61	43.4

**Figure 6 – Flow time (s) vs. Addition curves to testing over time.
(a) silica fume paste, (b) filer paste. Marsh Funnel Test**



crease of mineral addition. There was an increase of viscosity and shear stress for the two types of mineral admixtures.

Analyses of the rheological behavior for 5, 15 and 30 minutes with filer compositions (Figures 7b, 8b) from 20% addition on diverge, while in the composition with silica fume (Figures 7a, 8a) this divergence happens since the beginning of the incorporation of the active mixture.

A pooled analysis of Marsh Funnel tests (Figure 6) and carried out in a rheometer (Figures 7, 8) enabled the choice for the optimum levels points, which were, respectively, 6% and 15% for silica fume and basaltic filer.

4.2 Study of mortar

The sand content chosen - as elucidated in item 2.3 - was 42.5% for both mineral additions, as well as the superplasticizer content of 0.4%. The fine aggregate incorporation interfered directly in

rheology behavior for both mineral additions. In the case of filer composition, this influence was bigger due to the non-reactive behavior, and the rheological behavior of this mineral admixture governed by the physics molecular characteristic and interaction with the sand particles.

The spreading tests with mini-cone (Figure 9) and flow tests with "V" funnel (Figure 10) for mortars characterization were not sufficient to analyze the compositions. It is imperative to use the rheometer with basaltic filer composition.

The mortar analyses were analogous to the pastes about the use of the same rheological model and the same working range for rheological curves. There was a decrease of yield stress and viscosity of the fluid jointly with an increase of the superplasticizer amount used regardless of the mineral admixture dosage (Figures 11, 12). Thus, the mortar phase results qualify to be used as SCC's mortar ensuring the desired flow properties.

**Figure 7 – Apparent viscosity (Pa.s) vs. Addition curves for testing over time.
(a) silica fume paste, (b) filer paste. R/S Rheometer Test**

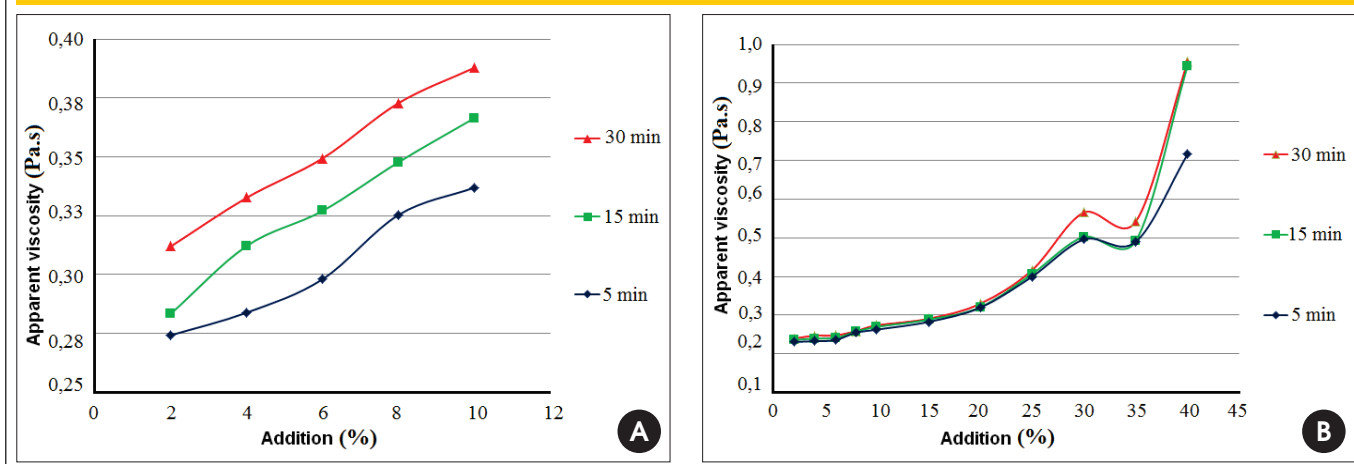


Figure 8 – Shear Stress (Pa) vs. Addition curves for testing over time. (a) silica fume paste, (b) filler paste. R/S Rheometer Test

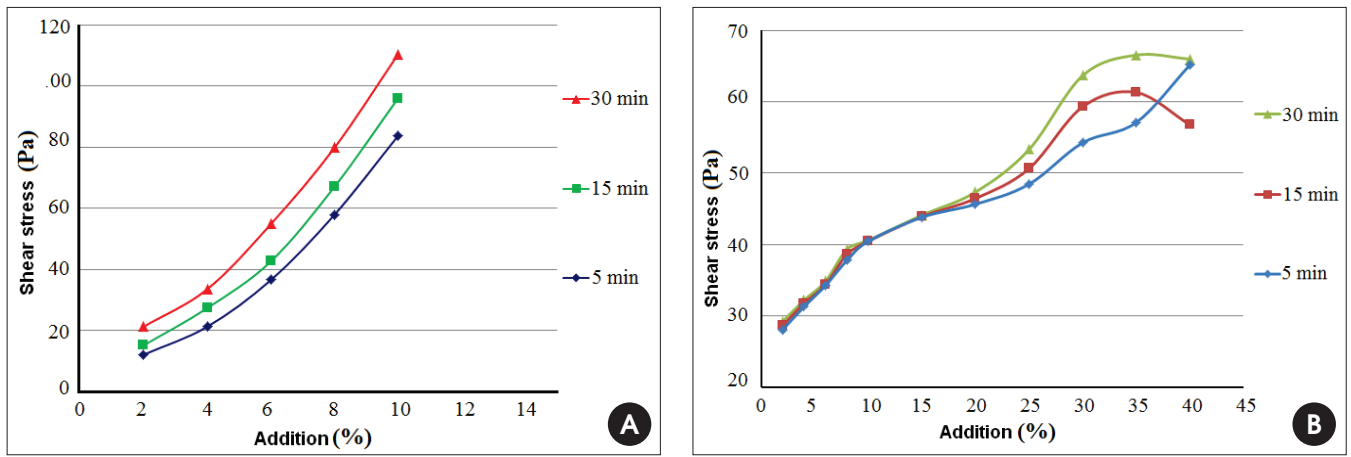


Figure 9 – Scattering (mm) vs. Superplasticizer curves for different levels of sand. (a) silica fume mortar, (b) filler mortar

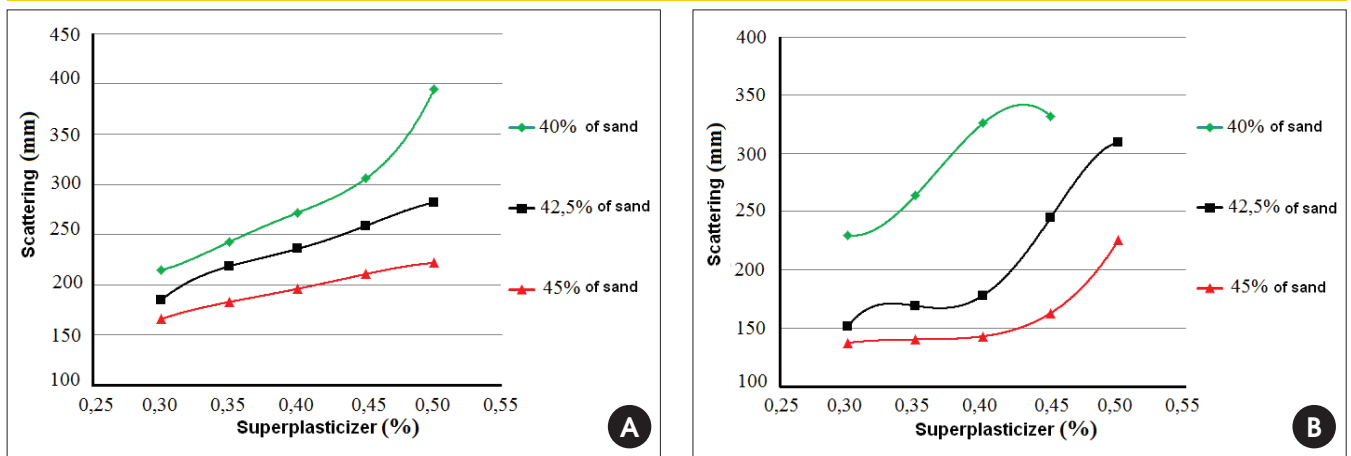


Figure 10 – Flow time (s) vs.% Superplasticizer curves for different levels of sand. (a) silica fume mortar, (b) filler mortar

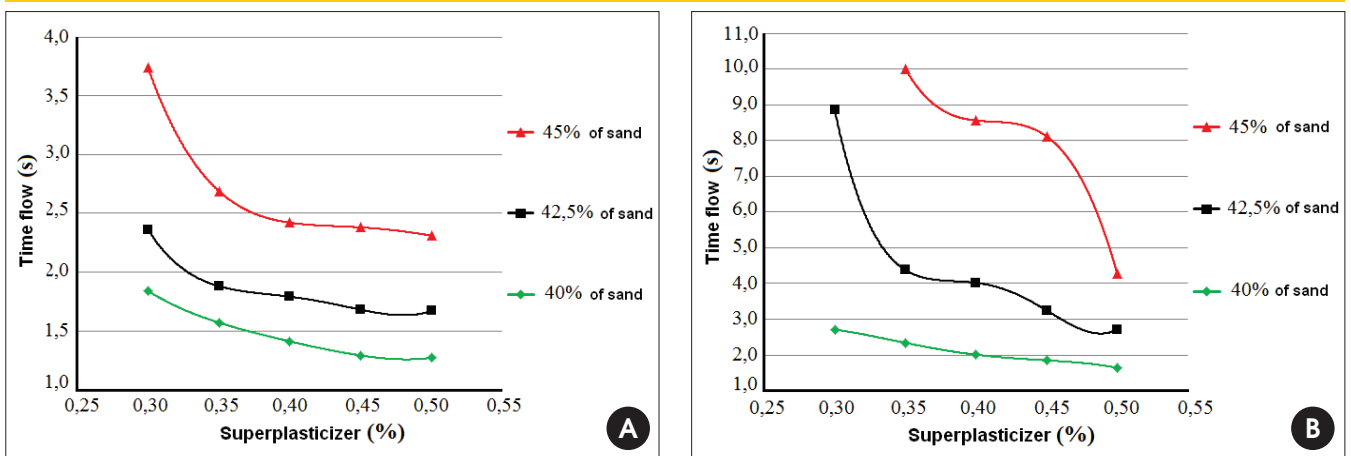


Figure 11 - Shear stress (Pa) vs. Superplasticizer curves for different levels of sand. (a) silica fume mortar, (b) filer mortar

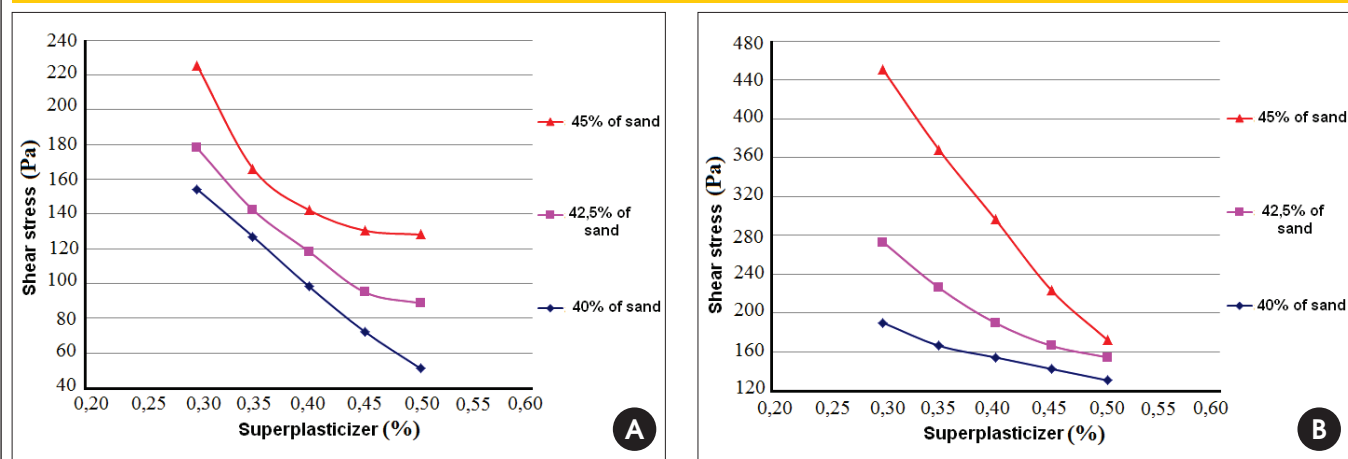
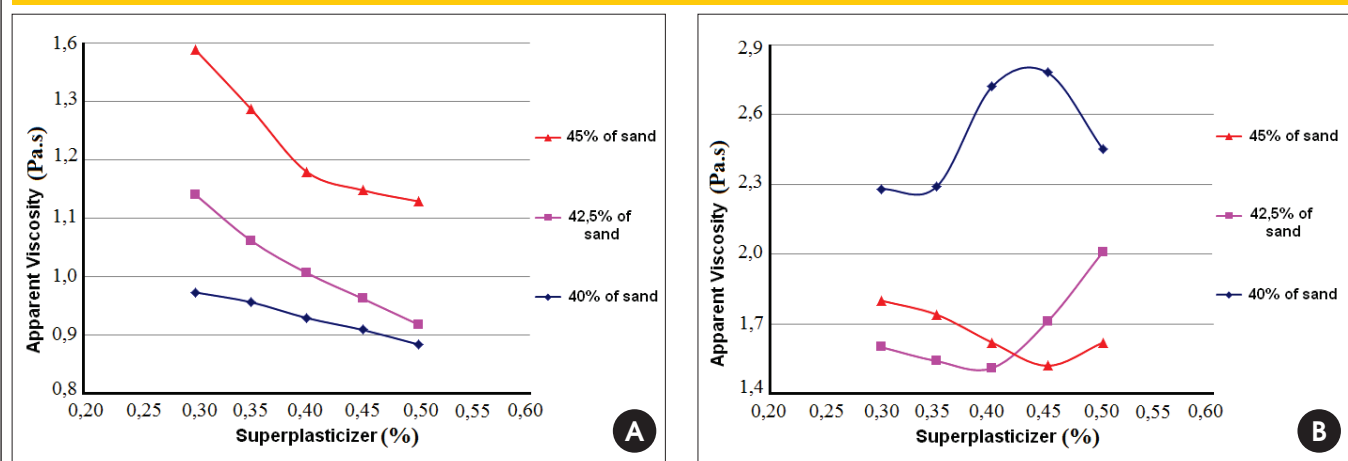


Figure 12 - Apparent Viscosity (Pa.s) vs. Superplasticizer curves for different levels of sand. (a) silica fume mortar, (b) filer mortar



4.3 Study of plastic shrinkage

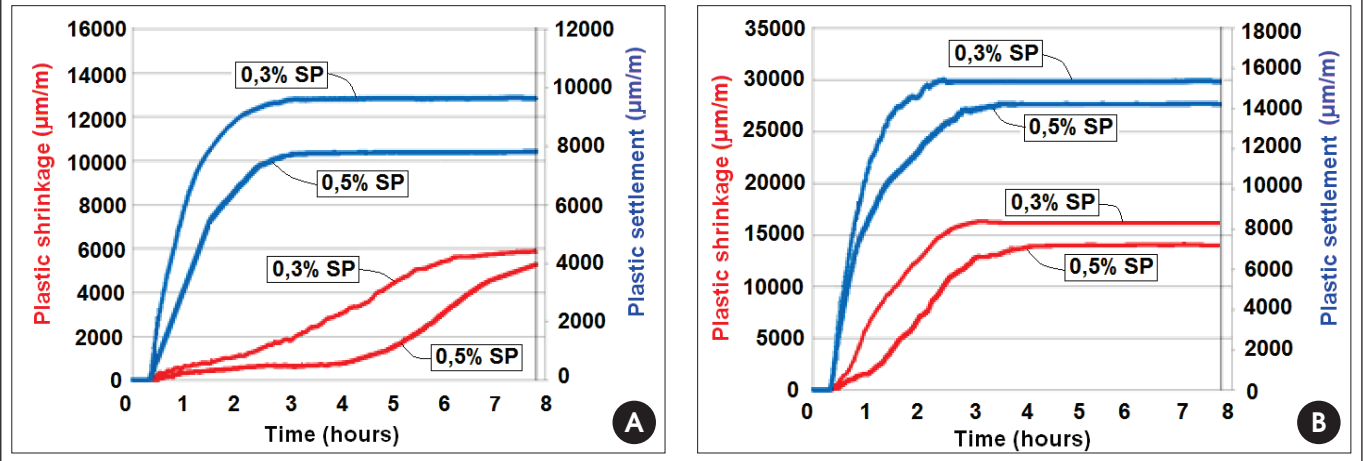
Table 6 shows the setting time results for each SCC's mortar composition. The mortars were prepared with two different superplasticizers levels - 0.3% and 0.5% - in order to analyze the shrinkage influence. The change in additive content - 0.3% and 0.5% - barely alters the start and end of setting times, so a fixed time for the study of plastic shrinkage and cracking was adopted. The tests with and without wind have different amplitude and ki-

netics of deformation curves for settlement and plastic shrinkage. The stabilization of deformation without wind happens later than stabilization of deformations with wind. The stabilization of deformation occurs later as the content is increased from 0.3% to 0.5% in case of superplasticizer content. There was a decrease of plastic shrinkage with an increase of the superplasticizer content and a decrease of shear stress in both compositions. The biggest shear stress was obtained with basalt filler addition, which provided the smallest plastic shrinkage values compared to the silica fume composition.

Tabela 6 - Setting time of SCC Mortars

Mineral addition	Beginning setting time (h:min)	Ending setting time (h:min)
Basaltic filer	05:50	07:15
Silica fume	06:30	07:50

Figure 13 - Plastic shrinkage ($\mu\text{m}/\text{m}$) and Plastic settlement ($\mu\text{m}/\text{m}$) mortars with silica fume for different levels of superplasticizer (SP). a) test without wind; b) test with wind



The mortars with silica fume (Figure 13) confer larger amplitudes of plastic shrinkage in relation to basalt filler composition (Figure 14) independently of the wind influence or the superplasticizer content. However, the wind gave a greater results range for the silica fume composition in relation to plastic settlement.

The plastic shrinkage decreasing while the superplasticizer content increased can be analyzed using results of capillary pressure (Figure 15). These results showed the capillary pressure decreasing as the superplasticizer content increased regardless of the mineral additions utilized and also a higher capillary pressure for the silica fume composition.

Figures 13 and 14 show the plastic settlement behavior similar to the plastic shrinkage behavior, ie, as the superplasticizer content increased, the plastic settlement decreased. The highest shear stresses of the composition were obtained with the addition of basalt filler. This composition showed the highest values of plastic

settlement compared with the silica fume composition in the tests without wind.

There is a significant influence on the plastic settlement analysis with ventilation imposed. While the values were higher for filler composition in tests without wind (Figures 13a, 14a), the opposite occurs in tests with it (Figures 13b, 14b).

4.4 Study of cracking

The fissured area is bigger to the silica fume composition in both cracking tests at early ages - with and without wind - regardless of the superplasticizer content (Table 7).

The composition with basaltic filler shows no type 2 cracks in tests without wind action (Table 8). Moreover, the superplasticizer content increased has an influence on the decrease of cracks.

Figure 14 - Plastic shrinkage ($\mu\text{m}/\text{m}$) and Plastic settlement ($\mu\text{m}/\text{m}$) mortars with filler for different levels of superplasticizer (SP). a) test without wind; b) test with wind

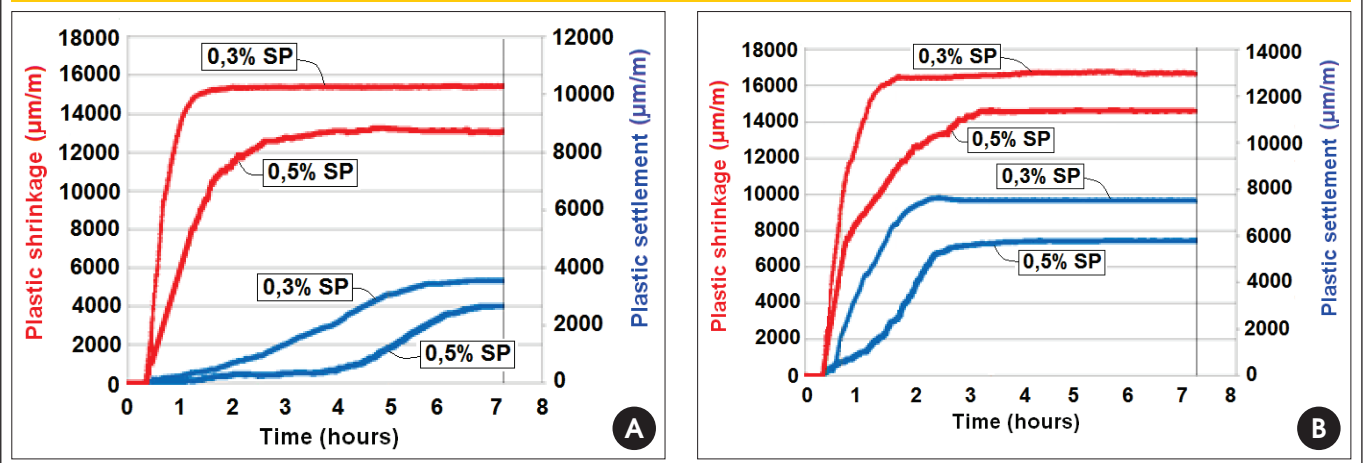
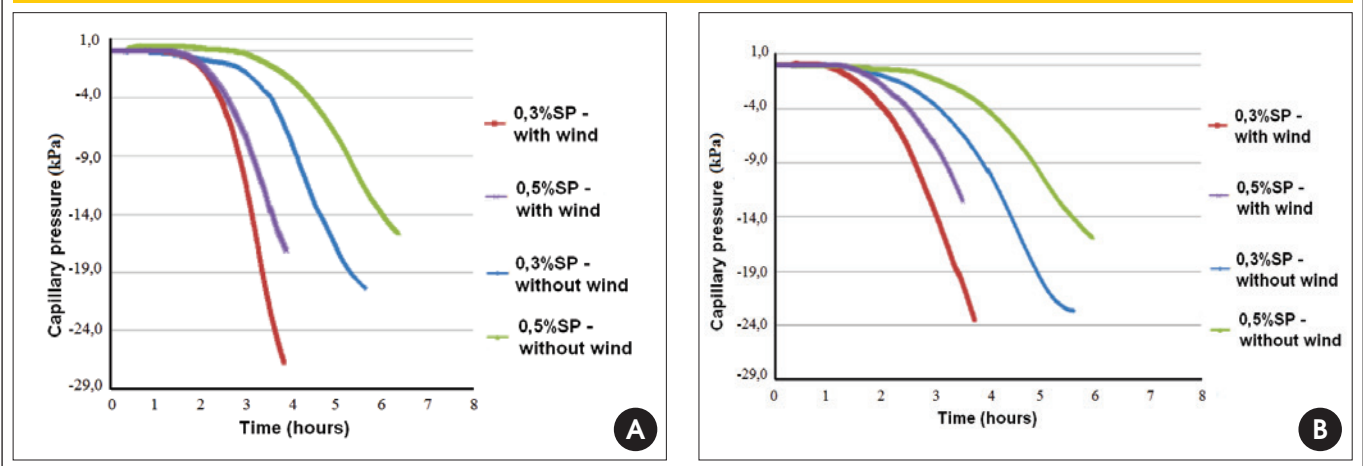


Figure 15 - Comparison between the compositions basaltic filler and silica fume for different levels of superplasticizer and wind action on capillary pressure tests - (a) Basaltic filler; (b) Silica fume



The influence of the wind on the cracking, regardless of the superplasticizer content can be observed in Table 8. The wind action provides increase on the fissured area and thickness of the cracks. The increase of superplasticizer content in tests without the wind action promotes a more effective reduction of cracking in the composition with basaltic filler.

The cracking was shorter with the increase of superplasticizer content. This phenomenon had a greater effect on the composition with basaltic filler regardless of the wind action.

Table 9 lists fissured area, capillary pressure rate and yield stress for each mortar rehearsed.

The cracking is higher for the composition with silica fume, which also has a higher capillary pressure rate and a lower yield stress.

The individual analysis for each mineral addition shows that with the decrease of the yield stress, a decrease of cracking occurs.

5. Conclusion

The mortars with silica fume conferred larger amplitudes of plastic shrinkage compared to the composition with basaltic filler re-

gardless of the influence of the wind action or superplasticizer content.

The wind action conferred greater amplitude of plastic settlement results to compositions with silica fume.

The tests with and without the wind action presented different amplitude and kinetics of deformation curves for plastic settlement and plastic shrinkage. The stabilization of deformation without the wind action happened later than stabilization of deformations in tests with wind.

The stabilization of deformation occurs later in lower superplasticizer content tests.

The superplasticizer content increase dropped shear stress and apparent viscosity of samples inducing the capillary pressure reduction. This behavior may explain the amplitude decrease on the plastic shrinkage and plastic settlement.

It is possible to conclude about the analyses of cracking at early ages that the cracked area is greater for the composition with silica fume in both tests with and without wind, regardless of the superplasticizer content. The wind action increased the cracking of the samples and it was more effective for the composition with basaltic filler.

Tabela 7 - Total area (mm²) and total cracking area/mortar area (%) for each sample

Mineral addition	Wind action	Superplasticizer (%)	Cracking area (mm ²)	Total cracking area/mortar area (%)
Basaltic filler	without	0,3	78,7	0,2
		0,5	43,4	0,11
	with	0,3	220,4	0,55
		0,5	100,2	0,25
Silica fume	without	0,3	209,3	0,52
		0,5	127,5	0,32
	with	0,3	334,9	0,84
		0,5	178,5	0,45

Tabela 8 – Total area (mm²) and total cracking area/mortar area (%) for each sample – cracking types

Mineral addition	Wind action	Superplasticizer (%)	Cracking ratio	Cracking types	
				1	2
Basaltic filer	without	0.30	AF* (mm ²)	78.7	-
			RAF** (%)	0.19	-
	with	0.50	AF (mm ²)	43.4	-
			RAF (%)	0.11	-
		0.30	AF (mm ²)	178.5	41.87
			RAF (%)	0.45	0.1
Silica fume	without	0.30	AF (mm ²)	190.46	18.84
			RAF (%)	0.48	0.05
	with	0.50	AF (mm ²)	123.68	3.83
			RAF (%)	0.31	0.01
		0.30	AF (mm ²)	241.12	93.77
			RAF (%)	0.61	0.23
0.50	AF (mm ²)	162.44	16.07		
	RAF (%)	0.41	0.04		

*AF: Cracking area

The increase of the superplasticizer content produced less cracking and it was more effective for the composition with basaltic filer regardless of the wind action. The fact that the composition with silica fume results are larger than the composition with the basaltic filer - cracking results - can be explained by analyzing the capillary pressure, which was greater for composition with the silica fume and because the flow tensions of composition with silica fume are minor.

There is a clear difference in the results among the great content for SCC mortars. The differences are significant for both mortars with silica fume and basaltic filer.

The results showed the sensitivity of these materials, either by its rheological behavior or by the evaluation of plastic shrinkage and cracking, even when it comes from a study on a domain, specific and controlled conditions.

The results indicate a greater need to use the material rheology as a tool to assist in the quality control of materials preventing the occurrence of future pathologies.

The rheological study of pastes and mortars can help understand SCC plastic shrinkage and cracking.

6. Acknowledgements

We thank the UNESP Civil Engineering Laboratory, Ilha Solteira campus and São Paulo Energy Company - CESP - for availability and assistance. The Holcim Brazil company, which supplied the cement used in the concrete manufacture. The GRACE of Brazil by providing the superplasticizer used in research. FAPESP for the financial support of the research project.

7. Bibliography

- [01] TURCRY, P. Retrait et fissuration des bétons autoplaçants: influence de la formation. 2004. 223f. Tese (doutorado em

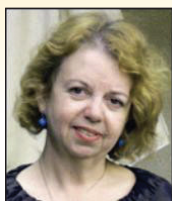
Tabela 9 – Cracking, capillary pressure rate and yield stress for each mortar with basaltic filer and silica fume

Mineral addition	Superplasticizer (%)	Cracking area (mm ²)	Capillary pressure rate (kPa/h)	Yield stress (Pa)
Basaltic filer	0.3	78.7	3.6	275
	0.5	43.4	2.5	155
Silica fume	0.3	209.3	4	178.7
	0.5	127.5	2.6	89

- engenharia civil) - Ecole Centrale de Nantes, Nantes, França, 2004.
- [02] VITA, M. O. Estudo da retração plástica e da fissuração do concreto auto-adensável nas primeiras idades: avaliação da influência dos tipos de adições minerais. Dissertação (Mestrado em engenharia mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2011.
- [03] OKAMURA, H.; OUCHI, M. Self-compacting concrete. *Journal of advanced concrete technology*, 2003. v.1. Number 1. p. 5-15.
- [04] ABNT. Concreto auto-adensável. NBR15823. Rio de Janeiro, 2010.
- [05] MELO, K. A. Contribuição à dosagem de concreto auto-adensável com adição de filler calcário. 2005. 180 f. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- [06] REIS, J. F. A. Determinação de parâmetros reológicos de concretos através do ensaio de abatimento de tronco de cone modificado: estudo de caso. Dissertação (Mestrado em engenharia mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.
- [07] PILEGGI, Rafael G.; CINCOTTO, Maria A.; JOHN, Vanderley M., Conceitos reológicos aplicados no desenvolvimento de argamassas. *Revista de Ciência e Tecnologia de Materiais de Construção Civil* Vol. 3, n. 2, p. 62-76, Novembro 2006.
- [08] STEIN, H.N.. Rheological behavior of suspensions. In: CHEREMISINOFF, N.P. (Ed.) *Encyclopedia of fluid mechanics: slurry flow technology*. Houston: Gulf Publishing, 1986.
- [09] BANFILL, P. F. G. The rheology of fresh mortar – a review. *ANAIS, Florianópolis, VI SBTA*, 2005. p. 73-82.
- [10] AGARWALA, M. K.; PATTERSON, B. R.; CLARCK, P. E. Rheological behavior of powder injection molding model slurries. *Journal of Rheology*, v. 36, n. 2, p. 319-334, 1992.
- [11] OLIVEIRA, I. R. et al. Dispersão e empacotamento de partículas: princípios básicos e aplicações em processamento cerâmico. São Paulo, 2000. 224 p.
- [12] AÏTCIN, P. C. Concreto de alto desempenho. São Paulo: Pini, 2000. 667p.
- [13] PELISSER, F.; NETO, A. B. S. S.; ROVERE, H. L.; PINTO, R. C. A. Effect of the addition of synthetic fibers to concrete thin slabs on plastic shrinkage cracking. *Construction and building materials*, 2010. v. 24. p. 2171-2176.
- [14] NEVILLE, A. M. Propriedades do concreto. São Paulo: Pini, 1997. 828p.
- [15] JENSEN, O. M; HANSEN P.F. Autogenous deformation and change of the relative humidity in silica fume modified cement paste. *ACI Materials Journal*, 1996, v. 93. p. 539-543.
- [16] HOLT, E.; LEIVO, M. E. Cracking risks associated with early age shrinkage. *Cement & Concrete Composites*, Kidlington, v. 26, p. 521-530, 2004.
- [17] SOROUSHIAN, P. MIRZA, F. ALHOZAIMY, A. M. (a) Plastic Shrinkage Cracking of Polypropylene Fiber Reinforced Concrete. *ACI Materials Journal*, V.92, No.5, 1995. p. 553-560.
- [18] DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRA ESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT 061/2004 – TER – Pavimento rígido – Defeitos - Terminologia. Rio de Janeiro: DNIT, 2004.]
- [19] HELENE, P. Dosagem dos concretos de Cimento Portland. In: ISAIA, G. C. (Ed.). *Concreto: ensino, pesquisa e realizações*. São Paulo: IBRACON, 2005. v. 2, p. 439-471.
- [20] GOMES, P. C. C. Optimization and characterization of high-strength self-compacting concrete. 2002. 223 f. Tese (Doutorado em engenharia civil) - Escola Técnica Superior D'Enginyers de Camins, Universitat Politècnica de Catalunya, Catalunya, 2002.
- [21] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 9: concreto e argamassa - determinação dos tempos de pega por meio de resistência à penetração. Rio de Janeiro: ABNT, 2002. 6 p.
- [22] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 49: agregado miúdo - determinação de impurezas orgânicas. Rio de Janeiro: ABNT, 2001. 3 p.
- [23] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 7211: Agregados para concreto - Especificação. Rio de Janeiro: ABNT, 2009. 9p.
- [24] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 53: agregado graúdo - determinação de massa específica e massa aparente. Rio de Janeiro: ABNT, 2009. 8 p.

Rheological behavior study of plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete mortars

Avaliação do comportamento reológico na retração plástica e na fissuração de argamassas de concreto auto-adensável



L. S. GIOTTO ^a
giotto3@hotmail.com

M. P. BARBOSA ^b
mbarbosa@dec.feis.unesp.br

G. F. MACIEL ^b
maciel@dec.feis.unesp.br

Abstract

This paper investigated the influence of the amount of superplasticizer and mineral adding - silica fume and basaltic filler - in plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete (SCC) mortars. Initially analysis was performed of the rheological behavior of cement paste and mortars phases of the compositions of SCC. Then the deformations of mortars were measured by the effect of shrinkage and evaluation of cracking. On plastic shrinkage and cracking, the composition with silica fume showed superior results, independent of wind and superplasticizer content, relative to the composition with addition of basalt filler. However, the composition with silica fume showed superior results only in the tests with imposed ventilation at vertical plastic deformation. The rheological behavior affected directly the plastic shrinkage and cracking at early ages, fact confirmed by the analysis of capillary pressures of mortars tested.

Keywords: SCC, mortar rheology, plastic shrinkage, cracking.

Resumo

Este artigo investigou a influência do teor de aditivo superplastificante e da adição mineral - sílica ativa e filler basáltico - na retração plástica e na fissuração de argamassas do concreto auto-adensável (CAA). Numa primeira fase foi realizada a análise do comportamento reológico das fases pasta e argamassa das composições de CAA. Em seguida, foram mensuradas as deformações das argamassas pelo efeito da retração plástica e avaliada sua fissuração. Tanto na retração plástica quanto na fissuração, a composição com adição de sílica ativa apresentou resultados superiores, independente da ação do vento e teor de superplastificante. No entanto, no assentamento plástico, a composição com sílica ativa apresentou resultados superiores somente nos ensaios com ventilação imposta. O comportamento reológico afetou diretamente a retração plástica e fissuração nas primeiras idades, fato confirmado pela análise das pressões capilares das argamassas ensaiadas.

Palavras-chave: CAA, argamassa, reologia, retração plástica, retração.

^a Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.

^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil.

1. Introdução

1.1 Justificativa

O estudo de fatores que interferem na retração do concreto auto-adensável, tais como a quantidade de materiais finos, a baixa relação água/finos (a/f), a dosagem do aditivo superplastificante e a relação água/cimento (a/c) é importante na prevenção de patologias e na preservação da vida útil de estruturas de concreto armado.

A retração quer seja plástica, por secagem ou autógena, é uma das causas da fissuração de estruturas de concreto, comprometendo sua vida útil, a resistência de projeto e aumentando a interferência de agentes agressivos.

Nas primeiras idades, o concreto apresenta baixíssima resistência à tração, e as fissuras podem facilmente surgir. Por ocorrer no concreto ainda no estado plástico, esta retração é denominada retração plástica, ocorrendo antes do início de pega do cimento.

São poucas as informações a respeito do estudo da retração plástica e sua conseqüente fissuração no concreto auto-adensável. As principais dificuldades estão pontuadas na existência de ensaios apropriados tanto para a obtenção de medidas de retração quanto da fissuração, devido à baixa escala em que ocorrem. Alguns estudos realizados nessa linha, como o de Turcry [1] e o de Vita [2], pesquisaram a retração plástica e autógena do CAA.

Este estudo investigou a retração plástica e a fissuração em argamassas de CAA's, com o objetivo de verificar a influência de adições minerais (finos) de reatividade distintas e do teor de superplastificante nas composições, fatores esses relacionados aos materiais que compõem o CAA e que podem intervir diretamente sobre a fissuração e retração plástica, ou seja, que ocorre no seu estado fresco, antes do fim da pega do material.

O estudo desenvolvido teve duas vertentes: a primeira foi dedicada ao estudo reológico da fase pasta e da fase argamassa, procurando verificar junto à reologia quais são os parâmetros reológicos que intervêm na determinação do teor ótimo das dosagens de adição mineral e de superplastificante na pasta e na argamassa do CAA; a segunda foi o estudo da retração e da fissuração da argamassa propriamente dita, na fase plástica, em duas condições climáticas distintas: com e sem ação do vento.

1.2 Concreto auto-adensável

Entende-se por Concreto Auto-Adensável (CAA) o concreto capaz de preencher os espaços vazios das fôrmas com fluxo sem segregação e adensar-se apenas pelo efeito da gravidade sem qualquer vibração ou compactação.

Tanto a viscosidade como a coesão trabalham juntas com a finalidade de impedir a ocorrência de segregação da mistura. A facilidade com que o concreto flui entre as armaduras é proporcionada pela fluidez.

A auto-compactabilidade do CAA no estado fresco pode ser caracterizada essencialmente pelos seguintes requisitos funcionais: capacidade de preenchimento, resistência à ocorrência de segregação e a capacidade de passar entre espaços estreitos [3].

A tecnologia aplicada na dosagem e na aplicação do CAA é muito difundida devido à constante pesquisa sobre o material. Em 2010, a norma brasileira sobre o CAA, a NBR 15823:2010 [4], estabeleceu critérios em função de sua aplicação.

Entre os métodos de dosagem existentes, destaca-se o método Repette-Melo [5], utilizado neste trabalho.

1.3 Reologia das pastas e argamassas

Reologia é a ciência que estuda materiais ditos complexos e que não podem ser classificados somente como gás, líquido ou sólido, tendo por finalidade prever a força necessária para causar uma dada deformação ou escoamento em um corpo [6].

A monitoração de tensões de cisalhamento e/ou taxas de cisalhamento, aplicadas ao material, agrega à caracterização destes uma óptica reológica importante, principalmente se tratando de pastas e argamassas.

As argamassas são suspensões concentradas predominantemente compostas por agregados miúdos misturados com finos reativos e água em teor suficiente para que as mesmas sejam aplicadas no estado fluido. Em certos casos, finos inertes, aditivos químicos e fibras são ainda incorporados às composições [7].

O conceito de trabalhabilidade é empregado para adequar a dosagem em argamassas. Entretanto, uma vez que esses materiais podem exibir comportamentos reológicos diversos, fica evidente que o desenvolvimento de uma metodologia na formulação de argamassas baseada em conceitos microestruturais/reológicos requer que a definição de trabalhabilidade seja convertida em grandezas reológicas mensuráveis [7]. Desta forma, a caracterização e as faixas de trabalho dos materiais seriam melhor definidas remetendo à maior confiabilidade dos resultados obtidos reduzindo o erro sob o operador.

As técnicas de caracterização reológica têm como princípio básico submeter os fluidos a esforços ou deformações controlados [8].

Os métodos reológicos podem ser classificados como ensaios monoponto, que caracterizam os fluidos em uma única condição de solitação e ensaios multiponto, que submetem os sistemas a diferentes solitações [9].

No cenário atual para ensaios multiponto, destacam-se a reometria rotacional e "Squeezeflow" como técnicas de multiponto mais indicadas na caracterização reológica de argamassas [9].

Neste trabalho será abordado a reometria rotacional por ser esta adotada para análise e caracterização reológica das argamassas estudadas.

A reometria rotacional baseia-se na análise da viscosidade e tensão de escoamento em função de outras variáveis tais como temperatura, tempo, etc.

As argamassas no estado fluido são descritas como suspensões bifásicas heterogêneas com grande extensão granulométrica (partículas na faixa de 0,1 a 2000 μm), cujo comportamento reológico é bastante complexo devido à presença de forças com naturezas distintas no sistema [7].

A natureza bifásica da argamassa segundo Agarwala [10] e Oliveira [11] é resultante da presença de partículas em ambos os domínios de forças intermoleculares. Sendo assim, as propriedades de fluidez da argamassa são regidas pela interação do conjunto de grãos grossos imersos na matriz fluida.

Seguindo essa ótica, as características reológicas do material podem influenciar o comportamento deste desde sua fase fresca até o endurecimento. E a análise reológica da fase argamassa de CAA's podem justificar os parâmetros que influenciam na retração e na fissuração.

1.4 Retração plástica e fissuração

Retração é a redução de volume, no caso do concreto, causada por perda de água. Não existe, na verdade, um único tipo de re-

tração e este é o maior complicador. A retração pode acontecer desde os primeiros minutos de mistura do material ou ao longo da vida da estrutura [12].

A complexidade do tema se deve em função dos tipos de retração existentes, suas respectivas causas e consequências, estruturas mais suscetíveis a sofrerem os danos da retração, além dos meios de minimizá-la.

De maneira geral as características que combinadas levam o concreto a retrair são: geometria da estrutura, dosagem do material e condições climáticas.

Pode-se dizer que o concreto retrai em dois momentos distintos: primeiramente no estado plástico e depois no estado endurecido. Quando o concreto ainda se encontra na fase plástica, a secagem rápida no estado fresco provoca retração quando a taxa de perda de água da superfície, por evaporação, excede a taxa disponível de água de exsudação [13]. Por ocorrer ainda no estado plástico, esta retração é denominada retração plástica, ocorrendo antes do início de pega do cimento.

O mecanismo de origem para ocorrer a retração plástica abrange aspectos que envolvem a evaporação e a consequente perda de massa, capilaridade, temperatura interna e consolidação do material, sendo assim observadas deformações verticais e longitudinais sobre as amostras.

A consolidação e a evaporação influenciam no ângulo de atrito entre as partículas sólidas do material cimentício, assim como, outros parâmetros como o tamanho dos grãos e a hidratação do cimento, alterando a cinética de retração do material.

A temperatura interna do material e a perda de massa durante a retração também influenciam na cinética deste fenômeno. No primeiro caso a descontinuidade de temperatura em relação à temperatura externa e temperatura dos agregados pode ocasionar um diferencial de temperatura que interfere na cinética da retração.

Outro fator importante na análise da deformação longitudinal da retração é o efeito dos aditivos químicos e minerais. Segundo Neville [14], os aditivos retardadores de pega podem resultar em maiores retrações do concreto no estado plástico.

Assim como a retração pode ser devido à remoção da água livre de hidratação ou pode ser causada por uma secagem rápida da superfície devido à proteção inadequada, o que pode gerar pressões significativas sobre os poros capilares, essas tensões entre as moléculas do material podem ser acentuadas pela inclusão de materiais com diâmetros muito pequenos como a sílica ativa [15]. Segundo Holt e Leivo [16] a utilização de sílica é um dos principais motivos da fissuração por retração. Sua utilização é muitas vezes atrelada ao ganho de resistência pela diminuição da relação água/cimento, provocando uma escassez de água nas reações químicas do cimento, que, por conseguinte, gera altas pressões capilares.

A fissuração nas primeiras idades é consequência do processo de retração sobre o material. Neville [14] afirma que nas primeiras idades o concreto o material é frágil a pequenas perturbações, tanto externa quanto referentes às reações físico-químico de seus componentes, que poderá causar fissuração precoce ao material. O autor argumenta que maiores taxas de cimento na mistura e uma maior relação água/cimento ajudam no aparecimento da retração plástica. Além disso, diz que quando a temperatura do concreto encontra-se em um patamar elevado em relação à temperatura ambiente, a taxa de evaporação aumenta, podendo ocorrer a retração plástica mesmo que a umidade relativa do ar seja elevada.

Soroushian [17] afirma que a fissuração por retração plástica aumenta a rede de vazios permeáveis, expondo maiores áreas superficiais dos concretos aos agentes ambientais. Sabe-se que o fenômeno da fissuração por retração plástica é drasticamente influenciado pela exposição da superfície do concreto às intempéries como o vento, a baixa umidade relativa do ar e o aumento da temperatura ambiente.

A Norma DNIT 061/2004 -TER [18] diz que “fissuras de retração plástica são fissuras pouco profundas (superficiais) de pequena abertura (inferior a 0,5 mm) e de comprimento limitado. Sua incidência costuma ser aleatória e elas se desenvolvem formando ângulo de 45° a 60° com o eixo longitudinal da placa.”

A fissuração por retração plástica é uma patologia estudada e analisada com maior atenção quando se trata de argamassas do CAA. Por sua composição vincular aditivos superplastificantes, retardadores de pega, entre outros, e por possuir os teores de finos incorporados maiores do que em concretos convencionais, exatamente para atender as características de auto-adensabilidade, o CAA apresenta fatores que remete a uma maior retração plástica e fissuração.

2. Programa experimental

2.1 Estudo de dosagem

O estudo de dosagem foi baseado no método Repette-Melo [5] para produção de dois traços de argamassa de concreto auto-adensável, sendo um com adição de filer basáltico e outro com adição de sílica ativa. Este método permite uma produção de pastas e argamassas com dosagem racional de seus constituintes. Sendo assim, a partir do procedimento experimental descrito nessa metodologia, as seguintes etapas foram executadas: seleção e caracterização dos materiais, determinação da relação (a/c), estudos reológicos da pasta de cimento e da argamassa.

Para a determinação da relação água/cimento, o ponto de partida da metodologia Repette-Melo [5] é através da associação à resistência à compressão axial aos 28 dias de uma composição de concreto convencional, obtida através do “Diagrama de Dosagem”, proposto por Helene [19] para concretos de cimento Portland.

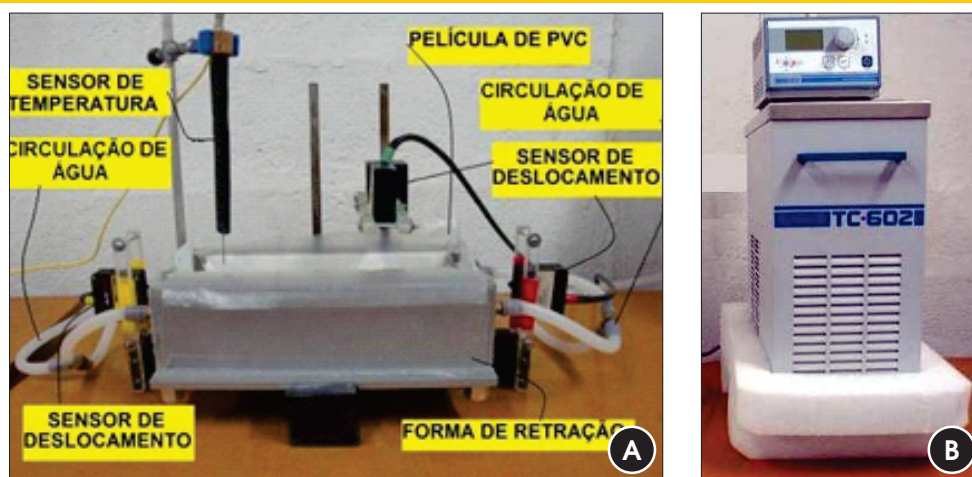
A resistência inicial almejada foi de 40 MPa, retirada do gráfico de dosagem aos 28 dias, para uma composição elaborada com cimento CP II E-32 e uma relação a/c de 0,44.

2.2 Reologia em pastas

As proporções ótimas de sílica ativa e filer basáltico incorporadas nas misturas foram encontradas através de ensaios de fluidez com o Funil Marsh e da análise reométrica utilizando o reômetro R/S de geometria de cilindros coaxiais, controlando tensão e garantindo, dessa maneira, a não interferência desta proporção nas propriedades de fluidez e coesão da pasta. A temperatura e a umidade relativa do ar foram mantidas rigorosamente constantes a 24± 1°C e 40± 10%, respectivamente.

As adições de sílica ativa e filer foram realizadas com acréscimo em porcentagem sobre a massa de cimento, sendo que a porcentagem de adição a cada passo foi de 2%. Entretanto após o passo de 10%, o acréscimo utilizado para os pontos de adição de filer foi de 5%, devido à alta fluidez nos primeiros pontos desta adição.

Figura 1 – Dispositivo de mensuração das deformações pelo efeito da retração plástica. (a) Forma de retração plástica, (b) Banho térmico para controle da temperatura da água



Este procedimento foi repetido até que não existisse mais fluxo no ensaio com funil Marsh.

Foi utilizado um misturador de pastas e argamassa com três velocidades, com uma hélice tipo raquete, elevador de bacia, deslocamento e transmissão de engrenagem.

Após 5, 15 e 30 minutos do instante de incorporação do aditivo na mistura, realizaram-se ensaios reológicos convencionais e no reômetro com o objetivo de se verificar a ocorrência de perda de fluidez, possível alteração no ponto de saturação e ajuste das curvas fornecidas pelo software Rheo2000 a um modelo reológico mais apropriado.

2.3 Reologia em argamassas

Uma vez definida a composição da pasta, a segunda etapa da metodologia Repette-Melo é a definição da fase da argamassa. Assim sendo, foi definido, nesta fase, o teor de agregado miúdo em relação ao volume total de argamassa e o teor de aditivo superplastificante.

Foram elaboradas as misturas das argamassas e realizados os ensaios de espalhamento com mini-cone de abatimento, fluidez com o Funil em V e ensaios no reômetro para o estudo reométrico, utilizando, nesta etapa, a hélice Vane para cada uma das composições, o que permitiu obter os parâmetros reológicos e posterior ajuste das curvas a um modelo reológico.

Variou-se o teor de agregado miúdo em 40, 42,5 e 45% em relação ao volume total de argamassa no intuito de determinar a quantidade ótima em composições com deformabilidade adequada.

O teor de superplastificante e o teor de finos foram ajustados para que as misturas se enquadrassem nos critérios de plasticidade adotados - Mini-cone de Abatimento (faixa de trabalho entre 200 mm e 280 mm) e tempo de escoamento em Funil "V" (faixa de trabalho entre 5 s e 10 s) [20].

O ambiente de ensaio teve o mesmo controle e condições de ensaio do procedimento na fase pasta de cimento. Ademais, utilizou-se a mesma bateadeira para a mistura da argamassa.

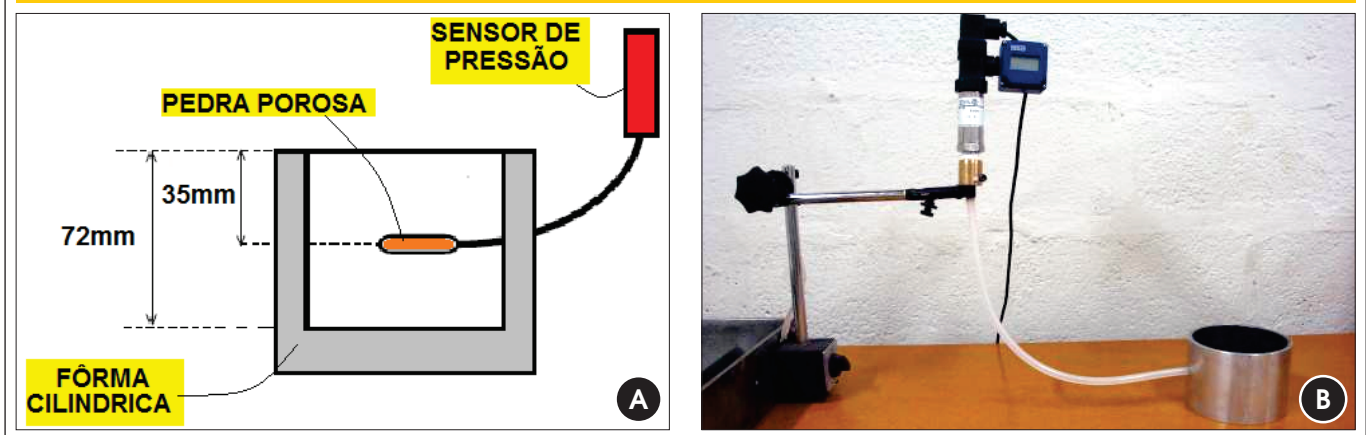
Com o intuito de caracterizar o fenômeno da retração plástica e

da fissuração com base nos parâmetros reológicos, foi proposto o estudo dos teores abaixo e acima dos teores ótimos obtidos.

Figura 2 – Dispositivo de mensuração da perda de massa por evaporação



Figura 3 – Dispositivo de mensuração da pressão capilar
(a) detalhamento, (b) equipamento de ensaio de pressão capilar



2.4 Retração plástica

O dispositivo de mensuração das deformações verticais e horizontais, pelo efeito da retração plástica, foi baseado no equipamento utilizado por Turcry [1].

O molde utilizado para o ensaio de retração plástica, Figura 1a, consiste em uma caixa retangular de aço com dimensões internas de 7x7x28 cm, perfuradas em suas extremidades. Internamente o molde recebe um invólucro de PVC com espessura de 0,3 cm e uma cobertura plástica de polietileno de 21 x 28 cm.

Em suas extremidades possuem finas placas de PVC de 6,8 cm de largura, 7 cm de altura e 0,3 cm de espessura. Três sensores laser - range de 2 mm, resolução de 0,5 μm e frequência de resposta que varia de 10 kHz até 15 kHz fazem a medição do deslocamento transversal e do deslocamento vertical; o molde metálico permite entre suas paredes a circulação de água controlada com

auxílio do banho térmico TC-602 com controle digital da temperatura da água (Figura 1b), de forma que a mesma permaneça em uma temperatura de $24^\circ \pm 1^\circ \text{C}$.

A retração plástica total é dada pela somatória do deslocamento vertical (assentamento plástico) e dos deslocamentos horizontais. O deslocamento horizontal é mensurado assim que lançada a argamassa no molde. As placas laterais aderidas às laterais do molde se deslocam na medida em que ocorre a retração, tal deformação é captada pelos sensores laser laterais.

Para o deslocamento vertical é posicionado uma placa fina quadrada de teflon de 1x1 cm na superfície da argamassa. A precisão relativa de deformações medidas é de $\pm 0,01 \mu\text{m}$.

Durante a medição da retração plástica é também acompanhada a evolução da perda de massa por evaporação. O ensaio foi realizado com o preenchimento de uma forma cilíndrica de 10 cm de diâmetro por 7 cm de altura (Figura 2). A perda de massa foi

Figura 4 – Placa de fissuração de argamassa - (a) vista superior; (b) vista lateral



Figura 5 - Equipamentos de captura de imagens para a edição em time-lapse



acompanhada com a leitura do peso da amostra sobre uma balança digital com precisão de 0,01 g.

A temperatura da amostra de concreto é controlada a partir de um sensor de temperatura imerso no corpo-de-prova.

O dispositivo mostrado esquematicamente na Figura 3 foi utilizado para medir a pressão capilar das argamassas estudadas.

A cerâmica porosa (Figura 3(a)) ligada ao sensor de pressão por meio de tubo cilíndrico de silicone foi colocada a 35 mm da superfície de uma amostra que possui as mesmas dimensões que o ensaio de perda de massa. A conexão entre o sensor de pressão e seu tubo de ligação e a cerâmica foram preenchidos com água. Os ensaios começaram com cerca de 20 minutos após a adição de água no processo de mistura, sendo que os dados (retração plástica, assentamento plástico, temperatura interna e pressão capilar) foram registrados por meio de um módulo de aquisição de dados universal em intervalos de 20 segundos, e a perda de massa em intervalos de 2 segundos.

O ensaio é realizado durante o tempo de pega das amostras para mensuração da retração plástica. Para a determinação do tempo de pega das argamassas de CAA's foi utilizado o aparelho PROCTOR, respeitando a norma brasileira NBR NM 9/2002 [21] sobre o método de resistência à penetração.

Os ensaios foram realizados em sala climatizada com controle constante de temperatura e umidade relativa do ar a $24 \pm 10^\circ\text{C}$ e $40 \pm 10\%$, respectivamente, em duas situações distintas, a saber: com e sem ação do vento sobre o dispositivo de retração (velocidade aproximada do vento de 5,0 m/s). O tempo de ensaio para a avaliação da retração plástica foi determinado em função do tempo de pega do material.

2.5 Fissuração

O equipamento utilizado para avaliação da fissuração das argamassas de CAA consiste numa placa metálica quadrada de 20 cm de lado com 1 cm de espessura (Figuras 4a, 4b). O fundo da placa é dentado simetricamente tendo cada dente 0,5 cm de altura. Os dentes propiciaram o estímulo para a fissuração da argamassa ensaiada.

A preparação do ensaio seguiu as seguintes etapas: 1) Obtenção da argamassa do CAA; 2) Lançamento da argamassa na placa de fissuração; 3) Nivelamento da superfície; 4) Enquadramento da superfície exposta e conseguinte arquivamento fotográfico de cada zona e áreas mais afetadas, após o tempo de pega do material.

Tabela 1 - Valores de caracterização do filer basáltico

Dimensão média	Dimensão abaixo da qual se encontram 10% das partículas	Dimensão abaixo da qual se encontram 90% das partículas	Material passante na peneira 200	Massa específica
45 μm	14,4 μm	82 μm	61,03 %	2,86 g/cm ³

Tabela 2 - Caracterização físico-químico da sílica-ativa

Massa específica	Superfície específica	Formato da partícula	Diâmetro médio	Teor de SiO ₂	Umidade	Equivalente alcalino em Na ₂ O
2,22 g/cm ³	2,0x10 ⁴ cm ² /g	Esférica	0,2 μm	mín. 85%	máx. 3%	máx. 0,5%

Tabela 3 – Caracterização físico-química do cimento CP II E-32

Análise química (%)	Perda ao fogo	Insolúveis	SiO ₂	Fe ₂ O ₃	Na ₂ O	Equiv. alcalino Na ₂ O
	4,33	1,63	20,75	2,29	0,26	0,26
	Al ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	K ₂ O	Cal livre em CaO
8,05	57,45	1,89	2,44	0,26	1,69	

Propriedades físicas e mecânicas	Finura Peneira 200 (% retida)	Finura Peneira 325 (% retida)	Superf. Específica Blaine	Densidade Aparente	Densidade Absoluta	Início de pega (h:min:s)
	4,93	16,8	4031 cm ² /g	1,09 g/cm ³	3,05 g/cm ³	02:43:00
	Fim de pega (h:min)	Expansão autoclave	Tensão (MPa) 3 dias	Tensão (MPa) 7 dias	Tensão (MPa) 28 dias	a/c
04:06:00	0,032 %	19,4	24,4	32,1	0,48	

A aferição da área total das fissuras foi realizada através do programa computacional Image Tool.

Além da aferição das características das fissuras foi realizada a filmagem do tempo total de ensaio de fissuração compreendido entre o tempo do lançamento da argamassa na fôrma de fissuração até o tempo final de pega da mesma.

A filmagem foi editada através do processo denominado "time-lapse". Trata-se de um processo cinematográfico em que cada frame de filme é tomado a uma velocidade muito mais lenta do que aquela em que o filme será reproduzido.

A preparação da filmagem do ensaio de fissuração em argamas-

sas inicia-se com a fixação da máquina fotográfica (Nikon D90) através de tripé com nivelamento bolha em duas direções (Figuras 5a, 5b). Em seguida, é feito o ajuste do dispositivo (Wireless Shutter Boss Timer Remote - Nikon DC-2 Connection) conectado à máquina fotográfica, o qual dispara o frame em cada tempo adotado. Faz-se o enquadramento da fôrma de fissuração e ajuste de foco manualmente e, a seguir, a edição do filme da fissuração das argamassas através do programa Windows Move Maker.

Como não existe normalização que estabeleça o limite para fissuras de retração, corrosão, reação álcali-agregado, ou qualquer outra decorrente de fenômenos químicos e físicos relacionados à durabilidade e vida útil, admitiu-se dois tipos de fissuras: Tipo 1 – fissuras até 0,25 mm de espessura e Tipo 2 – fissuras maiores que 0,25 mm de espessura.

Tabela 4 – Dados técnicos do aditivo

Avaliações	Especificações	Data
Aparência (visual)	Líquido âmbar	-
pH (20°C)	4,40 – 4,90	4,42
Densidade (g/cm ³)	1,07 – 1,09	1,08

3. Composição do CAA

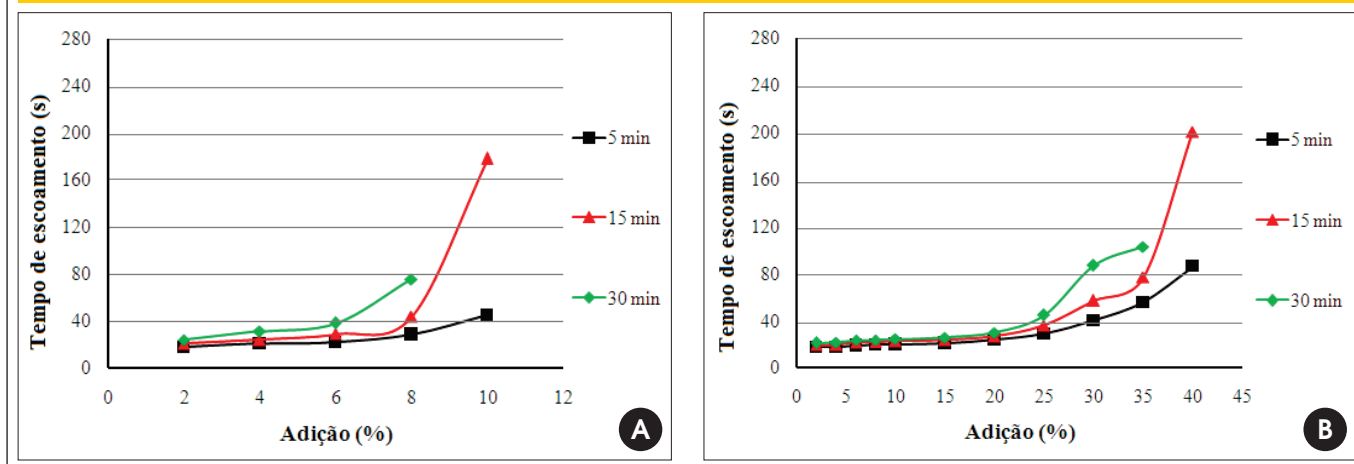
3.1 Materiais constituintes

O agregado miúdo utilizado é uma areia média proveniente de leito de rio e o agregado graúdo é uma brita basáltica de 16 mm, ambos provenientes da região noroeste paulista. A areia teve sua massa específica mensurada em 2,61 g/cm³, com dimensão máxima característica igual a 4,75 mm e módulo de finura 2,15 mm,

Tabela 5 – Composição das argamassas dos CAA's

Designação das argamassas	Relação a/c	Cimento (kg/m ³)	Sílica (kg/m ³)	Filer (kg/m ³)	Areia (kg/m ³)	Teor de aditivo (l)	Fc 28 dias (MPa)
SA03	0,44	718,02	43,08	-	1109,16	2,15	48,2
SA05	0,44	716,27	42,98	-	1109,32	3,58	47,8
FB03	0,44	723,46	-	43,41	1109,26	2,17	44,6
FB05	0,44	721,79	-	43,31	1109,21	3,61	43,4

Figura 6 - Curvas de Tempo de escoamento (s) vs Adição para tempos distintos de ensaio. (a) pasta com adição de sílica ativa, (b) pasta com adição de filer. Ensaio com Funil Marsh



conforme a ABNT NM 49/2001 [22] e NBR 7211/2009 [23], respectivamente. A brita basáltica apresentou a massa específica de 2,86 g/cm³, determinada segundo a ABNT NM 53/2009 [24], com dimensão máxima característica igual a 19 mm e módulo de finura 6,74 mm, conforme a NBR 7211/2009 [23].

Dois tipos de adições minerais foram utilizadas na fabricação dos CAA's, a saber: uma adição inerte do tipo filer basáltico e adição de sílica ativa decorrente do processo de fabricação do sílico metálico ou do ferro sílico, com microestrutura esférica e lisa e com propriedades pozolânicas. As Tabelas 1 e 2 apresentam as características físico-químicas do filer e da sílica, respectivamente.

O cimento utilizado foi o CP II E-32. A Tabela 3 apresenta os resultados dos ensaios de caracterização do cimento. O aditivo utilizado foi o superplastificante de terceira geração à base de éter policarboxílico cujos dados técnicos são apresentados na Tabela 4.

3.2 Composições

Conforme já citado, as composições dos CAA's avaliadas foram desenvolvidas com base na metodologia Repette-Melo [5], sendo a primeira elaborada com adição de filer basáltico e a segunda com adição de sílica ativa. Ambas composições foram desenvolvidas com dosagens equivalentes, variando-se somente o teor de adição mineral para posterior comparação das análises de retração e fissuração. A Tabela 5 resume as proporções das misturas e as resistências à compressão para as mesmas.

4. Resultados e discussões

4.1 Estudo da pasta de cimento

As Figuras 6a e 6b mostram os resultados do ensaio Funil Marsh da curva de escoamento em função do tempo vs porcentagem de

Figura 7 - Curvas de Viscosidade aparente vs Adição para tempos distintos de ensaio. (a) pasta com adição de sílica ativa, (b) pasta com adição de filer. Ensaio com reômetro R/S

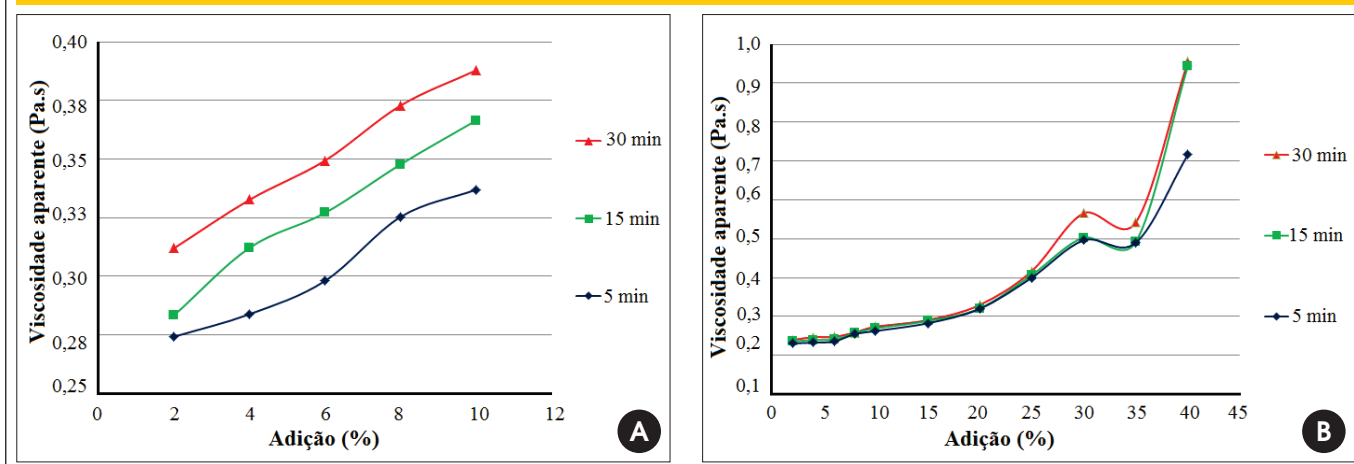


Figure 8 – Shear Stress (Pa) vs. Addition curves for testing over time. (a) silica fume paste, (b) filler paste. R/S Rheometer Test

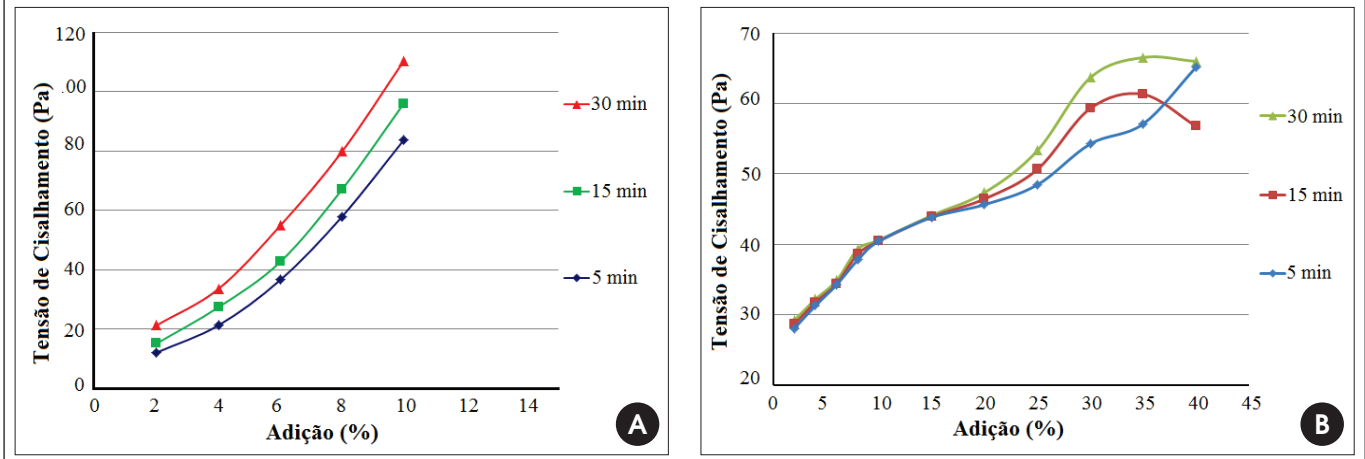


Figura 9 – Curvas de espalhamento vs superplastificante para distintos teores de areia. (a) argamassa com adição de sílica ativa, (b) argamassa com adição de filler

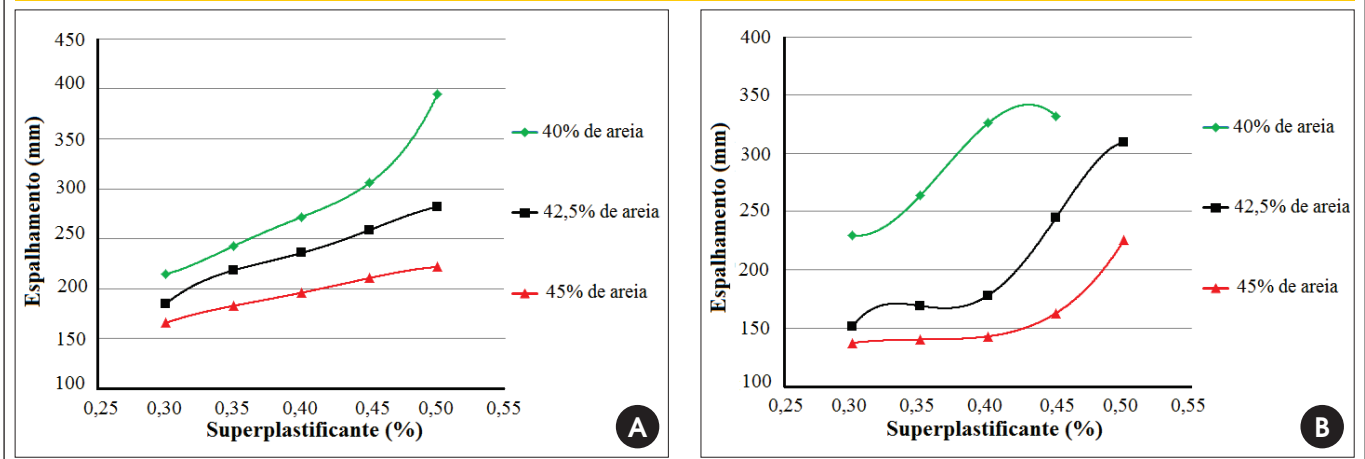


Figura 10 – Curvas de tempo de escoamento vs % superplastificante para distintos teores de areia. (a) argamassa com adição de sílica ativa, (b) argamassa com adição de filler

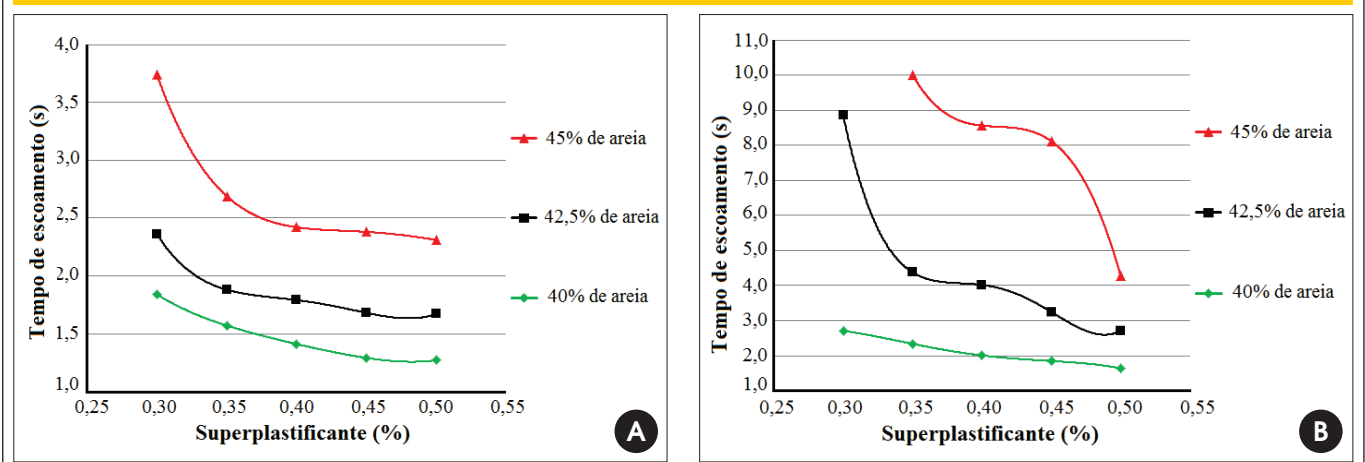


Figura 11 - Curvas de tensão de cisalhamento vs superplastificante para distintos teores de areia. (a) argamassa com adição de sílica ativa, (b) argamassa com adição de filer

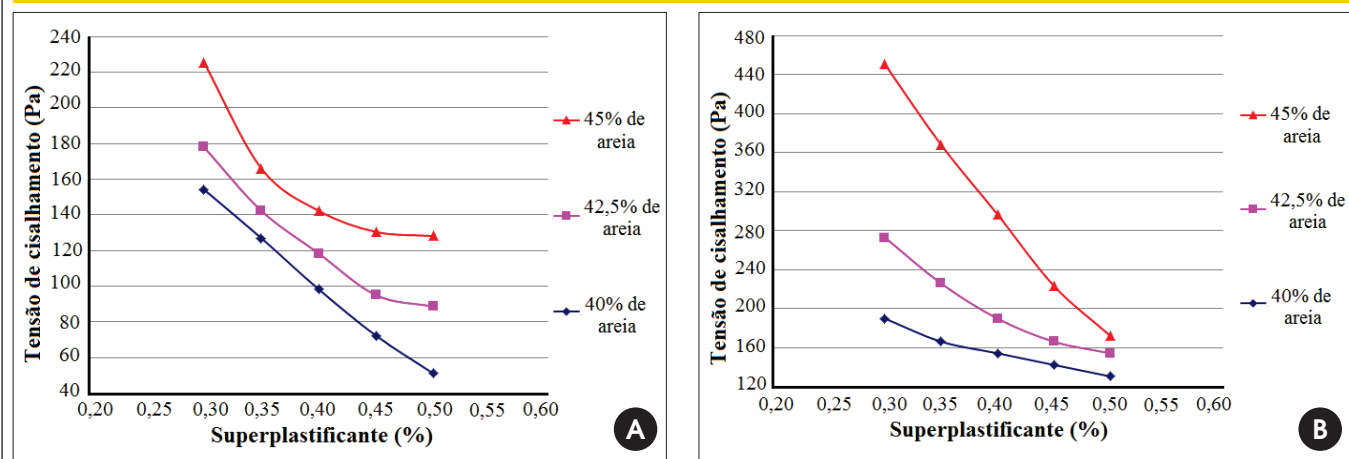
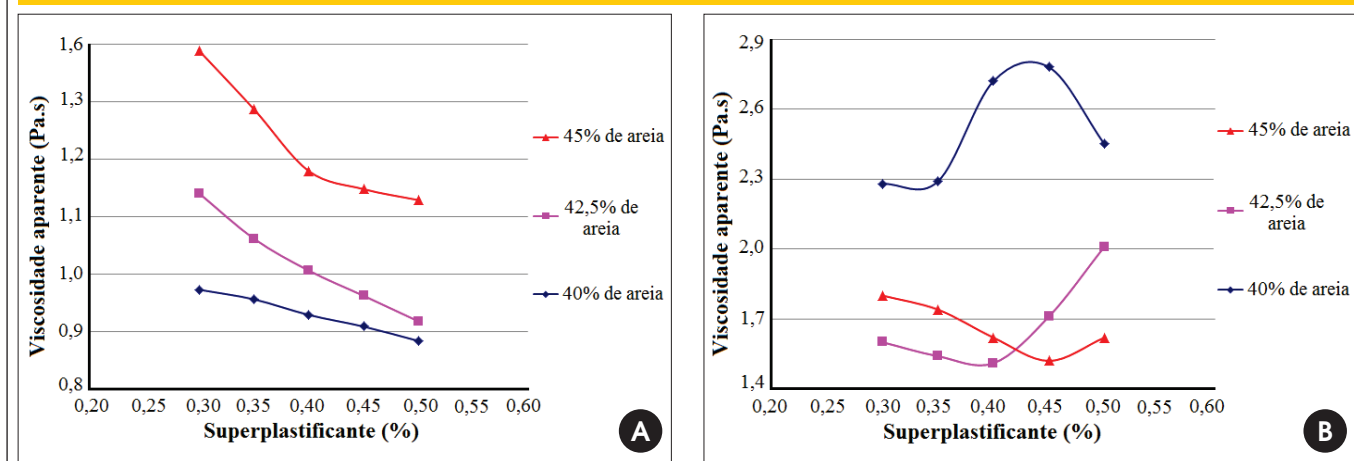


Figura 12 - Curvas de viscosidade aparente vs superplastificante para distintos teores de areia. (a) argamassa com adição de sílica ativa, (b) argamassa com adição de filer



adição para a sílica ativa e para o filer, respectivamente. Nota-se nessas figuras a mudança de inclinação para cada curva determinada em função dos três períodos de tempo de 5, 15 e 30 minutos, caracterizando a perda de fluidez.

Com base na aplicação e taxa de trabalho do material, o comportamento das curvas reológicas foram ajustadas para uma faixa de taxa de deformação variando de 50 a 150s⁻¹. Após análise, a escolha do modelo reológico de Bingham foi o que melhor aderiu aos resultados das pastas de cimento. Assim, a caracterização se restringe a este intervalo de taxa de cisalhamento que pode variar

de acordo com o tipo de aplicação do material.

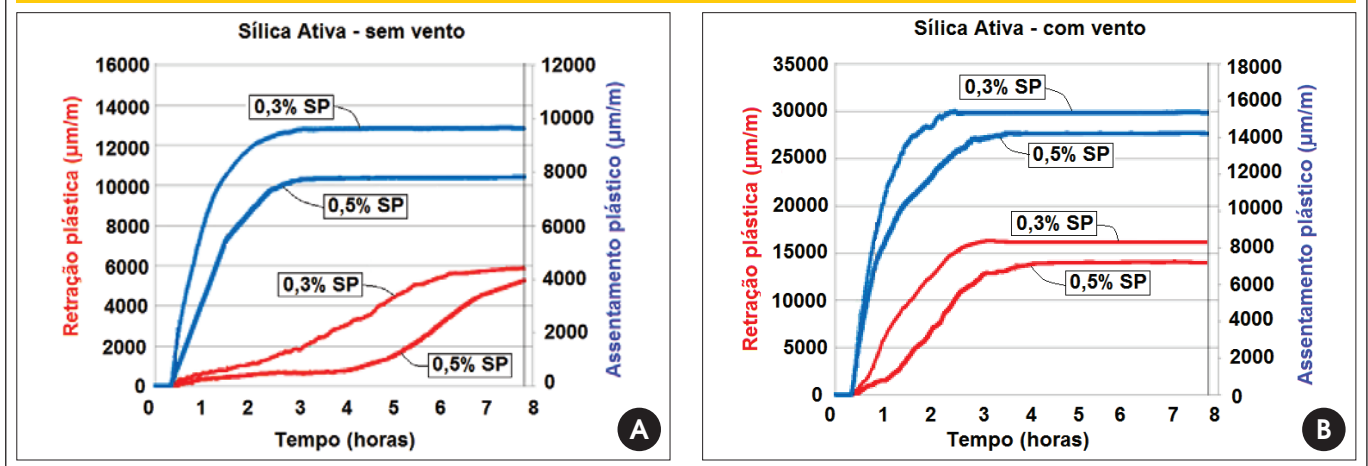
As Figuras 7 e 8 apresentam as curvas de viscosidade aparente em função dos teores de adição de minerais das pastas de cimento, obtidas com o reômetro R/S. Os ensaios mostram que com o aumento da porcentagem de adição mineral, ocorre o aumento da viscosidade aparente e da tensão de cisalhamento para os dois tipos de adições minerais.

Sob o ponto de vista do comportamento reológico para os tempos característicos de 5, 15 e 30 minutos, as composições com filer, Figuras 7b e 8b, a partir de 20% de adição, divergem, enquanto

Tabela 6 - Análise do tempo de início e fim de pega das composições das argamassas de CAA

Adição mineral	Tempo de início de pega (h:min)	Tempo de fim de pega (h:min)
Filer basáltico	05:50	07:15
Sílica ativa	06:30	07:50

Figura 13 - Retração plástica e assentamento plástico das argamassas com adição de sílica ativa para diferentes teores de superplastificante (SP). a) ensaio sem vento e b) ensaio com vento



que na composição com adição de sílica ativa (Figuras 7a, 8a) essa divergência acontece desde o início da incorporação do ativo na mistura.

A análise em conjunto dos ensaios em Funil Marsh (Figura 6) e realizados no reômetro (Figuras 7 e 8) possibilitou a escolha dos pontos de teores ótimos, que foram, respectivamente, de 6% e 15% para sílica ativa e filer basáltico.

4.2 Estudo da argamassa

O ponto de teor de areia escolhido, conforme elucidado no item 2.3, foi de 42,5% para ambas as adições minerais, assim como o teor de 0,4% de superplastificante. A incorporação do agregado miúdo interferiu diretamente no comportamento reológico para ambas as adições minerais. No caso da composição com filer, esta influência é maior devido ao comportamento não reativo quimicamente da adi-

ção, sendo seu comportamento reológico regido pela sua característica física molecular e interação com as partículas de areia.

Os ensaios de espalhamento com mini-cone de abatimento (Figura 9) e fluidez com o Funil em V (Figura 10) para caracterização das argamassas não foram suficientes para análise das composições, sendo imprescindível a utilização da reometria, principalmente para a composição com adição de filer basáltico.

A análise da argamassa foi análoga à da pasta, no que se diz a respeito à adoção do mesmo modelo reológico e da mesma faixa de trabalho para as curvas reológicas. Constatou-se a queda da tensão de escoamento e viscosidade dos fluidos com o aumento do teor de superplastificante independentemente da adição mineral utilizada na dosagem (Figuras 11 e 12).

Assim, os resultados da fase argamassa qualificam-na para ser utilizada como argamassa para produção de CAA, garantindo-lhe as propriedades de fluidez desejadas.

Figura 14 - Retração plástica e assentamento plástico das argamassas com adição de filer para diferentes teores de superplastificante (SP) - a) ensaio sem vento e b) ensaio com vento

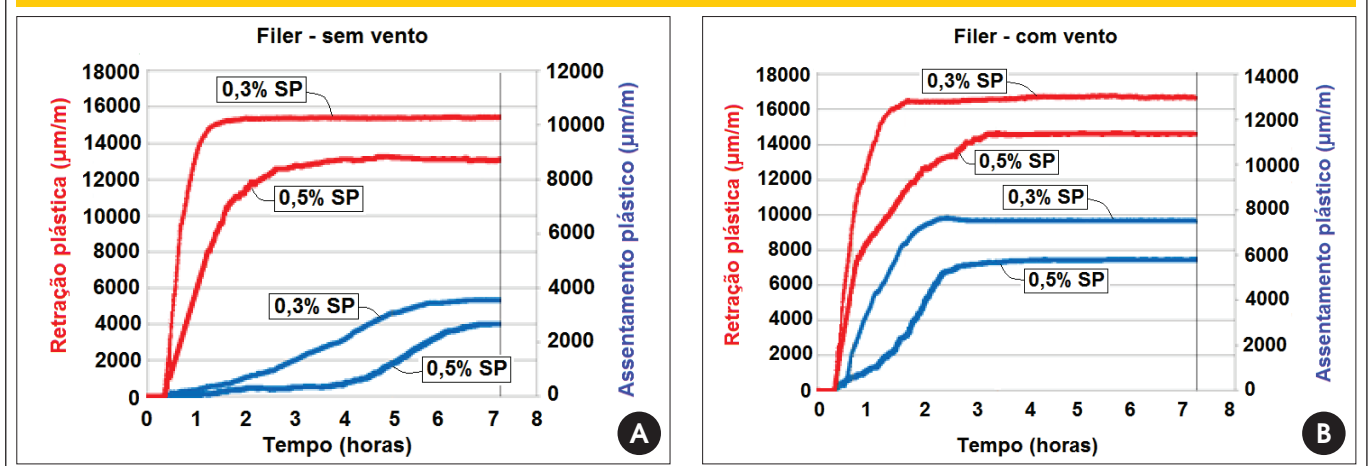
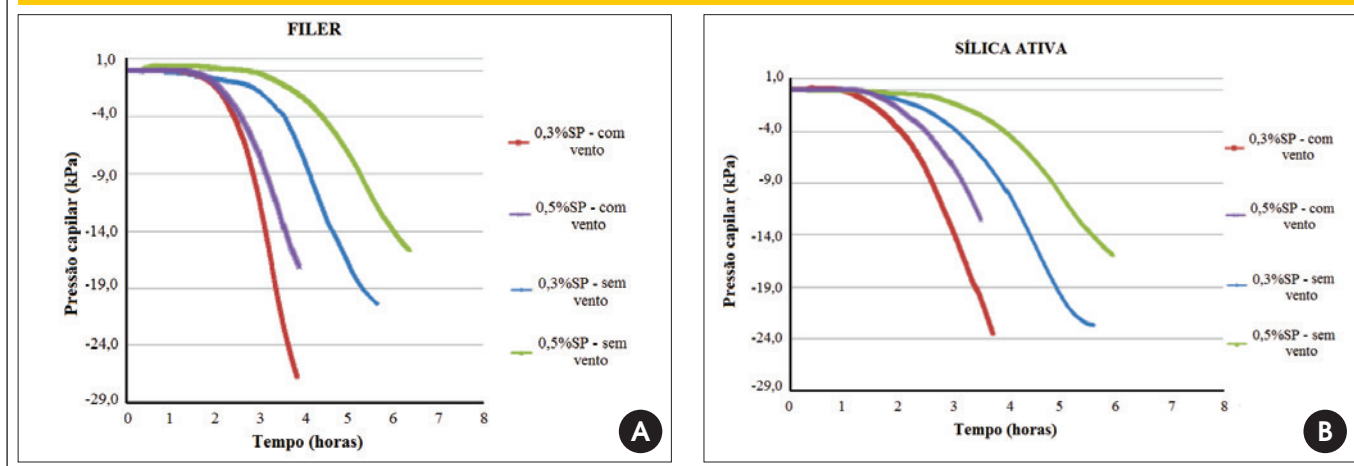


Figura 15 – Comparação entre as composições com filer basáltico e sílica ativa para diferentes teores de superplastificante e ventilação imposta nos ensaios de pressão capilar – (a) filer basáltico e (b) sílica ativa



4.3 Estudo da retração plástica

A Tabela 6 apresenta os resultados dos tempos de pega para cada composição de argamassa de CAA's.

As argamassas foram elaboradas com dois teores distintos de superplastificantes, 0,3% e 0,5%, com o intuito de analisar sua influência na retração das misturas.

A variação de teor de aditivo, 0,3% e 0,5%, pouco alterou os tempos de início e fim de pega das misturas, levando a se adotar um tempo fixo para o estudo da retração plástica e da fissuração.

Os ensaios com e sem ação do vento apresentam amplitude e cinética das curvas de deformação diferentes para o assentamento e retração plástica. A estabilização da deformação sem ação do vento acontece mais tardiamente que a estabilização das deformações nos ensaios com vento. Em relação ao teor de aditivo superplastificante, a estabilização da deformação acontece mais tardiamente conforme se aumenta o teor de 0,3% para 0,5%.

Verificou-se uma diminuição da retração plástica com o aumento do teor de superplastificante e conseqüente queda da tensão de cisalhamento em ambas as composições, sendo que, as maiores tensões de cisalhamento foram obtidas na composição com adição

de filer basáltico, a qual propiciou os menores valores de retração plástica em comparação com a composição com sílica ativa.

As argamassas com adição de sílica ativa (Figura 13) conferem amplitudes de retração plástica maiores em relação à composição com adição de filer basáltico (Figura 14) independente da influência da ação do vento ou do teor de superplastificante. Entretanto, para o assentamento plástico, a ação do vento conferiu uma maior amplitude dos resultados obtidos para a composição com adição de sílica ativa.

A diminuição da retração plástica com o aumento do teor de superplastificante pode ser analisada observando os resultados de pressão capilar das composições (Figura 15). Estes mostraram uma diminuição da pressão capilar com o aumento do teor de superplastificante independente da adição mineral utilizada. E também, uma maior pressão capilar para a composição com sílica ativa.

Nas Figuras 13 e 14, para o assentamento plástico, observa-se o mesmo comportamento anteriormente obtido para retração plástica, ou seja, com o aumento do teor de superplastificante houve uma diminuição do assentamento plástico. As maiores tensões de cisalhamento foram obtidas da composição com adição de filer basáltico, sendo esta a que propiciou os maiores valores de assenta-

Tabela 7 – Área total (mm²) e área total de fissura/área da argamassa (%) com os teores de superplastificante e ação do vento das composições com filer basáltico e sílica ativa

Adição mineral	Ação do vento	Teor de superplastificante (%)	Área fissurada (mm ²)	Área total de fissura/área da argamassa (%)
Filer basáltico	sem vento	0,3	78,7	0,2
		0,5	43,4	0,11
	com vento	0,3	220,4	0,55
		0,5	100,2	0,25
Sílica ativa	sem vento	0,3	209,3	0,52
		0,5	127,5	0,32
	com vento	0,3	334,9	0,84
		0,5	178,5	0,45

Tabela 8 – Área total (mm²) e área total de fissura/área da argamassa (%) com os teores de superplastificante e ação do vento das composições com filer basáltico e sílica ativa divididos por tipos de fissuração

Adição mineral	Ação do vento	Superplastificante (%)	Relação de fissuração	Tipo de fissuração	
				1	2
Filer basáltico	sem vento	0,30	AF* (mm ²)	78,7	-
			RAF** (%)	0,19	-
	com vento	0,50	AF (mm ²)	43,4	-
			RAF (%)	0,11	-
		0,30	AF (mm ²)	178,5	41,87
			RAF (%)	0,45	0,1
Sílica ativa	sem vento	0,50	AF (mm ²)	93,19	7,01
			RAF (%)	0,23	0,02
	com vento	0,30	AF (mm ²)	190,46	18,84
			RAF (%)	0,48	0,05
		0,50	AF (mm ²)	123,68	3,83
			RAF (%)	0,31	0,01
com vento	0,30	AF (mm ²)	241,12	93,77	
		RAF (%)	0,61	0,23	
	0,50	AF (mm ²)	162,44	16,07	
		RAF (%)	0,41	0,04	

*AF: Área fissurada | **RAF: relação entre Área fissurada/Área da argamassa

mento plástico em comparação com a composição com adição de sílica ativa nos ensaios sem ventilação.

A ventilação imposta foi forte condicionante na análise do assentamento plástico. Enquanto os valores se mostraram maiores para a composição com filer nos ensaios sem vento (Figuras 13a, 14a), ocorre o oposto nos ensaios com vento, ou seja, os maiores valores são notados para composição com sílica ativa (Figuras 13b, 14b).

4.4 Estudo da fissuração

Da análise sobre a fissuração nas primeiras idades observa-se que a área fissurada é maior para a composição com adição de sílica ativa em ambos os ensaios, com e sem ação do vento, independentemente do teor de superplastificante (Tabela 7).

Para a composição com adição de filer nota-se ausência de fissuras do Tipo 2 nos ensaios sem vento (Tabela 8). Além disso, há uma mudança do quadro de fissuração com o aumento de teor de superplastificante. A influência da ação do vento sobre a fissura-

ção, independente do teor do aditivo superplastificante da argamassa pode ser comprovada na Tabela 8. Além do aumento da área fissurada, a ação do vento proporciona o aumento da espessura das mesmas, tendo sido mais intensiva para a composição com adição de filer basáltico.

Nota-se nos ensaios sem vento que o aumento do teor de superplastificante sobre as composições revelaram uma diminuição mais efetiva da fissuração para a composição com filer, quando analisamos a relação de fissuração total sobre a área da argamassa ensaiada.

A fissuração foi menor com o aumento do teor de superplastificante. Este fenômeno teve maior efeito para a composição com adição de filer basáltico independentemente do tipo de ação do vento.

A Tabela 9 relaciona para cada argamassa ensaiada, sua área fissurada, taxa de pressão capilar e a tensão de escoamento obtida. Nota-se que a fissuração é maior para a composição com adição de sílica ativa, que também apresenta maior taxa de pressão capilar e menores valores de tensão de escoamento.

Tabela 9 – Fissuração, taxa de pressão capilar e tensão de escoamento para argamassas com adição mineral de filer basáltico e sílica ativa

Adição mineral	Teor de superplastificante (%)	Área fissurada (mm ²)	Taxa de pressão capilar (kpa/h)	Tensão de escoamento (pa)
Filer basáltico	0,3	78,7	3,6	275
	0,5	43,4	2,5	155
Sílica ativa	0,3	209,3	4	178,7
	0,5	127,5	2,6	89

A análise isolada para cada adição mineral permite concluir que com a diminuição da tensão de escoamento ocorre a diminuição da fissuração nas composições.

5. Conclusões

As argamassas com adição de sílica ativa conferiram amplitudes de retração plástica maiores em relação à composição com adição de filer basáltico independentemente da influência da ação do vento ou teor de superplastificante.

Para os resultados de assentamento plástico, a ação do vento conferiu uma maior amplitude dos resultados obtidos para a composição com adição de sílica ativa.

Os ensaios com e sem ação do vento apresentaram amplitude e cinética das curvas de deformação diferentes para o assentamento e retração plástica. A estabilização da deformação sem ação do vento aconteceu mais tardiamente que a estabilização das deformações nos ensaios com vento.

Analisando o aumento do teor de superplastificante, a estabilização da deformação acontece mais tardiamente que a estabilização das deformações nos ensaios com menor teor de adição de superplastificante.

O aumento do teor de superplastificante proporcionou queda da tensão de cisalhamento e viscosidade aparente das amostras, induzindo a diminuição da pressão capilar. Este comportamento pode justificar a queda das amplitudes sobre a retração plástica e assentamento plástico.

Da análise sobre a fissuração nas primeiras idades, pode-se concluir que a área fissurada é maior para a composição com adição de sílica ativa tanto em ensaios com vento e sem vento, independentemente do teor de superplastificante. A imposição da ação do vento aumentou a fissuração das amostras e foi mais efetiva para a composição com adição de filer basáltico.

O aumento do teor de superplastificante produziu uma menor fissuração e foi mais efetivo para a composição com adição de filer basáltico independentemente da ação do vento. Para a fissuração nas primeiras idades o fato dos resultados da composição com adição de sílica ativa serem maiores do que a composição com adição de filer basáltico, podem ser justificados pela análise da pressão capilar, que foi maior para adição de sílica, e pelo fato das tensões de escoamento da composição com adição de sílica ativa serem menores.

Nota-se claramente uma diferença dos resultados em torno do teor ótimo para composições de argamassas de CAA's. Tanto para as argamassas com sílica ativa quanto para as de filer basáltico as diferenças são significativas.

Por fim, os resultados mostraram a sensibilidade destes materiais, quer seja pelo seu comportamento reológico, quer seja pela avaliação da retração plástica e sua consequente fissuração, mesmo em se tratando de um estudo realizado sobre um domínio e condições específicas e controladas. Em suma, os resultados observados indicam uma necessidade maior da utilização da reologia dos materiais enquanto ferramenta para auxiliar no controle de qualidade dos materiais evitando o surgimento de futuras patologias.

O estudo reológico das pastas e das argamassas podem auxiliar, e em muito, a compreensão da retração plástica e da fissuração dos concretos auto-adensáveis.

6. Agradecimentos

Agradecemos ao Laboratório de Engenharia Civil da UNESP cam-

pus de Ilha Solteira e à Companhia Energética do Estado de São Paulo – CESP pela disponibilidade e auxílio. A empresa Holcim do Brasil, que forneceu o cimento utilizado na fabricação dos concretos. A GRACE do Brasil, pelo fornecimento do superplastificante utilizado na pesquisa. A FAPESP pela ajuda financeira do projeto de pesquisa.

7. Bibliografia

- [01] TURCRY, P. Retrait et fissuration des bétons autoplaçants: influence de la formation. 2004. 223f. Tese (doutorado em engenharia civil) - Ecole Centrale de Nantes, Nantes, França, 2004.
- [02] VITA, M. O. Estudo da retração plástica e da fissuração do concreto auto-adensável nas primeiras idades: avaliação da influência dos tipos de adições minerais. Dissertação (Mestrado em engenharia mecânica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2011.
- [03] OKAMURA, H.; OUCHI, M. Self-compacting concrete. *Journal of advanced concrete technology*, 2003. v.1. Number 1. p. 5-15.
- [04] ABNT. Concreto auto-adensável. NBR15823. Rio de Janeiro, 2010.
- [05] MELO, K. A. Contribuição à dosagem de concreto auto-adensável com adição de filer calcário. 2005. 180 f. Dissertação (Mestrado em engenharia civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- [06] REIS, J. F. A. Determinação de parâmetros reológicos de concretos através do ensaio de abatimento de tronco de cone modificado: estudo de caso. Dissertação (Mestrado em engenharia mecânica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.
- [07] PILEGGI, Rafael G.; CINCOTTO, Maria A.; JOHN, Vanderley M., Conceitos reológicos aplicados no desenvolvimento de argamassas. *Revista de Ciência e Tecnologia de Materiais de Construção Civil* Vol. 3, n. 2, p. 62-76, Novembro 2006.
- [08] STEIN, H.N.. Rheological behavior of suspensions. In: CHEREMISINOFF, N.P. (Ed.) *Encyclopedia of fluid mechanics: slurry flow technology*. Houston: Gulf Publishing, 1986.
- [09] BANFILL, P. F. G. The rheology of fresh mortar – a review. ANAIS, Florianópolis, VI SBTA, 2005. p. 73-82.
- [10] AGARWALA, M. K.; PATTERSON, B. R.; CLARCK, P. E. Rheological behavior of powder injection molding model slurries. *Journal of Rheology*, v. 36, n. 2, p. 319-334, 1992.
- [11] OLIVEIRA, I. R. et al. Dispersão e empacotamento de partículas: princípios básicos e aplicações em processamento cerâmico. São Paulo, 2000. 224 p.
- [12] AÏTCIN, P. C. Concreto de alto desempenho. São Paulo: Pini, 2000. 667p.
- [13] PELISSER, F.; NETO, A. B. S. S.; ROVERE, H. L.; PINTO, R. C. A. Effect of the addition of synthetic fibers to concrete thin slabs on plastic shrinkage cracking. *Construction and building materials*, 2010. v. 24. p. 2171-2176.
- [14] NEVILLE, A. M. Propriedades do concreto. São Paulo: Pini, 1997. 828p.
- [15] JENSEN, O. M; HANSEN P.F. Autogenous deformation and change of the relative humidity in silica fume modified cement paste. *ACI Materials Journal*, 1996, v. 93. p. 539-543.

- [16] HOLT, E.; LEIVO, M. E. Cracking risks associated with early age shrinkage. *Cement & Concrete Composites*, Kidlington, v. 26, p. 521-530, 2004.
- [17] SOROUSHAN, P. MIRZA, F. ALHOZAIMY, A. M. (a) Plastic Shrinkage Cracking of Polypropylene Fiber Reinforced Concrete. *ACI Materials Journal*, V.92, No.5, 1995, p. 553-560.
- [18] DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRA ESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT 061/2004 – TER – Pavimento rígido – Defeitos - Terminologia. Rio de Janeiro: DNIT, 2004.]
- [19] HELENE, P. Dosagem dos concretos de Cimento Portland. In: ISAIA, G. C. (Ed.). *Concreto: ensino, pesquisa e realizações*. São Paulo: IBRACON, 2005. v. 2, p. 439-471.
- [20] GOMES, P. C. C. Optimization and characterization of high-strength self-compacting concrete. 2002. 223 f. Tese (Doutorado em engenharia civil) - Escola Técnica Superior D'Enginyers de Camins, Universitat Politècnica de Catalunya, Catalunya, 2002.
- [21] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 9: concreto e argamassa - determinação dos tempos de pega por meio de resistência à penetração. Rio de Janeiro: ABNT, 2002. 6 p.
- [22] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 49: agregado miúdo - determinação de impurezas orgânicas. Rio de Janeiro: ABNT, 2001. 3 p.
- [23] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 7211: Agregados para concreto - Especificação. Rio de Janeiro: ABNT, 2009. 9p.
- [24] ASOCIACIÓN MERCOSUR DE NORMALIZACIÓN - AMN. NM 53: agregado graúdo - determinação de massa específica e massa aparente. Rio de Janeiro: ABNT, 2009. 8 p.

An algorithm for the automatic design of concrete shell reinforcement

Um algoritmo para o dimensionamento automático de cascas em concreto armado



A. B. COLOMBO^a
abcolombo@gmail.com

J. C. DELLA BELLA^a
dbella@usp.br

T. N. BITTENCOURT^a
tbitten@gmail.com

Abstract

An algorithm developed for the design of reinforcement in concrete shells is presented in this text. The formulation and theory behind the development is shown, as well as results showing its robustness and capability of application on fairly large-scale structures. The design method is based on the three-layer model for reinforced concrete shell elements. A material model is also proposed in order to improve the numerical stability of the algorithm. Comparisons of single element design show that the modifications made to the material model don't effect significantly the final results while making for better numerical stability.

Keywords: reinforced concrete; shell elements; plate elements; structural design.

Resumo

Um algoritmo desenvolvido para o dimensionamento de armaduras para cascas de concreto armado é apresentado neste artigo. A formulação e aspectos teóricos que fundamentam o método são apresentados assim como, os resultados que mostram a robustez e capacidade de aplicação do algoritmo em estruturas de grande porte. O método de dimensionamento é baseada no modelo das três chapas para elementos de casca em concreto armado. Um modelo constitutivo é proposto para obter melhor estabilidade numérica no algoritmo. Comparações feitas do dimensionamento de um único elemento mostram que as modificações do modelo constitutivo não apresentam mudanças significantes nos resultados enquanto proporcionam melhor estabilidade numérica.

Palavras-chave: concreto armado, dimensionamento, cascas, chapas.

^a Departamento de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, Brasil.

1. Introduction

Shell type structural elements are used to model a great number of reinforced concrete structures, these elements can be found in structures such as nuclear power plants, offshore structures, and tunnel linings. This document focuses on finding the necessary reinforcement for a shell or plate element subjected to membrane forces N_x, N_y, N_{xy} and flexural forces M_x, M_y and M_{xy} . In the last decades many researchers (Baumann [1], Brodum-Nielsen [2] and Gupta [3]) have proposed solutions for this type of problem. The basic idea behind these solutions is that the forces and moments are resisted by the resultant tensile forces of the reinforcement and the resultant compressive forces of the concrete blocks.

More complex models, which focus on the behavioral analysis of reinforced shell elements, have also been developed (Scordelis [4], Hu [5], Cervera [6], Polak [7], Wang [8], Liu [9], Schulz [10] and Hara [11]). These formulations are fundamental for the development of new design techniques, on the other hand the complexity of the material models and analysis procedures involved in these, make them very difficult to apply in practical design situations.

For these situations a simpler procedure is more favorable. Gupta [3] presented a general solution procedure and an automatic solution algorithm based on it and on the CEB [12] formulation was presented by Lourenço [13], these authors proposed a general method of solution, including cases where there is no need for reinforcement. Tomás [14] used optimization techniques to design elements using this formulation. More recently Fall [15] suggested the same algorithm to reinforce tailor-made concrete structures. The algorithm presented here is proposed as an alternative to the one presented by Lourenço [13], it diverges on the algorithm structure and some modifications were made to the material model adopted.

2. Formulation

This section will discuss the basic theoretical concepts necessary in order to comprehend the proposed algorithm.

2.1 Three-layer model

Shells are two-dimensional elements that are subjected to combined membrane and plate load components. Generally the state of internal stresses in the shell can be described in function of eight resultant force components shown in Figure 1. An idealized shell composing of three layers is proposed by CEB [12], in this idealization the outer layers resist the bending moments and membrane forces acting on the shell and the inner layer resists the transverse shear.

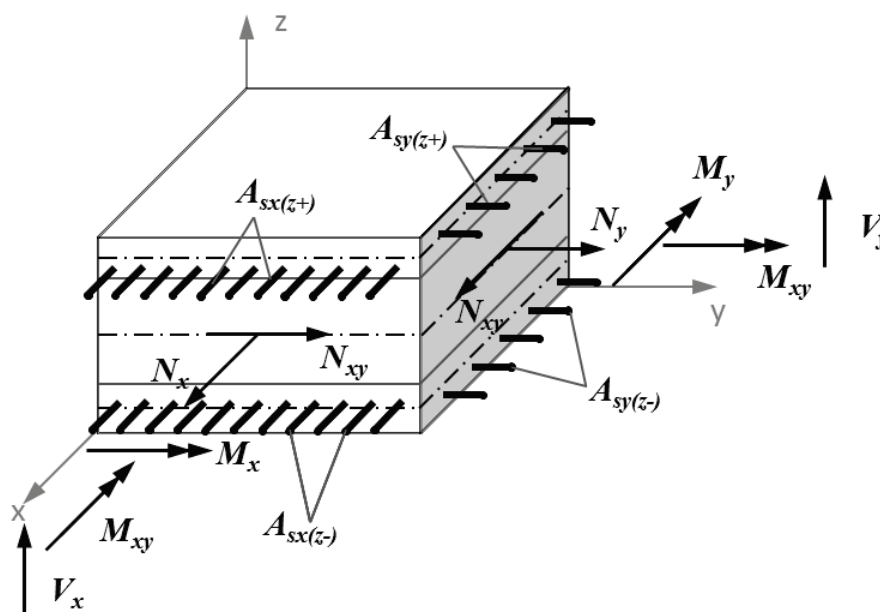
The membrane forces for the outer layers of the model can be found by applying equilibrium between the shell's membrane forces and bending moments and the membrane forces for the outer layers, as shown in Figure 2. Equations (1) - (6) are obtained through this equilibrium, in these equations, $h_{(z+)}$, $h_{(z-)}$, $h_{sx(z+)}$, $h_{sy(z+)}$, $h_{sx(z-)}$ and $h_{sy(z-)}$ are the indicated dimensions in Figure 3.

$$N_{x(z+)} = \frac{N_x h_{(z-)} + M_x}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (1)$$

$$N_{y(z+)} = \frac{N_y h_{(z-)} + M_y}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (2)$$

$$N_{xy(z+)} = \frac{N_{xy} h_{(z-)} + M_{xy}}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (3)$$

Figure 1 - Reinforced concrete shell element



$$N_{x(z-)} = \frac{N_x h_{(z+)} - M_x}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (4)$$

$$N_{xy(z-)} = \frac{N_{xy} h_{(z+)} - M_{xy}}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (6)$$

$$N_{y(z-)} = \frac{N_y h_{(z+)} - M_y}{(h_{(z+)} + h_{(z-)})} \quad (5)$$

As shown in Figure 2, the three-layer model can be thought of as being comprised of two membrane elements that resist the acting forces of the shell. A problem with this idealization is that, for this to be true, the reinforcement must always be in the mid-plane of the membranes, which is often not the case. This issue is overcome by correcting the reinforcement values

Figure 2 - Equilibrium between membrane forces in the outer layers and the shell active forces

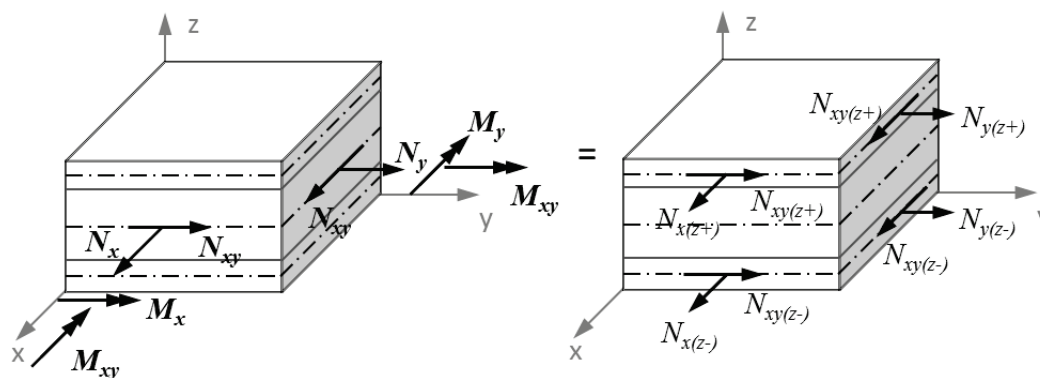


Figure 3 - Dimensions used in the three-layer model formulation

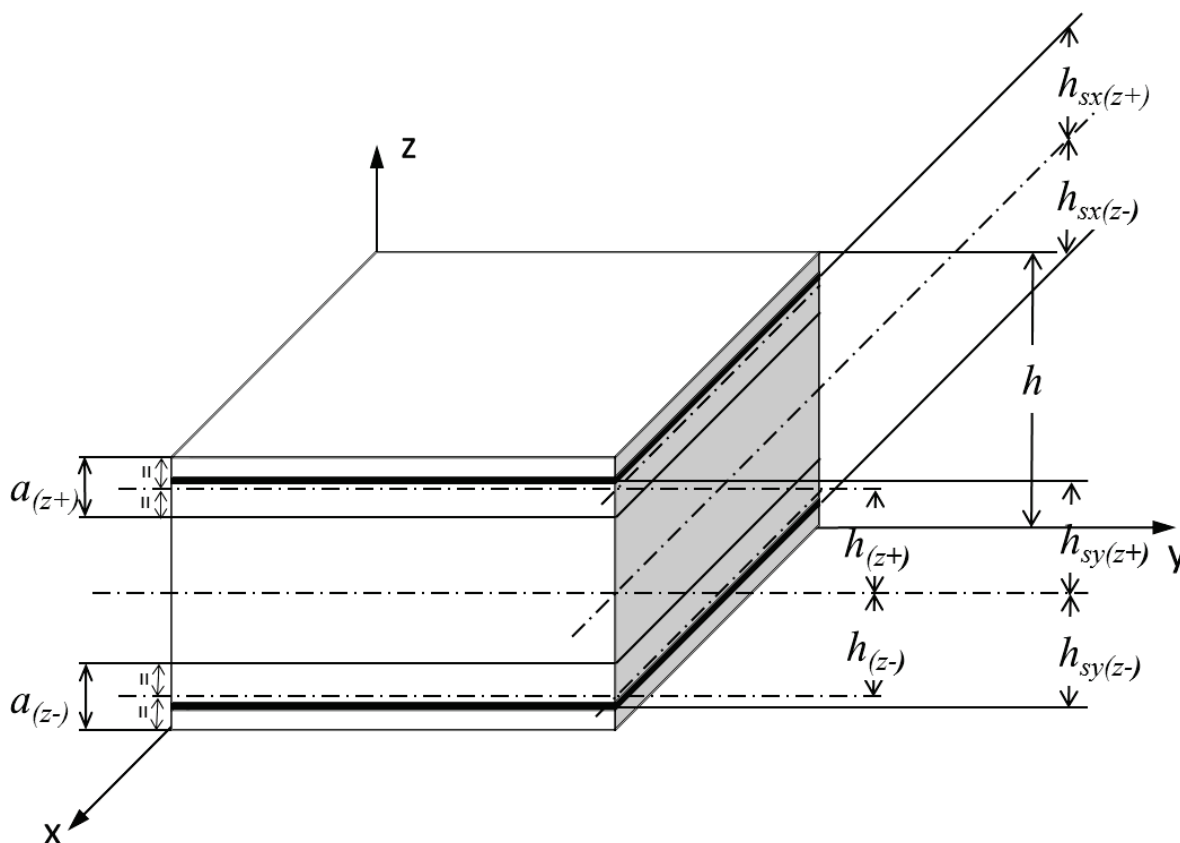
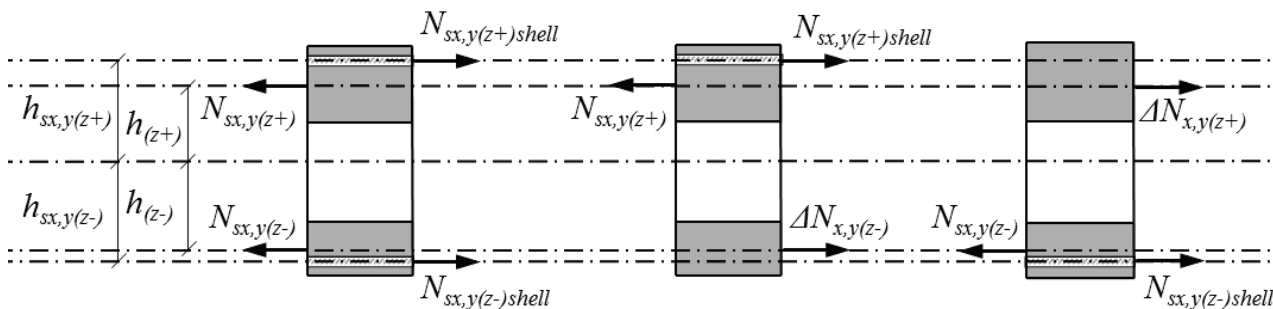


Figure 4 – Equilibrium conditions used to find the correct reinforcement force



and membrane forces in order to account for the real reinforcement depth.

The real forces acting on the reinforcement can be found by imposing equilibrium between the calculated values at the mid-plane of the membrane and the values at the real position of the reinforcement, as shown in Figure 4, this provides the following equations for the real reinforcement values.

$$N_{sx,y(z+)shell} = \frac{N_{sx,y(z+)} \cdot (h_{sx,y(z-)} + h_{(z+)}) + N_{sx,y(z-)} \cdot (h_{sx,y(z-)} - h_{(z-)})}{(h_{(z-)} + h_{sx,y(z+)})} \quad (7)$$

$$N_{sx,y(z-)shell} = N_{sx,y(z+)} + N_{sx,y(z-)} - N_{sx,y(z+)shell} \quad (8)$$

In the case where there is no membrane reinforcement in one of the layers, it's possible to find a correction value for the membrane forces as shown in Figure 4, based on this we find the following equations.

$$N_{sx,y(z+)shell} = \frac{N_{sx,y(z+)} \cdot (h_{(z+)} + h_{(z-)})}{(h_{(z-)} + h_{sx,y(z+)})} \quad (9)$$

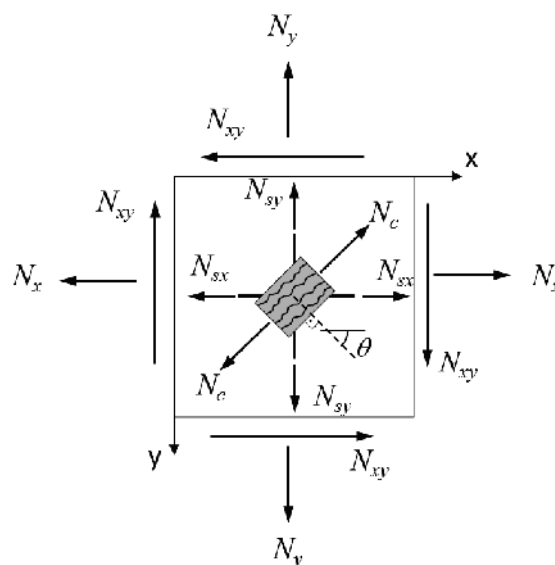
$$\Delta N_{sx,y(z-)} = N_{sx,y(z+)} - N_{sx,y(z+)shell} \quad (10)$$

These equations are an important part of the proposed algorithm because the correction factor ΔN changes the membrane forces in a given layer, making it necessary to find new reinforcement values for this layer. These new values need to be corrected again to account for the real reinforcement position, creating in some cases an iterative process, this will be discussed in a latter part of this text.

2.2 Reinforcement for membrane elements

As shown in the previous item, determining the necessary reinforcement for membrane elements is an essential part of the solution for the three-layer model. Reinforcement in membrane elements has been studied by many authors including Baumann [1], Brodum-Nielsen [2] and Gupta [16]. The design method proposed by the structural code CEB [12] incorporates the main ideas proposed by these authors. The formulation shown below is derived for a generic membrane element shown in Figure 5, of thickness a . These equations can be applied to both the top ($z+$) and bottom ($z-$) membranes. Gupta [16] shows that by using the principal of minimum resistance it's possible obtain the following governing equations for the

Figure 5 – Reinforced concrete membrane element



mechanical behavior of membrane elements with reinforcement in two orthogonal directions.

$$N_{sx} = N_x + N_{xy} \cdot \tan(\theta) \tag{13}$$

$$N_{sy} = N_y + N_{xy} \cdot \cot(\theta) \tag{14}$$

$$N_c = -\frac{N_{xy}}{\sin(\theta) \cdot \cos(\theta)} \tag{15}$$

The optimal design is obtained for $\theta = 45^\circ$, so long as $N_{sx} > 0$ and $N_{sy} > 0$, meaning that the reinforcement is needed in both x and y directions. This case will be referred to as Case I, applying the θ value above to eq. (13)-(15) yields the following equations.

$$N_{sx} = N_x + |N_{xy}| \tag{16}$$

$$N_{sy} = N_y + |N_{xy}| \tag{17}$$

$$N_c = -2 \cdot |N_{xy}| \tag{18}$$

Where N_{sx} and N_{sy} are the force by unit length in the reinforcement in the x and y directions, N_c is the force per unit length, acting on the concrete parallel to the crack. If eq.(16) gives a negative value for N_{sx} , setting $N_{sx} = 0$ to this equation gives the following equations which constitute Case II.

$$N_{sx} = 0 \tag{19}$$

$$N_{sy} = N_y - \frac{N_{xy}^2}{N_x} \tag{20}$$

$$N_c = N_x + \frac{N_{xy}^2}{N_x} \tag{21}$$

$$\tan(\theta) = -\frac{N_x}{N_{xy}} \tag{22}$$

In a similar form if eq. (14) yields a negative value for N_{sy} , its' possible to obtain the following equations for Case III.

$$N_{sx} = N_x - \frac{N_{xy}^2}{N_y} \tag{23}$$

$$N_{sy} = 0 \tag{24}$$

$$N_c = N_y + \frac{N_{xy}^2}{N_y} \tag{25}$$

$$\tan(\theta) = -\frac{N_{xy}}{N_y} \tag{26}$$

If eq. (20) or (23) result in a negative value no reinforcement is needed. This case will be referred to as Case IV. The concrete force N_c in this case is the minimum principal force N_{c2} , also the maximum principal stress N_{c1} has to be less than or equal to zero. The equations for the principal forces acting on the membrane are stated below.

$$N_{c1} = \frac{N_x + N_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + N_{xy}^2} \tag{27}$$

$$N_{c2} = \frac{N_x + N_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + N_{xy}^2} \tag{28}$$

The necessary reinforcement area per unit length can be found by dividing the reinforcement forces by the reinforcement tension.

$$A_{sx} = \frac{N_{sx}}{f_{yd}} \quad (29)$$

$$A_{sy} = \frac{N_{sy}}{f_{yd}} \quad (30)$$

When working with the three-layer model, the solution to the necessary reinforcement problem is finding the thickness of the outer layers. This thickness is found by dividing the compression force acting parallel to the crack direction of the concrete membrane N_c by a limit stress, the evaluation of this limit stress will be described in the next item. Eq. (31) may be used to find the thickness of the layer.

$$a = \frac{N_c}{f_c} \quad (31)$$

2.3 Material properties

Due to the high complexity of concrete a full description of the material behavior would imply in the use of a great amount of variables. For design purposes CEB [12] suggests values for average concrete strength based on the state of cracking of the structural element. In uncracked zones, the average concrete strength is given by f_{cd1} in eq.(32).

$$f_{cd1} = 0.85 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (32)$$

For concrete subjected to biaxial compression, f_{cd1} may be increased by the factor K given below,

$$K = \frac{1 + 3.80\alpha}{(1 + \alpha)^2} \quad (33)$$

where $\alpha = \sigma_1/\sigma_2$ and σ_1 and σ_2 are the principal stresses at failure. For cracked zones the average strength is given by f_{cd2} in eq. (34).

$$f_{cd2} = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] f_{cd} \quad (34)$$

The simplicity of the above model makes it ideal for practical use in structural design. A more complex model that represents the behavior of concrete in a better manner was presented by Vec-

chio [17]. This model was based on experimental results from reinforced concrete panels. In this model the maximum compressive strength decreases as the maximum tensile strain ϵ_1 increases, this compression softening equation is shown in eq. (35).

$$f_{cmax} = \frac{f_{ck}}{0.8 - 0.34 \cdot (\epsilon_1/\epsilon_{cp})} \leq 1.0 \quad (35)$$

The material model proposed in this paper adapts the above expression to interpolate between the values given by the CEB. In this model as ϵ_1 increases, the compressive strength is reduced from the value given by eq. (32) down to a minimum value given by expression (34). When the element is subjected to biaxial compression the increase in the concrete strength given by eq. (33) is considered. Equations (36)-(38) give a mathematical representation of the proposed model.

$$\beta = \frac{1.0}{0.8 - 0.34 \cdot (\epsilon_1/\epsilon_{cp})}, \quad (0.6/0.85) \leq \beta \leq 1.0 \quad (36)$$

$$\text{Cases I - III} \quad f_c = \beta \cdot f_{cd1} \quad (37)$$

$$\text{Case IV} \quad f_c = K \cdot f_{cd1} \quad (38)$$

In order to use this model, it is necessary to be able to estimate ϵ_1 at failure for a membrane element. The study of the state of strain in membrane elements had great contributions by Gupta [16], the author presents equations (39) and (40) where the strains in the x and y reinforcements are related to the principal strains, ϵ_1 and ϵ_2 , and the crack angle, θ . For more information on the development of these equations the reader may refer to Chen [18].

$$\epsilon_x = \epsilon_1 \cdot \cos^2(\theta) + \epsilon_2 \cdot \sin^2(\theta) \quad (39)$$

$$\epsilon_y = \epsilon_1 \cdot \sin^2(\theta) + \epsilon_2 \cdot \cos^2(\theta) \quad (40)$$

Using these equations it's possible to find ϵ_1 by estimating values for ϵ_2 and ϵ_{sx} or ϵ_{sy} . Expressions for ϵ_1 will be developed for the four cases of membrane reinforcement shown in item 2.2. For Case I

where the reinforcement is needed in both the directions, setting $\varepsilon_2 = \varepsilon_{cp}$ (where ε_{cp} is the concrete peak compression strain), $\varepsilon_{sx} = \varepsilon_{yi}$ (where ε_{yi} is the steel yield strain), $\theta = 45^\circ$, and substituting these values in eq. (39) yields eq. (41). The same result is obtained using a similar approach with eq. (40).

$$\varepsilon_1 = 2 \cdot (\varepsilon_{yi} - 0.5 \cdot (\varepsilon_{cp})) \quad (41)$$

For Case II setting $\varepsilon_2 = \varepsilon_{cp}$ and $\varepsilon_{sx} = \varepsilon_{yi}$ in eq. (39) yields eq. (42). Working in a similar form with Case III we obtain eq.(43) from eq. (40). The ε_1 value in the equations below can be obtained from equations (22) and (26) for Case II and Case III, respectively.

$$\varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon_{yi} - \varepsilon_{cp} \cdot \sin(\theta)^2)}{\cos(\theta)^2} \quad (42)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{(\varepsilon_{yi} - \varepsilon_{cp} \cdot \cos(\theta)^2)}{\sin(\theta)^2} \quad (43)$$

Finally for Case IV ε_1 is set to zero, this is done in order to obtain concrete strength value equal to f_{cd} .

3. Algorithms

The main objective of this procedure is finding the thickness of the outer layers of the three-layer model. In Appendix A three algorithms are presented, Algorithm 1 is the main algorithm and it calls the other two algorithms.

Algorithm 1 establishes an initial value for $a_{(z+)}$ and $a_{(z-)}$, calculates membrane forces acting on the outer layers and uses Algorithm 2 to evaluate the reinforcement forces for the outer membranes. These initial estimates for the reinforcement forces are inputted into Algorithm 3, this procedure reevaluates the membrane forces and reinforcement forces to take into account the difference between the position of the mid-plane of the outer layers and the actual reinforcement position. Using the values of $N_{c(z+)}$ and $N_{c(z-)}$, new thickness values $a_{(z+)}$ and $a_{(z-)}$ are obtained. This procedure is repeated until the thickness values converge.

To better illustrate the algorithms a numerical example is given in Appendix B. A complete iteration for element 3 from Table 2 is shown in the appendix.

4. Results

A computer routine that implements the algorithm shown in the previous item was developed using the Java programming language. Elements A and B, described below, were processed by Lourenço [13]. Comparisons between the results presented by these authors with the results obtained by the algorithm proposed here are shown in Table 1.

Element A

$$\begin{aligned} N_x &= -20 \text{ tf/m} & N_y &= 30 \text{ tf/m} & N_{xy} &= 7.5 \text{ tf/m} \\ M_x &= -6 \text{ tf/m} & M_y &= 4 \text{ tf/m} & M_{xy} &= -2 \text{ tf/m} \\ h &= 0.2 \text{ m} & h_{sx(z+)} &= h_{sy(z+)} = h_{sx(z-)} = h_{sy(z-)} & &= 0.08 \text{ m} \\ f_{cd} &= 13.3 \text{ MPa} & f_{syd} &= 348 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Element B

$$\begin{aligned} N_x &= -20 \text{ tf/m} & N_y &= 30 \text{ tf/m} & N_{xy} &= 7.5 \text{ tf/m} \\ M_x &= 6 \text{ tf/m} & M_y &= 4 \text{ tf/m} & M_{xy} &= -2 \text{ tf/m} \\ h &= 0.2 \text{ m} & h_{sx(z+)} &= h_{sy(z+)} = h_{sx(z-)} = h_{sy(z-)} & &= 0.08 \text{ m} \\ f_{cd} &= 13.3 \text{ MPa} & f_{syd} &= 348 \text{ MPa} \end{aligned}$$

With the computer program developed it is also possible to find reinforcement values for processed finite element models. The program was used to design the reinforcement for a model of a subway station. The contour maps in Figure 6 show the reinforcement results for this model, in order to present numerical results for this model, some elements were chosen (see Figure 7) and the results for these elements are shown in Table 2.

5. Conclusions

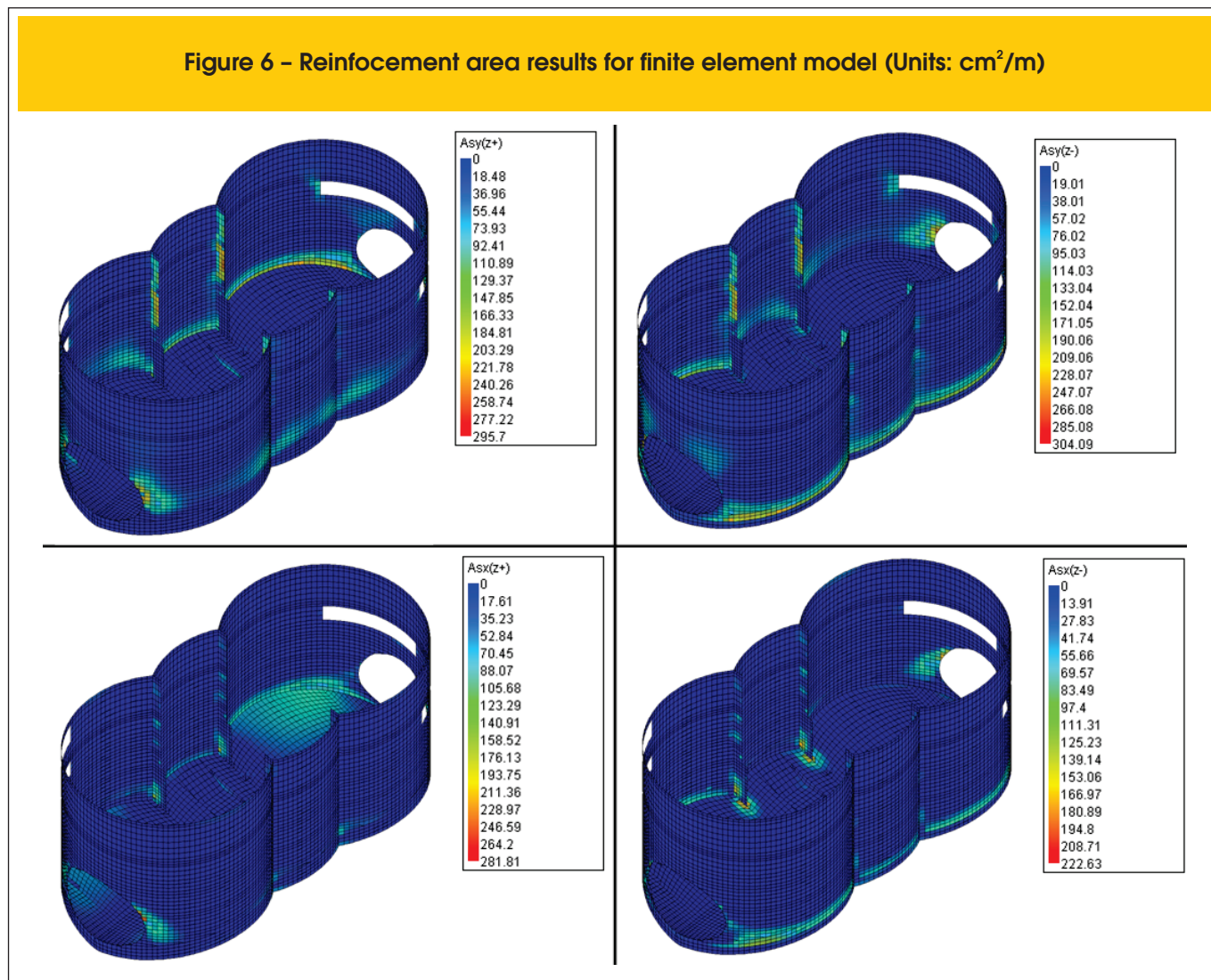
Shell-type elements can be used to model a large number of structures, for a designer, being able to determine the necessary reinforcement and check the concrete tension for these elements is fundamental. The three-layer model is a simplified model that has been adopted by structural codes such as the CEB Model Code 1990 [12]. The fundamental concept of this model is that internal forces of two outer membranes resist the shell's active forces. The presented procedure calculates through an iterative method the thickness of these outer membranes, and therefore the necessary reinforcement.

The material model presented incorporates aspects of the CEB model and the compression softening model by Vecchio [17]. This was done in order to improve convergence of the algorithm, since the discontinuity introduced by the CEB model when the material goes from an uncracked state to a cracked state caused numerical difficulties. Using the compression softening equation it was possible to introduce some continuity to the material model which resulted in a much more stable behavior.

Results on Table 1 show a comparison between this algorithm and the one presented by Lourenço [13]. Both results are in equilibrium with the applied forces and the reinforcement values are consistent. For practical use in engineering the two methods yield basically the same results.

Overall this algorithm has proven to be reliable and to give consistent results. The material model developed reduced numerical

Figure 6 - Reinforcement area results for finite element model (Units: cm²/m)

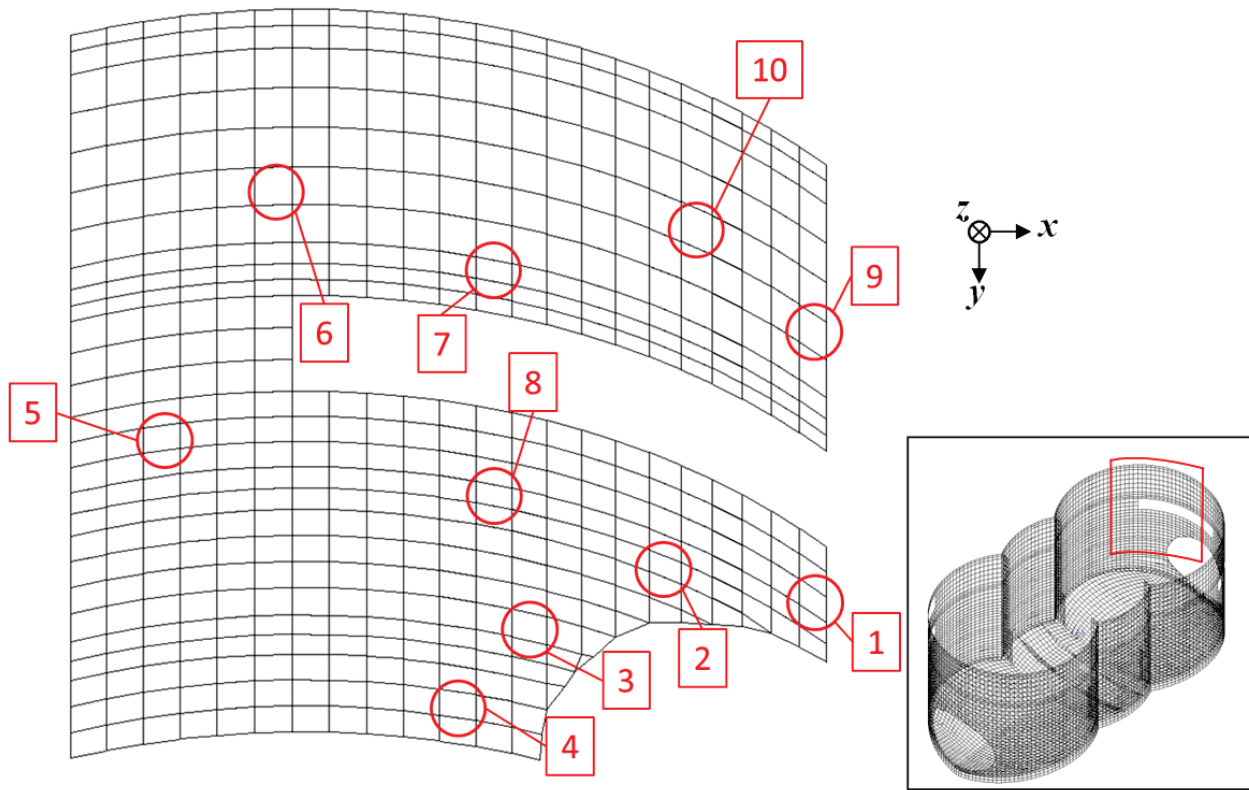


problems significantly but there is still plenty of room for improvement. Another aspect that should be mentioned is the lack of displacement compatibility in the shell formulation. These issues should be studied in future works on the area.

6. References

- [01] T. Baumann, "Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken," *Der Bauingenieur*, vol. 47, no. 10, pp. 367-377, 1972.
- [02] T. Brodum-Nielsen, "Optimum Design of Reinforced Concrete Shells and Slabs," Copenhagen, 1974.
- [03] A. K. Gupta, "Combined Membrane and Flexural Reinforcement in Plates and Shells," *Journal of Structural Engineering - ASCE*, vol. 112, no. 3, pp. 550-557, March 1985.
- [04] A. C. Scordelis and E. C. Chan, "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Shells," *Computer Applications in Concrete Technology, SP-98*, pp. 25-57, 1987.
- [05] H. T. Hu and W. C. Schnobrich, "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells under Monotonic Loading," *Computers and Structures*, vol. V. 38, no. No. 5/6, pp. 637-651, 1991.
- [06] M. Cervera, E. Hinton and O. Hassan, "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Plate and Shell Structures Using 20-Noded Isoparametric Brick Elements," *Computers and Structures*, vol. V. 25, no. No. 6, pp. 845-869, 1987.
- [07] M. A. Polak and F. J. Vecchio, "Reinforced Concrete Shell Elements Subjected to Bending and Membrane Loads," *ACI Structural Journal*, vol. V.91, no. No.3, pp. 261-268, May-June 1994.
- [08] W. Wang and S. Teng, "Finite-Element Analysis of Reinforced Concrete Flat Plate Structures by Layered Shell Element," *Journal of Structural Engineering - ASCE*, vol. 134, no. 12, pp. 1862-1872, December 2008.
- [09] Y. Liu and S. Teng, "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs Using Nonlayered Shell Element," *Journal of Structural Engineering - ASCE*, vol. 134, no. 7, pp. 1092-1100, July 2008.
- [10] M. Schulz and M. P. S. d'Avila, "Analysis of Reinforced Concrete Shells with Transverse Shear Forces," *Journal of*

Figure 7 – Selected elements shown in Table 2



Structural Engineering - ASCE, pp. 837-848, July 2010.

[11] T. Hara, "Application of Computational Technologies to R/C Structural Analysis," *Computers and Concrete*, vol. 8, no. 1, pp. 97-110, 2011.

[12] Comité Euro-International du Béton, *Model Code 1990*, London: Thomas Telford, 1990.

[13] P. B. Lourenço and J. A. Figueiras, "Automatic Design of Reinforcement in Concrete Plates and Shells," *Engineering Computations*, vol. 10, pp. 519-541, 1993.

[14] A. Tomás and P. Martí, "Design of reinforcement for concrete co-planar shell," *MECCANICA*, pp. 657-669, 2010.

[15] D. Fall, K. Lundgren, R. Rempling and K. Gylltoft, "Reinforcing tailor-made concrete structures: Alternatives and challenges," *Engineering Structures*, p. 372-378, 2012.

[16] A. K. Gupta, "Membrane Reinforcement in Shells," *Journal of the Structural Division - ASCE*, pp. 41-56, January 1981.

[17] F. J. Vecchio and M. P. Collins, "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to

Table 1 – Comparison results with Lourenço & Figueiras (1993)

Element	Algorithm	$A_{sx(z+)}$ (cm ² /m)	$A_{sy(z+)}$ (cm ² /m)	$A_{sx(z-)}$ (cm ² /m)	$A_{sy(z-)}$ (cm ² /m)	$\theta_{(z+)}$ (deg)	$\theta_{(z-)}$ (deg)	$a_{(z+)}$ (m)	$a_{(z-)}$ (m)	$f_{c(z+)}$ (MPa)	$f_{c(z-)}$ (MPa)
A	Lourenço et. al.	1.00	12.14	15.14	2.27	-79.6°	45.0°	0.0816	0.0495	7.34	7.34
	Proposed algorithm	0.00	12.10	13.56	1.99	-79.1°	45.0°	0.0584	0.0464	8.88	7.39
	Δ (%)	N/A	-0.35	-10.45	-12.51	-0.65	0.00	-28.42	-6.18	21.0	0.62
B	Lourenço et. al.	10.85	14.19	0.00	0.00	-45.0°	N/A	0.0236	0.0474	57.3	10.40
	Proposed algorithm	11.23	14.34	0.00	0.00	-45.0°	N/A	0.0244	0.0536	47.3	10.46
	Δ (%)	3.51	1.09	N/A	N/A	0.00	N/A	3.42	13.13	90.6	0.61

Shear," ACI Journal, pp. 219-231, 1986.

[18] R. Chen and J. C. Della Bella, "Design of Reinforced Concrete Two-dimensional Structural Elements: Membranes, Plates and Shells," IBRACON Structural Journal, vol. 2, no. 3, pp. 320-344, September 2006.

7. Symbols

- $a_{(z+)}$, $a_{(z-)}$ = thickness of the (z+) and (z-) layers (Fig. 3);
- f_{ck} = characteristic strength for concrete;
- f_{cd1} = average concrete strength for uncracked concrete;
- f_{cd2} = average concrete strength for cracked concrete;
- f_c = average concrete strength given by material model;
- h = shell thickness;
- $h_{(z+)}$ = distance from the shell mid-plane to the (z+) layer mid-plane;
- $h_{(z-)}$ = distance from the shell mid-plane to the (z-) layer mid-plane;
- $h_{sx(z+)}$ = distance from the shell mid-plane to the x direction (z+) reinforcement;
- $h_{sy(z+)}$ = distance from the shell mid-plane to the y direction (z+) reinforcement;

- $h_{sx(z-)}$ = distance from the shell mid-plane to the x direction (z-) reinforcement;
- $h_{sy(z-)}$ = distance from the shell mid-plane to the y direction (z-) reinforcement;
- M_x = bending moment per unit length in the x direction (Fig. 1);
- M_y = bending moment per unit length in the y direction (Fig. 1);
- M_{xy} = twisting moment per unit length (Fig. 1);
- N_x = normal force per unit length in the x direction (Fig. 1);
- N_y = normal force per unit length in the y direction (Fig. 1);
- N_{xy} = shear force per unit length (Fig. 1);
- N_{c1} = maximum principal tensile force per unit length;
- N_{c2} = minimum principal tensile force per unit length;
- $N_{x(z+)}$, $N_{y(z+)}$, $N_{xy(z+)}$ = membrane forces per unit length acting in (z+) layer (Fig. 2);
- $N_{x(z-)}$, $N_{y(z-)}$, $N_{xy(z-)}$ = membrane forces per unit length acting in (z-) layer (Fig. 2);
- $N_{sx,y(z+)}$ = resisting forces per unit length for the x and y reinforcement;

Table 2 - Numerical results from the finite element model

Element	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_x (tf/m)	-1494.1	-1063.2	-263.6	-117.1	-648.7	-482.1	-682.2	-872.8	-541.7	-327.5
N_y (tf/m)	-116.2	101.1	276.4	-191.4	-68.6	23.6	-2.6	41.7	-5.3	0.6
N_{xy} (tf/m)	-29.5	57.5	83.6	-371.5	-114.2	30.1	30.4	190.2	10.4	13.1
M_x (tf.m/m)	291.3	32.2	-148.1	-107.8	-95.4	25.0	37.7	-61.5	-0.1	-0.7
M_y (tf.m/m)	36.4	72.4	-209.0	-295.9	-32.0	8.4	7.6	1.2	-1.7	-1.7
M_{xy} (tf.m/m)	-86.5	-64.0	113.3	31.8	56.1	-13.3	-11.5	59.2	2.2	0.6
h (m)	1.30	1.30	1.30	1.30	1.30	0.80	0.80	1.30	0.80	0.55
$h_{sx(z+)}$ (m)	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.250	0.250	0.400	0.250	0.125
$h_{sy(z+)}$ (m)	0.450	0.450	0.450	0.450	0.450	0.300	0.300	0.450	0.300	0.175
$h_{sx(z-)}$ (m)	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.250	0.250	0.400	0.250	0.125
$h_{sy(z-)}$ (m)	0.450	0.450	0.450	0.450	0.450	0.300	0.300	0.450	0.300	0.175
f_{cd} (MPa)	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
f_{syd} (MPa)	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8	434.8
$A_{sx(z+)}$ (cm ² /m)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$A_{sy(z+)}$ (cm ² /m)	22.85	30.46	0.00	0.00	0.00	5.97	2.74	16.47	0.00	0.00
$A_{sx(z-)}$ (cm ² /m)	0.00	0.00	16.75	67.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$A_{sy(z-)}$ (cm ² /m)	0.00	0.00	98.35	99.86	11.61	0.55	0.00	5.01	0.00	1.09
$\theta_{(z+)}$	-53.9°	-85.8°	0.0°	0.0°	0.0°	-88.1°	-88.9°	73.1°	0.0°	0.0°
$\theta_{(z-)}$	0.0°	0.0°	-45.0°	-45.0°	-65.1°	82.9°	0.0°	85.3°	0.0°	88.1°
$f_{c(z+)}$ (MPa)	12.9	15.8	18.3	18.3	18.3	15.9	15.9	15.0	18.3	18.3
$f_{c(z-)}$ (MPa)	18.3	18.3	12.9	12.9	14.0	15.7	18.3	15.8	18.3	15.9
$a_{(z+)}$ (m)	0.1837	0.3170	0.1943	0.2588	0.2278	0.1196	0.1630	0.3897	0.1485	0.0891
$a_{(z-)}$ (m)	0.7360	0.3176	0.0898	0.3508	0.2014	0.1891	0.2336	0.2143	0.1481	0.1042

ment in (z+) layer (Fig. 2);

$N_{sx,y(z-)}$ = resisting forces per unit length for the x and y reinforcement in (z-) layer (Fig. 2);

$N_{sx,y(z+)shell}$ = resisting forces per unit length for the x and y reinforcement in the real reinforcement position in the (z+) layer (Fig. 4);

$N_{sx,y(z-)shell}$ = resisting forces per unit length for the x and y reinforcement in the real reinforcement position in the (z-) layer (Fig. 4);

$\Delta N_{x,y(z+)}$ = correction force per unit length for the (z+) layer (Fig. 4);

$\Delta N_{x,y(z-)}$ = correction force per unit length for the (z-) layer (Fig. 4);

$\mathcal{E}_x, \mathcal{E}_y$ = strain in the x and y directions;

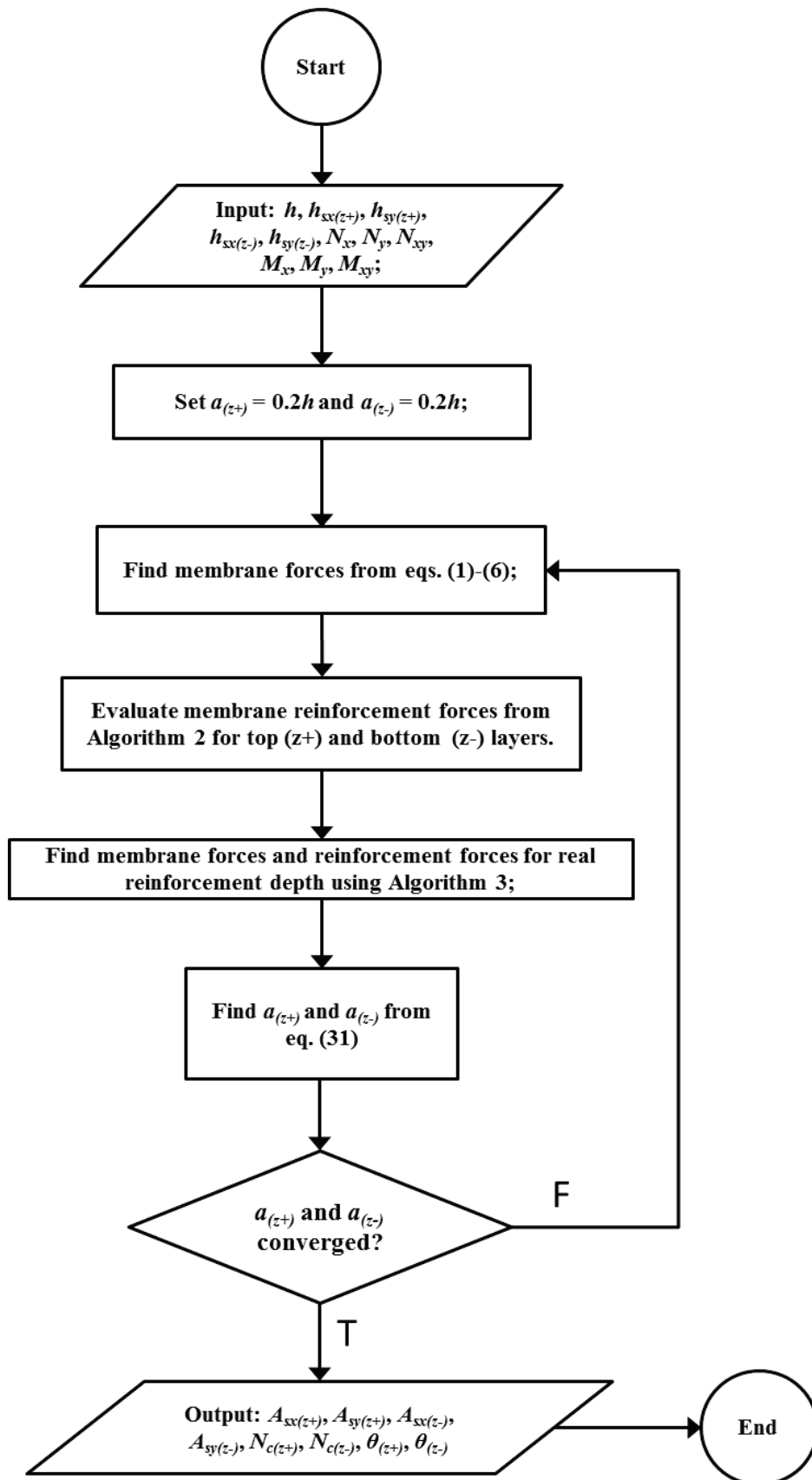
\mathcal{E}_1 = maximum principal strain;

\mathcal{E}_{cp} = concrete strain at peak strength;

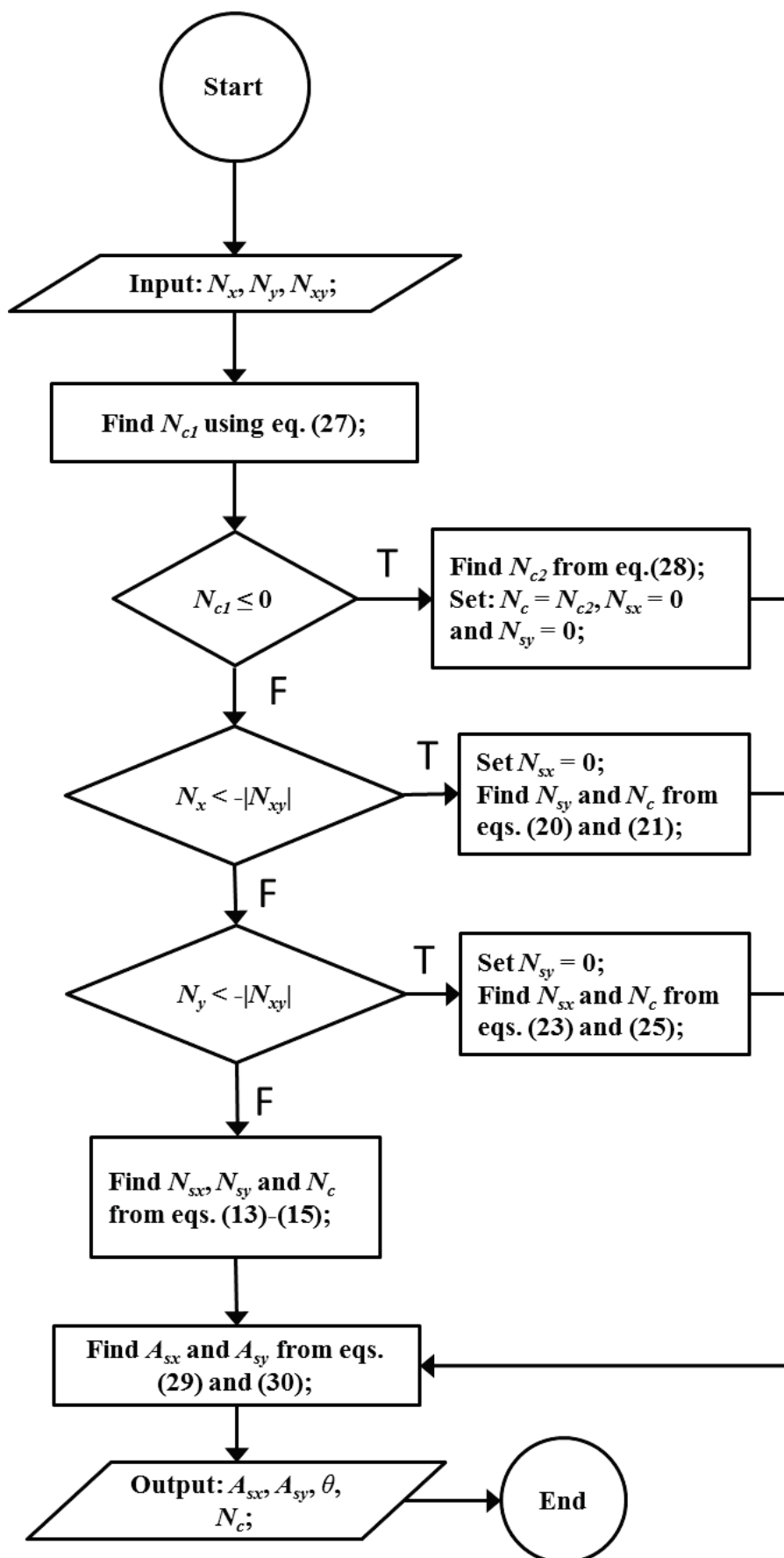
\mathcal{E}_{yi} = steel yield strain.

8. Appendix A – Flowcharts for the algorithms

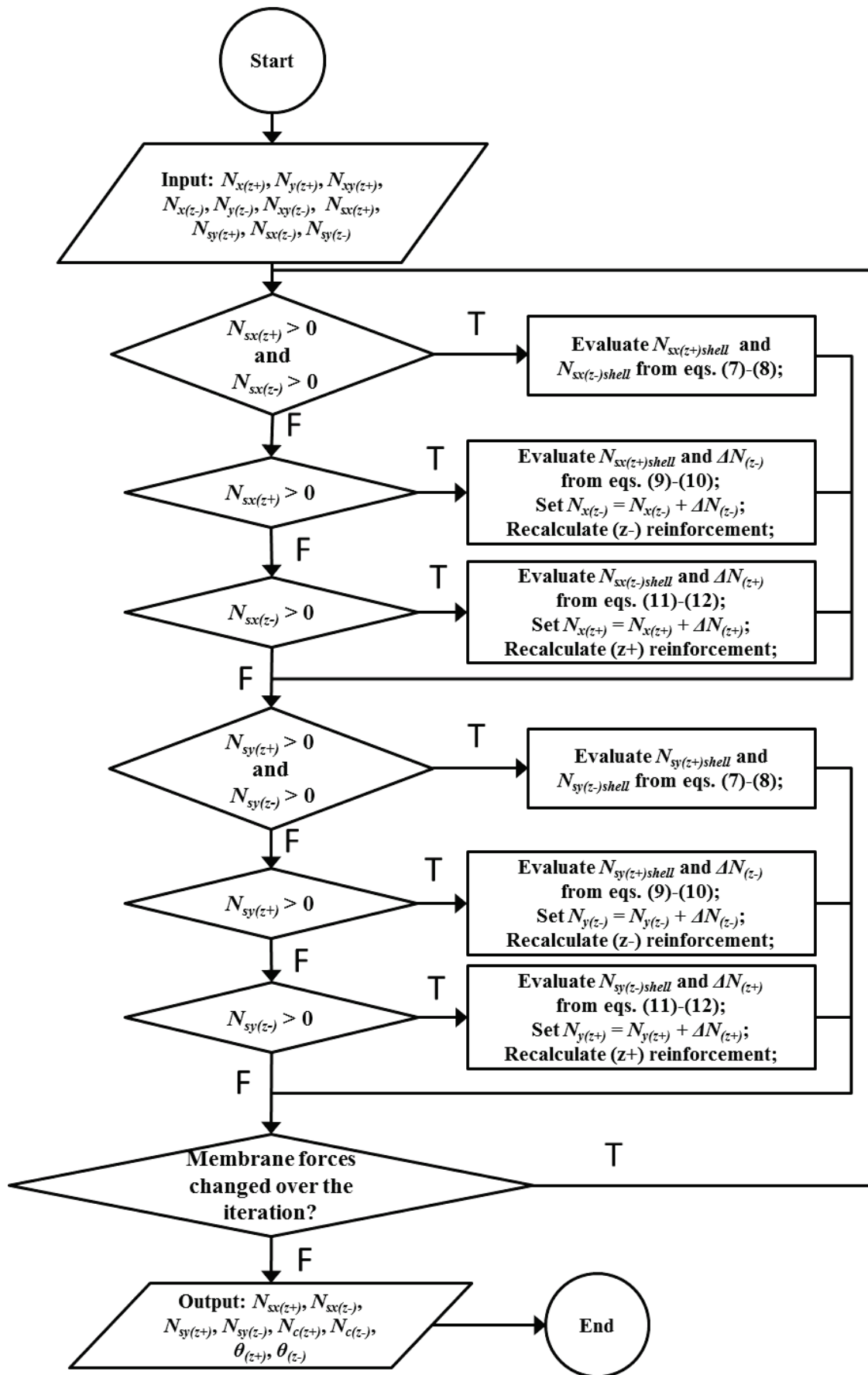
Algorithm 1 – Shell reinforcement design algorithm



Algorithm 2 - Membrane reinforcement design algorithm



Algorithm 3 – Algorithm for finding real reinforcement force



9. Appendix B – Numerical example of an iterative step

3rd iteration for Element 3 from Table 2:
The previous iteration yielded the following thickness values:

$$a_{(z+)} = 0.1949m \Rightarrow h_{(z+)} = h/2 - a_{(z+)}/2 = 0.5525m$$

$$a_{(z-)} = 0.0910m \Rightarrow h_{(z-)} = h/2 - a_{(z-)} / 2 = 0.6045m$$

3rd iteration for Element 3 from Table 2:
The previous iteration yielded the following thickness values:

$$N_{x(z+)} = -265.71tf/m \quad N_{y(z+)} = -36.23tf/m \quad N_{xy(z+)} = 141.55tf/m$$

$$N_{x(z-)} = 2.09tf/m \quad N_{y(z-)} = 312.59tf/m \quad N_{xy(z-)} = -58.00tf/m$$

Calculating Reinforcement for the (z+) membrane:

From eq. (27) $N_{c1(z+)} = 31.24tf/m > 0 \Rightarrow$
Reinforcement is needed in at least one direction.
Since $N_{y(z+)} < -|N_{xy(z+)}|$
reinforcement is needed in the y direction only.

$$N_{sx(z+)} = 0tf/m \quad N_{sy(z+)} = 39.17tf/m \quad \theta_{(z+)} = 61.95^\circ \quad N_{c(z+)} = -341.12tf/m$$

Calculating Reinforcement for the (z-) membrane:

$N_{c1(z-)} = 323.07tf/m > 0 \Rightarrow$
Reinforcement is needed in at least one direction.
Since $N_{x(z-)} > -|N_{xy(z-)}|$ and $N_{y(z-)} > -|N_{xy(z-)}|$
reinforcement is needed in both directions.

$$N_{sx(z-)} = 60.09tf/m \quad N_{sy(z-)} = 370.59tf/m \quad \theta_{(z-)} = -45^\circ \quad N_{c(z-)} = -116tf/m$$

Calculate Reinforcement considering real depth:

X-Direction:
Since $N_{sx(z+)} = 0$ and $N_{sx(z-)} > 0$
a correct reinforcement force for the (z-) membrane will be calculated as well as a correction to the membrane force for the (z+) membrane. Using eq. (11)-(12):

$$N_{sx(z-)shell} = 72.98tf/m \quad \Delta N_{x(z+)} = -12.90tf/m$$

The new forces in the (z+) membranes are:

$$N_{x(z+)} = -278.61tf/m \quad N_{y(z+)} = -36.23tf/m \quad N_{xy(z+)} = 141.55tf/m$$

Recalculating the reinforcement for the (z+) membrane with these new values yield:

$$N_{sx(z+)} = 0tf/m \quad N_{sy(z+)} = 35.68tf/m \quad \theta_{(z+)} = 63.06^\circ \quad N_{c(z+)} = -350.52tf/m$$

Y-Direction:

Since $N_{sy(z+)} > 0$ and $N_{sy(z-)} > 0$

it is necessary to find the correct reinforcement forces for using eq. (7)-(8).

$$N_{sy(z+)shell} = -23.87tf/m \quad N_{sy(z-)shell} = 430.14tf/m$$

A negative reinforcement force in this case indicates that using the real reinforcement depth leads to no need for reinforcement in the (z+) shell to correct the force acting in the (z+) membrane in the y-direction.

Since $\Delta N_{y(z+)}$ acts in the mid-plane of the membrane it's necessary to substitute $h_{sy(z+)} = h_{(z+)}$ in eq. (7).

$$\Delta N_{y(z+)} = \frac{N_{sy(z+)} \cdot (h_{y(z-)} + h_{(z+)}) + N_{sy(z-)memb} \cdot (h_{sy(z-)} - h_{(z-)})}{(h_{sy(z-)} + h_{(z+)})} = -57.11tf/m$$

$$N_{sy(z-)shell} = 427.70tf/m$$

The new membrane forces in the (z+) membrane are:

$$N_{x(z+)} = -278.61tf/m \quad N_{y(z+)} = -93.34tf/m \quad N_{xy(z+)} = 141.55tf/m$$

Recalculating the necessary reinforcement yields:

$N_{c1(z+)} = -21.11tf/m < 0 \Rightarrow$ No reinforcement is needed
($N_{sx(z+)} = 0 \quad N_{sy(z+)} ? 0$)

Since the change in the (z+) membrane did not affect the forces in the x direction ($N_{sx(z+)}$ was already zero), we have a stable solution in the x and y directions and therefore it's possible to calculate new thickness values.

Calculate new thickness values:

For the (z+) membrane:

$$N_{c(z+)} = N_{c2(z+)} = -355.14tf/m$$

$$f_{c(z+)} = 18.27MPa \Rightarrow a_{(z+)} = 0.1943m$$

For the (z-) membrane:

$$N_{c(z-)} = -116tf/m$$

Using $\epsilon_{yi} = 2.07 \times 10^{-3}$ and $\epsilon_{cp} = -2 \times 10^{-3}$

in eq.(41) yields $\epsilon_{1(z-)} = 6.14 \times 10^{-3}$.

Applying this to eq.(36) and (37):

$$f_{c(z-)} = 12.90MPa \Rightarrow a_{(z-)} = 0.0810m$$

Convergence was not achieved, further iterations are needed.

Evaluation of deflection in reinforced concrete structures using damage mechanics

Avaliação de deflexões em estruturas de concreto armado utilizando mecânica do dano



J. J. C. PITUBA^a
julio.pituba@pq.cnpq.br

R. G. DELALIBERA^a
dellacivil@gmail.com

Abstract

This work intends to present a contribution about a proposed approach for the estimative of displacements in reinforced concrete structures submitted to service loads. This work is restrictive to C20 up to C35 classes of strength. The approach used in this work consists in the decreasing of cracking element elastic moduli by damage model. That constitutive model takes into account induced anisotropy, plastic deformations and bimodular elastic response and a simplified version is used in order to simulate the concrete behavior, while an elastoplastic behavior is admitted for the reinforcement. Initially, a set of beams are analyzed and some parameters related to the problem are modified, such as: compression strength, span length, cross section, reinforcement rates and support conditions. The numerical responses are compared with the ones obtained by NBR 6118:2007 Procedure. Statistical analyses are carried on in order to identify the major variables in the problem. Finally, some possible proposals to obtain cracking moment and displacement values in RC structures are discussed based on numerical and statistical analyses performed in this work in order to contribute in the improvement to Brazilian Technical Code procedure.

Keywords: reinforced concrete, technical code, damage mechanics.

Resumo

Este trabalho visa apresentar uma contribuição sobre uma proposta de abordagem para o cálculo de deslocamentos em estruturas de concreto armado em regime de serviço, sendo restrito o estudo ao caso de concretos C20 a C35. A abordagem utilizada leva em conta a penalização dos módulos elásticos dos elementos fissurados através de um modelo de dano. O modelo em questão leva em conta a anisotropia, deformações plásticas e resposta bimodular induzidas pelo processo de danificação, sendo uma versão mais simplificada usada para simular o comportamento do concreto fissurado, enquanto que um comportamento elastoplástico é admitido para a armadura. Inicialmente, são analisadas séries de vigas com variação de diversos parâmetros relacionados ao problema, tais como: resistência à compressão, arranjo das barras de aço da armadura, dimensões da seção transversal, vão e condições de apoio. As respostas numéricas são confrontadas com aquelas obtidas com o emprego do procedimento sugerido pela NBR 6118:2007. As análises numéricas são complementadas por análises estatísticas dos resultados empregando-se a metodologia ANOVA. Por fim, baseadas nas análises realizadas discutem-se algumas proposições possíveis para o cálculo do momento de fissuração e de deslocamentos em estruturas de concreto armado, como forma a contribuir no aperfeiçoamento do procedimento sugerido pela Norma Brasileira.

Palavras-chave: concreto armado, norma técnica, mecânica do dano.

^a Department of Civil Engineering, Federal University of Goiás, Catalão, GO, Brasil.

1. Introduction

This paper is a sequence of what is being accomplished aiming at proposing an alternative methodology to the Procedure recommended by NBR 6118:2007 [1] for the evaluation of displacements in reinforced concrete structures, [2]. The problem to be solved for the estimative of displacements in reinforced concrete structures using PTV (Principle of Virtual Work), for instance, is not trivial. This is due to the fact that the elements of the reinforced concrete are heterogeneous, composed by concrete and steel, with distinct elasticity modules leading to different stiffness to bending. Furthermore, there is the strong possibility of the occurrence of different behaviors in a same structure subjected to loadings of low intensity (service regime), namely, regions where the tensioned concrete presents cracking process (Stage II) and regions where the concrete is intact (Stage I), not presenting noticeable cracks. Then, the inertia reduction is due to cracking process that contributes for the loss of resistance to the bending movement, where only the reinforcement resists to tension stresses.

In order to propose an alternative methodology, numerical results, obtained from the employment of a damage model [3], associated to comparisons with experimental ones of reinforced concrete structures are used. Therefore, this procedure adopted on this work is an alternative way to the experimental tests which are expensive to be performed. Besides, the use of the numerical and experimental analyses is complimented by statistical analyses based on ANOVA Methodology (Variance Analysis) that it is used to verify the main variables involved in the problem taking into account the numerical and analytical analyses with the use of NBR 6118:2007 Procedure [1].

In [2] has been presented results of the analyses performed in beams with three different spans, transversal sections and reinforcement configurations, however, in that work only the case of concrete with $f_{ck}=30$ MPa and two boundary conditions (simply supported and bi-fixed beams) have been studied. Moreover, numerical analyses in conjunction with statistical ones have led to the determination of expressions for the estimative of the cracking moment (M_{cr}) depending on the f_{ck} used, however such expressions need an investigation with more parameters involved in the problem.

In the present work, such parameters are taken into account in order to obtain expressions for M_{cr} which deal with called conventional concretes of classes C20 to C35. Furthermore, a discussion about the possible propositions of formulas for the evaluation of displacements in reinforced concrete structures is presented in the end of the paper.

The damage model developed by [3] is used in the analyses of reinforced concrete beams submitted to permanent and accidental variable loadings with the changes in the support conditions, span length, compression strength of the concrete, transversal section and reinforcement arrangement. The validation of the numerical responses obtained by the damage model as well as the parametric identification, can be found in [2], [3] and [4]. The modeling used describes the process of rigidity loss that leads to larger displacements, through decreasing of the elasticity module of the material at a certain point of the structure and not in the decreasing of the inertia moment of the studied section and, also, in the representation of this loss by an equivalent inertia in the whole beam, as if the whole beam was homogeneously cracked as it is considered by the NBR 6118:2007 [1]. These issues in conjunction with the reli-

ability of the numerical responses presented by the damage model so far, associated to the low cost of the numerical analyses against the high cost of the experimental ones, have motivated the discussion of the problem presented in this work.

In the item 2 of this work is briefly presented the models used, such as: damage model, ANOVA and NBR 6118:2007 Procedure. In item 3, the prototypes numerically tested are presented, as well as information about the concretes used in the production of the prototypes. In item 4, the numerical and analytical results are presented and discussions considering ANOVA methodology are developed. Besides, the proposals for the estimative of the cracking moment and a discussion about possible approaches for the evaluation of displacements in reinforced concrete structures are presented. Finally, in item 5, the work presents some conclusions.

2. Modeling used

2.1 Damage model

The concrete is assumed as an initially isotropic material that starts to present transverse isotropy and bimodular responses induced by the damage. Moreover, the model tries to respect the principle of energy equivalence between damaged real medium and equivalent continuous medium established in the Continuum Damage Mechanics (CDM), [3].

Here in after, the damage model is briefly described. So, for the tension dominant states, the following damage tensor is adopted:

$$D_T = f_1(D_1, D_4, D_5)(A \otimes A) + 2f_2(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (1)$$

where $f_1(D_1, D_4, D_5) = D_1 - 2f_2(D_4, D_5)$ and $f_2(D_4, D_5) = 1 - (1-D_4)(1-D_5)$.

The variable D_1 represents the damage in the orthogonal direction to the transverse isotropy local plane of the material, while D_4 is representative of the damage generated by the sliding movement between the crack faces. The third damage variable, D_5 , is only activated if a previous compression state accompanied by damage has occurred.

In the Eq. (1), the tensor I is the second-order identity tensor and the tensor A , by definition, is formed by the dyadic product of the unit vector perpendicular to the transverse isotropy plane for itself. The tensor product operations between the tensors of second order I and A that arise in Eq. (1) and which will be used during all the formulation are described in [3].

For the compression dominant states, the following damage tensor is adopted:

$$D_C = f_1(D_2, D_4, D_5)(A \otimes A) + f_2(D_3)[(I \otimes I) - (A \otimes A)] + 2f_3(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (2)$$

where $f_1(D_2, D_4, D_5) = D_2 - 2f_3(D_4, D_5)$, $f_2(D_3) = D_3$ and $f_3(D_4, D_5) = 1 - (1-D_4)(1-D_5)$.

Note that in the compression damage tensor expression two additional scalar variables are introduced: D_2 and D_3 . The variable

D_2 (damage perpendicular to the transverse isotropy local plane of the material) reduces the Young's modulus in that direction. On the other hand, the variable D_2 together with D_3 (that represents the damage in the transverse isotropy plane) degrades the Poisson's ratio on the perpendicular planes to the one of transverse isotropy. Finally, the resultant constitutive tensors E_T and E_C may be described as follow:

$$E_T = \lambda_{11} [I \otimes I] + 2\mu_1 [I \otimes I] - \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) [A \otimes A] - \lambda_{12}^+(D_1) [A \otimes I + I \otimes A] - \mu_2(D_4, D_5) [A \otimes I + I \otimes A] \quad (3)$$

$$E_C = \lambda_{11} [I \otimes I] + 2\mu_1 [I \otimes I] - \lambda_{22}^-(D_2, D_3, D_4, D_5) [A \otimes A] - \lambda_{12}^-(D_2, D_3) [A \otimes I + I \otimes A] - \lambda_{11}^-(D_3) [I \otimes I] - \frac{(1-2\nu_0)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3) [I \otimes I] - \mu_2(D_4, D_5) [A \otimes I + I \otimes A] \quad (4)$$

where $\lambda_i = \lambda_0$ and $\mu_i = \mu_0$. The remaining parameters will only exist for no-null damage, evidencing in that way the anisotropy and bimodularity induced by damage. Those parameters are given by:

$$\begin{aligned} \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) &= (\lambda_0 + 2\mu_0)(2D_1 - D_1^2) - 2\lambda_{12}^+(D_1) - 2\mu_2(D_4, D_5) \\ \lambda_{12}^+(D_1) &= \lambda_0 D_1; \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0 [1 - (1 - D_4)^2 (1 - D_5)^2] \\ &+ \frac{(\nu_0 - 1)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3) - 2\mu_2(D_4, D_5) \\ \lambda_{12}^-(D_2, D_3) &= \lambda_0 [(1 - D_3)^2 - (1 - D_2)(1 - D_3)] \\ \lambda_{11}^-(D_3) &= \lambda_0 (2D_3 - D_3^2); \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0 [1 - (1 - D_4)^2 (1 - D_5)^2] \end{aligned} \quad (5)$$

In [3], a hypersurface is defined either in the stress or strain space in order to identify the bimodular constitutive response to be used. A particular form is adopted for the hypersurface in the strain space: a hyperplane $g(\epsilon)$ defined by the unit normal \mathbf{N} ($\|\mathbf{N}\| = 1$) and characterized by its dependence of the strain and damage states. Therefore, the following relation is proposed:

$$g(\epsilon, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) = \mathbf{N}(\mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) \cdot \epsilon_e = \gamma_1(D_1, D_2) \epsilon_V^e + \gamma_2(D_1, D_2) \epsilon_{II}^e \quad (6)$$

where $\gamma_1(D_1, D_2) = \{1 + H(D_2)[H(D_1) - 1]\} \eta(D_1) + \{1 + H(D_1)[H(D_2) - 1]\} \eta(D_2)$ and $\gamma_2(D_1, D_2) = D_1 + D_2$.

The Heaviside functions employed above are given by:

$$H(D_i) = 1 \text{ for } D_i > 0; H(D_i) = 0 \text{ for } D_i = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

The $\eta(D_1)$, e $\eta(D_2)$ functions are defined, respectively, for the tension

and compression cases, assuming for the first one that there was no previous damage in compression affecting the present tension damage variable D_1 . Analogously, for the second one it is assumed that has not had previous damage in tension affecting variable D_2 .

$$\eta(D_1) = \frac{-D_1 + \sqrt{3 - 2D_1^2}}{3}; \eta(D_2) = \frac{-D_2 + \sqrt{3 - 2D_2^2}}{3} \quad (8)$$

Regarding the damage criterion, it is convenient to separate it into two criteria: the first one is used only to indicate damage incipience when the material is no longer isotropic and the second one is used for loading and unloading when the material is already considered as transverse isotropic.

The criterion for initial activation of the damage processes in tension or compression is given by:

$$f_{T,C}(\sigma) = W_e^* - Y_{OT,OC} < 0 \quad (9)$$

where W_e^* is the complementary elastic strain energy

of an isotropic and virgin medium whereas $Y_{OT} = \frac{\sigma_{OT}^2}{2E_0}$ or

$Y_{OC} = \frac{\sigma_{OC}^2}{2E_0}$ is a reference value obtained in uniaxial tension or

compression tests, respectively. The σ_{OT} e σ_{OC} parameters are limit elastic stresses.

Therefore, $D_T = 0$ (i.e., $D_1 = D_4 = 0$) for tension dominant states or $D_C = 0$ (i.e., $D_2 = D_3 = D_5 = 0$) for compression dominant states, where the response regime of the material is linear elastic and isotropic.

For the case of $g(\epsilon, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) > 0$, the complementary elastic energy of the damaged medium is given by the relation:

$$\begin{aligned} W_{e+}^* &= \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_1)^2} + \frac{(\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)}{2E_0} - \frac{\nu_0(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E_0(1-D_1)} - \frac{\nu_0\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_0} \\ &+ \frac{(1+\nu_0)}{E_0(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu_0)}{E_0}\sigma_{23}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

On the other hand, for compression dominant states ($g(\epsilon, \mathbf{D}_T, \mathbf{D}_C) < 0$), the complementary elastic energy is expressed by:

$$\begin{aligned} W_{e-}^* &= \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_2)^2} + \frac{(\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)}{2E_0(1-D_3)^2} - \frac{\nu_0(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E_0(1-D_2)(1-D_3)} - \frac{\nu_0\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_0(1-D_3)^2} \\ &+ \frac{(1+\nu_0)}{E_0(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu_0)}{E_0}\sigma_{23}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Considering a general situation of the damaged medium in tension dominant regime, the criterion for the identification of damage evolution is represented by the following relation:

$$f_T(\boldsymbol{\sigma}) = W_{e+}^* - Y_{0T}^* \leq 0 \quad (12)$$

where the reference value Y_{0T}^* is defined by the maximum complementary elastic energy determined during the damage process until the actual state. For the damaged medium in compression dominant regime, analogue relations are valid to the case of tension.

In the loading case, i.e., when or , one needs to update the values of the scalar damage variables that appear in the \mathbf{D}_T and \mathbf{D}_C tensors, considering their evolution laws.

In the numerical applications presented in this work, the monotonic loading is considered. The evolution laws for the scalar damage variables have been proposed according to the experimental results. Thus, the general form proposed is

$$D_i = 1 - \frac{1 + A_i}{A_i + \exp[B_i(Y_i - Y_{0i})]} \quad \text{com } i = 1, 2 \quad (13)$$

where A_i , B_i and Y_{0i} are parameters that must be identified. The parameters Y_{0i} are understood as initial limits for the damage activation, Eq. (9).

When the damage process is activated, the formulation starts to involve the tensor \mathbf{A} that depends on the knowledge of the normal to the transverse isotropy plane. Therefore, it is necessary to establish some rules to identify its location for an actual strain state. Therefore, the following assert is assumed as valid: "In the principal strain space, if two of the three strain rates are extension, shortening or null, the plane defined by them will be the transverse isotropy local plane of the material."

For this work is interesting observe that the uniaxial tension is an example of the case above where the transverse isotropy plane is perpendicular to the tension stress direction. The same observation is valid for uniaxial compression case.

The one-dimensional version of the damage model has been implemented in a program for bars structures analysis with finite layered elements. The damage mode previously described is assumed to govern the concrete layers behavior and for the longitudinal reinforcement bars, an elastoplastic behavior is admitted. In the transversal section, a certain layer can contain steel and concrete. It is defined, for each layer, an elastic modulus and an inelastic strain equivalent, by using homogenization rule.

On the other hand, adopting direction 1 as longitudinal bar direction, the relations of the models in its one-dimensional version are summarized as follows:

$$E := \begin{cases} E_C & \text{se } g(\boldsymbol{\varepsilon}, D_T, D_C) < 0, \\ E_T & \text{se } g(\boldsymbol{\varepsilon}, D_T, D_C) > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$E_T = E_0 (1 - D_1)^2 (1 - D_2)^2 \quad (15)$$

$$E_C = E_0 (1 - D_2)^2 \quad (16)$$

$$W_{e+}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1 - D_1)^2(1 - D_2)^2}; \quad W_{e-}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1 - D_2)^2} \quad (17)$$

$$Y_T = \frac{\partial W_{e+}^*}{\partial D_1} = Y_{1i}; \quad Y_C = \frac{\partial W_{e-}^*}{\partial D_2} = Y_2 \quad (18)$$

$$Y_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{E_0(1 - D_1)^3(1 - D_2)^2}; \quad Y_2 = \frac{\sigma_{11}^2}{E_0(1 - D_2)^3} \quad (19)$$

2.2 NBR6118:2007 Procedure

The evaluation models of displacements in reinforced concrete beams consider the behavior of the structural elements subjected to bending moment in the Stage I (intact section without crack, considering the tension stress in the concrete) and Stage II (section with cracks, the contribution of the concrete submitted to tension stress is not considered for the equilibrium of the transversal section).

The NBR 6118:2007 [1] presents a criterion for the estimative of the excessive displacement in concrete beams subject a bending moment, based in weight procedure of the inertia moments of Stages I (11) and II (12), resulting in equivalent inertia moment, I_{eq} . This equivalent inertia moment is calculated by Eq. (20). Such procedure is valid since the acting moment in the critical section, M_a , is higher than the bending moment that initiates the cracking process, M_c .

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_2 \leq I_c \quad (20)$$

In Eq. (20), I_c , is the inertia moment of the intact section, without consideration of the reinforcement bars in the transversal section (section homogenization).

The cracking moment, M_c , is calculated by the Eq. (21). It can be ob-

served in Eq. (21) that the Brazilian Code do not consider the favorable effect of the reinforcement bars, decreasing, therefore, the value of M_r .

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \tag{21}$$

The value of α used in Eq. (21) is equal to 1.2 for transversal sections T or double T and it is equal to 1.5 for rectangular transversal section. The tension strength of the concrete (f_{ct}) is calculated by Eq. (22), and y_t is the distance from the gravity center of the transversal section to the most tensioned fiber of the transversal section.

$$f_{ct} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \tag{22}$$

where f_{ck} is the compression strength of the concrete. However, the bending moment on the critical section, M_a , is determined by an quasi-permanent combination of loads. This combination reduces the intensity of the live loads, through a statistical coefficient Ψ_2 , which value can be equal to 0,3, 0,4 and 0,6, depending for what purpose is designed the use of the structure. The almost-permanent condition is calculated by Eq. (23).

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^n F_{gi,k} + \sum_{i=1}^m \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \tag{23}$$

In Eq. (23), F_g represents the values of the intensities of the dead load and F_q represents the values of the intensities of the variables live loads.

Having considered the beam equivalent stiffness that represents an average behavior of the whole beam, it can proceed to the estimative of the immediate deflection δ by means of the equations of Materials Strength which are valid for constant sections along the structural element, i.e.:

$$\delta = \frac{\alpha_c p l^4}{(EI)_{eq}} \tag{24}$$

where:

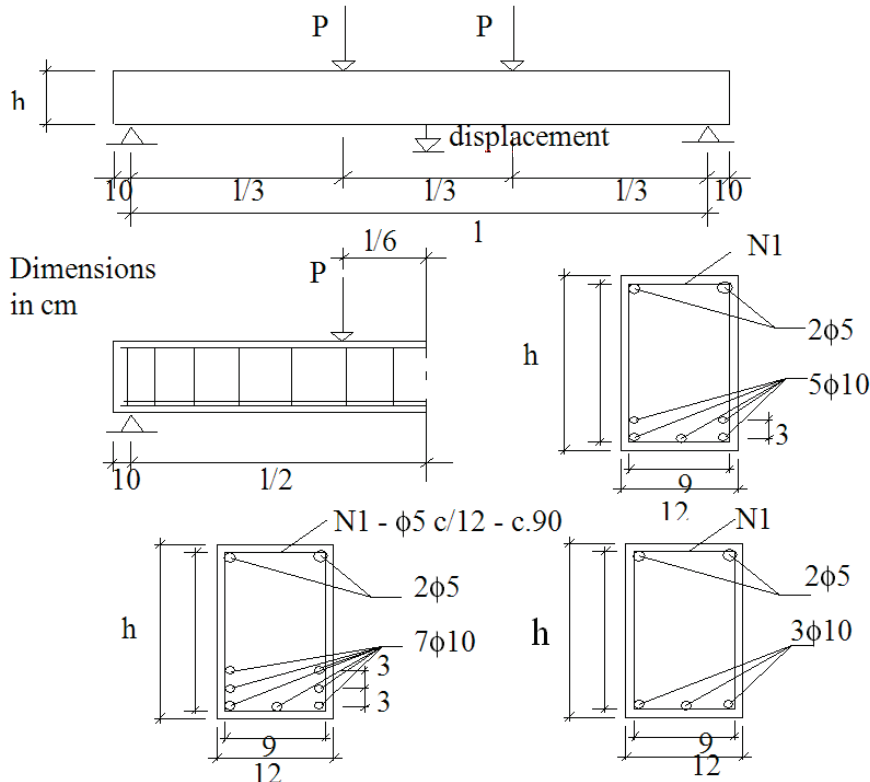
- α_c is a coefficient which depends on the boundary conditions of the beam and on the kind of acting loads;
- p is the load applied;
- l is the span length of the beam.
- $(EI)_{eq}$ is the equivalent stiffness of the cracked beam given by the Elasticity Modulus of the concrete and the inertia moment in the Stage II (eq. (20)).

2.3 ANOVA Methodology

The Variance Analysis (ANOVA) is a statistic test used by analysts, and seeks fundamentally to verify if there is a meaningful difference between the averages and if the factors carry influence in some dependent variable, [5].

The factors proposed can be of qualitative or quantitative origin, but the dependent variable necessarily must be continuous. The

Figure 1 - Geometry properties of the test prototypes



main application of ANOVA is the comparison between averages coming from different groups, also called treatments.

There are two types of problems to be solved by ANOVA: fixed factors or random factors. The randomness determines the question of the problem. In most cases, it deals with fixed factors; after all, the second type of problem (random) will only arise when there is a study involving a random choice of factors.

In the variance analysis developed in this work, fixed factors have been used and it has been chosen five study variables: compressive strength of the concrete; boundary conditions; transversal section; the effective span length; the quantity of steel bars of the longitudinal reinforcement. The chosen variables reached one hundred eight cases of combinations, they are: span length, steel area, inertia moment and correlations between span length and steel area, span length and inertia moment and, finally, steel area and inertia moment. Further information of the methodology developed can be seen in [2].

3. Test models

The one-dimensional version of the damage model has been implemented in a program for bars structures analysis with finite layered elements. For calculus purposes, the weight of the beams has been taken into account in the finite element models as permanent loading.

Now, the finite element models of the beams used in order to verify the influence of some parameters in the estimative of displacements are described. In this work, these models are called "test prototypes", and they have been used in the numerical analyses in order to compare with analytical responses given by the NBR Procedure [1].

In this work, some parameters involved in the problem have been changed, such as: effective span length, height of the cross section, reinforcement distribution, compression strength of the concrete and the boundary conditions. Therefore, the testing models set add up a total of 324 cases, where there are three types of concretes, three types of reinforcement distribution, three different span lengths, three different heights of the transversal section and four types of boundary conditions, beyond the possible combinations of these cases.. The finite element models are named according to the properties contained in the Table 1 and their geometries are described in the Fig. 1. It is important to note that the Fig. 1 can represent the boundary conditions as simply supported, fixed and simply supported, bi-fixed, fixed and free ends (cantilever beam). In order to check the vertical displacement obtained by numerical analyses presented in this work, it has been calculated analytically the vertical displacements of the RC beams submitted to the action of bending moment, using the criteria suggested by NBR Procedure [1], where it has been considered as permanent loads the weight of the beams and as accidental variable loads, the force

Table 1 – Properties of the test prototypes for simply supported beam

Beam	fck (MPa)	Span (m)	As (cm ²)	Beam	fck (MPa)	Span (m)	As (cm ²)	Beam	fck (MPa)	Span (m)	As (cm ²)
V31 - 12x30	30.8	2.4	2.36	V32 - 12x40	30.8	2.4	2.36	V33 - 12x50	30.8	2.4	2.36
V51 - 12x30	30.8	2.4	3.93	V52 - 12x40	30.8	2.4	3.93	V53 - 12x50	30.8	2.4	3.93
V71 - 12x30	30.8	2.4	5.5	V72 - 12x40	30.8	2.4	5.5	V73 - 12x50	30.8	2.4	5.5
V34 - 12x30	30.8	3	2.36	V35 - 12x40	30.8	3	2.36	V36 - 12x50	30.8	3	2.36
V54 - 12x30	30.8	3	3.93	V55 - 12x40	30.8	3	3.93	V56 - 12x50	30.8	3	3.93
V74 - 12x30	30.8	3	5.5	V75 - 12x40	30.8	3	5.5	V76 - 12x50	30.8	3	5.5
V37 - 12x30	30.8	2	2.36	V38 - 12x40	30.8	2	2.36	V39 - 12x50	30.8	2	2.36
V57 - 12x30	30.8	2	3.93	V58 - 12x40	30.8	2	3.93	V59 - 12x50	30.8	2	3.93
V77 - 12x30	30.8	2	5.5	V78 - 12x40	30.8	2	5.5	V79 - 12x50	30.8	2	5.5
V311 - 12x30	30	2.4	2.36	V322 - 12x40	30	2.4	2.36	V333 - 12x50	30	2.4	2.36
V511 - 12x30	30	2.4	3.93	V522 - 12x40	30	2.4	3.93	V533 - 12x50	30	2.4	3.93
V711 - 12x30	30	2.4	5.5	V722 - 12x40	30	2.4	5.5	V733 - 12x50	30	2.4	5.5
V344 - 12x30	30	3	2.36	V355 - 12x40	30	3	2.36	V366 - 12x50	30	3	2.36
V544 - 12x30	30	3	3.93	V555 - 12x40	30	3	3.93	V566 - 12x50	30	3	3.93
V744 - 12x30	30	3	5.5	V755 - 12x40	30	3	5.5	V766 - 12x50	30	3	5.5
V377 - 12x30	30	2	2.36	V388 - 12x40	30	2	2.36	V399 - 12x50	30	2	2.36
V577 - 12x30	30	2	3.93	V588 - 12x40	30	2	3.93	V599 - 12x50	30	2	3.93
V777 - 12x30	30	2	5.5	V788 - 12x40	30	2	5.5	V799 - 12x50	30	2	5.5
V3111 - 12x30	25	2.4	2.36	V3222 - 12x40	25	2.4	2.36	V3333 - 12x50	25	2.4	2.36
V5111 - 12x30	25	2.4	3.93	V5222 - 12x40	25	2.4	3.93	V5333 - 12x50	25	2.4	3.93
V7111 - 12x30	25	2.4	5.5	V7222 - 12x40	25	2.4	5.5	V7333 - 12x50	25	2.4	5.5
V3444 - 12x30	25	3	2.36	V3555 - 12x40	25	3	2.36	V3666 - 12x50	25	3	2.36
V5444 - 12x30	25	3	3.93	V5555 - 12x40	25	3	3.93	V5666 - 12x50	25	3	3.93
V7444 - 12x30	25	3	5.5	V7555 - 12x40	25	3	5.5	V7666 - 12x50	25	3	5.5
V3777 - 12x30	25	2	2.36	V3888 - 12x40	25	2	2.36	V3999 - 12x50	25	2	2.36
V5777 - 12x30	25	2	3.93	V5888 - 12x40	25	2	3.93	V5999 - 12x50	25	2	3.93
V7777 - 12x30	25	2	5.5	V7888 - 12x40	25	2	5.5	V7999 - 12x50	25	2	5.5

Note: In case of bi-fixed beams are added the letters be at the end of the name, as well as ea to fixed-supported and e to cantilever beam.

Table 2 – Parameters of the damage model for the concretes used in this work

	Concrete fck = 25.0 MPa		Concrete fck = 30.8 MPa		Concrete fck = 30.0 MPa	
	Tension	Compression	Tension	Compression	Tension	Compression
Y_{01} / Y_{02} (MPa)	1.137×10^{-4}	$Y_{02} = 0.5 \times 10^{-5}$	$Y_{01} = 0.72 \times 10^{-4}$	$Y_{02} = 0.5 \times 10^{-3}$	$Y_{01} = 0.72 \times 10^{-4}$	$Y_{02} = 1.7 \times 10^{-3}$
A_1 / A_2	$A_1 = 5.33$	$A_2 = -0.0086$	$A_1 = 50$	$A_2 = -0.9$	$A_1 = 50$	$A_2 = -0.8$
B_1 / B_2 (MPa ⁻¹)	$B_1 = 5660$	$B_2 = 5.71$	$B_1 = 6700$	$B_2 = 0.4$	$B_1 = 6700$	$B_2 = 1.1$

values of the F_r and $3F_r$, applied to the $l/3$ distances and $2l/3$ from the support of the left of the beam (see Fig. 1). The force F_r has been obtained by Eq. (25) and its value depends on the cracking moment value (Eq. 21).

$$F_r = \left(M_r - \frac{g \cdot \ell^2}{8} \right) \cdot \frac{2}{\ell} \quad (25)$$

In Eq. (25), F_r is the value of the force intensity that composes the cracking process, g represents the weight of the reinforced concrete beam and l is the span length of the beam.

Note that, the parametric identification of the damage model for the concretes with compression strength of 25MPa, 30 MPa and 30,8 MPa used in this work is presented in [2] and [4], as well as the employment of the damage model in the numerical analyses of RC beams and frames is presented in [6], [7] and [8]. Those results are compared with experimental ones in order to validate the employment of the damage model. The parameters are presented in Table 2.

Table 3 – Displacement values obtained by the NBR 6118:2007 Procedure and numerical tests for F_r (cantilever beam, 30.8 MPa)

Beam	P = F_r				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Disp. NBR (cm)	Disp. Num (cm)	Difference (%)
V31e - 12x30	2.24	1.84	0.20	0.105	47.50
V51e - 12x30	2.24	1.88	0.20	0.105	47.50
V71e - 12x30	2.24	1.90	0.20	0.105	47.50
V34e - 12x30	1.30	1.51	0.29	0.170	41.38
V54e - 12x30	1.30	1.50	0.29	0.162	44.14
V74e - 12x30	1.30	1.51	0.29	0.162	44.14
V37e - 12x30	3.08	2.22	0.14	0.080	42.86
V57e - 12x30	3.08	2.28	0.14	0.080	42.86
V77e - 12x30	3.08	2.30	0.14	0.080	42.86
V32e - 12x40	4.46	3.27	0.15	0.083	44.67
V52e - 12x40	4.46	3.31	0.15	0.082	45.33
V72e - 12x40	4.46	3.36	0.15	0.082	45.33
V35e - 12x40	2.92	2.60	0.23	0.127	44.78
V55e - 12x40	2.92	2.60	0.23	0.124	46.09
V75e - 12x40	2.92	2.52	0.23	0.119	48.26
V38e - 12x40	5.87	3.87	0.11	0.060	45.45
V58e - 12x40	5.87	3.82	0.11	0.060	45.45
V78e - 12x40	5.87	3.87	0.11	0.060	45.45
V33e - 12x50	7.41	5.02	0.12	0.067	44.17
V53e - 12x50	7.41	5.12	0.12	0.069	42.50
V73e - 12x50	7.41	5.21	0.12	0.069	42.50
V36e - 12x50	5.12	4.01	0.19	0.110	42.11
V56e - 12x50	5.12	3.94	0.19	0.101	46.84
V76e - 12x50	5.12	4.00	0.19	0.101	46.84
V39e - 12x50	9.55	5.76	0.09	0.050	44.44
V59e - 12x50	9.55	5.90	0.09	0.050	44.44
V79e - 12x50	9.55	6.00	0.09	0.050	44.44

According with experimental data reported in [6], the first concrete has tension strength of 2.3 MPa and elasticity modulus of 32,300 MPa. The second concrete has tension strength of 2.25 MPa and elasticity modulus of 29,200 MPa, [8]. The third one, according with [7], has 30,400 MPa for the elasticity modulus. The steel used in the reinforcement has $E_s = 196,000$ MPa and yielding stress of 500 MPa. It is important to note that the finite element models have been tested in order to obtain the objectivity of the meshes used here, [2] and [4]. Therefore, in the numerical analyses the geometry symmetries has been taken into account and only half beam has been analyzed. The longitudinal discretization has been composed by 16 finite elements whereas for the cross section, 15 layers representing concrete and/or steel have been employed.

4. Numerical, analytical and statistical results

Due to the high number of results, in the following tables are described some of them. The results consist in vertical displacements in the middle of the span of each test prototype obtained by the employment of the NBR 6118:2007 Procedure [1], as well as those

obtained in the numerical analyses. The values $P=Fr$ and $P=3Fr$ have been considered in order to analyze the behavior of the NBR 6118:2007 [1] Procedure related to the evolution of the damage process on the beams.

The percentage values of the difference between the results have been calculated adopting the ones recommended by NBR 6118:2007 [1] as reference values.

It can be observed on the tables above the conservatism of the calculation procedure of NBR 6118:2007 [1], being reflected, in most cases, in differences about 30% to 50%. In the case of bi-fixed beams, the difference becomes more relevant (Table (4)). In general, it can even be observed that the differences between the displacement values decrease with the increase of the applied load Fr . The model adopted by NBR6118:2007 [1] approaches the beam stiffness using just only one value to whole beam leading to high displacement values. Otherwise, the damage model degrades selectively the longitudinal elasticity modulus of each concrete layer in each finite element along beam giving a more realistic simulation of the damage process on the beam, which usually results in smaller displacements than those obtained with NBR6118:2007 [1] analytical model. It can be observed that the tensioned concrete

Table 4 - Displacement values obtained by the NBR 6118:2007 Procedure and numerical tests for Fr. (bi-fixed beam, 30.0 MPa)

Beam	P = Fr				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Disp. NBR (cm)	Disp. Num (cm)	Difference (%)
V311be- 12x30	13.85	12.06	0.10	0.018	82.00
V511be- 12x30	13.85	12.33	0.10	0.018	82.00
V711be - 12x30	13.85	12.44	0.10	0.018	82.00
V344be - 12x30	10.72	11.47	0.15	0.032	78.67
V544be - 12x30	10.72	11.71	0.15	0.032	78.67
V744be - 12x30	10.72	11.80	0.15	0.032	78.67
V377be - 12x30	16.92	19.02	0.07	0.017	75.71
V577be - 12x30	16.92	19.18	0.07	0.017	75.71
V777be - 12x30	16.92	15.53	0.07	0.014	80.00
V322be - 12x40	24.99	28.04	0.07	0.020	71.43
V522be - 12x40	24.99	28.50	0.07	0.020	71.43
V722be- 12x40	24.99	28.63	0.07	0.020	71.43
V355be - 12x40	19.50	15.98	0.11	0.034	69.18
V555be - 12x40	19.50	16.36	0.11	0.022	80.00
V755be - 12x40	19.50	16.58	0.11	0.022	80.00
V388be - 12x40	30.38	27.37	0.05	0.017	66.00
V588be - 12x40	30.38	27.56	0.05	0.011	78.00
V788be - 12x40	30.38	27.41	0.05	0.017	66.00
V333be - 12x50	39.38	36.54	0.06	0.022	63.33
V533be - 12x50	39.38	36.66	0.06	0.022	63.33
V733be - 12x50	39.38	36.63	0.06	0.022	63.33
V366be - 12x50	30.9	32.07	0.09	0.025	72.22
V566be - 12x50	30.9	32.73	0.09	0.025	72.22
V766be - 12x50	30.9	33.18	0.09	0.025	72.22
V399be - 12x50	47.75	47.14	0.04	0.017	57.50
V599be - 12x50	47.75	47.57	0.04	0.017	57.50
V799be - 12x50	47.75	47.73	0.04	0.017	57.50

Table 5 - Displacement values obtained by the NBR 6118:2007 Procedure and numerical tests for 3Fr. (simply supported beam, 30.8 MPa)

Beam	P = 3.Fr				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Disp. NBR (cm)	Disp. Num (cm)	Difference (%)
V31- 12x30	27.42	18.84	0.57	0.35	38.60
V32 - 12x40	49.83	31.17	0.5	0.31	38.00
V33 - 12x50	78.87	61.05	0.45	0.38	15.56
V34 - 12x30	20.85	14.67	0.85	0.53	37.65
V35 - 12x40	38.40	23.55	0.75	0.43	42.67
V36 - 12x50	61.26	46.17	0.69	0.55	20.29
V37 - 12x30	33.78	22.11	0.40	0.24	40.00
V38 - 12x40	60.96	50.76	0.35	0.31	11.43
V39 - 12x50	96.12	53.79	0.32	0.18	43.75
V51- 12x30	27.42	19.32	0.44	0.26	40.91
V52 - 12x40	49.83	31.98	0.37	0.21	43.24
V53 - 12x50	78.87	62.67	0.33	0.26	21.21
V54 - 12x30	20.85	14.73	0.66	0.38	42.42
V55 - 12x40	38.40	24.15	0.56	0.31	44.64
V56 - 12x50	61.26	47.37	0.51	0.38	25.49
V57 - 12x30	33.78	22.68	0.31	0.18	41.94
V58 - 12x40	60.96	75.42	0.26	0.33	-26.92
V59 - 12x50	96.12	55.11	0.23	0.13	43.48
V71 - 12x30	27.42	19.53	0.40	0.23	42.50
V72 - 12x40	49.83	32.46	0.32	0.18	43.75
V73 - 12x50	78.87	63.78	0.28	0.22	21.43
V74 - 12x30	20.85	14.91	0.60	0.33	45.00
V75 - 12x40	38.40	24.51	0.49	0.26	46.94
V76 - 12x50	61.26	48.21	0.43	0.31	27.91
V77 - 12x30	33.78	22.92	0.28	0.16	42.86
V78 - 12x40	60.96	53.07	0.23	0.18	21.74
V79 - 12x50	96.12	56.01	0.2	0.1	50.00

between cracks is taken into account in the resistance to the bending moment according to the damage model, such fact does not happen in the formulation of the model used by NBR6118:2007 [1]. It can also be observed that NBR6118:2007 [1] provides one only value of M_r , regardless the reinforcement arrangement disposed in the beam. However, the numerical analyses show a variation in M_r value, which would be more natural because the mechanical behavior of the beam will obviously be influenced by the reinforce-

ment arrangement from the beginning of the cracking process to its collapse, among other factors. [2].

In [2] are presented the statistical analyses performed with ANOVA methodology for the case of the simply supported and bi-fixed beams with the variation of parameters already mentioned in the introduction of this work. Then, in [2] has been observed that the transversal section and span length are the most important variables in the problem when the beam is subjected to moderate val-

Table 6 - Simply supported beam, $f_{ck}=25$ MPa, analytical values, $F = Fr$

Factors	Simply supported beam		C25	$F=F_r$	Analytical	
	Squares sum	Freedom degrees	Squares average	F_0	$F_{critical, 0.5}$	N=26
l	8.6×10^{-3}	2	4.3×10^{-3}	4.3×10^{-3}	3.37	
A_s	0	2	0	0	3.37	
A_c	4.2×10^{-3}	2	2.1×10^{-3}	2.1×10^{-3}	3.37	
$l \times A_s$	0	4	0	0	2.74	
$l \times A_c$	4×10^{-4}	4	10×10^{-5}	10×10^{-5}	2.74	
$A_s \times A_c$	0	4	0	0	2.74	
Error	0	8	0	0	-	
Total	0.0013	26	-	-	-	

ues of the service loads. However, when the loading value increases, the transversal section keeps the most important variable, but the reinforcement distribution becomes a more important variable than the span length. This change is due to the very intense damage process which occurs in the beam in this loading stage. In this work, some additional parameters are introduced, such as: one more concrete with compression strength of 25 MPa and two new boundary conditions (cantilever beam and fixed and simply supported beam). Moreover, in order to overcome a gap left in the

work [2], the change of span length from 4 m to 2 m has been made. The, now, the cantilever beam cases have analytical and numerical possible results, in order to contribute for the statistical analyses. Once again, it is necessary the presentation of some tables with statistical results referring to concrete C25 in simply supported beams, as example. In fact, the analyses lead to the making of 48 tables. Closing, it is related here that the results of the statistical analyses do not show any evident change of the behavior of the problem

Table 7 – Simply supported beam, fck=25 MPa, numerical values, F = Fr

Simply supported beam		C25	F=Fr	Analytical	
Ultimate force					
Factors	Squares sum	Freedom degrees	Squares average	F ₀	F _{critical, 0.5} N=26
ℓ	1.064 x 10 ⁻³	2	5.32 x 10 ⁻⁴	8.02	3.37
A _s	3.5 x 10 ⁻⁵	2	1.733 x 10 ⁻⁵	0.261	3.37
A _c	1.026 x 10 ⁻³	2	5.13 x 10 ⁻⁴	7.734	3.37
ℓ X A _s	3.653 x 10 ⁻⁴	4	9.133 x 10 ⁻⁵	1.377	2.74
ℓ X A _c	7.06 x 10 ⁻⁴	4	1.765 x 10 ⁻⁴	1.015	2.74
A _s X A _c	2.693 x 10 ⁻⁴	4	6.733 x 10 ⁻⁵	2.661	2.74
Error	5.307 x 10 ⁻⁴	8	6.633 x 10 ⁻⁵	-	-
Total	3.996 x 10 ⁻³	26	-	-	-

Table 8 – Simply supported beam, fck=25 MPa, analytical values, F = 3 Fr

Simply supported beam		C25	F=3Fr	Analytical	
Ultimate force					
Factors	Squares sum	Freedom degrees	Squares average	F ₀	F _{critical, 0.5} N=26
ℓ	0.391	2	0.195	1.407 x 10 ⁴	3.37
A _s	0.123267	2	0.062	4.438 x 10 ³	3.37
A _c	0.051	2	0.026	1.854 x 10 ³	3.37
ℓ X A _s	0.011	4	2.694 x 10 ⁻³	194	2.74
ℓ X A _c	4.489 x 10 ⁻³	4	1.122 x 10 ⁻³	3.2	2.74
A _s X A _c	1.778 x 10 ⁻⁴	4	4.444 x 10 ⁻⁵	80.8	2.74
Error	1.111 x 10 ⁻⁴	8	1.389 x 10 ⁻⁵	-	-
Total	0.581	26	-	-	-

Table 9 – Simply supported beam, fck=25 MPa, numerical values, F = 3Fr

Simply supported beam		C25	F=3Fr	Numerical	
Ultimate force					
Factors	Squares sum	Freedom degrees	Squares average	F ₀	F _{critical, 0.5} N=26
ℓ	0.122	2	0.061	96.974	3.37
A _s	0.072634	2	0.036	57.826	3.37
A _c	0.032	2	0.016	25.656	3.37
ℓ X A _s	0.01	4	2.558 x 10 ⁻³	4.073	2.74
ℓ X A _c	0.029	4	7.248 x 10 ⁻³	4.392	2.74
A _s X A _c	0.011	4	2.758 x 10 ⁻³	11.541	2.74
Error	0.005024	8	6.28 x 10 ⁻⁴	-	-
Total	0.282	26	-	-	-

Figure 2 - Cracking moment for the concrete C25

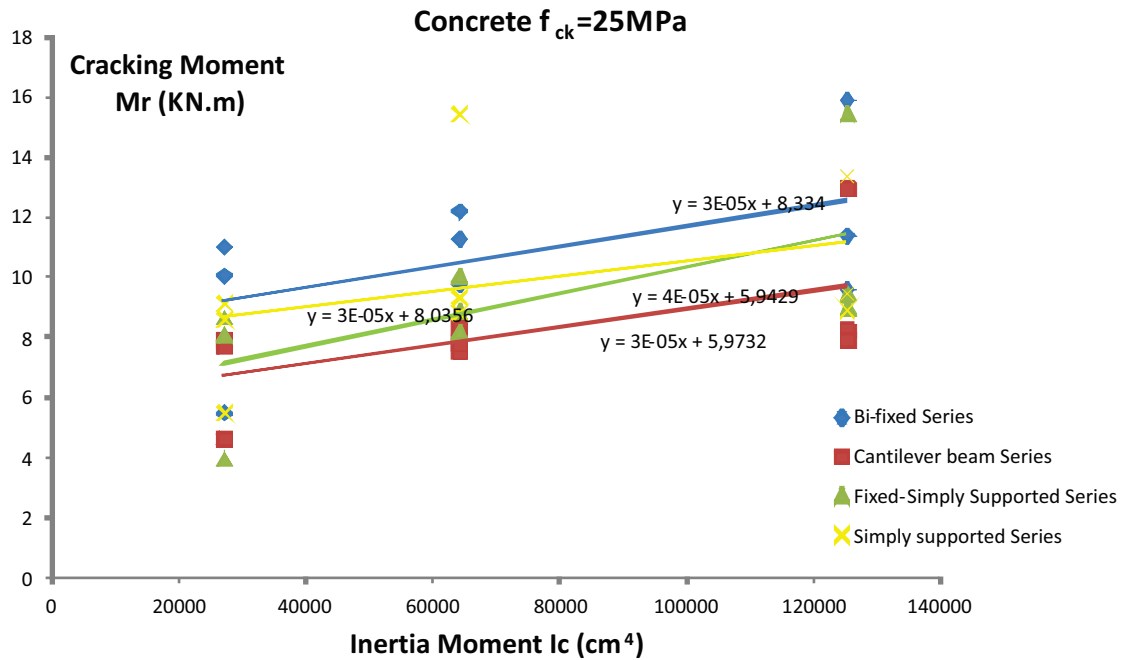


Figure 3 - Cracking moment for the concrete C30

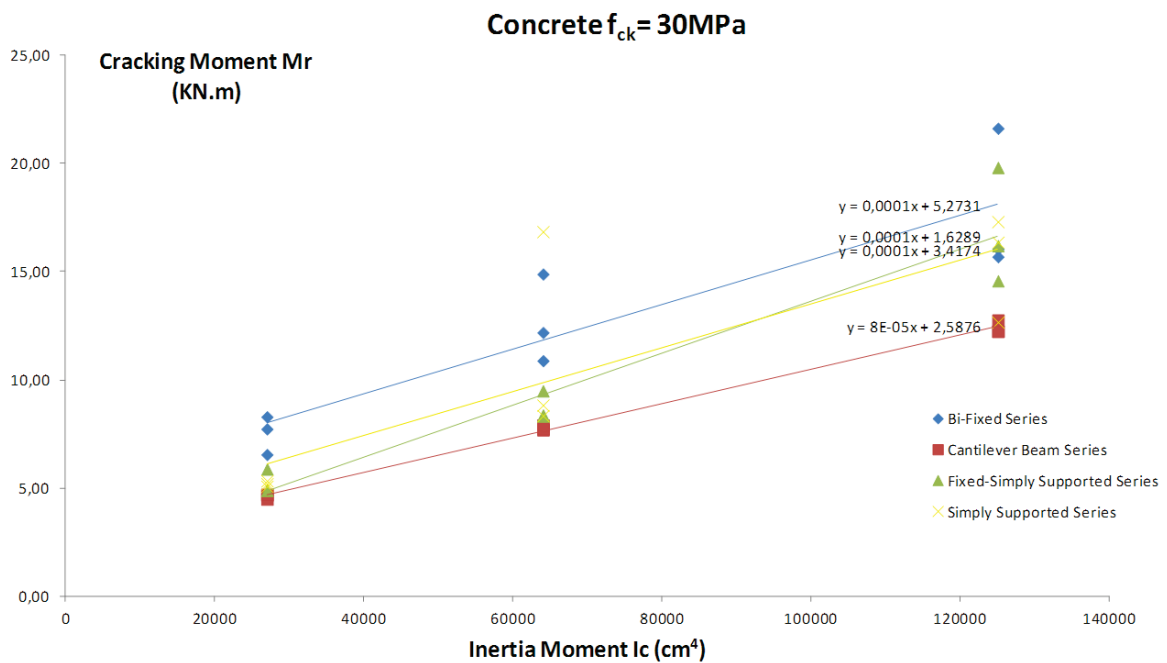
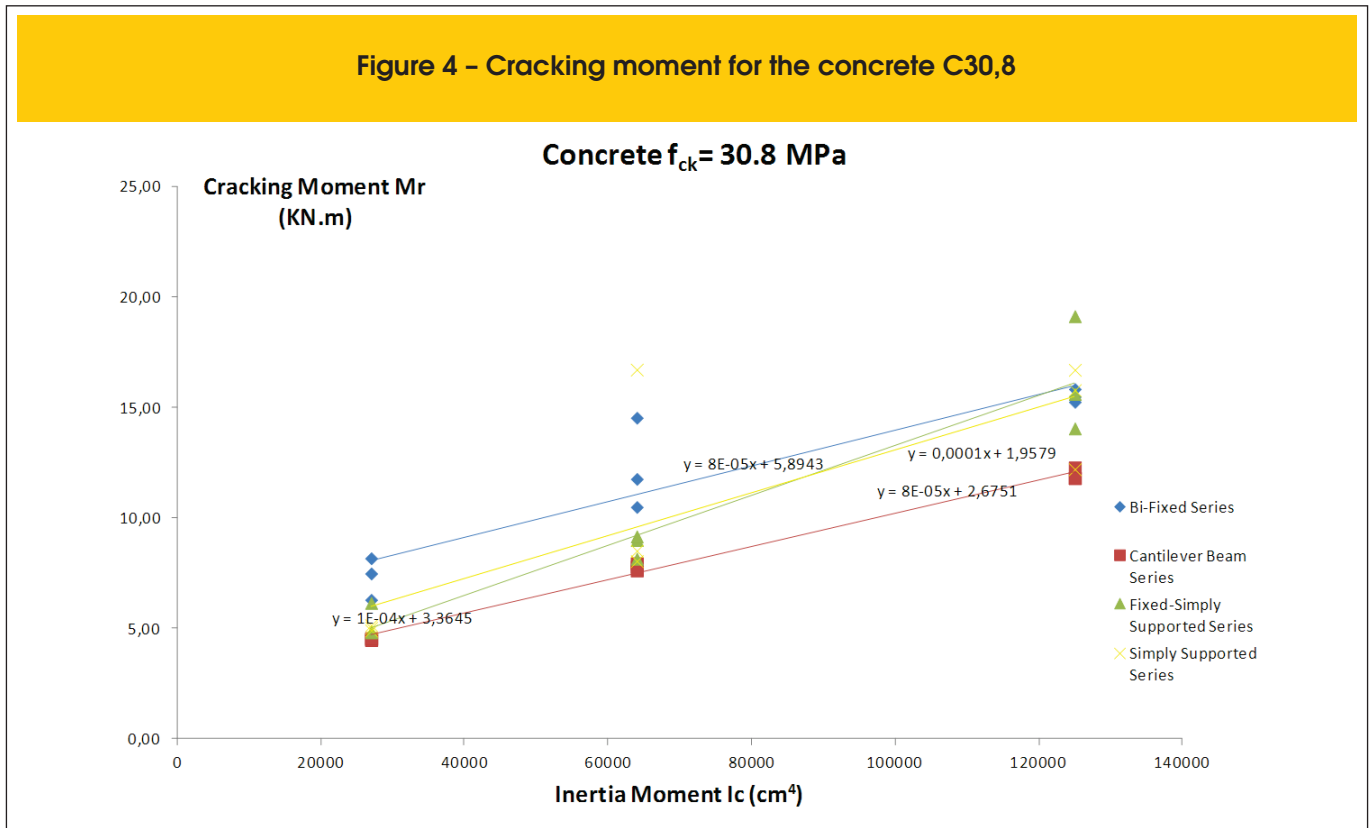


Figure 4 – Cracking moment for the concrete C30,8



variables when the new parameters have been introduced in this work. Therefore, in the beginning of the cracking process in $F = F_r$, the transversal section of the beam is the most influent variable in the problem, followed by the span length. When the cracking process is more evident, the steel reinforcement area starts to gain importance because the concrete does not resist efficiently to the efforts, mainly in the tensioned area of the beam.

4.1 Discussion about the proposals to the evaluation of the deflection in reinforced concrete structures

Based on the results obtained so far, both in this work or in previous one [2], in Fig. (2) it is illustrated a graphic containing the transversal section inertia versus the cracking moment of the numerical analyses for the case of concrete C25 and working with beams in domain 2 (5ø10.0mm). For each boundary condition case, it

has been adopted a regression in a manner as simple as possible (linear) to obtain an expression for the estimation of the cracking moment related to the initial inertia of the transversal section. Note that, in this work, formulations as simplest as possible are adopted always thinking in the practical applicability of the study. The same procedure has been performed to the concrete C30 (Figure 3) and concrete with compression strength of 30.8 MPa (Figure 4). Therefore, the equations below are proposals to be used for the called “conventional concretes”, i. e., concretes that belongs to the classes C20 until C 35. Such statement is justified by the compression strength used in this work, where it is possible to extrapolate the results obtained for concretes in classes in the neighborhood of the concretes addressed here.

Table 10 – Values of the coefficients related to support conditions		
Boundary conditions	β_1	β_2
Bi-fixed/simply supported	8	4.5
Cantilever beam/ fixed-supported	6	2

$$M_r = 0.00004I_c + \beta_1 \text{ p/ concretos C20 e C25} \quad (26)$$

$$M_r = 0.00015I_c + \beta_2 \text{ p/ concretos C30 e C35} \quad (27)$$

where, in the equations above, the values are expressed in kN.m for M_r and cm^4 for I_c . The values of β_1 and β_2 are given in Table 10. The proposed equations have been used in the analyses of this work and compared with the values recommended by NBR6118:2007 [1]

Table 11 – Values of the cracking moment given by proposed method and NBR6118:2007 procedure (KN.m)

I_c (cm ⁴)	Support conditions	Proposal C20/C25	NBR C20	NBR C25	dif. for C25 (%)	dif. for C20 (%)	Proposal C30/C35	NBR C30	NBR C35	dif. for C30 (%)	dif. for C35 (%)
27x10 ³	Bi-fixed	9.08	5.97	6.93	-31.11	-52.14	8.55	7.82	8.67	-9.33	1.35
64x10 ³	Bi-fixed	10.56	10.61	12.31	14.23	0.47	14.1	13.90	15.41	-1.42	8.49
125x10 ³	Bi-fixed	13	16.58	19.24	32.42	21.58	23.25	21.72	24.07	-7.03	3.43
27x10 ³	Cantilever beam	7.08	5.97	6.93	-2.233	-18.63	6.05	7.82	8.67	22.64	30.19
64x10 ³	Cantilever beam	8.56	10.61	12.31	0.474	19.32	11.6	13.90	15.41	16.57	24.71
125x10 ³	Cantilever beam	11	16.58	19.24	2.82	33.65	20.75	21.72	24.07	4.48	13.81
27x10 ³	Fixed-supported	7.08	5.97	6.93	-2.233	-18.63	6.05	7.82	8.67	22.64	30.19
64x10 ³	Fixed- supported	8.56	10.61	12.31	0.474	19.32	11.6	13.90	15.41	16.57	24.71
125x10 ³	Fixed- supported	11	16.58	19.24	2.82	33.65	20.75	21.72	24.07	4.48	13.81
27x10 ³	Simply supported	9.08	5.97	6.93	-31.11	-52.14	8.55	7.82	8.67	-9.33	1.35
64x10 ³	Simply supported	10.56	10.61	12.31	14.23	0.47	14.1	13.90	15.41	-1.42	8.49
125x10 ³	Simply supported	13	16.58	19.24	32.42	21.58	23.25	21.72	24.07	-7.03	3.43

(see Table 11). In general, the values obtained by the proposal are smaller, however, it is emphasized here that the numerical analyses have been performed with the use of a damage model which considers the cracking distributed in the structural element, then it is natural the contribution of the boundary conditions in this cracking panorama. It is possible to note on the table above, in general, the proposed model for M_f presents lightly superior values than NBR's for the cases of small inertias of the transversal section. Moreover, the proposed model presents results more closer to the NBR Procedure for the cases of medium inertias and presents smaller values than NBR's in the case of bigger inertias. It can be noted that the proposed model for C30/C35 has presented a better behavior than the proposal for C20/C25 when compared with the values presented by NBR. On the other hand, in the case of the evaluation of the displacements, according to Materials Strength Theory, such calculation in structures can be a given function, in a general way, by:

$$\delta = \frac{\alpha_{ap} \cdot p \cdot l^3}{EI_c} \tag{28}$$

where α_{ap} is a constant dependent on the boundary condition, p is the acting loading, l is the effective span length, I_c is the inertia moment of the transversal section and E is the concrete elasticity modulus. It can be observed that the main parameters involved in the problem, according to the results of ANOVA methodology, are contemplated in Eq. (28). Nowadays, NBR6118:2007 [1] uses a procedure where the inertia moment of the transversal section is decreased when the cracking process takes place. This penalization procedure is homogeneous leading to only one value for the inertia moment to the whole beam. In this work, the stiffness degradation is focused on the decreasing of the Elasticity Modulus according to the approach given by Continuum Damage Mechanics.

It can be observed that when there is a cracking processes in progress, the Elasticity Modulus is function of a variable that defines the concrete cracking stage. This variable can be understood as damage (D). However, the own damage is dependent on the deformation of the structural system and related stresses. Such stress and strain states depend on the loading level applied in the structure, i.e., there is a non-linear relation in this whole process.

It can be observed that a relation that selectively degrades the

stiffness of the structure by means of the Elasticity Modulus of the cracked concrete in different phases until its collapse, it is desirable. Even more if the parameters involved in this relation are of current use in the Structural Engineering. Therefore, it is proposed that the Elasticity Modulus be used in Eq. (28) as:

$$E = (1 - D)E_0 \tag{29}$$

where E_0 is the Elasticity Modulus of the virgin concrete obtained by NBR 6118:2007 [1]. On the other hand, the damage process is dependent on the variables involved in the problem, such as: cracking moment, compression and tension strength of the concrete. It is also proposed that the damage variation is given by a non-linear relation illustrated in Fig. (5) and that it is dependent on the class of the concrete.

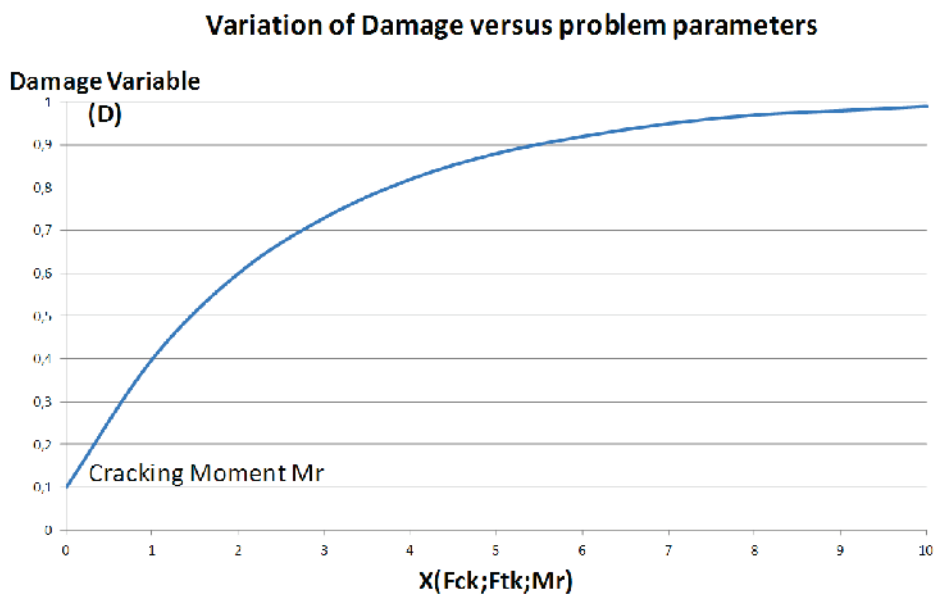
However, there are two ways to follow: it can be proposed an equation for variable D with the important parameters obtained by ANOVA or, it can be proposed an equation for D based in a regression, taking as a basis the numerical results obtained so far.

It is adopted the first option because it works with parameters with a more tangible physical meaning for the engineers, always remembering that this is the philosophy used here. Moreover, the second option demands the complexity of working in several dimensions with a enormous range of results. This can be studied in a future work.

Therefore, following the chosen option, in a given state of the efforts x displacements, it can be calculated the stiffness of the structural element keeping unchanged the inertia moment of the transversal section and using the Elasticity Modulus updated by Eq. (29) for a given acting bending moment on the most loaded section, since the acting bending moment be superior to the cracking moment of the structural element calculated by Eqs. (26) or (27). After some studies and, having as a basis a simple but efficient damage model, it is proposed the following expression for estimation of the variable D :

$$D = 1 - \frac{M_r(1-A)}{M_a} - \frac{A}{e^{\left[\frac{f_{ctm}}{1000}(M_a - M_r)\right]}} \tag{30}$$

Figure 5 – General proposal for the damage variable related to the parameters involved in the problem



where M_a and M_r are given in KN.m, A parameter is a value dependent on the concrete class and f_{ctm} is the medium direct tension strength or characteristic of the concrete given by Eq. (31) in MPa.

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \tag{31}$$

Fig. (6) presents a $D \times M_a$ graphic for a class C25, $M_{cr} = 9,35$ KN.m

and $A = 0,9$. The use of Eq. (30) leads to a non pronounced stiffness degradation what generates a more realistic structural behavior. Finally, the proposed model is used in the case of the beam tested in reference [6]. Such beam has been chosen because there is detailed information about the experimental test, as well as about the obtained values, giving a reliability for the comparison of results.

In Table 12, the values experimentally obtained for $M_{a,exp}$ (acting bending moment), $M_{r,exp}$ (cracking moment), δ_{exp} (displacement of the middle span), are compared with the values analytically

Figure 6 – Study about the variation of D related to bending moment acting on the critical section

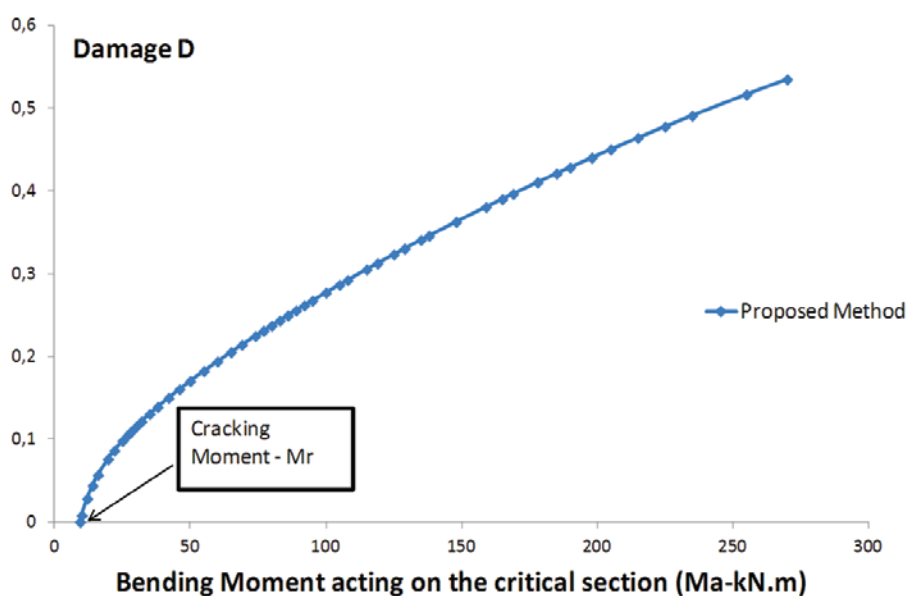


Table 12 – Values of the acting and cracking moments (KN.m) and displacement (mm) given by the experimental responses, proposed method and NBR6118:2007 procedure

$M_{a,exp}$	$M_{r,exp}$	$M_{r,NBR}$	$M_{r,proposol}$	δ_{exp}	δ_{NBR}	$\delta_{proposol}$
–	19.69	8.66	9.35	–	–	–
10.64	–	–	–	0.8	1.3	1.16
19.69	–	–	–	2.3	2.8	2.29
32.02	–	–	–	3.0	4.6	3.93
55.77	–	–	–	7.0	8.1	7.36
81.89	–	–	–	11.5	11.9	11.62

obtained by NBR 6118:2007 ($M_{r,NBR}$, δ_{NBR}) and by the proposed methodology ($M_{r,proposol}$, $\delta_{proposol}$).

It can be observed results more realistic obtained by the use of the proposed model related to the experimental results than the ones obtained with the use of the procedure suggested by NBR. However, it is necessary to think about the existence of some safety reservation for the evaluation of displacement. Fig. (7) shows the comparison of the experimental results with those obtained by NBR and by the methodology proposed in this work.

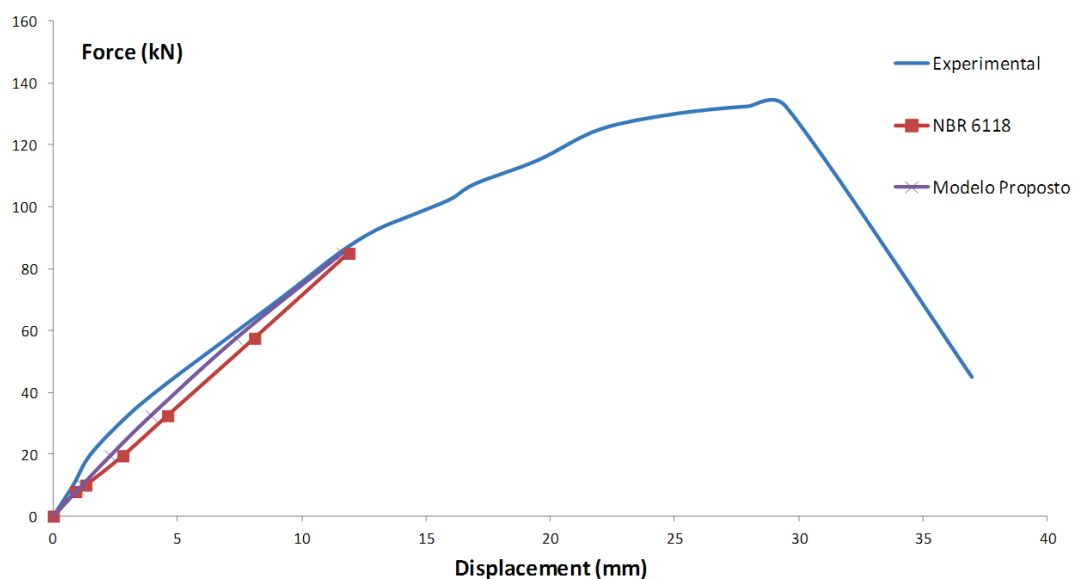
Note that the proposed model to the evaluation of the deflections in the reinforced concrete structures depends on a deeper study on the results obtained so far for the conventional concretes (C20 to C35). In this sense, it is necessary to obtain more reliable experimental results for the validation of the proposal of this work, as well as for studies about its limitation and verification related to safety use. These features will be studied in a future work.

5. Conclusions

In this work a damage model for the concrete proposed by [3] has been used in the evaluation of deflections in reinforced concrete structures.

The parameters involved in the problem and its combinations have been found and, a total of 324 prototypes have been numerically analyzed using the damage model and, analytically analyzed using NBR6118:2007 Procedure. The application of ANOVA methodology confirms the conclusions obtained in [2], even with the inclusion of new parameters in the problem. In other words, it can be observed that the cracking moment does not take into account the reinforcement distribution. Moreover, it can be observed that the displacements obtained from the analytical analyses are greater than those ones obtained through numerical and experimental analyses. It is due to the fact that NBR6118:2007 [1] estimates an average value for stiffness of the whole beam leading to high dis-

Figure 7 – Comparison between experimental response and results obtained by the proposed method and NBR procedure



placement values. On the other hand, the damage model degrades the stiffness in a selective way, therefore it is possible to consider the contribution of tensioned concrete between cracks. However, the existence of a safety reservation always must be necessary. In a general way, the ANOVA methodology shows the variables that must be contained in an eventual alternative formulation to the NBR6118:2007 Procedure [1]. Such proposal has been presented at the end of this work, where the focus about stiffness penalization becomes the Elasticity Modulus, following the basis given by Continuum Damage Mechanics. Initial tests have been performed in this work and the results shown the potentialities of the proposed methodology employment, but its effective validation and use limitation study will be objects of future studies. Besides, it is necessary to verify the use safety of the proposal in practical applications of the Structural Engineering. In sum, the results presented in this work encourage the authors to proceed in the development of this proposed methodology.

7. Acknowledgement

The financial support from CNPq (National Council for Scientific and Technological Development) is gratefully acknowledged.

8. References

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2007, Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.
- [02] PITUBA, J. J. C., DELALIBERA, R. G., and RODRIGUES, F. S.. Numerical and statistical analysis about displacements in reinforced concrete beams using damage mechanics. *Computers and Concrete, an International Journal*, Vol. 10(3), 307-330, 2012.
- [03] PITUBA, J. J. C.. and FERNANDES, G. R.. An anisotropic damage for the concrete. *Journal of Engineering Mechanics - ASCE*, Vol. 137(9), 610-624, 2011.
- [04] PITUBA, J. J. C.. and LACERDA, M. M. S.. Simplified damage models applied in the numerical analysis of reinforced concrete structures. *IBRACON Structures and Materials Journal*, Vol. 5(1), 26-37, 2012.
- [05] MONTGOMERY, D. C.. *Design and analysis of experiments*, Arizona State University, 4th Edition, John Wiley & Sons, 1996.
- [06] DELALIBERA, R. G.. *Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado com armadura de confinamento*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.
- [07] VECCHIO, F. J. and Emara, M. B.. Shear deformations in reinforced concrete frames. *ACI Structural Journal*, Vol. 89, n. 1, p. 46-56, 1992.
- [08] ÁLVARES, M. S.. *Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação e emprego do método dos elementos finitos*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

Evaluation of deflection in reinforced concrete structures using damage mechanics

Avaliação de deflexões em estruturas de concreto armado utilizando mecânica do dano



J. J. C. PITUBA^a
julio.pituba@pq.cnpq.br

R. G. DELALIBERA^a
dellacivil@gmail.com

Abstract

This work intends to present a contribution about a proposed approach for the estimative of displacements in reinforced concrete structures submitted to service loads. This work is restrictive to C20 up to C35 classes of strength. The approach used in this work consists in the decreasing of cracking element elastic moduli by damage model. That constitutive model takes into account induced anisotropy, plastic deformations and bimodular elastic response and a simplified version is used in order to simulate the concrete behavior, while an elastoplastic behavior is admitted for the reinforcement. Initially, a set of beams are analyzed and some parameters related to the problem are modified, such as: compression strength, span length, cross section, reinforcement rates and support conditions. The numerical responses are compared with the ones obtained by NBR 6118:2007 Procedure. Statistical analyses are carried on in order to identify the major variables in the problem. Finally, some possible proposals to obtain cracking moment and displacement values in RC structures are discussed based on numerical and statistical analyses performed in this work in order to contribute in the improvement to Brazilian Technical Code procedure.

Keywords: reinforced concrete, technical code, damage mechanics.

Resumo

Este trabalho visa apresentar uma contribuição sobre uma proposta de abordagem para o cálculo de deslocamentos em estruturas de concreto armado em regime de serviço, sendo restrito o estudo ao caso de concretos C20 a C35. A abordagem utilizada leva em conta a penalização dos módulos elásticos dos elementos fissurados através de um modelo de dano. O modelo em questão leva em conta a anisotropia, deformações plásticas e resposta bimodular induzidas pelo processo de danificação, sendo uma versão mais simplificada usada para simular o comportamento do concreto fissurado, enquanto que um comportamento elastoplástico é admitido para a armadura. Inicialmente, são analisadas séries de vigas com variação de diversos parâmetros relacionados ao problema, tais como: resistência à compressão, arranjo das barras de aço da armadura, dimensões da seção transversal, vão e condições de apoio. As respostas numéricas são confrontadas com aquelas obtidas com o emprego do procedimento sugerido pela NBR 6118:2007. As análises numéricas são complementadas por análises estatísticas dos resultados empregando-se a metodologia ANOVA. Por fim, baseadas nas análises realizadas discutem-se algumas proposições possíveis para o cálculo do momento de fissuração e de deslocamentos em estruturas de concreto armado, como forma a contribuir no aperfeiçoamento do procedimento sugerido pela Norma Brasileira.

Palavras-chave: concreto armado, norma técnica, mecânica do dano.

^a Department of Civil Engineering, Federal University of Goiás, Catalão, GO, Brasil.

1. Introdução

Este artigo é uma continuação do que vem sendo realizado com o objetivo de propor uma metodologia alternativa ao Procedimento preconizado pela NBR 6118:2007 [1] para o cálculo de deslocamentos em estruturas em concreto armado, [2]. O problema reside no fato de que para o cálculo de deslocamentos em estruturas em concreto armado a utilização do PTV (Princípio dos Trabalhos Virtuais), por exemplo, não é algo trivial. Isso se deve ao fato dos elementos de concreto armado serem heterogêneos compostos por concreto e aço, com módulos de elasticidade distintos acarretando em diferença de rigidez à flexão. Além disso, existe a grande possibilidade de ocorrência de diferentes comportamentos numa mesma estrutura submetida a cargas de pequena intensidade (regime de serviço), ou seja, regiões onde o concreto tracionado possui fissuras (Estádio II) e regiões onde está íntegro (Estádio I), não apresentando fissuras perceptíveis. A existência de fissuras provoca diminuição da inércia, contribuindo para a perda de resistência ao movimento da flexão, onde teoricamente apenas o aço resiste às tensões de tração.

Para a proposição desta metodologia alternativa são usados resultados obtidos de análises numéricas empregando-se um modelo de dano, proposto em [3], associada à comparações com resultados experimentais de estruturas em concreto armado de modo a validar o emprego do modelo em questão. Sendo, portanto, uma forma alternativa aos ensaios experimentais que são caros para serem realizados. Aliada às análises numéricas e experimentais, uma análise estatística baseada na metodologia ANOVA (Análise de Variância) vem sendo utilizada a fim de verificar as principais variáveis envolvidas no problema levando em conta as análises numéricas e analíticas com o emprego do Procedimento da NBR 6118:2007 [1]. Em [2] foram apresentados resultados das análises realizadas em vigas com três diferentes vãos, seções transversais e configurações de armações, no entanto, naquele trabalho abordou-se apenas o caso de concreto com $f_{ck} = 30\text{MPa}$ e condições de vinculação de vigas biapoiadas e bi-engastadas. Além disso, análises numéricas em conjunto com análises estatísticas levaram a determinação de expressões para o cálculo do momento de fissuração (M_r) dependendo do f_{ck} utilizado, contudo tais expressões carecem de uma investigação com mais parâmetros envolvidos no problema.

No presente trabalho, tais parâmetros são levados em conta de modo a obter expressões para M_r que abrangem concretos ditos convencionais de classes C20 a C35. Além disso, uma discussão sobre possíveis proposições de fórmulas para a estimativa de deslocamentos em estruturas de concreto armado encerra o artigo.

O modelo de dano desenvolvido por [3] é empregado em análises de vigas em concreto armado submetidas a carregamento de peso próprio e carga acidental com a variação de condições de apoio, comprimento de vão, resistência à compressão do concreto, seção transversal e arranjo de armaduras. A validação das respostas numéricas obtidas, assim como a identificação paramétrica do modelo de dano, pode ser encontrada em [2], [3] e [4]. A modelagem utilizada descreve o processo de perda de rigidez, traduzida em deslocamentos maiores, através da penalização do módulo de elasticidade do material em dado ponto da estrutura e não na penalização do momento de inércia da seção estudada e, ainda mais, na representação dessa perda por uma inércia equivalente em toda viga, como se toda ela estivesse fissurada de forma homogênea. Sendo este último processo, o considerado

pela NBR 6118:2007 [1]. Essas questões juntamente com a confiabilidade das respostas numéricas apresentadas pelo modelo de dano até então, associado ao baixo custo das análises numéricas frente ao elevado custo das análises experimentais, motivou a discussão que segue aqui.

No que segue, o trabalho apresenta sucintamente em seu item 2 os modelos utilizados, tais como: modelo de dano, ANOVA e Procedimento da NBR 6118:2007. Já no item 3, os protótipos ensaiados numericamente são apresentados, assim como informações sobre os concretos empregados na confecção dos protótipos. No item 4, os resultados numéricos e analíticos são apresentados e discussões levando-se em conta a metodologia ANOVA são desenvolvidas, assim como são apresentadas as propostas para o cálculo do momento de fissuração e uma discussão sobre possíveis abordagens para a estimativa de deslocamentos em estruturas em concreto armado. Finalmente, em seu item 5, o trabalho apresenta algumas conclusões.

2. Modelagens utilizadas

2.1 Modelo de dano

O concreto é aqui entendido como um material que pertence à categoria dos meios inicialmente isotrópicos que passam a apresentar isotropia transversal e resposta bimodular induzidas pelo dano. A formulação do modelo para o concreto tem por base o princípio de equivalência de energia e o formalismo apresentado em [3].

No que segue, o modelo proposto é descrito brevemente, iniciando pela apresentação do tensor de dano para estados predominantes de tração, cuja expressão é dada na forma:

$$D_T = f_1(D_1, D_4, D_5)(A \otimes A) + 2f_2(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (1)$$

sendo $f_1(D_1, D_4, D_5) = D_1 - 2f_2(D_4, D_5)$ e $f_2(D_4, D_5) = 1 - (1 - D_4)(1 - D_5)$.

O tensor de dano apresenta duas variáveis escalares na sua composição (D_1 e D_4) e uma terceira variável de dano D_5 , ativada somente se tiver havido compressão prévia com danificação correspondente. A variável D_1 representa a danificação na direção perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material e D_4 é a variável representativa da danificação gerada pelo cisalhamento entre as bordas das fissuras pertencentes àquele plano.

Na Eq. (1), o tensor I é o tensor identidade de segunda ordem e o tensor A é, por definição, formado pelo produto tensorial do versor perpendicular ao plano de isotropia transversal por ele mesmo. As operações produtos tensoriais entre os tensores de segunda ordem I e A que aparecem na Eq. (1) e que serão utilizadas durante toda a formulação estão descritas em [3].

Para estados predominantes de compressão, propõe-se para o tensor de dano a relação:

$$D_C = f_1(D_2, D_4, D_5)(A \otimes A) + f_2(D_3)[(I \otimes I) - (A \otimes A)] + 2f_3(D_4, D_5)[(A \otimes I + I \otimes A) - (A \otimes A)] \quad (2)$$

sendo $f_1(D_2, D_4, D_5) = D_2 - 2 f_3(D_4, D_5)$, $f_2(D_3) = D_3$ e $f_3(D_4, D_5) = 1 - (1-D_4)(1-D_5)$.

Notam-se três variáveis escalares na sua composição: D_2 , D_3 e D_5 , além de D_4 , relacionada a efeitos de tração pré-existentes. A variável D_2 (danificação perpendicular ao plano local de isotropia transversal do material) penaliza o módulo de elasticidade nessa direção, e juntamente com D_3 (representante da danificação no plano de isotropia transversal) penaliza o coeficiente de Poisson em planos perpendiculares ao de isotropia transversal.

Finalmente, os tensores constitutivos resultantes são descritos por:

$$E_T = \lambda_{11}[I \otimes I] + 2\mu_1[I \otimes \bar{I}] - \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5)[A \otimes A] - \lambda_{12}^+(D_1)[A \otimes I + I \otimes A] - \mu_2(D_4, D_5)[\bar{A} \otimes \bar{I} + \bar{I} \otimes \bar{A}] \quad (3)$$

$$E_C = \lambda_{11}[I \otimes I] + 2\mu_1[I \otimes \bar{I}] - \lambda_{22}^-(D_2, D_3, D_4, D_5)[A \otimes A] - \lambda_{12}^-(D_2, D_3)[A \otimes I + I \otimes A] - \lambda_{11}^-(D_3)[I \otimes I] - \frac{(1-2\nu_0)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3)[I \otimes \bar{I}] - \mu_2(D_4, D_5)[\bar{A} \otimes \bar{I} + \bar{I} \otimes \bar{A}] \quad (4)$$

onde $\lambda_1 = \lambda_0$ e $\mu_1 = \mu_0$. Os outros parâmetros só existem para dano não-nulo, evidenciando dessa forma a anisotropia e bimodularidade induzidas pelo dano, e são definidos por:

$$\begin{aligned} \lambda_{22}^+(D_1, D_4, D_5) &= (\lambda_0 + 2\mu_0)(2D_1 - D_1^2) - 2\lambda_{12}^+(D_1) - 2\mu_2(D_4, D_5) \\ \lambda_{12}^+(D_1) &= \lambda_0 D_1; \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0[1 - (1-D_4)^2(1-D_5)^2] \\ &+ \frac{(\nu_0 - 1)}{\nu_0} \lambda_{11}^-(D_3) - 2\mu_2(D_4, D_5) \\ \lambda_{12}^-(D_2, D_3) &= \lambda_0[(1-D_3)^2 - (1-D_2)(1-D_3)] \\ \lambda_{11}^-(D_3) &= \lambda_0(2D_3 - D_3^2); \mu_2(D_4, D_5) = 2\mu_0[1 - (1-D_4)^2(1-D_5)^2] \end{aligned} \quad (5)$$

Em [3] define-se uma hipersuperfície, no espaço das tensões ou das deformações, a ser empregada como critério para a identificação das respostas constitutivas de compressão ou de tração. Neste modelo adota-se uma forma particular para a hipersuperfície no espaço das deformações: um hiperplano $g(\epsilon)$, caracterizado por sua normal unitária N ($\|N\| = 1$). Para o modelo em questão vale a seguinte relação:

$$g(\epsilon, D_T, D_C) = N(D_T, D_C) \cdot \epsilon_e = \gamma_1(D_1, D_2) \epsilon_V^e + \gamma_2(D_1, D_2) \epsilon_{II}^e \quad (6)$$

onde $\gamma_1(D_1, D_2) = \{1 + H(D_2)[H(D_1) - 1]\}\eta(D_1) + \{1 + H(D_1)[H(D_2) - 1]\}\eta(D_2)$ e $\gamma_2(D_1, D_2) = D_1 + D_2$.

As funções de Heaveside empregadas na última relação são dadas por:

$$H(D_i) = 1 \text{ for } D_i > 0; H(D_i) = 0 \text{ for } D_i = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

As funções $\eta(D_1)$ e $\eta(D_2)$ são definidas, respectivamente, para os casos de tração, supondo que não tenha danificação prévia de compressão, e de compressão, supondo que não tenha havido danificação prévia de tração.

$$\eta(D_1) = \frac{-D_1 + \sqrt{3 - 2D_1^2}}{3}; \eta(D_2) = \frac{-D_2 + \sqrt{3 - 2D_2^2}}{3} \quad (8)$$

Com relação ao critério de danificação, é conveniente separá-lo em critério para início de danificação, quando o material deixa de ser isotrópico; e critério para carga e descarga, entendido aqui num sentido de evolução ou não das variáveis de dano, quando o material já apresentar-se como transversalmente isotrópico.

O critério para ativação inicial de processos de danificação em tração ou compressão é dado por:

$$f_{T,C}(\sigma) = W_e^* - Y_{OT,OC} < 0 \quad (9)$$

onde W_e^* é a energia de deformação elástica complementar considerando-se o meio inicialmente íntegro, isotrópico e puramente

elástico e $Y_{OT} = \frac{\sigma_{OT}^2}{2E_0}$ ou $Y_{OC} = \frac{\sigma_{OC}^2}{2E_0}$ é um valor de referência obtido

de ensaios uniaxiais de tração, ou de compressão, respectivamente, sendo σ_{OT} e σ_{OC} as tensões dos limites elásticos.

Portanto, $D_T = 0$ (ou seja, $D_1 = D_4 = 0$) para estados predominantes de tração ou $D_C = 0$ (ou seja, $D_2 = D_3 = D_5 = 0$) para estados de compressão, onde o regime de resposta do material é elástico linear e isotrópico.

Para o caso de $g(\epsilon, D_T, D_C) > 0$, a energia elástica complementar do meio danificado é dada pela relação:

$$\begin{aligned} W_{e+}^* &= \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_1)^2} + \frac{(\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)}{2E_0} - \frac{\nu_0(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E_0(1-D_1)} - \frac{\nu_0\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_0} \\ &+ \frac{(1+\nu_0)}{E_0(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu_0)}{E_0}\sigma_{23}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Por outro lado, para estados predominantes de compressão ($g(\epsilon, D_T, D_C) < 0$), a energia elástica complementar é expressa por:

$$\begin{aligned} W_{e-}^* &= \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1-D_2)^2} + \frac{(\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)}{2E_0(1-D_3)^2} - \frac{\nu_0(\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33})}{E_0(1-D_2)(1-D_3)} - \frac{\nu_0\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_0(1-D_3)^2} \\ &+ \frac{(1+\nu_0)}{E_0(1-D_4)^2(1-D_5)^2}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) + \frac{(1+\nu_0)}{E_0}\sigma_{23}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Considerando-se, então, uma situação geral de meio danificado em regime predominante de tração, o critério para a identificação de acréscimos de danificação é representado pela seguinte relação:

$$f_T(\sigma) = W_{e+}^* - Y_{0T}^* \leq 0 \quad (12)$$

onde o valor de referência Y_{0T}^* é definido pela máxima energia elástica complementar determinada ao longo do processo de danificação até o estado atual. Para o meio danificado em regime predominante de compressão, valem relações análogas ao caso de tração.

Nos casos onde se configura carregamento, isto é, onde $\dot{D}_T \neq 0$ ou $\dot{D}_C \neq 0$, é necessário atualizar os valores das variáveis escalares de dano que aparecem nos tensores \mathbf{D}_T e \mathbf{D}_C , considerando-se suas leis de evolução.

Limitando-se a análise ao caso de carregamento monotônico crescente e versão uniaxial do modelo, as leis de evolução propostas para as variáveis escalares de dano são resultantes de ajustes sobre resultados experimentais. A forma geral proposta é:

$$D_i = 1 - \frac{1 + A_i}{A_i + \exp[B_i(Y_i - Y_{0i})]} \quad \text{com } i = 1, 2 \quad (13)$$

onde A_i , B_i e Y_{0i} são parâmetros a serem identificados. Os parâmetros Y_{0i} são entendidos como limites iniciais para a ativação da danificação, os mesmos utilizados na Eq. (9).

Existe ainda a necessidade de definir a localização do plano local de isotropia transversal do material, portanto, admite-se como válida a seguinte afirmação: “No espaço das deformações principais, se duas das três taxas de deformação forem de alongamento, de encurtamento ou nulas, o plano definido por elas será o plano local de isotropia transversal do material.”

Tanto no caso de tração uniaxial como compressão uniaxial, resulta que o plano de isotropia transversal é perpendicular à direção da tensão de tração ou de compressão.

Esta versão unidimensional do modelo foi implementada num código de cálculo para a análise de estruturas de barras discretizadas com elementos finitos estratificados, onde para o concreto vale o modelo de danificação em estudo, e para as barras de aço longitudinais admite-se um comportamento elasto-plástico. Na seção transversal em concreto armado discretizada, uma certa camada pode conter aço e concreto. A camada em questão contém um módulo elástico e uma deformação anelástica equivalentes, utilizando-se de regra de homogeneização.

Por outro lado, adotando-se a direção 1 como a direção longitudinal da barra, as relações do modelo em sua versão unidimensional estão a seguir resumidas.

$$E := \begin{cases} E_C & \text{se } g(\epsilon, D_T, D_C) < 0, \\ E_T & \text{se } g(\epsilon, D_T, D_C) > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$E_T = E_0 (1 - D_1)^2 (1 - D_2)^2 \quad (15)$$

$$E_C = E_0 (1 - D_2)^2 \quad (16)$$

$$W_{e+}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1 - D_1)^2(1 - D_2)^2}; \quad W_{e-}^* = \frac{\sigma_{11}^2}{2E_0(1 - D_2)^2} \quad (17)$$

$$Y_T = \frac{\partial W_{e+}^*}{\partial D_1} = Y_1; \quad Y_C = \frac{\partial W_{e-}^*}{\partial D_2} = Y_2 \quad (18)$$

$$Y_1 = \frac{\sigma_{11}^2}{E_0(1 - D_1)^3(1 - D_2)^2}; \quad Y_2 = \frac{\sigma_{11}^2}{E_0(1 - D_2)^3} \quad (19)$$

2.2 Procedimento da NBR6118:2007

Os modelos de avaliação de deslocamentos em estruturas de concreto armado consideram o comportamento dos elementos estruturais submetidos à ação de momento fletor nos Estádios I (seção íntegra, considera-se a contribuição do concreto na região tracionada) e II (peça fissurada despreza-se a contribuição do concreto tracionado para o equilíbrio da seção transversal).

A NBR 6118:2007 [1] apresenta um critério para o cálculo do deslocamento excessivo em elementos fletidos de concreto armado baseado numa ponderação das inércias nos Estádios I (I_1) e II (I_2), resultando uma inércia equivalente, I_{eq} . Essa inércia equivalente é calculada por meio da Eq. (20). Tal procedimento é válido desde que o momento atuante na seção crítica, M_a , seja maior que o momento fletor que provoca a primeira fissura, M_f .

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_2 \leq I_c \quad (20)$$

Na Eq. (20), I_c , é a inércia da seção íntegra, sem a consideração da contribuição das barras de aço na seção transversal de concreto armado (homogeneização da seção).

O momento que provoca a primeira fissura, denominado momento de fissuração, M_f , é calculado por meio da Eq. (21). Observa-se na Eq. (21), que a norma brasileira despreza o efeito favorável das barras de aço da seção transversal de concreto armado, diminuindo, portanto, o valor de M_f .

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \tag{21}$$

O valor de α da Eq. (21) tem valor igual a 1,2 para seções transversais T ou duplo T e valor igual a 1,5 para seções transversais retangulares. O valor da resistência à tração do concreto (f_{ct}) é calculado por meio da Eq. (22) e, y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada da seção transversal.

$$f_{ct} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \tag{22}$$

Sendo f_{ck} a resistência característica do concreto à compressão. Por outro lado, o momento na seção crítica, M_a , é determinado por meio de uma combinação quase-permanente de ações. Esta combinação reduz a intensidade das ações variáveis acidentais, por meio de um coeficiente estatístico Ψ_2 , cujo valor pode ser igual a 0,3, 0,4 e 0,6, dependendo para qual fim destina-se a utilização da estrutura. A combinação quase-permanente é calculada pela Eq. (23).

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^n F_{gi,k} + \sum_{i=1}^m \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \tag{23}$$

Na Eq. (23), F_g representa os valores das intensidades das ações permanentes e F_q representa os valores das intensidades ações variáveis acidentais.

Tendo considerado a rigidez equivalente da viga que representa uma média do comportamento de toda a viga, pode-se proceder à estimativa da flecha imediata δ utilizando as equações da Resistência dos Materiais que são válidas para seções constantes ao longo da peça, ou seja:

$$\delta = \frac{\alpha_c p l^4}{(EI)_{eq}} \tag{24}$$

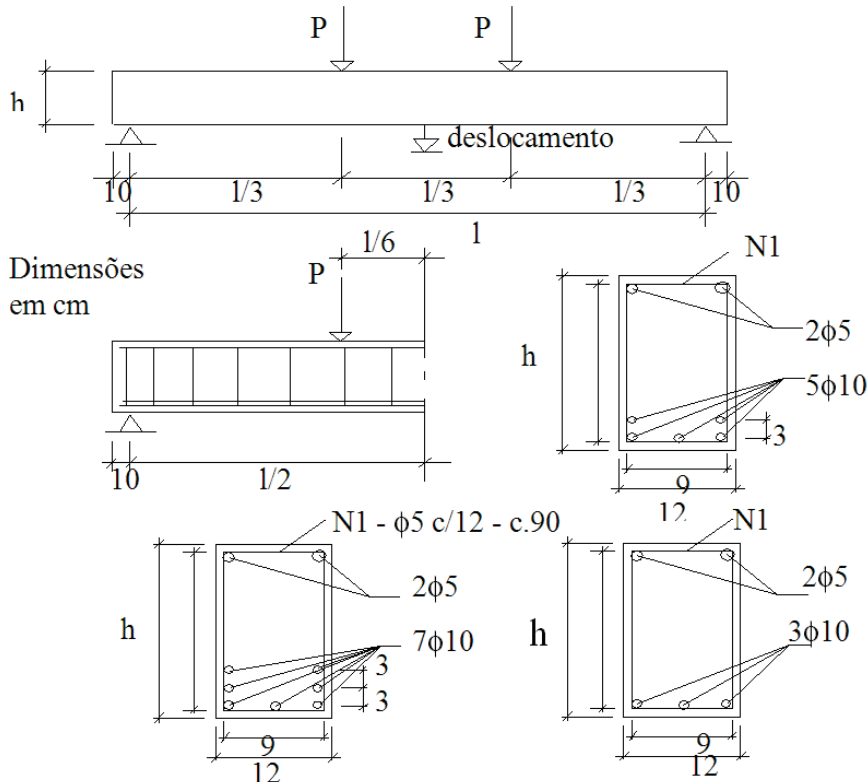
Onde:

- α_c é um coeficiente qu depende da condição dos vínculos da viga e do tipo de ações atuantes;
- p é a carga aplicada;
- l é o vão da viga.
- $(EI)_{eq}$ é uma rigidez equivalente de toda a peça fissurada dada pela multiplicação entre o módulo de elasticidade secante do concreto e o momento de inércia da peça fissurada dada pela equação (20).

2.3 Metodologia ANOVA

A análise de variância (ANOVA) é um teste estatístico amplamente difundido entre os analistas, e visa fundamentalmente verificar se existe diferença significativa entre as médias e se os fatores exercem influência em alguma variável dependente, [5]. Os fatores propostos podem ser de origem qualitativa ou quantita-

Figura 1 - Geometria e armação dos protótipos de ensaio



tiva, mas a variável dependente necessariamente deverá ser contínua. A principal aplicação da ANOVA é a comparação de médias oriundas de grupos diferentes, também chamados tratamentos. Existem dois tipos de problemas a serem resolvidos por meio da ANOVA: fatores fixos ou fatores aleatórios. A aleatoriedade determina a questão do problema. Na grande maioria dos casos trata-se de fatores fixos, afinal o segundo tipo de problema (aleatório) somente surgirá quando ocorrer um estudo envolvendo uma escolha aleatória de fatores.

Na análise de variância desenvolvida neste trabalho, utilizaram-se fatores fixos, escolhendo cinco variáveis de estudo: a resistência à compressão do concreto; as condições de apoio; a seção transversal das vigas; o vão efetivo das vigas; a quantidade de barras de aço da armadura longitudinal de flexão. As variáveis escolhidas totalizaram cento e oito casos de combinações, que são eles: vão, área de aço, inércia e correlações entre vão da viga e área da seção transversal das barras de aço, vão da viga e inércia e, por fim, área de aço e inércia. Maiores detalhes da metodologia desenvolvida podem ser vistas em [2].

3. Modelos de ensaio

A versão unidimensional do modelo de dano foi implementada num programa para análise plana de estruturas de barras discretizadas com elementos finitos estratificados. Para o concreto vale o modelo

de danificação em estudo, e para as barras de aço longitudinais admite-se um comportamento elasto-plástico. Para efeito de cálculo, o peso-próprio do elemento é levado em conta no modelo em elementos finitos. É assumida perfeita aderência entre os materiais sendo definido para cada camada um módulo de elasticidade e uma deformação inelástica equivalente através de regra de homogeneização. Neste item são descritos os modelos em elementos finitos de vigas utilizados para verificar a influência de alguns parâmetros no cálculo de deslocamentos em vigas. Esses modelos são aqui chamados de “protótipos de ensaios”, onde os mesmos foram ensaiados numericamente a fim de se obter os resultados a serem comparados com os preconizados pela NBR 6118:2007 [1].

Neste trabalho foram admitidos como parâmetros de variação o comprimento do vão, a altura da seção transversal, as condições de vinculação, a resistência à compressão do concreto e o arranjo das barras de aço da armadura. Portanto, o conjunto de modelos de ensaio somam um total de 324 casos, onde tem-se três tipos de concretos, três tipos de arranjo de armadura, três diferentes comprimentos de vão, três diferentes alturas da seção transversal e quatro de tipo de vinculações, além das combinações possíveis desses casos. Os protótipos de ensaio estão nomeados segundo as propriedades contidas na Tabela 1 e suas geometrias estão descritas na Figura 1. Ressalta-se que para cada caso de vinculação, obviamente, a Figura 1 representa seus vínculos como engastes ou engaste e apoio ou engaste e livre.

Tabela 1 - Propriedades dos modelos em elementos finitos para vigas biapoiadas

Viga	fck (MPa)	Vão (m)	As (cm ²)	Viga	fck (MPa)	Vão (m)	As (cm ²)	Viga	fck (MPa)	Vão (m)	As (cm ²)
V31 - 12x30	30.8	2.4	2.36	V32 - 12x40	30.8	2.4	2.36	V33 - 12x50	30.8	2.4	2.36
V51 - 12x30	30.8	2.4	3.93	V52 - 12x40	30.8	2.4	3.93	V53 - 12x50	30.8	2.4	3.93
V71 - 12x30	30.8	2.4	5.5	V72 - 12x40	30.8	2.4	5.5	V73 - 12x50	30.8	2.4	5.5
V34 - 12x30	30.8	3	2.36	V35 - 12x40	30.8	3	2.36	V36 - 12x50	30.8	3	2.36
V54 - 12x30	30.8	3	3.93	V55 - 12x40	30.8	3	3.93	V56 - 12x50	30.8	3	3.93
V74 - 12x30	30.8	3	5.5	V75 - 12x40	30.8	3	5.5	V76 - 12x50	30.8	3	5.5
V37 - 12x30	30.8	2	2.36	V38 - 12x40	30.8	2	2.36	V39 - 12x50	30.8	2	2.36
V57 - 12x30	30.8	2	3.93	V58 - 12x40	30.8	2	3.93	V59 - 12x50	30.8	2	3.93
V77 - 12x30	30.8	2	5.5	V78 - 12x40	30.8	2	5.5	V79 - 12x50	30.8	2	5.5
V311 - 12x30	30	2.4	2.36	V322 - 12x40	30	2.4	2.36	V333 - 12x50	30	2.4	2.36
V511 - 12x30	30	2.4	3.93	V522 - 12x40	30	2.4	3.93	V533 - 12x50	30	2.4	3.93
V711 - 12x30	30	2.4	5.5	V722 - 12x40	30	2.4	5.5	V733 - 12x50	30	2.4	5.5
V344 - 12x30	30	3	2.36	V355 - 12x40	30	3	2.36	V366 - 12x50	30	3	2.36
V544 - 12x30	30	3	3.93	V555 - 12x40	30	3	3.93	V566 - 12x50	30	3	3.93
V744 - 12x30	30	3	5.5	V755 - 12x40	30	3	5.5	V766 - 12x50	30	3	5.5
V377 - 12x30	30	2	2.36	V388 - 12x40	30	2	2.36	V399 - 12x50	30	2	2.36
V577 - 12x30	30	2	3.93	V588 - 12x40	30	2	3.93	V599 - 12x50	30	2	3.93
V777 - 12x30	30	2	5.5	V788 - 12x40	30	2	5.5	V799 - 12x50	30	2	5.5
V3111 - 12x30	25	2.4	2.36	V3222 - 12x40	25	2.4	2.36	V3333 - 12x50	25	2.4	2.36
V5111 - 12x30	25	2.4	3.93	V5222 - 12x40	25	2.4	3.93	V5333 - 12x50	25	2.4	3.93
V7111 - 12x30	25	2.4	5.5	V7222 - 12x40	25	2.4	5.5	V7333 - 12x50	25	2.4	5.5
V3444 - 12x30	25	3	2.36	V3555 - 12x40	25	3	2.36	V3666 - 12x50	25	3	2.36
V5444 - 12x30	25	3	3.93	V5555 - 12x40	25	3	3.93	V5666 - 12x50	25	3	3.93
V7444 - 12x30	25	3	5.5	V7555 - 12x40	25	3	5.5	V7666 - 12x50	25	3	5.5
V3777 - 12x30	25	2	2.36	V3888 - 12x40	25	2	2.36	V3999 - 12x50	25	2	2.36
V5777 - 12x30	25	2	3.93	V5888 - 12x40	25	2	3.93	V5999 - 12x50	25	2	3.93
V7777 - 12x30	25	2	5.5	V7888 - 12x40	25	2	5.5	V7999 - 12x50	25	2	5.5

Nota: Para o caso das vigas bi-engastadas são acrescentadas as letras be ao final da denominação, assim como ea para engaste-apoiada e finalmente e para engaste e livre (em balanço).

Tabela 2 - Parâmetros do modelo de dano para os concretos utilizados neste trabalho

	Concreto com fck = 25.0 MPa		Concreto com fck = 30.8 MPa		Concreto com = 30.0 MPa	
	Tração	Compressão	Tração	Compressão	Tração	Compressão
Y_{01} / Y_{02} (MPa)	1.137×10^{-4}	$Y_{02} = 0,5 \times 10^{-5}$	$Y_{01} = 0,72 \times 10^{-4}$	$Y_{02} = 0,5 \times 10^{-3}$	$Y_{01} = 0,72 \times 10^{-4}$	$Y_{02} = 1,7 \times 10^{-3}$
A_1 / A_2	$A_1 = 5,33$	$A_2 = -0,0086$	$A_1 = 50$	$A_2 = -0,9$	$A_1 = 50$	$A_2 = -0,8$
B_1/B_2 (MPa ⁻¹)	$B_1 = 5660$	$B_2 = 5,71$	$B_1 = 6700$	$B_2 = 0,4$	$B_1 = 6700$	$B_2 = 1,1$

Com intuito de aferir o deslocamento vertical calculado por meio do modelo numérico apresentado neste trabalho, calculou-se analiticamente os deslocamentos verticais das vigas de concreto armado submetidas à ação de momento fletor, utilizando os critérios sugeridos pela NBR 6118:2007 [1], mostrados no item 2.2 deste trabalho, considerando-se como ações permanentes o peso próprio das vigas e como ações variáveis acidentais, o valor das forças F_r e $3 \times F_r$, aplicadas às distâncias de $l/3$ e $2 \times l/3$ medidas a partir do apoio da esquerda da viga (ver figura 1). O valor da força F_r foi obtido em função do valor do momento de fissuração (Eq. (7)) e calculado por meio de Eq. (25).

$$F_r = \left(M_r - \frac{g \cdot \ell^2}{8} \right) \cdot \frac{2}{\ell} \quad (25)$$

Na Eq. (25), F_r é o valor da intensidade da força que provoca o momento de fissuração, g representa o peso próprio das vigas de concreto armado e ℓ é o vão livre da viga.

A identificação paramétrica do modelo de dano para os concretos

Tabela 3 - Valores dos deslocamentos obtidos com o Procedimento da NBR 6118:2007 e com os ensaios numéricos para F_r . (Viga em balanço, 30,8 MPa)

Viga	P = F_r				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Desl. NBR (cm)	Desl. Num (cm)	Diferença (%)
V31e - 12x30	2,24	1,84	0,20	0,105	47,50
V51e - 12x30	2,24	1,88	0,20	0,105	47,50
V71e - 12x30	2,24	1,90	0,20	0,105	47,50
V34e - 12x30	1,30	1,51	0,29	0,170	41,38
V54e - 12x30	1,30	1,50	0,29	0,162	44,14
V74e - 12x30	1,30	1,51	0,29	0,162	44,14
V37e - 12x30	3,08	2,22	0,14	0,080	42,86
V57e - 12x30	3,08	2,28	0,14	0,080	42,86
V77e - 12x30	3,08	2,30	0,14	0,080	42,86
V32e - 12x40	4,46	3,27	0,15	0,083	44,67
V52e - 12x40	4,46	3,31	0,15	0,082	45,33
V72e - 12x40	4,46	3,36	0,15	0,082	45,33
V35e - 12x40	2,92	2,60	0,23	0,127	44,78
V55e - 12x40	2,92	2,60	0,23	0,124	46,09
V75e - 12x40	2,92	2,52	0,23	0,119	48,26
V38e - 12x40	5,87	3,87	0,11	0,060	45,45
V58e - 12x40	5,87	3,82	0,11	0,060	45,45
V78e - 12x40	5,87	3,87	0,11	0,060	45,45
V33e - 12x50	7,41	5,02	0,12	0,067	44,17
V53e - 12x50	7,41	5,12	0,12	0,069	42,50
V73e - 12x50	7,41	5,21	0,12	0,069	42,50
V36e - 12x50	5,12	4,01	0,19	0,110	42,11
V56e - 12x50	5,12	3,94	0,19	0,101	46,84
V76e - 12x50	5,12	4,00	0,19	0,101	46,84
V39e - 12x50	9,55	5,76	0,09	0,050	44,44
V59e - 12x50	9,55	5,90	0,09	0,050	44,44
V79e - 12x50	9,55	6,00	0,09	0,050	44,44

com resistências à compressão de 25MPa, 30 MPa e 30,8 MPa utilizados neste trabalho está apresentada em [2] e [4], assim como a utilização do modelo na análise de vigas e pórticos de concreto armado com o intuito de comprovar a boa concordância com respostas experimentais de tais estruturas analisadas experimentalmente por [6], [7] e [8]. Os parâmetros do modelo estão apresentados na tabela 2.

De acordo com dados experimentais constantes em [6], o primeiro concreto tem resistência à tração de 2,3 MPa e módulo de elasticidade de 32,3 GPa. Já o segundo concreto tem resistência à tração de 2,25 MPa e módulo de elasticidade de 29200,00 MPa, [8]. O terceiro concreto, de acordo com [7], possui um módulo de elasticidade de 30400,00 MPa. Já o aço utilizado na armadura dos protótipos tem módulo de elasticidade de 196000,00 MPa e tensão de escoamento de 500 MPa. Ressalta-se que tais modelos em elementos finitos já foram testados até se chegar numa objetividade de cada malha nas referências [2] e [4]. A discretização longitudinal foi composta por 16 elementos finitos e a seção transversal foi dividida em 15 camadas, onde as camadas representativas das áreas de aço ao longo da altura da seção são localizadas segundo o baricentro de suas áreas.

4. Resultados numéricos, analíticos e estatísticos

Devido ao grande volume de resultados, nas tabelas a seguir são descritos alguns deles obtidos para deslocamentos no meio dos vãos de cada protótipo com o emprego do Procedimento da NBR6118:2007 [1], assim como aqueles obtidos nas análises numéricas. Foram considerados os valores para $P=F_r$ e $P=3F_r$ no intuito de averiguar o comportamento do Procedimento sugerido pela NBR6118:2007 [1] em relação à evolução do processo de danificação das vigas.

Os valores percentuais da diferença entre os deslocamentos foram calculados admitindo com valores de referência os preconizados pela NBR6118:2007 [1].

Observando as tabelas acima, retifica-se a observação do conservadorismo do procedimento de cálculo da NBR6118:2007 [1], sendo refletido, na maioria dos casos, em diferenças da ordem de 30 a 50%. No caso de vigas bi-engastadas, a diferença se torna ainda mais relevante (Tab. (4)) Em geral, observa-se ainda que as diferenças entre os valores dos deslocamentos diminuem com o aumento da carga aplicada F_r . O modelo adotado

Tabela 4 – Valores dos deslocamentos obtidos com o Procedimento da NBR 6118:2007 e com os ensaios numéricos para F_r . (Viga bi-engastada, 30,0 MPa)

Viga	P = Fr				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Desl. NBR (cm)	Desl. Num (cm)	Diferença (%)
V311be- 12x30	13,85	12,06	0,10	0,018	82,00
V511be- 12x30	13,85	12,33	0,10	0,018	82,00
V711be - 12x30	13,85	12,44	0,10	0,018	82,00
V344be - 12x30	10,72	11,47	0,15	0,032	78,67
V544be - 12x30	10,72	11,71	0,15	0,032	78,67
V744be - 12x30	10,72	11,80	0,15	0,032	78,67
V377be - 12x30	16,92	19,02	0,07	0,017	75,71
V577be - 12x30	16,92	19,18	0,07	0,017	75,71
V777be - 12x30	16,92	15,53	0,07	0,014	80,00
V322be - 12x40	24,99	28,04	0,07	0,020	71,43
V522be - 12x40	24,99	28,50	0,07	0,020	71,43
V722be- 12x40	24,99	28,63	0,07	0,020	71,43
V355be - 12x40	19,50	15,98	0,11	0,034	69,18
V555be - 12x40	19,50	16,36	0,11	0,022	80,00
V755be - 12x40	19,50	16,58	0,11	0,022	80,00
V388be - 12x40	30,38	27,37	0,05	0,017	66,00
V588be - 12x40	30,38	27,56	0,05	0,011	78,00
V788be - 12x40	30,38	27,41	0,05	0,017	66,00
V333be - 12x50	39,38	36,54	0,06	0,022	63,33
V533be - 12x50	39,38	36,66	0,06	0,022	63,33
V733be - 12x50	39,38	36,63	0,06	0,022	63,33
V366be - 12x50	30,9	32,07	0,09	0,025	72,22
V566be - 12x50	30,9	32,73	0,09	0,025	72,22
V766be - 12x50	30,9	33,18	0,09	0,025	72,22
V399be - 12x50	47,75	47,14	0,04	0,017	57,50
V599be - 12x50	47,75	47,57	0,04	0,017	57,50
V799be - 12x50	47,75	47,73	0,04	0,017	57,50

Tabela 5 – Valores dos deslocamentos obtidos com o Procedimento da NBR 6118:2007 e com os ensaios numéricos para 3Fr. (Viga bi-apoiada, 30,8 MPa)

Viga	P = 3.Fr				
	Fr NBR (KN)	Fr Num (KN)	Desl. NBR (cm)	Desl. Num (cm)	Diferença (%)
V31- 12x30	27,42	18,84	0,57	0,35	38,60
V32 - 12x40	49,83	31,17	0,5	0,31	38,00
V33 - 12x50	78,87	61,05	0,45	0,38	15,56
V34 - 12x30	20,85	14,67	0,85	0,53	37,65
V35 - 12x40	38,40	23,55	0,75	0,43	42,67
V36 - 12x50	61,26	46,17	0,69	0,55	20,29
V37 - 12x30	33,78	22,11	0,40	0,24	40,00
V38 - 12x40	60,96	50,76	0,35	0,31	11,43
V39 - 12x50	96,12	53,79	0,32	0,18	43,75
V51- 12x30	27,42	19,32	0,44	0,26	40,91
V52 - 12x40	49,83	31,98	0,37	0,21	43,24
V53 - 12x50	78,87	62,67	0,33	0,26	21,21
V54 - 12x30	20,85	14,73	0,66	0,38	42,42
V55 - 12x40	38,40	24,15	0,56	0,31	44,64
V56 - 12x50	61,26	47,37	0,51	0,38	25,49
V57 - 12x30	33,78	22,68	0,31	0,18	41,94
V58 - 12x40	60,96	75,42	0,26	0,33	26,92
V59 - 12x50	96,12	55,11	0,23	0,13	43,48
V71 - 12x30	27,42	19,53	0,40	0,23	42,50
V72 - 12x40	49,83	32,46	0,32	0,18	43,75
V73 - 12x50	78,87	63,78	0,28	0,22	21,43
V74 - 12x30	20,85	14,91	0,60	0,33	45,00
V75 - 12x40	38,40	24,51	0,49	0,26	46,94
V76 - 12x50	61,26	48,21	0,43	0,31	27,91
V77 - 12x30	33,78	22,92	0,28	0,16	42,86
V78 - 12x40	60,96	53,07	0,23	0,18	21,74
V79 - 12x50	96,12	56,01	0,2	0,1	50,00

pela NBR6118:2007 [1] aproxima a rigidez da viga como um todo, acarretando em altos valores de deslocamento. Já o modelo de dano penaliza seletivamente o módulo de elasticidade longitudinal de cada camada composta de concreto e/ou aço ao longo de toda a viga, dando um panorama mais realista da danificação na viga, com isso acarreta, geralmente em deslocamentos menores que os obtidos com o modelo analítico da NBR6118:2007 [1]. Observa-se que o concreto tracionado entre fissuras é levado em conta na

resistência ao movimento de flexão segundo o modelo de dano, fato este que não ocorre na formulação do modelo utilizado pela NBR6118:2007 [1].

Observa-se ainda que a NBR6118:2007 [1] fornece um único valor de M_f independente do arranjo de armadura disposto na viga. Já nas análises numéricas tal fato não ocorre, havendo uma variação do valor de M_f , o que seria mais natural, já que o comportamento da viga do início do processo de fissuração até seu

Tabela 6 – Viga biapoiada, $f_{ck}=25$ MPa, valores analíticos, $F = Fr$

Fatores	Bi-Apoiada	C25	$F=F_R$	Analítico	
	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F_0	$F_{crítico, 0,5}$ N=26
l	$8,6 \times 10^3$	2	$4,3 \times 10^3$	$4,3 \times 10^3$	3,37
A_s	0	2	0	0	3,37
A_c	$4,2 \times 10^3$	2	$2,1 \times 10^3$	$2,1 \times 10^3$	3,37
$l \times A_s$	0	4	0	0	2,74
$l \times A_c$	4×10^4	4	10×10^5	10×10^5	2,74
$A_s \times A_c$	0	4	0	0	2,74
Erro	0	8	0	0	-
Total	0,0013	26	-	-	-

colapso, obviamente será influenciado pelo arranjo de armadura, entre outros fatores, [2].

Em [2] constam as análises estatísticas realizadas com a metodologia ANOVA para o caso das vigas bi-apoiadas e bi-engastadas com os parâmetros de variação já mencionados na introdução deste artigo. Naquele trabalho observou-se que a seção transversal e comprimento do vão são as mais importantes variáveis no problema quando a viga está submetida a cargas de serviço de valor moderado. Entretanto, quando as cargas aumentam de va-

lor, a seção transversal da viga permanece a mais importante variável, mas a distribuição de armadura torna-se uma variável mais importante que o comprimento do vão. Essa mudança é devida ao processo de danificação bastante intenso que ocorre na viga neste estágio de carregamento.

Neste trabalho foram introduzidos mais alguns parâmetros, tais como: mais um concreto com resistência à compressão de 25 MPa e mais as condições de vinculação de vigas engastadas e livres (em balanço) e vigas engastadas e apoiadas. Além disso,

Tabela 7 - Viga biapoiada, fck=25 MPa, valores numéricos, F = Fr

Bi-Apoiada C25 F=Fr Numérico					
Força última					
Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crítico, 0,5} N=26
ℓ	1,064 x 10 ⁻³	2	5,32 x 10 ⁻⁴	8,02	3,37
A _s	3,5 x 10 ⁻⁵	2	1,733 x 10 ⁻⁵	0,261	3,37
A _c	1,026 x 10 ⁻³	2	5,13 x 10 ⁻⁴	7,734	3,37
ℓ X A _s	3,653 x 10 ⁻⁴	4	9,133 x 10 ⁻⁵	1,377	2,74
ℓ X A _c	7,06 x 10 ⁻⁴	4	1,765 x 10 ⁻⁴	1,015	2,74
A _s X A _c	2,693 x 10 ⁻⁴	4	6,733 x 10 ⁻⁵	2,661	2,74
Erro	5,307 x 10 ⁻⁴	8	6,633 x 10 ⁻⁵	-	-
Total	3,996 x 10 ⁻³	26	-	-	-

Tabela 8 - Viga biapoiada, fck=25 MPa, valores analíticos, F = 3 Fr

Bi-apoiada C25 F=3Fr Analítico					
Força última					
Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crítico, 0,5} N=26
ℓ	0,391	2	0,195	1,407 x 10 ⁴	3,37
A _s	0,123267	2	0,062	4,438 x 10 ³	3,37
A _c	0,051	2	0,026	1,854 x 10 ³	3,37
ℓ X A _s	0,011	4	2,694 x 10 ⁻³	194	2,74
ℓ X A _c	4,489 x 10 ⁻³	4	1,122 x 10 ⁻³	3,2	2,74
A _s X A _c	1,778 x 10 ⁻⁴	4	4,444 x 10 ⁻⁵	80,8	2,74
Erro	1,111 x 10 ⁻⁴	8	1,389 x 10 ⁻⁵	-	-
Total	0,581	26	-	-	-

Tabela 9 - Viga biapoiada, fck=25 MPa, valores numéricos, F = 3Fr

Bi-apoiada C25 F=3Fr Numérico					
Força última					
Fatores	Soma dos quadrados	Graus de liberdade	Média dos quadrados	F ₀	F _{crítico, 0,5} N=26
ℓ	0,122	2	0,061	96,974	3,37
A _s	0,072634	2	0,036	57,826	3,37
A _c	0,032	2	0,016	25,656	3,37
ℓ X A _s	0,01	4	2,558 x 10 ⁻³	4,073	2,74
ℓ X A _c	0,029	4	7,248 x 10 ⁻³	4,392	2,74
A _s X A _c	0,011	4	2,758 x 10 ⁻³	11,541	2,74
Erro	0,005024	8	6,28 x 10 ⁻⁴	-	-
Total	0,282	26	-	-	-

Figura 2 – Estudo sobre o momento de fissuração para o concreto C25

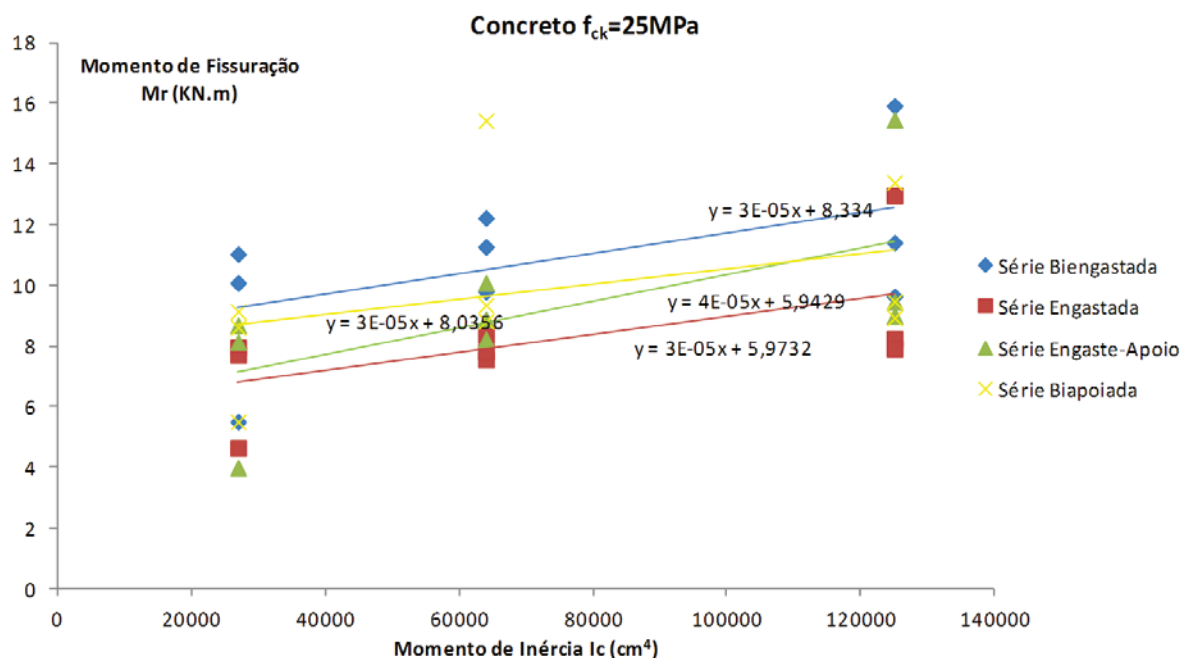
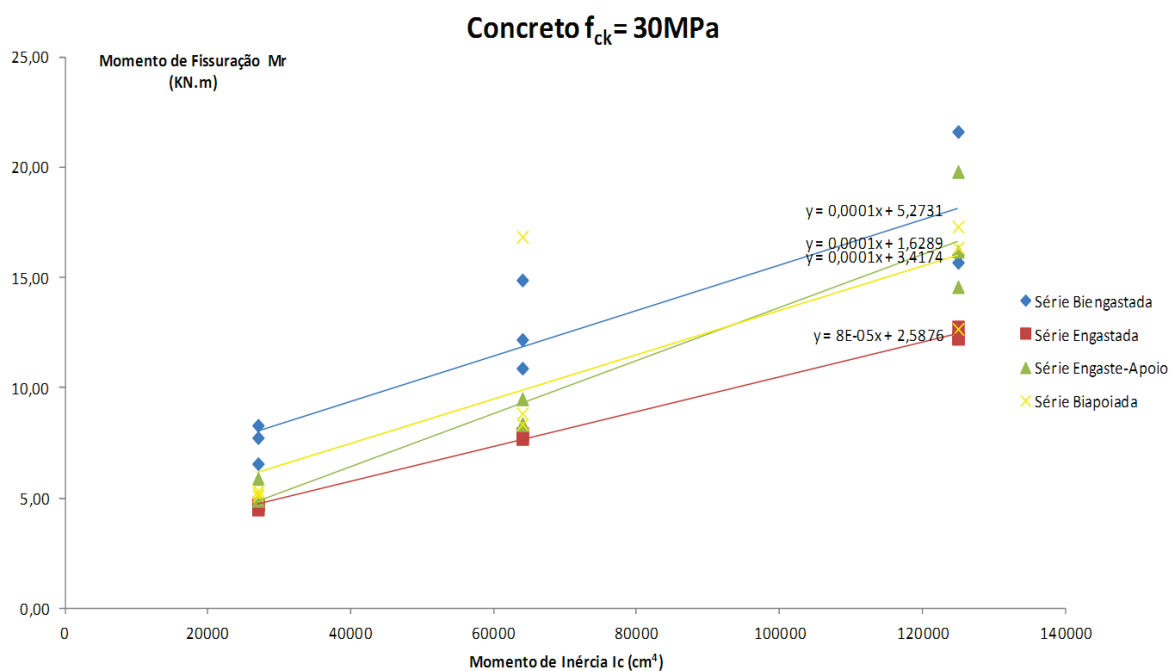
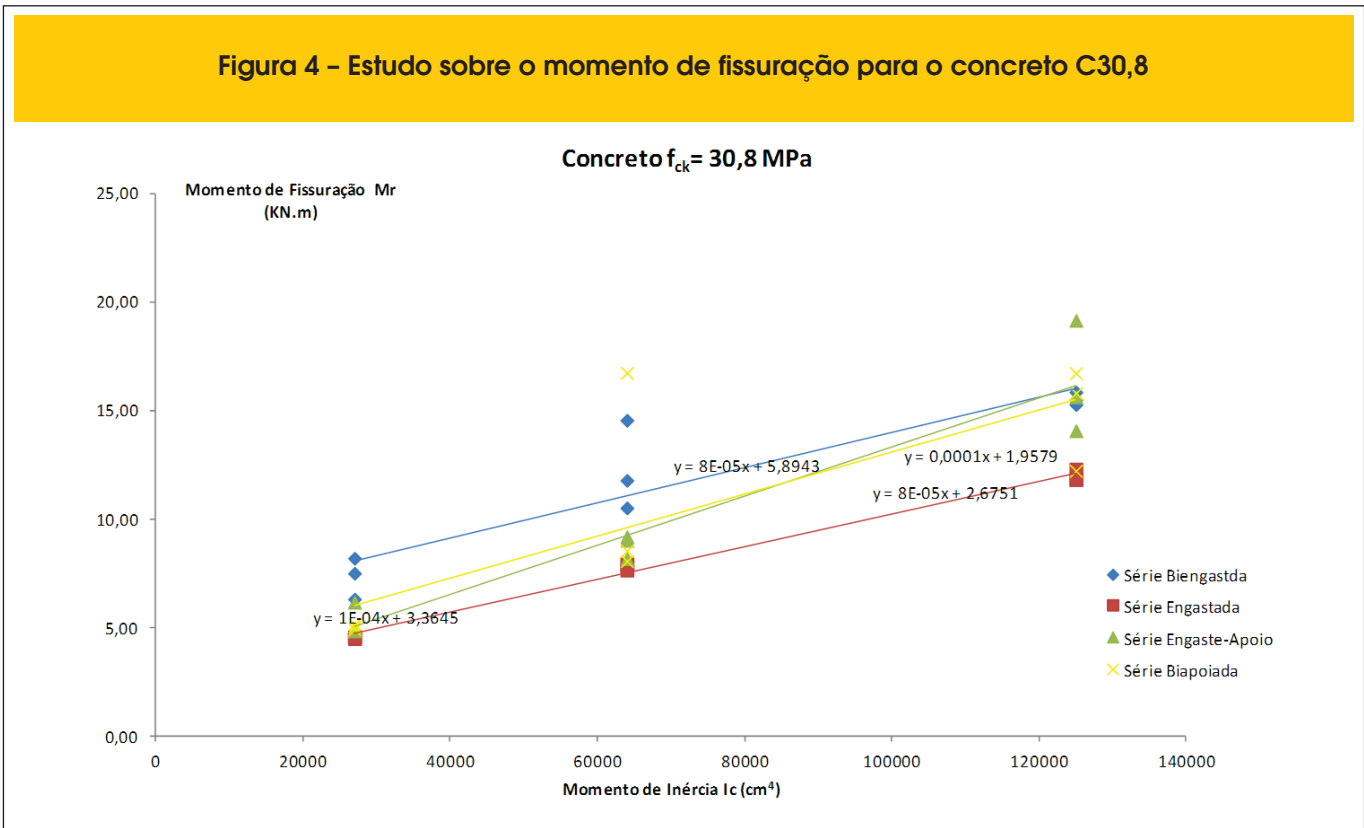


Figura 3 – Estudo sobre o momento de fissuração para o concreto C30





procurando-se contornar uma lacuna deixada no trabalho [2], procurou-se trocar o vão de 4m para 2m, dando aos casos de vigas em balanço, respostas analíticas e numéricas possíveis, de modo a contribuir para as análises estatísticas.

Novamente, aqui se faz necessária a apresentação de algumas tabelas com resultados das análises estatísticas referentes ao concreto C25 em vigas biapoiadas. Na realidade, as análises levaram a confecção de 48 tabelas com resultados.

Em suma, relata-se aqui que os resultados das análises estatísticas não mostraram nenhuma evidente mudança de comportamento das variáveis do problema quando introduzimos os novos parâmetros abordados neste artigo. Portanto, no início do processo de fissuração em $F = F_r$, a seção transversal da viga continua sendo a variável mais influente no problema seguida do comprimento do vão. Quando o processo de fissuração está em estágio mais evoluído com $F = 3F_r$, a área de aço da armadura longitudinal começa a

ganhar importância, haja vista que o concreto já não resiste tão bem aos esforços, principalmente na região tracionada da viga.

4.1 Discussão sobre propostas para a estimativa do cálculo de deslocamento em estruturas de concreto armado

Baseado nos resultados obtidos até então, tanto neste trabalho como em anteriores [2], de forma resumida, na Fig. (2) é ilustrado um gráfico contendo a inércia da seção transversal versus o momento de fissuração das análises numéricas para o caso do concreto C25 e trabalhando com vigas no domínio 2 ($5\phi 10.0\text{mm}$). Para cada caso de vinculação adotou-se uma regressão de forma mais simples possível (linear) para se obter uma expressão para a estimativa do momento de fissuração relacionado à inércia inicial da seção transversal, pensando-se sempre na aplicabilidade prática do estudo. O mesmo procedimento foi realizado quando se tratava do concreto C30 (Figura 3) e concreto com resistência à compressão de 30,8 MPa (Figura 4). Portanto, as equações abaixo são propostas para serem utilizadas para concretos ditos convencionais, ou seja, concretos pertencentes às classes C20 até C35. Tal afirmação é justificada pelas resistências utilizadas neste trabalho, onde pode-se extrapolar os resultados obtidos para concretos em classes nas vizinhanças dos concretos abordados aqui.

Tabela 10 – Valores dos coeficientes de vinculação

Vinculação	β_1	β_2
biengastada/ biapoiada	8	4,5
engastada/ engaste-apoio	6	2

$$M_r = 0.00004I_c + \beta_1 p/ \text{ concretos C20 e C25} \quad (26)$$

Tabela 11 – Valores de momento de fissuração da presente proposta e da NBR6118:2007 (KN.m)

I_c (cm ⁴)	Vinculação	Proposta C20/C25	NBR C20	NBR C25	dif. para C25 (%)	dif. para C20 (%)	Proposta C30/C35	NBR C30	NBR C35	dif. para C30 (%)	dif. para C35 (%)
27x10 ³	biengastada	9,08	5,97	6,93	-31,11	-52,14	8,55	7,82	8,67	-9,33	1,35
64x10 ³	biengastada	10,56	10,61	12,31	14,23	0,47	14,1	13,90	15,41	-1,42	8,49
125x10 ³	biengastada	13	16,58	19,24	32,42	21,58	23,25	21,72	24,07	-7,03	3,43
27x10 ³	engastada	7,08	5,97	6,93	-2,233	-18,63	6,05	7,82	8,67	22,64	30,19
64x10 ³	engastada	8,56	10,61	12,31	0,474	19,32	11,6	13,90	15,41	16,57	24,71
125x10 ³	engastada	11	16,58	19,24	2,82	33,65	20,75	21,72	24,07	4,48	13,81
27x10 ³	engaste-apoio	7,08	5,97	6,93	-2,233	-18,63	6,05	7,82	8,67	22,64	30,19
64x10 ³	engaste-apoio	8,56	10,61	12,31	0,474	19,32	11,6	13,90	15,41	16,57	24,71
125x10 ³	engaste-apoio	11	16,58	19,24	2,82	33,65	20,75	21,72	24,07	4,48	13,81
27x10 ³	biapoiada	9,08	5,97	6,93	-31,11	-52,14	8,55	7,82	8,67	-9,33	1,35
64x10 ³	biapoiada	10,56	10,61	12,31	14,23	0,47	14,1	13,90	15,41	-1,42	8,49
125x10 ³	biapoiada	13	16,58	19,24	32,42	21,58	23,25	21,72	24,07	-7,03	3,43

$$M_r = 0.00015I_c + \beta_2 p / \text{concretos C30 e C35} \quad (27)$$

onde nas equações acima, os valores são expressos em kN.m para M_r e cm⁴ para I_c . Os valores de β_1 e β_2 são dados na Tabela 10. As equações propostas foram empregadas nos casos estudados neste trabalho e comparados com os valores preconizados pela NBR6118:2007 (ver Tabela 11). Em geral, os valores obtidos pela proposta são menores, no entanto, enfatiza-se aqui que as análises numéricas foram realizadas com o emprego de um modelo que considera a fissuração distribuída em todo o elemento estrutural, o que é natural a contribuição dos vínculos nesse panorama de fissuração.

Percebe-se pela tabela acima, que em geral, a proposta de M_r da presente pesquisa apresenta valores ligeiramente superiores aos da NBR para os casos de pequenas inércias da seção transversal, se aproxima mais nos casos de inércias medianas e apresenta valores menores que a NBR nos casos de inércias maiores. Ressalta-se que a proposta para C30/C35 apresentou um melhor comportamento que a proposta C20/C25 quando comparados com os valores apresentados pela NBR.

Por outro lado, no caso da estimativa de deslocamentos, segundo a Resistência dos Materiais, tal cálculo em estruturas pode-se ser uma função dada, de maneira geral, por:

$$\delta = \frac{\alpha_{ap} \cdot P \cdot l^3}{EI_c} \quad (28)$$

onde α_{ap} é uma constante dependente do tipo de vinculação, p é o carregamento atuante, l o vão efetivo da estrutura, I_c é a inércia da seção íntegra e E o módulo de elasticidade do concreto. Observa-se que os principais parâmetros envolvidos no problema, segundo os resultados da metodologia ANOVA, estão contemplados na Eq. (28).

Atualmente, a NBR6118:2007 [1] utiliza um procedimento no qual a inércia da seção transversal é penalizada quando há o surgimento de fissuras, refletindo essa penalização de maneira homogênea

em toda a peça. Neste trabalho, o foco da penalização da rigidez da peça está voltado para o módulo de elasticidade segundo uma abordagem semelhante feita pela Mecânica do Dano.

Observa-se que quando há um processo de fissuração em andamento, o Módulo de Elasticidade E é função de uma variável que define o estágio de fissuração do concreto. Esta variável pode ser entendida como dano (D). No entanto, a própria danificação é dependente da deformação da peça estrutural e tensões correlatas. Tais estados de tensões e de deformações dependem do nível de carregamento aplicado na estrutura, ou seja, há uma relação não-linear em todo esse processo.

Pode-se perceber que uma relação que penaliza seletivamente a rigidez da peça através da medida do módulo de elasticidade do concreto fissurado em diferentes etapas até seu colapso, é algo desejável. Mais ainda se os parâmetros envolvidos nesta relação forem de uso corrente no cálculo estrutural. Portanto, propõe-se de uma maneira geral, que o módulo de elasticidade a ser utilizado na Eq. (28) seja dado na forma geral abaixo:

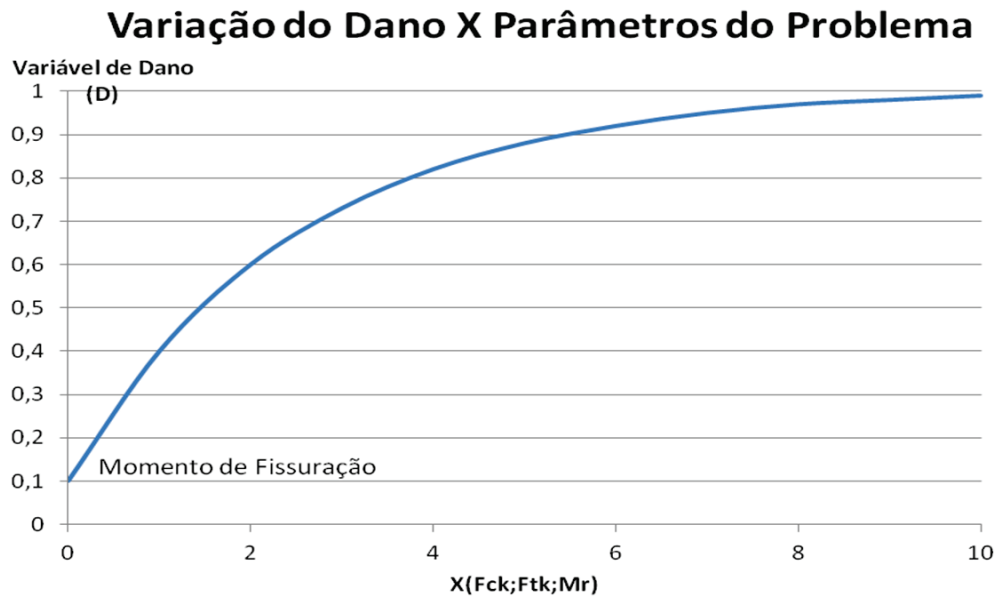
$$E = (1 - D)E_0 \quad (29)$$

onde E_0 é o módulo de elasticidade do concreto íntegro obtido pela NBR 6118:2007 [1]. Por outro lado, o processo de danificação é dependente das variáveis envolvidas no problema, tais como: momento de fissuração, resistência à tração e à compressão do concreto. Propõe-se ainda que a variação da danificação seja dada por uma relação não-linear ilustrada na Fig. (5) e que seja dependente da classe do concreto utilizado.

Contudo, têm-se dois caminhos a seguir: pode-se propor uma equação para a variável D com os parâmetros de importância obtidos pelo ANOVA ou, pode-se propor uma equação para D baseada numa regressão tomando-se como base os resultados numéricos obtidos até aqui.

Optou-se pela primeira opção por trabalhar com parâmetros com significado físico mais palpável para os engenheiros, lembrando sempre ser essa a filosofia empregada aqui. Além disso, a segunda opção demanda a complexidade de trabalhar em várias dimensões com uma gama enorme de resultados, ficando como uma proposta de objeto de estudo futuro.

Figura 5 - Proposição geral da forma de variação de dano em relação aos parâmetros envolvidos



Portanto, seguindo a opção escolhida, numa opção mais pontual do estado de esforços x deslocamentos da estrutura, pode-se calcular a rigidez do elemento estrutural mantendo-se o momento de inércia da seção inalterado e utilizando o módulo de elasticidade atualizado pela Eq. (29) para um dado momento fletor atuante M_a na seção mais solicitada, desde que o momento atuante seja superior ao momento de fissuração do elemento estrutural calculado pelas Eqs. (26) e (27), conforme o caso. Após alguns estudos e, tendo como base um modelo de dano simples, porém eficiente, propõe-se a seguinte expressão para a estimativa da variável D:

$$D = 1 - \frac{M_r(1-A)}{M_a} - \frac{A}{e^{\left[\frac{f_{ctm}}{1000}(M_a - M_r)\right]}} \quad (30)$$

Onde M_a e M_r são dados em KN.m, o parâmetro A é um valor dependente da classe do concreto que se deseje modelar e f_{ctm} é a resistência à tração direta média ou característica do concreto dada pela Eq. (31) em MPa.

Figura 6 - Variação de D em relação ao momento atuante na seção crítica

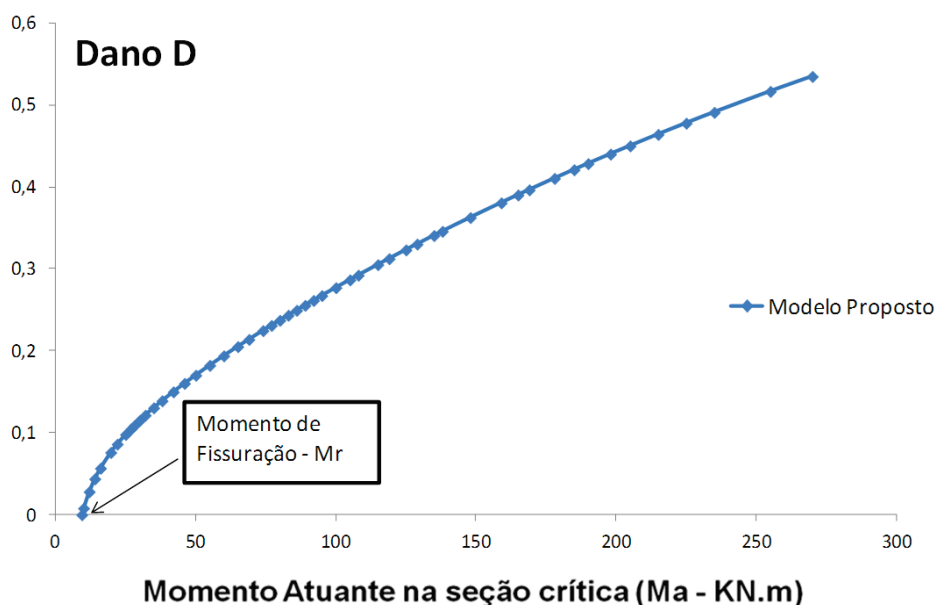


Tabela 12 – Valores dos momentos de fissuração e atuante (KN.m) e deslocamento (mm) da presente proposta, experimental e da NBR6118:2007

$M_{a,exp}$	$M_{r,exp}$	$M_{r,NBR}$	$M_{r,proposto}$	δ_{exp}	δ_{NBR}	$\delta_{proposto}$
–	19,69	8,66	9,35	–	–	–
10,64	–	–	–	0,8	1,3	1,16
19,69	–	–	–	2,3	2,8	2,29
32,02	–	–	–	3,0	4,6	3,93
55,77	–	–	–	7,0	8,1	7,36
81,89	–	–	–	11,5	11,9	11,62

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (31)$$

A Fig. (6) apresenta um gráfico D x M_a para um concreto classe C25, $M_{cr} = 9,35$ KN.m e $A = 0,9$. O emprego da Eq. (30) nos leva a perceber uma penalização da rigidez numa forma não muito acentuada, o que gera uma configuração mais realista do comportamento estrutural.

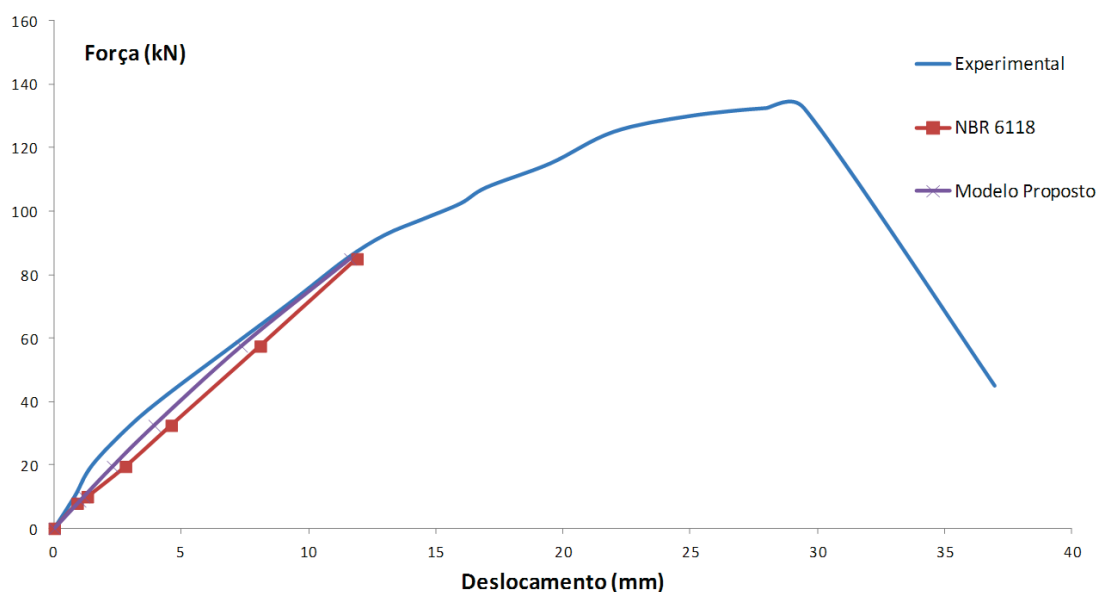
Por fim, a proposta é empregada ao caso da viga ensaiada na referência [6]. Tal viga foi escolhida, pois há informações detalhadas sobre a realização do ensaio, assim como sobre os valores obtidos, dando uma confiabilidade maior para a comparação dos resultados. Na Tabela 12, os valores obtidos experimentalmente para $M_{a,exp}$ (momento atuante), $M_{r,exp}$ (momento de fissuração), δ_{exp} (desloca-

mento no meio do vão), são comparados com os valores obtidos analiticamente pela NBR 6118:2007 ($M_{r,NBR}$, δ_{NBR}) e pela metodologia proposta ($M_{r,proposto}$, $\delta_{proposto}$).

Observa-se a maior coerência da resposta obtida com o emprego do modelo proposto em relação ao resultado experimental que a obtida com o emprego do procedimento sugerido pela NBR. Contudo, deve-se pensar na existência de alguma reserva de segurança na estimativa dos deslocamentos.

Por fim, a Fig. (7) ilustra a comparação dos resultados obtidos experimentalmente, pela NBR e pela metodologia proposta neste trabalho. Ressalta-se que a proposição para a estimativa de deslocamentos em estruturas depende de um estudo mais aprofundado sobre os resultados obtidos até então para os concretos ditos convencionais (C20 a C35). Nesse sentido, faz-se necessária a obtenção de resultados experimentais confiáveis para uma validação da proposta deste trabalho, assim como para estudos sobre a sua limitação de emprego e verificação em relação à segurança do

Figura 7 – Comparação de resultados em viga de concreto armado



emprego de tal proposição. Tal abordagem será realizada em trabalho futuro.

5. Conclusões

Neste trabalho, um modelo de dano para o concreto proposto por [3] foi utilizado na estimativa de deslocamentos em estruturas de concreto armado.

De posse dos parâmetros envolvidos no problema e suas combinações, um total de 324 protótipos foram analisados numericamente utilizando o modelo de dano e, analiticamente, utilizando o Procedimento da NBR6118:2007. A aplicação da metodologia ANOVA confirma as conclusões obtidas em [2], mesmo com a inclusão de novos parâmetros no problema. Ou seja, observa-se que o momento de fissuração não leva em conta a distribuição da armadura. Além disso, observa-se que os deslocamentos obtidos pelas análises analíticas são maiores que aqueles obtidos através das análises numéricas e experimentais. Isto é devido ao fato da NBR6118:2007 [1] estimar um valor médio para a rigidez de toda a viga levando a valores altos de deslocamentos. Por outro lado, o modelo de dano penaliza a rigidez de uma maneira seletiva sendo possível levar em conta a contribuição do concreto tracionado entre fissuras. Entretanto, a existência de uma reserva de segurança tem sempre que ser pensada.

De uma maneira geral, a metodologia ANOVA mostra um indicativo das variáveis que devem estar contidas numa eventual formulação alternativa ao procedimento da NBR 6118:2007 [1]. Tal proposta de formulação foi apresentada no final deste artigo, onde o foco da penalização da rigidez passa a ser o módulo de elasticidade, seguindo o raciocínio preconizado pela Mecânica do Dano. Testes iniciais mostraram a viabilidade de utilização da metodologia proposta, porém sua efetiva validação e estudo de limitação de emprego serão objetos de estudos futuros com o intuito de, inclusive, verificar a segurança de emprego da proposta em aplicações práticas da Engenharia Estrutural.

6. Agradecimentos

Os autores desejam agradecer ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico)

7. Referências

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2007, Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.
- [02] PITUBA, J. J. C., DELALIBERA, R. G., and RODRIGUES, F. S.. Numerical and statistical analysis about displacements in reinforced concrete beams using damage mechanics. *Computers and Concrete, an International Journal*, Vol. 10(3), 307-330, 2012.
- [03] PITUBA, J. J. C.. and FERNANDES, G. R.. An anisotropic damage for the concrete. *Journal of Engineering Mechanics - ASCE*, Vol. 137(9), 610-624, 2011.
- [04] PITUBA, J. J. C.. and LACERDA, M. M. S.. Simplified damage models applied in the numerical analysis of reinforced concrete structures. *IBRACON Structures and Materials Journal*, Vol. 5(1), 26-37, 2012.
- [05] MONTGOMERY, D. C.. *Design and analysis of experiments*, Arizona State University, 4th Edition, John Wiley & Sons, 1996.
- [06] DELALIBERA, R. G.. *Análise teórica e experimental de vigas de concreto armado com armadura de confinamento*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.
- [07] VECCHIO, F. J. and Emara, M. B.. Shear deformations in reinforced concrete frames. *ACI Structural Journal*, Vol. 89, n. 1, p. 46-56, 1992.
- [08] ÁLVARES, M. S.. *Estudo de um modelo de dano para o concreto: formulação, identificação paramétrica e aplicação e emprego do método dos elementos finitos*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1993.

Simplified modelling of cracking and collapse process on frames and arches of reinforced concrete

Modelagem simplificada do processo de fissuração e colapso em pórticos e arcos de concreto armado



D. L. N. F. AMORIM ^a
davidnf@usp.br

S. P. B. PROENÇA ^a
persival@sc.usp.br

J. FLÓREZ-LÓPEZ ^b
jflorez@ula.ve

Abstract

The consistent simulation of progressive failure and structural collapse processes still is a problem of great interest for the engineering. Among theories which are somehow capable of model such class of problems, the continuum damage mechanics is the latest. However, one of the issues that still persist is when in the numerical simulations the structure begins to present the strain localisation phenomenon, with consequent dependence of the results on the mesh used. To solve this problem several so-called regularisation methods were developed. Nevertheless, despite effectiveness these methods can insert a significant degree of complexity on the numerical approaches. In this paper is proposed a simplified methodology to nonlinear structural analysis of frames and arches by means of the previous localisation of inelastic phenomena on hinges, located on the edges of the finite elements of frame and arch. Therefore it is possible to circumvent the mesh dependency and to reproduce satisfactorily real problems, as the examples of reinforced concrete structures gathered at the end of this article.

Keywords: frames, arches, reinforced concrete, lumped dissipation mechanics, localisation.

Resumo

A simulação consistente de processos de falha progressiva e colapso estrutural ainda é um problema aberto de grande interesse para a engenharia. Dentre as teorias que são capazes de modelar de alguma forma tal classe de problemas, a mecânica do dano contínuo é a mais recente. Entretanto, um dos gargalos que ainda persistem é quando nas simulações numéricas a estrutura passa a apresentar o fenômeno de localização de deformações, com consequente dependência dos resultados sobre a malha empregada. Para sanar este problema diversos métodos ditos de regularização foram desenvolvidos. Todavia, apesar de eficazes, estes métodos podem inserir um grau de complexidade significativo nas abordagens numéricas. Neste trabalho propõe-se uma metodologia simplificada para análise estrutural não linear de pórticos e arcos por meio da localização prévia dos fenômenos inelásticos em rótulas, posicionadas nas extremidades dos elementos finitos de barra e arco. Desta forma é possível contornar a dependência de malha e reproduzir de forma satisfatória problemas reais, como mostram os exemplos de estruturas de concreto armado reunidos no fim deste artigo.

Palavras-chave: pórticos, arcos, concreto armado, teoria de dissipação concentrada, localização.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil;

^b Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

1. Introduction

Continuum damage mechanics (see [1], for instance) is the latest among the major theories to describe the progressive deterioration process and structural failure. The main idea is based on the simple introduction of an internal variable which characterises the state of material deterioration. This variable, so-called damage, usually takes values among zero and one. Damage is introduced on constitutive laws by means of the effective stress concept combined to a strain equivalence hypothesis. The theory has been applied successfully on the local description of a wide variety of deterioration mechanisms.

The scientific activity in this area has been very significant and, currently, the theme has become one of the most important of continuum mechanics with applications in structural engineering, particularly. Since the first published papers in the mid-sixties of the last century, the number of works, conferences and specialised journals on the subject became huge. Despite of intense scientific activity, the number of practical applications of this theory is limited to a few regular cases, especially due to the conceptual complexity of strain softening responses implicit on constitutive models of continuous media with damage. Indeed, a consequence of the strain equivalence hypothesis is that the damage variable couples to both strains, penalising directly the elastic properties, and stresses, on the functions which control the yield and plastic hardening processes. This “parasite” character of the damage variable leads to a loss of fundamental mathematical properties of uniqueness and the problem becomes ill-posed. Consequently the analyses may have several solutions, causing no convergence of the finite elements responses with mesh refinement. That is essentially why the classic versions of the continuum damage theory are not adequate to practical applications in spite of its conceptual consistency. Therefore, the search for regularisation procedures of the mathematical damage models became a crucial task.

Initially the researchers sought for regularisation methods which may be used at any context or application. Among these, the most known and studied are the nonlocal damage models [2] and the similar ones so-called damage gradient models [3]. However, these approaches have not also been translated into more objective practical applications. Aside the mathematical aspects, the physical justifications of these models classes are limited and, numerically, the problems become overmuch complex for thinking in the resolution of real engineering problems, which require three-dimensional approaches.

An alternative to the regularisation processes consists on the development of simplified methods. This focus presents as main advantages: the well-posedness of mathematical problems, in most cases; the good understanding, or justification, of the simplified methods and the simple interpretation of the results. Finally, the computational effort is significantly reduced. One of the most used simplified methods consists in the utilisation of plastic, or inelastic, hinges coupled with damage. This combination gives place to theories of lumped damage mechanics (LDM). Such approach has been successfully used to modelling reinforced concrete (RC) [4-12] or steel frames [13]. The damage hinges may be used to modelling the concrete cracking in reinforced concrete structures, and local buckling in tubular steel structures.

So far the LDM has been considered only by straight frame elements. However, RC arches and rings are also important structural

alternatives, compounding, among other applications, tunnels ceiling reinforcements and several structures employed on hydraulic and sanitation. In terms of finite element method applications, the formulation of bar elements with curve axis is not new. An especial finite element for elastic circular arches was proposed in [14]. This research was extended to parabolic frames [15]. Most recently, it was proposed another circular arch element with plastic hinges [16]. Notwithstanding, neither of these studies consider the phenomena associated to concrete cracking.

In fact, the dominant failure mechanism in tunnels, conducts and arches is precisely the concrete fracture when the instabilities are controlled. Broadly speaking, there are two alternatives for modelling cracking phenomena. The first one is based on the using of classic continuum damage theory in combination with beam, shell or solid finite elements (see e.g. [17]), exploring regularisation of localisation issues aforementioned. The second one consists on the using of fracture mechanics [18]. However, the inclusion of reinforcement effects on the crack propagation and the computational fracture mechanics complexity itself render this approach really difficult for practical applications.

In this work a general theory based on LDM to analyse general purpose curvilinear structures is presented. This generalisation of the theory arises from combining methods of LDM and procedures presented in [14,16]. In this way, a very efficient numerical procedure for structural analyses is achieved, using few elements, with good precision and consistently accounting for the strain softening response, therefore, including all necessary information for a representative evaluation. Hopefully, this approach may be useful in practical terms, hence constituting itself into an interesting alternative to subsidise real structural engineering projects.

This paper is organised as follows: in the first two subsequent sections a general theory of inelastic frames behaviour is described. The notation introduced in [19] is adopted, which is considered more appropriate in case of complex constitutive laws. In the next four sections the proposed model is described. Then, a procedure for numerical implementation within conventional finite element codes is presented. Finally, the performance of the proposed model is illustrated by means of two numerical simulations.

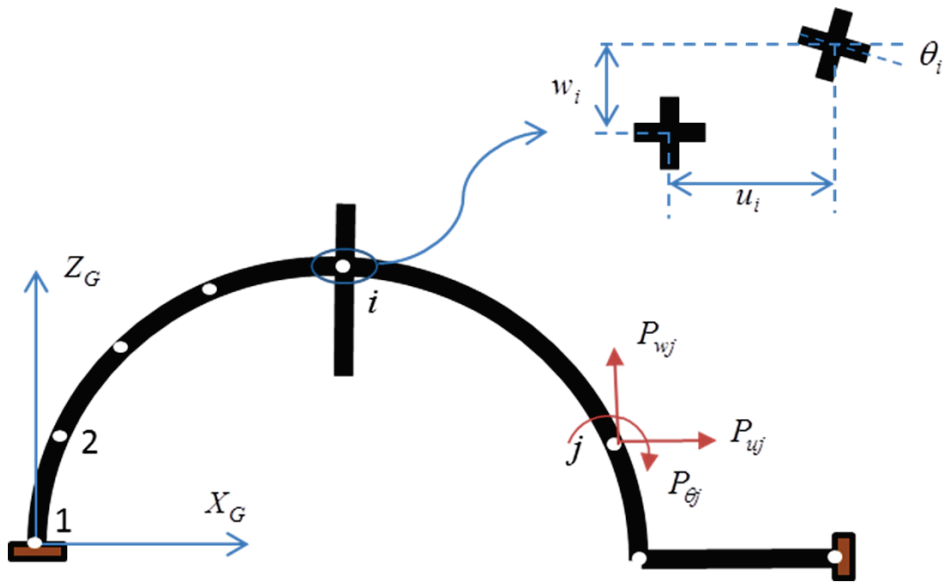
2. Static of structures composed by straight and circular elements

Consider a plain frame composed by straight and circular elements, as indicated in figure 1. According to a global reference system $X_G Z_G$, generalised displacements of a frame node i are represented by: u_i, w_i, θ_i and external forces on the node j are: $P_{uj}, P_{wj}, P_{\theta j}$. The vector of external nodal forces of a structure with n nodes is indicated as:

$$\{\mathbf{P}\}^t = (P_{u1}, P_{w1}, P_{\theta1}, P_{u2}, \dots, P_{un}, P_{\theta n}) \quad (1)$$

Consider now a frame element b , straight or circular, defined between nodes i and j . Straight elements are characterised by nodal coordinates on the global system, while circular elements, besides that, also need the radius R_b . The vector of internal nodal forces generated by the element b is indicated as:

Figure 1 - External forces and generalised displacements according to the global reference system



$$\{Q\}_b^t = (Q_{ui}, Q_{wi}, Q_{\theta i}, Q_{uj}, Q_{wj}, Q_{\theta j}) \quad (2)$$

It follows that the quasi-static equilibrium equations may be written as:

$$\sum_b \{Q_A\}_b = \{P\} \quad (3)$$

where, by consistency with the dimensional order of each part of the sum, the internal force matrices $\{Q_A\}_b$ are expanded by including zeros on degrees of freedom not correspondent to the element nodes:

$$\{Q_A\}_b^t = (0, 0, 0, \dots, \underbrace{Q_{ui}, Q_{wi}, Q_{\theta i}}_{n\acute{o} i}, \underbrace{0, 0, 0}_{n\acute{o} i+1}, \dots, \underbrace{Q_{uj}, Q_{wj}, Q_{\theta j}}_{n\acute{o} j}, \underbrace{0, 0, 0}_{n\acute{o} j+1}, \dots) \quad (4)$$

For each element is introduced a local reference system x_b, z_b , as illustrated in figure 2. In straight elements the local origin coincides with node i and the x_b axis aligns with the chord $i-j$. The angle between the

Figure 2 - Local reference systems

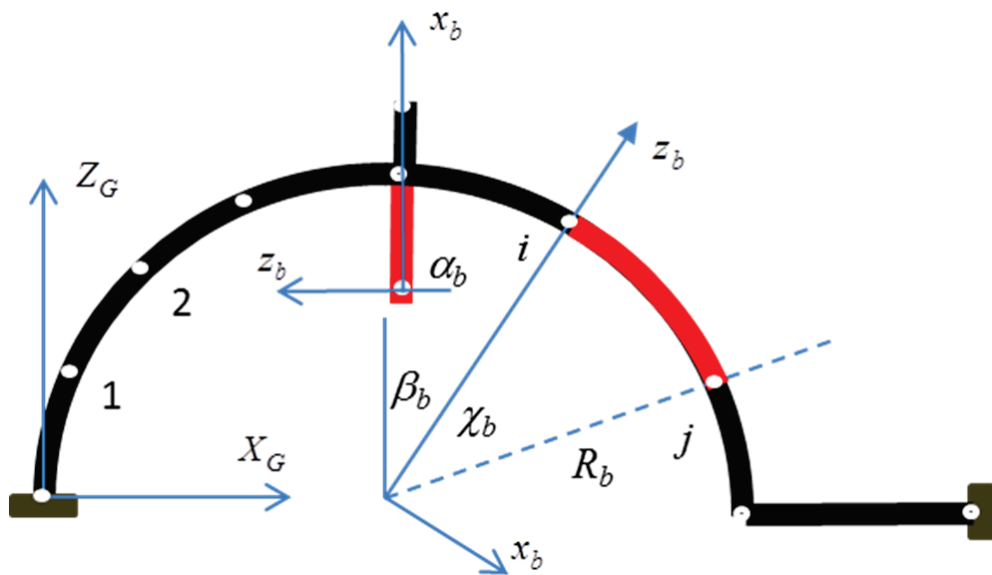
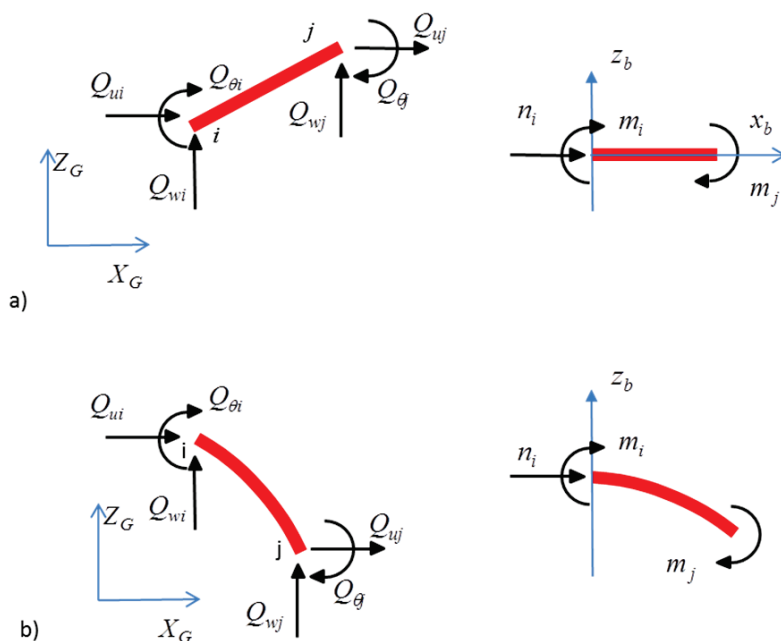


Figure 3 – Internal forces and generalised stresses on the: (a) straight and (b) curved element



local x_b and global X_G axes is represented by a_b . Naturally the angle a_b and the length L_b may be calculated by means of the nodes i and j according to the global system. In case of circular elements the origin of the system is placed in the centre of arch, the axis z_b passes thru node i and β_b is the angle between the global Z_G and local axes z_b . The element forms a circle arch c_b . The angles b_b and c_b may also be calculated by means of the nodes and element radius, as shown in appendix 1. Using the same approach of [19] to a nonlinear elastic frame analysis, it is defined a second set of static variables coupled up to local reference: the generalised stress vector of the element (see figure 3):

$$\{\sigma\}_b^t = (m_i, m_j, n_i) \quad (5)$$

On the generalised stress vector, m_i and m_j are the bending moments on sections i and j , respectively, and n_i is the axial force (positive compression) in i . The vectors of internal forces and stress are related by means of the following equation of static equilibrium:

$$\{Q\} = [B]_b^t \{\sigma\}_b \quad (6)$$

where $[B]_b$ is called kinematic transformation matrix of the element b . The determination of the matrix $[B]_b$ to straight and curved elements is indicated in the appendix 2.

The matrix of external forces also may be related to generalised stresses combining equations (3,6):

$$\sum_b [B_A]_b^t \{\sigma\}_b = \{P\} \quad (7)$$

where the expanded kinematic transformation matrix $[B_A]_b^t$ is built in a similar way as indicated in equation (4).

3. Kinematic of structures including straight and circular elements

The nodal generalised displacement vectors of a frame and the analogous vector of an element b between nodes i and j are, respectively:

$$\{U\}^t = (u_1, w_1, \theta_1, u_2, \dots, w_n, \theta_n) \quad \{q\}_b^t = (u_i, w_i, \theta_i, u_j, w_j, \theta_j) \quad (8)$$

At the element level an additional kinematic variable is defined, which is called generalised deformation matrix $\{\epsilon\}_b$, being conjugated with generalised stresses by means of the mechanical potency \dot{W}_b :

$$\dot{W}_b = \{\epsilon\}_b^t \{\sigma\}_b = \{\dot{q}\}_b^t \{Q\}_b \quad (9)$$

On the other hand, the generalised deformations may be calculated through nodal generalised displacements of the element. Actually, combining equations (6-9) the following relation can be obtained:

$$(\{\epsilon\}_b^t - \{\dot{q}\}_b^t [B]_b^t) \{\sigma\}_b = 0 \quad \forall \{\sigma\}_b \quad \text{i.e.} \quad \{\epsilon\}_b = [B]_b \{\dot{q}\}_b \quad (10)$$

The deformation rates of the element also may be expressed in

terms of the nodal displacement rates of the frame, using the expanded transformations matrix:

$$\{\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\}_b = [\mathbf{B}_A]_b \{\dot{\mathbf{U}}\} \quad (11)$$

In case of small displacements, the transformation matrices related to the initial $[\mathbf{B}_o]_b$ and deformed $[\mathbf{B}]_b$ configurations are practically the same [19]:

$$[\mathbf{B}]_b \cong [\mathbf{B}_o]_b \quad (12)$$

Then the kinematic and static equilibrium equations may be written as:

$$\{\boldsymbol{\epsilon}\}_b = [\mathbf{B}_{oA}]_b \{\mathbf{U}\} \quad (13) \text{ a}$$

$$\{\mathbf{Q}\}_b = [\mathbf{B}_o]_b^t \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad (13) \text{ b}$$

4. Hypothesis of strain equivalence and lumped dissipation

On the classical theory of continuum damage (see e.g. [1]) the degradation process of mechanical properties of the solid is represented by means of a variable called continuum damage ω which can take values between zero and one. The continuum damage is introduced in elastic constitutive law using the effective stress concept (that occurs on the undamaged part with defects) and the strain equivalence hypothesis (the undamaged part submitted to effective stress presents same strain that the degraded part on nominal stress):

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-\omega} \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}} = E(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p) \Rightarrow \boldsymbol{\sigma} = (1-\omega)E(\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p) \quad (14)$$

being $\boldsymbol{\sigma}$ the Cauchy stress, or nominal stress in case of small strains, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ the effective stress, E the Young's Modulus, $\boldsymbol{\epsilon}$ the total strain and $\boldsymbol{\epsilon}^p$ the portion of plastic strain.

The elastic constitutive relation (14) may be written also in terms of flexibility [9]. This alternative implies the following relations:

$$\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}^p = \frac{1}{(1-\omega)E} \boldsymbol{\sigma} \Rightarrow \boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^e + \boldsymbol{\epsilon}^d + \boldsymbol{\epsilon}^p \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^e = \frac{1}{E} \boldsymbol{\sigma} \quad \boldsymbol{\epsilon}^d = \frac{\omega}{E(1-\omega)} \boldsymbol{\sigma}$$

The specific strain can be decomposed in three parts: an elastic term calculated by Hooke's law, a plastic and damage terms, which arises from micro-defects accumulation on material. This last term of strain is null if there is no damage and tends to an infinite value when the damage tends to one. From equations (15) also provide the interpretation that the material has an initial elastic flexibility $1/E$ and an additional flexibility due to material deterioration expressed by: $\omega/E(1-\omega)$. Naturally, the additional flexibility does not exist when the material presents no damage and tends to infinite when the damage tends to one.

To take into account in a simplified way the inelastic effects of plasticity and damage on frame problems, it is assumed the hypothesis of lumped dissipation. Such hypothesis assumes that all inelastic effects are concentrated in plastic hinges (with zero-length) with damage. Therefore, it is supposed that a frame element combines an elastic component and two inelastic hinges localised at its edges (see figure 4).

The application of the strain equivalence hypothesis in this context leads to the following expression:

$$\{\boldsymbol{\epsilon}\}_b = \{\boldsymbol{\epsilon}^e\}_b + \{\boldsymbol{\epsilon}^p\}_b + \{\boldsymbol{\epsilon}^d\}_b \quad (16)$$

The matrix $\{\boldsymbol{\epsilon}^e\}_b$ contains the elastic generalised strain components of the element. These strains are expressed in terms of the generalised stresses, using the elastic flexibility matrix $[\mathbf{F}_o]$:

$$\{\boldsymbol{\epsilon}^e\}_b = [\mathbf{F}_o] \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad (17)$$

Figure 4 - Lumped dissipation model a) straight element b) curved element

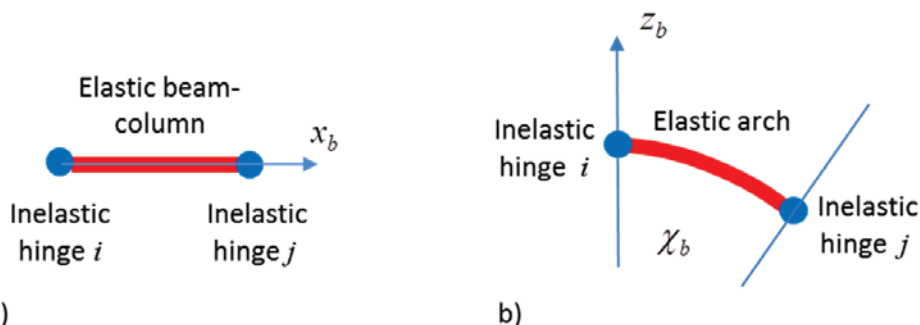
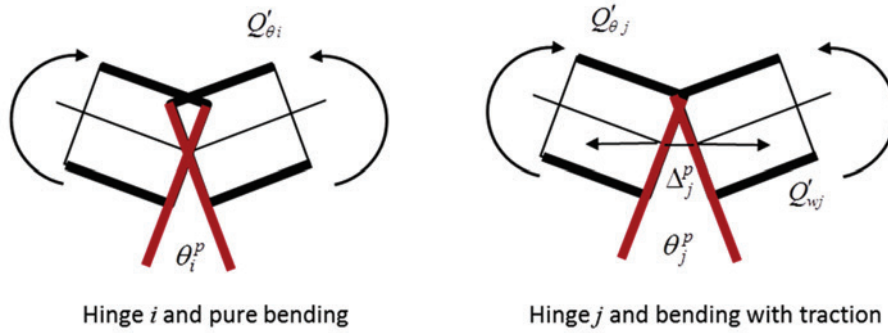


Figure 5 – Plastic elongation and rotations



The expressions of $[F_o]$ are presented in appendix 3.

5. Internal variables: plastic rotations and damage on hinges

The hinges may have plastic rotations and elongations as indicated in figure 5. Therefore, the plastic dissipated energy of the element is [16]:

$$\dot{W}_p = Q'_{\theta_i} \dot{\theta}_i^p - Q'_{ui} \dot{\Delta}_i^p + Q'_{\theta_j} \dot{\theta}_j^p + Q'_{uj} \dot{\Delta}_j^p \quad (18)$$

where $Q'_{\theta_i}, Q'_{ui}, Q'_{\theta_j}, Q'_{uj}$ are the bending moments and axial forces on i and j element edges, as indicated in appendix 2.

On the other hand, be $\{\epsilon^p\}_e^t = (\phi_i^p, \phi_j^p, \delta^p)$ the components of generalised plastic strains matrix, then the plastic dissipation may also be written as:

$$\dot{W}_p = \{\epsilon^p\}_e^t \{\sigma\} = m_i \dot{\phi}_i^p + m_j \dot{\phi}_j^p + n_i \dot{\delta}^p = Q'_{\theta_i} \dot{\theta}_i^p - Q'_{ui} \dot{\Delta}_i^p + Q'_{\theta_j} \dot{\theta}_j^p + Q'_{uj} \dot{\Delta}_j^p \quad (19)$$

In case of a straight element: $Q'_{\theta_i} = m_i, Q'_{\theta_j} = m_j, Q'_{uj} = -n,$ and $Q'_{ui} = -n_i$. Thus, from relation (19) some physical interpretation to components of plastic strains matrix arise:

$$\phi_i^p = \theta_i^p \quad \phi_j^p = \theta_j^p \quad \delta^p = -(\Delta_i^p + \Delta_j^p) \quad (20)$$

i.e. the terms ϕ_i^p and ϕ_j^p are plastic rotations on hinges i and j , and δ^p is the permanent elongation of the element.

In case of a circular element we have: $Q'_{\theta_i} = m_i, Q'_{\theta_j} = m_j, Q'_{ui} = n_i, Q'_{uj} = -(m_i + nR + m_j)/R$ (see equation (2) of appendix 3), ergo:

$$\phi_i^p = \theta_i^p - \frac{\Delta_i^p}{R} \quad \phi_j^p = \theta_j^p - \frac{\Delta_j^p}{R} \quad \delta^p = -(\Delta_i^p + \Delta_j^p) \quad (21)$$

Thereby ϕ_i^p and ϕ_j^p are not exactly plastic rotations. However, to arches with large radius and small permanent elongations this difference is negligible, being possible to admit that ϕ_i^p and ϕ_j^p are plastic rotations.

Now, a second set of internal variables on hinges is introduced, gathered in the following damage vector: $\{\mathbf{D}\}_b^t = (d_i, d_j)$. These variables take values between zero and one, as in the case of continuum damage, however in the present model those variables measure densities of macro-cracking on concrete (see figure 6).

Thereby, according to the strain equivalence hypothesis the strains due to damage on hinges may be expressed as:

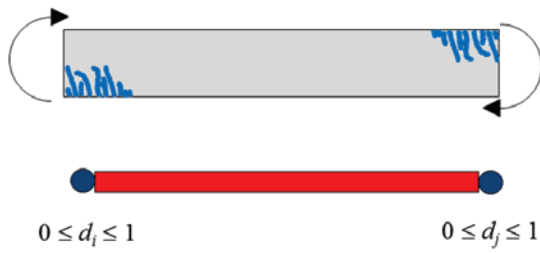
$$\{\epsilon^d\}_b = [C(\mathbf{D})] \{\sigma\}_b \quad [C(\mathbf{D})] = \begin{bmatrix} \frac{d_i F_{11}^0}{(1-d_i)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d_j F_{22}^0}{(1-d_j)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

where F_{ij}^0 are coefficients of the elastic flexibility matrix of element. The equations (16, 17 and 22) allow writing the elasticity law of an element as:

$$\{\epsilon - \epsilon^d\}_b = [F(\mathbf{D})] \{\sigma\}_b \quad [F(\mathbf{D})] = [F_0] + [C(\mathbf{D})] = \begin{bmatrix} \frac{F_{11}^0}{(1-d_i)} & F_{12}^0 & F_{13}^0 \\ F_{21}^0 & \frac{F_{22}^0}{(1-d_j)} & F_{23}^0 \\ F_{31}^0 & F_{32}^0 & F_{33}^0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

The previous relation also evidences that the flexibility matrix of the element may be decomposed in an initial elastic term and an additional term due to damage. When the damage is zero the additional part of flexibility is null, since when the damage approaches the unit value the additional flexibility tends to infinity.

Figure 6 – Lumped damage variables on a straight element (4)



5.1 Generalised Griffith criterion for the calculation of damage in an inelastic hinge

On the classic Fracture Mechanics the criterion of crack propagation in a continuous environment is obtained from a balance of energy and introducing the energy release rate concept. An analogous approach may be conducted in the case of a frame element [4]. The complementary strain energy W_b of the element is:

$$W_b = \frac{1}{2} \{\sigma\}_b^t \{\varepsilon - \varepsilon^p\}_b = \frac{1}{2} \{\sigma\}_b^t [F(D)] \{\sigma\}_b \quad (24)$$

Then, the energy release rate of inelastic hinges is given by:

$$G_i = \frac{\partial W_b}{\partial d_i} = \frac{m_i^2 F_{11}^0}{2(1-d_i)^2} \quad G_j = \frac{\partial W_b}{\partial d_j} = \frac{m_j^2 F_{22}^0}{2(1-d_j)^2} \quad (25)$$

In this case, the energy release rate acts as a crack inductor thermodynamic ‘moment’. Hence, the Griffith criterion establishes that the propagation of damage in a hinge i is possible only if the inductor moment equate crack resistance $R(d_i)$. Once such critical condition is verified, the damage evolution, for each element, is governed by the following conditions:

$$\begin{cases} \Delta d_i > 0 & \Rightarrow G_i = R(d_i) \\ G_i < R(d_i) & \Rightarrow \Delta d_i = 0 \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \Delta d_j > 0 & \Rightarrow G_j = R(d_j) \\ G_j < R(d_j) & \Rightarrow \Delta d_j = 0 \end{cases}$$

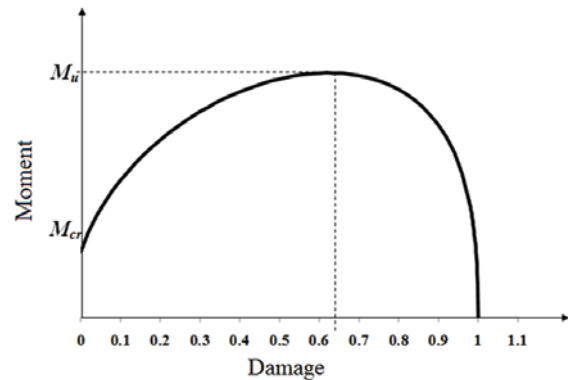
where Δd_i and Δd_j represent the damage increments on hinges i and j , respectively.

A relation to the crack resistance was proposed in [4] based on an experimental evaluation as:

$$R(d_i) = R_0 + q \frac{\ln(1-d_i)}{(1-d_i)} \quad (27)$$

The element has an initial crack resistance R_0 and a logarithmic hardening term proportional to parameter q . This last parameter

Figure 7 – Damage vs. bending moment on an inelastic hinge



accounts for the reinforcement effect in concrete, which hampers the crack propagation. The Griffith propagation condition, $G_i = R(d_i)$, describes, essentially, the relation between the bending moment on the hinge and the damage level, as illustrated in figure 7.

The parameters R_0 and q may be identified such that the damage-bending moment curve fits through points corresponding to the cracking moment of the cross-section M_{cr} and to the ultimate moment M_u [4]. This alternative allows dismissing experimental analysis for purposes of parametric identification, involving, therefore, only parameters and classical concepts of conventional reinforced concrete theory.

5.2 Evolution law of plastic rotation on a damaged hinge

The last set of equations of the simplified model is the evolution law of plastic strains. In the classic plasticity theory this relation is obtained from a yield function. In the simplified model two functions are introduced: $f_i \leq 0$ and $f_j \leq 0$, in correspondence to each inelastic hinge of the element. Being the hardening effect described by a kinematic model the aforementioned functions are given by:

$$f_i = |m_i^b - \phi_i^p| - M_y \leq 0; \quad f_j = |m_j^b - \phi_j^p| - M_y \leq 0 \quad (28)$$

being M_y the effective plastic yield moment and c the effective plastic stiffness. Both parameters also may be calculated using the reinforced concrete theory [4].

Neglecting plastic elongations, the evolution laws of plastic rotations result from a complementary condition with the yield functions:

$$\begin{cases} \Delta \phi_i^p \neq 0 & \Rightarrow f_i = 0 \\ f_i < 0 & \Rightarrow \Delta \phi_i^p = 0 \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \Delta \phi_j^p \neq 0 & \Rightarrow f_j = 0 \\ f_j < 0 & \Rightarrow \Delta \phi_j^p = 0 \end{cases}$$

To take into account also the effects of cracking moment, the yield functions may be modified using, again, the strain equivalence hypothesis in stiffness terms. Therefore, the effective moments \bar{m}_i^b and \bar{m}_j^b at hinges are defined as follows:

$$\bar{m}_i^b = \frac{m_i^b}{1-d_i} \quad \bar{m}_j^b = \frac{m_j^b}{1-d_j} \quad (30)$$

Therewith, the yield functions with linear kinematic hardening can be rewritten as:

$$f_i = \left| \bar{m}_i^b - c\phi_i^p \right| - M_y = \left| \frac{m_i^b}{1-d_i} - c\phi_i^p \right| - M_y \leq 0$$

$$f_j = \left| \frac{m_j^b}{1-d_j} - c\phi_j^p \right| - M_y \leq 0 \quad (31)$$

6. Numerical implementation

Consider, again, the equilibrium equation (3) conveniently rewritten:

$$\{\mathbf{Res}\} = \sum_b \{\mathbf{Q}_A(\mathbf{U})\}_b - \{\mathbf{P}\} = 0 \quad (32)$$

Equation (32) establishes that the solution is only obtained when the residual force vector $\{\mathbf{Res}\}$, defined as the difference between the internal and external forces, is null.

A finite element programme is here composed of a set of routines that process the user input, generate the structure calculation process step-by-step and provide the analysis results in tabulated or graphical form. At each calculation step, the programme solves numerically the problem defined by the matrix equation (32) accounting for the boundary conditions. These conditions are defined by known displacement values in regions where the forces are unknown and vice-versa.

The finite element is fundamentally inserted in the routine that calculates the internal forces $\{\mathbf{Q}\}_b$ from displacements. The computational procedure that expands the matrices of internal forces and combines them in the matrix of residual forces is the well-known assemblage algorithm.

The proposed frame element is then defined by the kinematic equation (13a), which allows the strain calculation from displacements, by the elastic (23), damage (26) and plasticity (28) laws, which provide the generalised stresses and internal variables from strains and, finally, by the equilibrium equation (13b), which returns the internal forces from stresses.

The system of global equilibrium equations of the structure (31) is, in general, nonlinear. Therefore such system must be solved by linearization of the problem with some iterative method to correct the solution estimative, being the Newton's method or any of its variants usually employed. In this case, due to the linearization, it is also necessary the calculation of tangent stiffness matrix,

or jacobian, of internal forces: $\left[\frac{\partial \mathbf{Q}(\mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \right]_b$.

Notice that the constitutive model, represented by the set of equa-

tions (23,26,28) is also nonlinear. Therefore, it is necessary the use of Newton's method combined with a predictor and corrector strategy in local character. It is noteworthy that an especial characteristic of this type of local problem is that the convergence conditions vary significantly with the damage i.e. as higher the damage value to be calculated as lower is the increment size. Furthermore, loading increases are usually followed by damage concentration on few hinges. That is why the classical procedure, which involves calculations of both global and local equilibrium problems is not efficient. In this case, it is preferable to use different steps of calculation on each element [20]. Figure 8 shows a possible algorithm based on this idea.

7. Examples

7.1 Precast tunnel segment

In [21] experimental tests on precast segments that compose the Brennero Base Tunnel, which connects Italy to Austria are described. The tunnel is composed by six segments, presenting 19m of circumferential length and 6 m of external diameter. The considered segment presents dimensions of thickness, length and width equal to 200 mm, 3640 mm and 1500 mm, respectively (see figure 9).

The precast segment analysed in [21] presents concrete with characteristic compression strength of 50 MPa and flexural reinforcement composed by rebars with 8 mm of diameter (see figure 10). Attempting to assess the response of the proposed model, the flexural test on the segment was hereby chosen (figure 11), among the described tests in [21].

Thus, taking advantage of symmetry of the problem, the simulation was realised using only two arch finite elements (figure 12).

In possession of the adopted material properties and of the cross-section characteristics [21], by using the classical theory of reinforced concrete interaction diagrams between axial force and bending moment in the section were obtained (figure 13). As the axial force along longitudinal direction of the tunnel structure may be neglected, from the interaction diagrams were identified values of 451 tf.cm, 550 tf.cm and 916 tf.cm to the cracking, plastic and ultimate moments, respectively.

The comparison between the numerical and experimental responses, in terms of load versus displacement of the point of load application, is presented in figure 14.

It is observed that the numerical solution is well fitted to the experimental response.

7.2 Prestressed and precast concrete segmental lining

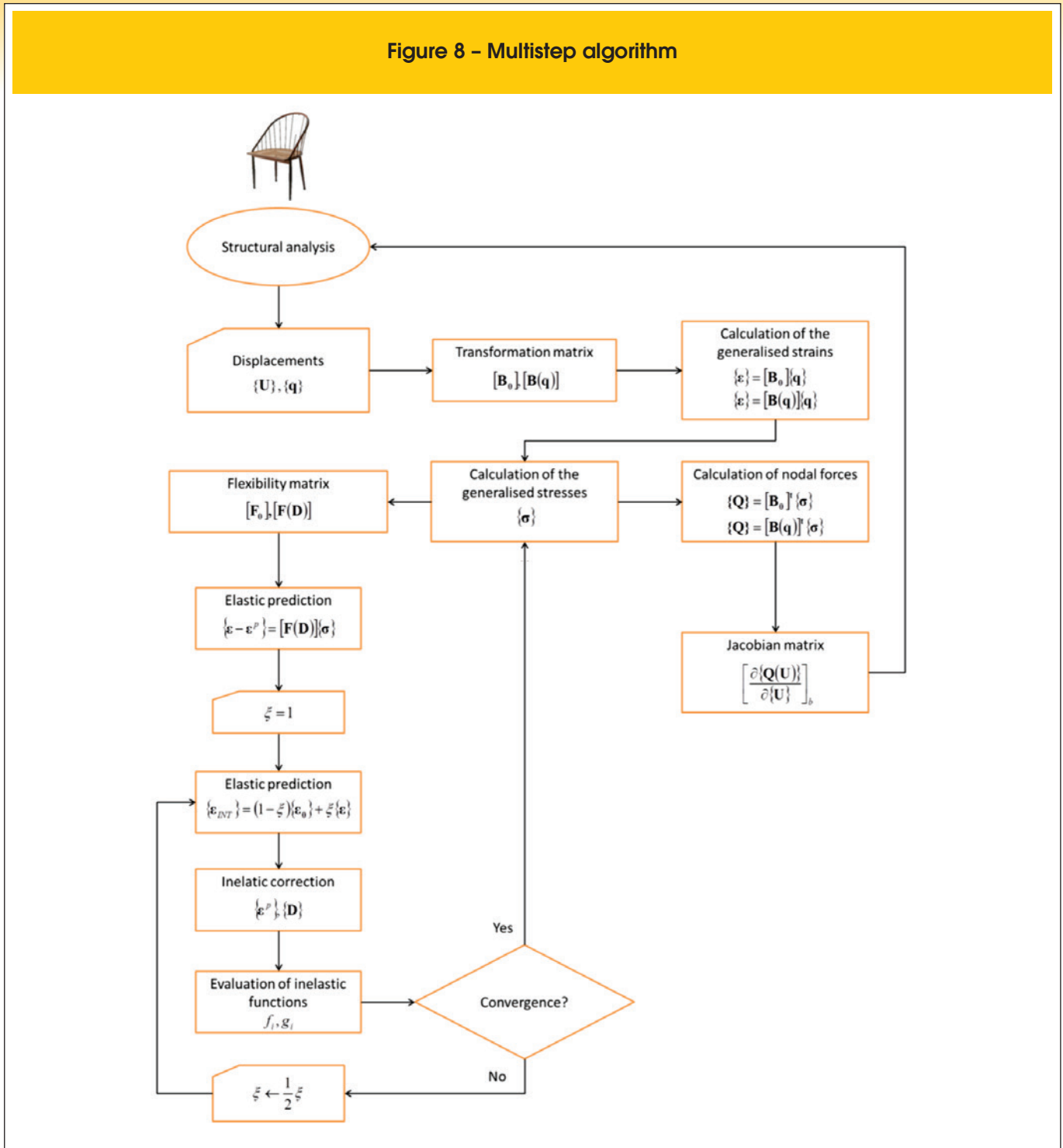
To build a tunnel (figure 15a) in the city of Osaka [22], Japan, precast concrete segmental lining was used (figure 15b).

To analyse the structural behaviour were realised flexural tests (figure 16) on specimens composed by two precast segments, applying prestress force of 29.4 kN per strand, [22]. In experimental set the semi-circumference formed by the abovementioned assemblage was simply supported at the base, being the load applied in two points equidistant 450 mm of the central section of (see figure 17).

The numerical simulation was performed taken profit of the symmetry presented by the problem (figure 18).

The obtained response with the proposed model (figure 19) was compared to the average experimental response, given in [22]. It is noteworthy that the model parameters for this problem were experimentally measured, also considering the applied prestress. It is observed that the proposed model can follow, satisfactorily, the

Figure 8 – Multistep algorithm



average experimental response, including its descendent stretch. This stretch occurs due to localisation phenomena of the inelastic effects in the region under the applied load. In the proposed model, this localised effect was captured on one of the inelastic hinges (figure 20a), to where the damage evolutions (figure 20b) and plastic rotations clearly converge, reaching concerning values related to the structural integrity.

Figure 21 overlaps the graphics presented in figures 19 and 20b, for a better analysis.

In figure 21 it is observed that the damage on hinges evolves quickly in the first stage of loading, being concrete cracking the only inelastic effect present. As soon as the reinforcement initiates its yielding process the damage growth turns less accel-

erated. At the instant that the structure reaches the maximum value of load resistance measured experimentally (see [22]), the damage on hinge '2' presents itself with intensity about 0.6, which is considered excessive to reinforced concrete structures, [23]. From this point on, the structure continues to deform in a process of controlled displacement. The damage responses, and also the plastic strain, keep constant at hinges '1' and '3'. However, the damage (and also the plastic strain) continues to evolve in hinge '2'. Thus, it is possible to affirm that beyond this point of the analysis the localisation phenomenon of inelastic processes occurs. It is noteworthy that the hinge '4' has not activated its inelastic processes throughout the analysis.

Figure 9 – Tunnel segment geometry (21)

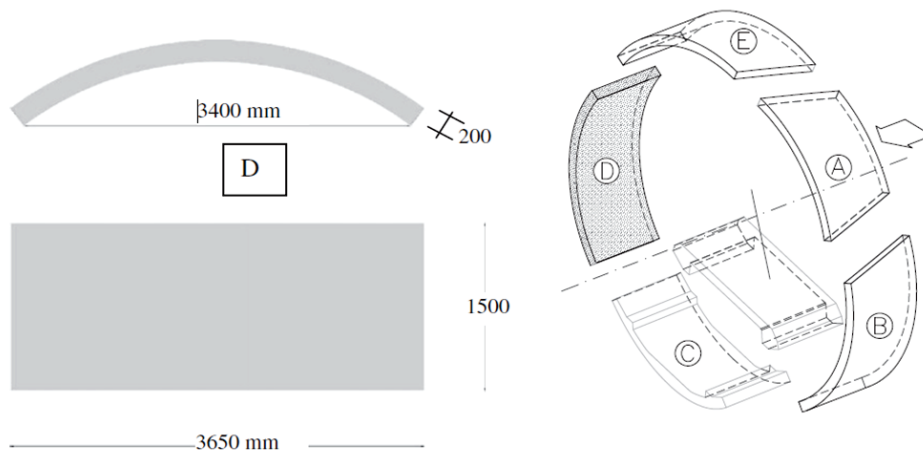
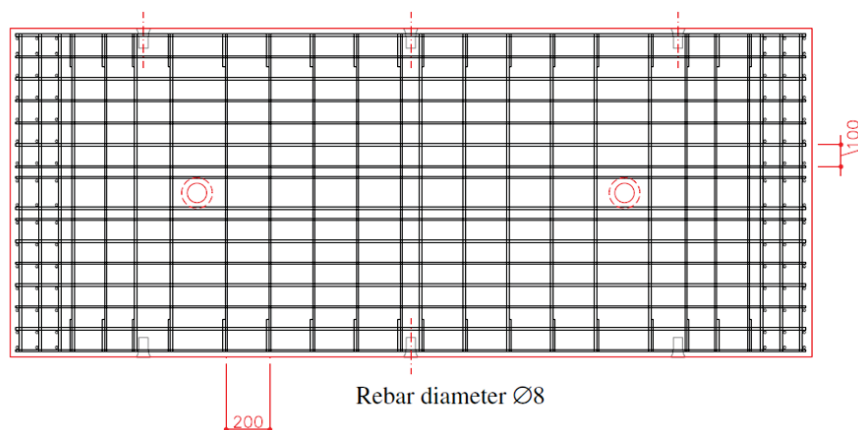


Figure 10 – Tunnel segment reinforcement (21)



8. Conclusions

The formulation proposed in this paper aims to describe with good precision the behaviour of framed structures in presence of inelastic effects concentration. To assess the numerical response of the model two experimental tests of structures composed by circular arches were considered. In the first example, beyond the accuracy aspects, the robustness of the proposed formulation was put into test in a certain sense, since the parameters were obtained by using conventional theory of reinforced concrete. In the second example, it was observed that the formulation is also capable to reproduce, in a satisfactorily way, the localisation phenomena of inelastic processes. Thus, it became clear that the proposed model is able to reproduce, consistently, nonlinear behaviour of real reinforced concrete structures.

9. References

- [01] Lemaitre, J., Chaboche, J. L. *Mechanics of Solids Materials*, Dunod, Paris, 1988.
- [02] Bazant, Z. P., Jirasek, M. *Nonlocal Integral Formulations of Plasticity and Damage: Survey of Progress*. *Journal of Engineering Mechanics*, v.128, n.11, 2002; p.1119–1149.
- [03] Peerlings, R. H. J., de Borst, R., Brekelmans, W. A. M., de Vree, J. H. P. *Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials*. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.39, n.19, 1996; p.3391–3403.
- [04] A. Cipollina, A. López-Inojosa, J. Flórez-López, *A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames*. *Computers and Structures*; v.54, n.6, 1995; p.1113–1126.
- [05] M.E. Perdomo, A. Ramirez, J. Flórez-López, *Simulation of damage in RC frames with variable axial forces*. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v.28, n.3, 1999; p.311–328.
- [06] Álvares, M. S. *Contribuição ao estudo e emprego de modelos simplificados de dano e plasticidade para a análise de estruturas de barras em concreto armado*, São Carlos, 1999, Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 123p.
- [07] Marante, M. E., Flórez López, J. *Three dimensional analysis of reinforced concrete frames based on Lumped Damage*

Figure 11 – Flexural test set-up (21)

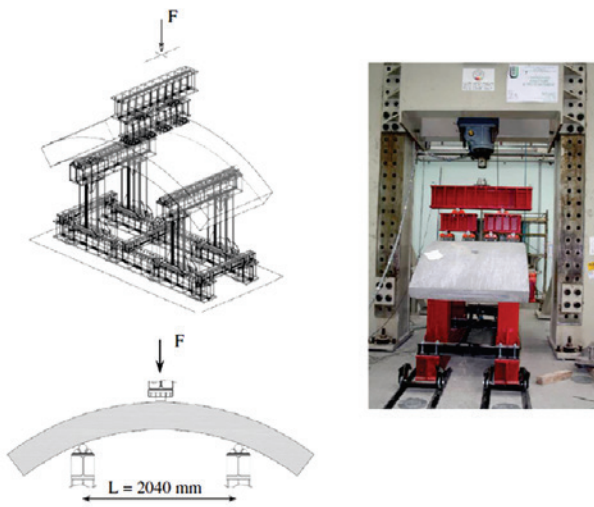


Figure 13 – Interaction diagrams

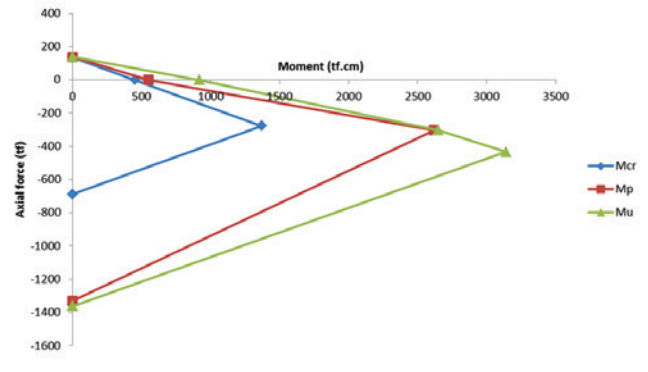


Figure 12 – Description of the problem

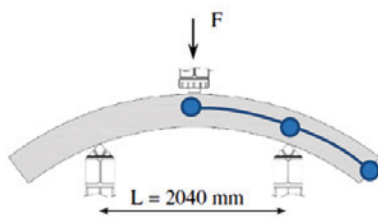


Figure 14 – Comparison between experimental and numerical responses

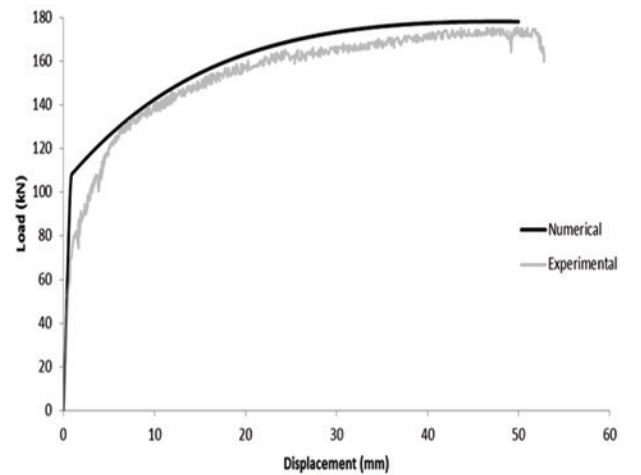


Figure 15 – Built tunnel in Osaka (a) using prestressed and precast concrete segments (b), (22)



Figure 18 - Siplification of the problem

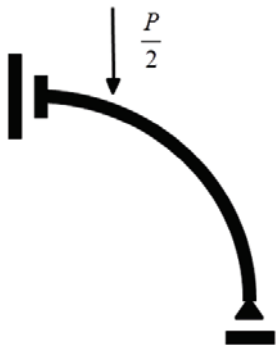


Figure 19 - Response to points of load application

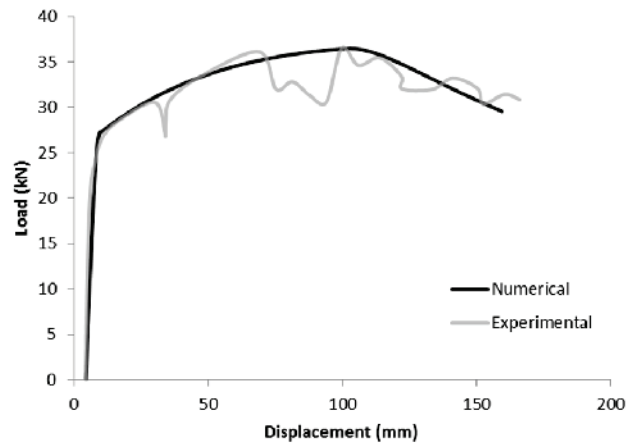


Figure 20 - Damage evolution on inelastic hinges

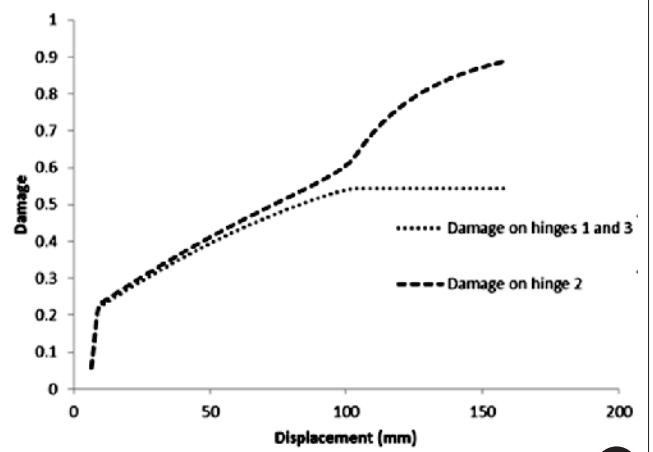
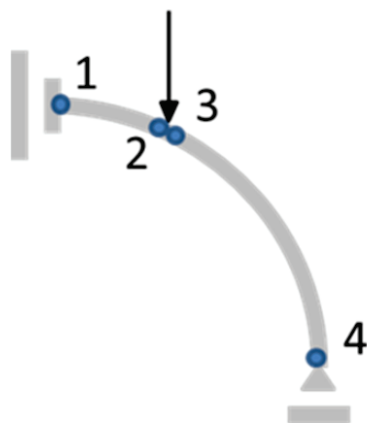
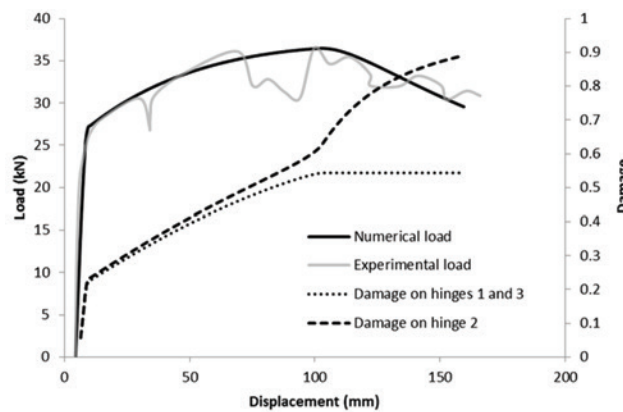


Figure 21 - Load and damage versus displacement



- 2002, Dissertação (mestrado) – Universidad de Los Andes.
- [21] Caratelli, A., Meda, A., Rinaldi, Z., Romualdi, P. Structural behaviour of precast tunnel segments in fiber reinforced concrete. *Tunnelling Underground and Space Technology*, v.26, 2011; p.284-291.
- [22] Nishikawa, K. Development of a prestressed and precast concrete segmental lining. *Tunnelling Underground and Space Technology*, v.18, 2003; p.243-251.
- [23] Alarcón, E., Recuerdo, A., López, C., Gutierrez, J. P., de Diego, A., Picón, R., Flórez-López, J. A reparability index for reinforced concrete members based on fracture mechanics. *Engineering Structures*, v.23, n.6, 2001; p.687-697.

APPENDIX 1

Let (X_c, Z_c) , (X_i, Z_i) and (X_j, Z_j) coordinates on the global axes of curvature of nodes i and j of a circular arch element. Worth then the relations:

$$\begin{aligned}(X_i - X_c)^2 - (Z_i - Z_c)^2 - R_b^2 &= 0 \\ (X_j - X_c)^2 - (Z_j - Z_c)^2 - R_b^2 &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

Eliminating the value of radius in these expressions, it can isolate the value of X_c as a function of the other values:

$$X_c = \frac{X_i^2 + Z_i^2 - 2Z_i Z_c - X_j^2 - Z_j^2 + 2Z_j Z_c}{2(X_i - X_j)} \quad (2)$$

The centre coordinate Z_c may be obtained by means of the resolution of the following equation: $aZ_c^2 + bZ_c + c = 0$; where:

$$\begin{aligned}a &= \frac{Z_i^2 - 2Z_i Z_j - 2X_i X_j + Z_j^2 + X_i^2 + X_j^2}{(X_i - X_j)^2} & b &= -(X_i + X_j)a \\ c &= X_i^2 - \frac{X_i(X_i^2 + Z_i^2 - X_j^2 - Z_j^2)}{(X_i - X_j)} + \frac{(X_i^2 + Z_i^2 - X_j^2 - Z_j^2)^2}{4(X_i - X_j)^2} + Z_i^2 - R_b^2\end{aligned}\quad (3)$$

From equation (3) are obtained two different solutions to the centre coordinate. Particularly, if the nodes i and j are chosen clockwise and α is lower than π , then $\vec{ci} \times \vec{cj}$ is a vector in the positive direction of the global axis Y_G . This condition may be used to identify automatically the correct solution:

$$Z_i X_j - Z_i X_c - Z_c X_j - X_i Z_j + X_i Z_c + X_c Z_j > 0 \quad (4)$$

Finally, the angles β_b and χ_b are defined as:

$$\cos \beta_b = \frac{Z_i - Z_c}{R_b} \quad \cos(\beta_b + \chi_b) = \frac{Z_j - Z_c}{R_b} \quad (5)$$

APPENDIX 2

Consider again the circular element, now described in local coordinates (see figure 1). It is considered, next, a static variable defined by the vector of internal forces, however associated to the global coordinates: $\{\mathbf{Q}'\}_b = (Q'_{\alpha i}, Q'_{\alpha j}, Q'_{\theta i}, Q'_{\theta j}, Q'_{\nu ij}, Q'_{\nu j})$.

$$n_i + Q'_{\alpha j} \cos \chi_b + Q'_{\nu j} \sin \chi_b = 0 \quad Q'_{\alpha i} - Q'_{\alpha j} \sin \chi_b + Q'_{\nu j} \cos \chi_b = 0 \quad m_i + n_i R_b (1 - \cos \chi_b) + R_b Q'_{\alpha i} \sin \chi_b + m_j = 0 \quad (1)$$

In matrix form:

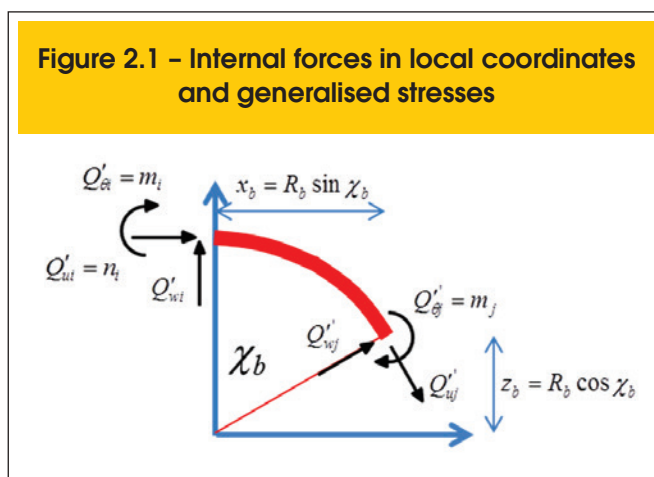
$$\{\mathbf{Q}'\}_b = [\mathbf{B}']_b^T \{\mathbf{M}\}_b \quad [\mathbf{B}']_b = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_b \sin \chi_b} & 1 & -\frac{1}{R_b} & \frac{\cos \chi_b}{R_b \sin \chi_b} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \sin \chi_b} & 0 & -\frac{1}{R_b} & \frac{\cos \chi_b}{R_b \sin \chi_b} & 1 \\ 1 & \frac{-1 + \cos \chi_b}{\sin \chi_b} & 0 & -1 & \frac{-1 + \cos \chi_b}{\sin \chi_b} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

The vectors of internal forces referenced by global coordinates, $\{\mathbf{Q}\}_b$, and local coordinates, $\{\mathbf{Q}'\}_b$, are related by means of the matrix of conventional geometric transformation $[\mathbf{T}]_b$:

$$\{\mathbf{Q}\}_b = [\mathbf{T}]_b \{\mathbf{Q}'\}_b \quad (3)$$

where $[\mathbf{T}]_b$ is defined as:

$$[\mathbf{T}]_b = \begin{bmatrix} \cos \beta_b & \sin \beta_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_b & \cos \beta_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\chi_b + \beta_b) & \sin(\chi_b + \beta_b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\chi_b + \beta_b) & \cos(\chi_b + \beta_b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$



Therefore:

$$[\mathbf{B}]_b = [\mathbf{B}']_b [\mathbf{T}]'_b \quad (5)$$

The matrix of kinematic transformation to a straight element is obtained by means of an analogue procedure:

$$[\mathbf{B}]_b = \begin{bmatrix} \frac{\sin \alpha_b}{L_b} & -\frac{\cos \alpha_b}{L_b} & 1 & -\frac{\sin \alpha_b}{L_b} & \frac{\cos \alpha_b}{L_b} & 0 \\ \frac{\sin \alpha_b}{L_b} & -\frac{\cos \alpha_b}{L_b} & 0 & -\frac{\sin \alpha_b}{L_b} & \frac{\cos \alpha_b}{L_b} & 1 \\ -\cos \alpha_b & -\sin \alpha_b & 0 & \cos \alpha_b & \sin \alpha_b & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

APPENDIX 3

Consider the circular element. Let $M(\theta)$, $V(\theta)$, and $N(\theta)$ the bending moment, shear force and axial force in a cross-section identified by an angle θ from the edge i (see figure 1).

The equilibrium relations are, now, written as:

$$\begin{aligned} n_i + N(\theta) \cos \theta - V(\theta) \sin \theta &= 0 \\ Q'_{wi} - N(\theta) \sin \theta - V(\theta) \cos \theta &= 0 \\ m_i + n R (1 - \cos \theta) + R Q'_{wi} \sin \theta - M(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

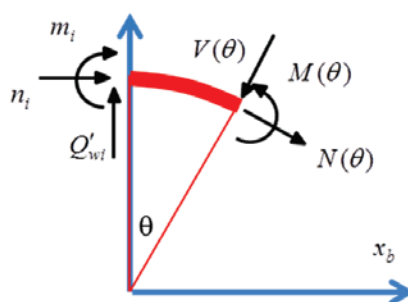
The system of equations (1) associated to the expression of internal force Q'_{wi} obtained in appendix 2 allows express the axial force, shear force and bending moment in terms of the generalised stresses:

$$\begin{aligned} M(\theta) &= -\frac{-m_i \sin \chi_b - n_i R_b \sin \chi_b + n_i R_b \cos \theta \sin \chi_b + m_i \sin \theta_b + n_i R_b \sin \theta_b - n_i R_b \sin \theta \cos \chi_b + m_j \sin \theta}{\sin \chi_b} \\ V(\theta) &= \frac{-m_i \cos \theta - n_i R_b \cos \theta + n_i R_b \cos \theta \cos \chi_b - m_j \cos \theta + n_i R_b \sin \chi_b \sin \theta}{R_b \sin \chi_b} \\ N(\theta) &= -\frac{m_i \sin \theta + n_i R_b \sin \theta - n_i R_b \sin \theta \cos \chi_b + m_j \sin \theta + n_i R_b \sin \chi_b \cos \theta}{R_b \sin \chi_b} \end{aligned} \quad (2)$$

The elastic strain energy in the element may then be written as:

$$U_b = \int_0^{\chi_b} \left(\frac{M(\theta)^2}{2EI_b} + \frac{N(\theta)^2}{2AE_b} + \frac{V(\theta)^2}{2GA_b} \right) R_b d\theta \quad (3)$$

Figure 3.1 – Axial force, bending moment and shear force on the circular element



where the terms EI_b , GA_b and AE_b have the usual meaning. The coefficients of the elastic flexibility matrix may be obtained from the Castigliano's theorem. Particularly, if the shear deformations are neglected those coefficients are:

$$\begin{aligned}
 F_{11}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial m_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-8 \sin \chi_b + 6 \chi_b - 4 \chi_b \cos^2 \chi_b + 6 \sin \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \sin \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \sin^2 \chi_b} \\
 F_{12}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial m_j} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-4 \sin \chi_b + 2 \chi_b + 2 \sin \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \sin \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \sin^2 \chi_b} \\
 F_{13}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-10 R_b \sin \chi_b + 10 \sin \chi_b R_b \cos \chi_b - 2 R_b \chi_b \cos \chi_b - 6 R_b \chi_b - 4 R_b \chi_b \cos^2 \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1 - 2 R_b \sin \chi_b - 2 R_b \chi_b + 2 \sin \chi_b R_b \cos \chi_b + 2 \chi_b R_b \cos \chi_b}{4 R_b AE_b \sin^2 \chi_b} \\
 F_{22}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_j \partial m_j} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(2 \chi_b - 2 \sin \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \sin \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \sin^2 \chi_b} \\
 F_{23}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_j \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-2 R_b \sin \chi_b - 2 R_b \chi_b \cos \chi_b + 2 R_b \chi_b + 2 \sin \chi_b R_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1 - 2 R_b \sin \chi_b - 2 R_b \chi_b + 2 \sin \chi_b R_b \cos \chi_b + 2 \chi_b R_b \cos \chi_b}{4 R_b AE_b \sin^2 \chi_b} \\
 F_{33}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial n_i \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-12 R_b^2 \sin \chi_b + 12 \sin \chi_b R_b^2 \cos \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b \cos^2 \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b \cos \chi_b + 8 R_b^2 \chi_b \right)}{EI_b \sin^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1 - 4 R_b^2 \sin \chi_b + 4 \sin \chi_b R_b^2 \cos \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b + 4 \chi_b R_b^2 \cos \chi_b}{4 R_b AE_b \sin^2 \chi_b}
 \end{aligned} \tag{4}$$

The elastic flexibility matrix to a straight element is obtained by an analogue procedure, resulting:

$$[\mathbf{F}_0] = \begin{bmatrix} \frac{L_b}{3EI_b} & -\frac{L_b}{6EI_b} & 0 \\ -\frac{L_b}{6EI_b} & \frac{L_b}{3EI_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_b}{AE_b} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Simplified modelling of cracking and collapse process on frames and arches of reinforced concrete

Modelagem simplificada do processo de fissuração e colapso em pórticos e arcos de concreto armado



D. L. N. F. AMORIM ^a
davidnf@usp.br

S. P. B. PROENÇA ^a
persival@sc.usp.br

J. FLÓREZ-LÓPEZ ^b
jflorez@ula.ve

Abstract

The consistent simulation of progressive failure and structural collapse processes still is a problem of great interest for the engineering. Among theories which are somehow capable of model such class of problems, the continuum damage mechanics is the latest. However, one of the issues that still persist is when in the numerical simulations the structure begins to present the strain localisation phenomenon, with consequent dependence of the results on the mesh used. To solve this problem several so-called regularisation methods were developed. Nevertheless, despite effectiveness these methods can insert a significant degree of complexity on the numerical approaches. In this paper is proposed a simplified methodology to nonlinear structural analysis of frames and arches by means of the previous localisation of inelastic phenomena on hinges, located on the edges of the finite elements of frame and arch. Therefore it is possible to circumvent the mesh dependency and to reproduce satisfactorily real problems, as the examples of reinforced concrete structures gathered at the end of this article.

Keywords: frames, arches, reinforced concrete, lumped dissipation mechanics, localisation.

Resumo

A simulação consistente de processos de falha progressiva e colapso estrutural ainda é um problema aberto de grande interesse para a engenharia. Dentre as teorias que são capazes de modelar de alguma forma tal classe de problemas, a mecânica do dano contínuo é a mais recente. Entretanto, um dos gargalos que ainda persistem é quando nas simulações numéricas a estrutura passa a apresentar o fenômeno de localização de deformações, com consequente dependência dos resultados sobre a malha empregada. Para sanar este problema diversos métodos ditos de regularização foram desenvolvidos. Todavia, apesar de eficazes, estes métodos podem inserir um grau de complexidade significativo nas abordagens numéricas. Neste trabalho propõe-se uma metodologia simplificada para análise estrutural não linear de pórticos e arcos por meio da localização prévia dos fenômenos inelásticos em rótulas, posicionadas nas extremidades dos elementos finitos de barra e arco. Desta forma é possível contornar a dependência de malha e reproduzir de forma satisfatória problemas reais, como mostram os exemplos de estruturas de concreto armado reunidos no fim deste artigo.

Palavras-chave: pórticos, arcos, concreto armado, teoria de dissipação concentrada, localização.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil;

^b Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

1. Introdução

A mecânica do dano contínuo (vide [1], por exemplo) é a mais recente das grandes teorias para a descrição do processo de deterioração progressiva e falha estrutural. A ideia fundamental baseia-se na simples introdução de uma variável interna que caracteriza o estado de deterioração do material. Esta variável, comumente chamada dano, usualmente toma valores entre zero e um. O dano é introduzido nas leis de comportamento mediante o conceito de tensão efetiva combinada a uma hipótese de equivalência em deformações. A teoria tem sido muito exitosa na descrição local de uma grande variedade de mecanismos de deterioração.

A atividade científica nesta área tem sido muito significativa e, atualmente, o tema tem se tornado um dos mais importantes da mecânica do contínuo com aplicações na engenharia estrutural, em particular. Desde os primeiros artigos científicos publicados, em meados da década de sessenta do século passado, o número de trabalhos, conferências e revistas especializadas sobre o assunto tornou-se enorme. Apesar da intensa atividade científica e acadêmica, o número de aplicações práticas da teoria ainda é pequeno, sobretudo em razão da complexidade conceitual das respostas de amolecimento (encruamento negativo) por deformação, implícitas nos modelos constitutivos dos meios contínuos com dano. De fato, uma consequência da hipótese de equivalência em deformações é que a variável de dano se acopla às deformações, penalizando diretamente as propriedades elásticas, e às tensões, nas funções que controlam os processos de escoamento e encruamento plástico. Este caráter “parasita” da variável de dano conduz a uma perda de propriedades matemáticas fundamentais de unicidade e o problema torna-se mal colocado. Consequentemente, as análises podem ter uma infinidade de soluções, fazendo com que as soluções por elementos finitos não apresentem convergência mesmo com o refinamento da malha. É por isso que as versões clássicas da teoria do dano contínuo não são adequadas para as aplicações práticas. A busca de procedimentos de regularização dos modelos matemáticos de dano tomou-se, portanto, crucial.

Inicialmente os pesquisadores procuraram por métodos de regularização que pudessem ser utilizados em qualquer contexto ou aplicação. Dentre estes, os mais conhecidos e estudados são os modelos não locais de dano [2] e os similares, denominados modelos com gradientes de dano [3]. No entanto, estes enfoques também não têm se traduzido em aplicações práticas mais objetivas. Além dos aspectos matemáticos, as justificativas físicas destas classes de modelos são limitadas e, numericamente, os problemas tornaram-se excessivamente complexos para se pensar na resolução de problemas reais de engenharia, que exigiriam abordagens tridimensionais.

Uma alternativa aos processos de regularização consiste no desenvolvimento de métodos simplificados. Este enfoque apresenta como principais vantagens: o bom condicionamento dos problemas matemáticos, na maioria dos casos; o bom entendimento, ou justificativa, dos métodos simplificados e a interpretação simples dos seus resultados. Finalmente, o esforço computacional é significativamente reduzido. Um dos métodos simplificados mais utilizados consiste na utilização de rótulas plásticas, ou inelásticas, acopladas ao dano. Essa combinação dá lugar às teorias de dano concentrado ou de dissipação concentrada (TDC). Tal abordagem tem sido utilizada com grande sucesso para a modelagem de pórticos de concreto armado [4-12] ou aço [13]. As rótulas com dano podem ser usadas para a modelagem da fissuração do concreto em estruturas de concreto armado, e da flambagem local em estruturas metálicas tubulares.

Até agora, a TDC tem considerado somente os casos de pórticos com elementos retos. Entretanto, arcos e anéis de concreto armado são também alternativas estruturais muito importantes, compondo, entre outras aplicações, suportes de pontes, reforços nos tetos de túneis e diversas estruturas de emprego na engenharia hidráulica e saneamento. Em termos da aplicação do método dos elementos finitos, a formulação de elementos de barra de eixo curvo não é novidade. Um elemento finito especial para arcos circulares elásticos foi proposto em [14]. Esse trabalho foi estendido para o caso de pórticos parabólicos [15]. Mais recentemente, propôs-se outro elemento de arco circular com rótulas plásticas [16]. Não obstante, nenhum desses estudos considera os fenômenos associados à fissuração do concreto.

Ocorre que o mecanismo de falha dominante em túneis, condutos e arcos é justamente a fratura do concreto quando as instabilidades estão controladas. Atualmente, duas alternativas para a modelagem desse fenômeno encontram-se descritas na literatura. A primeira está baseada na utilização de modelos de dano contínuo clássicos em combinação com elementos finitos de vigas, cascas ou sólidos (vide, por exemplo, [17]), com todos os problemas associados à localização já mencionados. A segunda consiste na utilização da mecânica da fratura [18]. Entretanto, a inclusão do efeito da armadura na propagação das fissuras e a própria complexidade da mecânica da fratura computacional tornam esta abordagem bastante difícil para aplicações práticas.

Neste trabalho apresenta-se uma teoria geral baseada na TDC para a análise de estruturas curvilíneas gerais. Esta generalização é conseguida combinando os métodos da TDC e os procedimentos apresentados em [14,16]. Consegue-se, dessa forma, um procedimento numérico muito eficiente para a análise de estruturas reais, utilizando poucos elementos, com boa precisão, permitindo a descrição da fase de amolecimento por deformação e que, portanto, inclui todas as informações necessárias para uma avaliação consistente. Espera-se que esta abordagem possa ser útil em termos práticos e venha a constituir-se em alternativa interessante para subsidiar os projetos reais de engenharia estrutural.

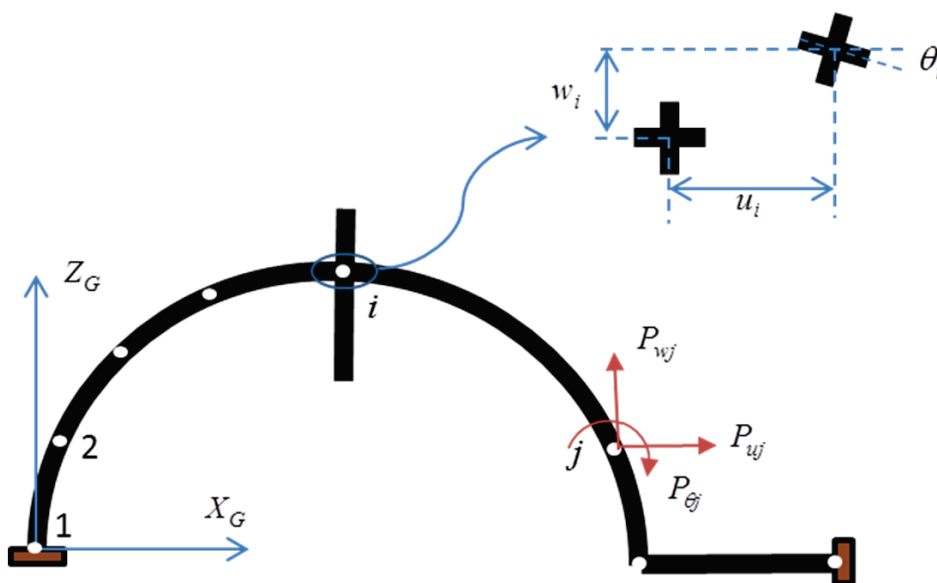
Este artigo está organizado da seguinte maneira: nas duas seções seguintes, descreve-se uma teoria geral de pórticos inelásticos, empregando-se a notação introduzida em [19], considerada mais apropriada no caso de leis constitutivas complexas. Nas quatro seções que se seguem descreve-se o modelo proposto. Na continuação do artigo aborda-se um procedimento de implementação numérica no âmbito de programas de elementos finitos convencionais. O desempenho do modelo é ilustrado a partir de duas simulações numéricas apresentadas na penúltima seção do artigo.

2. Estática de estruturas compostas por elementos retos e circulares

Considere-se um pórtico plano composto por elementos circulares e retos, como indicado na figura 1. Segundo um sistema de referência global $X_G Z_G$, os deslocamentos generalizados de um nó i do pórtico estão representados por: u_i , w_i , θ_i e as forças externas sobre o nó j são: P_{uj} , P_{wj} , $P_{\theta j}$. O vetor de forças nodais externas de uma estrutura de n nós indica-se da seguinte maneira:

$$\{\mathbf{P}\}^t = (P_{u1}, P_{w1}, P_{\theta1}, P_{u2}, \dots, P_{wn}, P_{\theta n}) \quad (1)$$

Figura 1 - Forças externas e deslocamentos generalizados segundo o sistema de referência global



Considere-se agora um elemento b de pórtico, reto ou circular, definido entre os nós i e j . Os elementos retos ficam caracterizados pelas coordenadas dos nós no sistema global, enquanto que os elementos circulares precisam, além disso, também do raio R_b . O vetor das forças nodais internas geradas pelo elemento b indica-se da maneira seguinte:

$$\{\mathbf{Q}\}'_b = (Q_{ui}, Q_{wi}, Q_{\theta i}, Q_{uj}, Q_{wj}, Q_{\theta j}) \quad (2)$$

Segue que as equações de equilíbrio quase estático podem ser escritas como:

$$\sum_b \{\mathbf{Q}_A\}_b = \{\mathbf{P}\} \quad (3)$$

onde, por consistência com a ordem dimensional de cada parcela da somatória, as matrizes de forças internas $\{\mathbf{Q}_A\}_b$ são ampliadas incluindo zeros nos graus de liberdade que não correspondem aos nós do elemento:

Figura 2 - Sistemas de referência locais

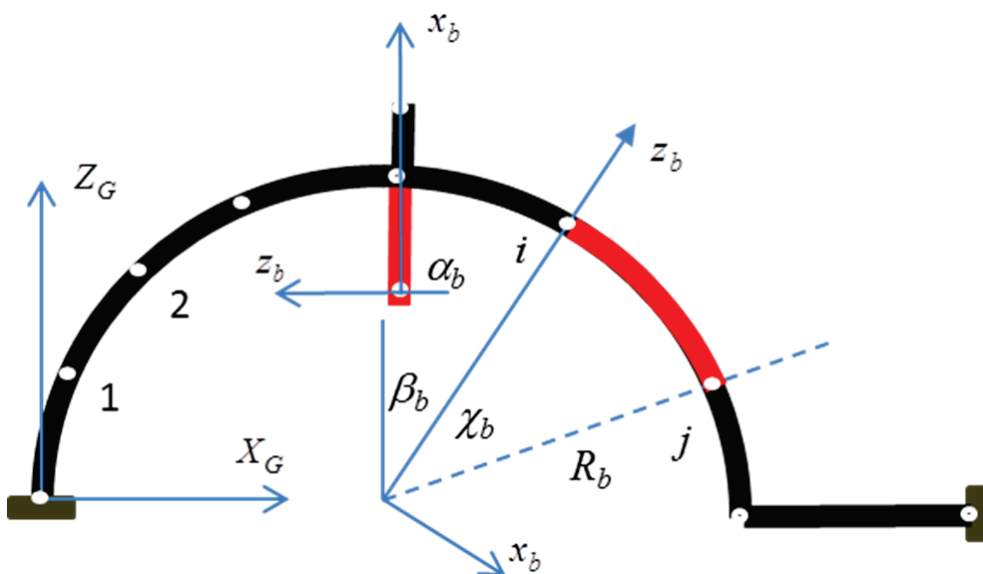
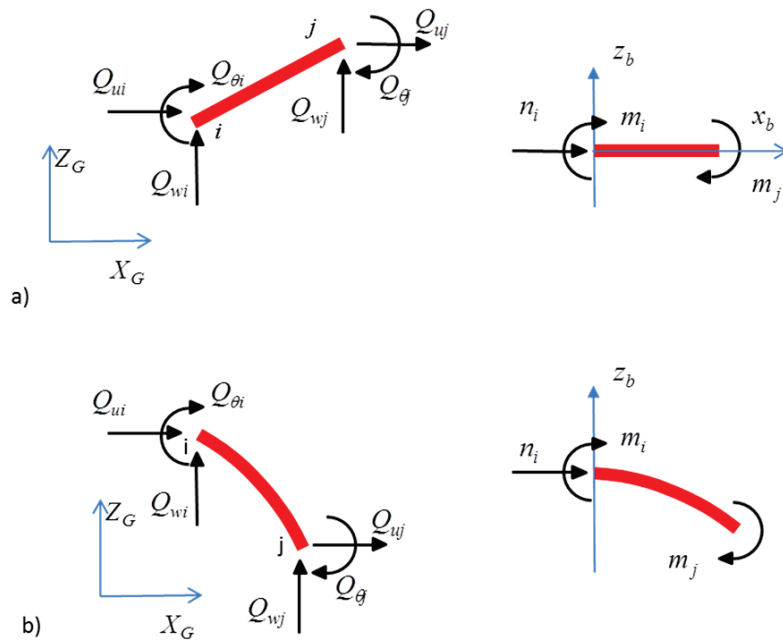


Figura 3 – Forças internas e tensões generalizadas no: (a) elemento reto e(b) elemento curvo



$$\{Q_A\}_b^t = (\underbrace{0,0,0}_{\text{nó } 1}, \dots, \underbrace{Q_{ui}, Q_{wi}, Q_{\theta i}}_{\text{nó } i}, \underbrace{0,0,0}_{\text{nó } i+1}, \dots, \underbrace{Q_{uj}, Q_{wj}, Q_{\theta j}}_{\text{nó } j}, \underbrace{0,0,0}_{\text{nó } j+1}, \dots) \quad (4)$$

Para cada elemento introduz-se um sistema de referência local x_b, z_b , como ilustrado na figura 2. Nos elementos retos, a origem local coincide com o nó i e o eixo x_b se alinha com a corda $i-j$. O ângulo entre os eixos local x_b e global X_G é representado por α_b . Naturalmente, o ângulo α_b e o comprimento L_b podem ser calculados a partir das coordenadas dos nós i e j segundo o sistema global. Já nos elementos circulares, a origem do sistema é colocada no centro do arco, o eixo z_b passa pelo nó i e β_b é o ângulo entre o eixo global Z_G e local z_b . O elemento forma um arco de círculo χ_b . Os ângulos β_b e χ_b também podem ser calculados a partir das coordenadas dos nós e do raio do elemento, como se mostra no apêndice 1. Utilizando a mesma abordagem utilizada em [19] para a análise de pórticos elásticos não lineares, define-se um segundo conjunto de variáveis estáticas atrelado à referência local: o vetor de tensões generalizadas do elemento (vide figura 3):

$$\{\sigma\}_b^t = (m_i, m_j, n_i) \quad (5)$$

No vetor em questão, m_i e m_j são os momentos fletores nas seções i e j , respectivamente, e n_i a força axial (compressão positiva) em i . Os vetores de forças internas e de tensão relacionam-se mediante a seguinte equação de equilíbrio estático:

$$\{Q\} = [B]_b^t \{\sigma\}_b \quad (6)$$

onde $[B]_b$ é chamada de matriz de transformação cinemática do elemento b . A determinação da matriz $[B]_b$ para elementos retos e curvos é indicada no apêndice 2.

A matriz de forças externas também pode se relacionar com as tensões generalizadas combinando as equações (3,6):

$$\sum_b [B_A]_b^t \{\sigma\}_b = \{P\} \quad (7)$$

onde a matriz de transformação cinemática dita ampliada $[B_A]_b^t$ constrói-se de maneira similar à indicada na equação (4).

3. Cinemática de estruturas incluindo elementos retos e circulares

Os vetores de deslocamentos nodais generalizados da estrutura de pórtico e de um elemento b entre os nós i e j são, respectivamente:

$$\{U\}^t = (u_1, w_1, \theta_1, u_2, \dots, w_n, \theta_n) \quad \{q\}_b^t = (u_i, w_i, \theta_i, u_j, w_j, \theta_j) \quad (8)$$

Ao nível do elemento, define-se, ainda, outra variável cinemática, a matriz de deformações generalizadas $\{\epsilon\}_b^t$, conjugada com as tensões generalizadas através da potência mecânica \dot{W}_b :

$$\dot{W}_b = \{\epsilon\}_b^t \{\sigma\}_b = \{\dot{q}\}_b^t \{Q\}_b \quad (9)$$

Por outro lado, as deformações generalizadas podem ser calculadas a partir dos deslocamentos nodais generalizados do elemen-

to. Efetivamente, da combinação das equações (6-9) obtêm-se:

$$(\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_b^t - \{\dot{\mathbf{q}}\}_b^t [\mathbf{B}]_b^t) \{\boldsymbol{\sigma}\}_b = 0 \quad \forall \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad \text{i.e.} \quad \{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\}_b = [\mathbf{B}]_b \{\dot{\mathbf{q}}\}_b \quad (10)$$

As deformações do elemento também podem ser calculadas a partir dos deslocamentos nodais do pórtico, utilizando a matriz de transformação ampliada:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_b = [\mathbf{B}_A]_b \{\dot{\mathbf{U}}\} \quad (11)$$

Para o caso de pequenos deslocamentos, as matrizes de transformação que se referem às configurações original $[\mathbf{B}_o]_b$ e deformada $[\mathbf{B}]_b$ podem ser confundidas [19]:

$$[\mathbf{B}]_b \cong [\mathbf{B}_o]_b \quad (12)$$

Segue, então, que as equações cinemáticas e de equilíbrio estático podem ser escritas como:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_b = [\mathbf{B}_{oA}]_b \{\mathbf{U}\} \quad (13)_a$$

$$\{\mathbf{Q}\}_b = [\mathbf{B}_o]_b^t \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad (13)_b$$

4. Hipóteses de equivalência em deformações e da dissipação concentrada

Na teoria clássica do dano contínuo (vide [1], por exemplo), o processo de degradação das propriedades mecânicas do sólido é representado mediante uma variável chamada de dano contínuo ω que pode assumir valores entre zero e um. O dano contínuo introduz-se na lei constitutiva elástica do material utilizando o conceito de tensão efetiva (que ocorre na parte íntegra do meio com defeitos) e a hipótese de equivalência em

deformações (a parte íntegra submetida à tensão efetiva apresenta a mesma deformação que a parte degradada sob tensão nominal):

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-\omega} \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}} = E(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \Rightarrow \boldsymbol{\sigma} = (1-\omega)E(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (14)$$

sendo $\boldsymbol{\sigma}$ a tensão de Cauchy, ou nominal no caso de pequenas deformações, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ a tensão efetiva, E o módulo de elasticidade, $\boldsymbol{\varepsilon}$ a deformação total específica e $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ a parcela de deformação plástica. A relação constitutiva elástica, dada na equação (14), pode ser escrita também em termos de flexibilidade [9]. Dessa alternativa decorrem as seguintes relações:

$$\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{1}{(1-\omega)E} \boldsymbol{\sigma} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^d + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{1}{E} \boldsymbol{\sigma} \quad \boldsymbol{\varepsilon}^d = \frac{\omega}{E(1-\omega)} \boldsymbol{\sigma}$$

A deformação específica total pode, portanto, ser decomposta em três partes: um termo elástico, calculado pela lei de Hooke, um termo de deformação plástica e um termo de dano, que decorre da acumulação de micro defeitos no material. Esta última parcela de deformação é nula quando não há dano e tende a um valor infinito quando o dano tende ao valor unitário. Das equações (15) também se pode interpretar que o material tem uma flexibilidade elástica inicial $1/E$ e uma flexibilidade adicional devido à deterioração do material expressa por: $\omega/E(1-\omega)$. Naturalmente, a flexibilidade adicional não existe quando o material não apresenta danificação e tende a infinito quando o dano tende a um.

Para levar em conta os efeitos inelásticos de plastificação e dano, de modo simplificado no problema do pórtico, admite-se a hipótese de dissipação concentrada. Tal hipótese consiste em supor que todos os efeitos inelásticos são concentrados em rótulas plásticas com dano, de comprimento nulo. Assim, supõe-se que um elemento de pórtico combina um componente elástico e duas rótulas inelásticas localizadas nas suas extremidades (vide figura 4).

A aplicação da hipótese de equivalência em deformações neste contexto leva à seguinte expressão:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\}_b = \{\boldsymbol{\varepsilon}^e\}_b + \{\boldsymbol{\varepsilon}^p\}_b + \{\boldsymbol{\varepsilon}^d\}_b \quad (16)$$

Figura 4 - Modelo de dissipação concentrada a) elemento reto b) elemento curvo

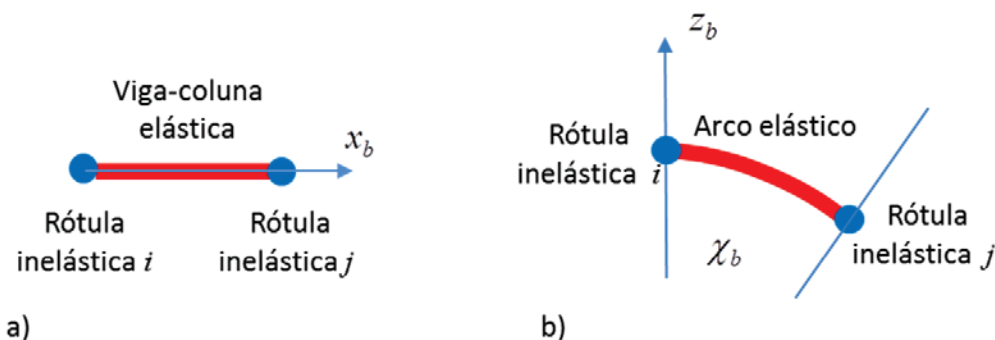
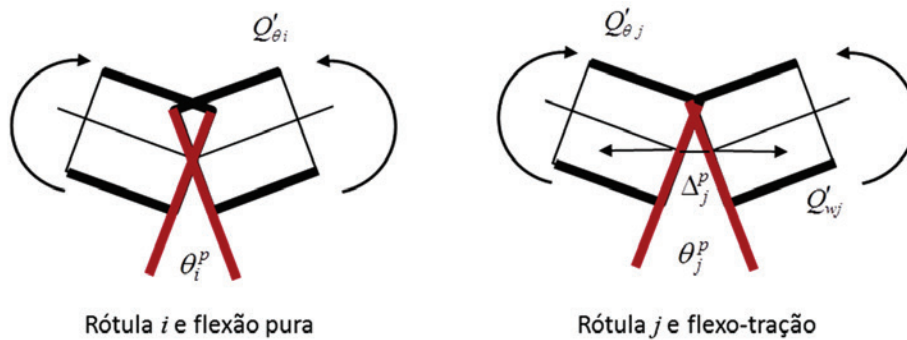


Figura 5 - Alongamento e rotações plásticas



A matriz $\{\boldsymbol{\varepsilon}^e\}_b$ contém as deformações generalizadas do componente elástico do elemento. Essas deformações expressam-se em função das tensões generalizadas, utilizando-se a matriz de flexibilidade elástica $[\mathbf{F}_o]$:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}^e\}_b = [\mathbf{F}_o] \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad (17)$$

As expressões para $[\mathbf{F}_o]$ nos casos dos elementos retos e curvos são apresentadas no apêndice 3.

5. Variáveis internas: rotações plásticas e danos nas rótulas

As rótulas podem experimentar rotações e alongamentos plásticos como os indicados na figura 5. Portanto a potência plástica no elemento é [16]:

$$\dot{W}_p = Q'_{\theta i} \dot{\theta}_i^p - Q'_{wi} \dot{\Delta}_i^p + Q'_{\theta j} \dot{\theta}_j^p + Q'_{wj} \dot{\Delta}_j^p \quad (18)$$

onde $Q'_{\theta i}, Q'_{wi}, Q'_{\theta j}, Q'_{wj}$ são os momentos fletores e as forças axiais nos extremos i e j do elemento, conforme indicado no apêndice 2. Por outro lado, sejam $\{\boldsymbol{\varepsilon}^p\}_b = (\phi_i^p, \phi_j^p, \delta^p)$ as componentes da matriz de deformações plásticas generalizadas, então a potência plástica também pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{W}_p = \{\boldsymbol{\varepsilon}^p\}_b^t \{\dot{\boldsymbol{\sigma}}\}_b = m_i \dot{\phi}_i^p + m_j \dot{\phi}_j^p + n_i \dot{\delta}^p = Q'_{\theta i} \dot{\theta}_i^p - Q'_{wi} \dot{\Delta}_i^p + Q'_{\theta j} \dot{\theta}_j^p + Q'_{wj} \dot{\Delta}_j^p \quad (19)$$

No caso de um elemento reto: $Q'_{\theta i} = m_i, Q'_{\theta j} = m_j, Q'_{wi} = n_i$ e $Q'_{wj} = -n_i$. Assim, da relação (19) obtém-se uma interpretação física para as componentes da matriz de deformações plásticas:

$$\phi_i^p = \theta_i^p \quad \phi_j^p = \theta_j^p \quad \delta^p = -(\Delta_i^p + \Delta_j^p) \quad (20)$$

Isto é, os termos ϕ_i^p e ϕ_j^p são as rotações plásticas nas rótulas i e j e δ^p é o encurtamento, ou alongamento, permanente do elemento.

No caso de um elemento de arco circular, tem-se: $Q'_{\theta i} = m_i, Q'_{\theta j} = m_j, Q'_{wi} = n_i$ e $Q'_{wj} = -(m_i + n_i R + m_j)/R$ (vide a equação (2) do apêndice 3), logo:

$$\phi_i^p = \theta_i^p - \frac{\Delta_i^p}{R} \quad \phi_j^p = \theta_j^p - \frac{\Delta_j^p}{R} \quad \delta^p = -(\Delta_i^p + \Delta_j^p) \quad (21)$$

Desta forma, ϕ_i^p e ϕ_j^p não são exatamente as rotações plásticas. Entretanto, para arcos de grande raio e alongamentos permanentes pequenos esta diferença é desprezável, sendo possível admitir que ϕ_i^p e ϕ_j^p sejam rotações plásticas.

Introduz-se, agora, um segundo conjunto de variáveis internas, reunido no vetor de dano nas rótulas: $\{\mathbf{D}\}_b = (d_i, d_j)$. Essas variáveis tomam valores entre zero e um, como no caso do dano contínuo, mas medem densidades de macro fissuração no concreto e não de micro defeitos (vide figura 6).

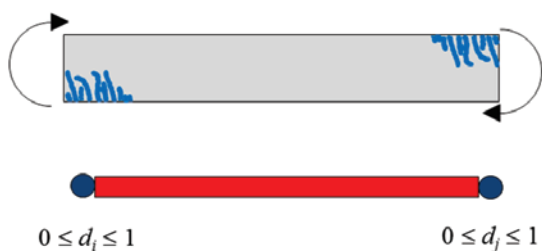
Desta forma, de acordo com a hipótese de equivalência em deformações, as deformações devidas ao dano nas rótulas podem ser expressas como:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}^d\}_b = [\mathbf{C}(\mathbf{D})] \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad [\mathbf{C}(\mathbf{D})] = \begin{bmatrix} \frac{d_i F_{11}^0}{(1-d_i)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d_j F_{22}^0}{(1-d_j)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

onde F_{ij}^0 são os coeficientes da matriz de flexibilidade elástica do elemento. As equações (16,17 e 22) permitem escrever a lei de elasticidade de um elemento da seguinte maneira:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p\}_b = [\mathbf{F}(\mathbf{D})] \{\boldsymbol{\sigma}\}_b \quad [\mathbf{F}(\mathbf{D})] = [\mathbf{F}_0] + [\mathbf{C}(\mathbf{D})] = \begin{bmatrix} \frac{F_{11}^0}{(1-d_i)} & F_{12}^0 & F_{13}^0 \\ F_{21}^0 & \frac{F_{22}^0}{(1-d_j)} & F_{23}^0 \\ F_{31}^0 & F_{32}^0 & F_{33}^0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Figura 6 - Variáveis de dano concentrado em um elemento reto (4)



A relação anterior também evidencia que a matriz de flexibilidade do elemento pode ser descomposta em um termo elástico inicial e outro adicional devido ao dano. Quando o dano é zero a parcela adicional de flexibilidade é nula, já quando o dano se aproxima do valor unitário a flexibilidade adicional tende a infinito.

5.1 Critério de Griffith generalizado para o cálculo do dano em uma rótula plástica

Na Mecânica da Fratura clássica o critério de propagação de uma fissura em um meio contínuo é obtido a partir de um balanço de energia e fundamentado no conceito de taxa de liberação de energia. Uma abordagem análoga pode ser conduzida no caso de um elemento de pórtico [4]. A energia de deformação complementar W_b do elemento é:

$$W_b = \frac{1}{2} \{ \sigma \}_b^t \{ \epsilon - \epsilon^p \}_b = \frac{1}{2} \{ \sigma \}_b^t [F(D)] \{ \sigma \}_b \tag{24}$$

Então, a taxa de liberação de energia das rótulas inelásticas é dada por:

$$G_i = \frac{\partial W_b}{\partial d_i} = \frac{m_i^2 F_{11}^0}{2(1-d_i)^2} \quad G_j = \frac{\partial W_b}{\partial d_j} = \frac{m_j^2 F_{22}^0}{2(1-d_j)^2} \tag{25}$$

Neste caso, a taxa da liberação de energia atua como um 'momento' termodinâmico condutor da fissuração. Com isso, o critério de Griffith estabelece que a propagação do dano em uma rótula i é possível só se o momento condutor igualar a resistência à fissuração, ou evolução do dano, $R(d_i)$, valendo, para o elemento de barra, as seguintes condições:

$$\begin{cases} \Delta d_i > 0 & \Rightarrow G_i = R(d_i) \\ G_i < R(d_i) & \Rightarrow \Delta d_i = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta d_j > 0 & \Rightarrow G_j = R(d_j) \\ G_j < R(d_j) & \Rightarrow \Delta d_j = 0 \end{cases} \tag{26}$$

onde Δd_i e Δd_j representam os incrementos do dano nas rótulas i e j , respectivamente. Uma relação para a resistência à fissuração foi proposta em [4] a partir de uma avaliação experimental como:

$$R(d_i) = R_0 + q \frac{\ln(1-d_i)}{(1-d_i)} \tag{27}$$

O elemento tem uma resistência à fissuração inicial R_0 e um termo de encruamento logarítmico proporcional ao parâmetro q . Este último é a consequência do efeito da armadura no concreto armado, que dificulta a propagação das fissuras. A condição de propagação de Griffith, $G_i = R(d_i)$, descreve, essencialmente, a relação entre o momento fletor sobre a rótula e o nível de dano, conforme se ilustra na figura 7. Os parâmetros R_0 e q podem ser identificados de tal modo que a curva de comportamento passe pelos pontos correspondentes ao momento de fissuração da seção transversal M_{cr} e ao momento último resistente M_u [4]. Essa alternativa permite dispensar uma análise experimental para fins de identificação paramétrica, empregando-se, para tanto, apenas parâmetros e conceitos clássicos da teoria convencional do concreto armado.

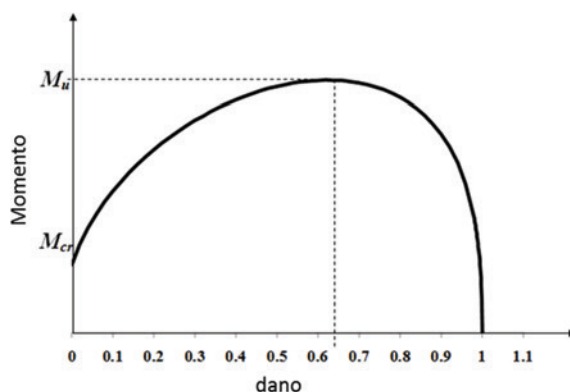
Lei de evolução da rotação plástica em uma rótula com dano O último conjunto de equações necessárias para o modelo simplificado é a lei de evolução das deformações plásticas. Na teoria da plasticidade clássica essa relação é obtida a partir de uma função de escoamento. No modelo simplificado, introduzem-se duas funções: $f_i \leq 0$ e $f_j \leq 0$, uma para cada rótula inelástica do elemento, sendo o encruamento descrito por um modelo cinemático:

$$f_i = |m_i^b - c\phi_i^p| - M_y \leq 0; \quad f_j = |m_j^b - c\phi_j^p| - M_y \leq 0 \tag{28}$$

sendo M_y o momento de escoamento plástico efetivo e c a rigidez plástica efetiva. Ambos os parâmetros também podem ser calculados utilizando a teoria de concreto armado [4]. Desprezando-se os alongamentos plásticos, as leis de evolução das rotações plásticas decorrem de uma relação de complementaridade com as funções de escoamento:

$$\begin{cases} \Delta \phi_i^p \neq 0 & \Rightarrow f_i = 0 \\ f_i < 0 & \Rightarrow \Delta \phi_i^p = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta \phi_j^p \neq 0 & \Rightarrow f_j = 0 \\ f_j < 0 & \Rightarrow \Delta \phi_j^p = 0 \end{cases} \tag{29}$$

Figura 7 - Dano vs. Momento fletor em uma rótula plástica



Para levar em conta também os efeitos da fissuração do concreto, as funções de escoamento podem ser modificadas utilizando-se, novamente, a hipótese de equivalência em deformações em termos de rigidez. Sejam, então, \bar{m}_i^b e \bar{m}_j^b os momentos efetivos sobre as rótulas e definidos da seguinte maneira:

$$\bar{m}_i^b = \frac{m_i^b}{1-d_i} \quad \bar{m}_j^b = \frac{m_j^b}{1-d_j} \quad (30)$$

Desta forma, as funções de escoamento com encruamento cinemático linear são assim reescritas:

$$f_i = \left| \bar{m}_i^b - c\phi_i^p \right| - M_y = \left| \frac{m_i^b}{1-d_i} - c\phi_i^p \right| - M_y \leq 0 \quad (31)$$

$$f_j = \left| \frac{m_j^b}{1-d_j} - c\phi_j^p \right| - M_y \leq 0$$

6. Implementação numérica

Considere-se, novamente, a equação de equilíbrio (3):

$$\{\mathbf{Res}\} = \sum_b \{\mathbf{Q}_A(\mathbf{U})\}_b - \{\mathbf{P}\} = 0 \quad (32)$$

A equação (32) estabelece que a solução só é obtida quando as forças residuais $\{\mathbf{Res}\}$, definidas como a diferença entre as forças internas e externas, são nulas.

Um programa de elementos finitos é aqui composto por um conjunto de rotinas que processam os dados fornecidos pelo usuário, geram o processo de cálculo passo-a-passo da estrutura e possibilitam a análise dos resultados em forma gráfica ou tabulada. Em cada passo de cálculo, o programa resolve numericamente o problema definido pela equação matricial (32) e pelas condições de contorno. Estas condições estão definidas por valores de deslocamentos conhecidos nas regiões onde as forças são incógnitas e vice-versa.

Um elemento finito está fundamentalmente inserido na rotina que calcula as forças internas $\{\mathbf{Q}\}_b$ a partir dos deslocamentos. O procedimento computacional que amplia as matrizes de forças internas e as combina na matriz de forças residuais é o bem conhecido algoritmo de montagem.

O elemento de pórtico proposto neste trabalho está então definido pela equação cinemática (13a), que permite o cálculo das deformações a partir dos deslocamentos, pelas leis de elasticidade (23), dano (26) e plasticidade (28), que permitem o cálculo das tensões generalizadas e das variáveis internas a partir das deformações e, finalmente, pela equação de equilíbrio (13b), que dá as forças internas a partir das tensões.

O sistema de equações de equilíbrio global da estrutura (31) é, em geral, não linear. Portanto, tal sistema deve ser resolvido mediante linearização do sistema combinada com algum método iterativo para correção da estimativa de solução, sendo usualmente empregado o método de Newton ou alguma de suas variantes. Nesse caso, em decorrência da linearização, também se faz neces-

sário o cálculo das matrizes de rigidez tangentes, ou jacobiano,

$$\text{das forças internas: } \left[\frac{\partial \{\mathbf{Q}(\mathbf{U})\}}{\partial \{\mathbf{U}\}} \right]_b.$$

Note-se que o modelo constitutivo, representado pelo sistema de equações (23,26,28) para o cálculo das tensões e variáveis internas, também é não linear. Portanto, faz-se necessário o emprego do método de Newton combinado a uma estratégia de previsão e correção em caráter local. Vale salientar que uma característica especial desse tipo de problema local é que as condições de convergência variam significativamente com o dano, ou seja, quanto maior o valor do dano a ser calculado menor deve ser o tamanho do incremento. Além disso, os acréscimos no carregamento são usualmente acompanhados pela concentração de dano em poucas rótulas. É por isso que o procedimento clássico, que consiste em utilizar o mesmo passo de cálculo para o problema de equilíbrio global e para os problemas locais, não é eficiente. Neste caso é preferível utilizar passos de cálculo diferentes em cada elemento [20]. A figura 8 mostra um possível algoritmo baseado nesta ideia.

7. Exemplos

7.1 Segmento de túnel pré-moldado

Em [21] foram realizados ensaios experimentais sobre segmentos pré-moldados que compõem o túnel Brennero, que liga a Itália à Áustria. Seis segmentos compõem uma seção transversal do túnel, apresentando comprimento circunferencial total de 19 m e 6 m de diâmetro externo. O tipo de segmento analisado apresenta dimensões de espessura, comprimento e largura iguais a 200 mm, 3640 mm e 1500 mm, respectivamente (vide figura 9).

O segmento pré-moldado analisado em [21] apresenta concreto com resistência característica à compressão de 50 MPa e armadura de flexão composta por barras com 8 mm de diâmetro (vide figura 10).

Dentre os ensaios realizados descritos em [21] para este tipo de segmento, escolheu-se o de flexão por três pontos (figura 11) a fim de avaliar a resposta do modelo proposto.

Assim, tomando-se partido da simetria do problema, a simulação foi realizada utilizando-se apenas dois elementos finitos de arco (figura 12).

De posse das propriedades dos materiais adotados e das características da seção transversal [21], com recurso à teoria clássica do concreto armado foram obtidos diagramas de interação entre força axial e momento de flexão na seção (figura 13). Como o esforço axial ao longo da direção longitudinal do túnel pode ser negligenciado, do diagrama de interação foram identificados os valores de 451 tf.cm, 550 tf.cm e 916 tf.cm para os momentos crítico, plástico e último, respectivamente.

A comparação entre as respostas numérica e experimental, em termos dos valores de carga contra deslocamento para o ponto de aplicação da força, está apresentada na figura 14.

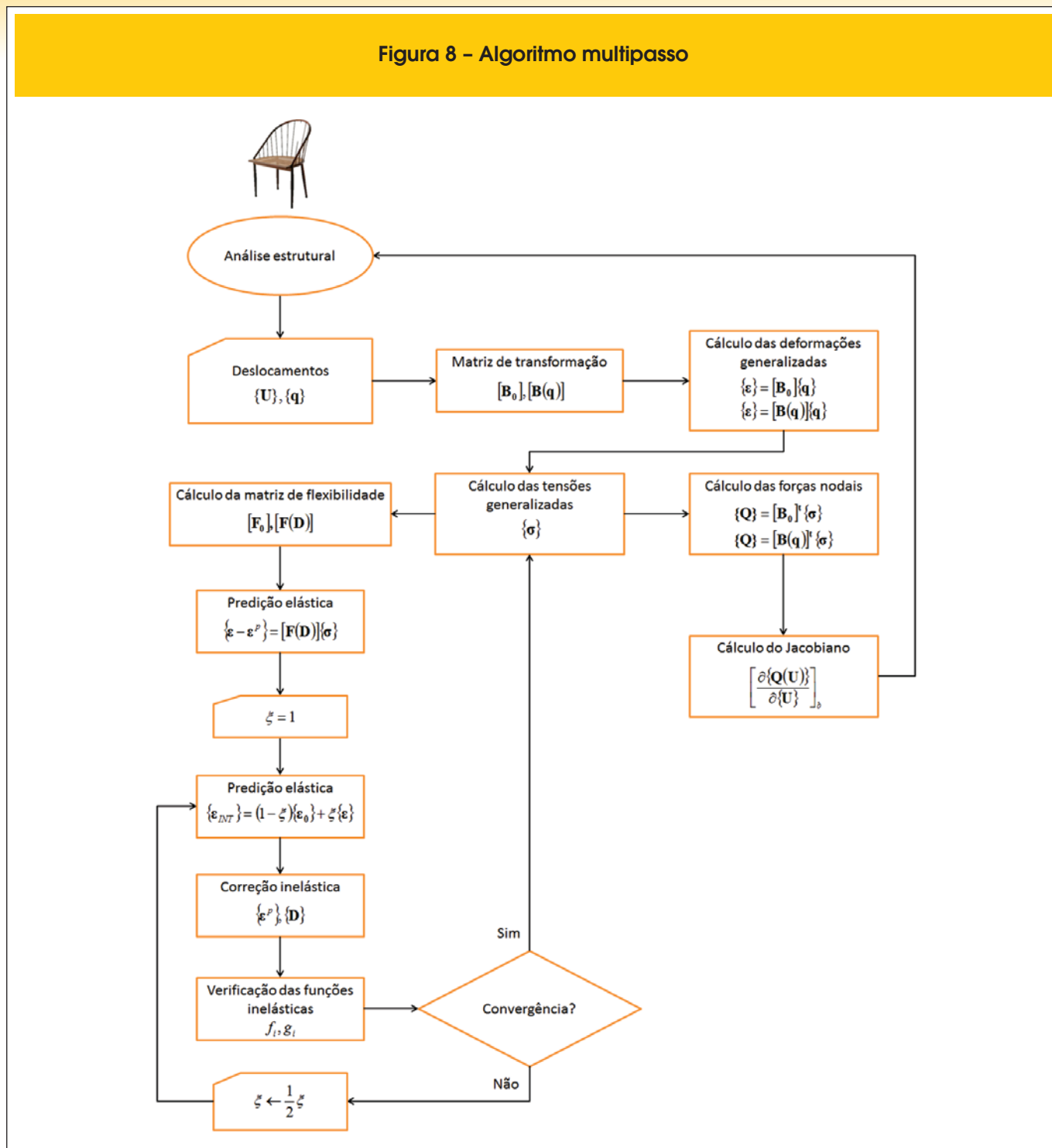
Observa-se que a solução numérica resultou bem ajustada à resposta experimental.

7.2 Segmento protendido de túnel

Para a construção de um túnel específico (figura 15a) na cidade de Osaka [22], Japão, foram utilizados segmentos pré-moldados de concreto (figura 15b).

Para análise do comportamento estrutural foram realizados ensaios de flexão em quatro pontos (figura 16) em corpos de prova compostos por dois segmentos pré-moldados, aplicando-se força de protensão de 29,4 kN em cada cordoalha, [22]. No arranjo

Figura 8 – Algoritmo multipasso



experimental a semicircunferência formada pela montagem supra-citada foi simplesmente apoiada em sua base, sendo o carregamento aplicado em dois pontos, equidistantes 450 mm da seção central do corpo de prova (vide figura 17).

A resposta obtida com o modelo proposto (figura 19) foi comparada com a resposta experimental média extraída de [22]. Vale ressaltar que os parâmetros do modelo para este problema foram aferidos experimentalmente, considerando-se inclusive a protensão aplicada.

Observa-se que o modelo proposto consegue acompanhar, de forma satisfatória, a resposta média experimental, inclusive no seu trecho descendente. Este trecho decorre do fenômeno de localização dos efeitos inelásticos na região logo abaixo da carga

aplicada. No modelo proposto, este fenômeno foi captado numa das rótulas plásticas (figura 20a), onde as evoluções do dano (figura 20b) e da rotação plástica passaram claramente a se concentrar, atingindo valores preocupantes em relação à integridade da estrutura.

Na figura 21 estão sobrepostos os gráficos apresentados nas figuras 19 e 20b, para melhor análise dos resultados.

Na figura 21 observa-se que o dano nas rótulas evolui rapidamente na primeira etapa do carregamento, quando o efeito inelástico decorre apenas fissuração do concreto. Logo que a armadura inicia seu processo de plastificação o crescimento do dano passa a ser menos acelerado. No instante em que a estrutura atinge o valor máximo de resistência ao carregamento medido experi-

Figura 9 - Geometria do segmento de túnel (21)

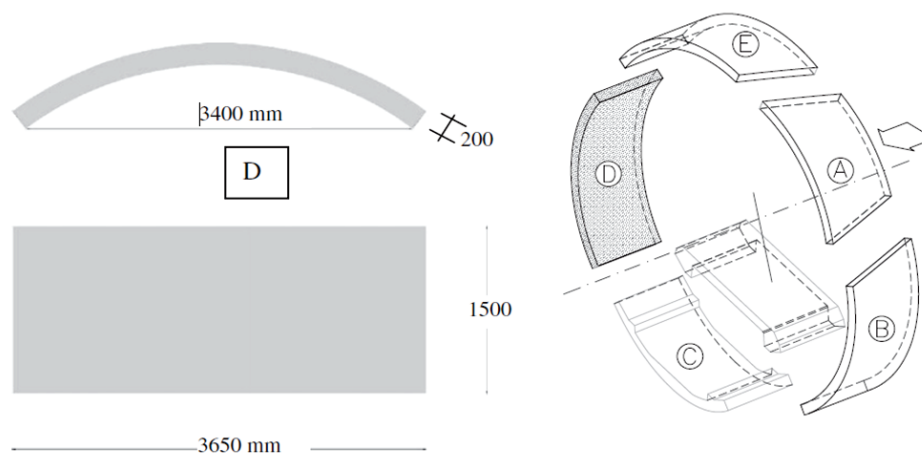
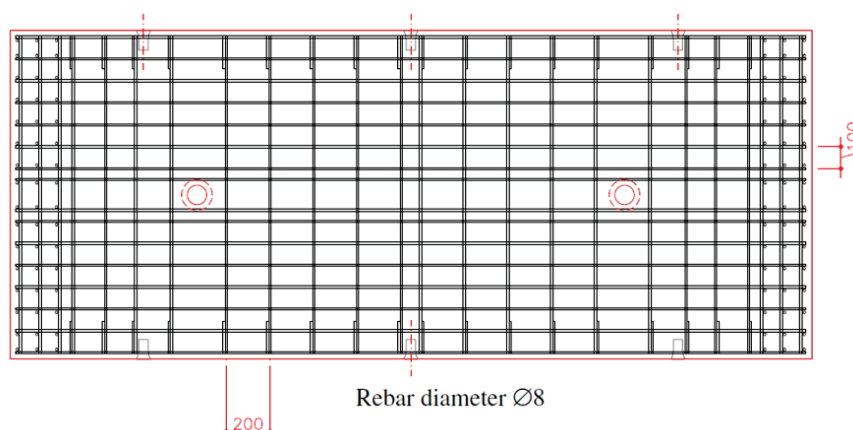


Figura 10 - Detalhe da armação do segmento de túnel (21)



mentalmente (vide [22]), o dano na rótula '2' apresenta-se com intensidade em torno de 0,6, valor já considerado excessivo para estruturas de concreto armado, [23]. A partir deste ponto, a estrutura analisada continua a se deformar, num processo de deslocamento controlado, com força de reação ao deslocamento aplicado decrescente. As respostas do dano, e também a deformação plástica, passam a ser constantes nas rótulas '1' e '3'. Entretanto, o dano (e também a deformação plástica) continua a evoluir na rótula '2'. Assim, é possível afirmar que a partir deste ponto da análise ocorre o fenômeno da localização dos processos inelásticos. Vale salientar que a rótula '4' não teve seus processos inelásticos ativados ao longo de toda a análise.

8. Conclusões

A formulação proposta neste trabalho tem por objetivo descrever com boa aproximação o comportamento de estruturas reticuladas em presença de concentração de efeitos inelásticos. Para avaliação da resposta numérica do modelo foram considerados dois ensaios experimentais de estruturas compostas por arcos circulares. No primeiro exemplo, além da boa precisão, em certo sentido

a própria robustez da formulação proposta foi posta à prova, uma vez que a obtenção dos parâmetros foi feita por meio da teoria convencional de concreto armado. Já no segundo exemplo, observou-se que a formulação também é capaz de reproduzir, de forma muito satisfatória, o fenômeno de localização dos processos inelásticos. Assim sendo, evidenciou-se que o modelo simplificado de dano e plasticidade proposto é capaz de reproduzir, de modo consistente, regimes de comportamentos não lineares reais de estruturas de concreto armado.

9. Referências bibliográficas

- [01] Lemaitre, J., Chaboche, J. L. *Mechanics of Solids Materials*, Dunod, Paris, 1988.
- [02] Bazant, Z. P., Jirasek, M. Nonlocal Integral Formulations of Plasticity and Damage: Survey of Progress. *Journal of Engineering Mechanics*, v.128, n.11, 2002; p.1119–1149.
- [03] Peerlings, R. H. J., de Borst, R., Brekelmans, W. A. M., de Vree, J. H. P. Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.39, n.19, 1996; p.3391–3403.

Figura 11 - Ensaio de flexão por três pontos (21)

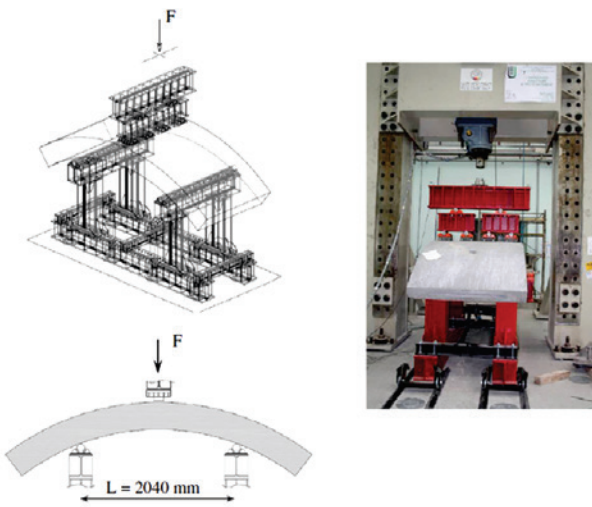


Figura 12 - Discretização do problema

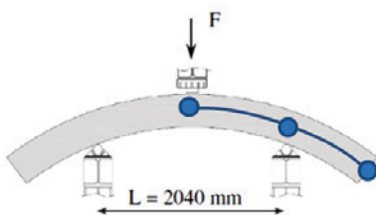


Figura 13 - Diagramas de interação

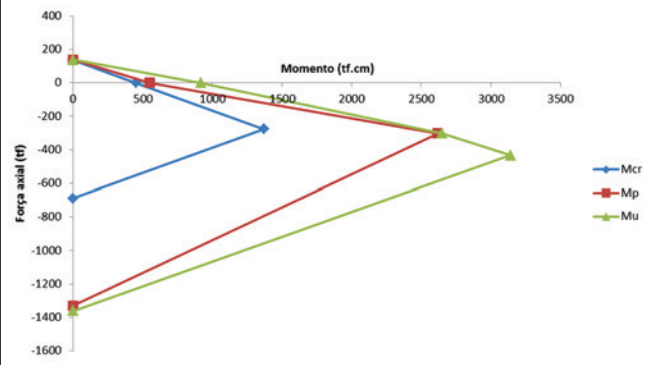


Figura 14 - Comparação entre as respostas experimental e numérica

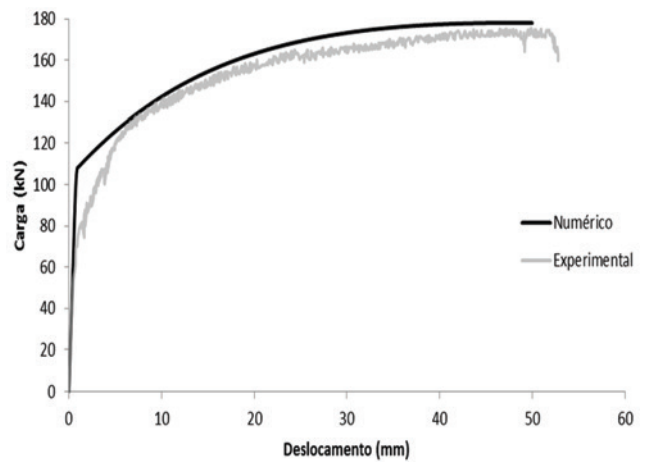


Figura 15 - Túnel construído na cidade de Osaka (a) utilizando segmentos pré-moldados protendidos (b), (22)



- [04] A. Cipollina, A. López-Inojosa, J. Flórez-López, A simplified damage mechanics approach to nonlinear analysis of frames. *Computers and Structures*; v.54, n.6, 1995; p.1113-1126.
- [05] M.E. Perdomo, A. Ramirez, J. Flórez-López, Simulation of damage in RC frames with variable axial forces. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, v.28, n.3, 1999; p.311-328.
- [06] Álvares, M. S. Contribuição ao estudo e emprego de modelos simplificados de dano e plasticidade para a análise de estruturas de barras em concreto armado, São Carlos, 1999, Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 123p.
- [07] Marante, M. E., Flórez López, J. Three dimensional analysis of reinforced concrete frames based on Lumped Damage Mechanics, *International Journal of Solids and Structures*, v.40, n.19, 2003; p.5109-5123.
- [08] Alva, G. M. S. Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de portico de concreto armado submetidos a ações cíclicas, São Carlos, 2004, Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 218p.
- [09] Perdomo, M. E., Picón, R., Marante, M. E., Hild, F., Roux, S., Flórez-López, J. Experimental analysis and mathematical modeling of fracture in RC elements with any aspect ratio. *Engineering Structures*, n.46, 2013; p.407-416.
- [10] Araújo, F. A., Proença, S. P. B. Application of a lumped dissipation model to reinforced concrete structures with the consideration of residual strains and cycles of hysteresis, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, v.3, n.5, 2008; p.1011-1031.
- [11] Flórez-López J. Simplified model of unilateral damage for RC frames. *Journal of Structural Engineering*, v.121, n.12, 1995; p.1765-1772.
- [12] Alva, G. M. S., El Debs, A. L. H. C., Application of lumped dissipation model in nonlinear analysis of reinforced concrete structures. *Engineering Structures*, v.32, n.4, 2010; p.974-981.
- [13] Febres R, Inglessis P, Flórez-López J. Modeling of local buckling in tubular steel frames subjected to cyclic loading. *Computers and Structures*, v.81, 2003; p.2237-47.
- [14] Palaninathan, R., Chandrasekharan, P. S. Curved beam element stiffness matrix formulation. *Computers and Structures*, v.21, 1985; p.663-669.
- [15] Marquist, J. P., Wang, T. M. Stiffness matrix of parabolic beam element. *Computers and Structures*, v.31, 1989, p.863-870.

Figura 16 – Ensaio de flexão por quatro pontos (22)

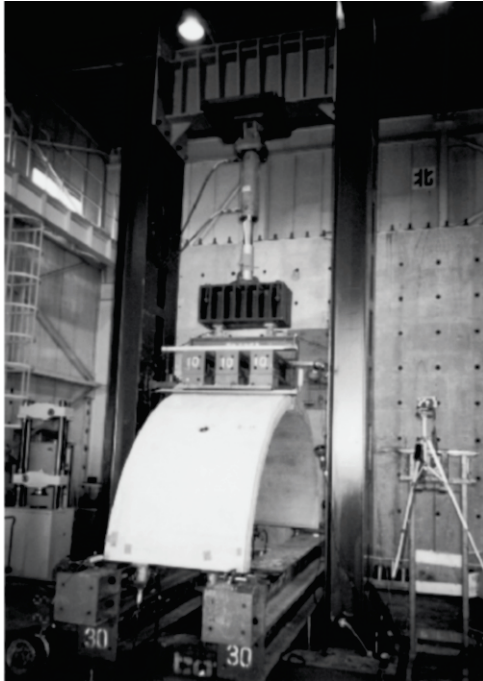


Figura 17 – Procedimento do ensaio (22)

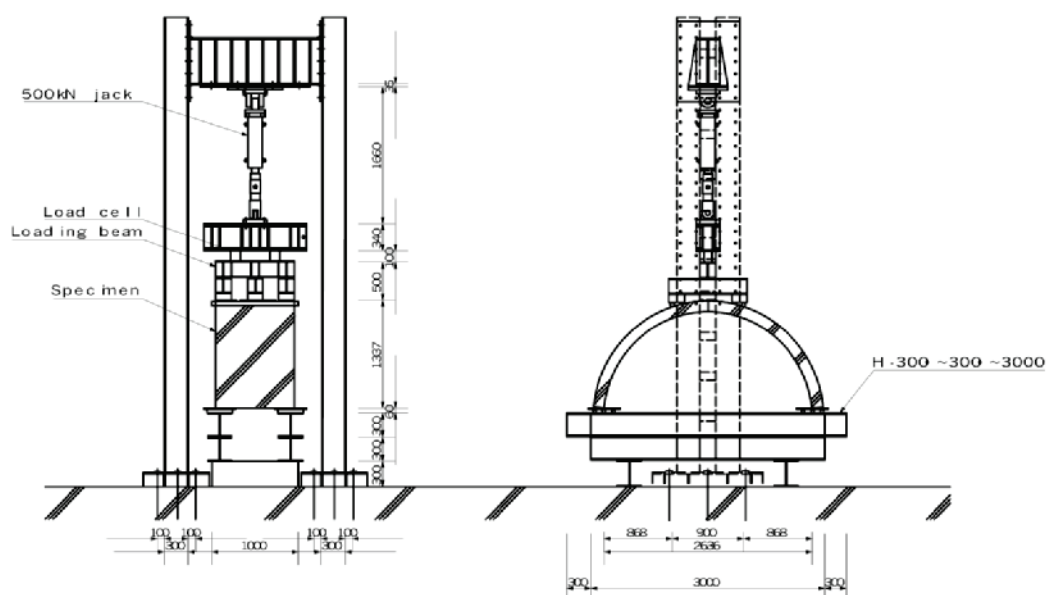


Figura 18 - Simplificação do problema

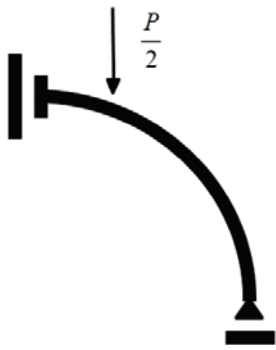


Figura 19 - Resposta para os pontos de aplicação da carga

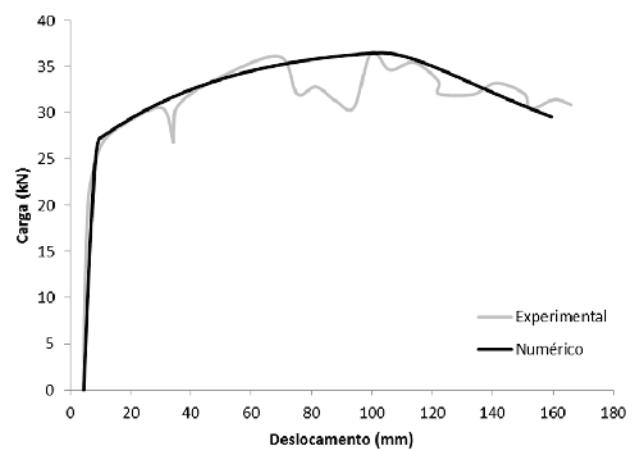


Figura 20 - Evolução do dano nas rótulas inelásticas

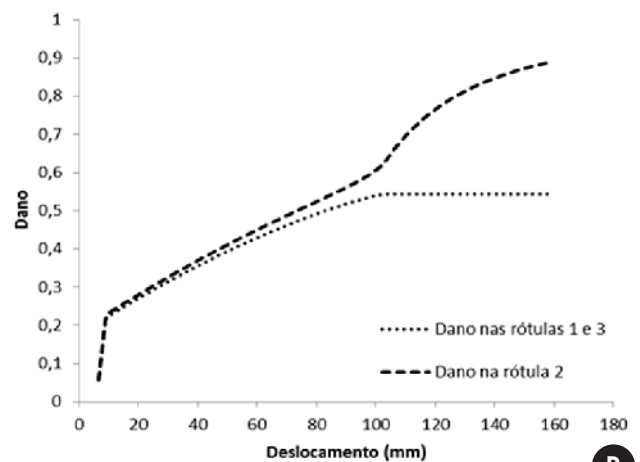
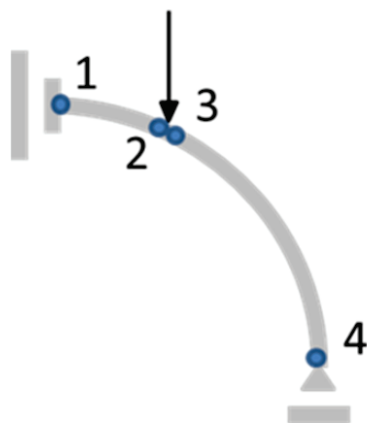
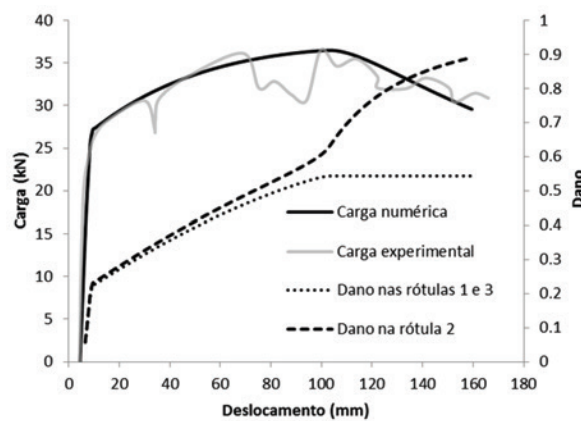


Figura 21 - Força e danos versus deslocamento



- [16] Flórez-López, J., Proença, S. P. B. A curvilinear frame element with plastic hinges. *In: IV International Symposium on Solid Mechanics*, Porto Alegre, 2013.
- [17] Tang, X. S., Zhang, J. R., Li, C. X., Xu, F. H., Pan, J. Damage analysis and numerical simulation for failure process of a reinforced concrete arch structure. *Computers and Structures*, v.83, 2005; p.2609-2631.
- [18] Shi, Z. Crack analysis in structural concrete, theory and applications. Elsevier Oxford, 2009.
- [19] Powell, H. G. Theory for nonlinear elastic structures. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, ST12, 1969; p.2687-2701.
- [20] Avon, Z., Denis, T. Un algoritmo para mejorar la convergencia de problemas no lineales en mecánica de sólidos, Mérida, 2002, Dissertação (mestrado) – Universidad de Los Andes.
- [21] Caratelli, A., Meda, A., Rinaldi, Z., Romualdi, P. Structural behaviour of precast tunnel segments in fiber reinforced concrete. *Tunnelling Underground and Space Technology*, v.26, 2011; p.284-291.
- [22] Nishikawa, K. Development of a prestressed and precast concrete segmental lining. *Tunnelling Underground and Space Technology*, v.18, 2003; p.243-251.
- [23] Alarcón, E., Recuerdo, A., López, C., Gutierrez, J. P., de Diego, A., Picón, R., Flórez-López, J. A reparability index for reinforced concrete members based on fracture mechanics. *Engineering Structures*, v.23, n.6, 2001; p.687-697.

APÊNDICE 1

Sejam (X_c, Z_c) , (X_i, Z_i) e (X_j, Z_j) as coordenadas segundo eixos globais de referência do centro de curvatura, dos nós i e j de um elemento de arco circular. Valem, então, as relações:

$$\begin{aligned} (X_i - X_c)^2 - (Z_i - Z_c)^2 - R_b^2 &= 0 \\ (X_j - X_c)^2 - (Z_j - Z_c)^2 - R_b^2 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Eliminando-se o valor do raio nessas expressões, pode-se isolar o valor de X_c como uma função dos valores restantes:

$$X_c = \frac{X_i^2 + Z_i^2 - 2Z_i Z_c - X_j^2 - Z_j^2 + 2Z_j Z_c}{2(X_i - X_j)} \quad (2)$$

A coordenada Z_c do centro pode ser obtida a partir da resolução da seguinte equação:
 $aZ_c^2 + bZ_c - c = 0$; onde:

$$\begin{aligned} a &= \frac{Z_i^2 - 2Z_i Z_j - 2X_i X_j + Z_j^2 + X_i^2 + X_j^2}{(X_i - X_j)^2} & b &= -(X_i + X_j)a \\ c &= X_i^2 - \frac{X_i(X_i^2 + Z_i^2 - X_j^2 - Z_j^2)}{(X_i - X_j)} + \frac{(X_i^2 + Z_i^2 - X_j^2 - Z_j^2)^2}{4(X_i - X_j)^2} + Z_i^2 - R_b^2 \end{aligned} \quad (3)$$

Da equação (3) seguem duas soluções diferentes para a coordenada do centro. Em particular, se os nós i e j são escolhidos em sentido horário e α é menor que π , então o produto vetorial $\vec{c}_i \times \vec{c}_j$ é um vetor na direção positiva do eixo global Y_G . Esta condição pode ser utilizada para identificar a solução correta automaticamente:

$$Z_i X_j - Z_i X_c - Z_c X_j - X_i Z_j + X_i Z_c + X_c Z_j > 0 \quad (4)$$

Finalmente, os ângulos β_b e χ_b estão definidos como:

$$\cos \beta_b = \frac{Z_i - Z_c}{R_b} \quad \cos(\beta_b + \chi_b) = \frac{Z_j - Z_c}{R_b} \quad (5)$$

APÊNDICE 2

Considere-se novamente o elemento circular, agora descrito segundo as coordenadas locais (vide figura 1). Considera-se, em seguida, uma variável estática definida pelo vetor de forças internas, entretanto associado a coordenadas globais: $\{\mathbf{Q}'\}'_b = (Q'_{ui}, Q'_{wi}, Q'_{\theta i}, Q'_{uj}, Q'_{wj}, Q'_{\theta j})$. O equilíbrio das forças locais é então descrito pelo seguinte conjunto de relações:

$$n_i + Q'_{uj} \cos \chi_b + Q'_{wj} \sin \chi_b = 0 \quad Q'_{wi} - Q'_{uj} \sin \chi_b + Q'_{wj} \cos \chi_b = 0 \quad m_i + n_i R_b (1 - \cos \chi_b) + R_b Q'_{wj} \sin \chi_b + m_j = 0 \quad (1)$$

Em forma matricial:

$$\{\mathbf{Q}'\}'_b = [\mathbf{B}']'_b \{\mathbf{M}\}'_b \quad [\mathbf{B}']'_b = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_b \sin \chi_b} & 1 & -\frac{1}{R_b} & \frac{\cos \chi_b}{R_b \sin \chi_b} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_b \sin \chi_b} & 0 & -\frac{1}{R_b} & \frac{\cos \chi_b}{R_b \sin \chi_b} & 1 \\ 1 & \frac{-1 + \cos \chi_b}{\sin \chi_b} & 0 & -1 & \frac{-1 + \cos \chi_b}{\sin \chi_b} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

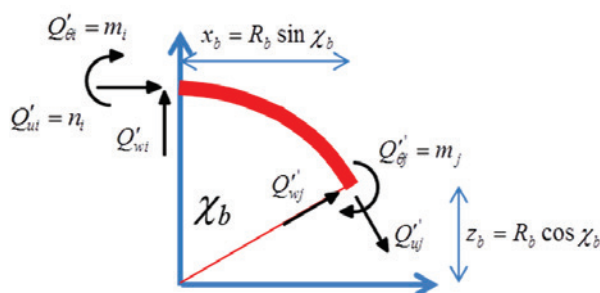
Os vetores de forças internas referenciados segundo coordenadas globais, $\{\mathbf{Q}\}'_b$, e coordenadas locais, $\{\mathbf{Q}'\}'_b$, relacionam-se mediante a matriz de transformação geométrica convencional $[\mathbf{T}]_b$:

$$\{\mathbf{Q}\}'_b = [\mathbf{T}]_b \{\mathbf{Q}'\}'_b \quad (3)$$

onde $[\mathbf{T}]_b$ define-se por:

$$[\mathbf{T}]_b = \begin{bmatrix} \cos \beta_b & \sin \beta_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_b & \cos \beta_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\chi_b + \beta_b) & \sin(\chi_b + \beta_b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\chi_b + \beta_b) & \cos(\chi_b + \beta_b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Figura 2.1 - Forças internas em coordenadas locais e tensões generalizadas



Portanto:

$$[\mathbf{B}]_b = [\mathbf{B}']_b [\mathbf{T}]'_b \quad (5)$$

A matriz de transformação cinemática para um elemento reto é obtida mediante procedimento análogo:

$$[\mathbf{B}]_b = \begin{bmatrix} \frac{\text{sen}\alpha_b}{L_b} & -\frac{\text{cos}\alpha_b}{L_b} & 1 & -\frac{\text{sen}\alpha_b}{L_b} & \frac{\text{cos}\alpha_b}{L_b} & 0 \\ \frac{\text{sen}\alpha_b}{L_b} & -\frac{\text{cos}\alpha_b}{L_b} & 0 & -\frac{\text{sen}\alpha_b}{L_b} & \frac{\text{cos}\alpha_b}{L_b} & 1 \\ -\text{cos}\alpha_b & -\text{sen}\alpha_b & 0 & \text{cos}\alpha_b & \text{sen}\alpha_b & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

APÊNDICE 3

Considere-se o elemento circular. Sejam $M(\theta)$, $V(\theta)$ e $N(\theta)$ o momento fletor, a força cortante e a força axial em uma seção transversal identificada por um ângulo θ a partir da extremidade i (vide figura 1).

As relações de equilíbrio escrevem-se, agora, como:

$$n_i + N(\theta) \cos \theta - V(\theta) \operatorname{sen} \theta = 0$$

$$Q'_{wi} - N(\theta) \operatorname{sen} \theta - V(\theta) \cos \theta = 0$$

$$m_i + n R(1 - \cos \theta) + R Q'_{wi} \operatorname{sen} \theta - M(\theta) = 0$$

(1)

O sistema de equações (1) associado à expressão da força interna Q'_{wi} obtida no apêndice 2 permite expressar as forças axial, cortante e momento fletor em função das tensões generalizadas:

$$M(\theta) = - \frac{-m_i \operatorname{sen} \chi_b - n_i R_b \operatorname{sen} \chi_b + n_i R_b \cos \theta \operatorname{sen} \chi_b + m_i \operatorname{sen} \theta_b + n_i R_b \operatorname{sen} \theta_b - n_i R_b \operatorname{sen} \theta \cos \chi_b + m_j \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \chi_b}$$

$$V(\theta) = \frac{-m_i \cos \theta - n_i R_b \cos \theta + n_i R_b \cos \theta \cos \chi_b - m_j \cos \theta + n_i R_b \operatorname{sen} \chi_b \operatorname{sen} \theta}{R_b \operatorname{sen} \chi_b}$$

$$N(\theta) = - \frac{m_i \operatorname{sen} \theta + n_i R_b \operatorname{sen} \theta - n_i R_b \operatorname{sen} \theta \cos \chi_b + m_j \operatorname{sen} \theta + n_i R_b \operatorname{sen} \chi_b \cos \theta}{R_b \operatorname{sen} \chi_b}$$

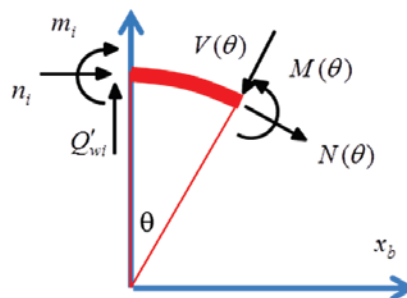
(2)

A energia de deformação elástica acumulada no elemento circular pode então ser escrita como:

$$U_b = \int_0^{\chi_b} \left(\frac{M(\theta)^2}{2EI_b} + \frac{N(\theta)^2}{2AE_b} + \frac{V(\theta)^2}{2GA_b} \right) R_b d\theta$$

(3)

Figura 3.1 - Força axial, momento fletor e força cortante no elemento circular



onde os termos EI_b , GA_b e AE_b têm o significado usual. Os coeficientes da matriz de flexibilidade elástica podem ser obtidos a partir da aplicação do teorema de Castigliano. Em particular, se as deformações por cortante são desprezadas, tais coeficientes resultam:

$$\begin{aligned}
 F_{11}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial m_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-8 \operatorname{sen} \chi_b + 6 \chi_b - 4 \chi_b \cos^2 \chi_b + 6 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 F_{12}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial m_j} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-4 \operatorname{sen} \chi_b + 2 \chi_b + 2 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 F_{13}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_i \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-10 R_b \operatorname{sen} \chi_b + 10 \operatorname{sen} \chi_b R_b \cos \chi_b - 2 R_b \chi_b \cos \chi_b - 6 R_b \chi_b - 4 R_b \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1}{4} \frac{1 - 2 R_b \operatorname{sen} \chi_b - 2 R_b \chi_b + 2 \operatorname{sen} \chi_b R_b \cos \chi_b + 2 \chi_b R_b \cos \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 F_{22}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_j \partial m_j} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(2 \chi_b - 2 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} - \frac{1}{4} \frac{2 \operatorname{sen} \chi_b \cos \chi_b - 2 \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 F_{23}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial m_j \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-2 R_b \operatorname{sen} \chi_b - 2 R_b \chi_b \cos \chi_b + 2 R_b \chi_b + 2 \operatorname{sen} \chi_b R_b \cos \chi_b \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1}{4} \frac{1 - 2 R_b \operatorname{sen} \chi_b - 2 R_b \chi_b + 2 \operatorname{sen} \chi_b R_b \cos \chi_b + 2 \chi_b R_b \cos \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 F_{33}^0 &= \frac{\partial^2 U_b}{\partial n_i \partial n_i} = \frac{1}{4} \frac{R_b \left(-12 R_b^2 \operatorname{sen} \chi_b + 12 \operatorname{sen} \chi_b R_b^2 \cos \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b \cos^2 \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b \cos \chi_b + 8 \right)}{EI_b \operatorname{sen}^2 \chi_b} \\
 &\quad - \frac{1}{4} \frac{1 - 4 R_b^2 \operatorname{sen} \chi_b + 4 \operatorname{sen} \chi_b R_b^2 \cos \chi_b - 4 R_b^2 \chi_b + 4 \chi_b R_b^2 \cos \chi_b}{R_b AE_b \operatorname{sen}^2 \chi_b}
 \end{aligned} \tag{4}$$

A matriz de flexibilidade elástica para um elemento reto obtém-se por um procedimento análogo, resultado em:

$$[\mathbf{F}_0] = \begin{bmatrix} \frac{L_b}{3EI_b} & -\frac{L_b}{6EI_b} & 0 \\ -\frac{L_b}{6EI_b} & \frac{L_b}{3EI_b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_b}{AE_b} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Bond steel-concrete: simulation analysis of the pull-out tests and APULOT using the program ATENA

Aderência aço-concreto: simulação numérica dos ensaios de arrancamento pull-out e APULOT usando o programa ATENA

A. J. TAVARES ^a
alyssontavares@hotmail.com

M. P. BARBOSA ^a
mbarbosa@dec.feis.unesp.br

T. N. BITTENCOURT ^b
tbitten@gmail.com

M. LORRAIN ^c
michel.lorrain@insa-toulouse.fr

Abstract

The bond between steel and concrete is essential for the existence of reinforced concrete structures, as both materials act together to absorb structural strain. The bond phenomenon is considered to be complex regarding many factors that affect it. Several types of bond tests have been proposed over years. One is the modified proposed of pull-out test, which was elaborated by Lorrain and Barbosa [1] called APULOT test (Appropriate pull-out-test). Based on experimental results obtained by Vale Silva [2] either by conventional pull-out tests, or by modified pull-out test, APULOT, seeks to know the numeric behavior of bond steel-concrete through a numerical simulation using a calculation code ATENA which is based on the Finite Element Method (FEM). The numerical simulation provided better evaluate the stress distribution and cracking that occurs during the test, thereby becoming a valuable tool to support the experimental project that aims to validation, validation partially or not recommend the modified bond test steel-concrete - APULOT test – as quality control test of structural concrete. The numerical results showed good representation compared to experimental results.

Keywords: bond steel-concrete, numerical analysis, pull-out, APULOT, pull-out test.

Resumo

A aderência entre o aço e o concreto é fundamental para a existência das estruturas de concreto armado, uma vez que os dois materiais atuam em conjunto para absorver os esforços solicitantes. O fenômeno da aderência é considerado complexo no que se refere aos vários fatores que o influenciam. Vários tipos de ensaios de aderência foram propostos ao longo dos anos. Um deles é a proposta modificada do ensaio de arrancamento pull-out-test, que foi elaborada por Lorrain e Barbosa [1] denominado de ensaio APULOT (Appropriate Pull-Out-Test). Com base nos resultados experimentais obtidos por Vale Silva [2] para os ensaios pull-out convencionais e para o ensaio pull-out modificado, APULOT, procura-se conhecer o comportamento numérico da aderência aço-concreto através de uma simulação numérica utilizando um código de cálculo chamado ATENA que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). A simulação numérica permitiu melhor avaliar a fissuração e a distribuição de tensões que ocorre durante o ensaio de arrancamento, tornando-se com isso, uma ferramenta de apoio preciosa ao projeto experimental que visa à validação, validação parcial, ou não recomendação do ensaio de aderência aço-concreto modificado – Ensaio APULOT – como ensaio de controle de qualidade do concreto armado. Os resultados numéricos obtidos apresentaram boa representatividade quando comparados aos resultados experimentais.

Palavras-chave: aderência aço-concreto, análise numérica, pull-out, APULOT, ensaio de arrancamento.

^a Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil;

^b Departamento de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, Brasil;

^c INSA-Toulouse, Departament de GenieCivi., Toulouse, France.

1. Introduction

The steel-concrete bond has been investigated for a long time in many countries. These studies are closely linked with the evolution of reinforced concrete. The first scientific articles on the steel-concrete bond date back to the early twentieth century [Carl Von Bach (1905), Bach (1905), Koenen (1905), Kollbohm and Mautner (1907)], and today it's the subject of such scientific meetings as BIC2012 (Bond in Concrete 2012, Bresquia - Italy) supported by the ACI, RILEM and FIB. This interest is justified by its importance in reinforced concrete and prestressed concrete parts. In order to understand these part so that their behavior and the anchoring of the reinforcement is ensured, and, consequently, to ensure their safety, the bond phenomenon must be understood in detail.

One of the most popular and traditional bond tests is the direct pull-out test, called the pull-out test, normalized by RILEM / CEB / FIP RC6 [3] and ASTM [4]. It is a test of reinforced concrete composite materials to seeks to assess the strength of the bond between the concrete and the reinforcement.

Based on previous studies, Lorrain and Barbosa [1] and Lorrain et al. [5] presented a simplified alternative to the pull-out test, called the APULOT test, to be used *in situ*. The procedures of this new test are being studied, discussed and improved by some research groups located in Brazil, France, Spain, Tunisia and Paraguay. The validation of this new test could provide an alternative for the evaluation of reinforced concrete quality in civil constructions.

Vale Silva [2] investigated the proposal by Lorrain and Barbosa [1] of comparing two types of steel-concrete bond tests: the pull-out test and the APULOT test. The results showed on the pull-out tests that the type of rupture was observed the sliding for all diameters. However the results obtained for the APULOT test showed different behavior for bars with diameters of 8.0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm. Vale Silva [2] believes that this behavior variation is related to the diameter of the specimen prepared with molds as PET bottles (Polyethylene Terephthalate), which did not have suitable dimensions suitable for withstanding the stresses induced with the enlargement of the diameter of the reinforcing steel bars, or the inadequate anchorage length used. This study evaluates the distri-

bution of stresses occurring in these two cases through a detailed numerical analysis

The numerical simulation of the pull-out and APULOT tests is a tool to support an experimental project aimed at the overall validation, partial validation, or to establish the undesirability of the APULOT test for reinforced concrete quality control testing. These simulations, when compared with the experimental results, assist in the choice of some parameters that affect the behavior of the steel-concrete bond, such as the strength of the concrete, the diameter of the reinforcement and the variation in the anchorage length, among others.

2. Steel – concrete bond

The steel-concrete bond is one of the most important mechanisms in reinforced concrete structures, since both materials must act jointly to absorb internal forces. This bond is responsible for anchoring the reinforcement in the concrete and also serves to prevent slippage of the bar segments between cracks, thus limiting the opening of the cracks.

According to Tassios [6] and Ducati [7], the behavior on the limit between the bar and the concrete is of decisive importance for the load capacity and service of reinforced concrete parts. This knowledge is essential in order to reach the anchorages calculation rules and splices by transpassive of reinforcement bars, for the deflections calculation considering the effect of stiffening traction, for crack control and therefore the minimum amount of reinforcement. This can be extended to the durability of the structures.

According to Tassios [6] the efficiency of the steel-concrete connection can be quantified by the bond stress versus sliding ratio, which expresses the strain that arises in the concrete steel interface related to the relative displacement between the steel bar and the concrete that surrounds it. A little sliding suggests local damage or the interface accommodations. When these two actions occurred together, i.e., when the slide reaches the maximum value, indicate the destruction of the bond, which can be associated with a certain state of deformation and cracking. Some limits values of sliding and procedures of structural design were presented in

Figure 1 – Details of the direct pull-out test. P. (Leonhardt and Mönning (11))

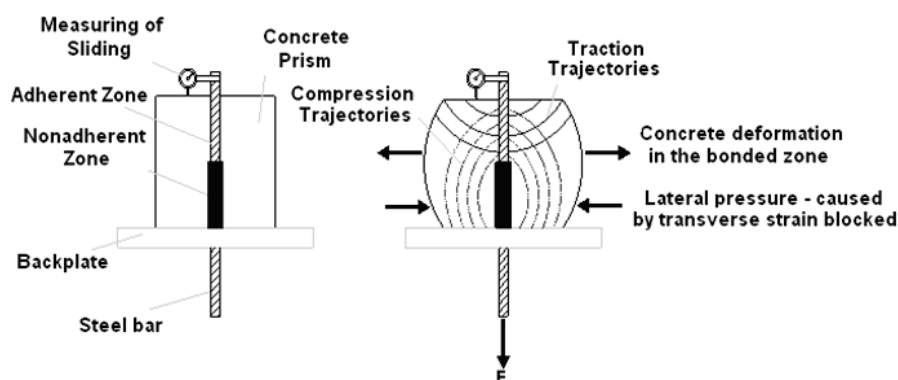
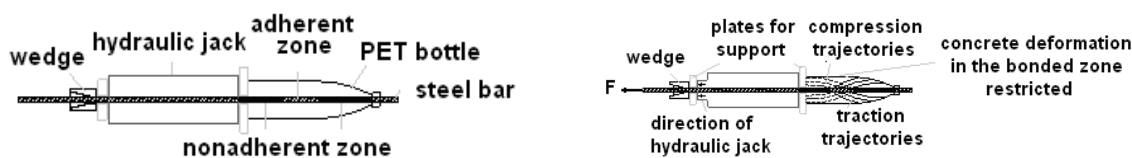


Figure 2 - Schematic of APULOT test (Vale Silva (2))



the standards, which are usually associated with an unacceptable state of deformation and cracking (Caetano [8]).

The sliding at the beginning of loading is caused in part by the elastic deformation of the concrete. For higher loads, however, it is caused by crushing of the concrete on the bar ribs. In Bars without ribs the bond occurs because of the chemical bond between the cement paste and the bar. When the chemical bond is broken, there occurs a resistance to sliding due to friction. When this resistance is reached, the splitting is not complete, but the bar is pulled out, resulting in an almost intact hole inside the concrete (Goto [9]). In ribbed bars, which were developed to produce a stronger bond than in bars without ribs, the bonding phenomenon occurs in a different way. Although these bars are developed adhesion and friction, the resistance to sliding in ribbed bars depends mainly on the mechanical action between the concrete and the ribs. The effect of chemical adhesion is small and no friction occurs until there is sliding between the bar and the concrete (Vale Silva [2]).

2.1 Bond tests

Among the various types of testing proposed (eccentric pull-out test; beam test; pull-out test with circumferential ring - ring test - out test , among others), which determine the bond stress values between the steel reinforcement and the concrete, the so-called pull-out test should be highlighted. This test consists of pulling a steel bar positioned in the center of a concrete prism. The two ends of the steel bar out of the concrete prism where the load is applied to one end and read the sliding at the other end.

In pull-out test occurs a longitudinal compression component, and to minimize this effect, a non- bonded zone after the backing plate is considered. This component does not exist in anchorage areas of tensile reinforcement of beams subjected to bending (Fusco [1]). Figure 1 shows the direct pull-out test, with the trajectories of tensile and compression stresses.

Once the steel-concrete connection is broken, the bar moves with more intensity inside of the concrete prism depending on the surface roughness involved (slick bar or ribbed bar). The maximum value of resistance allows us to calculate the connection ultimate stress (maximum) (τ_u) obtained by dividing the maximum force applied by the nominal anchoring surface.

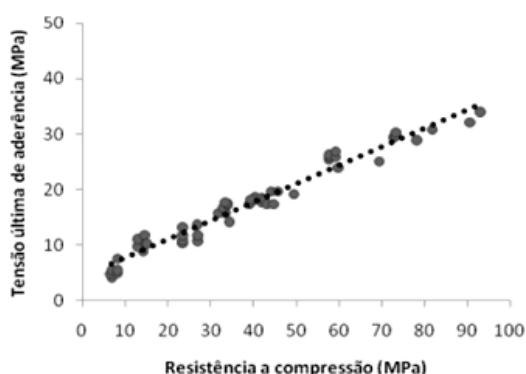
2.2 APULOT test (modified Pull-out test)

Lorrain and Barbosa [1] and Lorrain et al. [5] proposed a modification of the pull-out test, which was named the APULOT test. This test uses cylindrical plastic bottles (PET) discarded in nature as a template, with a minimum diameter of 8 cm and, if possible, with a more homogeneous form in the bonded zone. Figure 2 shows the "APULOT" test with the bonded zone location and the traction and compression trajectories. A change made in this test is the fact that the specimen remains inside the plastic bottle (PET), which results in reduced lateral deformation. In the APULOT test, the anchorage length (bonded zone) will depend on the concrete compressive strength (f_{cm}) and the diameter of the steel bar (ϕ), based on the concept of balancing the stresses necessary to anchor a steel bar in concrete, according to Equation 1.

$$L = \frac{f_y \cdot \phi}{4 \cdot \tau_u} \quad (1)$$

where: L = anchor length (mm); f_y = steel yield strength (MPa); ϕ = bar diameter (mm); τ_u = last Bond Strength (MPa);

Figure 3 - Lorrain and Barbosa Correlation Curve (1)



Legend

1	Points found by Lorrain and Barbosa [1]
2	Linear regression with the points suggested by Lorrain and Barbosa[1] $\tau_u = 0,33 \cdot f_c + 4,35$ / $R^2 = 0,96$

The L determination, e_i , the value of the ultimate bond strength, it is obtained by the correlation curve adopted by Lorrain and Barbosa [1] (Figure 3).

In determining the anchorage length using Equation 1 adopts the materials resistance values used as the age provided of the tests. Vale Silva [2] used the value of $L = 10\phi$ in his experimental tests as the average of concrete compressive strength (f_{cm}) of 27,8 MPa at 28 days and 6ϕ as the average of concrete compressive strength (f_{cm}) 49,3 MPa at 28 days. These data are used for the numerical analysis of this test.

3. Numerical analysis

3.1 Calculation Code: ATENA

The calculation code ATHENA (Advanced Tool for Engineering Non-linear Analysis) has been used in structural engineering to simulate the behavior of concrete and reinforced concrete structures, as well as of concrete cracking. It uses the finite element method for the nonlinear analysis of structures, simulating the real behavior of structures either through linear or nonlinear analyses. The total action active was defined by the time integral of forces increments, with application of the Newton-Rhapson or Arc-Length Methods.

The materials were characterized through their properties and physical parameters and into groups according to their constituent features.

Among the properties of steel, are its stress-strain ratio in the elastic-linear or multilinear mode, with or without a defined flow level; the nonlinear model of loading and unloading cycles, and the criterion of von Mises flow.

Among the concrete properties are: the stress-strain law and the ruin plan of the structure, determined by criteria of Drucker-Prager plasticity (compression) and Rankine failure (traction). The software allows two models of the above described combination to simulate the breaking and cracking of concrete.

The constitutive models of each material were described in Cervenka [12].

In this paper, the Newton-Rhapson analysis method was used with increments of displacements of 0,06 mm in each step.

The Newton-Rhapson method adopts the concept of strength increments that were performed iterative calculations each step loading until there is a convergence between the differential function variables. The force was kept constant and the displacement was redefined until the tangent line of the force increment find the force versus deflection curve for each new iteration of a load step.

3.2 Interface constitutive model

The interface material model in ATENA can be used to simulate contact between two materials. The interface material is based on the Mohr-Coulomb criterion with the shear stress. The constitutive relation for a three-dimensional general case was given in terms of traction forces in the interface planes and relative displacements of running and opening (Equation 2).

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta u \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Where τ is the shear stress and σ is the normal stress. K_{nn} , K_{tt} denote the normal initial elastic stiffness and the normal initial elastic shear, respectively, and the shear relative displacement is represented by Δv and the normal displacement is represented by Δu . The initial fracture surface corresponds to the Mohr-Coulomb condition (Equation 3) for a ellipsoid system under stress. Following stress violating this condition, the surface collapses into a residual surface corresponding to dry friction.

$$\begin{aligned} |\tau| &\leq c - \sigma \cdot \phi, \text{ if } \sigma \leq 0 \\ \tau &= \tau_0 \sqrt{1 - \frac{(\sigma - \sigma_c)^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}, \tau_0 = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_c^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}}, \sigma_c = -\frac{f_t^2 \phi}{c - 2f_t \phi}, \text{ if } 0 < \sigma < f_t \\ \tau &= 0, \text{ if } \sigma > f_t \end{aligned} \quad (3)$$

The failure criterion is replaced by an ellipsoid, which intersects the axis of the normal stress value of f_t with the vertical tangent and the shear axis was trapped in the amount of c (cohesion) with the equivalent tangent $-\phi$.

The limits of the stress were defined as "rupture areas" in Mohr space. Cox [13] defines those surfaces with only one function while Lundgren [14] applies two functions: F1 and F2.

According to Lundgren [14], it can be consider the problem as being controlled by friction approximately, although the bond process in ribbed bars was made by mechanical engagement. The F1 function describes the combinations of stress that define the start of slipping by friction, including the adherence f_a . This function (Equation 4) was defined by:

$$F_1 = |t_t| + \phi \cdot (t_n - f_a) = 0 \quad (4)$$

Where: ϕ is a friction apparent coefficient, t_n is the normal stress, t_t is the bond stress and f_a adhesion. This surface was associated with the failure by cracking usually.

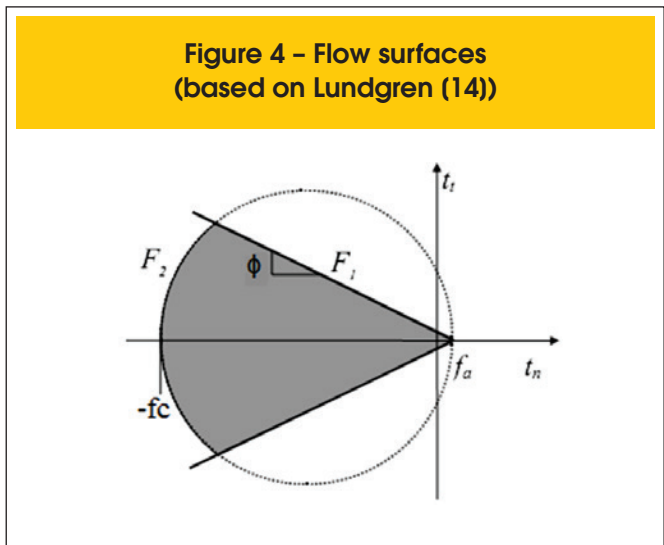
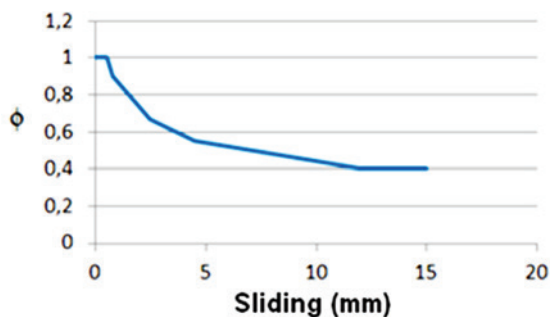


Figure 5 - Friction coefficient variation as a sliding function (based on Lundgren (14))



The other function, F2, describes the failure limit by pullout. This function is determined by the balance of forces resulting from the mechanical interaction between the steel-concrete, resulting in Equation 5:

$$F_2 = t_t^2 + (t_n + f_c) \cdot (t_n - f_a) = 0 \quad (5)$$

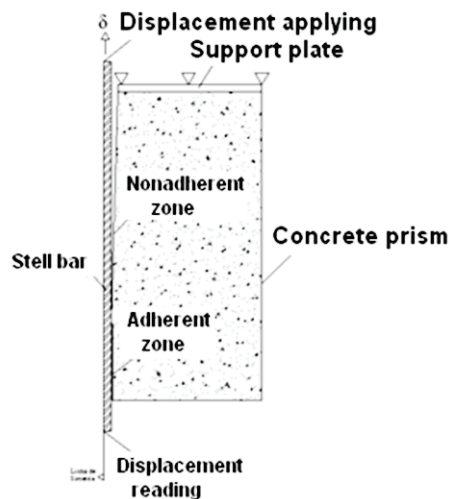
Where: f_c is the concrete compressive strength.

Figure 4 shows the rupture surfaces, which was defined by the F1 and F2 functions.

The friction coefficient (ϕ) is defined by Lundgren [14], as shown in Figure 5.

The rupture surface decreases with the deformation process, since this parameter also decreases. This corresponds with a “softening” of the constitutive ratio with the dissipative processes.

Figure 6 - Analyzed part demonstration for the bar with 8 mm diameter



4. Numerical simulation

This paper conducted a numerical study of the pull-out and APULOT tests, comparing their behavior with the experimentally results obtained by Vale Silva [2].

4.1 Pull-out test

An analysis was performed with the experimental data obtained by Valley Silva [2] to the concrete compressive strength of 27,8

Figure 7 - Comparison of numerical results with the range of experimental results produced by Vale Silva (2) - concrete of 27,8 MPa and 8.0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars. Pull-out test

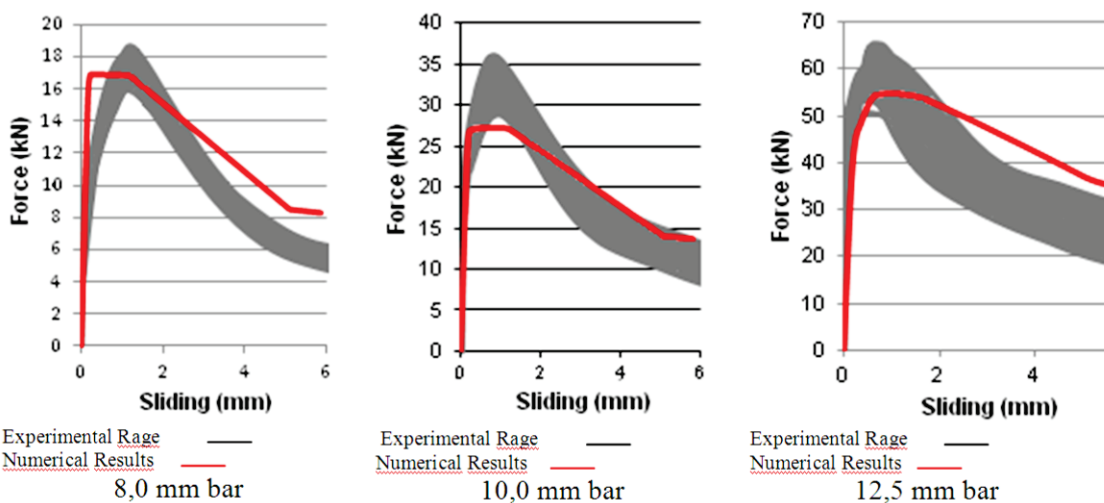
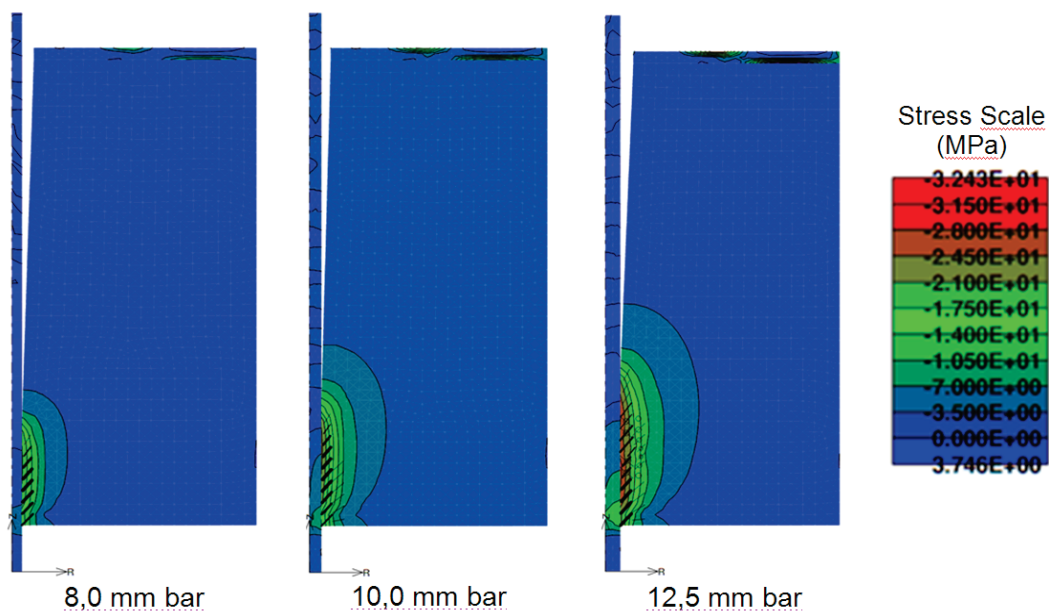


Figure 8 - Distribution of stresses and cracking. Concrete of 27,8 MPa - 8.0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm bars. Pull-out test



MPa (Concrete T1) and 49,3 MPa (concrete T2) at 28 days with the steel bars with 8.0 mm , 10.0 mm and 12.5 mm diameters and yield stress (f_y) equal to 625,0 MPa.

In order to reduce the number of elements, and consequently, the processing time, we used the “axial symmetry” analysis of the AT-ENA software considering the axisymmetric model, with the axial symmetry axis in the center of the concrete prism. Figure 6 shows

in detail the numerical scheme used in this case.

After analyzing the finite elements grids possible, we chose to use a grid with 943 elements and 1097 nodes.

The analysis of the grid and the parameters of the materials are shown in Tavares [15].

Figure 7 shows the force x sliding diagram comparing the experimental results with the numbers for the bars of 8.0 mm, 10.0 mm,

Figure 9 - Comparison of numerical results with experimental range from Vale Silva (2) - concrete with 49,3 MPa and 8.0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm bars. Pull-out test

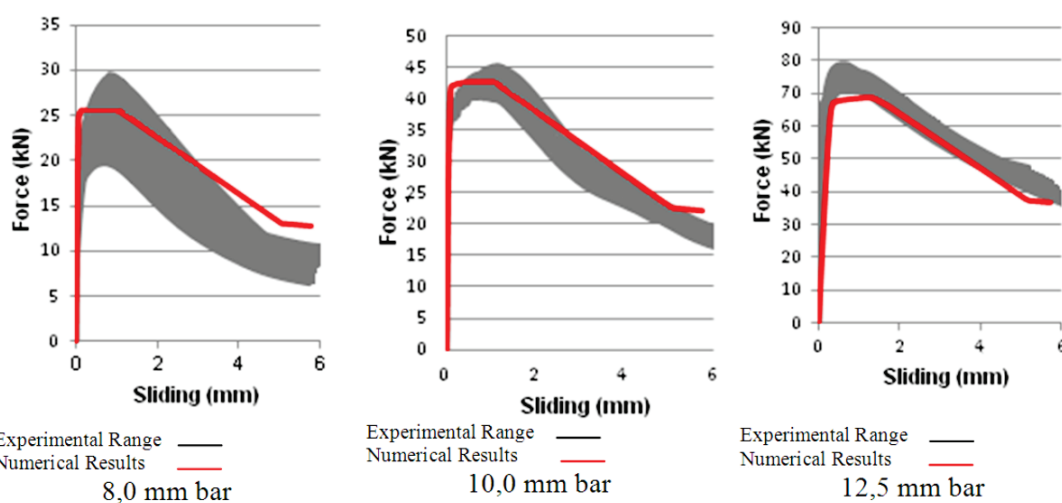
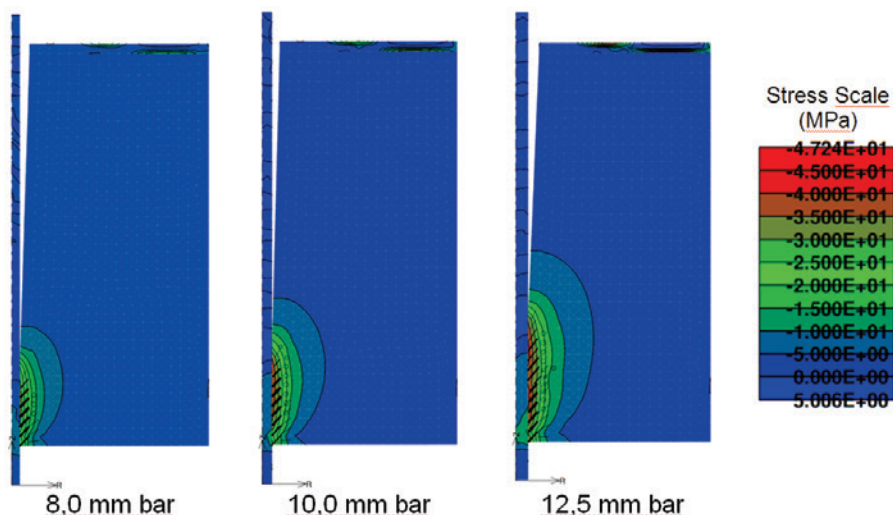


Figure 10 – Distribution of stresses and cracking. Concrete of 49,3 MPa - 8.0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm bars. Pull-out test



12.5 mm and the concrete compressive strength of 27,8 MPa. Figure 7 reveals that the numerical results curves approach the range of experimental results. Figure 8 shows the distribution of stresses, cracking and the deformed structure for the 8.0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm bars. There is also an increase in the stress value and the cracking amount too, as well as the bar diameter increases from 8,0 mm to 12,5 mm, and the increase in the anchorage length. This can be explained by the fact that the stresses generated were supported by the concrete prism - with a larger contact area - there is a greater sliding resis-

tance and increasing the stress and cracking at peak load. The pull-out tests results for the concrete compressive strength at 28 days of 49,3 MPa (Figure 9) shown in the force-sliding diagrams compares the range of experimental results with the numerical results for 8, 0 mm, 10.0 mm and 12.5 mm bars. The numerical results curves are within the experimental results range for the maximum bond stress value, when there is the bar sliding, but the curve peak for the 12,5 mm bar was slightly under the experimental range, which reduces the bond final stress value of the numerical result than experimental results.

Figure 11 - Comparison of numerical range with the experimental results by Vale Silva (2) results -concrete with 27,8 MPa and 8,0 mm , 10,0 mm and 12,5 mm bars. APULOT Test

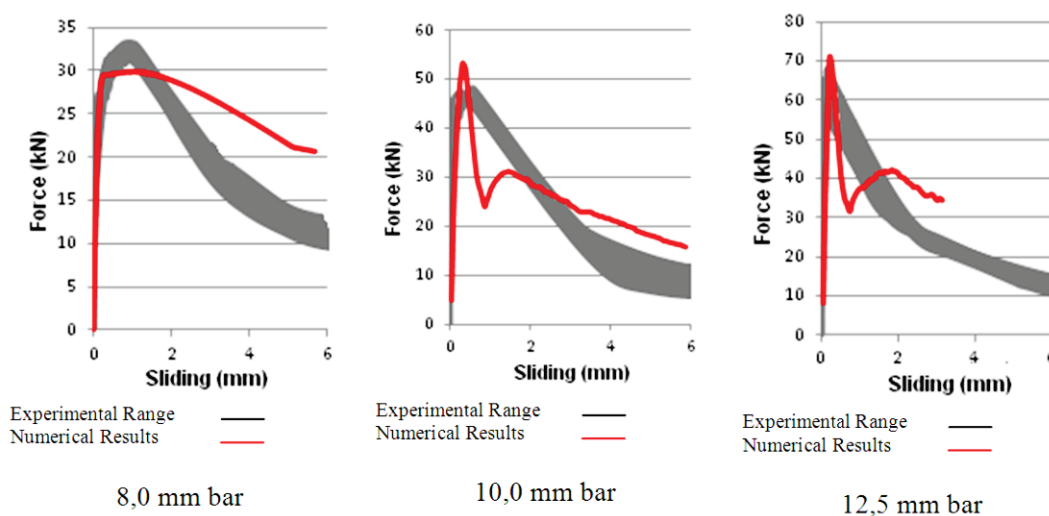


Figure 12 – Stresses and cracking distribution. Concrete of 27,8 MPa – 8,0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars. APULOT Test

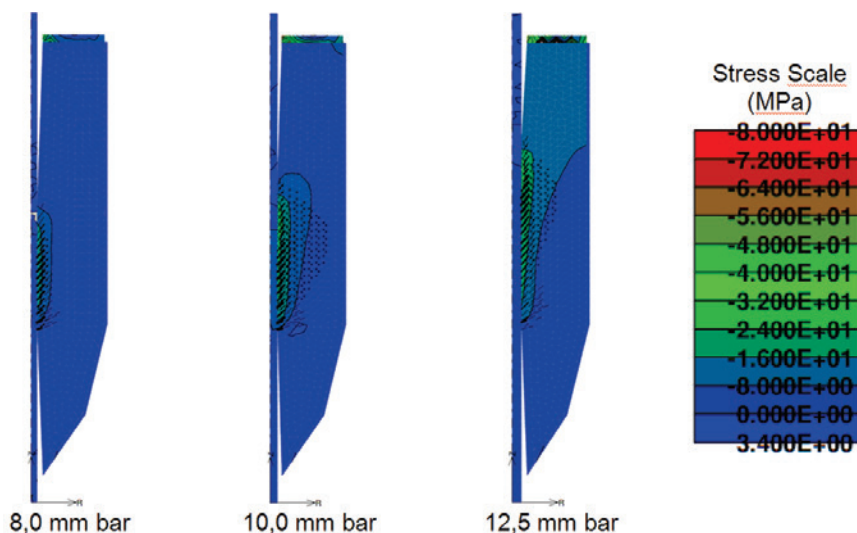


Figure 10 shows the stress distribution in the model with values presented in MPa in the description, together with the cracking and the deformed structure in the load step when it is reached the bond last stress value for the pull-out tests with concrete compressive strength equal to 49,3 MPa and 8,0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars diameter.

In Figure 10 the same effect can be observed for the concrete called T1 ($f_{c28} = 27,8$ MPa), with an increase in the stress value and the number of cracks as the bar diameter increases and, consequently, an increase of anchorage length. Comparing Figures

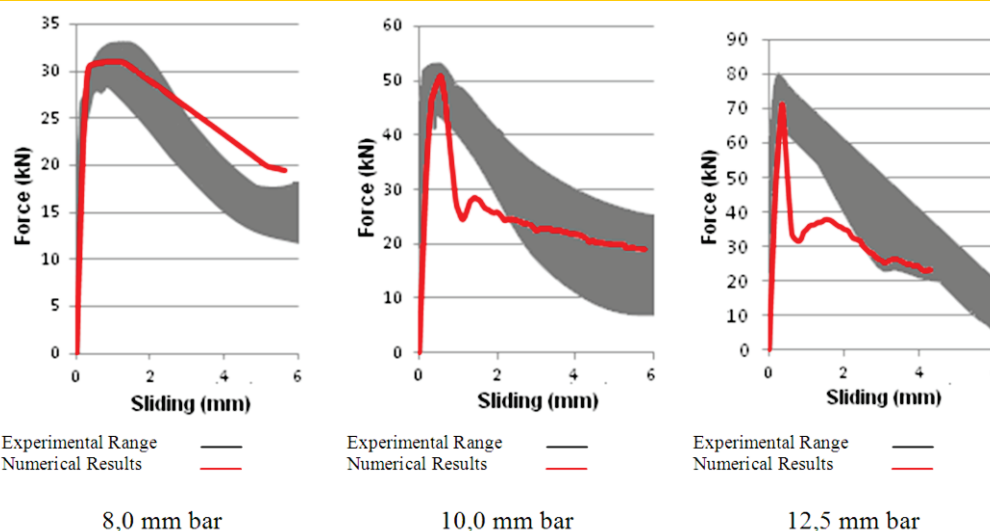
8 and 10, we observed that with the increase of the compressive strength of the concrete there was an increase of cracking and a higher stress value of the concrete.

4.2 APULOT Test

In the APULOT tests simulations, the asymmetrical analysis with the same type of finite element and the same constituent models for the materials of pull-out test were also used.

Figure 11 shows the APULOT force-sliding diagrams for test with

Figure 13 – Comparison of numerical results with experimental results range from Vale Silva (2010) - concrete of 49,3 MPa and 8,0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars. APULOT Test



8,0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars and the concrete compressive strength of 27,8 MPa.

In the simulation with the steel bar of 8,0 mm, the curve of the numerical result fell within the range of experimental results range – including the after-peak representation – showing the bar slide in comparing to concrete. However, the numerical results with the bars of 10,0 mm and 12,5 mm represent the typical behavior of a rupture by splitting, although they have reached values until higher than the experimental results for the maximum stress in the after-peak region, as well as this behavior was also obtained in most experimental results – Vale Silva [2] in this case. Thus, the constitutive model used to represent the concrete and the interface is capable of simulating different modes of bond failure, i.e., the constitutive model can capture pullout and splitting mechanisms. The stress and cracking distribution in the concrete in the load step that which was reached the bond stress is given in Figure 12.

Figure 12 reveals there was an increase in the stress value and also in the amount of cracks as the bar diameter increases from 8,0 mm to 12,5 mm, similar to the *pull-out test*.

Figure 13 shows the force-sliding diagrams comparing the numerical result with the experimental results range related to the 8,0 mm, 10,0 mm and 12,5 mm bars with a concrete compressive strength of 49,3 MPa.

The bond failure mode was similar to the results obtained for the concrete of 27,8 MPa looking for these particular examples relating to 49,3 MPa, i.e., there was ruptured by sliding for the 8,0 mm bar and a rupture by splitting in the 10,0 mm and 12,5 mm bars, which also occurred in the experimental results of Vale Silva [2] for the APULOT test with these bars. The maximum bond strength value of the numerical result reached the maximum level within the experimental results range for the three different diameters bars.

Figure 14 shows the distribution of stresses and cracks in the load step which was reached to the bond final stress.

According to Figure 14, the same effect occurs to the concrete

with 27,8 MPa (Figure 12): there was sliding of the 8,0 mm bar and splitting of the 10,0 mm and 12,5 mm bars.

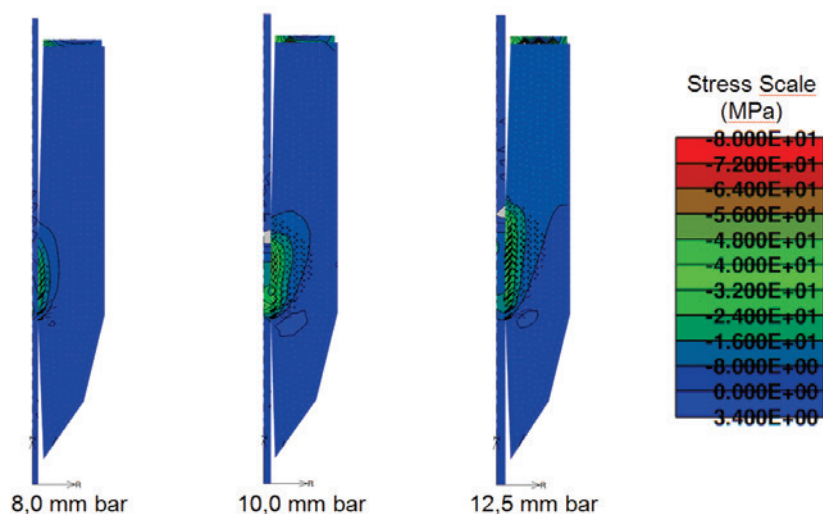
5. Conclusions

By analyzing the force-sliding diagrams, we concluded that the numerical results have an equivalent behavior to the results of experimental tests, validating the use of this model. In the *pull-out* tests and APULOT tests, we observed that an increase in bar diameter resulted in the increase of stresses in the concrete at the region of the bonded zone, for concrete with the same mechanical strength. However, when bar samples with the same diameter and with different concrete strength were compared, there was an increase in concrete stress with increasing concrete compressive strength. In all *pull-out* tests the bond rupture occurred by sliding. In the APULOT tests, however, the bond rupture for the test with 8,0 mm bar occurred by sliding, whereas the bond failure mode occurred by splitting for the concrete mechanical strength used in the tests with 10,0 mm and 12,5 mm bars. This may be occurring because the concrete coverage around the bar is higher in the *pull-out* test than in the APULOT tests, thus contributing to a better distribution of the stresses generated during the test.

6. Bibliography

- [01] LORRAIN, M; BARBOSA P. M. Controle de qualidade dos concretos estruturais: ensaio de aderência aço-concreto. *Revista Concreto & Construções*, São Paulo, v.36, n.51, 2008, p.52-57.
- [02] VALE SILVA, B. *Investigação do potencial dos ensaios APULOT e pull-out para estimativa da resistência a compressão do concreto*. 178f. 2010. Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira. 2010.

Figure 14 - Distribution of stresses and cracking. Concrete of 49,3 MPa - 8,0 mm , 10,0 mm and 12,5 mm bars. APULOT Test



- [03] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB. *RILEM/CEB/FIP RC6: bond test for reinforcing steel - 1 - pull-out test*. Paris, 1983, 3p.
- [04] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM. *ASTM C234: standard test method for comparing concretes on the basis of the bond developed with reinforced steel*. Philadelphia. 1991, 5p.
- [05] LORRAIN, M; BARBOSA P. M. SILVA FILHO, L.C.P. Estimation of compressive strength based on Pull-Out bond test results for on-site concrete quality control. *REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS - RIEM*, v. 4, p. 582-591. 2011.
- [06] TASSIOS, T. Properties of Bond Between Concrete and Steel under Load Cycles Idealizing Seismic Actions. *CEB, Bulletin d'Information*, Roma, v.1, n. 131, 1979,p. 67-122.
- [07] DUCATTI, V. A. *Concreto de elevado desempenho: estudo da aderência com a armadura*. 1993. 259f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.1993.
- [08] CAETANO, L. F. *Estudo do comportamento da aderência de elementos de concreto armado em condições extremas*. 2008. 178f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2008.
- [09] GOTO, Y. Cracks formed in concrete around deformed tension bars. *ACI Journal Proceedings*, Michigan, v. 68, n.4, 1971, p. 244-251.
- [10] FUSCO, P. B. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo: PINI, 1995, 265p.
- [11] LEONHARDT, F; MOMMIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Interciência.1979.
- [12] CERVENKA, V.; JENDELE, L.; CERVENKA, J. ATENA Program Documentation. Prague: Cervenka Consulting. Part 1. 2011.
- [13] COX, J. V. Development of a Plasticity Bond Model for Reinforced Concrete –Theory and Validation for Monotonic Applications. *Technical Report TR-2036-SHR*. Naval Facilities Engineering Service Centre, Port Hueneme, USA. 1994.
- [14] LUNDGREN, K.; GUSTAVSON, R.; MAGNUSSON, J. Finite element modelling as a tool to understand the bond mechanisms. In: *BOND IN CONCRETE – FROM RESEARCH TO STANDARDS, Proceedings...* Budapest. 2002.
- [15] TAVARES, A. J. *Aderência aço-concreto: análise numérica dos ensaios pull-out e APULOT*.Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira. 2012.

Bond steel-concrete: simulation analysis of the pull-out tests and APULOT using the program ATENA

Aderência aço-concreto: simulação numérica dos ensaios de arrancamento pull-out e APULOT usando o programa ATENA

A. J. TAVARES ^a
alyssontavares@hotmail.com

M. P. BARBOSA ^a
mbarbosa@dec.feis.unesp.br

T. N. BITTENCOURT ^b
tbitten@gmail.com

M. LORRAIN ^c
michel.lorrain@insa-toulouse.fr

Abstract

The bond between steel and concrete is essential for the existence of reinforced concrete structures, as both materials act together to absorb structural strain. The bond phenomenon is considered to be complex regarding many factors that affect it. Several types of bond tests have been proposed over years. One is the modified proposed of pull-out test, which was elaborated by Lorrain and Barbosa [1] called APULOT test (Appropriate pull-out-test). Based on experimental results obtained by Vale Silva [2] either by conventional pull-out tests, or by modified pull-out test, APULOT, seeks to know the numeric behavior of bond steel-concrete through a numerical simulation using a calculation code ATENA which is based on the Finite Element Method (FEM). The numerical simulation provided better evaluate the stress distribution and cracking that occurs during the test, thereby becoming a valuable tool to support the experimental project that aims to validation, validation partially or not recommend the modified bond test steel-concrete - APULOT test – as quality control test of structural concrete. The numerical results showed good representation compared to experimental results.

Keywords: bond steel-concrete, numerical analysis, pull-out, APULOT, pull-out test.

Resumo

A aderência entre o aço e o concreto é fundamental para a existência das estruturas de concreto armado, uma vez que os dois materiais atuam em conjunto para absorver os esforços solicitantes. O fenômeno da aderência é considerado complexo no que se refere aos vários fatores que o influenciam. Vários tipos de ensaios de aderência foram propostos ao longo dos anos. Um deles é a proposta modificada do ensaio de arrancamento pull-out-test, que foi elaborada por Lorrain e Barbosa [1] denominado de ensaio APULOT (Appropriate Pull-Out-Test). Com base nos resultados experimentais obtidos por Vale Silva [2] para os ensaios pull-out convencionais e para o ensaio pull-out modificado, APULOT, procura-se conhecer o comportamento numérico da aderência aço-concreto através de uma simulação numérica utilizando um código de cálculo chamado ATENA que é baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). A simulação numérica permitiu melhor avaliar a fissuração e a distribuição de tensões que ocorre durante o ensaio de arrancamento, tornando-se com isso, uma ferramenta de apoio preciosa ao projeto experimental que visa à validação, validação parcial, ou não recomendação do ensaio de aderência aço-concreto modificado – Ensaio APULOT – como ensaio de controle de qualidade do concreto armado. Os resultados numéricos obtidos apresentaram boa representatividade quando comparados aos resultados experimentais.

Palavras-chave: aderência aço-concreto, análise numérica, pull-out, APULOT, ensaio de arrancamento.

^a Departamento de Engenharia Civil, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP, Brasil;

^b Departamento de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, Brasil;

^c INSA-Toulouse, Departament de GenieCivi., Toulouse, France.

1. Introdução

O estudo da aderência entre o aço e o concreto vem sendo pesquisado ao longo do tempo em vários países, estando intimamente ligados a própria evolução do concreto armado. Os primeiros artigos científicos sobre aderência aço-concreto datam do início do século XX [Carl Von Bach (1905), Bach(1905), Koenen(1905), Kollbohm e Mautner(1907)] e hoje, o tema é motivo de reuniões científicas, como o BIC2012 (Bond in Concrete2012, Bresquia-Itália) apoiados pelo ACI, FIB e RILEM. Isso se justifica pela sua importância nas peças de concreto armado e protendido, já que, para se garantir um bom comportamento dessas peças, é fundamental que se tenha uma excelente compreensão do fenômeno da aderência, para que elas sejam dimensionadas de modo a garantir a ancoragem das armaduras, e por sua vez sua segurança. Um dos ensaios mais conhecidos e tradicionais de aderência é o de arrancamento direto denominado de *pull-out test*, normalizado pelo RILEM/CEB/FIP RC6 [3] e pela ASTM [4]. Trata-se de um ensaio sobre o material composto concreto armado, destinado a avaliar a resistência da ligação entre o concreto e a armadura.

Baseados em estudos realizados, Lorrain e Barbosa [1] e Lorrain et al. [5] apresentaram uma alternativa simplificada para o ensaio *pull-out-test*, denominada de ensaio APULOT a ser realizado em canteiro de obras. Os procedimentos deste novo ensaio estão sendo estudados, aprimorados e discutidos por alguns grupos de pesquisa localizados no Brasil, França, Espanha, Tunísia e Paraguai. Acredita-se que a validação deste novo ensaio, poderá proporcionar uma alternativa para a avaliação do controle de qualidade do concreto armado nas construções civis.

Vale Silva [2] investigou a proposta feita por Lorrain e Barbosa [1] comparando os dois tipos de ensaios de aderência aço-concreto: o ensaio *pull-out* e o ensaio APULOT. Os resultados mostraram que nos ensaios *pull-out*, o tipo de ruptura observada foi sistematicamente o deslizamento, para todos os diâmetros. Já os resultados obtidos para o ensaio APULOT apresentaram comportamento diferenciado para barras de diâmetro de 8,0mm, 10,0mm e 12,5mm. O autor acredita que a variação deste comportamento ora deslizamento da barra, ora fendilhamento do concreto está relacionado

com o diâmetro dos corpos de prova elaborados, usando garrafas PET como moldes, os quais não apresentavam dimensões adequadas para suportar as tensões provocadas com o aumento do diâmetro das barras das armaduras de aço, ou ao fato, do comprimento de ancoragem usado nos ensaios estar inadequado. Em função destes resultados, este trabalho procura, através de uma análise numérica detalhada, avaliar e melhor compreender a distribuição de tensões que ocorre nestes dois casos.

A simulação numérica dos ensaios de aderência *pull-out* e APULOT é uma ferramenta de apoio ao projeto experimental que visa a validação total, validação parcial, ou não recomendação do ensaio de aderência APULOT, como opção de ensaio de controle de qualidade do concreto armado. Essas simulações, comparadas com os resultados experimentais, auxiliam na escolha de alguns parâmetros que influenciam no comportamento da aderência aço-concreto tais como: a resistência do concreto, o diâmetro das armaduras, a variação do comprimento de ancoragem, entre outros.

2. Aderência aço-concreto

A aderência entre a armadura de aço e o concreto é um dos mecanismos mais importantes para a existência das estruturas de concreto armado, uma vez que para absorver os esforços solicitantes, os dois materiais devem atuar conjuntamente. Esta aderência é responsável pela ancoragem da armadura no concreto e, ainda, serve para impedir o escorregamento dessa armadura nos segmentos entre fissuras, limitando a abertura destas.

Segundo Tassios[6] e Ducatti[7] o comportamento entre a barra e o concreto a ela circunvizinho, tem importância decisiva com relação à capacidade de carga e de serviço das peças de concreto armado. Este conhecimento é indispensável para chegar-se às regras de cálculo de ancoragens e emendas por transpasse das barras da armadura, para o cálculo das deflexões considerando o efeito de enrijecimento por tração, para o controle da fissuração e, portanto da quantidade mínima de armadura. O que pode, conseqüentemente, ser estendido à durabilidade das estruturas.

Segundo Tassios[6] a eficiência da ligação aço-concreto pode ser favoravelmente quantificada mediante a relação tensão de aderência

Figura 1 – Detalhes do ensaio de arrancamento direto P. (Leonhardt e Mönnig(11))

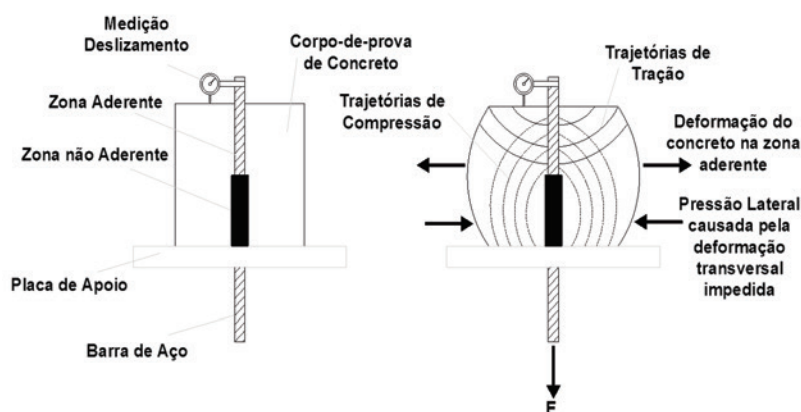
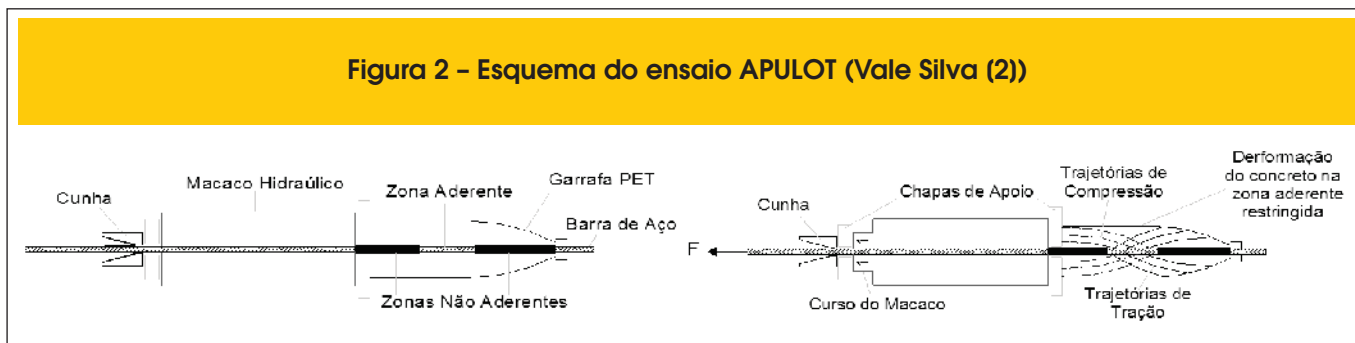


Figura 2 – Esquema do ensaio APULOT (Vale Silva (2))



versus deslizamento, expressando a variação da tensão que surge na interface do aço com o concreto, relacionada ao deslocamento relativo entre a barra de aço e o concreto que a envolve. Deslizamentos pequenos sugerem danos locais ou acomodações da interface. Quando se incrementam, ou seja, quando o deslizamento atinge valor máximo, indica a destruição da aderência, o que pode ser associado a certo estado de deformação e fissuração. Alguns valores limites de deslizamento são apresentados nas normas e procedimentos de projeto estrutural, sendo estes geralmente associados a um estado de deformação e fissuração inaceitável (Caetano [8]).

O deslizamento no início do carregamento é causado em parte pela deformação elástica do concreto; entretanto, para cargas mais altas, ele é causado pelo esmagamento do concreto frente às nervuras da barra. Nas barras sem nervuras a aderência ocorre, a priori, em razão da adesão química entre a pasta de cimento e a barra. Quando a adesão química se rompe, surge uma resistência aos deslizamentos devido ao atrito. Quando esta resistência se esgota, o fendilhamento não é total, mas a barra é arrancada, deixando

atrás de si um orifício quase intacto dentro do concreto (Goto[9]). Nas barras nervuradas, desenvolvidas para produzir maior aderência do que as barras lisas, o fenômeno da aderência acontece de modo fundamentalmente diferente. Ainda que nessas barras se desenvolvam a adesão e o atrito, a resistência aos deslizamentos nas barras nervuradas depende, sobretudo, da ação mecânica entre o concreto e as nervuras. A consequência da adesão química é pequena e o atrito não ocorre até que haja escorregamento entre a barra e o concreto (Vale Silva [2]).

2.1 Ensaios de aderência

Entre os diversos tipos de ensaios propostos [ensaio de arrancamento excêntrico; Ensaio de flexão (beam test); ensaio de arrancamento com anel circunferencial –ring test- out test; entre outros, que determinam os valores da tensão de aderência entre a armadura de aço e o concreto, pode-se destacar o ensaio de arrancamento direto denominado de ensaio *pull-out-test*. Este ensaio consiste em arrancar uma barra de aço posicionada no centro de um prisma de concreto. As duas extremidades da barra de aço ficam para fora do prisma de concreto onde é aplicada a carga a um extremo e lido o deslizamento no outro extremo. Neste ensaio de arrancamento, surge uma componente de compressão longitudinal e para minimizar este efeito, considera-se uma zona não aderente logo após a placa de apoio. Em zonas de ancoragem da armadura de tração de vigas submetidas à flexão essa componente não existe (Fusco[10]).

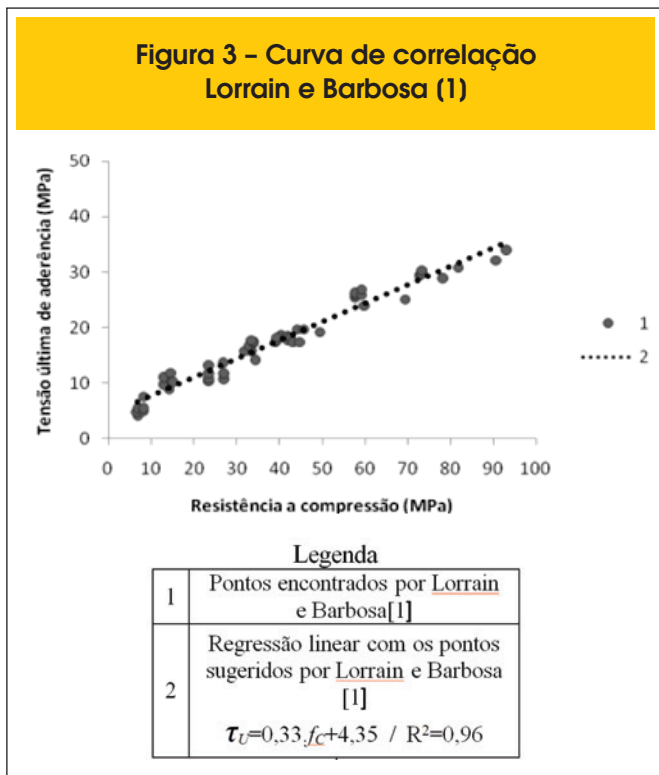
A Figura 1 ilustra o ensaio de arrancamento direto, com as trajetórias de tensões de tração e compressão.

Uma vez rompida a ligação aço-concreto, a barra se desloca com mais ou menos facilidade dentro do bloco de concreto dependendo da rugosidade da sua superfície envolvida (armadura lisa ou armadura nervurada). O valor do pico de resistência permite calcular convencionalmente a tensão última (máxima) da ligação (τ_t), obtida pela divisão da força máxima aplicada pela superfície nominal de ancoragem.

2.2 Ensaio APULOT (Pull-out test modificado)

Lorrain e Barbosa [1] e Lorrain et al. [5] propuseram uma modificação do ensaio *pull-out*, o qual foi denominado de ensaio APULOT. Este ensaio usa como molde, garrafas de plástico PET cilíndricas descartadas na natureza, com diâmetro mínimo de 8 cm e se possível com um formato mais homogêneo na zona aderente. A Figura 2 ilustra o ensaio “APULOT”, com a localização da zona aderente e as trajetórias de tensões de tração e compressão. Uma alteração introduzida nesse ensaio é o fato do corpo de prova se manter dentro do invólucro de plástico da garrafa PET, o que leva a uma diminuição

Figura 3 – Curva de correlação Lorrain e Barbosa (1)



da deformação lateral do mesmo. No ensaio APULOT o comprimento de ancoragem (zona aderente), vai depender da resistência a compressão do concreto (f_{cm}) e do diâmetro da barra de aço (ϕ), baseando-se no conceito de equilíbrio das tensões necessárias para ancorar uma barra de aço no concreto, conforme Equação 1.

$$L = \frac{f_y \cdot \phi}{4 \cdot \tau_u} \quad (1)$$

onde: L = Comprimento de ancoragem (mm); f_y = Tensão de escoamento do aço (MPa); ϕ = diâmetro da barra (mm); τ_u = Tensão última de aderência (MPa);

Para a determinação de L , o valor da tensão última de aderência é obtido pela curva de correlação adotada por Lorrain e Barbosa [1] (Figura 3).

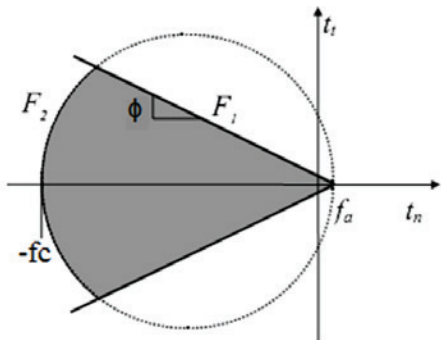
Na determinação do comprimento de ancoragem utilizando a Equação 1, adota-se os valores de resistências dos materiais utilizados conforme idade prevista do ensaio. Vale Silva [2] utilizou em seus ensaios experimentais o valor de $L = 10\phi$ para o concreto de resistência a compressão média (f_{cm}) de 27,8 MPa aos 28 dias e 6ϕ para o concreto com resistência a compressão média (f_{cm}) de 49,3 MPa aos 28 dias. Estes dados são utilizados para a análise numérica deste ensaio.

3. Análise numérica

3.1 Código de cálculo: ATENA

O código de cálculo ATENA (Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis) vem sendo utilizado na engenharia estrutural para simulação do comportamento do concreto e de estruturas de concreto armado incluindo a fissuração do concreto. Utiliza o Método dos Elementos Finitos na análise não-linear de estruturas, simulando o comportamento real das estruturas quer seja através de análises lineares e não-lineares. A ação total atuante é definida pela integral no tempo de incrementos de forças, com aplicação dos Métodos Newton-Rhaphson ou Arc-Length.

Figura 4 – Superfícies de escoamento (baseado em Lundgren (14))



Os materiais são definidos por meio de propriedades e parâmetros físicos, divididos em grupos de acordo com suas características constitutivas.

Dentre as propriedades do aço estão a relação tensão-deformação no regime elástico-linear ou multilinear, com ou sem patamar de escoamento definido, o modelo não-linear de ciclos de carregamento e descarregamento, e o critério de escoamento de von Mises.

Para o concreto, dentre suas propriedades estão: a lei de tensão-deformação e o plano de ruína da estrutura, determinados pelos critérios de plasticidade (compressão) de Drucker-Prager e de falha (tração) de Rankine. O programa permite a combinação dos dois modelos descritos acima de modo a simular a ruptura e a fissuração do concreto. Os modelos constitutivos de cada material estão descritos em Cervenka [12].

Para esta pesquisa, foi adotado o critério de análise de Newton-Rhaphson com incrementos de deslocamentos de 0,06 mm a cada passo. O método Newton-Rhaphson adota o conceito de incrementos de força em que são realizados, a cada etapa de carregamento, cálculos iterativos até que haja uma convergência entre as variáveis da função diferencial. A cada nova iteração de um passo de carga, a força é mantida constante e o deslocamento é redefinido até que a reta tangente do incremento de força encontre a curva força versus deformação.

3.2 Modelo constitutivo da interface

O modelo do material de interface presente no ATENA pode ser usado para simular o contato entre dois materiais. O material de interface é baseado no critério de Mohr-Coulomb com a tensão cisalhante. A relação constitutiva para um caso geral tridimensional é dada em termos de forças de tração em planos da interface e deslocamentos relativos de correr e abrir (Equação 2).

$$\begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta u \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Onde τ é a tensão cisalhante e σ é a tensão normal. O K_{nn} , K_{tt} denotam a rigidez elástica inicial normal e de cisalhamento, respectivamente, e os deslocamentos relativos cisalhante é representado por Δv e o deslocamento normal é representado por Δu .

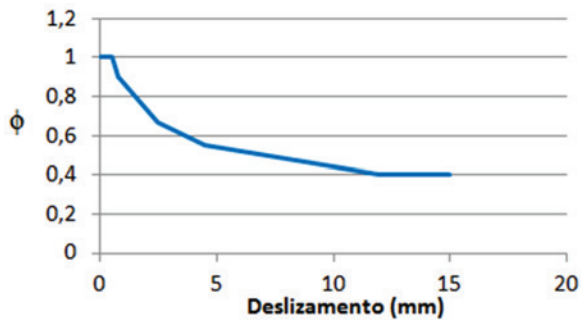
A superfície de ruptura inicial corresponde a condição de Mohr-Coulomb (Equação 3), com elipsóide em regime de tensão. Depois da tensão violar esta condição, esta superfície colapsa em uma superfície residual que corresponde a seco atrito.

$$\begin{aligned} |\tau| &\leq c - \sigma \cdot \phi, \text{ if } \sigma \leq 0 \\ \tau &= \tau_0 \sqrt{1 - \frac{(\sigma - \sigma_c)^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}, \tau_0 = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\sigma_c^2}{(f_t - \sigma_c)^2}}}, \sigma_c = -\frac{f_t^2 \phi}{c - 2f_t \phi}, \text{ if } 0 < \sigma < f_t \\ \tau &= 0, \text{ if } \sigma > f_t \end{aligned} \quad (3)$$

O critério de falha é substituído por um elipsóide, que cruza o eixo da tensão normal no valor de f_t com a tangente vertical e o eixo de cisalhamento é interceptado no valor de c (coesão) com o equivalente a tangente.

Os limites das tensões são definidos por "superfícies de ruptura"

Figura 5 - Variação do coeficiente de atrito em função do escorregamento (baseado em Lundgren (14))

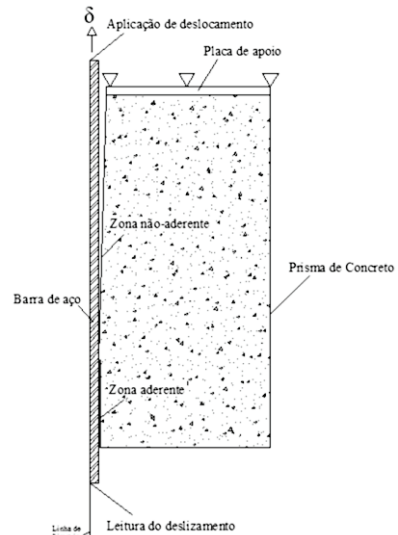


no espaço de Mohr. Cox [13] define tais superfícies através de uma única função enquanto Lundgren[14] emprega duas funções F_1 e F_2 . Segundo Lundgren[14], embora o processo de aderência em barras nervuradas seja por engrenamento mecânico, pode-se considerar o problema de forma aproximada como sendo controlado por atrito. A função F_1 descreve as combinações de tensões que definem o início de escorregamento por atrito, incluindo a adesão f_a . Esta função (Equação 4) é definida por:

$$F_1 = |t_t| + \phi \cdot (t_n - f_a) = 0 \quad (4)$$

Onde: ϕ é um coeficiente de atrito aparente, t_n é a tensão normal, t_t é a tensão de aderência e f_a a adesão. Esta superfície está, geralmente, associada à falha por fendilhamento.

Figura 6 - Demonstração da parte analisada para a barra de 8 mm de diâmetro



A outra função, F_2 , descreve o limite da falha por arrancamento. Esta função é determinada a partir do equilíbrio das forças resultantes da interação mecânica entre a barra de aço e o concreto, resultando a Equação 5:

$$F_2 = t_t^2 + (t_n + f_c) \cdot (t_n - f_a) = 0 \quad (5)$$

Figura 7 - Comparação dos resultados numéricos com a faixa de resultados experimentais de Vale Silva (2) - Concreto de 27,8 MPa e barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio pull-out

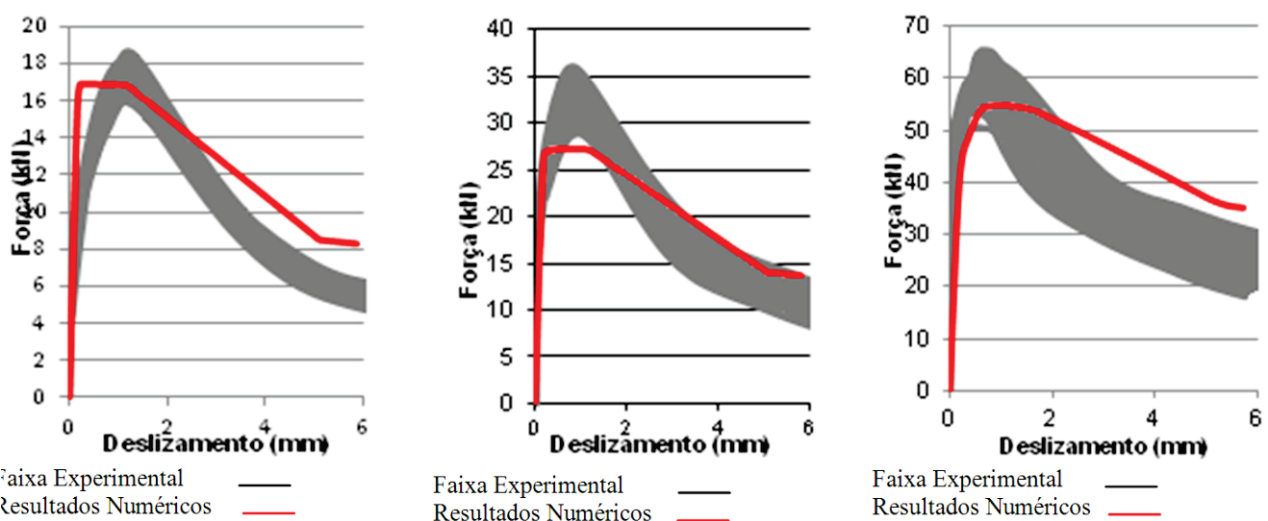
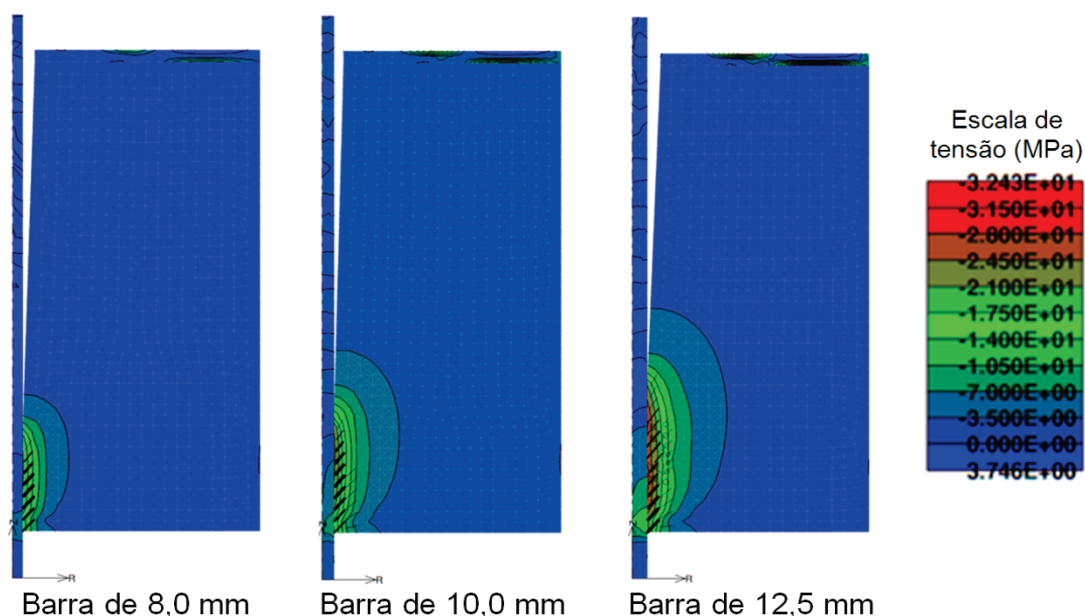


Figura 8 - Distribuição de tensões e fissuração. Concreto de 27,8 MPa - barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio pull-out



Onde f_c é a resistência à compressão do concreto
 A Figura 4 mostra as superfícies de ruptura, definida pelas funções F_1 e F_2 .
 O coeficiente de atrito (ϕ) é definido por Lundgren [14] conforme Figura 5.
 Como este parâmetro é decrescente, a superfície de ruptura vai diminuindo com o processo de deformação. Isto corresponde a

um “amolecimento” da relação constitutiva com os processos dissipativos.

4. Simulação numérica

Realizou-se um estudo numérico do comportamento dos ensaios de arrancamento *pull-out* e APULOT comparando com

Figura 9 - Comparação dos resultados numéricos com a faixa de resultados experimentais de Vale Silva (2) - Concreto de 49,3 MPa e barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio pull-out

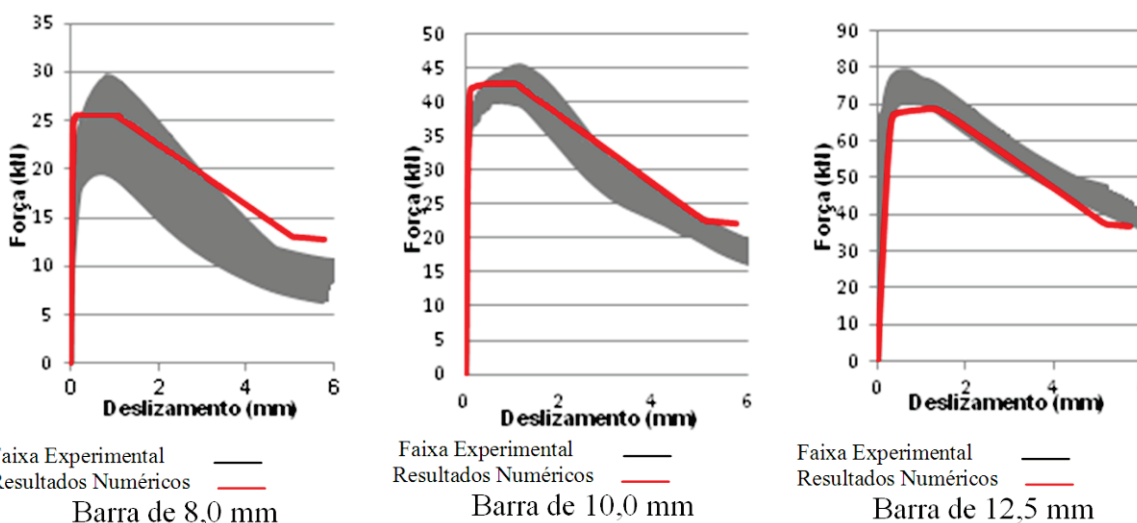
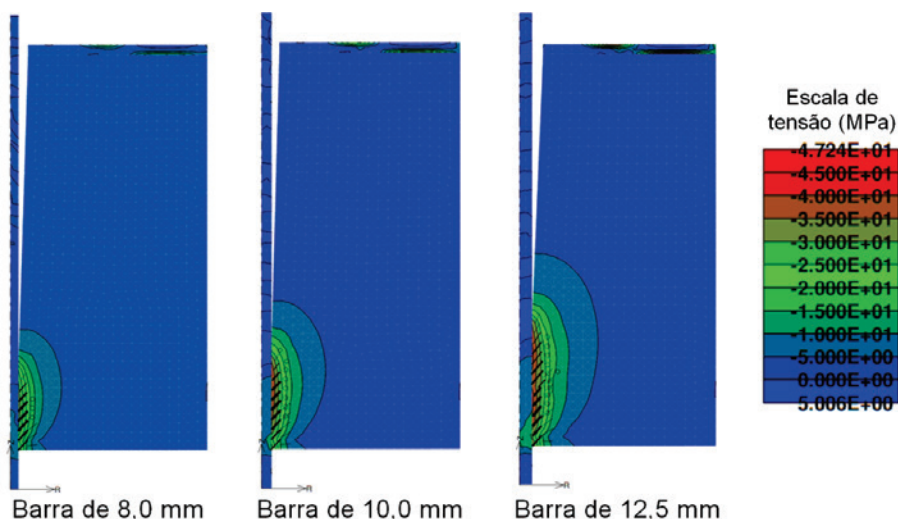


Figura 10 - Distribuição de tensões e fissuração. Concreto de 49,3 MPa - barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio pull-out



resultados obtidos experimentalmente por Vale Silva [2].

4.1 Ensaio pull-out

Realizou-se uma análise com os dados obtidos experimentalmente de Vale Silva [2] para os concretos de resistência à compressão de 27,8 MPa (Concreto T1) e de 49,3 MPa (Concreto T2) aos 28 dias com as barras de aço de diâmetros iguais a 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm e tensão de escoamento (f_y) igual a 625,0 MPa.

Com o objetivo de reduzir o número de elementos, e consequentemente,

o tempo de processamento, optou-se por utilizar o tipo de análise “axial symmetry” do programa ATENA considerando o modelo axissimétrico, com o eixo de simetria axial no centro do corpo de prova. A Figura 6 representa em detalhes o esquema numérico utilizado neste caso.

Analizando as possíveis malhas de elementos finitos a serem utilizadas, optou-se por utilizar uma malha com 943 elementos e 1097 nós. A análise de malhas assim como a análise dos parâmetros dos materiais estão apresentados em Tavares [15].

A Figura 7 apresenta o diagrama força x deslocamento comparando a faixa de resultados experimentais com os numéricos para as

Figura 11 - Comparação dos resultados numéricos com a faixa de resultados experimentais de Vale Silva (2) - Concreto de 27,8 MPa e barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio APULOT

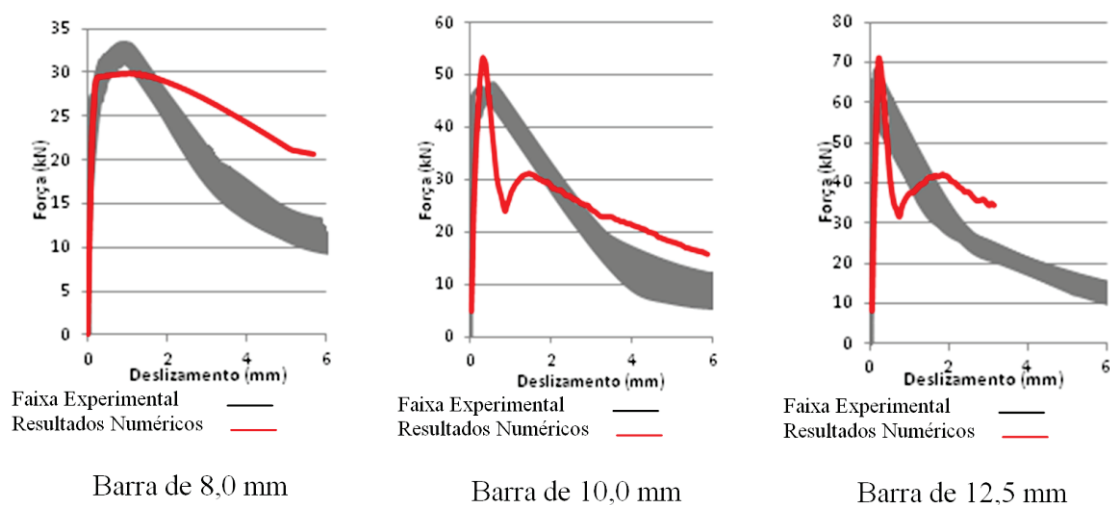
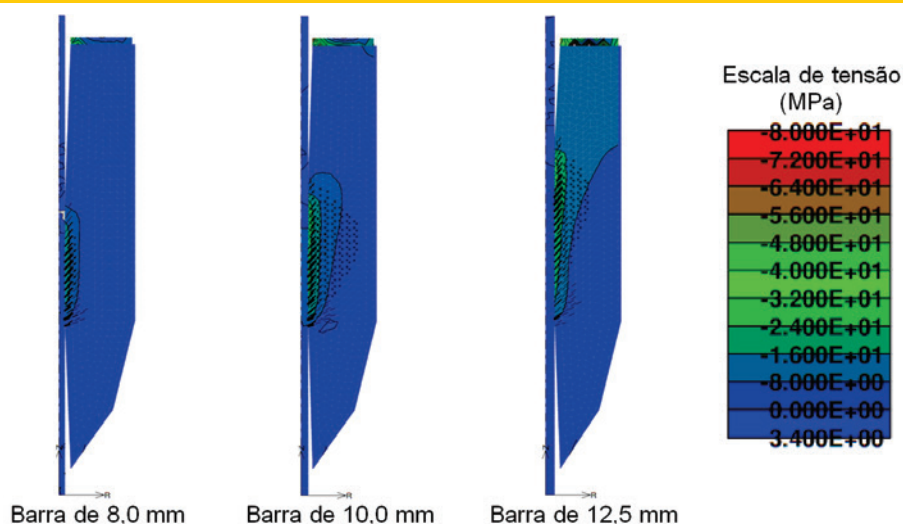


Figura 12 – Distribuição de tensões e fissuração. Concreto de 27,8 MPa – barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio APULOT



barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm e com o concreto de resistência à compressão no valor de 27,8 MPa.

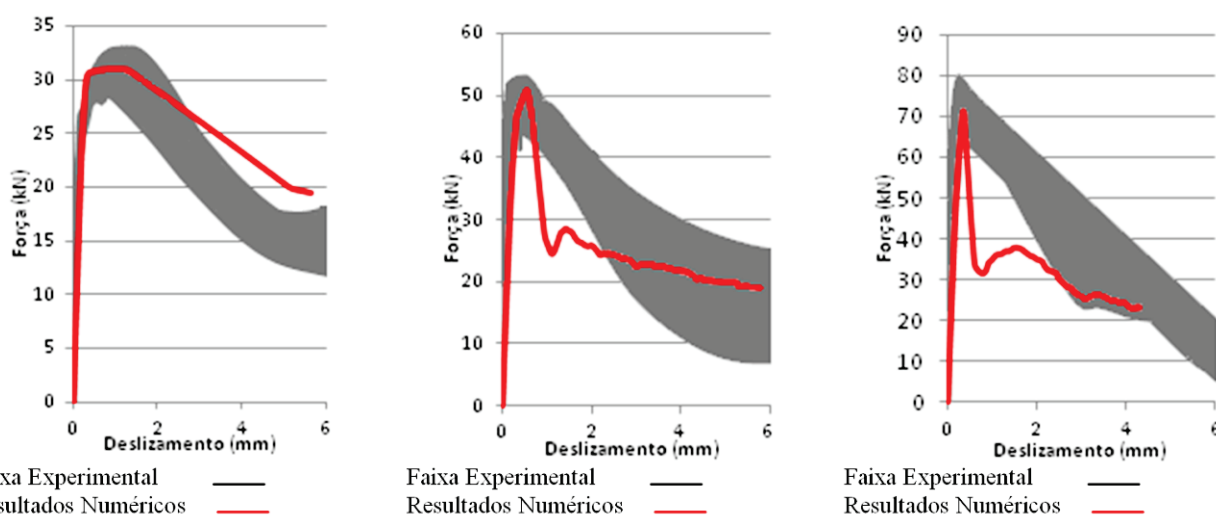
Observa-se na Figura 7 que as curvas dos resultados numéricos aproximam da faixa de resultados experimentais. A Figura 8 apresenta a distribuição de tensões, a fissuração e a deformada da estrutura para as barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm.

Nota-se que houve um aumento no valor da tensão e também na quantidade de fissuras conforme o diâmetro da barra aumenta de 8,0 mm até 12,5 mm, assim como o aumento do comprimento de ancoragem. Este fato pode ser justificado pelo fato de, como as

tensões geradas foram suportadas pelo bloco de concreto, com a maior superfície de contato, há uma maior resistência ao deslizamento aumentando a tensão e a fissuração na carga de pico. Os resultados referentes aos ensaios *pull-out* com o concreto de resistência à compressão aos 28 dias de 49,3 MPa (Figura 9) apresentados nos diagramas força x deslizamento compara a faixa de resultados experimentais com os resultados numéricos, para as barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm.

Nota-se que as curvas dos resultados numéricos estão dentro da faixa dos resultados experimentais até ser atingido o valor máximo

Figura 13 – Comparação dos resultados numéricos com a faixa de resultados experimentais de Vale Silva (2010) – Concreto de 49,3 MPa e barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio APULOT



da tensão de aderência, em que há o deslizamento da barra, porém o pico da curva referente à barra de 12,5 mm ficou ligeiramente abaixo da faixa experimental, o que reduz o valor da tensão última de aderência do resultado numérico em relação ao experimental.

A Figura 10 apresenta a distribuição de tensões no modelo com valores apresentados na legenda em MPa, juntamente com a fissuração e a deformada da estrutura no passo de carga em que é atingido o valor de tensão última de aderência, para os ensaios *pull-out* com o concreto de resistência à compressão igual a 49,3 MPa e com as barras de 8,0, 10,0 e 12,5 mm de diâmetro.

Na Figura 10, verifica-se o mesmo efeito observado para o concreto denominado de T1 ($f_{c28} = 27,8$ MPa) ocorrendo um aumento no valor da tensão e na quantidade de fissuras com o aumento do diâmetro da barra e o, conseqüente, aumento do comprimento de ancoragem. Comparando as Figuras 8 e 10, nota-se que com o aumento da resistência à compressão do concreto houve um aumento da fissuração e um maior valor da tensão no concreto.

4.2 Ensaio APULOT

Nas simulações do ensaio APULOT utilizou-se também a análise axissimétrica com o mesmo tipo de elementos finitos e os mesmos modelos constitutivos para os materiais do ensaio *pull-out*. Os diagramas de força x deslizamento do ensaio APULOT para as barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm e com o concreto de 27,8 MPa de resistência à compressão estão apresentados na Figura 11.

Na simulação com a barra de aço de 8,0 mm, observa-se que a curva do resultado numérico se calibrou com a faixa de resultados experimentais, inclusive na representação pós-pico, mostrando o deslizamento da barra em relação ao concreto. No entanto, os resultados numéricos com as barras de 10,0 mm e de 12,5 mm, embora tenham atingido valores até superiores aos

resultados experimentais para a tensão máxima, na região pós-pico, representam o comportamento típico de uma ruptura por fendilhamento, sendo também este o comportamento obtido na maioria dos resultados experimentais, por Vale Silva [2], nesse caso. Com isso, verifica-se que o modelo constitutivo utilizado para representar o concreto e a interface é capaz de simular diferentes modos de falha da aderência, ou seja, consegue capturar os mecanismos de arrancamento e fendilhamento. A distribuição de tensão e fissuração no concreto no passo de carga que é atingido a tensão de aderência é dada na Figura 12.

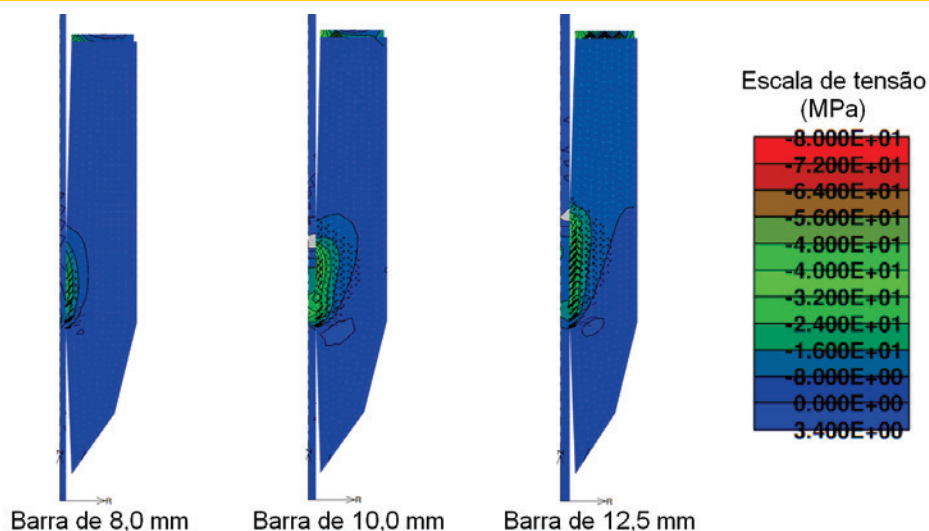
Analisando a Figura 12, nota-se que, houve um aumento no valor da tensão e também na quantidade de fissuras conforme o diâmetro da barra aumenta de 8,0 mm até 12,5 mm, efeito também notado para o ensaio *pull-out*.

A Figura 13 apresenta os diagramas força x deslizamento comparando o resultado numérico com a faixa de resultados experimentais referente às barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm com o concreto de resistência à compressão de 49,3 MPa.

Para estes exemplos referentes ao concreto de 49,3 MPa, o modo de ruptura da aderência foi semelhante aos resultados obtidos para o concreto de 27,8 MPa, ou seja, houve ruptura por deslizamento para a barra de 8,0 mm e ruptura por fendilhamento nas barras de 10,0 mm e de 12,5 mm, o que também ocorreu nos resultados experimentais de Vale Silva [2] para o ensaio APULOT com estas barras. O valor da tensão última de aderência do resultado numérico atingiu o patamar máximo dentro da faixa de resultados experimentais para os três diferentes diâmetros das barras.

A Figura 14 apresenta a distribuição de tensões e a fissuração no passo de carga que é atingido a tensão última de aderência. De acordo com a Figura 14, observa-se que ocorreu o mesmo efeito para o concreto de 27,8 MPa (Figura 12) em que houve o deslizamento para a barra de 8,0 mm e o fendilhamento para as barras de 10,0 mm e 12,5 mm.

Figura 14 - Distribuição de tensões e fissuração. Concreto de 49,3 MPa - barras de 8,0 mm, 10,0 mm e 12,5 mm. Ensaio APULOT



5. Conclusões

Analisando os diagramas força x deslizamento, conclui-se que os resultados numéricos apresentam comportamento equivalente aos resultados dos ensaios experimentais, validando a utilização do modelo. Nos ensaios *pull-out* e nos ensaios APULOT observou-se que o aumento do diâmetro da barra para o concreto de mesma resistência mecânica resultou em um aumento das tensões no concreto na região da zona aderente. Já comparando exemplos com barra de mesmo diâmetro e com a resistência do concreto distinta, nota-se que há um aumento na tensão do concreto com o aumento da resistência à compressão deste. Em todos os ensaios *pull-out* a ruptura da aderência foi dada por deslizamento, entretanto, nos ensaios APULOT, a ruptura da aderência para o ensaio com a barra de 8,0 mm foi por deslizamento, enquanto que, nos ensaios referentes às barras de 10,0 mm e 12,5 mm, o modo de ruptura da aderência aconteceu por fendilhamento, para as resistências mecânicas dos concretos utilizados. Isto pode estar ocorrendo devido ao fato do cobrimento de concreto em torno da barra ser maior no ensaio *pull-out* que no ensaio APULOT contribuindo para distribuir melhor as tensões geradas durante o ensaio.

6. Referências bibliográficas

- [01] LORRAIN, M; BARBOSA P. M. Controle de qualidade dos concretos estruturais: ensaio de aderência aço-concreto. *Revista Concreto & Construções*, São Paulo, v.36, n.51, 2008, p.52-57.
- [02] VALE SILVA, B. *Investigação do potencial dos ensaios APULOT e pull-out para estimativa da resistência a compressão do concreto*. 178f. 2010. Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira. 2010.
- [03] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB. *RILEM/CEB/FIP RC6: bond test for reinforcing steel - 1 - pull-out test*. Paris, 1983, 3p.
- [04] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM. *ASTM C234: standard test method for comparing concretes on the basis of the bond developed with reinforced steel*. Philadelphia. 1991, 5p.
- [05] LORRAIN, M; BARBOSA P. M. SILVA FILHO, L.C.P. Estimation of compressive strength based on Pull-Out bond test results for on-site concrete quality control. *REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS - RIEM*, v. 4, p. 582-591. 2011.
- [06] TASSIOS, T. Properties of Bond Between Concrete and Steel under Load Cycles Idealizing Seismic Actions. *CEB, Bulletin d'Information*, Roma, v.1, n. 131, 1979,p. 67-122.
- [07] DUCATTI, V. A. *Concreto de elevado desempenho: estudo da aderência com a armadura*. 1993. 259f. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.1993.
- [08] CAETANO, L. F. *Estudo do comportamento da aderência de elementos de concreto armado em condições extremas*. 2008. 178f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2008.
- [09] GOTO, Y. Cracks formed in concrete around deformed tension bars. *ACI Journal Proceedings*, Michigan, v. 68, n.4, 1971, p. 244-251.
- [10] FUSCO, P. B. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo: PINI, 1995, 265p.
- [11] LEONHARDT, F; MOMMIG, E. *Construções de concreto*. Rio de Janeiro: Interciência.1979.
- [12] CERVENKA, V.; JENDELE, L.; CERVENKA, J. ATENA Program Documentation. Prague: Cervenka Consulting. Part 1. 2011.
- [13] COX, J. V. Development of a Plasticity Bond Model for Reinforced Concrete –Theory and Validation for Monotonic Applications. *Technical Report TR-2036-SHR*. Naval Facilities Engineering Service Centre, Port Hueneme, USA. 1994.
- [14] LUNDGREN, K.; GUSTAVSON, R.; MAGNUSSON, J. Finite element modelling as a tool to understand the bond mechanisms. In: BOND IN CONCRETE – FROM RESEARCH TO STANDARDS, *Proceedings...* Budapest. 2002.
- [15] TAVARES, A. J. *Aderência aço-concreto: análise numérica dos ensaios pull-out e APULOT*.Dissertação (mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira. 2012.

Analysis of slim floor beams in fire: emphasis on the concrete constitutive models

Análise de vigas mistas de aço e concreto pertencentes a pisos de baixa altura em situação de incêndio: ênfase à influência dos modelos constitutivos do concreto

F. M. ROCHA^a
fabio.rocha@usp.br

J. MUNAIAR NETO^a
jmunai ar@sc.usp.br

Abstract

The partial encasement of the steel beam in the concrete slab, as occurs on the slim floor constructional system, provides thermal protection which improves the behavior of the beam when exposed to fire. In order to evaluate the thermal and structural performance of the slim floor system, numerical models considering partially encased beams were developed using the FEM-based computational code DIANA. With respect to the constitutive models of the materials, it wasn't possible to represent the formulation presented in EUROCODE 4 or ABNT NBR 14323:2013, being replaced by alternative models. Numeric models were created at room and elevated temperature, which used some of the available options for the constitutive models of concrete and steel. Also, some parameters were analyzed such as: (a) the interaction rate between the steel and concrete and (b) the optimal combination of the thermal parameters, in order to obtain a more realistic response of the slim floor beams in fire.

Keywords: termostructural analysis, slim floor, partially encased beams, fire.

Resumo

A incorporação do perfil de aço na laje de concreto, como ocorre nos pisos mistos de baixa altura (slim floor), garante revestimento contra fogo ao aço, melhorando o desempenho da viga de aço frente às ações da corrosão e do incêndio. Com a finalidade de avaliar o desempenho térmico e estrutural desse sistema construtivo foram desenvolvidos modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto parcialmente revestidas com o uso do pacote computacional DIANA. No que diz respeito aos modelos constitutivos dos materiais, não foi possível representar as relações apresentadas no EUROCODE 4 e na ABNT NBR 14323:2013, por incompatibilidade dessas com o DIANA, sendo então adotados modelos alternativos. Em seguida, foram construídos modelos numéricos à temperatura ambiente e em temperatura elevada, contemplando as opções disponíveis e convenientes para as relações constitutivas do aço e do concreto. Também foram avaliados parâmetros como: (a) o nível de interação entre o aço e concreto, bem como (b) a melhor configuração para os parâmetros térmicos do concreto a fim de se obter uma resposta mais realista do comportamento das vigas pertencentes ao sistema slim floor em situação de incêndio.

Palavras-chave: análise termoestrutural, slim floor, vigas parcialmente revestidas, incêndio.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introduction

It is well known that a steel cross-section with no fire protection subjected to high temperatures suffers a quick loss in its mechanical properties, mainly due to its high thermal conductivity. This imposes difficulties for an unprotected steel structure to achieve good fire resistance when exposed to high temperatures.

In the middle of the 19th century, structural elements made from the association of steel and concrete started to be used due to the protection against fire and corrosion the concrete provided to the structure (Ramos [1]). Presently, the steel and concrete composite structures have a considerable importance and acknowledgment, mostly because they result in structural systems which uses the benefits of both materials in an efficient way. In this context, Slim Floor structures (Figure 1) can be highlighted. This type of composite structure consists in the partial or complete incorporation of the steel profile in the concrete slab, reducing the total height of the beam and increasing the working height of the floor.

The partial incorporation of the steel profile in the concrete slab provides a protective coating, making the slim floor constructional system a good solution for the design of structures in fire and eliminating the use of additional fire-protective coatings.

The study of these cases can be performed through tests in furnaces, which are usually expensive and require a well-trained group of researchers, or through numerical analysis that simulates the complete structural element and its relevant parameters. Furthermore, a numerical analysis can provide results like stresses, strains and temperatures at any point of the structure. The cross section of a slim floor beam is composed of a great amount of concrete. Therefore, the Finite-element analysis program DIANA was chosen, which has been widely used for modeling reinforced concrete structures, mainly due to the available concrete smeared-crack models.

2. Methodology

To better understand the slim floor beam's structural behavior in fire, this paper reports a numeric study on the subject. All numeri-

cal analyses were performed using the computational code DIANA. A thermal-stress model in DIANA should be formed basically by two different domains: one that considers the heat transfer analysis (known as potential flow analysis in the program) and another for the structural analysis (which will be nonlinear, accounting for the temperature change effects). These two domains are overlapped, converting the results of the heat transfer analysis (temperatures) into input data in the structural analysis.

Hereafter are shown some of the most important aspects of the numerical modeling strategy and all considerations done during the development of a complete 3D thermal-stress finite element model. More details can be found in Rocha [2].

2.1 Considerations on the finite elements

Starting with the numerical model for the structural analysis of slim floor beams at room temperature developed in Ramos [1], which also used the software DIANA, the necessary modifications were made so that the model could perform a sequentially coupled thermal-stress analysis. The initial model, in the stress and strain domain, used the three-dimensional solid element CHX60 with 20 nodes and quadratic interpolation for the displacement and three degrees of freedom per node. In the contact region between the steel profile and the concrete a 16-node quadratic interface element CQ48I of three degrees of freedom was used.

The thermal-stress analysis in DIANA overlaps the heat and stress domains, therefore the finite elements chosen for the heat transfer analysis should be compatible with the ones previously described. The heat transfer elements HX8HT and IQ8HT (Figure 2) were used to represent the steel, concrete and the interface between elements, respectively. Element BQ4HT was used to model the convective and radiative heat transfer in the exposed surfaces. The heat transfer elements are linearly interpolated and their nodes are in the same position as the extreme nodes of the stress domain elements. The temperature of the intermediate edge nodes of the stress element is obtained by a linear interpolation of the corner's temperature.

The finite element model was first verified considering the heat transfer analysis using two and three-dimensional models. The model presented by Ramos [1] was reproduced and upgraded,

Figure 1 - Slim Floor Elements, Ramos (1)

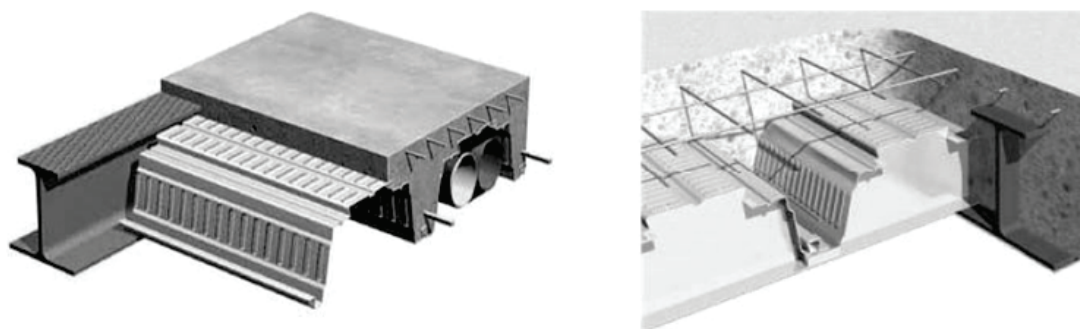
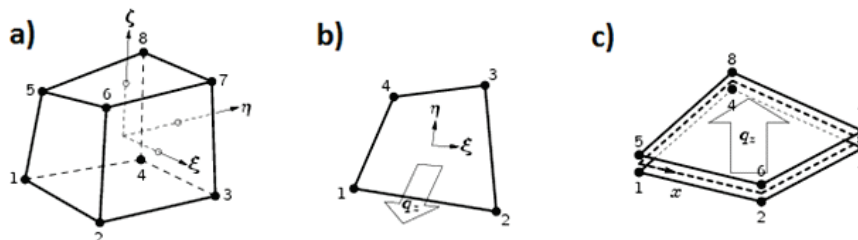


Figure 2 – Finite elements used during the thermal analysis:
(a) HX8HT, (b) BQ4HT and (c) IQ8HT, Rocha (2)



and, as a last step, the sequentially coupled thermal-stress analysis was conducted and have its results were compared with the test results available in the literature.

During the verification of the heat transfer model, the performance using quadratic and linear interpolated finite elements and different meshes were evaluated, just to make sure that the use of a linear interpolated heat transfer finite elements would not cause any loss in the accuracy of the calculated temperatures. The results were compared with those provided in Regobello [3], Dong & Prasad [4] and Lawson *et al.* [5].

The model used the two symmetry axes of the beam, which resulted in the geometry shown in Figure 3. The displacements in the normal direction of the symmetry planes were fixed.

2.2 Considerations on the material

Due to DIANA'S limitations concerning the sequentially coupled thermal-stress analysis and the temperature-dependent constitutive models, the finite element model was tested at room temperature using different concrete constitutive models available in DIANA library. The same models were tested at high temperatures and validated using the test results provided in Lawson *et al.* [5]. As previously stated, some difficulties were faced in the representation of the constitutive models used in Ramos [1] considering

high temperatures, mainly due to the unavailability of functions and specific parameters that needed to be temperature-dependent. In the following topics the considerations related to the temperature-dependent constitutive models of the steel and the concrete will be addressed.

2.2.1 Considerations on the steel

In the reference model at room temperature presented in Ramos [1], the steel elastic perfectly-plastic stress-strain relationship with the yield point at 410 MPa was chosen to represent the steel behavior, associated with the von Mises yield criterion. However, EUROCODE 4 Part 1.2 [6] shows a specific temperature-dependent stress-strain curve for the steel (Figure 4). The EUROCODE 4 Part 1.2 [6] model was chosen to represent the steel behavior under fire conditions during DIANA thermal-stress analysis.

One of the main limitations of DIANA data input is that it is impossible to create multilinear temperature-dependent constitutive models, therefore, the models showed in EC4 [6] cannot be represented. In other finite-element-based analysis programs such as ANSYS and ABAQUS this function is available. Therefore, the EC4 [6] stress-strain relationship was implemented by a strain hardening material model implemented in DIANA, specifying the stress of the material related to each plastic strain and temperature. The von Mises yield criterion was also considered.

Figure 3 – Numeric model analyzed using two symmetry axes

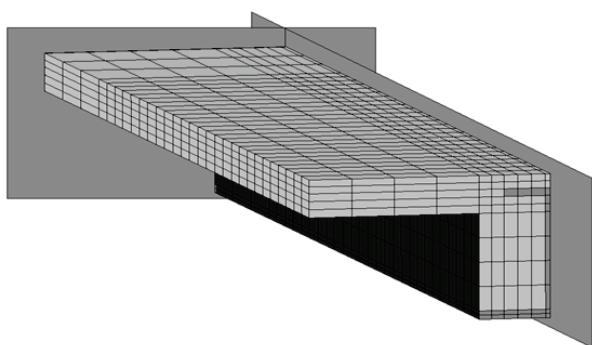


Figure 4 – Stress-strain relationship of the steel for elevated temperatures, EUROCODE 4 part 1.2 (6)

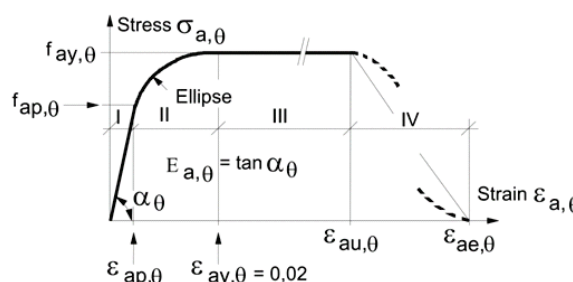
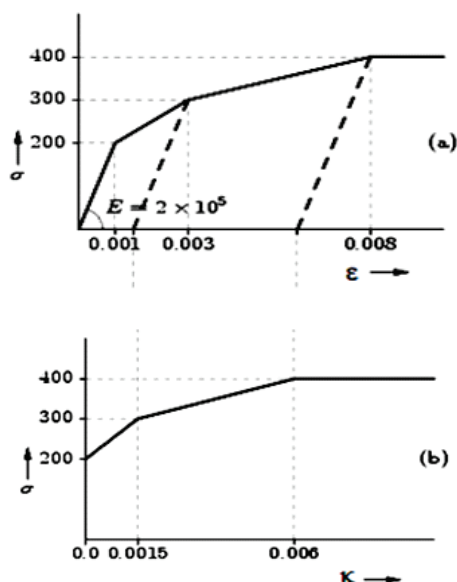


Figure 5 – Method for obtaining the equivalent plastic strains from a stress-strain relationship, Rocha (2)



The equivalent plastic deformation, represented by parameter κ_θ , is obtained as shown in Figure 5, and the equation 1.

$$\kappa_\theta = \varepsilon_\theta - \sigma_\theta / E_{a,\theta} \tag{1}$$

Where

- κ_θ is the plastic strain at temperature θ ;
- ε_θ is the total strain at temperature θ ;
- σ_θ is the stress of the material at θ ;
- $E_{a,\theta}$ is the Young's Modulus of the steel at temperature θ .

2.2.1 Considerations on the concrete

EC4 [6] provides some considerations regarding the constitutive models of the tensioned and compressed concrete. However, as previously mentioned, it is impossible to represent the stress-strain temperature-dependent curves as a multilinear model, especially using the Total Strain Fixed Crack model.

Under these circumstances, the same constitutive models used in the reference model at room temperature developed in Ramos [1] were chosen for use. The parameters were assumed to be temperature-dependent and used the resistance reduction factors provided in the EC 4 [6] and the Young's Modulus reduction factors of the ABNT NBR 14323:2013 [7]. The *tensioned concrete* was represented by an exponential stress-strain curve (Figure 6a) and the fracture energy in the traction could assume different values at different temperatures. The elastic perfectly-plastic (Figure 6b) model was also tested.

To represent the *compressed concrete*, considering the Total Strain Fixed Crack models, DIANA has several stress-strain relationships implemented into its code (Figure 7). As a first attempt, the parabolic model (Figure 7g), which is the same as the one used in Ramos [1], was chosen. However, the DIANA data input for this model does not allow parameter G_c (fracture energy in compression) to be temperature-dependent and the value used in cold condition was adopted to all temperatures. Since the fracture energy also varies with the temperature, this assumption could not represent correctly the real behavior of the compressed concrete in fire, especially in the descending phase of the stress-strain curve.

Besides the parabolic constitutive relation, using the fracture energy (G_c) constant, other two stress-strain relationships were tested: Thorenfeldt and the elastic perfectly-plastic models, shown in Figures 7c and 7b, respectively. The Thorenfeldt model was chosen mainly because its formulation does not depend on the fracture energy (G_c) and requires only the compressive strength and the Young's modulus, which can be temperature-dependent. The elastic perfectly-plastic model was chosen due to its simple formulation, which results in a lower computational cost. Although this simplification resulted in a significant loss in the results precision. Concerning the thermal properties of the concrete, such as thermal conductivity and specific heat, some values recommended by EC4 [6] may lead to a conservative fire resistance of the composite beams.

In the case of the thermal conductivity, EC4 [6] shows two different formulae (Figure 8a), representing the upper and lower limits of the parameter. The upper limit is recommended, because the values were obtained during the study of steel and concrete composite structures. Regarding the concrete specific heat, EC4 [6] shows a peak between 100 and 200°C due to the heat absorption by the concrete's incorporated water (Figure 8b). The amplitude of the peak is defined by the moisture content of the concrete, which can range from 4 to 10%, assuming values of 2200 and 5600 J/kg°C, respectively. If there is no information about the concrete moisture content, 4% should be adopted.

The normative suggestions related to thermal conductivity and specific heat (peak related to 4% of moisture content and upper limit for conductivity) result, in some cases, in concrete temperatures higher than the ones obtained in tests, leading to a conservative

Figure 6 – Constitutive models adopted for the tensioned concrete, Rocha (2)

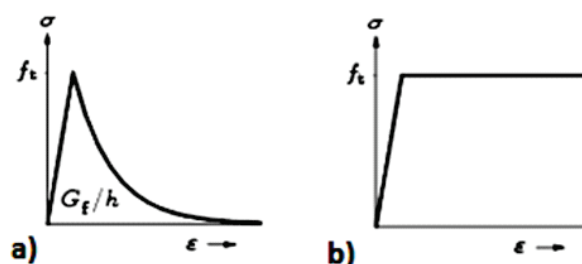
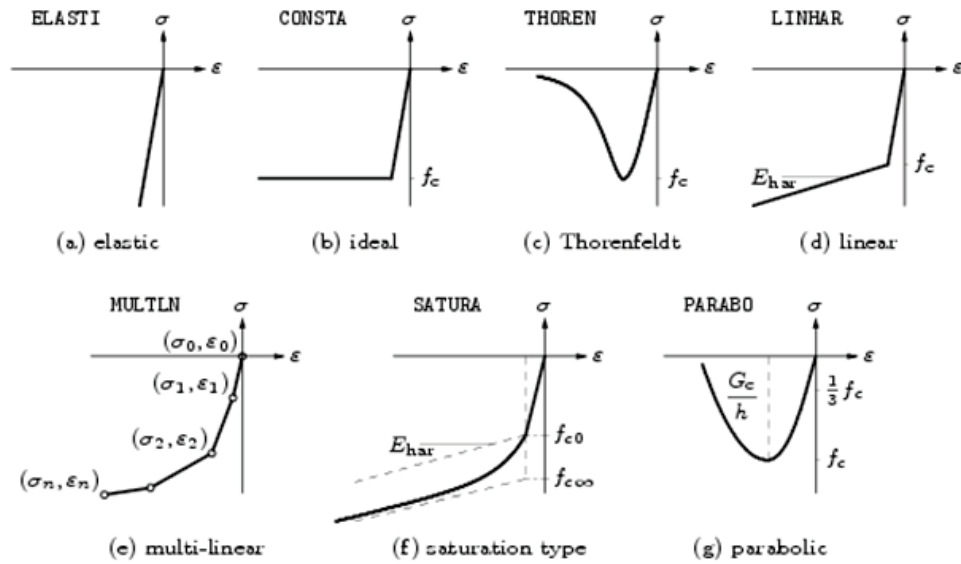


Figure 7 - Constitutive models available in DIANA to represent the compressed concrete, Rocha (2)



behavior, in which the structure fails before the real failure time. In the following analysis, the concrete thermal conductivity relationship was adopted as the average between the upper and lower limits of EC 4 [6], while the specific heat peak was adopted as 5600 J/kg°C, which corresponds to a 7% moisture content. The numerical results were compared with the ones from tests described in Lawson *et al.* [5]. The evaluation of the results is addressed in section 3.

2.2.3 Considerations on the steel/concrete interface

The contact region between the steel profile and the concrete en-

casement was modeled using interface elements, which has different purposes in the heat transfer and stress analysis. According to Makeläinen & Ma [8], in the heat transfer model a thermal conductance at the interface of 50 W/m²K is adopted. During the structural analysis, the interface was modeled by linear elastic parameters, which are the normal and shear stiffness moduli (D_{11} and D_{22}) and whose values are 0,1 and 0,01 N/mm³, respectively. The interface stiffness values were suggested by Ramos [1].

2.3 Boundary conditions and loadings

In the heat flow analysis the boundary conditions were defined

Figure 8 - Thermal properties of the concrete: a) thermal conductivity; b) specific heat for different moisture contents (u), NBR 14323:2013 (7)

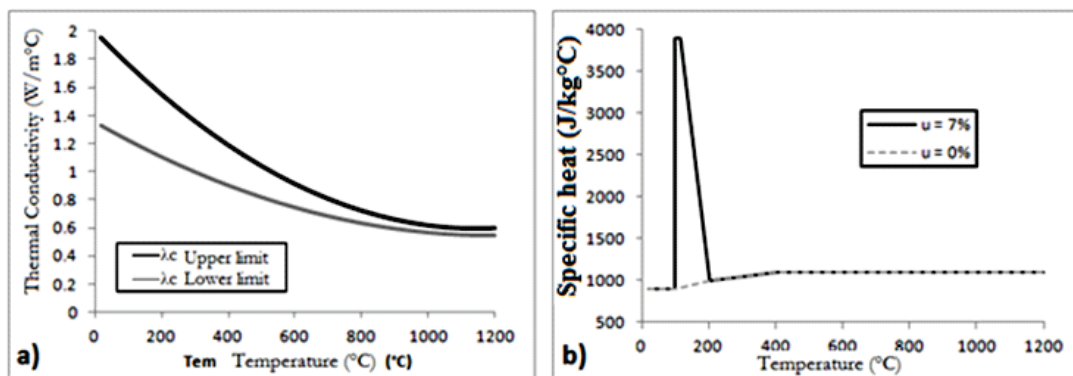


Table 1 - Combination of the concrete parameters used in the thermal analysis, only the E07 hypothesis refers to the EUROCODE 4 Part 1.2 (6) prescriptions

Hypothesis	Thermal conductivity	Specific heat peak	Emissivity	
			Concrete	Steel
E04	Average of upper and lower limits	3900 J/kg°C	0,4	0,6
E05	Average of upper and lower limits	5600 J/kg°C	0,5	0,5
E07	Lower limit	2200 J/kg°C	0,7	0,7

as regions in which the heat transfer may or may not occur. In all developed models, the upper surface of the cross-section is in contact with an environment without fire and modeled using only the convective heat transfer mechanism, using the convective coefficient (α_c) of 9 W/m²C (this value also accounts for the radiative heat transfer effect). The lower surfaces are exposed to the room in fire, and accounts for both convective and radiative heat transfer mechanisms. The convection is considered using α_c equals to 25 W/m²C. Regarding radiation, EC 4 [6] suggests the use of a 0,7 emissivity, independently of the material in contact with the room in fire. Section 3.1 shows that a 0,7 emissivity results in higher cross-section temperatures than expected, leading to a conservative behavior of the beam.

Alternatively to the EC 4 [6] prescriptions, Makeläinen & Ma [8] and Ellobdy [9] considered 0,6 and 0,4 emissivities, for the fire-exposed surfaces made of steel and concrete, respectively.

Lastly, another situation was proposed, using the emissivity equals to 0,5 for all exposed surfaces. This value was suggested by the old version of the Brazillian design code ABNT NBR 14323 [7]. The

three hypotheses were compared, as shown in Table 1, to evaluate the one that best fits the test results presented in Lawson *et al.* [5]. The ISO 834:1999 [10] standard fire temperature *versus* time curve was considered in all analyses presented in this paper. The environment without fire was adopted a constant temperature of 20°C. The hypotheses shown in table 1 are named according to the emissivity value chosen.

Regarding the structural model, the adopted boundary conditions accounted for a simply supported beam, where the displacements in X and Y directions (The direction Z contains the longitudinal axis of the beam) were fixed at one support. Moreover, the two symmetry planes were considered, as shown in Figure 3, and the displacements in the normal directions of the plane were fixed.

3. Results

The thermal model was verified using the numerical and test results presented in Regobello [3], Lawson *et al.* [5] and Dong & Prasad [4]. The structural model was already been verified in Ramos [1].

Figure 9 - Fire tests performed for the steel profiles: a) 280 ASB 100 and b) 300 ASB 153, Lawson *et al.* (5)

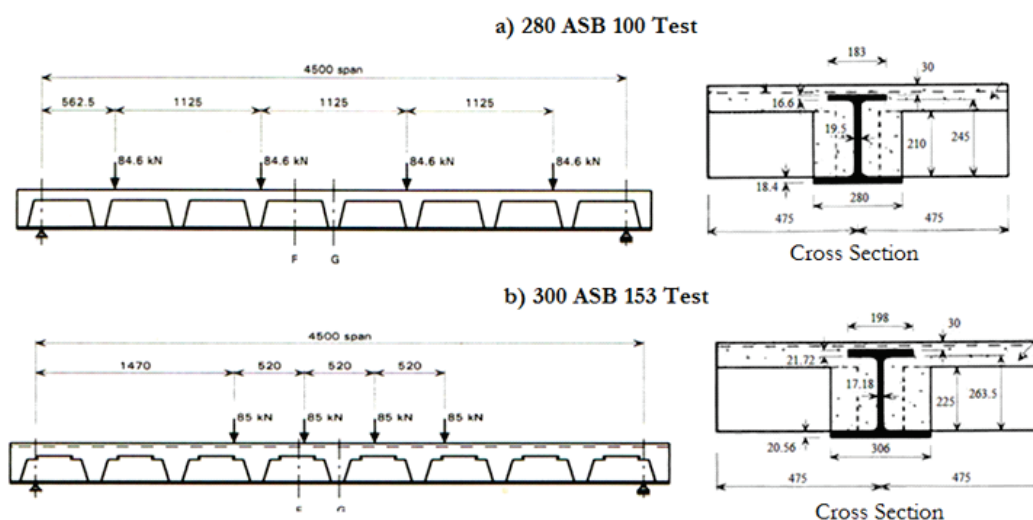


Table 2 - Combination of the constitutive models in the analyzed cases

Compressed concrete		Tensioned concrete	Steel
Elastic perfectly-plastic case	Elastic perfectly-plastic	Elastic perfectly-plastic	Elastic perfectly-plastic
Parabolic case	Parabolic	Exponential	EUROCODE 4
Thorenfeldt case	Thorenfeldt	Exponential	EUROCODE 4

3.1 Thermal-stress model verifications

There exist several ways to represent the concrete behavior in fire, regarding constitutive relations and other thermal parameters, such as thermal conductivity, specific heat and emissivity, shown in table 1. Thermal-stress models were performed for several combinations of parameters and constitutive models, aiming at the one that best represents the behavior of the slim floor beams in fire. The results provided in Lawson *et al.* [5] were used during the model verification. Such data are related to two bending fire tests in simply supported beams composed of the 280 ASB 100 and 300 ASB 153 asymmetric hot-rolled steel profiles. In both cases S355 steel and C30 concrete were used. The test configuration and the dimensions of the cross-section are shown in Figures 9a and 9b. The tests were performed in a sequential procedure, applying the mechanical load at first instance and then the thermal load, which varies in time. The heating proceeded until the stop criteria specified in BS476: Part 20 had been reached. In the first test, the heating stopped after 107 minutes, i.e. when the beam displacement had reached the limit of 225 mm (span/20). The second test proceeded until 75 minutes, when the maximum displacement rate had been reached. The displacement rate limit is not specified in Lawson *et al.* [5], but it is estimated to be close to 15 mm/min. As discussed in section 2.2.2, three constitutive relations were chosen to represent the compressed concrete in fire. Table 2 shows the three cases analyzed and the stress-strain relations adopted for the tensioned concrete and the steel. Those cases are named

according to the compressed concrete model adopted. The mid-span displacements of the beam versus exposure time for the standard fire are shown in Figures 10a and 10b, for both 280 ASB and 300 ASB tests. The three combinations of the constitutive models of Table 2 are shown in the graphs. All of them used the hypothesis of Table 1 (0,4 of concrete emissivity) for the thermal parameters. Although the displacements of the numerical results for the 280 ASB 100 profile were almost 15 mm greater than the ones measured experimentally, the modeling procedure represented the behavior beam in fire considerably well, during the whole exposure time. The best conformity with the reference results was achieved using the Parabolic and Thorenfeldt models. The elastic perfectly-plastic model led to greater displacements and against safety in both tests. In the 300 ASB profile models, the displacement runaway point was not reached. The results show that the parabolic model closely approaches the reference test data and that using the fracture energy constant over time in the parabolic model is acceptable. However, the thermal parameters used during the analysis are not the same as the ones recommended by EC 4 [6], which suggests a 0.7 emissivity for any material exposed to fire and an upper limit for the thermal conductivity and a specific heat peak of 2200 J/kg°C. Figure 11 shows the mid-span displacement versus exposure time curves for the E04 and E07 hypotheses of Table 1 for the models with the 280 ASB steel profile. As expected, the use of parameters which favor the temperature rise in the concrete results in a loss of the cross-section load-

Figure 10 - Mid-span displacement versus exposure time for the steel profiles: a) 280 ASB 100 e b) 300 ASB 153

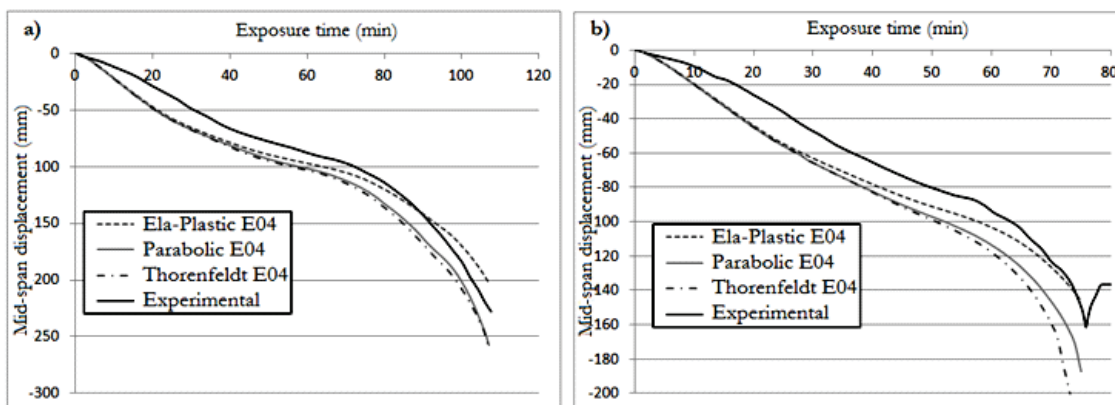
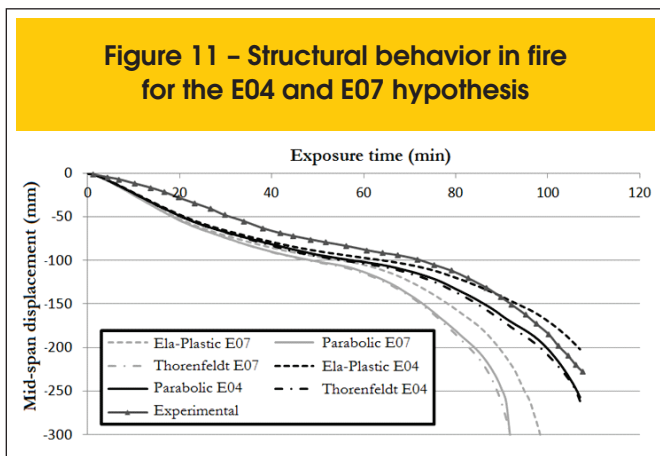


Figure 11 – Structural behavior in fire for the E04 and E07 hypothesis



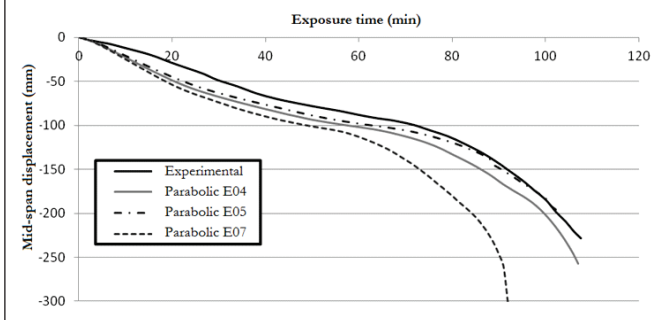
ing capacity, hence an earlier beam failure. Analyzing the results which used the parabolic constitutive model of the compressed concrete and the E07 hypothesis, the limit displacement (225mm) was reached with 88 minutes of fire exposure. In the E04 hypothesis, the limit displacement was reached after 104 minutes, which is much closer to the expected time of 107 minutes (test ending time). The same behavior was observed in the numerical analysis using the 300 ASB steel profile.

In the first 50 minutes of the fire exposure, the behavior was very similar in all cases (Figure 11), because the initial period is governed mainly by the thermal elongation of the materials. After this period, the loss of mechanical properties due to the fire action starts to govern the structural behavior until the failure time has been achieved.

The hypotheses described in Table 1 were created to analyze how the variability of the thermal parameters affects the structural behavior of the composite slim floor beams in fire. The analysis was performed because concrete is a material whose properties (thermal and mechanical) considerably vary depending on the amount of components and production.

The E05 hypothesis of Table 1 was created adopting a specific heat peak of 5600 J/kg°C, the maximum value prescribed by the EC 4 [6], which represents a 10% moisture content. A higher specific

Figure 12 – Comparison of the thermal parameter hypothesis for the models with 280 ASB 100 steel profile and parabolic representation for the compressed concrete constitutive model



heat peak of the concrete will lead to lower concrete temperatures, because the material will absorb more heat before its temperature changes. A 0.5 emissivity was used for all surfaces exposed to fire. Figure 12 shows the results for all hypotheses of Table 1, but only for the models which used the parabolic representation of the concrete and the 280 ASB steel profile. Although the results of the E05 hypothesis were closer to the expected final displacement of the test (225 mm), the displacement behavior changed considerably after 70 minutes of exposure, intercepting the reference curve and resulting in a final displacement smaller than the expected. The same characteristic was observed for other constitutive models. The results indicate the influence of a higher specific heat peak on the displacements behavior and the importance of considering the emissivity of the surface dependent on the material exposed to fire. The material-dependent emissivity is not considered in EC4 [6]. At the end of the results analysis, can be concluded that the E04 hypothesis leads to the best representation of the slim floor beams behavior in fire. This hypothesis was used in the following analysis.

3.2 Full interaction in fire

Another point of interest in the analysis of steel and concrete composite slim floor beams is the interaction rate between the steel profile and the concrete encasement. Most of the analytical methods presented in the normative codes evaluate the loading capacity of the structure in fire by the plastic analysis of the cross-section and consider only the full interaction between the steel and the concrete.

In the case of the slim floor beams, which have various steel-concrete contact surfaces with different interaction rates, the consideration of a full interaction in all these surfaces leads to higher resistive bending moments than the real ones. In previous analyses different interaction levels were considered: full interaction on the top surface of the beam's upper flange (due to the execution of grooves in this region during the profile fabrication); no interaction on the bottom surface of the upper flange (due to difficulties during concreting); partial interaction on the rest interface surfaces, using linear stiffness (axial and shear) parameters of $D_{11}=0,1 \text{ N/mm}^2$ e $D_{22} = 0,01 \text{ N/mm}^2$.

Figures 13 and 14 show the mid-span displacement versus exposure time curves for the tests performed in Lawson *et al.* [5]. In both cases the E04 hypothesis of Table 1 was used.

Figure 13 – Structural behavior in fire for the test with the 280 ASB 100 profile and full interaction

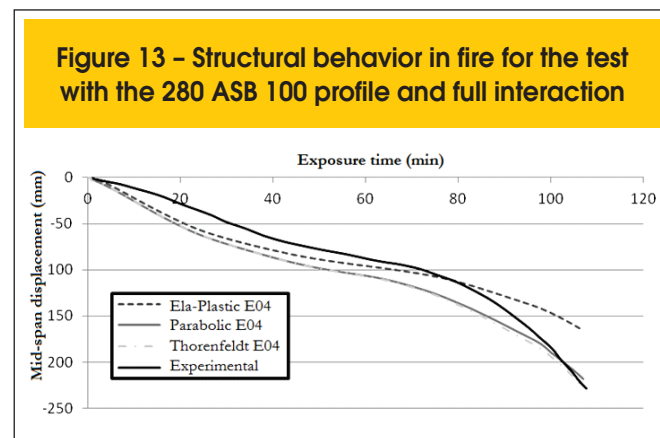
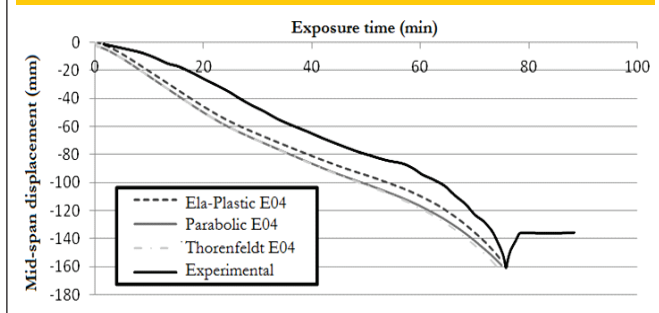


Figure 14 – Structural behavior in fire for the test with the 300 ASB 153 profile and full interaction



As expected, an enhancement was observed in the beams stiffness resulting in smaller displacements than those when a partial interaction was considered in some of the contact surfaces. Although the final displacements in the full interaction case were closer to the reference test results, the structural behavior changed considerably. This change is noted by the absence of a failure point at the final minutes of the analysis. The same happened in the partial interaction case, particularly on the 300 ASB 153 profile test.

The comparison of the models using the 280 ASB profile with partial and full interaction is shown in Figure 15. Concerning the mid-span displacement, the type of interaction between the steel and concrete, when the elastic perfectly-plastic model is used, and influence only after 60 minutes of fire exposure. The same happens only after 90 minutes when the parabolic or Thorenfeldt models were used.

These results show the strong influence of the concrete and its parameters on the thermal-stress response in the slim floor beams, especially when the structural element is near the failure point. This behavior occurs mostly because at the beginning of the heating process the steel beam is the part of the cross-section which contributes most to the composite section loading capacity. As the heating proceeds, the loading capacity of the steel profile decreases earlier than the concrete, mostly due to the fast heating of the bottom flange. Meanwhile, the concrete part of the section, which shows a milder temperature increase rate than the steel, maintains a more expressive share of its initial resistance, increasing its relative contribution to the loading capacity of the whole section at high temperatures.

4. Conclusions

The analyses performed on DIANA, show that despite all the simplifications made on the concrete constitutive models, the computational code satisfactory represented the behavior of the steel and concrete composite slim floor beams in fire. Even considering the fracture energy constant through temperature, which was one of the main simplifications of the model, the parabolic stress-strain relationship was the one which represented best the reference experimental test results.

The thermal parameters used in the model can be represented in many ways and, depending on the designer's choice, they may result in considerable changes in the structural response of the

slim floor beams in fire. If all normative prescriptions are followed, the results become very conservative, reducing the fire resistance time in up to 20 minutes. Therefore a careful evaluation of some aspects, such as concrete moisture content and type of the slab used is required. The slab which uses a steel decking system has lower emissivity than the directly exposed concrete, leading to lower temperatures inside the cross-section.

Considering the full interaction between all steel-concrete contact surfaces results in enhancement of the fire resistance of the beam. The full interaction condition can be achieved in the real element, by making grooves or using shear connectors at the steel profile surfaces, resulting in a higher fire resistance of the slim floor beams in fire.

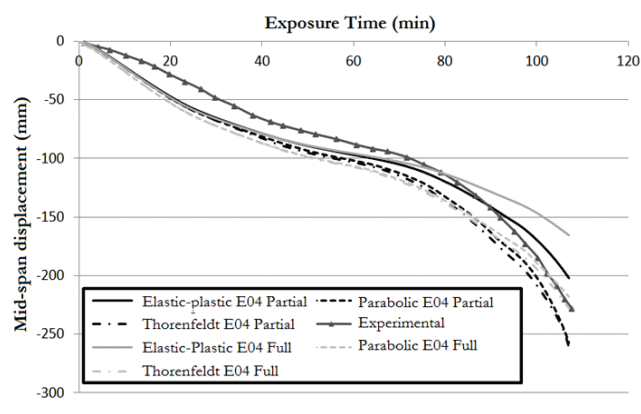
5. Acknowledgments

The authors are indebted to the Brazilian National Council of Scientific Development – CNPq for the financial aid provided and the Department of Structural Engineering of the School of Engineering of São Carlos – SET/EESC/USP where the research was developed.

6. References

- [01] RAMOS, A.L. Análise numérica de pisos mistos aço-concreto de pequena altura. 120p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- [02] ROCHA, F. M. Modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto pertencentes a sistemas de pisos mistos de pequena altura em situação de incêndio. 269p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 2012.
- [03] REGOBELLO, R. Análise numérica de seções transversais e de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto em situação de incêndio. 254p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

Figure 15 – Comparison of the results using full and partial interaction for the models with the 280 ASB 100 steel profile



- [04] DONG, Y.; PRASAD, K. Behavior of full-scale frames with slim floor slab construction under exposure in a fire resistance furnace. *Journal of fire protection engineering*, v.19, n.3, p. 197-220, 2009.
- [05] LAWSON, R. M.; MULLET, D. L.; RACKHAM, J. W. Design of asymmetric "Slimflor" beams using deep composite decking, Berkshire: Steel Construction Institute, SCI P-175, 106p, 1997.
- [06] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 4 - Design of composite steel and concrete structures. Part 1-2: General rules – Structural Fire Design. EN 1994-1. Brussels, 2005.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento. NBR 14323. Rio de Janeiro, Brasil, 2013.
- [08] MÄKELÄINEN, P.; MA, Z. Fire resistance of composite slim floor beams. *Journal of constructional steel research*, n.54, p.345-363, 2000.
- [09] ELLOBODY, E. Composite slim floor stainless steel beam construction exposed to different fires. *Engineering Structures*. v.36, p.1-13, 2012.
- [10] INTERNATIONAL STANDARD. Fire-resistance tests – Elements of building construct – Part 1: General requirements. ISO 834-1. Switzerland, 1999.

Analysis of slim floor beams in fire: emphasis on the concrete constitutive models

Análise de vigas mistas de aço e concreto pertencentes a pisos de baixa altura em situação de incêndio: ênfase à influência dos modelos constitutivos do concreto

F. M. ROCHA ^a
fabio.rocha@usp.br

J. MUNAIAR NETO ^a
jmunai ar@sc.usp.br

Abstract

The partial encasement of the steel beam in the concrete slab, as occurs on the slim floor constructional system, provides thermal protection which improves the behavior of the beam when exposed to fire. In order to evaluate the thermal and structural performance of the slim floor system, numerical models considering partially encased beams were developed using the FEM-based computational code DIANA. With respect to the constitutive models of the materials, it wasn't possible to represent the formulation presented in EUROCODE 4 or ABNT NBR 14323:2013, being replaced by alternative models. Numeric models were created at room and elevated temperature, which used some of the available options for the constitutive models of concrete and steel. Also, some parameters were analyzed such as: (a) the interaction rate between the steel and concrete and (b) the optimal combination of the thermal parameters, in order to obtain a more realistic response of the slim floor beams in fire.

Keywords: termostructural analysis, slim floor, partially encased beams, fire.

Resumo

A incorporação do perfil de aço na laje de concreto, como ocorre nos pisos mistos de baixa altura (slim floor), garante revestimento contra fogo ao aço, melhorando o desempenho da viga de aço frente às ações da corrosão e do incêndio. Com a finalidade de avaliar o desempenho térmico e estrutural desse sistema construtivo foram desenvolvidos modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto parcialmente revestidas com o uso do pacote computacional DIANA. No que diz respeito aos modelos constitutivos dos materiais, não foi possível representar as relações apresentadas no EUROCODE 4 e na ABNT NBR 14323:2013, por incompatibilidade dessas com o DIANA, sendo então adotados modelos alternativos. Em seguida, foram construídos modelos numéricos à temperatura ambiente e em temperatura elevada, contemplando as opções disponíveis e convenientes para as relações constitutivas do aço e do concreto. Também foram avaliados parâmetros como: (a) o nível de interação entre o aço e concreto, bem como (b) a melhor configuração para os parâmetros térmicos do concreto a fim de se obter uma resposta mais realista do comportamento das vigas pertencentes ao sistema slim floor em situação de incêndio.

Palavras-chave: análise termoestrutural, slim floor, vigas parcialmente revestidas, incêndio.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introdução

No que diz respeito às estruturas metálicas, sabe-se que o aço sem revestimento quando exposto a altas temperaturas tem suas propriedades mecânicas rapidamente reduzidas devido à sua elevada condutividade térmica enquanto material. Tal característica impõe dificuldades para se conseguir um bom desempenho para esse tipo de construção em temperatura elevada.

Em meados do século XIX, os elementos estruturais formados a partir da associação do aço e do concreto começaram a ser utilizados em resposta à proteção ao fogo e à corrosão que o concreto, quando associado ao aço, conferia a estrutura (Ramos [1]). Hoje, as estruturas mistas de aço e concreto têm grande importância e reconhecimento, pois resulta em sistema estrutural que consegue aproveitar as vantagens de ambos os materiais de maneira eficiente. Nesse contexto, destacam-se os pisos mistos de aço e concreto de baixa altura, também conhecidos como *slim floor*, conforme ilustrado na figura 1. Essa solução construtiva consiste na incorporação de parte do perfil metálico na laje de concreto, diminuindo a altura da viga e aumentando a altura útil do pavimento. A incorporação parcial do perfil na laje garante revestimento à viga metálica, tornando o sistema *slim floor* uma boa solução também no que diz respeito ao projeto de estruturas em situação de incêndio, dispensando em alguns casos revestimentos contra o fogo.

Para o estudo mais apurado desses casos, além de ensaios em fornos, são utilizadas análises numéricas, que levam em conta o elemento estrutural completo com todos os seus parâmetros, viabilizando análises mais detalhadas dos elementos estruturais de interesse, no que diz respeito a tensões, deformações e temperaturas, simulando de maneira suficientemente precisa as condições desejadas de uma dada estrutura em situação de incêndio.

Como grande parte da seção estudada é constituída de concreto, se optou pelo uso do pacote computacional DIANA, o qual tem sido amplamente utilizado na modelagem de estruturas de concreto armado em razão de seus complexos modelos constitutivos, os quais consideram inclusive a propagação de fissuras.

2. Metodologia

Tendo em vista a compreensão do comportamento estrutural das

vigas mistas pertencentes ao sistema *slim floor*, o presente trabalho contempla um estudo essencialmente numérico sobre o tema, sendo as análises realizadas pelo método dos elementos finitos no pacote computacional DIANA.

Para análises em contexto termoestructural no DIANA, o modelo numérico é composto basicamente de dois domínios: um primeiro, para a análise do fluxo térmico (no pacote computacional chamado de fluxo de potencial), bem como um segundo para a análise estrutural (que pode ser não linear, levando em conta os efeitos da variação de temperatura). Esses dois domínios são sobrepostos, de modo que os resultados provenientes da análise térmica são transferidos como dados para a estrutural.

A seguir são mostrados os aspectos de interesse da estratégia de modelagem numérica desenvolvida, apresentada em Rocha [2], bem como as considerações realizadas para o desenvolvimento do modelo tridimensional completo em elementos finitos, para a realização das análises térmicas e termoestructural.

2.1 Considerações referentes aos elementos finitos adotados

A partir do modelo numérico para a análise estrutural de vigas de pavimentos mistos de baixa altura desenvolvido em Ramos [1], também no pacote computacional DIANA, foram realizadas modificações pertinentes para o desenvolvimento de uma análise termoestructural acoplada. No modelo aqui desenvolvido foi utilizado o elemento sólido CHX60, com 20 nós e interpolação quadrática para deslocamento, com três graus de liberdade por nó. Na região de contato do perfil metálico com o concreto foi utilizado o elemento de interface CQ48I, com 16 nós e também interpolação quadrática em deslocamentos, com três graus de liberdade por nó.

Como as análises termoestructurais do DIANA funcionam a partir da sobreposição dos domínios estrutural e térmico, foram escolhidos elementos finitos térmicos compatíveis com os estruturais descritos anteriormente. Dessa forma, foram definidos os elementos térmicos HX8HT e IQ8HT, conforme Figura 2, para a representação dos elementos (viga de aço e laje de concreto) e da interface, respectivamente. Adicionalmente, também foi utilizado o elemento finito de superfície BQ4HT por meio do qual ocorrem as trocas de calor com o ambiente em chamas, com base nos mecanismos de convecção

Figura 1 – Sistema de pisos mistos de baixa altura, Ramos (1)

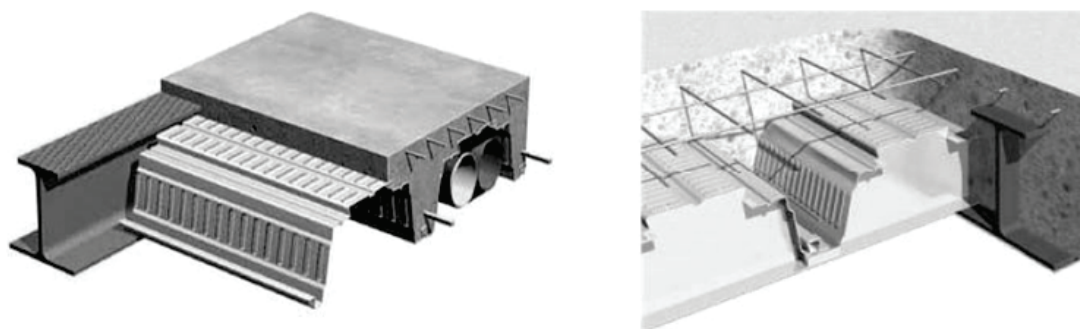
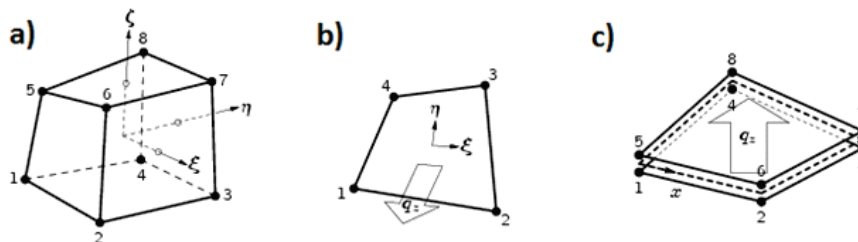


Figura 2 – Elementos finitos utilizados na análise térmica: (a) HX8HT, (b) BQ4HT e (c) IQ8HT, Rocha (2)



e radiação. É importante ressaltar que os elementos térmicos possuem interpolação linear, lembrando que seus nós estarão compatibilizados com os nós de extremidade dos elementos finitos da análise estrutural. Dessa forma, os nós intermediários dos elementos finitos estruturais ficam sem função na análise térmica.

A validação da estratégia de modelagem se fez, inicialmente, por meio de análises térmicas, com modelos em duas e três dimensões. Posteriormente, foi reproduzido e aperfeiçoado o modelo estrutural apresentado em Ramos [1] e, em uma última etapa, foi realizada análise termoestrutural sequencial e comparada com os resultados disponíveis da bibliografia.

Na validação do modelo térmico, foi avaliada a diferença do desempenho de modelos com elementos finitos de interpolação quadrática e linear, bem como com diferentes graus de refinamento da malha de elementos finitos para os casos apresentados em Regobello [3], Dong & Prasad [4] e Lawson *et al.* [5].

O modelo foi desenvolvido levando em consideração os dois eixos de simetria do perfil, resultando na geometria mostrada na figura 3. São restringidos os deslocamentos na direção normal das superfícies de simetria.

2.2 Considerações referentes aos materiais

Devido às limitações do código computacional DIANA para a rea-

lização de análises termoestruturais acopladas, no modelo estrutural foi avaliada a influência de diferentes modelos constitutivos para a representação do concreto, os quais também foram avaliados nas análises termoestruturais e validados a partir dos resultados experimentais apresentados em Lawson *et al.* [5].

Como dito anteriormente, certas dificuldades ocorreram na representação dos modelos constitutivos utilizados em Ramos [1] em temperatura elevada, devido à indisponibilidade de funções e parâmetros específicos especialmente quando tais modelos resultavam dependentes da temperatura. A seguir são apresentadas considerações de interesse referentes aos modelos constitutivos utilizados para representar o aço e o concreto quando exposto à elevação de temperatura.

2.2.1 Considerações relacionadas ao aço

No modelo de referência à temperatura ambiente apresentado em Ramos [1], o aço foi considerado com o critério de plastificação de von Mises e modelo constitutivo elastoplástico perfeito, com patamar de escoamento em 410 MPa. Porém, sabe-se que o EUROCODE 4 Part 1.2 [6] apresenta um modelo próprio para a relação “tensão versus deformação” para diversos níveis de temperatura, conforme mostra a figura 4, sendo esse o modelo escolhido para a representação do aço no DIANA nas análises termoestruturais. Diferentemente do que ocorre em pacotes computacionais como ANSYS e ABAQUS, em que se utiliza um modelo multilinear com

Figura 3 – Modelo numérico analisado utilizando os dois planos de simetria da seção

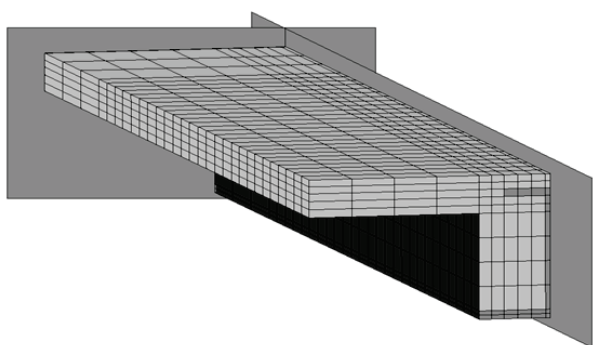


Figura 4 – Modelo constitutivo para o aço em temperatura elevada apresentado pelo EUROCODE 4 part 1.2 (6)

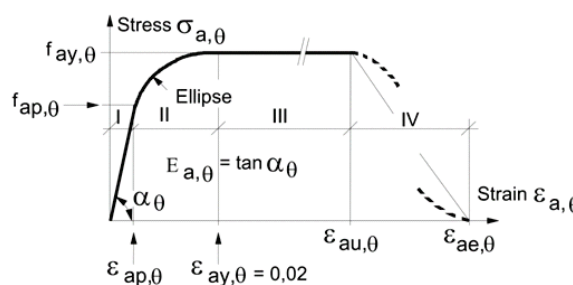
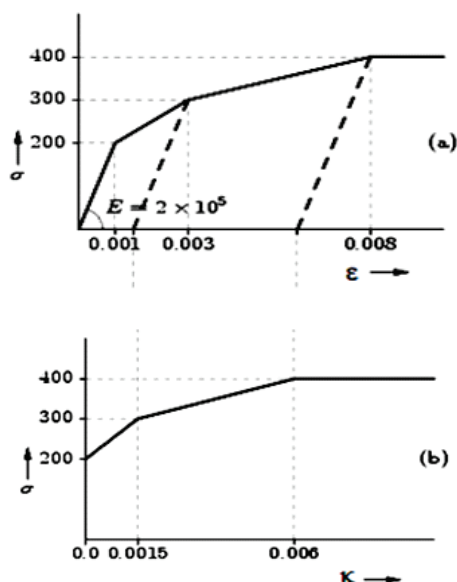


Figura 5 - Obtenção das deformações plásticas equivalentes a partir de um diagrama tensão x deformação, Rocha (2)



pontos discretizados dessa curva, no DIANA não há essa possibilidade de modelagem quando associado a diversos níveis de temperatura. Por essa razão, tal modelo constitutivo foi representado a partir de um modelo de material com encruamento, em que se especificava a tensão no material relativa a cada nível de deformação plástica e de temperatura. Para esse caso, se escolheu também o critério de plastificação de von Mises.

A entrada de dados para o modelo com encruamento é feita a partir das deformações plásticas equivalentes, representadas pelo parâmetro κ , obtido como mostram as Figuras 5a) e 5b), bem como pela Equação (1).

$$\kappa_{\theta} = \varepsilon_{\theta} - \sigma_{\theta} / E_{a,\theta} \quad (1)$$

Na equação 1, valem:

κ_{θ} a deformação plástica na temperatura θ ;

ε_{θ} a deformação total na temperatura θ ;

σ_{θ} a tensão do material na temperatura θ ;

$E_{a,\theta}$ o módulo de elasticidade do aço na temperatura θ .

2.2.2 Considerações relacionadas ao concreto

Assim como no caso do aço, o EUROCODE 4 Part 1.2 [6] possui considerações próprias no tocante aos modelos constitutivos para o concreto, tanto tracionado quanto comprimido, mas novamente é impossível a representação dessas relações “tensão versus deformação” em temperatura elevada dentro dos modelos de fissuração *Total Strain Fixed Crack*, pois não é possível criar essas

relações por meio de modelos multilineares discretizados.

Dessa forma, procurou-se utilizar os mesmos modelos constitutivos apresentados em Ramos [1], mas em função da temperatura adotando os fatores de redução das resistências à tração e à compressão conforme apresentado no EUROCODE 4 Part 1.2 [6], e os fatores de redução do módulo de elasticidade apresentados na ABNT NBR 14323:2013 [7]. Para a representação do comportamento do *concreto tracionado* foi escolhido o modelo exponencial, Figura 6a, por meio do qual existe a possibilidade de especificar valores da resistência e da energia de fraturamento à tração para diversas temperaturas diferentes. Também foi testado o modelo elasto-plástico perfeito, apresentado na figura 6b.

Já para a representação do *concreto à compressão*, dentro dos modelos tipo *Total Strain Fixed Crack*, o código DIANA disponibiliza diversas relações constitutivas como é mostrado na figura 7. Sendo assim, foi escolhido primeiramente o modelo parabólico (figura 7g), utilizado no modelo à temperatura ambiente desenvolvido em Ramos [1]. Mas no caso de temperaturas elevadas, a entrada de dados do DIANA não permite que o parâmetro G_c (energia de fraturamento à compressão) seja variável com a temperatura, sendo adotado o valor constante à temperatura ambiente. A princípio, essa consideração não resultaria em representação totalmente correta do concreto comprimido em situação de incêndio, de forma que a energia de fratura também varia em função da temperatura.

Além da relação constitutiva parabólica, com energia de fraturamento constante (G_c), foram testadas mais duas representações: o modelo de Thorenfeldt e o elasto-plástico perfeito, mostrados nas figuras 7c e 7b, respectivamente. Vale destacar que o modelo de Thorenfeldt foi o escolhido por sua formulação não apresentar dependência com relação ao parâmetro G_c , mas sim apenas com relação à resistência à compressão e ao módulo de elasticidade do concreto. Por fim, o modelo elasto-plástico perfeito foi escolhido por apresentar uma formulação mais simples, que resultaria em um menor custo computacional, avaliando se essa escolha causaria perdas significativas de precisão nos resultados.

No que diz respeito às propriedades térmicas do concreto, tais como a condutividade térmica e o calor específico, nota-se que a adoção dos valores recomendados pelo EUROCODE 4 Part 1.2 [6] resulta em comportamentos muito a favor da segurança. Dessa forma, nesse trabalho foram avaliados alguns parâmetros da aná-

Figura 6 - Modelos constitutivos adotados para o concreto tracionado, Rocha (2)

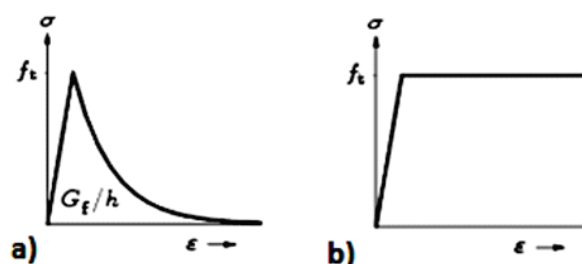
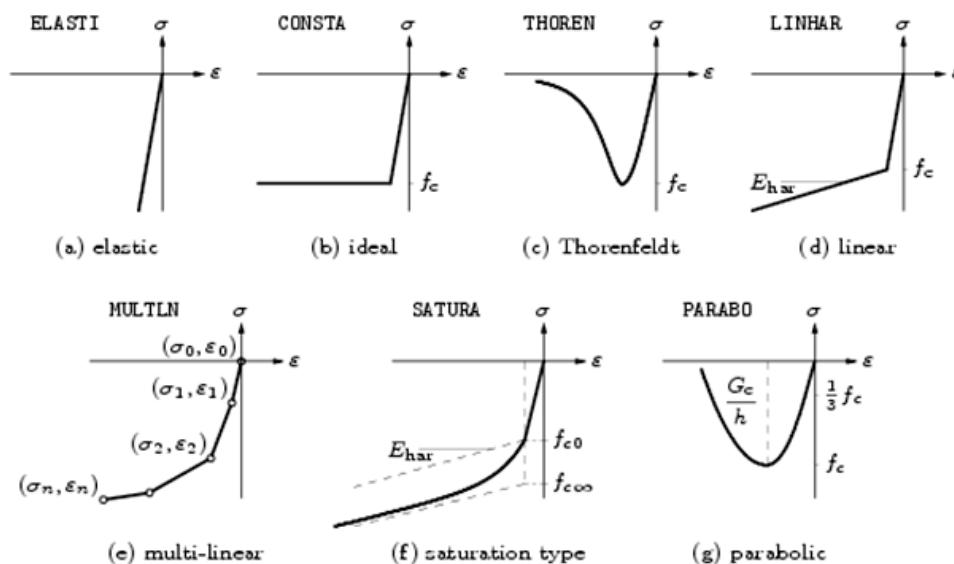


Figura 7 – Modelos constitutivos disponíveis no DIANA para o concreto comprimido, DIANA (2005)



lise térmica que possuem grande variabilidade e possam interferir significativamente nos resultados da análise termoestrutural. No caso da condutividade térmica, o EUROCODE 4 Part 1.2 [6] apresenta duas formulações para a sua variação com a temperatura, figura 8a, sendo uma para limite superior e outra para limite inferior, e sugere que seja usado o limite superior, pois esses dados foram obtidos para o caso de estruturas mistas de aço e concreto. Já em relação ao calor específico do concreto, o EUROCODE 4 Part 1.2 [6] indica que há um pico no calor específico entre as temperaturas de 100 e 200°C devido à absorção do calor pela água incorporada ao concreto, conforme figura 8b. Esse pico é definido a partir do teor de umidade do concreto que pode variar

de 4 a 10%, representando um pico de 2200 J/kg°C e 5600 J/kg°C, respectivamente. Ainda, segundo o EUROCODE 4 [6], se não houver informações sobre o teor de umidade do concreto deve-se adotar o pico relativo a um teor igual a 4%. Vale ressaltar que as recomendações normativas em relação à condutividade térmica e ao calor específico (pico relativo a 4% de umidade e limite superior para a condutividade) resulta, em alguns casos, em temperaturas no concreto maiores que as identificadas experimentalmente, resultando em um comportamento termoestrutural conservativo, em que a falha da estrutura ocorrerá em tempo menor que real. Sendo assim, nas análises subsequentes, para a condutividade

Figura 8 – Propriedades térmicas do concreto: a) condutividade térmica; b) calor específico para diferentes umidades (u), NBR 14323:2013 (7)

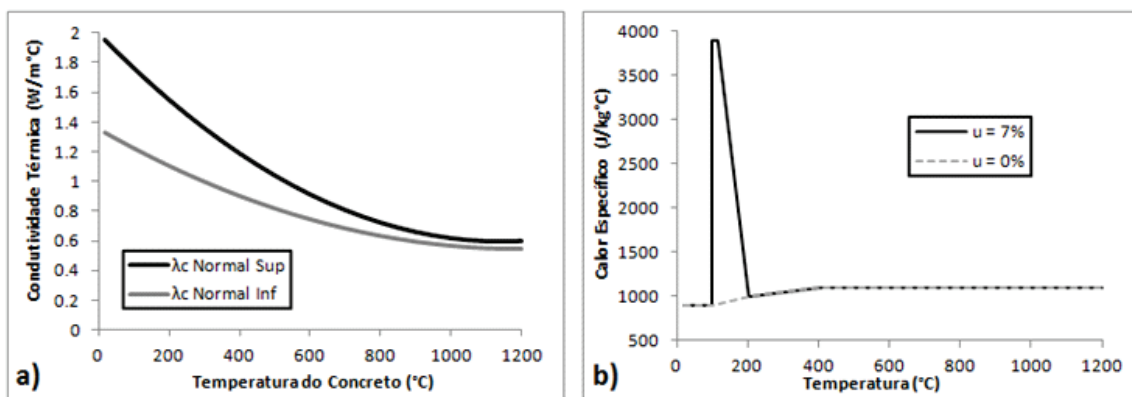


Tabela 1 – Combinação dos parâmetros do concreto utilizada nas análises térmicas, apenas a hipótese E07 é referente às prescrições normativas do EUROCODE 4 Part. 1.2 (6)

Hipótese	Condutividade térmica	Pico calor específico	Emissividade	
			Concreto	Aço
E04	Média limite superior e inferior	3900 J/kg°C	0,4	0,6
E05	Média limite superior e inferior	5600 J/kg°C	0,5	0,5
E07	Limite superior	2200 J/kg°C	0,7	0,7

térmica do concreto foi adotada uma curva intermediária, obtida a partir da média entre os limites superior e inferior, enquanto para o pico do calor específico foi adotado um valor relativo a um teor de umidade igual a 7%. A partir dos resultados, foi possível avaliar se tais escolhas se adequam melhor aos resultados termoestruturais experimentais utilizados como referência e apresentados em Lawson *et al.* [5].

2.2.3 Considerações sobre a interface aço/concreto

A região de contato entre o perfil metálico e o concreto de revestimento foi modelada com o auxílio dos elementos de interface, que foram utilizados nas análises térmicas e estruturais. No caso do modelo térmico, segundo Makeläinen & Ma [8], é adotada uma resistência térmica na interface igual a 50 W/m²K. Para os modelos estruturais e termoestruturais, foi utilizado o modelo linear elástico com os módulos de rigidez normal e transversal (D_{11} e D_{22}) iguais a 0,1 e 0,01 N/mm², respectivamente, valores esses sugeridos em Ramos [1].

2.3 Condições de contorno e carregamentos

Na análise térmica as condições de contorno são definidas nas regiões em que pode ou não haver troca de calor. Nos modelos desenvolvidos, a face superior da seção transversal é considerada em contato com o meio sem chamas e modelada de forma que só haja troca de calor por convecção, com o coeficiente α_c igual a 9 W/m²°C (esse valor já considera a troca de calor por radiação), conforme sugerido pelo NBR 14323:2013.

A face inferior da seção é considerada exposta ao fogo, e segundo a norma brasileira e europeia deve levar conta os mecanismos de convecção e radiação separadamente. No caso da troca de calor por convecção para superfícies em contato com o meio em chamas a norma sugere que seja utilizado o coeficiente α_c igual a 25 W/m²°C. Já para a radiação as normas sugerem que seja usada a emissividade igual a 0,7, independente do tipo de material em contato com o fogo. Porém, as análises que serão apresentadas mais adiante mostram que a adoção desses valores conduzem a resultados consideravelmente a favor da segurança. De forma

Figura 9 – Ensaios em temperatura elevada realizados para os perfis: a) 280 ASB 100 e b) 300 ASB 153, Lawson *et al.* (5)

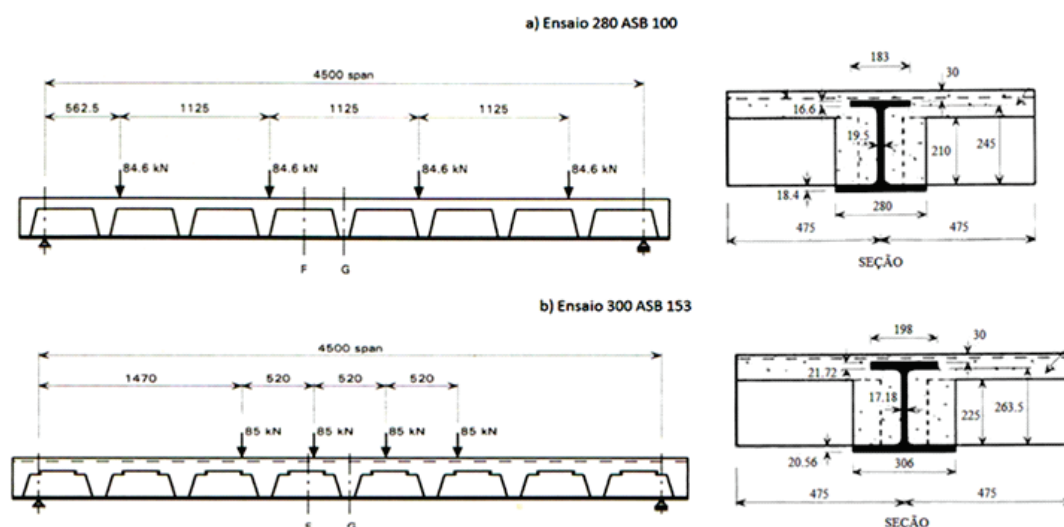


Tabela 2 – Combinação dos modelos constitutivos nos casos analisados

	Concreto comprimido	Concreto tracionado	Aço
Caso elastoplástico	Elastoplástico perfeito	Elastoplástico perfeito	Elastoplástico perfeito
Caso parabólico	Parabólico	Exponencial	EUROCODE 4
Caso thorenfeldt	Thorenfeldt	Exponencial	EUROCODE 4

alternativa, é sugerida a abordagem utilizada em Makeläinen & Ma [8] e Ellobody [9], na qual são consideradas emissividades iguais a 0,6 e 0,4, para o perfil metálico e para a laje, respectivamente. Por fim, é realizada uma nova abordagem que utiliza a emissividade igual a 0,5 para todos os materiais, sendo essa condição sugerida pela ABNT NBR 14323 [7]. Essas três hipóteses são comparadas, como pode ser vista na tabela 1, de forma a avaliar qual situação melhor se ajusta aos resultados experimentais apresentados em Lawson *et al.* [5]. Vale lembrar que em todos os casos foi considerado o incêndio-padrão da ISO 834 [10], enquanto que no meio sem contato com o fogo foi considerada temperatura constante igual a 20°C. As hipóteses da tabela 1 são nomeadas de acordo com o valor da emissividade considerada no concreto. Para o modelo estrutural, as condições de contorno adotadas representam uma viga isostática simplesmente apoiada, onde são restringidos os deslocamentos nas direções X e Y (sendo Z o eixo longitudinal da viga) em um apoio. Além disso, são considerados dois planos de simetria em que são restringidos os deslocamentos normais a esses planos, conforme figura 3.

3. Resultados

Com a estratégia de modelagem definida, a validação do modelo térmico foi desenvolvida a partir de trabalhos de caráter numérico e experimental apresentados em Regobello [3], Lawson *et al.* [5] e Dong & Prasad [4]. A validação do modelo estrutural para os pavimentos mistos de baixa altura é apresentada em Ramos [1].

3.1 Validação do modelo termoestrutural

Havendo diversas formas de representar o concreto em situação de incêndio, no que diz respeito às relações constitutivas e demais parâmetros térmicos (condutividade térmica, calor específico e emissividade, mostrados na tabela 1), a validação do modelo termoestrutural foi desenvolvida com a finalidade de avaliar a combinação desses fatores visando a melhor representação do caso analisado.

Para isso, foram utilizados os resultados apresentados em Lawson *et al.* [5]. Esses dados são relativos a dois ensaios de flexão em vigas biapoiadas formadas com os perfis laminados assimétricos 280 ASB 100 e 300 ASB 154. Em ambos os casos foi utilizado o aço S355 e concreto C30. A configuração do ensaio e a geometria das seções transversais são apresentadas nas figuras 9a e 9b que seguem.

Os ensaios foram executados de forma sequencial, efetuando primeiro o carregamento mecânico da viga e, em seguida, a aplicação do efeito térmico. O aquecimento se desenvolveu até que fossem alcançados os critérios de parada especificados pela BS476: Part 20. No primeiro ensaio, o aquecimento parou após 107 minutos, quando foi atingido o deslocamento limite da viga igual a 225 mm, no caso, vão/20. O segundo ensaio prosseguiu até os 75 minutos, quando foi atingida a taxa de deslocamento limite, não especificada em Lawson *et al.* [5], mas estima-se ser da ordem de 15 mm/min.

Como já discutido no item 2.2.2 foram escolhidas três relações “tensão versus deformação” para a representação do concreto

Figura 10 – Comparação dos resultados obtidos com os experimentais para o deslocamento no meio do vão versus tempo de exposição ao fogo para os perfis: a) 280 ASB 100 e b) 300 ASB 153

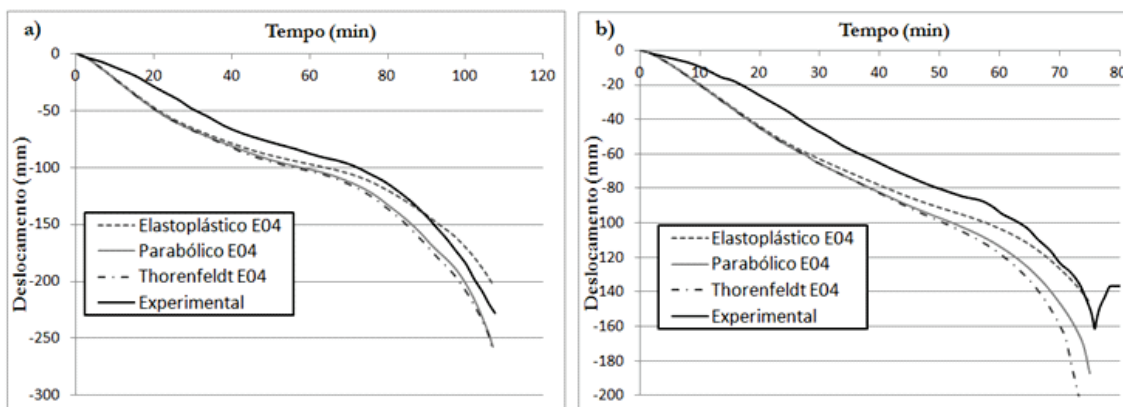
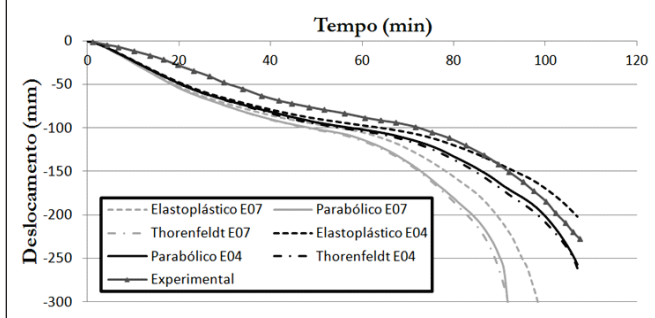


Figura 11 - Deslocamento no meio do vão obtido numericamente para as hipóteses E04 e E07 em comparação com os resultados experimentais



comprimido em situação de incêndio no DIANA. Na tabela 2 são apresentados os três casos analisados também em relação às relações constitutivas adotadas para o concreto tracionado e para o aço. Os casos analisados foram nomeados de acordo com o modelo constitutivo do concreto comprimido.

Primeiramente são mostrados nas figuras 10a e 10b os deslocamentos no meio do vão da viga em função do tempo de exposição ao incêndio-padrão nos ensaios 280 ASB e 300 ASB, considerando a primeira hipótese da tabela 1, com emissividade do concreto igual a 0,4, e os três casos da tabela 2.

A partir desses resultados pode-se notar que, apesar de os resultados numéricos apresentarem deslocamentos no meio do vão da ordem de 15 mm maiores que os medidos experimentalmente, durante quase todo o tempo de exposição, no ensaio com o perfil 280 ASB 100, essa estratégia de modelagem consegue representar bem o comportamento e a trajetória de deslocamentos das vigas analisadas em situação de incêndio, principalmente quando são utilizados os modelos parabólicos e de Thorenfeldt. É importante notar que o modelo elastoplástico perfeito apresentou deslocamentos menores, e, por sua vez, contra a segurança nos dois ensaios, não atingindo o ponto de aumento excessivo de deslocamento no caso do ensaio com o perfil 300 ASB.

Dessa forma, pode-se concluir que o modelo parabólico é o que

mais se aproxima dos resultados experimentais, mostrando que a consideração da energia de fratura na compressão constante em todo o tempo de exposição no modelo parabólico é aceitável. Porém, como dito anteriormente, os parâmetros térmicos utilizados nessas análises não estão completamente de acordo com as prescrições do EUROCODE 4 Part 1.2 [6], que sugere o uso de emissividade igual a 0,7 para toda a região exposta ao fogo, bem como limite superior para a condutividade térmica do concreto e pico do calor específico igual a 2200 J/kg°C. Na figura 11 são mostradas as curvas de deslocamento no meio do vão pelo tempo de exposição para as hipóteses E04 e E07 da tabela 1, para o ensaio 280 ASB.

Como esperado, o uso de parâmetros que favoreçam o aumento de temperatura no concreto resultou na perda da capacidade resistente da seção, levando à viga ao colapso ocorrendo em tempos inferiores aos previstos. Analisando os resultados que utilizaram o concreto comprimido com a curva parabólica, o deslocamento limite igual a 225 mm foi obtido aos 88 minutos para a hipótese E07, enquanto que para a hipótese E04 esse deslocamento só foi atingido aos 104 minutos, bem próximo dos 107 minutos (tempo final do ensaio). O mesmo comportamento foi obtido nas análises numéricas para o ensaio com o perfil 300 ASB.

Outra consideração importante acerca desses resultados é que no período inicial de aquecimento, até próximo de 50 minutos de exposição, o comportamento é similar para todos os casos mostrados na figura 11, sendo esse trecho inicial regido pelo alongamento térmico do material. Após esse período, a perda das propriedades mecânicas dos materiais começa a controlar o comportamento estrutural até o momento da falha.

O concreto, nas suas diversas utilizações práticas apresentam uma grande variabilidade no que diz respeito à resistência, ao módulo de elasticidade e a outros parâmetros, como a quantidade de água presente em seu estado endurecido. Tratando especificamente da quantidade de água, esse fator gera um pico na curva de calor específico, de forma que quanto maior o pico, menor serão as temperaturas obtidas no concreto.

Tendo em vista essas considerações, a hipótese E05 da tabela 1 foi elaborada adotando o pico do calor específico igual a 5600 J/kg°C, valor máximo prescrito pela norma e referente à umidade de 10%. A emissividade foi mantida igual a 0,5, tanto para o aço

Figura 12 - Comparação dos resultados obtidos para os deslocamentos no meio do vão em função do tempo para as todas as hipóteses de parâmetros térmicos para o perfil 280 ASB 100, considerando o modelo constitutivo parabólicos para o concreto comprimido

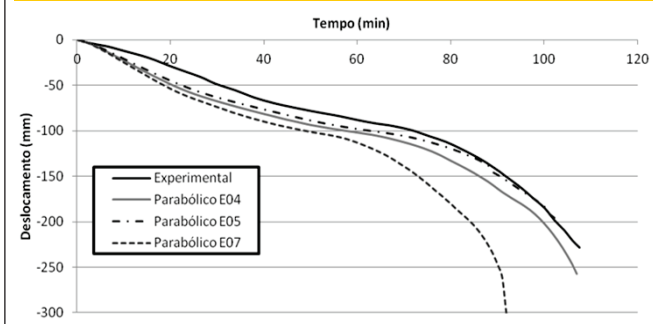


Figura 13 - Deslocamentos no meio do vão em função do tempo obtidos numericamente para o ensaio com perfil 280 ASB 100, considerando a hipótese de parâmetros térmicos E04 e com interação total

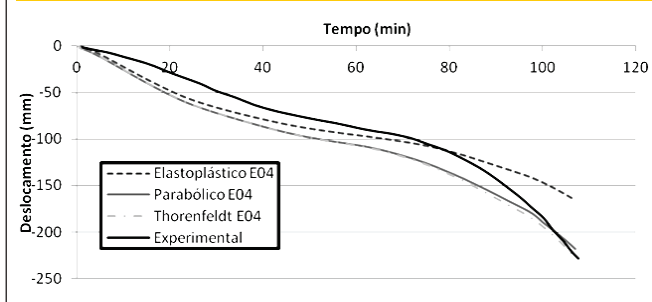
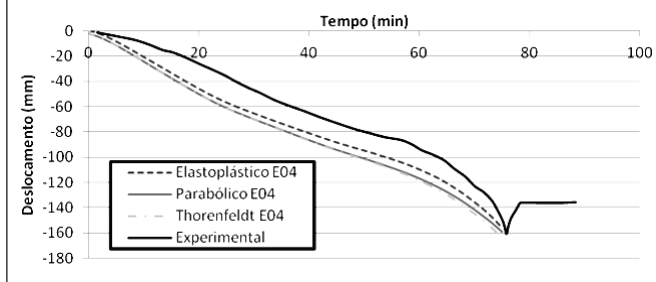


Figura 14 - Deslocamentos no meio do vão em função do tempo obtidos numericamente para o ensaio com perfil 300 ASB 153, considerando a hipótese de parâmetros térmicos E04 e com interação total



quanto para o concreto. Na figura 12 são mostrados os resultados para todas as hipóteses da tabela 1, mas somente para o modelo constitutivo parabólico no ensaio 280 ASB.

Observando a figura 12, nota-se que apesar de os resultados para o caso E05 se aproximarem mais dos valores finais obtidos no ensaio, o seu comportamento após os 70 minutos de exposição não acompanha a trajetória dos deslocamentos nos resultados experimentais, cruzando a curva de referência e apresentando deslocamentos finais menores que os esperados. Para os outros modelos constitutivos esse comportamento também é observado, indicando a influência de um valor mais alto para o pico do calor específico e da importância de atribuir diferentes valores da emissividade para cada material, consideração que não é feita no EUROCODE 4 Part 1.2 [6].

Ao fim dessa etapa, pode-se concluir que o caso E04, com os parâmetros mostrados na tabela 1, são os que melhores representam o comportamento estrutural das vigas mistas de pavimentos mistos em situação de incêndio, sendo então o escolhido para as etapas subsequentes da análise.

3.2 Interação total em situação de incêndio

Outro ponto de interesse na análise de vigas mistas de aço e concreto em pavimentos mistos de baixa altura é o grau de interação entre o perfil metálico e o concreto de revestimento, tendo em vista que os métodos simplificados de cálculo, encontrados nas normas, avaliam a capacidade resistente da seção por meio da análise plástica com a consideração de interação total entre os materiais.

No caso das vigas pertencentes ao sistema Slim Floor, as quais apresentam várias superfícies de contato do aço com o concreto e que possuem graus de interação diferenciados, a consideração de interação total em todas as superfícies leva a momentos resistentes maiores que os reais. Nas análises descritas anteriormente foram considerados esses diferentes graus de interação, sendo que na face superior da mesa superior do perfil foi considerada interação total, devido à execução de ranhuras nessa região durante o processo de fabricação; na face inferior da mesa superior foi considerada interação nula, devido às dificuldades na concretagem; e em todo resto da interface foi considerada interação parcial, por meio dos coeficientes $D_{11} = 0,1 \text{ N/mm}^2$ e $D_{22} = 0,01 \text{ N/mm}^2$. Nas figuras 13 e 14 são apresentadas as curvas de deslocamento

no meio do vão por tempo de exposição ao fogo para os ensaios realizados em Lawson *et al.* [5], utilizando a hipótese E04 da tabela 1, já validada na seção anterior.

Como esperado, nos dois casos foi possível observar um aumento na rigidez do elemento estrutural, sendo que ao final das análises os deslocamentos encontrados foram menores que nas análises com interação parcial. Apesar de os deslocamentos finais no caso com interação total estarem mais próximos dos resultados experimentais de referência, o comportamento estrutural muda, não apresentando a tendência de colapso nos minutos finais da análise, como ocorreu no caso de interação parcial, principalmente no ensaio com o perfil 300 ASB 153.

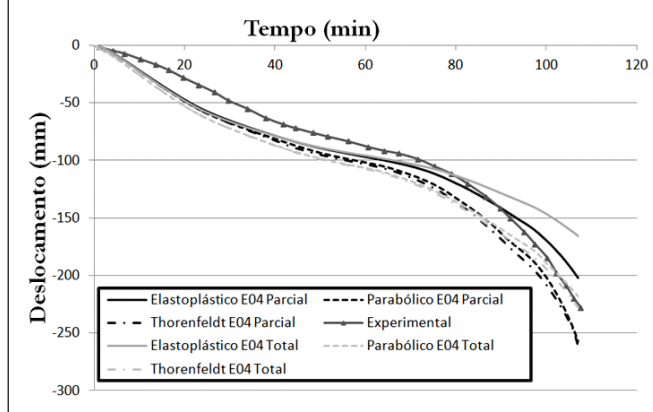
Na figura 15 é feita a comparação para o modelo 280 ASB quando considerada interação parcial e total nas interfaces entre o aço e o concreto, utilizando a hipótese E04. A partir daí pode-se observar que, em relação ao deslocamento no meio do vão, o grau de interação total entre os materiais só influencia após os 60 minutos de exposição para os modelos elastoplásticos, bem como após 90 minutos para os modelos parabólico e de Thorenfeldt.

Esses resultados mostram a grande influência do concreto e todos os seus parâmetros envolvidos na resposta termoestrutural das vigas dos sistemas *Slim Floor*, principalmente quando próximo ao colapso do elemento. Isso ocorre, pois no início do aquecimento o perfil metálico é o que mais contribui para a composição da capacidade resistente da seção mista. Conforme o aquecimento prossegue, a capacidade resistente do perfil diminui principalmente pelo rápido aquecimento da mesa inferior. Enquanto isso, a seção de concreto, que possui um aumento de temperatura mais brando que o aço, consegue manter uma parcela maior da sua resistência inicial, aumentando a sua contribuição na composição da capacidade resistente da seção em temperatura elevada.

4. Conclusões

Por meio dos modelos numéricos desenvolvidos no DIANA, pode-se concluir que, ainda que com as considerações feitas no âmbito

Figura 15 - Comparação entre os resultados obtidos com interação total e parcial para o perfil 280 ASB 100, considerando a hipótese de parâmetros térmicos E04



dos modelos constitutivos, tais modelos conseguiram representar de forma satisfatória o comportamento das vigas mistas de aço e concreto pertencentes aos sistemas de pisos mistos de baixa altura em situação de incêndio. Mesmo considerando a energia de fraturamento na compressão constante em função da temperatura, o modelo parabólico foi o que melhor representou os resultados experimentais de referência.

Em relação aos parâmetros do concreto utilizados na análise térmica, foi visto que sua grande variabilidade pode causar mudanças significativas na resposta estrutural, de modo que se forem consideradas as prescrições normativas, os resultados se apresentam consideravelmente a favor da segurança, diminuindo em até 20 minutos o tempo de resistência ao fogo. Dessa forma é preciso avaliar criteriosamente certos aspectos, que variam desde a umidade do concreto, como o tipo de laje empregada, sendo que lajes com forma de aço incorporada possuem emissividade bem menor que o concreto, levando a temperaturas menores na seção. Por fim, com os resultados aqui apresentados em conjunto com aqueles apresentados em Rocha [2], pode-se concluir que a consideração da interação total em todas as regiões de contato do aço e o concreto resulta no aumento do tempo de resistência ao fogo do elemento estrutural, mas é importante lembrar que essa condição deve ser verificada na prática, adotando medidas como o uso de regiões com ranhuras ou o uso de conectores.

5. Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem À FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos/USP pelo apoio direcionado à realização do presente trabalho.

6. Referências

- [01] RAMOS, A.L. Análise numérica de pisos mistos aço-concreto de pequena altura. 120p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- [02] ROCHA, F. M. Modelos numéricos de vigas mistas de aço e concreto pertencentes a sistemas de pisos mistos de pequena altura em situação de incêndio. 269p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, 2012.
- [03] REGOBELLO, R. Análise numérica de seções transversais e de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto em situação de incêndio. 254p. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.
- [04] DONG, Y.; PRASAD, K. Behavior of full-scale frames with slim floor slab construction under exposure in a fire resistance furnace. *Journal of fire protection engineering*, v.19, n.3, p. 197-220, 2009.
- [05] LAWSON, R. M.; MULLET, D. L.; RACKHAM, J. W. Design of asymmetric “Slimflor” beams using deep composite decking, Berkshire: Steel Construction Institute, SCI P-175, 106p, 1997.
- [06] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 4 - Design of composite steel and concrete structures. Part 1-2: General rules – Structural Fire Design. EN 1994-1. Brussels, 2005.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio – Procedimento. NBR 14323. Rio de Janeiro, Brasil, 2013.
- [08] MÄKELÄINEN, P.; MA, Z. Fire resistance of composite slim floor beams. *Journal of constructional steel research*, n.54, p.345-363, 2000.
- [09] ELLOBODY, E. Composite slim floor stainless steel beam construction exposed to different fires. *Engineering Structures*. v.36, p.1-13, 2012.
- [10] INTERNATIONAL STANDARD. Fire-resistance tests – Elements of building construct – Part 1: General requirements. ISO 834-1. Switzerland, 1999.

Volume 7, Number 1

February 2014

ISSN: 1983-4195

Contents

Six pile caps reinforced concrete: numerical simulation and design by the strut and tie method

D. S. OLIVEIRA, R. BARROS and J. S. GIONGO

1

Rheological behavior study of plastic shrinkage and cracking of self-compacting concrete mortars

L. S. GIROTTO, M. P. BARBOSA and G. F. MACIEL

24

An algorithm for the automatic design of concrete shell reinforcement

A. B. COLOMBO, J. C. DELLA BELLA and T. N. BITTENCOURT

53

Evaluation of deflection in reinforced concrete structures using damage mechanics

J. J. C. PITUBA and R. G. DELALIBERA

68

Simplified modelling of cracking and collapse process on frames and arches of reinforced concrete

D. L. N. F. AMORIM, S. P. B. PROENÇA and J. FLÓREZ-LÓPEZ

100

Bond steel-concrete: simulation analysis of the pull-out tests and APULOT using the program ATENA

A. J. TAVARES, M. P. BARBOSA, T. N. BITTENCOURT and M. LORRAIN

138

Analysis of slim floor beams in fire: emphasis on the concrete constitutive models

F. M. ROCHA and J. MUNAIAR NETO

158