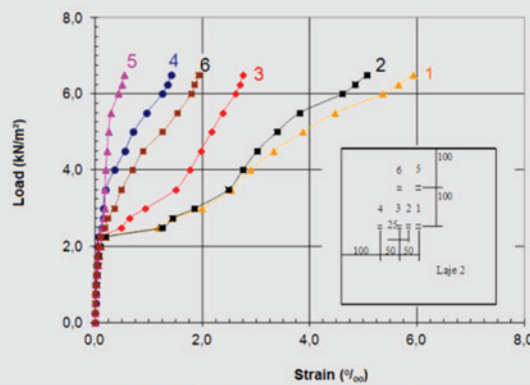
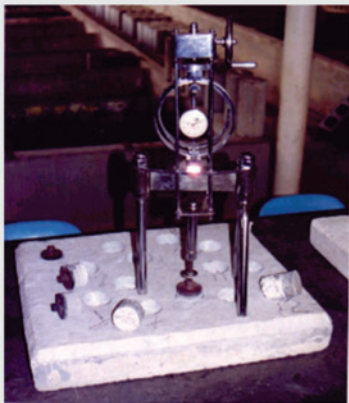
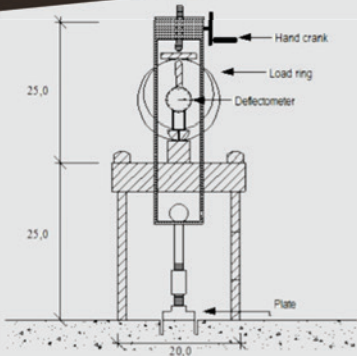


Volume 11, Number 2

April, 2018

ISSN 1983-4195



Modelling of fracture problems in quasi-brittle materials by the E-FEM

C. Z. S. MARASCA, E. BITTENCOURT
and V. M. R. D. BESSA

Experimental study of solid RC slabs strengthened on the upper surface

C. O. CAMPOS, L. M. TRAUTWEIN, R. B. GOMES
and G. MELO

Stiffness plasticity degradation of masonry mortar under compression: preliminar results

G. MOHAMAD, F. S. FONSECA, A. T. VERMELTFOORT
and A. LUBECK

About the use of semi-continuity to remove fireproof coatings in simply supported composite steel and concrete beams

L. C. ROMAGNOLI and V. P. SILVA

Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation

M. W. MOURA, M. V. REAL and D. D. LORIGGIO

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

A. D. PIASSI, J. V. DIAS, A. F. G. CALENZANI
and F. C. C. MENANDRO

The collapse of Real Class building

R. J. C. RIBEIRO and D. R. C. OLIVEIRA

Application of tuned-mass dampers to the control of floor vibrations

G. M. ALMEIDA and C. E. N. MAZZILLI

Effect of mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes

J. S. RAUCCI, R. T. CECEL, R. C. O. ROMANO, R. G. PILEGGI
and V. M. JOHN

Punching shear resistance of reinforced concrete footings: evaluation of design codes

D. F. A. SANTOS, A. F. LIMA NETO and M. P. FERREIRA

Editorial Board

- Américo Campos Filho (Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Eduardo N. B. Santos Júlio (Editor, IST, Lisboa, Portugal)
- José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa (Editor, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)
- José Márcio Fonseca Calixto (Editor, UFMG, Belo Horizonte, MG, Brazil)
- Leandro Francisco Moretti Sanchez (Editor, University of Ottawa, Ottawa, Canada)
- Mauro Vasconcellos Real (FURG, Rio Grande, RS, Brazil)
- Osvaldo Luís Manzoli (Editor, UNESP, Bauru, SP, Brazil)
- Paulo César Correia Gomes (Editor, UFAL, Maceió, AL, Brazil)
- Rafael Giuliano Pileggi (Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Roberto Caldas de Andrade Pinto (Editor, UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Ronaldo Barros Gomes (Editor, UFG, Goiânia, GO, Brazil)
- Túlio Nogueira Bittencourt (Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Antonio Carlos R. Laranjeiras (ACR Laranjeiras, Salvador, BA, Brazil)
- Bernardo Horowitz (UFPE, Recife, PE, Brazil)
- Denise C. C. Dal Molin (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Emil de Souza Sánchez Filho (UFF, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Geraldo Cechella Isaia (UFSM, Santa Maria, RS, Brazil)
- Gonzalo Ruiz (UCLM, Ciudad Real, Spain)
- Guilherme Sales Melo (Former Editor, UnB, Brasília, DF, Brazil)
- Ivo José Padaratz (UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Joaquim Figueiras (FEUP, Porto, Portugal)
- Luiz Carlos Pinto da Silva Filho (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Mounir Khalil El Debs (USP, São Carlos, SP, Brazil)
- Nicole Pagan Hasparyk (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Paulo Helene (Former Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Paulo Monteiro (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- P.K. Mehta (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- Pedro Castro Borges (CINVESTAV, México, D.F., México)
- Romilde Almeida de Oliveira (Universidade Católica de Pernambuco, Recife, PE, Brazil)
- Romildo Dias Toledo Filho (Former Editor, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Rubens Machado Bittencourt (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Vladimir Antonio Paulon (UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)

Reviewers

Reviewers are selected by the Editors among the IBRACON members with recognized competence in the specific field of each contribution. They are acknowledged at the end of each volume.

We are publishing the second issue of volume 11 of the IBRACON Structures and Materials Journal with ten articles. The issue begins with an article on modelling of fracture problems in quasi-brittle materials by the E-FEM. The second article presents an experimental study on solid reinforced concrete slabs strengthened on the upper surface. The third article discusses experimental results to assess stiffness plasticity degradation of masonry mortar under compression. The fourth article draws on the use of semi-continuity to remove fireproof coatings in simply supported composite steel and concrete beams. In the fifth article, computational routines, based on the Brazilian Norm ABNT NBR 6118:2014, are used to analyze the ultimate flexural strength of prestressed concrete beams. Lateral-torsional buckling of cellular composite beams is addressed in the sixth article. The seventh article analyzes the Real Class building collapse, a residential building with reinforced concrete structural system and located in the urban area of the city of Belém / PA, occurred in 2011. The eighth article proposes a standardized solution for the application of Tuned-Mass Dampers to the control of floor vibrations based on the characteristics of the acting loads associated to human usage and the characteristics of the most common structures of the contemporary engineering practice. The ninth article evaluates the effect of the mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes. An evaluation of international design codes on punching resistance of reinforced concrete footings is presented in the last article.

Américo Campos Filho, Eduardo N. B. Santos Júlio, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, José Márcio Fonseca Calixto, Leandro Francisco Moretti Sanchez, Mauro Vasconcellos Real, Osvaldo Luís Manzoli, Paulo César Correia Gomes, Rafael Giuliano Pileggi, Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ronaldo Barros Gomes and Túlio Nogueira Bittencourt, Editors

Estamos publicando a segunda edição do volume 11 da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais com dez artigos. A edição começa com um artigo sobre modelagem de problemas de fratura em materiais quase-frágeis por E-FEM. O segundo artigo apresenta um estudo experimental em lajes de concreto armado reforçado pela superfície superior. O terceiro artigo discute resultados experimentais para avaliar a perda de rigidez a argamassa de assentamento da alvenaria sob compressão. O quarto artigo baseia-se no aproveitamento da semicontinuidade para eliminar o revestimento contra fogo em vigas mistas de aço e concreto biapoiadas. No quinto artigo, rotinas computacionais, baseadas na Norma Brasileira ABNT NBR 6118:2014, são utilizadas para analisar a resistência última à flexão de vigas de concreto protendido. A flambagem lateral com distorção de vigas mistas celulares é abordada no sexto artigo. O sétimo artigo analisa o colapso do edifício Real Class, prédio residencial com sistema estrutural de concreto armado, localizado na área urbana de Belém / PA, ocorrido em 2011. O oitavo artigo propõe uma solução padronizada para a aplicação do Tuned-Mass Dampers para o controle de vibrações em lajes de piso com base nas cargas atuantes associadas ao uso humano e às características das estruturas mais comuns à engenharia contemporânea. O nono artigo avalia o efeito do método de mistura no espalhamento mini-slump de pastas de cimento Portland. Uma avaliação dos códigos internacionais de projeto sobre a resistência à punção de sapatas de concreto armado é apresentada no último artigo.

Américo Campos Filho, Eduardo NB Santos Júlio, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, José Márcio Fonseca Calixto, Leandro Francisco Moretti Sanchez, Mauro Vasconcellos Real, Osvaldo Luís Manzoli, Paulo César Correia Gomes, Rafael Giuliano Pileggi, Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ronaldo Barros Gomes e Túlio Nogueira Bittencourt, Editores



Cover: EXPERIMENTAL STUDY OF SOLID REINFORCED CONCRETE SLABS STRENGTHENED ON THE UPPER SURFACE

Courtesy: C. O. CAMPOS, GOIÂNIA, BRAZIL



IBRACON

Ibracon Structures and Materials Journal

is published bimonthly (February, April, June, August, October and December) by IBRACON.

IBRACON

Instituto Brasileiro do Concreto
Founded in 1972

R. Julieta do Espírito Santo Pinheiro, 68
Jardim Olímpia, São Paulo – SP
Brasil – 05542-120
Phone: +55 11 3735-0202
Fax: +55 11 3733-2190
E-mail: arlene@ibracon.org.br
Website: http://www.ibracon.org.br

Editors

Américo Campos Filho
(Brazil)

José Luiz Antunes de O. e Sousa
(Brazil)

José Márcio Fonseca Calixto
(Brazil)

Leandro Franscisco Moretti Sanchez
(Canada)

Mauro Vasconcelos Real
(Brazil)

Osvaldo Luís Manzoli
(Brazil)

Paulo César Correia Gomes
(Brazil)

Rafael Giuliano Pileggi
(Brazil)

Roberto Caldas de Andrade Pinto
(Brazil)

Ronaldo Barros Gomes
(Brazil)

Túlio Nogueira Bittencourt
(Brazil)

Cover design & Layout:

Ellementto-Arte
www.ellementto-arte.com

Volume 11, Number 2

April, 2018

ISSN: 1983-4195

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS

IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Contents

Modelling of fracture problems in quasi-brittle materials by the E-FEM

C. Z. S. MARASCA, E. BITTENCOURT and V. M. R. D. BESSA

244

Experimental study of solid RC slabs strengthened on the upper surface

C. O. CAMPOS, L. M. TRAUTWEIN, R. B. GOMES and G. MELO

255

Stiffness plasticity degradation of masonry mortar under compression: preliminar results

G. MOHAMAD, F. S. FONSECA, A. T. VERMELTFOORT and A. LUBECK

279

About the use of semi-continuity to remove fireproof coatings in simply supported composite steel and concrete beams

L. C. ROMAGNOLI and V. P. SILVA

296

Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation

M. W. MOURA, M. V. REAL and D. D. LORIGGIO

307

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

A. D. PIASSI, J. V. DIAS, A. F. G. CALENZANI and F. C. C. MENANDRO

331

The collapse of Real Class building

R. J. C. RIBEIRO and D. R. C. OLIVEIRA

357

Application of tuned-mass dampers to the control of floor vibrations

G. M. ALMEIDA and C. E. N. MAZZILLI

389

Effect of mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes

J. S. RAUCCI, R. T. CECEL, R. C. O. ROMANO, R. G. PILEGGI and V. M. JOHN

410

Punching shear resistance of reinforced concrete footings: evaluation of design codes

D. F. A. SANTOS, A. F. LIMA NETO and M. P. FERREIRA

432

Aims and Scope

Aims and Scope

The IBRACON Structures and Materials Journal is a technical and scientific divulgation vehicle of IBRACON (Brazilian Concrete Institute). Each issue of the periodical has 5 to 8 papers and, possibly, a technical note and/or a technical discussion regarding a previously published paper. All contributions are reviewed and approved by reviewers with recognized scientific competence in the area.

Objectives

The IBRACON Structures and Materials Journal's main objectives are:

- Present current developments and advances in the area of concrete structures and materials;
- Make possible the better understanding of structural concrete behavior, supplying subsidies for a continuous interaction among researchers, producers and users;
- Stimulate the development of scientific and technological research in the areas of concrete structures and materials, through papers peer-reviewed by a qualified Editorial Board;
- Promote the interaction among researchers, constructors and users of concrete structures and materials and the development of Civil Construction;
- Provide a vehicle of communication of high technical level for researchers and designers in the areas of concrete structures and materials.

Submission Procedure

The procedure to submit and revise the contributions, as well as the formats, are detailed on IBRACON's WebSite (www.ibracon.org.br). The papers and the technical notes are revised by at least three reviewers indicated by the editors. The discussions and replies are accepted for publication after a revision by the editors and at least one member of the Editorial Board. In case of disagreement between the reviewer and the authors, the contribution will be sent to a specialist in the area, not necessarily linked to the Editorial Board.

Contribution Types

The periodical will publish original papers, short technical notes and paper discussions. Announcements of conferences and meetings, information about book reviews, events and contributions related to the area will also be available in the periodical's WebSite. All contributions will be revised and only published after the Editorial and Reviewers Boards approve the paper. Restrictions of content and space (size) are imposed to the papers. The contributions will be accepted for review in Portuguese, Spanish or English. The abstracts are presented in Portuguese or Spanish, and in English, independently of the language in which the paper is written. After the review process, papers originally written in Portuguese or Spanish should be translated into English, which is the official language of the IBRACON Structures and Materials Journal. Optionally, papers are also published in Portuguese or Spanish.

Original papers will be accepted as long as they are in accordance with the objectives of the periodical and present quality of information and presentation. The instructions to submit a paper are detailed in the template (available on IBRACON's WebSite).

The length of the papers must not exceed 20 pages.

A technical note is a brief manuscript. It may present a new feature of research, development or technological application in the areas of Concrete Structures and Materials, and Civil Construction. This is an opportunity to be used by industries, companies, universities, institutions of research, researchers and professionals willing to promote their works

and products under development. The instructions to submit a technical note are detailed on IBRACON's WebSite.

A discussion is received no later than 3 months after the publication of the paper or technical note. The instructions to submit a discussion are detailed on IBRACON's WebSite. The discussion must be limited to the topic addressed in the published paper and must not be offensive. The right of reply is guaranteed to the Authors. The discussions and the replies are published in the subsequent issues of the periodical.

Internet Access

IBRACON Structural Journal Page in <http://www.ibracon.org.br>

Subscription rate

All IBRACON members have free access to the periodical contents through the Internet. Non-members have limited access to the published material, but are able to purchase isolated issues through the Internet. The financial resources for the periodical's support are provided by IBRACON and by research funding agencies. The periodical will not receive any type of private advertisement that can jeopardize the credibility of the publication.

Photocopying

Photocopying in Brazil. Brazilian Copyright Law is applicable to users in Brazil. IBRACON holds the copyright of contributions in the journal unless stated otherwise at the bottom of the first page of any contribution. Where IBRACON holds the copyright, authorization to photocopy items for internal or personal use, or the internal or personal use of specific clients, is granted for libraries and other users registered at IBRACON.

Copyright

All rights, including translation, reserved. Under the Brazilian Copyright Law No. 9610 of 19th February, 1998, apart from any fair dealing for the purpose of research or private study, or criticism or review, no part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of IBRACON. Requests should be directed to IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68 ,Jardim Olímpia,
São Paulo, SP – Brasil CEP: 05542-120
Phone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190
E-mail: arlene@ibracon.org.br.

Disclaimer

Papers and other contributions and the statements made or opinions expressed therein are published on the understanding that the authors of the contribution are the only responsible for the opinions expressed in them and that their publication does not necessarily reflect the support of IBRACON or the journal.

Objetivos e Escopo

A Revista IBRACON de Estruturas e Materiais é um veículo de divulgação técnica e científica do IBRACON (Instituto Brasileiro do Concreto). Cada número do periódico tem 5 a 8 artigos e, possivelmente, uma nota técnica e/ou uma discussão técnica sobre um artigo publicado anteriormente. Todas as contribuições são revistas e aprovadas por revisores com competência científica reconhecida na área.

Objetivos

Os objetivos principais da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais são:

- Apresentar desenvolvimentos e avanços atuais na área de estruturas e materiais de concreto;
- Possibilitar o melhor entendimento do comportamento do concreto estrutural, fornecendo subsídios para uma interação contribua entre pesquisadores, produtores e usuários;
- Estimular o desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica nas áreas de estruturas de concreto e materiais, através de artigos revisados por um corpo de revisores qualificado;
- Promover a interação entre pesquisadores, construtores e usuários de estruturas e materiais de concreto, e o desenvolvimento da Construção Civil;
- Prover um veículo de comunicação de alto nível técnico para pesquisadores e projetistas nas áreas de estruturas de concreto e materiais.

Submissão de Contribuições

O procedimento para submeter e revisar as contribuições, assim como os formatos, estão detalhados na página Internet do IBRACON (www.ibracon.org.br). Os artigos e as notas técnicas são revisadas por, no mínimo, três revisores indicados pelos editores. As discussões e réplicas são aceitas para publicação após uma revisão pelo editores e no mínimo um membro do Corpo Editorial. No caso de desacordo entre revisor e autores, a contribuição será enviada a um especialista na área, não necessariamente do Corpo Editorial.

Tipos de Contribuição

O periódico publicará artigos originais, notas técnicas curtas e discussões sobre artigos. Anúncios de congressos e reuniões, informação sobre revisão de livros e contribuições relacionadas à área serão também disponibilizadas na página Internet da revista. Todas as contribuições serão revisadas e publicadas apenas após a aprovação dos revisores e do Corpo Editorial. Restrições de conteúdo e espaço (tamanho) são impostas aos artigos. As contribuições serão aceitas para revisão em português, espanhol ou inglês. Os resumos serão apresentados em português ou espanhol, e em inglês, independentemente do idioma em que o artigo for escrito. Após o processo de revisão, artigos originalmente escritos em português ou espanhol deverão ser traduzidos para inglês, que é o idioma oficial da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Opcionalmente, os artigos são também publicados em português ou espanhol.

Artigos originais serão aceitos desde que estejam de acordo com os objetivos da revista e apresentam qualidade de informação e apresentação. As instruções para submeter um artigo estão detalhadas em um gabarito (disponível no sítio do IBRACON).

A extensão dos artigos não deve exceder 20 páginas.

Um nota técnica é um manuscrito curto. Deve apresentar uma nova linha de pesquisa, desenvolvimento ou aplicação tecnológica nas áreas de Estruturas de Concreto e Materiais, e Construção Civil. Esta é uma oportunidade a ser utilizada por indústrias, empresas, universidades, institui-

ções de pesquisa, pesquisadores e profissionais que desejem promover seus trabalhos e produtos em desenvolvimento. As instruções para submissão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON.

Uma discussão é recebida não mais de 3 meses após a publicação do artigo ou nota técnica. As instruções para submeter uma discussão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON. A discussão deve se limitar ao tópico abordado no artigo publicado e não pode ser ofensivo. O direito de resposta é garantido aos autores. As discussões e réplicas são publicadas nos números subsequentes da revista.

Acesso via Internet

Página da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais em <http://www.ibracon.org.br>

Assinatura

Todos os associados do IBRACON têm livre acesso ao conteúdo do periódico através da Internet. Não associados têm acesso limitado ao material publicado, mas podem adquirir números isolados pela Internet. O financiamento para suporte à revista é provido pelo IBRACON e por agências de financiamento à pesquisa. A revista não receberá qualquer tipo de anúncio privado que possa prejudicar a credibilidade da publicação.

Fotocópias

Fotocópias no Brasil, A Lei Brasileira de Direitos Autorais é aplicada a usuários no Brasil. O IBRACON detém os direitos autorais das contribuições na revista a menos que haja informação em contrário no rodapé da primeira página da contribuição. Onde o IBRACON detém os direitos autorais, autorização para fotocopiar itens para uso interno ou pessoal, ou uso interno ou pessoal de clientes específicos, é concedida para bibliotecas e outros usuários registrados no IBRACON.

Direitos autorais

Todos os direitos, inclusive tradução são reservados. Sob a Lei de Direitos Autorais No. 9610 de 19 de fevereiro de 1998, exceto qualquer acordo para fins de pesquisa ou estudo privado, crítica ou revisão, nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, arquivada em sistema de busca, ou transmitida em qualquer forma ou por qualquer meio eletrônico, mecânico, fotocópia, gravação ou outros, sem a autorização prévia por escrito do IBRACON. Solicitações devem ser encaminhadas ao IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68, Jardim Olímpia, São Paulo, SP –Brasil CEP: 05542-120

Fone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190

E-mail: arlene@ibracon.org.br.

Aviso Legal

Artigos e outras contribuições e declarações feitas ou opiniões expressas aqui são publicadas com o entendimento que os autores da contribuição são os únicos responsáveis pelas opiniões expressas neles e que sua publicação não necessariamente reflete o apoio do IBRACON ou da revista.

Diretoria

Diretoria Biênio 2017/2019

Diretor Presidente

Julio Timerman

Assessores da Presidência

Augusto Carlos de Vasconcelos

José Tadeu Balbo

Selmo Chapira Kuperman

Assessor da Presidência – Atuação ABCP/ABESC

Hugo da Costa Rodrigues Filho

Assessor da Presidência – Atuação Construtoras

Alexandre Couso – ESSER

Diretor 1º Vice-Presidente

Luiz Prado Vieira Júnior

Diretor 2º Vice-Presidente

Bernardo Tutikian

Diretor 1º Secretário

Antonio Domingues de Figueiredo

Diretor 2º Secretário

Carlos José Massucato

Diretor 1º Tesoureiro

Claudio Sbrighi Neto

Diretor 2º Tesoureiro

Nelson Covas

Diretor de Marketing

Hugo Rodrigues

Diretor de Eventos

César Daher

Assessores da Diretoria de Eventos

Maurice Antoine Traboulsi

Sônia Regina Cottas Freitas

Diretor Técnico

Paulo Helene

Diretor de Relações Institucionais

Túlio Nogueira Bittencourt

Diretor de Publicações e Divulgação Técnica

Íria Lícia Oliva Doniak

Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento

Leandro Mouta Trautwein

Diretor de Cursos

Enio José Pazini Figueiredo

Diretor de Certificação de Pessoal

Gilberto Antônio Giuzio

Diretora de Atividades Estudantis

Jéssika Pacheco

Conselho Diretor Biênio 2017/2019

Sócios Titulares Individuais

Cláudio Sbrighi Neto

Augusto Carlos de Vasconcelos

Júlio Timerman

Luiz Prado Vieira Júnior

Antônio Domingues de Figueiredo

Vladimir Antonio Paulon

Carlos José Massucato

Maurice Antoine Traboulsi

Nelson Covas

César Henrique Sato Daher

Luiz Carlos Pinto da Silva

Inês Laranjeira da Silva Battagin

Antonio Laranjeiras

Enio Pazini Figueiredo

Geraldo Cechella Isaia

Mário Willian Esper

Sócios Titulares Mantenedores e Coletivos

ABCP – Associação Brasileira de Cimento Portland

POLI-USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

IPT – Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo

FURNAS Centrais Elétricas S.A.

LAFARGE HOLCIM

CNO – Construtora Noberto Odebrecht

ABCIC – Associação Brasileira da Construção Industrializada de Concreto

L. A. Falcão Bauer Centro Tecnológico de Controle de Qualidade Ltda.

ABESC – Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem

GERDAU

Conselheiros Permanentes

Eduardo Antonio Serrano

José Marques Filho

Paulo Helene

Ronaldo Tartuce

Rubens Machado Bittencourt

Selmo Chapira Kuperman

Simão Prizskulnik

Tulio Nogueira Bittencourt

Modelling of fracture problems in quasi-brittle materials by the E-FEM

Modelagem de problemas de fratura em materiais quase-frágeis pelo E-FEM

C. Z. S. MARASCA^a
cristiane.zuffo@gmail.com

E. BITTENCOURT^b
eduardo.bittencourt@ufrgs.br

V. M. R. D. BESSA^b
vichy@ufrgs.br

Abstract

In this paper a numerical model with strong discontinuities is presented to address fracture problems in quasi-brittle materials. A non-symmetrical statically and kinematically consistent formulation is implemented. The strong discontinuity in the displacement field is represented using the elemental enrichment finite element method (E-FEM). In other words, the strong discontinuity is introduced into the finite element and the additional degrees of freedom are condensed at the element level, allowing the implementation into existing computational codes. Two constitutive models are used to analyze the behavior of the cracked zone, linear and exponential. The exponential model results are closer to those obtained in experimental data and representative numerical simulations than the linear model.

Keywords: fracture, quasi-brittle material, elemental enrichment finite element method (E-FEM).

Resumo

Neste artigo, um modelo numérico com descontinuidades fortes é apresentado para abordar problemas de fratura em materiais quase frágeis. É implementada uma formulação não simétrica estaticamente e cinematicamente consistente. A descontinuidade forte no campo de deslocamentos é representada usando o método do elemento finito com enriquecimento elementar (E-FEM). Em outras palavras, a descontinuidade forte é introduzida no elemento finito e os graus de liberdade adicionais são condensados em nível de elemento, permitindo a implementação em códigos computacionais existentes. Dois modelos constitutivos são utilizados para analisar o comportamento da região fissurada, um linear e outro exponencial. Os resultados do modelo exponencial estão mais próximos dos obtidos em dados experimentais e simulações numéricas representativas do que o modelo linear.

Palavras-chave: fratura, material quase-frágil, método de elementos finitos com enriquecimento elementar (E-FEM).

^a Coordenação de Engenharia Civil, Universidade Paranaense, UNIPAR, Francisco Beltrão, PR, Brasil;

^b Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.

1. Introduction

The formation and propagation of cracks is a phenomenon observed in many materials used in engineering, such as concrete, metals, ceramics and rocks. This process happens due to the formation of zones with strain localization where the concentration of damage and other inelastic effects occurs. Crack propagation occurs in arbitrary directions that can be influenced by the geometry of the structure, boundary conditions, heterogeneity or local defects of the material [1]. Therefore, one of the major challenges in discretization of crack propagation problems is the fact that the discontinuities propagate through the structure in arbitrary directions as loading evolves. Several models to represent the crack propagation can be found in the literature, as discrete cracks (see [2], [3], [4], and [5]) and smeared cracks (see [6], [7], [8] and [9]). However, due to the complexity and limitations of those models, methods that are mesh independent and allow the propagation of cracks without remeshing are also being considered. In the context of finite elements, two new approaches have been proposed. The extended finite elements (X-FEM), based on nodal enrichment or interpolation functions enrichment associated with existing nodes ([10], [11]) and the elemental enrichment (E-FEM), involving finite elements with internal degrees of freedom to represent strong or weak discontinuities ([12], [8], [13], [14]).

One of the major advantages of considering elemental enrichment (E-FEM) is the local enrichment feature, i.e., additional degrees of freedom are eliminated from the global solution by static condensation. The technique allows the implementation in existing finite element codes making few modifications, besides presenting advantages in terms of computational cost and convergence when compared to extended models (X-FEM), as observed by [15].

This paper presents a strong discontinuity model proposed by [12]. The model is nonsymmetrical (SKON) according to the nomenclature of [15] and belongs to the elemental enrichment elements (E-FEM). The model was implemented in the code METAFOR (METAFOR is a commercial FE code developed in the Liège University, see [16]).

The outline of the rest of this paper is as follows. Section 2 presents the Variational Principle governing the problem. Section 3 describes the approximation of the model by the finite element method. Section 4 presents the asymmetric model implemented. Section 5 provides the crack propagation criterion and constitutive relation. Section 6 shows the results and the conclusions are discussed in chapter 7. The results and the conclusions are discussed in chapter 7.

2. Variational principle

Strong discontinuity models simulate the relation between forces through the crack and the opening of the crack (discontinuity of the internal displacement field of the element). For these models, the variational principle that represents the problem should include the relation between the transmitted stresses *versus* crack opening [8]. In the implemented model [12], the Hu-Washizu variational principle for incorporation of discontinuities in the displacement field is used. In this principle the displacement u , strain ϵ , and stress σ fields are independent of each other. These fields are defined in a V domain, where volume forces \hat{b} are applied. The surface is divided into two parts: S_u , where the essential boundary conditions, $u = \hat{u}$, are applied; and S_t , in which the natural boundary conditions are applied (Figure 1a) [15]. The principle can be extended to a body with an internal interface S , Figure 1b), which divides the domain and the boundary conditions into two parts. A field of surface forces, t_s , appears on the inner surface. This field is a function of the discontinuity of displacements through the internal interface [8].

The field equations that govern the problem can be coupled on a variational principle according to equation (1):

$$\int_V \delta \epsilon^T \sigma(\epsilon) dV + \delta \int_V \sigma^T (\nabla u - \epsilon) dV = \int_{S_t} \delta u^T \hat{t} dS + \int_V \delta u^T \hat{b} dV \quad (1)$$

in which δ represents variation, $\sigma(\epsilon)$ the stress obtained from the constitutive relations, ∇u the displacement gradient.

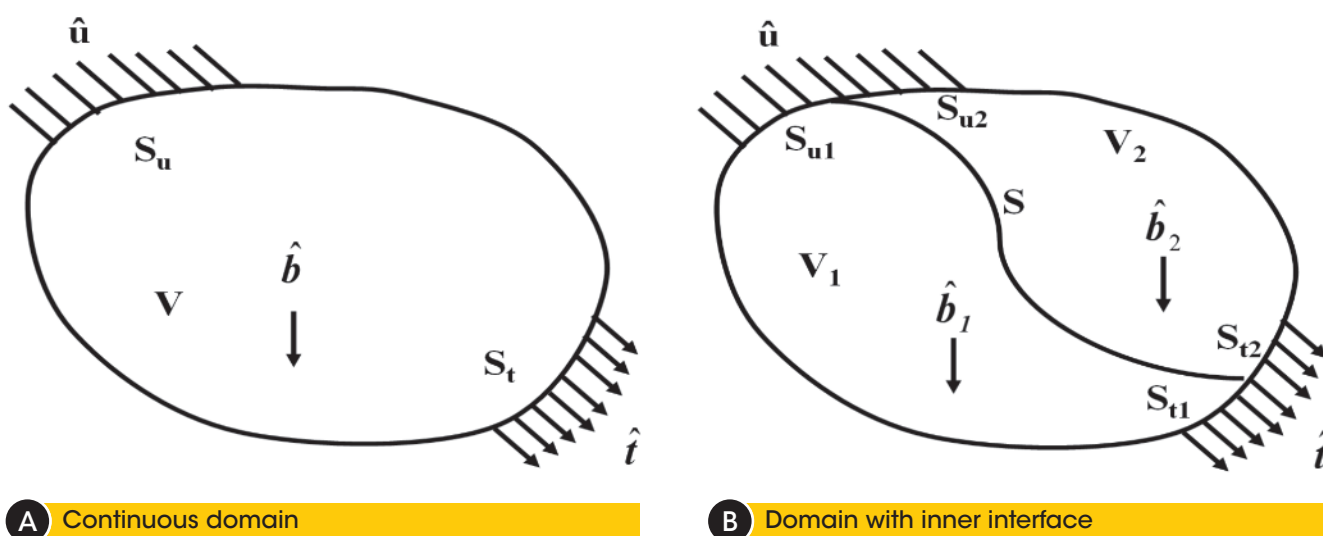


Figure 1 Boundary condition in the domain. a) continuous, b) with inner interface

The stationary condition of this principle provides the relations of strain-displacement, the constitutive relation, the differential equation of equilibrium and the static boundary condition, according to equations (1) to (4), respectively. In addition, it provides geometric and mechanical boundary conditions as natural boundary conditions [17].

$$\nabla \mathbf{u} = \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

$$\nabla \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \hat{\mathbf{b}} \quad (4)$$

$$\mathbf{n} \boldsymbol{\sigma} = \hat{\mathbf{t}} \quad (5)$$

where \mathbf{n} is the outward normal vector to the boundary.

3. Finite element method approximation

The numerical modeling of strong discontinuities on solids requires the use of a formulation that correctly represents the discontinuity in the displacement field, considering the independence between the fields of stress, strain and displacement. In this item, a general formulation will be presented within the context of finite elements, based on the works of [8], [15] and [18].

In order to represent the discontinuity of displacements in the internal interface, the displacement field is represented by the sum of the continuous and discontinuous portions representing the relative motion between the two parts of the domain separated by the discontinuity [19]. Therefore, the field of displacements with discontinuities is:

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{N} \mathbf{d}_N + \mathbf{N}_C \mathbf{d}_C \quad (6)$$

where \mathbf{N} are the standard shape functions, which assume the unitary value on its respective node and zero elsewhere, \mathbf{d}_N are the nodal displacements, \mathbf{N}_C are the shape functions of the additional displacement terms and \mathbf{d}_C are the additional displacement modes. The strain field can be determinate as:

$$\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{B} \mathbf{d}_N + \mathbf{G} \mathbf{e} \quad (7)$$

where \mathbf{B} are the derivatives of the standard shape functions (\mathbf{N}), \mathbf{G} is the matrix that contains the additional shape functions for strain, \mathbf{e} is the vector that contains the additional strain modes [8].

Based on the variational principle defined in (1), the stress field, strain field and displacement field can be defined independently. Therefore, the stresses are calculated as:

$$\boldsymbol{\sigma} \approx \mathbf{S} \mathbf{s} \quad (8)$$

in which \mathbf{S} is the matrix that contains the stress interpolation function and \mathbf{s} is the vector that contains the stress parameters.

Replacing the equations (6) to (8) in (1) and considering $\nabla(\mathbf{N} \mathbf{d}_N) = \mathbf{B} \mathbf{d}_N$ and $\nabla(\mathbf{N}_C \mathbf{d}_C) = \mathbf{B}_C \mathbf{d}_C$, we have:

$$\begin{aligned} & \delta \mathbf{d}_N^T \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) dV + \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \int_V \mathbf{G}^T [\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) - \mathbf{S} \mathbf{s}] dV + \\ & \delta \mathbf{s}^T \int_V \mathbf{S}^T (\mathbf{B}_C \mathbf{d}_C - \mathbf{G} \mathbf{e}) dV + \delta \mathbf{d}_C^T \int_V \mathbf{B}_C^T \mathbf{S} \mathbf{s} dV = \\ & \delta \mathbf{d}_N^T \mathbf{f}_{\text{EXT}} + \delta \mathbf{d}_C^T \mathbf{f}_C \end{aligned} \quad (9)$$

In that, \mathbf{f}_{EXT} are the usual external forces and \mathbf{f}_C are the additional external forces defined by:

$$\mathbf{f}_{\text{EXT}} = \int_V \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{b}} dV + \int_{S_t} \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{t}} dS \quad (10)$$

and

$$\mathbf{f}_C = \int_V \mathbf{N}_C^T \hat{\mathbf{b}} dV + \int_{S_t} \mathbf{N}_C^T \hat{\mathbf{t}} dS \quad (11)$$

For loads applied outside the region with additional interpolation, $\mathbf{f}_C = 0$.

In the equation (9) \mathbf{B}_C are the additional displacement interpolation functions, \mathbf{G} are the additional strain term shape functions, which can be defined independently, in the case where additional displacements and strains are defined independently. Due to the independence of the variables, we can obtain the discretized equations:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) dV = \mathbf{f}_{\text{EXT}} \quad (12)$$

$$\int_V \mathbf{G}^T \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) dV - \left(\int_V \mathbf{G}^T \mathbf{S} dV \right) \mathbf{s} = 0 \quad (13)$$

$$\left(\int_V \mathbf{S}^T \mathbf{B}_C dV \right) \mathbf{d}_C - \left(\int_V \mathbf{S}^T \mathbf{G} dV \right) \mathbf{e} = 0 \quad (14)$$

$$\left(\int_V \mathbf{B}_C^T \mathbf{S} dV \right) \mathbf{s} = 0 \quad (15)$$

In order to linearize the dependence of $\boldsymbol{\sigma}$ in relation to \mathbf{d}_N and \mathbf{e} , the formulation is changed to incremental form (rates). For a given state, the linearized stress-strain relation is:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{D} (\mathbf{B} \mathbf{d}_N + \mathbf{G} \mathbf{e}) \quad (16)$$

where $\mathbf{D} \equiv \delta \boldsymbol{\sigma} / \delta \boldsymbol{\varepsilon}$ (constitutive matrix of the material).

Changing the equations (12) to (15) for the rate form and replacing (16) in these equations we obtain the following set of equations:

$$\int_V \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{G} & 0 & 0 \\ \mathbf{G}^T \mathbf{D} \mathbf{B} & \mathbf{G}^T \mathbf{D} \mathbf{G} & -\mathbf{G}^T \mathbf{S} & 0 \\ 0 & -\mathbf{S}^T \mathbf{G} & 0 & \mathbf{S}^T \mathbf{B}_C \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_C^T \mathbf{S} & 0 \end{bmatrix} dV \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_N \\ \mathbf{e} \\ \mathbf{s} \\ \mathbf{d}_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{\text{EXT}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

The interpolation of stresses and strains can be discontinuous. Therefore, the stress and strain parameter can be associated with only one finite element. The same happens for the additional displacement parameters (\mathbf{e} , \mathbf{s} , \mathbf{d}_C). They can be condensed at the element level and global equations contain then only the degrees of freedom relative to the standard displacement, \mathbf{d}_N [8].

Therefore, the equations (12) to (15) and (17) can be rewritten to a finite element that occupies a volume V_e and the external forces \mathbf{f}_{EXT} are replaced by the elemental contribution of internal forces \mathbf{f}_{EXT} . According to [15], the formulation presented can be particularized in three cases: Kinematically optimal symmetric elements (KOS), Statically optimal symmetric elements (SOS), and Kinematically and statically optimal non-symmetric elements (SKON). The first describes the kinematic aspects satisfactorily, but leads to an inappropriate relation of stresses in the crack, the second considers the continuity of stresses through the internal interface, but does not guarantee kinematic continuity and the latter presents

a better performance by using a continuity condition of natural stresses and fairly well represent kinematic continuity.

A kinematically and statically optimal non-symmetric elements (SKON) model is implemented because this formulation presents more robust and reliable results than the others [19], for more information see [16].

4. Asymmetric model implemented

In this paper the asymmetric model proposed by [12] is implemented to represent the strong discontinuities, with the following characteristics:

- Consider the entire element as a minimum domain in the localization of strains, instead of working at the integration point level.
- The strain localization within the finite element is considered as a displacement discontinuity line incorporated in the element domain.
- Two constitutive relations are defined to represent the material behavior when the localization is started at the element. A stress-displacement relation for the discontinuity line, related to fracture energy, and a stress-strain relation for the element domain.
- The elements resulting from this formulation are non-conforming.
- This formulation represents the global effects of locating strains on a structure. Hence, it is not possible to obtain a detailed description of the stress field near the localization zone.

In order to better understand the implemented asymmetric formulation, initially a simple case of a bar finite element with two nodes is analyzed, Figure 2a).

Before the opening of cracks, displacements are obtained according to equation (18).

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{N}\mathbf{U} \tag{18}$$

where \mathbf{U} is the vector that contains the increments of nodal displacement and \mathbf{N} contains the interpolation functions.

The dashed line 3 in the Figure 2a) represents this interpolation. When the crack opens, a discontinuity of displacements is considered in center A, which divides the element into two subdomains

V_1 and V_2 . It is assumed that V_2 suffers an increment of rigid body displacement (\mathbf{e}) regarding V_1 .

In order to obtain the same strain for both subdomains, the interpolations of lines 1 and 2 shown in Figure 2a) are adopted for V_1 and V_2 . Therefore, the displacements for each subdomain considering the line of discontinuity becomes:

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{N}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{e}) \tag{19}$$

and

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{N}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{e}) + \mathbf{e} \tag{20}$$

where $\boldsymbol{\phi} = (0 \ 1)^T$. Deriving the equations (19) and (20), the same incremental strain is obtained. Therefore, for any point into subdomains V_1 and V_2 .

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{e}) \tag{21}$$

For the two-dimensional case (Figure 2b)) the concepts presented above can be generalized considering:

$$\mathbf{e} = \mathbf{d}_c = \mathbf{R}\mathbf{e}' \tag{22}$$

where \mathbf{e}' contains the rigid body motion components associated with the localization line, evaluated at the center of the element, in the local system (x', y'):

$$\mathbf{e}' = \begin{bmatrix} u^c \\ v^c \end{bmatrix} \tag{23}$$

and \mathbf{R} is the rotation matrix of the local Cartesian system of discontinuity (x', y') to the coordinate system of the element. Moreover, $\boldsymbol{\phi}$ becomes a matrix defined by:

$$\boldsymbol{\phi} = [\boldsymbol{\phi}_1 \ \boldsymbol{\phi}_2 \ \boldsymbol{\phi}_3 \ \boldsymbol{\phi}_4]^T \tag{24}$$

where each submatrix $\boldsymbol{\phi}_n$ is a matrix of 2x2 dimension, defined according to:

$$\boldsymbol{\phi}_n = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{to } V_1 \\ \mathbf{I} & \text{to } V_2 \end{cases}$$

where \mathbf{I} represents the identity matrix.

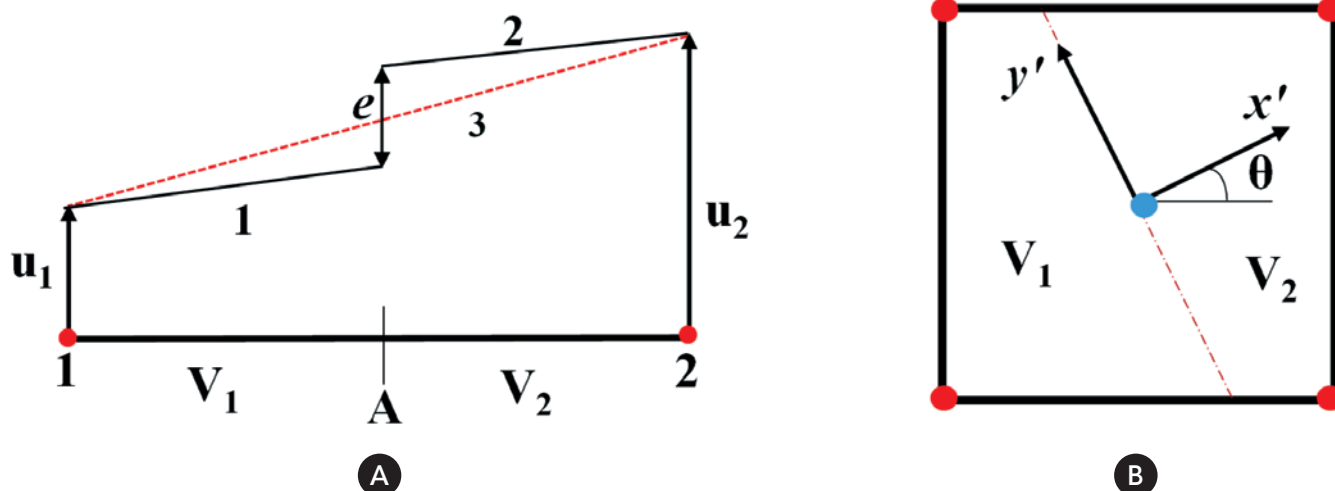


Figure 2
Finite element with localization line a) one-dimensional, b) two-dimensional

Therefore, the displacements u_1 and u_2 takes the form.

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{N}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{R}\mathbf{e}') \quad (25)$$

and

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{N}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{R}\mathbf{e}') + \mathbf{R}\mathbf{e}' \quad (26)$$

where

$$\mathbf{d}_N = \mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{R}\mathbf{e}' \quad (27)$$

which is the displacement that causes strains.

For two points near the line of discontinuity, one on V_1 and another on V_2 , the displacement is given by:

$$\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^- = \mathbf{R}\mathbf{e}' \quad (28)$$

The strain for the two-dimensional case is:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}(\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{R}\mathbf{e}') = \mathbf{B}\mathbf{d}_N \quad (29)$$

After the crack is open, it is necessary to consider an internal equilibrium condition for the discontinuity line. Starting from equation (1), see more details in [16], we have:

$$\int_{S_L} \mathbf{t} dS = \int_{S_L} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\sigma} dS \quad (30)$$

The matrix \mathbf{P} selects the stress components that will be transmitted through the crack.

The constitutive relation for the localization line is defined as:

$$\mathbf{t} = \mathbf{D}^{cr} \mathbf{e}' \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_t(u^c) & 0 \\ 0 & G_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^c \\ v^c \end{bmatrix}$$

where $E_t(u^c)$ is adjusted according to the fracture energy, G_t , and G_t is related to the shear modulus.

For the element domain:

$${}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\sigma} = {}^t \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{D}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (32)$$

In that t and $t+\Delta t$ represents pseudo-times relatives to the load increments, where t is the previous increment and $t+\Delta t$ is the current load increment (total). \mathbf{D}^e is the elastic constitutive matrix of the material.

For the elements in the region where the localization does not occur, the same relation presented in (32) is used.

Considering the strain in (29), replacing (32) in (12):

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} (\mathbf{U} - \boldsymbol{\phi}\mathbf{R}\mathbf{e}') dV = {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_{EXT} - {}^t \mathbf{F} \quad (33)$$

where

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_{EXT} = \int_S \mathbf{N}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{p} dS \quad (34)$$

and

$${}^t \mathbf{F} = \int_V \mathbf{B}^T {}^t \boldsymbol{\sigma} dV \quad (35)$$

Replacing (32) and (31) in the additional equilibrium condition (30), we have:

$$\left(\int_{S_L} \mathbf{P}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} dS \right) \mathbf{U} = \left[\int_{S_L} (\mathbf{P}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} \boldsymbol{\phi} \mathbf{R} + \mathbf{D}^{cr}) dS \right] \mathbf{e}' \quad (36)$$

where

$$\mathbf{S}_{uu} = \int_{S_L} \mathbf{P}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} dS \quad (37)$$

and

$$\mathbf{S}_{cc} = \int_{S_L} (\mathbf{P}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} \boldsymbol{\phi} \mathbf{R} + \mathbf{D}^{cr}) dS \quad (38)$$

Therefore, replacing (37) and (38) in (36) and isolating the additional displacement, we obtain:

$$\mathbf{e}' = \mathbf{S}_{cc}^{-1} \mathbf{S}_{uu} \mathbf{U} \quad (39)$$

From (39) we have the condensation of the internal degrees of freedom of equation (33) resulting in:

$$\left[\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} (\mathbf{I} - \boldsymbol{\phi} \mathbf{R} \mathbf{S}_{cc}^{-1} \mathbf{S}_{uu}) dV \right] \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_{EXT} - {}^t \mathbf{F} \quad (40)$$

where

$${}^t \mathbf{K}^* = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}^e \mathbf{B} (\mathbf{I} - \boldsymbol{\phi} \mathbf{R} \mathbf{S}_{cc}^{-1} \mathbf{S}_{uu}) dV \quad (41)$$

is the consistent tangent stiffness matrix. It is observed that the terms in parentheses make the matrix asymmetric, which can be a problem for implementation in pre-existing codes that use only symmetric solvers.

In the implemented model, only the symmetric part of the stiffness matrix of equation (41) was used because, for the analyzed problems, the difference in disregarding the asymmetric part is irrelevant. This is supported by [12], that observed that the symmetric matrix presented satisfactory results, although it required more iterations to achieve convergence. Even using only the symmetrical part of the stiffness matrix in equation (41), the presented method produces results more consistent and robust than methods based on the symmetrical formulations – in crack propagation, the conditions of continuity of stresses at the internal interface and rigid body motion between the sides of the element separated by the crack are still guaranteed.

Therefore, at the global level the system of equations to be solved is given by:

$${}^t_x \mathbf{K}^* \mathbf{U} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_{EXT} - {}^t \mathbf{F} \quad (42)$$

To obtain the equilibrium at time $t + \Delta t$ it is necessary to iterate at the element level the equation and, at the global level (structure), using load control for the i th iteration:

$$\begin{aligned} {}^t_x \mathbf{K}^* \mathbf{U}^{(i)} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_{EXT} - {}^t \mathbf{F}^{(i-1)} \\ \mathbf{U}^{(i)} &= \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)} \end{aligned} \quad (43)$$

The final equilibrium of the equations given in (43) is obtained using some iterative method. In this work we used the Newton-Raphson method.

The stiffness matrix is obtained by integration with 2x2 Gauss points. After the crack opens on an element, the element is considered as the minimum domain, i.e., all properties are calculated in the center of the element, using integration with 1 Gauss point. This may lead to null strains modes (spurious modes) in the use of

distorted finite elements in the cracked region. In order to avoid this problem, it is interesting to use finite elements able to overcome this problem, such as the QMITC element [8].

To obtain the equilibrium within the element, equation (30), presents some particularities. Reference [20] shows an algorithm to obtain this equilibrium when a localization line is opened inside an element:

- a) Consider the crack opening equal to the opening of the previous global iteration $k=0$ local iteration counter

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{e}'_{(0)} = {}^t \mathbf{e}' \quad (44)$$

- b) From the displacement obtained by the global equation system, determine the displacement that causes strain in the element

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{d}_{\mathbf{Ne}(k)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i)} - {}^{t+\Delta t} \phi \mathbf{Re}'_{(k)} \quad (45)$$

- c) Calculate the incremental stress in the element domain, using (32)
- d) Calculate the incremental stress in the discontinuity line using (31)
- e) Obtain the increment of crack opening

$$\Delta \mathbf{e}'_{(k)} = \mathbf{S}_{cc}^{-1} \left[\int_{S_L} \mathbf{P}^T \boldsymbol{\sigma}_{(k)} dS - \int_{S_L} \mathbf{t}_{(k)} dS \right] \quad (46)$$

- f) Update the crack opening value

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{e}'_{(k+1)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{e}'_{(k)} + \Delta \mathbf{e}'_{(k+1)} \quad (47)$$

- g) Verify convergence

$$\text{if } (|\Delta \mathbf{e}'| < \text{Tolerance}) \text{ ok} \quad (48)$$

$$\text{else } k = k + 1 \quad (49)$$

- h) Return to item b)

5. Constitutive relations and crack propagation criterion

The constitutive relations used in this work are presented in Figure 3.

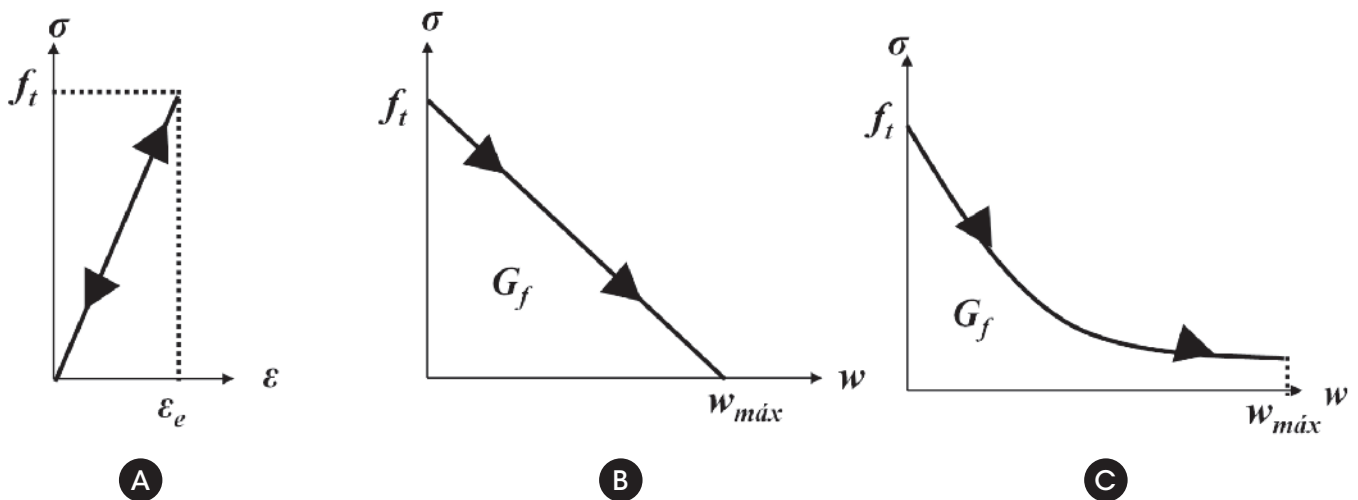


Figure 3 Constitutive relations: a) linear elastic; b) linear softening; c) exponential softening

The linear elastic constitutive relation (Figure 3a)) is used to represent the behavior of the intact material (without cracking) and to represent the discharge behavior of the material in the non-cracked region after the cracking process has begun. This relation is presented in equation (50).

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^e \boldsymbol{\varepsilon} \quad (50)$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ represents the stress in the domain, \mathbf{D}^e the elastic constitutive matrix and $\boldsymbol{\varepsilon}$ the strain.

The linear softening constitutive relation used for the cracked line, Figure 3b), is the Hillerborg model [21]. The area under the graphic in the Figure 3b) represents the fracture energy.

The fracture energy (G_f) and tensile strength (f_t) are characteristic of the material, then the maximum crack opening can be obtained through equation (51),

$$w_{\max} = \frac{2G_f}{f_t} \quad (51)$$

The equation that represents this constitutive relation is given by:

$$\sigma = f_t \left(1 - \frac{w}{w_{\max}} \right) \quad (52)$$

The exponential constitutive relation, schematized in Figure 3c), is based on the model presented by [12]. The equations that represent the exponential softening curve is:

$$\sigma = f_t \exp(-aw) \quad (53)$$

$$a = \alpha f_t / G_f \quad (54)$$

A limit is imposed for the factor $\exp(-aw) = 0.05$ in order to obtain a maximum crack opening value (w_{\max}). α is taken equal to 1.05.

In the implemented model, the failure criterion proposed by Rankine was used, then failure occurs by fracture in planes of maximum tensile stress. Therefore, according to this criterion, when

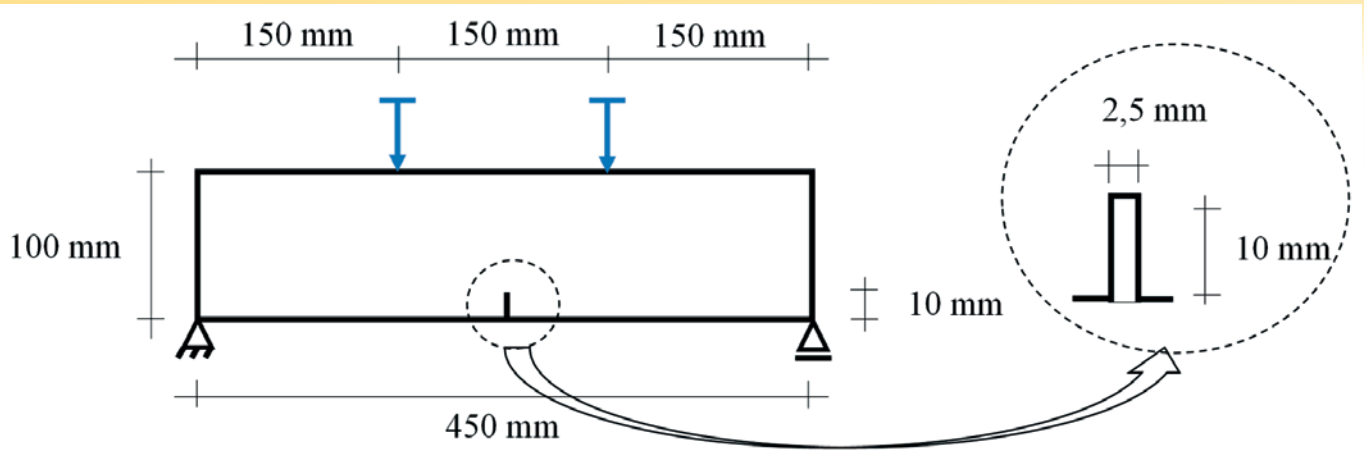


Figure 4
Beam geometry and boundary conditions – four-point bending test

one of the principal stresses (in modulus), $|\sigma_1|$ or $|\sigma_2|$, reaches the tensile strength (f_t), the crack opens [22].

6. Numerical examples

In this section, we present the numerical experiments to illustrate the application of the presented methodology.

6.1 Four-point bending test

In this first example, a simply supported beam loaded by two symmetric disposed forces, tested experimentally by [23], is analyzed, as seen in Figure 4. In this case, shear effects are eliminated between the points of loading application and beam is under pure bending in the region.

The beam was discretized by four different finite element meshes, according to Table 1 (elements at the crack line include enriched interpolation functions described above). In Figure 5, M1 e M4 meshes are shown. In Table 2 material and geometrical data are given.

Initially, the influence of the softening law on global behavior is analyzed. In Figure 6, the softening functions used are presented. In the linear model the maximal opening is smaller than in the exponential model. As it will be seen later, this difference changes global behavior.

In Figure 7, load *versus* displacement results for the two softening functions are shown for mesh M4. Displacement is measured at loading point. Lotfi and Shing [23] analyzed the same example using two types of fracture models: one incorporated (R1) and another distributed (R2). In Figure 7, R1 case is also shown. As seen, linear softening leads to larger peak loading. Post-peak behavior is also brittle because less energy is

Table 1
Meshes for the four-point bending test

Name	Total of elements	Elements at crack line
M1	423	15
M2	548	20
M3	690	30
M4	822	30

available in the material for larger openings. In the exponential case, post-peak descent is not so steep and closer to values obtained by [23].

In Figure 8, a study of the mesh influence is shown. Meshes M1, M2, M3 and M4 (see Table 1) are considered. It can be concluded that results tend to converge to one result with mesh refinement, showing the objectivity of the formulation is fulfilled. Results R1 and R2 of the reference are also shown.

6.2 Three-point bending test

A classic test to analyze the crack propagation in mode I is the notched beam tested under three-point bending. To validate the methodology implemented in this paper, the beam tested experimentally by [24] was used as reference.

Figure 9 shows the beam geometry and the boundary conditions. The beam was discretized with three different finite element meshes, according to Table 3.

Figure 10 shows the meshes used with discretization detail at the notched region.

Table 2
Input parameters for the four-point bending test

Geometric properties	
Beam	
Length	450 mm
Height	100 mm
Thickness	50 mm
Notch	
Length	2,5 mm
Height	10 mm
Thickness	50 mm
Material properties	
Tensile strength (f_t)	3,0 MPa
Young modulus (E)	38000 MPa
Poisson coefficient (ν)	0,2
Fracture energy (G_f)	0,06 N/mm

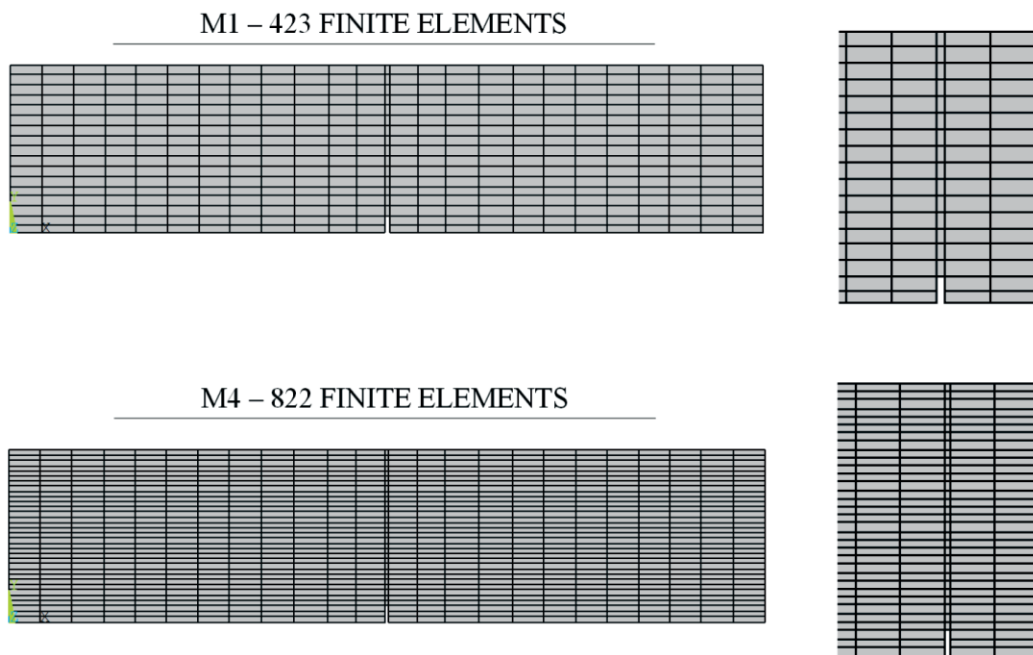


Figure 5
Discretization of the meshes M1 and M4 with detail in the region of the notch - four-point bending test

Table 4 shows the input data used for this example and correspond to experiments done by [24]. For the non-cracked zone a linear elastic constitutive relation was used. In the cracked zone, the influence of the two different softening laws, linear and exponential, are again investigated. Figure 11 presents a comparison of the results obtained for the two softening laws used, for the most refined mesh (M3), and also the experimental results. As can be observed the exponential soften-

ing presents results very similar to the real behavior of the tested beam. In the linear model, the maximum stresses are overestimated and the post-peak curve is steeper than the exponential model. This behavior is similar to the previous case analyzed.

A comparison among different finite element meshes is presented in Figure 12. A finer refinement of the mesh was done in the zone near the crack. It is noted that even for a coarse mesh (M1) the

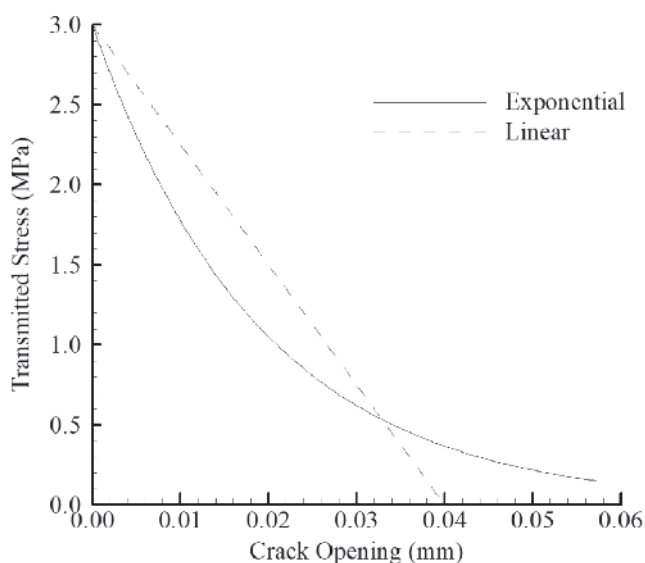


Figure 6
Constitutive models to the crack line

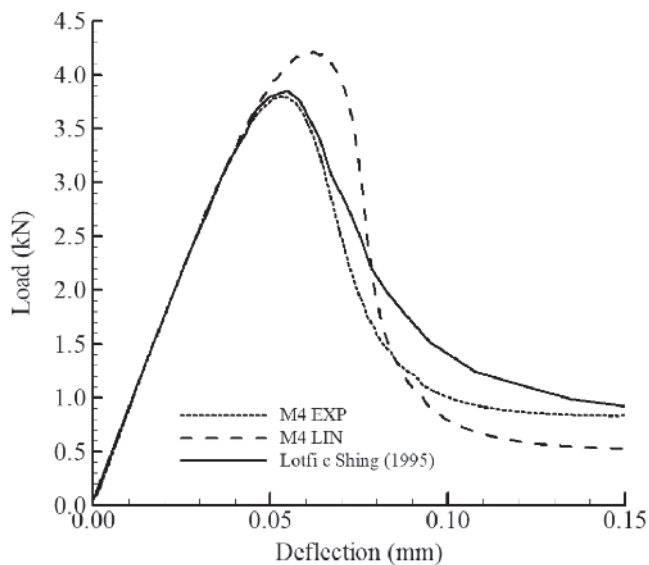


Figure 7
Load x Deflection of the beam with linear and exponential softening

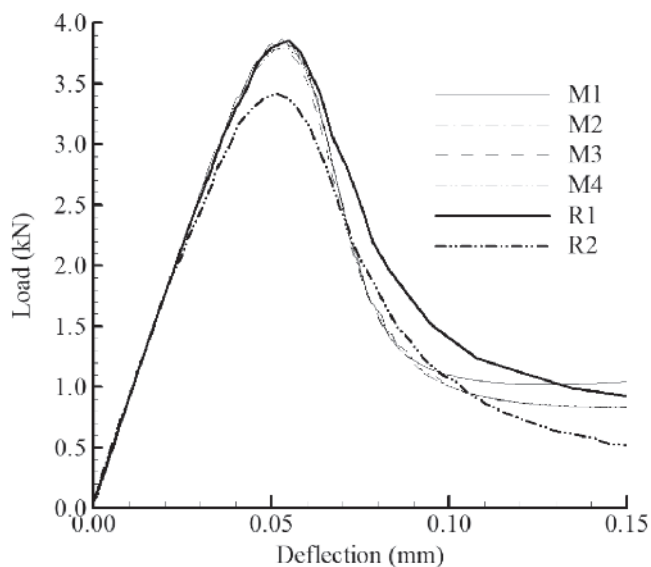


Figure 8
Load x Deflection of the beam in the load points for the 4 meshes. (R1 and R2 results are from reference [23])

present results are satisfactory. Numerical results tend to converge to a smoother response with the increase of refinement.

7. Conclusion

The aim of this work was to implement a crack model with strong discontinuities in code METAFOR, in order to analyze the behavior of structural elements in the post-peak stage. The implemented model was based on the study proposed by [12]. Kinematically and statically optimal non-symmetric elements (SKON) formulation was implemented and the QMIT finite element (Quadrilateral with Mixed Interpolation of Tensorial Components) was used. In this work a quadrilateral bilinear element in addition to the symmetrical part of the stiffness matrix is used.

Analyzing the results presented in section 6 we could verify the

ability of the model to correctly capture the behavior of the material in the regions with and without cracking.

It was possible to verify that the softening laws have big influence on the behavior of the structure. The exponential softening model [12] appeared to be the best solution because the peak stress was correctly estimated and the softening curve presented a more

Table 3

Meshes for the three-point bending test

Name	Total of elements	Elements at crack line
M1	381	15
M2	721	25
M3	811	25

Table 4

Input parameters for the three-point bending test

Geometric properties	
Beam	
Length	2000 mm
Height	200 mm
Thickness	50 mm

Notch	
Length	20 mm
Height	100 mm
Thickness	50 mm

Material properties	
Tensile strength (ft)	3,33 MPa
Young modulus (E)	30000 MPa
Poisson coefficient (ν)	0,2
Fracture energy (Gf)	0,124 N/mm

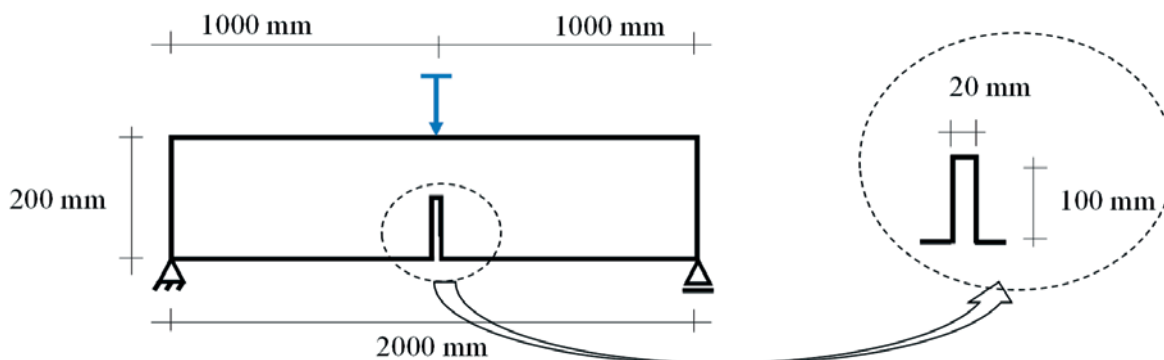


Figure 9
Beam geometry and boundary conditions - three-point bending test

realistic behavior, when compared with experimental data. In the linear model [21], the peak loads were overestimated when compared to experimental data. In addition, the linear model presented a more brittle softening branch than is actually observed for quasi-brittle materials.

In general, the results obtained presented a good agreement to the experimental results as well as numerical results obtained by crack models presented in the literature. Therefore, it can be stated that the implemented model is suitable for the simulation of quasi-brittle

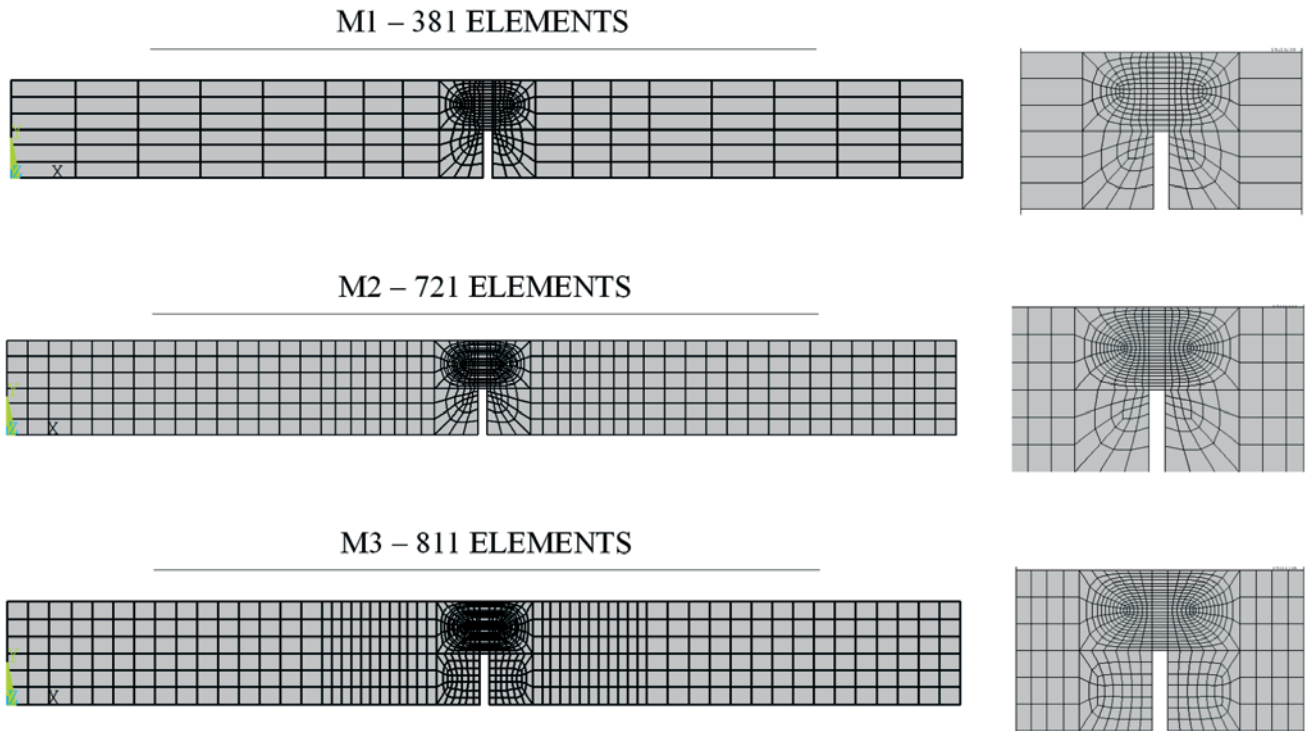


Figure 10
Discretization of the meshes with detail in the region of the notch - three-point bending test

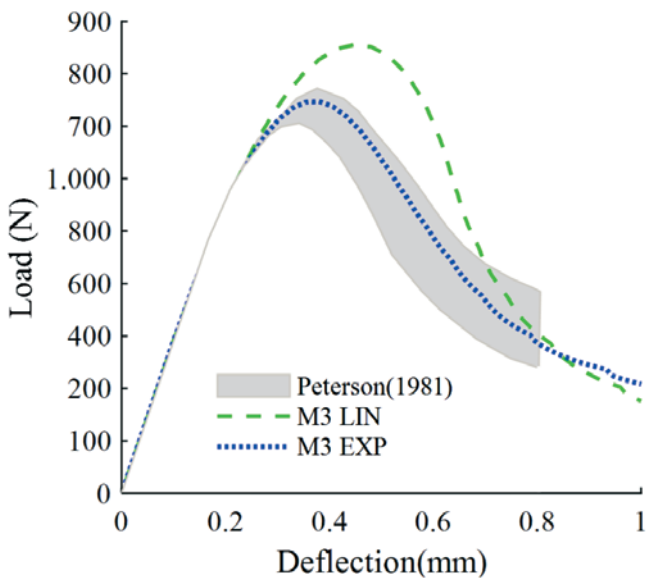


Figure 11
Load x Deflection of the beam with linear and exponential softening

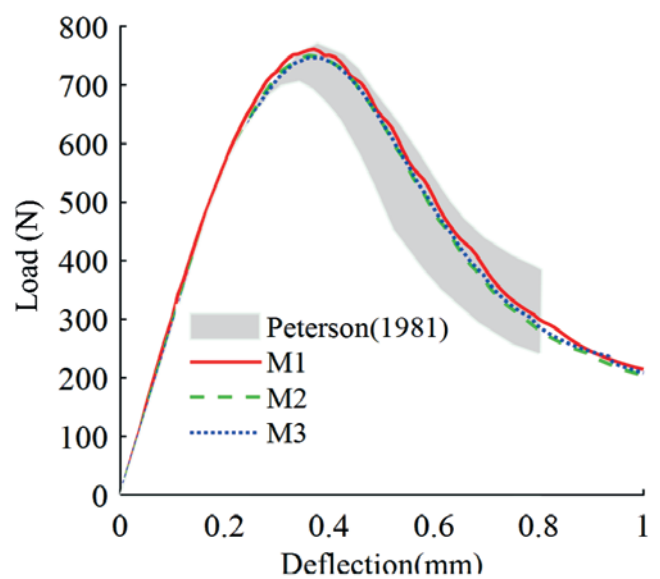


Figure 12
Load x Deflection of the beam with different mesh sizes

materials. It is worth mentioning that this model has as advantage the use of relatively coarse meshes, besides the possibility of implementation in existing finite element codes.

8. Acknowledgements

The authors thank the Brazilian Government for support through CAPES and CNPq Fellowship and UFRGS for support.

9. References

- [1] DRIEMEIER L. Contribuição ao estudo da localização de deformações com modelos constitutivos de dano e plasticidade, São Carlos, 1999, Tese (doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, 101p.
- [2] NEEDLEMAN A. A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding. *Journal of Applied Mechanics*, vol.54, n.3, 1987; p.525–531.
- [3] PLANAS J., ELICES M., GUINEA G. V. GÓMEZ F. J. CENDÓN D. A., ARBILLA I. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engineering Fracture Mechanics*, vol.70, n.14, 2003; p.1759–1776.
- [4] LENS L. N., BITTENCOURT E., D'AVILA V. M. R. Constitutive models for cohesive zones in mixed-mode fracture of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, vol.76, n.14, 2009; p.2281–2297.
- [5] GEISLER G., NETZKER C., KALISKE M. Discrete crack path prediction by an adaptive cohesive crack model. *Engineering Fracture Mechanics*, vol.77, n.18, 2010; p.3541–3557.
- [6] BAZANT Z., OH B. Crack band theory of concrete. *Materials & Constructions*, vol.16, n.93, 1983; p.155–177.
- [7] JIRÁSEK M., Nonlocal models for damage and fracture: Comparison of approaches. *International Journal of Solids and Structures*, vol.35, n.31–32, 1998; p.4133–4145.
- [8] D'AVILA V. M. R., BRISOTTO D. S., BITTENCOURT E. Numerical Simulation of Cracking in Reinforced Members by an Embedded Model. *Engineering Computations*, v. 25, 2008; p. 739-763.
- [9] HARIRI-ARDEBILI M. A., SEYED-KOLBADI S. M. Seismic cracking and instability of concrete dams: Smearred crack approach. *Engineering Failure Analysis*, vol.52, June 2015; p.45–60.
- [10] JIRÁSEK M., BELYTSCHKO T. Computational resolution of strong discontinuities. *In: Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Viena, 2002, Anais, Viena, 2002, p.7–12.
- [11] WELLS G. N. Discontinuous modeling of strain localization and failure, Delft, 2001, Tese (doutorado), Delft University of Technology, 169p.
- [12] DVORKIN E. N., CUITIÑO A. M., GIOIA G. Finite elements with displacement interpolated embedded localization lines insensitive to mesh size and distortions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.30, 1990; p.541–564.
- [13] HUESPE A. E., NEEDLEMAN A., OLIVER J., SÁNCHEZ P. J. A finite thickness band method for ductile fracture analysis. *International Journal of Plasticity*, vol.25, n.12, 2009; p.2349–2365.
- [14] ZHANG Y., LACKNER R., ZEIML M., MANG H. A. Strong discontinuity embedded approach with standard SOS formulation: Element formulation, energy-based crack-tracking strategy, and validations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.287, 2015; p.335–366.
- [15] JIRÁSEK M. Comparative study on finite elements with embedded discontinuities. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol.188, n.1–3, 2000; p.307–330.
- [16] DA SILVA C. Z. Uso de descontinuidades fortes na simulação de problemas de fratura, Porto Alegre, 2015, Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 85p.
- [17] SORIANO H. L., LIMA S. S. Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas, São Paulo: Edusp, 2003, 608p.
- [18] SPENCER B. Embedded Crack elements for analysis of reinforced concrete, Boulder, 2000, Ph.D. Thesis Proposal, University of Colorado - Boulder, 38p.
- [19] OLIVER J., HUESPE A. E., SAMANIEGO E. A study on finite elements for capturing strong discontinuities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.56, n.14, 2003; p.2135–2161.
- [20] DVORKIN E. N., ASSANELLI A. P. 2D finite elements with displacement interpolated embedded localization lines: The analysis of fracture in frictional materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.90, n.1–3, 1991; p.829–844.
- [21] HILLERBORG A., MODÉER M., PETERSSON P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, vol.6, n.6, 1976; p.773–781.
- [22] HIBBELER R. C. Resistência dos Materiais, São Paulo: Pearson Education, 7th ed, 2010, 688p.
- [23] LOTFI H. R., SHING P. B. Embedded Representation of Fracture in Concrete with Mixed Finite Elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.38, 1995; p.1307-1325.
- [24] PETERSSON P.-E. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials, Lund, 1981, Report TVBM 1006 - Division of building materials, Lund Institute of Technology, 174p.

Experimental study of solid RC slabs strengthened on the upper surface

Análise experimental de lajes de CA reforçadas pela face superior



C. O. CAMPOS^a
cc@carloscampos.com.br

L. M. TRAUTWEIN^b
leandromt@fec.unicamp.br

R. B. GOMES^c
rbggomes@gmail.com

G. MELO^d
melog@unb.br

Abstract

The current study presents the results of tests conducted in 5 reinforced concrete slabs (415 cm x 415 cm x 7 cm) in order to experimentally check the possibility of reinforcing their upper surface, as well as to assess the adhesion between the old and the reinforcing concrete layers in the slab. The main variables were the concrete and reinforcement strength deficiencies. Reference slab “L1” was tested until reaching the failure load, whereas the others were tested until reaching certain load limit, reinforced and retested until reaching the failure load. All slabs failed under bending. The strengthening increased the failure load by 30% in slabs reinforced at minimum reinforcement rate when they were compared to similar non-reinforced slabs, regardless of the original concrete strength. None of the tests conducted in the reinforced slabs showed detachments or evidence of adhesion loss between the old and reinforcing concretes.

Keywords: slab, reinforced concrete, strengthening, adherence.

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados dos ensaios de 5 lajes de concreto armado (415 cm x 415 cm x 7 cm) com o objetivo de se verificar experimentalmente a possibilidade de reforço pela face superior de lajes de concreto armado e também de se avaliar a aderência entre o concreto antigo da laje e a camada do concreto do reforço. As principais variáveis foram as deficiências da resistência do concreto e de armadura. A laje L1, de referência, foi ensaiada até a ruptura e as demais até um limite de carregamento quando foram reforçadas e reensaiadas até a ruptura. Todas as lajes romperam por flexão e nas lajes armadas com uma taxa mínima de armadura, o reforço elevou em até 30% a carga de ruptura em relação a uma laje similar sem reforço, independentemente da resistência original do concreto. Em todos os ensaios das lajes reforçadas não se detectou descolamentos ou evidências de perda de aderência entre o concreto antigo e o concreto do reforço.

Palavras-chave: laje, concreto armado, reforço, aderência.

^a Carlos Campos Consultoria e Construções Ltda, Goiânia, GO, Brasil;

^b Departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brasil;

^c Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil;

^d Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

1. Introduction

Over the years, the great demand for the application of reinforced concrete to buildings and other large construction works enabled the emergence of several issues concerning construction, component-material performance and lack of maintenance. More suitable, practical and low-cost solutions started being sought when the first pathologies in reinforced-concrete construction works were detected. Among the most frequent problems of reinforced concrete pieces, one can highlight the large deflections and cracks affecting slabs. Slab issues resulting from low reinforcement ratio, from the use of inadequate concrete and even from inappropriate slab height may lead to restrictions for use and to the need of strengthening.

Several materials can be used for strengthening depending on the adopted technique. The use of reinforced concrete demands deciding about aspects such as cement type, aggregate granulometry and steel grade. When glued-in steel sheets or carbon fibers are used for strengthening purposes, the process requires making special preparations before the gluing procedure is applied, as well as checking the compatibility between material demands and deformations. Weighing the probable causes and consequences associated with the herein proposed solution may improve or not the efficiency of the adopted strengthening method. Every decision, whether they are of structural character or related to actions involving corrosion processes affecting the reinforcement, to fire accidents or shocks, or even to foundation settlements, among others, should be based on the structure strengthening diagnosis. Each case will present one or more solutions depending on the use of appropriate and specific materials.

The surface treated with the new concrete must be rough; it cannot show remnant cement slurry from the old concrete, as well as dust, oil or grease, because these elements can hinder the attachment process. Surface preparation can be performed through electric or pneumatic hammers, manual chipping, mechanical milling machines, high-pressure hydro-demolition equipment (75.0 MPa) and, eventually, through dry or wet sand jet. Reinforcing a piece, column, beam or slab may imply the addition of a new concrete volume (layer) to the old concrete. By considerations, this concrete addition must be monolithic, i.e., the new and the old concrete must work together.

Clímaco [1] addresses several processes involving possible adhesion tests such as the direct tensile strength, according to which a special specimen is pulled off by the extremities until reaching the failure load; and the indirect tensile strength tests such as the one

known as diametral compression, which was recommended by Prof. Lobo Carneiro. The direct tensile strength test results recorded for concrete cannot present lower values than the adhesion strength results recorded through the pull-off adhesion strength test.

The micro concrete fluid, also known as grout, is recommended for structural strengthening services due to its higher quality, as well as to the easy control of processes and materials. Strengthening using grout – which is a cement-based product – requires rough and saturated surfaces. Additives of any nature, accelerators, retarders, plasticizers or superplasticizers are relevant to the preparation of recovery materials. Active silica addition to concrete enhances the interface zone between slurry and aggregate; consequently, it improves adhesion, impermeability, axial compressive strength and the fresh concrete cohesion itself, thus avoiding exudation (Aitcin, [2]). The strengthening conducted on the upper surface of slabs requires the application of a high-performance concrete layer of varying thickness. The thickness variation gives a flat-convex lens shape to the reinforcing layer; therefore, the central area is thicker than the edges. Such variation is calculated based on span, reinforcement rate and demands.

The aim of the current study was to experimentally investigate and analyze the structural behavior of reinforced concrete slabs that were subjected to upper surface strengthening by testing real-scale molded pieces. The experiment focused on the efficiency of the strengthening process against the two most frequent slab pathologies, that are deficiencies in the reinforcement rate and in concrete compressive strength. It also investigated the adhesion between the old slab concrete and the concrete in the reinforcing layer (Campos [3]).

2. Materials and experimental program

Five real-scale models (415 cm x 415 cm x 7 cm) were subjected to bending test in order to analyze the structural behavior of solid reinforced concrete slabs subjected to upper surface strengthening. The slabs, which were simply supported and evenly loaded on the upper surface, were reinforced in both directions and dimensioned according to NBR 6118/2014 [4], by using the recommended overload for residential use (1.5 kN/m²). The main tested variables were reinforcement rate, ρ (0.076% and 0.164%) and concrete compressive strength, f_c (10 MPa and 20 MPa).

Reference slab “L1” was tested until reaching the failure load in a single run. Slab L2 was built identical to L1, whereas slabs L3 and L4 were concreted and presented pathologies: the first showed

Table 1

Main variables in the tested models

Slab	ρ (%)	f_c (MPa)	1° test	2° test
L1	0.164	20	Failure	-
L2	0.164	20	Stop load	Failure (L2R)
L3	0.076	20	Failure*	-
L3a	0.076	20	Stop load	Failure (L3aR)
L4	0.164	10	Stop load	Failure (L4R)

* – Failure with load below expected.

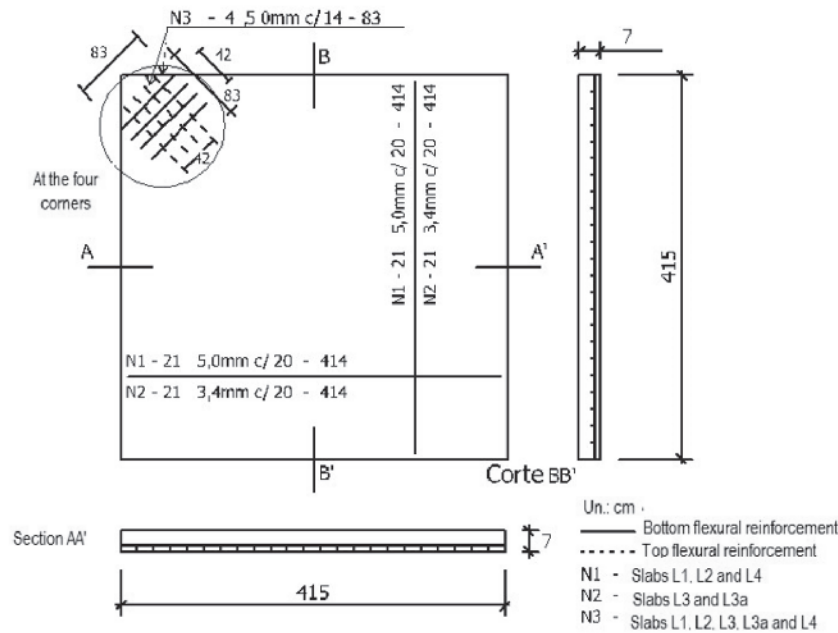


Figure 1
Details of the reinforcement in the slabs

reinforcement deficiency (L3, $\rho = 0.076$) and the second showed concrete strength deficiency (L4, $f_c = 10$ MPa). An additional slab (L3a) was built to replace slab L3, which failed during the initial test. Slabs L2, L3, L3a and L4 were initially tested until reaching the loading-stop limit. The loading-stop limit, which is defined in order to set a condition characterized by intense cracking and large deflections, was based on three parameters: a) deformation in the main reinforcement reaching the yield point (10‰); b) crack opening according to the thresholds set by NBR 6118/2014 [4]; c) vertical deflections according to the slab thickness magnitude order. Subsequently, the slabs, except for the failed L3, were unloaded, reinforced and tested until they reached the failure load. Strengthening lied on the application of a high-performance concrete layer, of varying thickness (2.0 cm in the edges and 4.0 cm in the center), on the upper surface of the slab. The concrete type used for strengthening and layer dimensions were kept constant in

all reinforced slabs, which were renamed L2R, L3aR and L4R. Table 1 shows the test schedule and the main variables in the tested models, whereas Figure 1 presents the nominal dimensions and details of the reinforcement in the slabs.

The concrete used to manufacture slabs L1, L2, L3 and L3a was purchased from a pre-mixed concrete supplier, its 21-day compressive strength estimate was 20 MPa. The concrete used in slab L4, which had compressive strength estimate 10 MPa at the time the test was performed, was prepared in the Structures Laboratory - EEC / UFG and followed previously studied concrete ratios. Table 2 shows the concrete mix proportions used for slabs L1, L2, L3, L3a and L4. The concrete used to reinforce slabs L2R, L3aR and L4R was prepared at the slab concreting site, and followed previously studied concrete ratios. Ten cylindrical specimens (150 mm X 300 mm) were molded in all concrete pouring in order to characterize the material.

Table 2
Concrete mix proportions used for slabs (kg/m³)

Materials	L1, L2, L3 e L3a	L4
Cement(CP II F - 32)	297	240
Artificial sand	861	868
Coarse agregate#4	-	197
Coarse agregate#3/4	960	782
Water	172	195
Superplasticizer REAX RX 104 R	0.89	-
Ratio	1:2.90:3.23:0.58	1:3.62:0.82:3.26:0.81
Specified concrete strenght	$f_{c21} = 20.0$ MPa	$f_{c21} = 10.0$ MPa

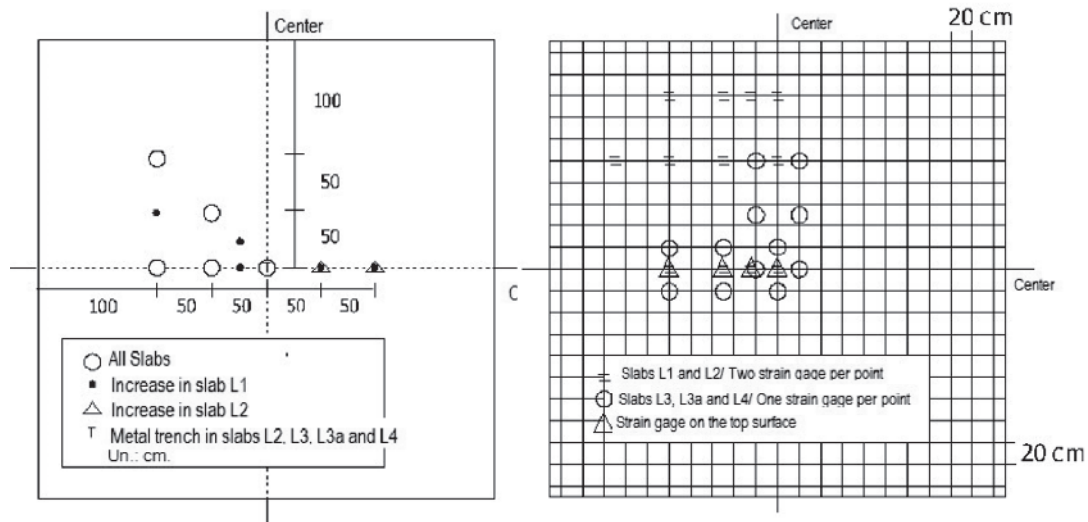


Figure 2
Position of the deflectometers and electrical strain gages fixed in the flexural reinforcement and on the concrete surface of the slabs

Mechanical analogical deflectometers were the instruments used in tests conducted to measure vertical deflections, whereas electrical resistance strain gages were used to measure steel and concrete deformations. A metal strip was positioned at the center of the slab (lower surface) in all tests, except for slab L1, in order to measure the approximate central deflection in the fracture after the mechanical deflectometers were removed. At least five Mitutoyo deflectometers, at precision 0.01 mm, were positioned on the low-

er surface of each slab. The deflections were measured in a single quadrant by positioning the devices on the central axis and in the diagonal of the slabs for symmetry purposes. Kiowa KLM PA 06 250BA 120L electric strain gages were also attached to the main flexural reinforcement, at 12 different points, of each slab. Two diametrically opposed strain gages per point were used in the lower and upper sides of the reinforcement in slabs L1 and L2. A single strain gage per point was used in the other slabs; it was fixed in the lower side of the reinforcement. Kiowa “KLM PA 06 201BA 120L” electrical strain gages were attached to four points on the concrete surface, and on the upper surface of all slabs, in order to measure the deformations. Figure 2 shows the position of the deflectometers and electrical strain gages fixed in the flexural reinforcement and on the concrete surface of the slabs.

Slab L1 was loaded with 0.50 kN sandbags, whereas the other slabs were loaded with 0.25 kN bags. Each slab was initially



13	45	12	44	11	43	10	42
61	29	60	28	59	27	58	26
14	46	3	35	2	34	9	41
62	30	51	19	50	18	57	25
15	47	4	36	1	33	8	40
63	31	52	20	49	17	56	24
16	48	5	37	6	38	7	39
64	32	53	21	54	22	55	23

Figure 3
The bag placement sequence and slab with a load of 1,0 kN/m²



Figure 4
Slab L4R loaded of 12,0 kN/m²

Table 3

Concrete mix proportions used for strenghted concrete (kg/m³)

Materials	L2R, L3aR and L4R
Cement (CP V - ARI)	50.0
Artificial sand	37.5
Coarse agregate#4	72.5
Sílica fume (SILMIX)	4.0
Water (l)	20
Superplasticizer (RX 3000A)	0.7
Ratio	1:0.75:1.45:0.37
Specified concrete strenght	$f_{c7} = 50.0 \text{ MPa}$

divided in 16 squares measuring 1m². Each loading stage occupied a quadrant of these squares. The bag placement sequence followed the previously established positioning instruction: bags placed from the center towards the edges, as shown Figure 3. The bags only touched each other inside each of the 16 squares in order to avoid the "bow effect". Figure 4 shows the picture of the full load on slab L4R (after strengthening), with 12 layers and 4 stacks in each square did not touching the stacks in the neighboring squares.

The strengthening was equally prepared for reinforced slabs L2R, L3aR and L4R. Firstly, a manual chipping was applied to their upper surface, with the aid of a pointer and a hammer, in order to create a rough surface without cement slurry. The chipped surface was washed with water by using a high-pressure pump to remove all loose powder and sand. A hydraulic jack was used to return the slabs to their original flat shape at the beginning of the tests. This operation was controlled through a stretched line fixed on the upper surface of the slab, in the center of the slab sides, and leveled through optical level (NA K1 - WILD). The strengthening procedure lied on applying a high-performance concrete layer, of varying thickness (2.0 cm in the edges and 4.0 cm in the center), to the upper

Table 4

Number of pull-off tests performed

Slabs	Number of tests	Number of tests in the reference species	
		No strenght	With strenght
L2R	36	-	-
L3aR	28	6	6
L4R	23	6	11

surface of the slab. Figure 5 shows pictures of The manual chipping on the upper surface and the spreading of the strengthen layer.

The same high-performance concrete was used to strenght the three slabs. Right after the application and finishing of the reinforcing layer, when the concrete was still fresh, the slab was covered with wet burlap sacks, protected with polyethylene tarpaulin and kept under these conditions for 7 days, for curing purposes. Table 3 shows the concrete ratio used for strengthening.

Pull-off tests were carried out in some points of the reinforcing layer applied to the slabs, as well as in reference pieces, in order to assess adhesion strenght between the reinforcing layer and the old concrete in the slab. A pair of reference pieces (50 cm x 50 cm x 7 cm) was molded for slabs L3aR and L4R. One piece of each pair just had the slab concrete, whereas the other piece also had a reinforcing layer. The same concrete, strengthening and techniques applied to the slabs were used in both pieces. These pieces were made for reference purposes, and they were not influenced by the deflections and cracks resulting from the loads applied to the slabs. Thirty-six (36) tests were performed in the strengthening of slab L2R, 28 tests were carried out in slab L3aR, and 23 were conducted in the strengthening of slab L4R, in randomly selected undamaged points. The reference pieces were subjected to 29 tests. The test procedure consisted in using a "hole saw" with diamond crown under water circulation to make a circle (50 mm internal diameter and depth of approximately 30 mm) below the reinforcing layer. Table 4 summarizes the number of pull-off tests performed in the current study.

**Figure 5**

The manual chipping on the upper surface and the spreading of the strengthen layer

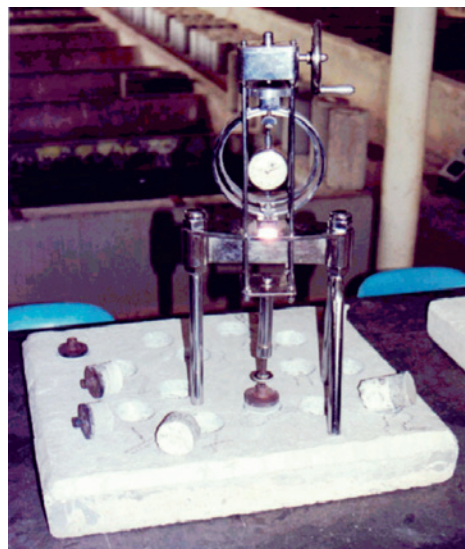
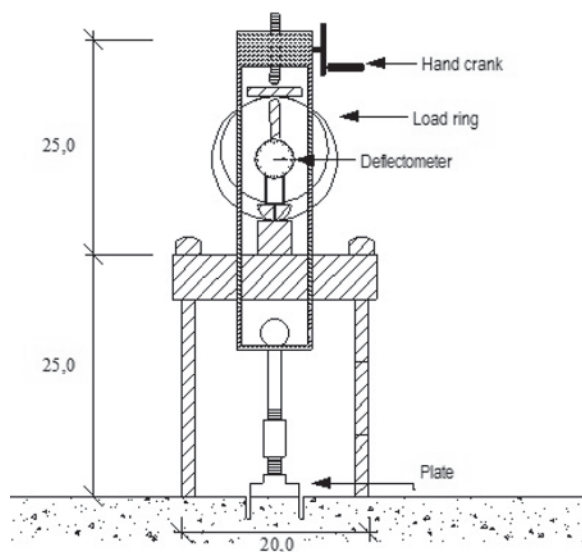


Figure 6
Arrangement of pull-off test (unit: cm)

A metal pull head plate was glued onto the specimens after they were cleaned and dried in order to distribute the applied tension. The tests were performed after the glue got hard - overall, one day after the metallic plate was glued. The pulling force was applied by using a mechanical analogical device; the force was increased by activating a crank using a fine-threaded screw, which compressed the double dynamometric ring. In turn, the ring reacted on the metallic plate glued to the strenghted layer (Figure 6). The mean test duration was 5 minutes.

3. Results and discussion

Table 5 shows the concrete cylindrical compression strength after 7 days of the pouring concrete and on the slab test day, as well as the modulus of elasticity of the concrete at the day the test was

applied to the slabs. At least two flexural reinforcement samples per slab were subjected to axial traction in order to find the yield and breaking strengths, the modulus of elasticity and the specific deformation according to NBR 6892-1 / 2013 [5]. The bars did not show defined yield strength in all tests. Table 6 shows the main steel characterization results.

Reference slab L1 failed when it was subjected to load 9.25 kN/m². The remaining slabs, except for L3, were tested until the stop load was reached in the first test. Slabs L2 ($f_c = 20.8$ MPa) and L4 ($f_c = 12.4$ MPa), which presented 0.164% reinforcement rate, showed stop loads 6.50 kN/m² and 4.75 kN/m², respectively. Slab L3 was loaded up to 3.0 kN/m² in order to cause maximum deterioration, then it failed, since a stop load ranging from 2.75 to 3.25 kN/m² was predicted. Slab L3 results were kept for comparison purposes. Slab L3a was made to replace slab L3. The stop load for slab L3a

Table 5
Mechanical properties of concrete used for all slabs

Slab	Age (days)	$f_c^{(1)}$ (MPa)	$f_c^{(2)}$ (MPa)	$E_c^{(3)}$ (GPa)
L1	18	17.0	20.8	16.1
L2	21	17.6	20.7	17.1
L3	21	17.0	20.4	17.3
L3a	30	16.0	19.8	16.5
L4	17	9.6	12.4	15.7
Strenghted concrete				
L2R	16	44.9	51.9	36.0
L3aR	17	51.9	58.2	32.0
L4R	11	48.7	56.4	30.7

⁽¹⁾ Concrete cylindrical compression strength at 7 days; ⁽²⁾ Concrete cylindrical compression strength at the day of the test; ⁽³⁾ Modulus of elasticity of the concrete at the day of the test.

Table 6

Mechanical properties of reinforcement

Slab	ϕ (mm)	f_y (MPa)	ε_y (%)	f_u (MPa)	E_s (GPa)
L1	5.0	761.7	0.57	829.2	204.7
L2	5.0	734.2	0.56	771.6	200.3
L3	3.4	801.2	0.62	822.0	192.4
L3a	3.4	759.2	0.57	780.6	205.2
L4	5.0	777.2	0.58	841.2	201.4

was 2.25kN/m². Since the strengthening presented varying thickness along the slab, the effective height taken into consideration in the current study was measured in the region of maximum bending moment, in the center of the slabs. The failure loads of slabs L2R and L4R were very close to each other; 12.25 kN/m² and 12.0 kN/m², respectively. Slab L3aR, which had low reinforcement rate, failed at 3.25 kN/m².

Table 7 summarizes and compare the main features and failure loads in slabs L1, L3, L2R, L3aR and L4R. Slabs L1 and L3 (without strengthening), as well as slabs L2R, L3aR and L4R (reinforced), failed under bending and showed large vertical deflections and high reinforcement yield on the lower surface, mainly in the central region. In addition to yield, the central bars failed in all tests. There was no evidence of crushing on the upper concrete surface after the tests were finished and the load was removed.

Reinforced slabs L2R and L4R showed higher failure loads (32% and 30%, respectively), whereas the failure loads of slabs L3 and L3aR were significantly lower than that of reference slab L1. The concrete compressive strength of slab L3 was similar to that of slab L1. However, its useful height and reinforcement rate were 14% and 50% lower than that of slab L1, respectively. Thus, slab L3 failed under bending when it was subjected to a load 68% lower than that applied to reference slab L1.

It was possible seeing reduced geometric reinforcement rate (from 0.14% in L1 to 0.09% and 0.10% in L2R and L4R, respectively), increased concrete strength (from 20.8 MPa in L1 to 51.9 MPa and 56.4 MPa in L2R and L4R, respectively) and, mainly, increased useful height (from 7.2 cm in L1 to 10.2 cm and 10.0 cm in L2R and L4R, respectively) by comparing slabs L2R and L4R to reference slab L1. The increased useful height, in this particular case,

played a significant role in the respective 32% and 30% increase recorded for the failure loads of slabs L2R and L4R, when they were compared to slab L1.

Slab L3aR showed useful height 48% higher, concrete compressive strength in the reinforcing layer 2.8 times higher and geometric reinforcement rate lower than slab L1. Slab L3aR failed when it was subjected to 35% of the failure load applied to slab L1, regardless of reinforcing concrete layer application. This result shows that increasing the useful height and the concrete compressive strength of the reinforcing layer, without using the minimum flexural reinforcement rate, leads to an innocuous strengthening.

The comparison between reinforced slabs L2R and L4R reaffirmed useful height (d) as the most important parameter to set the ultimate load of reinforced slabs presenting similar reinforcement rates (0.09% and 0.10% respectively). Although slab L4, which was the basis of slab L4R, was made of low-strength concrete ($f_c = 12.4$ MPa) - approximately 60% lower than that of slab L2 (20.7 MPa) -, its behavior at failure load was very similar to that of L2: ultimate load 12.25 kN/m² in slab L2R and 12.0 kN/m² in slab L4R. It showed little or no influence from the pulled-zone concrete on the failure load capacity of the reinforced slab. It is worth highlighting that slabs L2 and L4 showed distinct behavior until reaching the stop load in the initial test.

The first cracks visually observed in slabs L1 and L2 happened under loads 2.50 kN/m² and 2.25 kN/m², respectively. The first cracks were observed in slabs L3, L3a (with low reinforcement rate) and L4 (with low concrete compressive strength) when they were subjected to loads 1.25 kN/m² (L3) and 1.0 kN/m² (L3a and L4). The first cracks appeared in the central region towards the edges. Four (4) areas with failure lines passing through the center towards the

Table 7

Details summary, slab characteristics and failure loads of all slabs

Slab	d (cm)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_{li} / d_{L1}	ρ_{li} / ρ_{L1}	f_{cli} / f_{cL1}	$q_{rupture}$	$q_{rup.Li} / q_{rup.L1}$
L1	7.1	0.14	20.8	1.0	1.0	1.0	9.25	1.0
L3	6.0	0.07	20.4	0.86	0.5	0.98	3.00	0.32
L2R	10.2*	0.09	51.9	1.43	0.64	2.49	12.25	1.32
L3aR	10.5*	0.04	58.2	1.48	0.28	2.80	3.25	0.35
L4R	10.0*	0.10	56.4	1.41	0.71	2.71	12.00	1.30

* effective depth of slab include the layer of reinforced concrete.

- 1 – 2,0 kN/m²
- 2 – 4,0 kN/m²
- 3 – 5,5 kN/m²
- 4 – 6,0 kN/m²

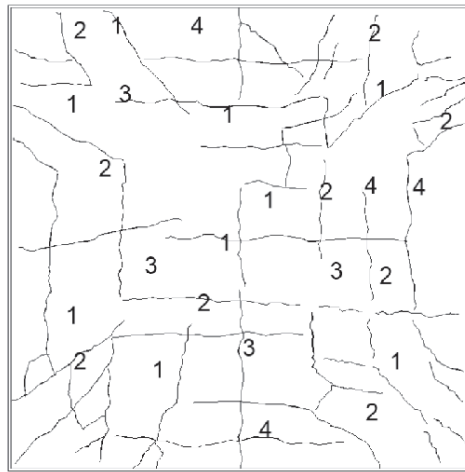


Figure 7
Scheme of cracks pattern of slab L1 and cracks of slab L2R after failure

edges were clearly defined in advanced loading stages. Figure 7 shows the slab L1 cracking scheme and a picture of the crack on the lower surface of slab L2R.

Figure 8 shows the graph of load x central deflection in all slabs. All the slabs showed increased deflections due to increased load. Slab L1 (effective height 7.1 cm) showed the largest central deflection among all slabs; it reached 12.5 cm for the failure load 9.25 kN/m². The central deflection values of non-reinforced slabs ranged from 6.5 cm (L3a, d = 6.0 cm) to 7.5 cm (L2, d = 6.3 cm), at stop loads 2.25 kN/m² and 6.50 kN/m², respectively, except for slab L3. Slab L3, which failed at 3.0 kN/m², showed 6.4 cm central deflection at load 2.75 kN/m². Reinforced slabs L2R (d = 10.3 cm) and L4R (d = 10.0 cm) failed at 11.0 cm and 9.5 cm vertical deflections, respectively, whereas slab L3aR (d = 10.5 cm) failed at 6.9 cm deflection. It was possible seeing that the slabs showing reinforcement deficiency (L3 and L3a) and the reinforced slab (L3aR) presented the largest deflections at the lowest loads. A second group, which comprised slabs L1,

L2 (without strengthening and concrete deficiencies) and L4 (with concrete deficiency), showed deflections in the same order of magnitude, and with intermediate values, when they were compared to other slabs subjected to the same loads. The third group comprised reinforced slabs L2R and L4R, which showed similar behavior and presented the smallest deflections at loads higher than 2.0 kN/m². These smallest deflections took place due to the increased useful height deriving from concrete reinforcing layer application. Slab L3aR, which also received reinforcing layer similar to that of L2R and L4R, did not present the same deflection profile, probably because it was manufactured with flexural reinforcement deficiency.

Table 8 presents the central deflection results of all slabs at loads 1.5 kN/m², 3.0 kN/m², as well as the stop load (varying in each slab) and the load in the last reading before breaking. Slabs L1 and L2 (with reinforcement rates complying with the standard) met the NBR 6118/2014 [4] requirements for maximum permissible vertical deflections. Slabs L3, L3a (with reinforcement deficiency) and L4 (with concrete strength deficiency) reached deflections that exceeded the standard limit ($l/500 = 8.0$ mm) at load 1.5 kN/m² (of design). Reinforced slabs L2R, L3aR and L4R showed 40%, 32% and 53% lower deflections, respectively, when they were subjected to the same stop load applied to the respective non-reinforced slabs. Such outcome evidences the strengthening efficiency in relation to the central vertical deflection.

By comparing slabs L1, L3 and L3a, which showed similar concrete strength values and useful height, it was possible seeing that slab L1 (with reinforcement rate 0.14%) showed just 3.2 mm deflection at 1.5 kN/m². This value was lower than half of the limit value imposed by the standard (NBR 6118/2014 [4]). On the other hand, slabs L3 and L3a (which were composed of 50% of the reinforcement in slab L1) showed vertical deflections 8 to 14 times higher than that of L1.

The reinforcing concrete layer in Slab L3aR led to a new useful height ($d = 10.5$ cm) and to higher concrete strength in the compressed region ($f_c = 58.2$ MPa). However, the lower geometric rate in this slab led to deflection values in the same order of magnitude

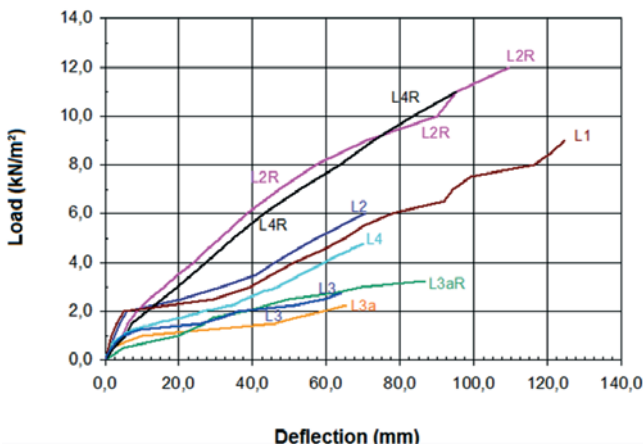


Figure 8
Load deflection curves (all slabs)

Table 8

Summary of central load-deflection for all slabs

Slab	ρ (%)	d (mm)	f_c (MPa)	q (kN/m ²)	Displa. (mm)	q (kN/m ²)	Displa. (mm)	q _{stopload} (kN/m ²)	Displa. (mm)	q _{failure,read} (kN/m ²)	Displa. (mm)	q _{failure} kN/m ²
L1	0.14	7.1	20.8	1.50	3.2	3.00	39.4	-	-	9.00	124.7	9.25
L2	0.15	6.2	20.7	1.50	4.0	3.00	31.3	6.50	62.3	-	-	-
L2R	0.09	10.2	51.9	1.50	6.1	3.00	16.0	-	-	12.00	109.6	12.25
L3	0.07	6.0	20.4	1.50	26.1	3.00	-	-	-	2.75	64.0	3.00
L3a	0.08	6.5	19.8	1.50	46.1	3.00	-	2.25	65.2	-	-	-
L3aR	0.04	10.5	58.2	1.50	27.0	3.00	62.0	-	-	3.25	65.2	3.25
L4	0.16	6.0	12.4	1.50	13.7	3.00	46.6	4.75	69.8	-	-	-
L4R	0.10	10.0	56.4	1.50	7.2	3.00	19.6	-	-	11.00	95.4	12.00

ρ (%) = flexural ratio; q (kN/m²) = distributed load; q_{failure,read} (kN/m²) = distributed load relative the last reading; Displa (mm) = central vertical deflection.

of slabs L3 and L3a, fact that shows the importance of setting a minimum reinforcement rate to control vertical deflection, regardless of the strengthening.

The comparison between central deflections in slabs L1 ($f_c = 20.8$ MPa) and L4 ($f_c = 12.4$ MPa) showed the influence of concrete compressive strength on the central vertical deflection behavior. The 60% reduction in the concrete compressive strength led to deflections 4.3 times greater at load 1.5kN/m² and 18% greater at load 3 kN/m², thus indicating the early emergence of cracks in less resistant slabs.

Although slab L4R showed vertical deflection greater than that of slab L1, and smaller than that of slab L4 at load 1.5 kN/m², it showed considerably smaller deflections than that of the same slabs at heavier loads. It evidences that the increased useful height resulting from the reinforcing layer helps overcoming losses deriving from the influence of concrete compressive strength in advanced loading stages.

The reinforced slabs increased the load limit in relation to the ultimate load; however, this fact did not change the vertical deflection in the initial loads, probably due to the steel cracking and deformation state resulting from the initial test.

Steel deformation measurements made through electrical strain gages attached to the strengthening are presented for each tested slab, except for the reinforced slabs, since the strain gages were requested in the initial test and many of them failed during loading

until the test stopped. Two strain gages per point were used in slabs L1 and L2, one on the upper surface and the other one on the lower surface of the instrumented bar. The other slabs - L3, L3a and L4 - were instrumented with a single strain gage per point. Figures 9 and 10 show graphs representing load-versus-deformation in the reinforcement of slabs L1, L2, L3, L3a and L4 until reaching the failure (L1 and L3) or the stop load (L2, L3a and L4) points. The central strain gages showed deformations equivalent to the yield of bars in slab L3.

The adhesion between the old and the new strengthening concrete was assessed through pull-off test, wherein steel wafers (50 mm diameter circular cutouts) were glued to the strengthening surface. A total of 87 pull-off tests were carried out to check the reinforcing concrete adhesion to the old concrete. In addition, 29 tests were conducted in reference pieces. The results of the pull-off tests regarding the failure spot in the cutout specimen were presented in four different ways: a) failure at the old concrete-new concrete interface - OC/NC; b) failure in the old concrete of the slab - OC; c) failure in the new strengthening concrete - NC and; d) failure in the glue, between the concrete and wafer - GLUE. The failure in the old concrete-new concrete interface - OC/NC – rarely takes place integrally in the plane of the interface between concretes. In most cases, the failure partly involved the surface of the old-new concrete interface; as for the remaining cases, the failure involved the old concrete surface. None of the herein performed tests showed

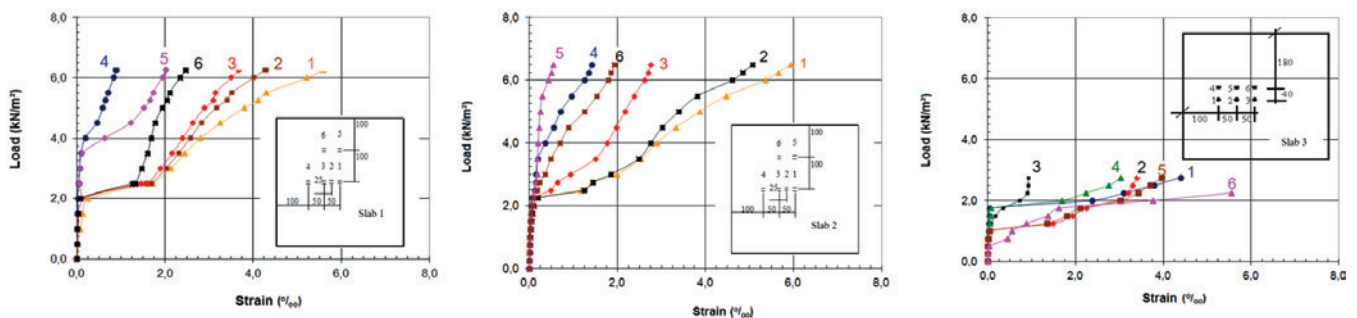


Figure 9
Load strain curves (slabs L1, L2 and L3)

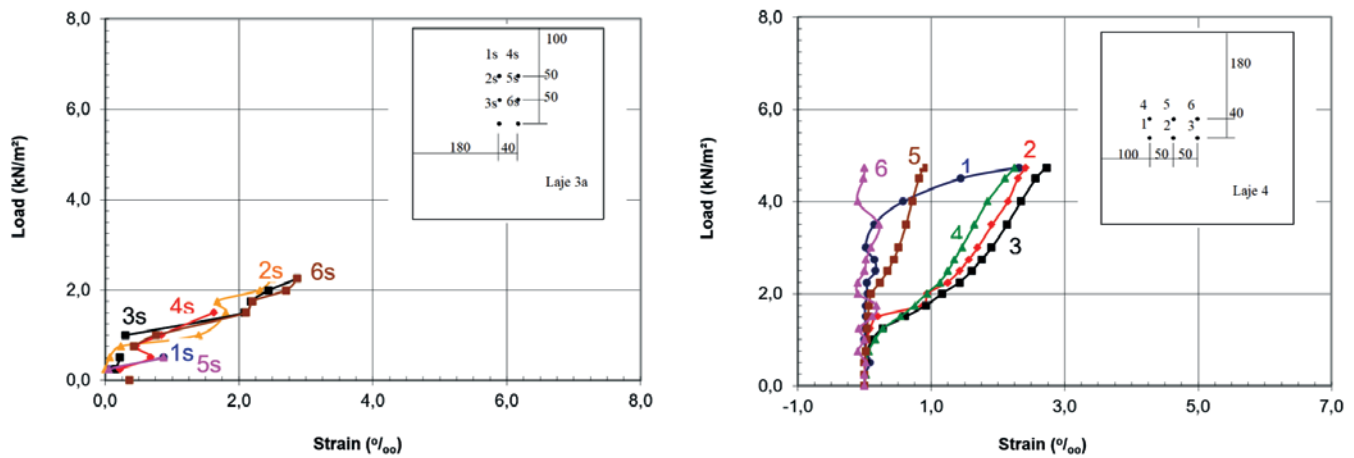


Figure 10
Load strain curves (slabs L3a and L4)



Figure 11
Failed specimens

failure surface concomitantly involving part of the old-new concrete interface and the new concrete surface. Figure 11 shows a picture of the failed specimens and indicates the failure modes.

Results of reference pieces showed 5% variation in the reinforced pieces and 2% variation in the non-reinforced ones. However, the adhesion strength values showed differences of almost three times between the tested slabs. Table 9 shows the mean pull-off force values and the respective standard deviations (S_d) of the tests, the failure mechanism in each of the three reinforced slabs - L2R, L3aR and L4R -, as well as the results of the reference pieces. The general calculation of the means did not take into consideration the three points in the wafer glue where the failures occurred during the tests conducted in slab L2R. All reference specimens without reinforcing layer in slabs L3aR and L4R failed in the old concrete at mean values 1.13 MPa and 1.15 MPa, respectively. The mean adhesion strength in the other two reference pieces (with reinforcing layer) were 1.02 MPa and 1.07 MPa, respectively; there was predominant failure in the new-old concrete interface. The pull-off stress ranged from 0.49 MPa to 1.08 MPa in the tests conducted in slab L2R, from 0.36 MPa to 1.07 MPa in the tests conducted in slab L3aR, and from 0.43 MPa at 1.03 MPa in the tests conducted

Table 9
Results of pull-off tests in slabs and specimens of references

	L2R (MPa)	Number of tests	S_d (MPa)	L3aR (MPa)	Number of tests	S_d (MPa)	L4R (MPa)	Number of tests	S_d (MPa)
General	0.96	33	0.17	0.88	28	0.21	0.86	23	0.19
Old concrete/ new concrete	0.97	23	0.17	0.86	18	0.20	0.89	20	0.15
Old concrete	0.94	9	0.19	0.85	10	0.24	0.64	3	0.32
Reference specimen without reinforcing	-	-	-	1.13	6	0.026	1.15	6	0.016
Reference specimen with reinforcing	-	-	-	1.02	6	0.015	1.07	11	0.022

S_d – the respective standard deviations.

in slab L4R. Although slab results indicated broader limits, there was significant concentration of values in the range between 1.0 MPa and 1.1 MPa (Figure 12).

The values of pull-off tests conducted in the reinforced slabs may be justified by the bending cracks that took place on the lower surface of the slab during the initial tests until the stop load was reached, as well as by failures in the final tests. These cracks may have reached the old concrete, as well as the reinforcing concrete layer, through specimen cutout. Another factor that may have influenced the adhesion test results was the possible existence of small "holes" between the new concrete layer used as strengthening and the old concrete in the slab. Adhesion strength results (from 1.0 MPa to 1.10 MPa) found in the tests performed in the reinforced slabs (Figure 12) indicated adhesion strength compatible with the results of the pull-off tests conducted in the reference specimens (from 1.02 MPa to 1.15 MPa) (Table 9) when the possible influence of the damages caused to the slabs, after the failure load was applied (bending cracks, holes, etc.), was taken into account. It is worth emphasizing that the adhesion tests were conducted in slabs that failed after being subjected to loads up to eight times higher and to vertical deflections up to nine times higher than the design load and vertical deflection limit.

Figures 13a and 13b show the schematic drawing of the speci-

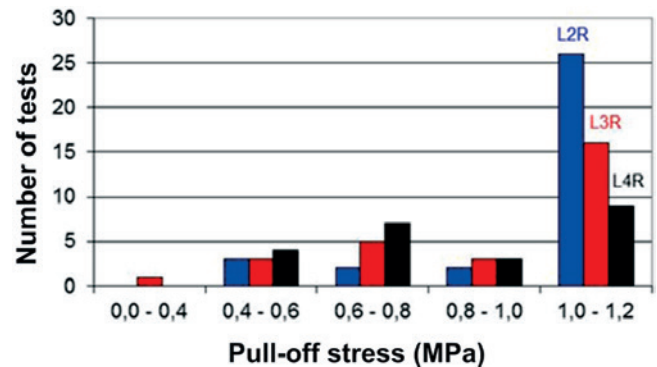


Figure 12

Histogram variation results of the pullout test slabs L2R, L3aR e L4R

men cutout, which reached the bending cracks in the slab, as well as the picture of a demolished section in slab L4R focused on the presence of "holes", respectively. It is worth highlighting that these "holes" were not found in most of the demolished slab sections. There was no visual sign of debonding in the new reinforcing concrete layer during the tests. It was possible seeing perfect

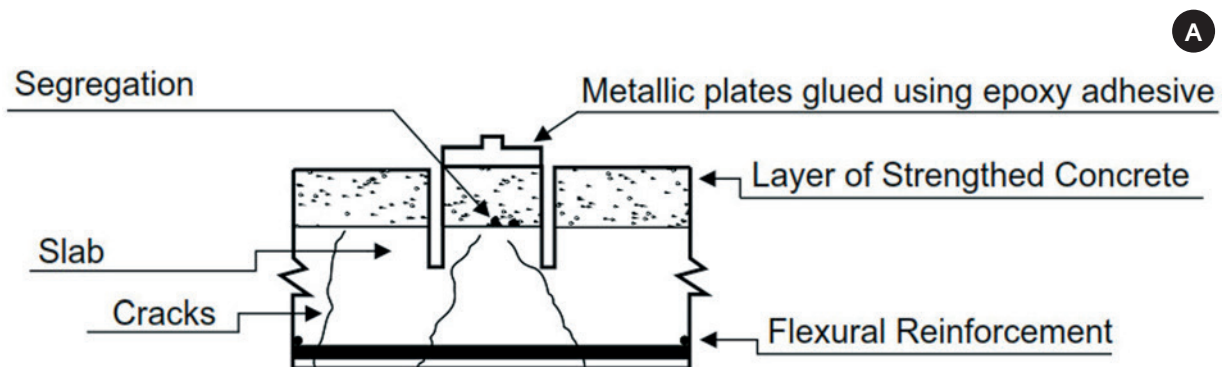


Figure 13

Schematic drawing of the specimen cutout (a), Picture of a demolished section in slab L4R (b) Picture of the perfect adherence between the strenghted concrete and the old concrete (c)

adhesion between the old and the new concretes in most of the demolished slab sections (Figure 13c).

4. Conclusions

With respect to slabs originally reinforced at minimum reinforcement rate according to NBR 6118/2014 [4], reinforcing layer application increased the ultimate failure load by up to 30% in comparison to similar non-reinforced slabs (L2R and L4R). Although the strengthening increased the ultimate failure load in slabs showing insufficient reinforcement rate (50% of the minimum rate required by the standard), it did not show the same efficiency level shown by L2R and L4R, because it was obviously limited by the amount of reinforcement (slab L3a). This effectiveness limit presented by the strengthening applied to the upper surface of the slab was caused by the amount of reinforcement; this limitation may evidence slab strengthening feasibility (or not) through the herein addressed process. All the tested slabs, whether they were reinforced or not, showed great ductility until the failure point, as well as deflections greater than the useful height; however, they failed when the reinforcement in the central region failed. When slabs showing the minimum strengthening required by the standard were reinforced, they showed smaller vertical deflections at loads above the design loads or above the loads that caused the emergence of the first crack. However, even when the slabs showing reinforcement deficiency were reinforced, they always showed great deflections. Slabs L1 and L2, whose reinforcement rates complied with the standard, met the NBR 6118/2014 requirements for limit deflections. Slabs L3, L3a (with reinforcement deficiency) and L4 (with concrete strength deficiency) reached vertical deflections higher than the limit set by the standard $l/500$ (8.0 mm), when they were subjected to 1.5 kN/m² (design load). The reinforced slabs L2R, L3aR and L4R showed vertical deflections at least 30% lower when they were subjected to the same load applied to the respective non-reinforced slabs, fact that confirmed the strengthening efficiency linked to the central vertical deflection. The different adhesion strength measurements made between the reinforcing concrete layer and the base concrete in the slab indicated strain in the order of 1.0 MPa. It was not possible setting the minimum adhesion. The effort made to produce good adhesion aimed at developing a monolithic strengthening in the old concrete of the base slab. None of the tests conducted in the reinforced slabs showed generalized detachment of the reinforcing layer. Even the fragments from the demolished slab showed perfect adherence between the old and the new concrete.

5. Acknowledgement

The author is grateful to Realmix, to IMPERCIA S.A and to Carlos Campos Consultoria Ltd. for making available some of the materials used in the current study and for helping in the concrete characterization tests, as well as to CNPq and Procad/Capes for the institutional support.

6. References

[1] CLÍMACO, J. C. T., Repair of structural concrete involving the addition of new concrete, Ph.D. Thesis, Polytechnic of Central London, London, August, 1990, 239 p.

[2] AÏTCIN, P. C., High-Performance Concrete. London, U. K., Editora E & FN SPON, 1st Edition, 1998, 591 p.

[3] CAMPOS, C. O., Análise experimental de lajes de concreto armado reforçadas pela face superior. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Setembro, 2000, 131 p.

[4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014, 221 p.

[5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6892-1– Materiais metálicos — Ensaio de Tração Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente. Rio de Janeiro, 2013, 70 p.

Experimental study of solid RC slabs strengthened on the upper surface

Análise experimental de lajes de CA reforçadas pela face superior



C. O. CAMPOS^a
cc@carloscampos.com.br

L. M. TRAUTWEIN^b
leandromt@fec.unicamp.br

R. B. GOMES^c
rbggomes@gmail.com

G. MELO^d
melog@unb.br

Abstract

The current study presents the results of tests conducted in 5 reinforced concrete slabs (415 cm x 415 cm x 7 cm) in order to experimentally check the possibility of reinforcing their upper surface, as well as to assess the adhesion between the old and the reinforcing concrete layers in the slab. The main variables were the concrete and reinforcement strength deficiencies. Reference slab “L1” was tested until reaching the failure load, whereas the others were tested until reaching certain load limit, reinforced and retested until reaching the failure load. All slabs failed under bending. The strengthening increased the failure load by 30% in slabs reinforced at minimum reinforcement rate when they were compared to similar non-reinforced slabs, regardless of the original concrete strength. None of the tests conducted in the reinforced slabs showed detachments or evidence of adhesion loss between the old and reinforcing concretes.

Keywords: slab, reinforced concrete, strengthening, adherence.

Resumo

Este trabalho apresenta os resultados dos ensaios de 5 lajes de concreto armado (415 cm x 415 cm x 7 cm) com o objetivo de se verificar experimentalmente a possibilidade de reforço pela face superior de lajes de concreto armado e também de se avaliar a aderência entre o concreto antigo da laje e a camada do concreto do reforço. As principais variáveis foram as deficiências da resistência do concreto e de armadura. A laje L1, de referência, foi ensaiada até a ruptura e as demais até um limite de carregamento quando foram reforçadas e reensaiadas até a ruptura. Todas as lajes romperam por flexão e nas lajes armadas com uma taxa mínima de armadura, o reforço elevou em até 30% a carga de ruptura em relação a uma laje similar sem reforço, independentemente da resistência original do concreto. Em todos os ensaios das lajes reforçadas não se detectou descolamentos ou evidências de perda de aderência entre o concreto antigo e o concreto do reforço.

Palavras-chave: laje, concreto armado, reforço, aderência.

^a Carlos Campos Consultoria e Construções Ltda, Goiânia, GO, Brasil;

^b Departamento de Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, SP, Brasil;

^c Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil;

^d Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.

1. Introdução

Ao longo dos anos a grande demanda pelo uso do concreto armado na construção civil, aplicado nas edificações e outras obras de grande porte, permitiu o aparecimento de diversos problemas de ordem executiva, de desempenho dos materiais componentes e até mesmo pela falta de manutenção. Desde que começaram a surgir as primeiras patologias nas obras de concreto armado tem-se buscado soluções mais adequadas, práticas e de baixo custo. Dentre os problemas mais frequentes em peças de concreto armado, podem-se ressaltar os ocorridos em lajes, com manifestações de grandes deslocamentos e aparecimento de fissuras. Os problemas em lajes causados por insuficiência na taxa de armadura, uso de um concreto inadequado e mesmo pela altura útil indevida da laje, podem resultar em restrições de utilização gerando eventual necessidade de um reforço.

Dependendo da técnica empregada, o reforço pode ser executado com os mais variados materiais. O reforço com concreto armado envolve decisões sobre diferentes aspectos tais como os tipos de cimento, granulometria de agregados e classes de aços. Se o reforço for com chapas de aço coladas ou com o uso de fibras de carbono, envolvem processos de preparações especiais para colagem e verificação de compatibilidades entre solicitações e deformações dos materiais. Ponderar sobre as possíveis causas e consequências associadas à solução proposta resulta na eficiência ou não do reforço executado. Toda decisão vai ser baseada neste diagnóstico. Se de caráter estrutural ou se de ações que envolvem processos de corrosão de armaduras ou de sinistros de incêndio ou abalos ou ainda recalques de fundações, etc. Para cada caso haverá uma ou mais soluções com o uso de materiais próprios e específicos.

A superfície que vai receber novo concreto deve se apresentar rugosa, sem a presença de nata de cimento do concreto antigo e sem a presença de pó, óleos ou graxas que impeçam esta ligação. As formas de preparo superficial vão desde os martelletes elétricos ou pneumáticos até o apicoamento manual, as fresadoras mecânicas, equipamentos de hidro demolição de altíssima pressão (75,0 MPa) e eventualmente o jato de areia seco ou úmido. O reforço de uma peça, pilar, viga ou laje pode implicar no acréscimo de um novo volume de concreto à peça antiga. Por considerações de projeto e cálculo, este aumento deve ser monolítico, em que concreto novo e antigo trabalham juntos.

Clímaco [1] aborda vários processos de possíveis testes de aderência; a tração direta, onde um corpo-de-prova especial é tracio-

nado pelas extremidades até a ruptura e a tração indireta, como o teste preconizado pelo Prof. Lobo Carneiro, conhecido como compressão diametral. No teste da verificação da resistência de aderência por tração direta implica que a resistência à tração direta no concreto não pode ser menor que a resistência de aderência. Em razão da qualidade superior, pela facilidade de controle dos processos e materiais, o micro concreto fluido, também denominado graute, é um material muito indicado nos serviços de reforço estrutural. O reforço com graute, produto à base de cimento, implica superfície rugosa e saturada. Os aditivos de qualquer natureza, aceleradores, retardadores, plastificantes ou superplastificantes são relevantes na elaboração de um material de recuperação. A sílica ativa, ao ser adicionado ao concreto, além de melhorar a zona de interface entre a pasta e o agregado, melhora por consequência a aderência, a impermeabilidade, a resistência à compressão axial e a própria coesão no concreto fresco, evitando exsudação (Aitcin, [2]). O reforço em laje pela face superior prevê a aplicação de uma camada de concreto de alto desempenho com espessura variável. Esta variação na espessura confere à camada de reforço uma forma de lente plano-convexa de bordos delgados, pequena espessura nos bordos e espessuras maiores no centro, calculada levando em conta o vão, taxa de armadura e solicitações.

Este trabalho tem por objetivo verificar e analisar experimentalmente o comportamento estrutural de lajes de concreto armado reforçadas na face superior, de através de ensaios em peças moldadas em escala real. Enfoca a eficiência do processo de reforço diante de duas patologias mais frequentes em lajes que são as deficiências na taxa de armadura e na resistência à compressão do concreto. É, também, pesquisada a aderência entre concreto antigo da laje e o concreto da camada de reforço (Campos [3]).

2. Materiais e programa experimental

Com o objetivo de analisar o comportamento estrutural de lajes maciças de concreto armado reforçadas pela face superior, foram ensaiados à flexão cinco modelos em escala real (415 cm x 415 cm x 7 cm). As lajes, simplesmente apoiadas e carregadas uniformemente na superfície superior, foram armadas nas duas direções e dimensionadas de acordo com a NBR 6118/2014 [4], com sobrecargas recomendadas para usos residenciais de 1,5 kN/m². As principais variáveis de ensaio foram taxa de armadura, ρ (0,076% e 0,164%), e a resistência à compressão do concreto, f_c (10 MPa e 20 MPa).

Tabela 1

Programa de ensaios e principais variáveis das lajes ensaiadas

Laje	ρ (%)	f_c (MPa)	1° ensaio	2° ensaio
L1	0,164	20	Ruptura	-
L2	0,164	20	Parada programada	Ruptura (L2R)
L3	0,076	20	Ruptura*	
L3a	0,076	20	Parada programada	Ruptura (L3aR)
L4	0,164	10	Parada programada	Ruptura (L4R)

* - Ruptura com carregamento aquém do previsto.

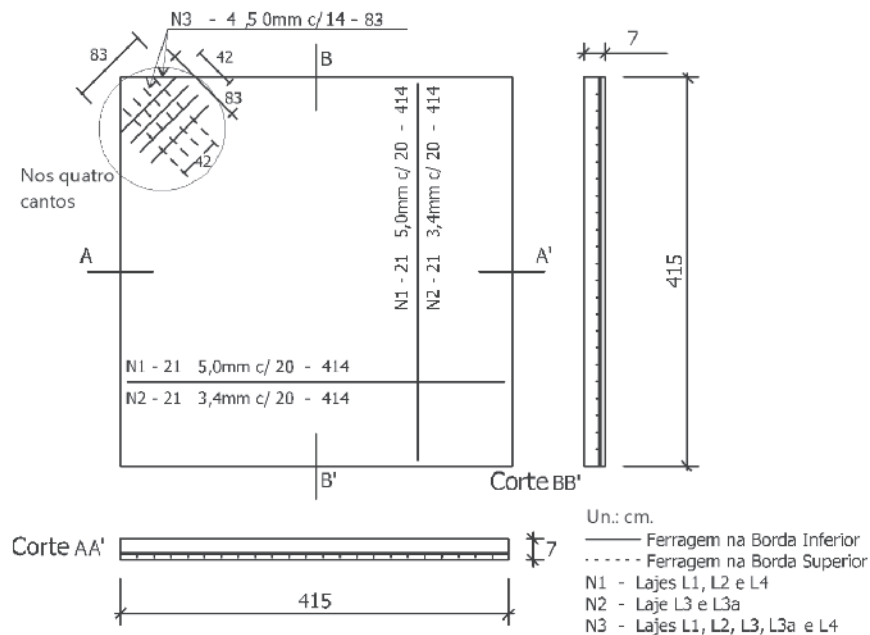


Figura 1
Dimensões das lajes e detalhamento das armaduras

A laje L1, de referência, foi ensaiada até a ruptura em um único ensaio. A laje L2 foi construída idêntica a L1 e as lajes L3 e L4 foram concretadas, apresentando patologias, uma com deficiência na armadura (L3, $\rho = 0,076$) e outra com deficiência na resistência do concreto (L4, $f_c = 10$ MPa). Foi construída uma laje adicional, L3a, que substituiu a laje L3 em função de sua ruptura no ensaio inicial. As lajes, L2, L3, L3a e L4, foram ensaiadas inicialmente até o carregamento limite de parada. O limite de parada do carregamento, definido para atingir um estado caracterizado por intensa fissuração e grandes deslocamentos, teve por base três parâmetros: a) deformação, na armadura principal, atingindo o limite de escoamento (10‰); b) abertura das fissuras com limites estabelecidas pela NBR 6118/2014 [4] e; c) deslocamentos verticais com a ordem de grandeza da espessura da laje. Após este ponto, com exceção da L3 que rompeu, as lajes foram descarregadas, reforçadas e ensaiadas até a ruptura.

O reforço foi realizado com aplicação de uma camada, de espessura variável, na face superior da laje, de concreto de alto desempenho, com espessuras de 2,0 cm nos bordos e 4,0 cm no centro. Em todas as lajes reforçadas, renomeadas de L2R, L3aR e L4R, o tipo do concreto utilizado no reforço e as dimensões da camada foram mantidos constantes. A Tabela 1 apresenta o programa de ensaios e as principais variáveis dos modelos em teste e a Figura 1 apresenta as dimensões nominais e detalhamento das armaduras das lajes.

O concreto utilizado na confecção das lajes L1, L2, L3 e L3a foi adquirido de empresa fornecedora de concreto pré-misturado, com uma previsão de resistência à compressão, para 21 dias, de 20 MPa. O concreto para a laje L4 com a resistência à compressão prevista para 10 MPa, na data do ensaio, foi elaborado no Laboratório de Estruturas – EEC/UFG, seguindo o traço previamente estudado. A Tabela 2 apresenta as proporções utilizadas na

Tabela 2
Composição do concreto usado nas lajes (unidade: kg/m³)

Materiais	L1, L2, L3 e L3a	L4
Cimento (CP II F - 32)	297	240
Areia artificial (granulito)	861	868
Brita zero (granulito)	-	197
Brita 1	960	782
Água	172	195
Plast./Retardador REAX RX 104 R	0,89	-
Traço unitário (em massa)	1:2,90:3,23:0,58	1:3,62:0,82:3,26:0,81
Expectativa de resistência	$f_{c21} = 20,0$ MPa	$f_{c21} = 10,0$ MPa

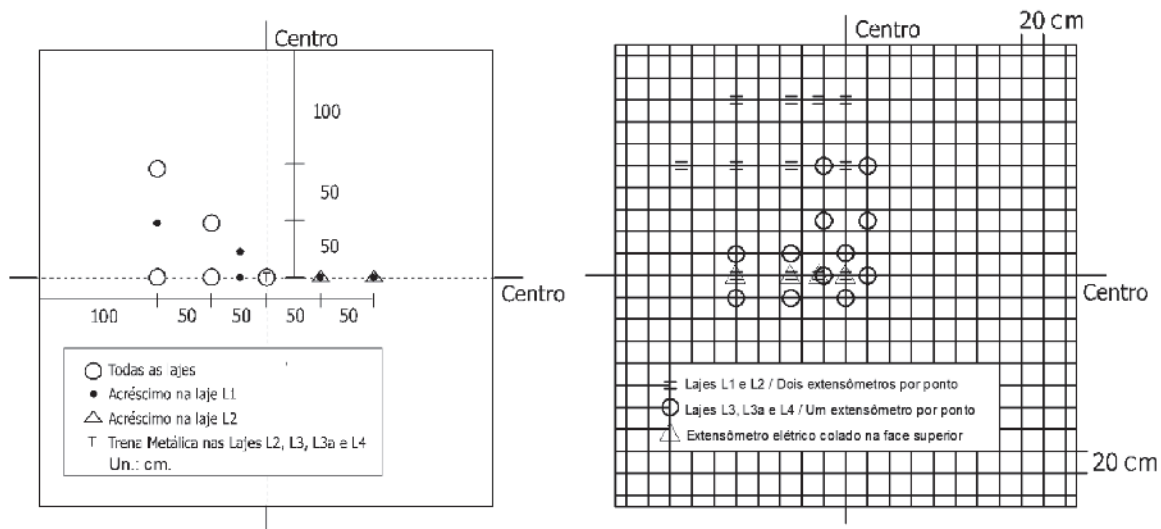


Figura 2 Posição dos deflectômetros usados e dos extensômetros elétricos fixados tanto nas armaduras de flexão quanto na superfície do concreto das lajes

dosagem do concreto para as lajes L1, L2, L3, L3a e L4. O concreto utilizado no reforço das lajes L2R, L3aR e L4R foi preparado no local de concretagem das lajes, seguindo traço previamente estudado. Em todas as concretagens foram moldados dez corpos-de-prova cilíndricos de 150 mm X 300 mm para caracterização do material.

A instrumentação das lajes nos ensaios foi feita com deflectômetros mecânicos, analógicos, para medição dos deslocamentos

verticais, e extensômetros elétricos de resistência para medição das deformações no aço e no concreto. Em todos os ensaios, exceto no ensaio da laje L1, foi utilizada uma trena metálica, posicionada no centro da laje (face inferior), com a finalidade de obtenção aproximada do deslocamento central na ruptura, após a retirada dos deflectômetros mecânicos. Foram utilizados, em cada laje, no mínimo cinco deflectômetros da marca Mitutoyo, com precisão de 0,01 mm, posicionados na superfície inferior. Devido à simetria, os deslocamentos foram medidos em apenas um quadrante, utilizando-se os aparelhos posicionados no eixo central e na diagonal das lajes. Também foram fixados, na armadura principal de flexão, extensômetros elétricos do tipo KLM PA 06 250BA 120L da Kiowa, em 12 pontos de cada laje. Nas lajes L1 e L2 foram utilizados dois extensômetros por ponto, diametralmente opostos, nos lados inferior e superior da armadura.



13	45	12	44	11	43	10	42
61	29	60	28	59	27	58	26
14	46	3	35	2	34	9	41
62	30	51	19	50	18	57	25
15	47	4	36	1	33	8	40
63	31	52	20	49	17	56	24
16	48	5	37	6	38	7	39
64	32	53	21	54	22	55	23

Figura 3 Esquema da colocação dos sacos e fotografia da laje L2R com carga de 1,0 kN/m²



Figura 4 Fotografia da laje L4R com carregamento de 12,0 kN/m²

Tabela 3

Composição do concreto usado no reforço das lajes (unidade: kg)

Materiais	L2R, L3aR e L4R
Cimento (CPV - ARI)	50,0
Areia artificial (granulito)	37,5
Brita zero (granulito)	72,5
Sílica ativa (SILMIX)	4,0
Água (litros)	20
Superplastificante (RX 3000A)	0,7
Traço unitário (em massa)	1:0,75:1,45:0,37
Expectativa de resistência	$f_{cT} = 50,0$ MPa

Nas demais lajes utilizou-se apenas um extensômetro por ponto, fixado no lado inferior da armadura. Na superfície do concreto, na face superior de todas as lajes, foram colados extensômetros elétricos, do tipo KLM PA 06 201BA 120L da Kiowa, em quatro pontos, para determinação das deformações. A Figura 2 apresenta a posição dos deflectômetros usados e dos extensômetros elétricos fixados tanto nas armaduras de flexão quanto na superfície do concreto das lajes.

A laje L1 foi carregada com sacos de areia de 0,50 kN e as demais lajes foram carregadas com sacos de 0,25 kN. Inicialmente cada laje foi marcada em 16 quadros de um metro quadrado. Cada etapa de carregamento ocupava um quadrante destes quadros. A sequência de colocação dos sacos seguiu a orientação previamente estabelecida de posicionar os sacos do centro para os bordos, conforme esquema apresentado no desenho da Figura 3. Para evitar o "efeito de arco" no carregamento, os sacos se tocavam apenas no interior de cada um dos 16 quadros. A Figura 4 apresenta a fotografia do carregamento total da laje L4R (após reforço), com 12 camadas e as quatro pilhas em cada quadro sem tocar as pilhas dos quadros vizinhos.

A confecção do reforço foi igual para as lajes reforçadas, L2R, L3aR

Tabela 4

Quantidade de testes de arrancamento nas lajes e nas peças de referência

Lajes	Nº de testes	Nº de testes nas peças de referência	
		Sem reforço	Com reforço
L2R	36	-	-
L3aR	28	6	6
L4R	23	6	11

e L4R. Inicialmente fez-se o apicoamento manual na face superior, com ponteiro e martelo, criando-se uma superfície rugosa e sem nata de cimento. A superfície apicoada foi lavada com água através de bomba de alta pressão para remoção de todo pó e areia solta. Com o uso de macaco hidráulico, as lajes foram retornadas à sua forma plana original, no momento no início dos ensaios. Esta operação foi controlada por linha esticada na face superior fixada no centro das laterais e com nivelamento feito com de nível ótico (NA K1 - WILD). O reforço foi realizado com aplicação de uma camada, de espessura variável, na face superior da laje, de concreto de alto desempenho, com espessuras de 2,0 cm nos bordos e 4,0 cm no centro. A Figura 5 mostra fotografias da execução do serviço de apicoamento manual e do lançamento da camada de reforço.

O concreto de alto desempenho utilizado para o reforço foi o mesmo para as três lajes reforçadas. Imediatamente após aplicação e acabamento da camada de reforço, ainda com o concreto fresco, a laje foi recoberta com mantas de anagem úmidas e protegidas com lona de polietileno, e mantida nestas condições para cura, durante sete dias. A Tabela 3 apresenta o traço do concreto utilizado no reforço.

Com a finalidade de avaliar a resistência de aderência entre a camada de reforço e o concreto antigo da laje, foram executados testes de arrancamento em pontos na camada de reforço nas lajes ensaiadas e em peças de referências. Foi moldado um par de peças de referência para cada uma das lajes L3aR e L4R com

**Figura 5**

Fotografias da execução do apicoamento manual e do espalhamento da camada de reforço

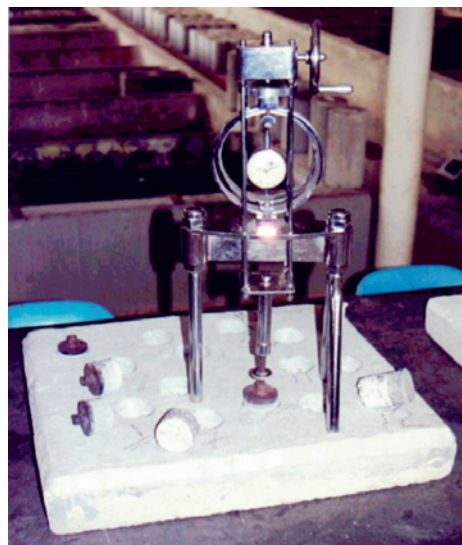
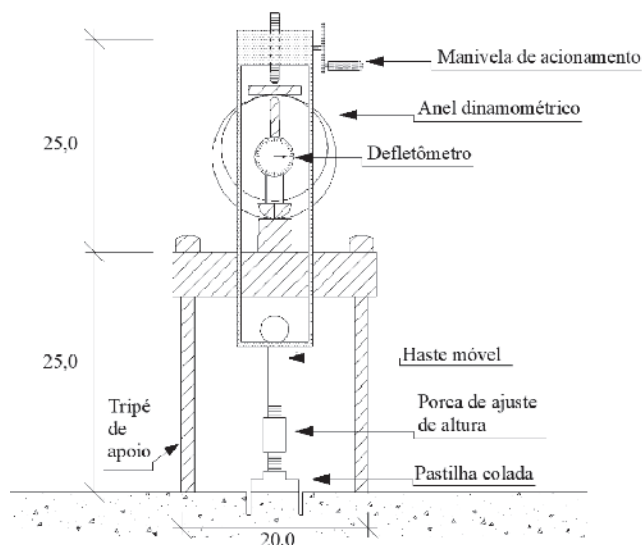


Figura 6
Esquema do dispositivo para teste de arrancamento e fotografia do aparelho (unidade: cm)

dimensões de 50 cm x 50 cm x 7 cm. Em uma peça de cada par continha apenas o concreto da laje, e na outra peça executou-se também a camada de reforço. Em ambas as peças utilizou-se o mesmo concreto, reforço e técnicas usadas nas lajes. Estas peças foram executadas com a finalidade de servirem de referência, sem a influência dos deslocamentos e das fissurações devido aos carregamentos impostos nas lajes. Foram executados 36 testes no reforço da laje L2R, 28 na laje L3aR e 23 testes no reforço da laje L4R, em pontos não danificados, escolhidos aleatoriamente. Nas peças de referência foram feitos um total de 29 testes. O procedimento do teste consistiu em serrar com “serra copo” com coroa diamantada, em meio à circulação de água, um círculo com diâmetro interno de 50 mm e profundidade até cerca de 30 mm abaixo da camada de reforço. A Tabela 4 apresenta em síntese a quantidade de testes de arrancamento executados.

Após limpeza e secagem do testemunho serrado, foi colada uma pastilha metálica para distribuir a tensão aplicada. Os testes foram realizados após o endurecimento da cola, em geral, no dia seguinte ao da colagem das pastilhas. A aplicação da força de arrancamento ocorre através de dispositivo mecânico, analógico, com incremento da força pelo acionamento de manivela com parafuso de rosca fina que comprime o anel dinamométrico duplo, que reage na pastilha colada sobre o reforço (Figura 6). A duração média do ensaio é de 5 minutos.

3. Resultados e discussões

A Resistência à compressão cilíndrica do concreto aos 7 dias, e no dia do ensaio da laje, além do Módulo de elasticidade do concreto na data do ensaio das lajes são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5
Características do concreto utilizado nas lajes

Laje	Idade (dias)	$f_c^{(1)}$ (MPa)	$f_c^{(2)}$ (MPa)	$E_c^{(3)}$ (GPa)
L1	18	17,0	20,8	16,1
L2	21	17,6	20,7	17,1
L3	21	17,0	20,4	17,3
L3a	30	16,0	19,8	16,5
L4	17	9,6	12,4	15,7
Concreto do reforço				
L2R	16	44,9	51,9	36,0
L3aR	17	51,9	58,2	32,0
L4R	11	48,7	56,4	30,7

⁽¹⁾ Resistência à compressão cilíndrica do concreto aos 7 dias; ⁽²⁾ Resistência à compressão cilíndrica do concreto no dia do ensaio da laje;
⁽³⁾ Módulo de elasticidade do concreto na data do ensaio da laje.

Tabela 6

Principais características do aço

Laje	ϕ (mm)	f_y (MPa)	ε_y (%)	f_u (MPa)	E_s (GPa)
L1	5,0	761,7	0,57	829,2	204,7
L2	5,0	734,2	0,56	771,6	200,3
L3	3,4	801,2	0,62	822,0	192,4
L3a	3,4	759,2	0,57	780,6	205,2
L4	5,0	777,2	0,58	841,2	201,4

Foram ensaiadas à tração axial, no mínimo, duas amostras por laje das armaduras de flexão, com a finalidade de determinar as resistências de escoamento e de ruptura, módulo de elasticidade e a deformação específica de acordo com a NBR 6892-1/2013 [5]. Em todos os ensaios as barras não apresentaram patamar de escoamento definido e a Tabela 6 mostra os principais resultados de caracterização do aço.

A laje L1, de referência, rompeu com um carregamento de 9,25 kN/m². As demais lajes, com exceção da L3, foram ensaiadas no primeiro ensaio até o carregamento de parada. As lajes L2 ($f_c=20,8$ MPa) e L4 ($f_c=12,4$ MPa), com taxa de armadura de 0,164%, tiveram cargas de parada de 6,50 kN/m² e 4,75 kN/m² respectivamente. Com o objetivo de provocar a máxima deterioração possível e como estava prevista uma carga de parada na faixa de 2,75 a 3,25 kN/m², a laje L3 foi carregada até 3,0 kN/m², quando ocorreu a ruptura. Os resultados da laje L3 foram mantidos para efeito de comparação. A laje L3a foi confeccionada em substituição da laje L3. A carga de parada para a laje L3a foi de 2,25kN/m². Devido ao fato de o reforço ter sido feito com espessura variável ao longo do plano da laje, a altura efetiva considerada foi medida na região de momentos máximos no centro das lajes. As cargas de ruptura das lajes L2R e L4R foram muito próximas entre si, com 12,25 kN/m² e 12,0 kN/m², respectivamente, e a laje L3aR, com baixa taxa de armadura, rompeu com 3,25 kN/m². A Tabela 7 apresenta um sumário e comparações das principais características e cargas de ruptura das lajes L1, L3, L2R, L3aR e L4R. As lajes L1 e L3 (sem reforço) e as lajes L2R, L3aR e L4R (reforçadas) romperam por flexão apresentando grandes deslocamentos verticais e escoamento da armadura na face inferior, principalmente na região central. Em todos os testes, além do escoamento, houve a ruptura das barras centrais. Foi observado,

após o término dos ensaios e a retirada do carregamento, que não havia indícios, na face superior, de esmagamento do concreto.

Pode-se observar, em relação à laje de referência, L1, que as lajes reforçadas L2R e L4R apresentaram cargas de ruptura superiores em 32 e 30% respectivamente, enquanto as das lajes L3 e L3aR foram significativamente inferiores. A laje L3 com resistência à compressão do concreto similar, e altura útil de apenas 14 % inferior, mas com uma taxa de armadura 50% menor que a da laje L1, rompeu por flexão com um carregamento 68 % menor do que a laje de referência, L1.

Com relação às lajes L2R e L4R, comparadas com a laje de referência L1, pode-se notar, por um lado, uma redução na taxa geométrica de armadura (de 0,14 % na L1 para 0,09 % e 0,10 % nas lajes L2R e L4R, respectivamente), e por outro lado, um incremento da resistência do concreto (de 20,8 MPa na L1 para 51,9 MPa e 56,4 MPa nas lajes L2R e L4R, respectivamente) e principalmente um aumento na altura útil (de 7,2 cm na L1 para 10,2 cm e 10,0 cm na L2R e L4R, respectivamente). O aumento da altura útil neste caso foi preponderante no ganho de 32 % e 30 % das cargas de ruptura das lajes L2R e L4R, respectivamente, em relação à laje L1.

A laje L3aR, com altura útil 48 % maior, com uma resistência à compressão do concreto na camada de reforço de 2,8 vezes superior e uma reduzida taxa geométrica de armadura em relação a laje L1, rompeu com apenas 35 % da carga de ruptura da laje L1, mesmo com a aplicação da camada de concreto do reforço. Este resultado mostra que o incremento da altura útil e o aumento da resistência à compressão do concreto na camada de reforço sem a devida existência de uma taxa mínima de armadura de flexão acarretam em um reforço inócuo.

Tabela 7

Sumário e comparações das principais características e cargas de ruptura das lajes L1, L3 e das lajes reforçadas L2R, L3aR e L4R

Laje	d (cm)	ρ (%)	f_c (MPa)	d_{li} / d_{L1}	ρ_{li} / ρ_{L1}	f_{cli} / f_{cL1}	$q_{ruptura}$	$q_{rup.Li} / q_{rup.L1}$
L1	7,1	0,14	20,8	1,0	1,0	1,0	9,25	1,0
L3	6,0	0,07	20,4	0,86	0,5	0,98	3,00	0,32
L2R	10,2*	0,09	51,9	1,43	0,64	2,49	12,25	1,32
L3aR	10,5*	0,04	58,2	1,48	0,28	2,80	3,25	0,35
L4R	10,0*	0,10	56,4	1,41	0,71	2,71	12,00	1,30

* $d_{máx}$ na região central reforçada.

- 1 – 2,0 kN/m²
- 2 – 4,0 kN/m²
- 3 – 5,5 kN/m²
- 4 – 6,0 kN/m²

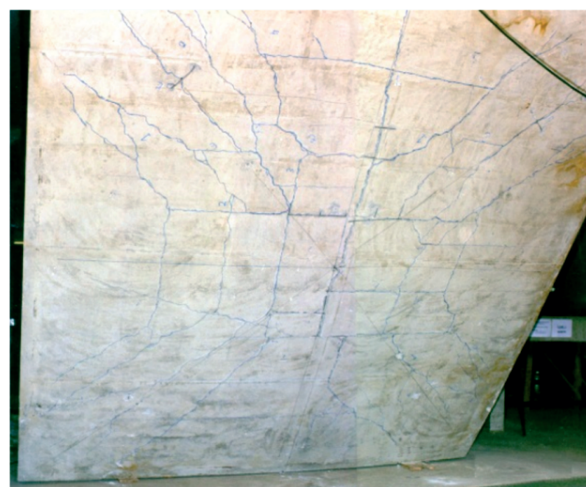
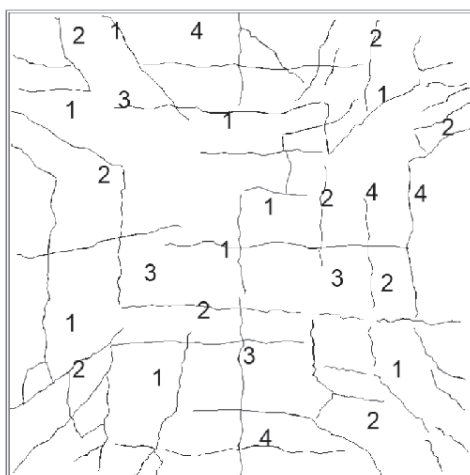


Figura 7
Esquema de fissuração da laje L1 e fotografia ilustrando a fissuração da laje L2R após ruptura

Uma comparação entre as lajes reforçadas L2R e L4R corrobora a importância da altura útil (*d*) como parâmetro mais importante na determinação da carga última das lajes reforçadas, para lajes com taxas de armadura similares (0,09% e 0,10% respectivamente). Apesar da laje L4, base da L4R, ter sido confeccionada com concreto de baixa resistência ($f_c = 12,4$ MPa), cerca de 60 % menor que o da laje L2 (20,7 MPa), o comportamento na ruptura foi bastante semelhante, carga última de 12,25 kN/m² para a laje L2R e de 12,0 kN/m² para a laje L4R denotando a pouca ou nenhuma influência do concreto da zona tracionada na capacidade de carga de ruptura da laje reforçada. Ressalte-se que as lajes L2 e L4 apresentaram comportamentos distintos durante o ensaio inicial até a carga de parada.

As primeiras fissuras observadas visualmente nas lajes L1 e L2 ocorreram com cargas de 2,50 kN/m² e 2,25 kN/m², respectivamente. Nas lajes L3, L3a, com baixa taxa de armadura, e L4, com

pequena resistência à compressão do concreto, as primeiras fissuras foram observadas com cargas de 1,25 kN/m² (L3) e 1,0 kN/m² (L3a e L4). As primeiras fissuras apareceram na região central em direção aos cantos. Em estágios avançados de carregamento ficam nitidamente definidas quatro áreas com as linhas de ruptura passando pelo centro em direção aos cantos. A Figura 7 mostra um esquema de fissuração da laje L1 e uma fotografia com a fissuração da face inferior da laje L2R.

A Figura 8 mostra um gráfico de carga x deslocamento central de todas as lajes. Em todas as lajes houve um aumento dos deslocamentos em função do acréscimo do carregamento. A laje L1, com altura efetiva igual a 7,1 cm, apresentou o maior deslocamento central entre todas as lajes, atingindo 12,5 cm para um carregamento de ruptura de 9,25 kN/m². Com exceção da laje L3, os valores dos deslocamentos centrais das demais lajes não reforçadas variaram de 6,5 cm (L3a, *d* = 6,0 cm) a 7,5 cm (L2, *d* = 6,3 cm), com cargas de parada de 2,25 kN/m² e 6,50 kN/m², respectivamente. A laje L3, que rompeu com 3,0 kN/m² apresentou um deslocamento central medido de 6,4 cm para uma carga de 2,75 kN/m². As lajes reforçadas L2R (*d* = 10,3 cm) e L4R (*d* = 10,0 cm) tiveram, na ruptura, deslocamentos verticais de 11,0 cm e 9,5 cm, respectivamente, enquanto a laje L3aR (*d* = 10,5 cm) rompeu com um deslocamento de 6,9 cm. Pode-se observar que aquelas confeccionadas com deficiência de armadura, L3 e L3a, e a laje reforçada, L3aR, apresentam os maiores deslocamentos com as menores cargas. Um segundo grupo com as lajes L1 e L2, sem deficiências de armadura e do concreto, e a L4, com deficiência do concreto, apresentam, para os mesmos carregamentos, deslocamentos em uma mesma ordem de grandeza e com valores intermediários quando comparados com as demais lajes. No terceiro grupo, as lajes reforçadas L2R e L4R, com comportamentos similares entre si, apresentam os menores deslocamentos para cargas maiores de 2,0 kN/m². Estes menores deslocamentos, ocorrem devido ao aumento da altura útil com a aplicação do concreto da camada de reforço. A laje L3aR, também com camada de reforço similar, não apresentou o mesmo perfil de deslocamento,

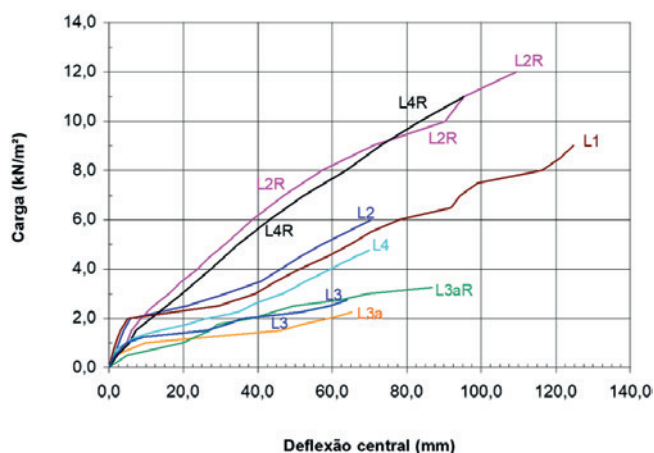


Figura 8
Gráfico carga x deslocamento vertical central de todas as lajes

Tabela 8

Sumário dos deslocamentos verticais centrais de todas as lajes

Laje	ρ (%)	d (mm)	f_c (MPa)	q (kN/m ²)	Desloc. (mm)	q (kN/m ²)	Desloc. (mm)	q _{parada} (kN/m ²)	Desloc. (mm)	q _{últ. leitura} (kN/m ²)	Desloc. (mm)	q _{ruptura} kN/m ²
L1	0,14	7,1	20,8	1,50	3,2	3,00	39,4	-	-	9,00	124,7	9,25
L2	0,15	6,2	20,7	1,50	4,0	3,00	31,3	6,50	62,3	-	-	-
L2R	0,09	10,2	51,9	1,50	6,1	3,00	16,0	-	-	12,00	109,6	12,25
L3	0,07	6,0	20,4	1,50	26,1	3,00	-	-	-	2,75	64,0	3,00
L3a	0,08	6,5	19,8	1,50	46,1	3,00	-	2,25	65,2	-	-	-
L3aR	0,04	10,5	58,2	1,50	27,0	3,00	62,0	-	-	3,25	65,2	3,25
L4	0,16	6,0	12,4	1,50	13,7	3,00	46,6	4,75	69,8	-	-	-
L4R	0,10	10,0	56,4	1,50	7,2	3,00	19,6	-	-	11,00	95,4	12,00

ρ (%) = taxa de armadura de flexão; q (kN/m²) = carga distribuída aplicada; q_{últ. leitura} (kN/m²) = carga distribuída aplicada correspondente à última leitura; Desloc. = deslocamento vertical.

provavelmente devido ao fato de ter sido confeccionada com deficiência da armadura de flexão.

A Tabela 8 apresenta um sumário dos resultados dos deslocamentos centrais de todas as lajes para carregamentos de 1,5 kN/m², 3,0 kN/m², carga de parada (variável para cada laje) e carga da última leitura antes da ruptura. As lajes L1 e L2, com taxas de armaduras de acordo com a norma, atendem aos requisitos da NBR 6118/2014 [4] quanto aos deslocamentos verticais máximos admissíveis. As lajes, L3 e L3a, com deficiência de armadura, a laje L4, com deficiência na resistência do concreto, alcançam, para carregamentos de 1,5 kN/m² (de projeto), deslocamentos superiores ao limite de norma ($l/500 = 8,0$ mm). As lajes reforçadas L2R, L3aR e L4R apresentaram deslocamentos, respectivamente de 40%, 32% e 53% inferiores, para o mesmo carregamento de parada das respectivas lajes não reforçadas, indicando a eficiência do reforço quanto ao deslocamento vertical central.

Ao se considerar apenas as lajes L1, L3 e L3a, com valores similares da resistência do concreto e da altura útil, pode-se perceber que a laje L1 com uma taxa de armadura igual a 0,14%, apresentou um deslocamento, para o carregamento de 1,5 kN/m², de apenas 3,2 mm, menos da metade do valor limite imposto por norma (NBR 6118/2014 [4]), enquanto as lajes L3 e L3a, com 50% de armadura da laje L1, apresentaram deslocamentos verticais de 8 a 14 vezes maiores.

A laje L3aR, com a camada do concreto de reforço conduzindo por um lado a uma nova altura útil maior ($d = 10,5$ cm) e uma resistência do concreto na região comprimida bastante superior ($f_c = 58,2$ MPa), e por outro lado com uma taxa geométrica inferior, apresentou valores de deslocamentos na mesma ordem de grandeza das lajes L3 e L3a, denotando a importância de uma taxa de armadura mínima no controle do deslocamento vertical, independentemente do reforço.

Uma comparação entre os deslocamentos centrais das lajes L1 ($f_c = 20,8$ MPa) e L4 ($f_c = 12,4$ MPa) evidencia a influência da resistência à compressão do concreto no comportamento dos deslocamentos verticais centrais. Uma redução de 60% da resistência à compressão do concreto acarretou deslocamentos 4,3 vezes maiores para um carregamento de 1,5 kN/m² e de apenas 18% maior para a carga de 3 kN/m², indicando, provavelmente um aparecimento precoce de fissuras na laje de menor resistência.

A laje L4R apesar de apresentar um deslocamento vertical maior do que a da laje L1 e menor do que a da laje L4, para um carregamento de 1,5 kN/m², apresenta deslocamentos consideravelmente menores do que as destas lajes para maiores carregamentos, demonstrando que o aumento da altura útil provocado pela camada de reforço supera, em estágios avançados de carga, a perda devido a influência da resistência à compressão do concreto.

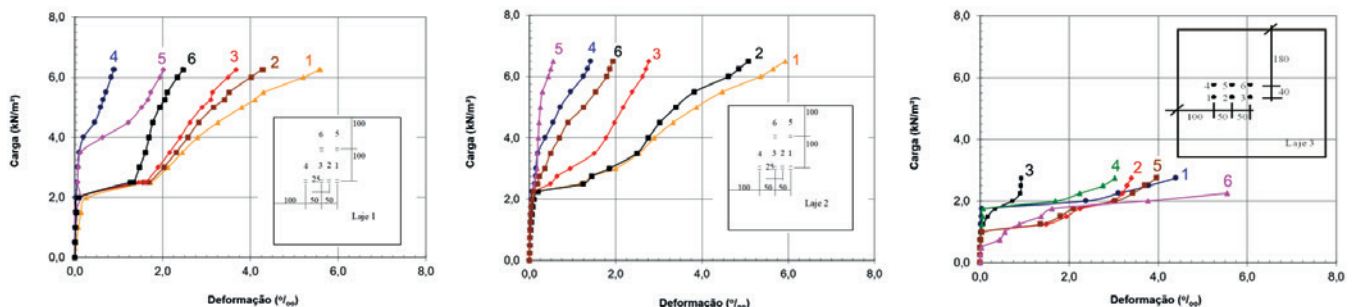
**Figure 9**

Gráfico de cargas x deformações das armaduras das lajes L1, L2 e L3

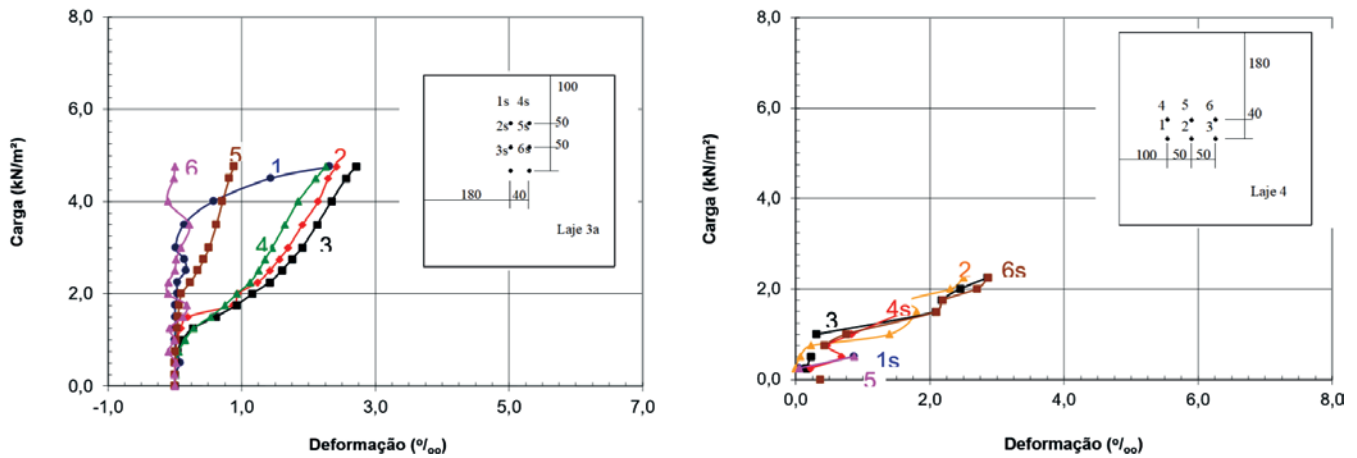


Figura 10
Gráfico de cargas x deformações das armaduras da laje L3a e L4



Figura 11
Fotografia dos testemunhos rompidos

As lajes reforçadas aumentaram o limite de carregamento em relação ao carregamento final, mas este fato não alterou o deslocamento vertical nos carregamentos iniciais, provavelmente devido ao estado de fissuração e deformação do aço provocado pelo ensaio inicial.

As medidas de deformações no aço obtidas através de extensômetros elétricos colados nas armaduras são apresentadas para cada laje ensaiada, exceto para as lajes reforçadas, pois no ensaio inicial os extensômetros foram solicitados e muitos se romperam durante os carregamentos até parada do ensaio. Para as lajes L1 e L2 utilizou-se dois extensômetros por ponto, um na face superior outro na inferior da barra instrumentada. As demais lajes, L3, L3a e L4, foram instrumentadas com apenas um extensômetro por ponto. As Figuras 9 e 10 apresentam os gráficos de cargas versus deformações das armaduras das lajes L1, L2 e L3 e L3a e L4, até o carregamento de ruptura (L1 e L3) ou de parada (L2, L3a e L4). Os extensômetros centrais apresentaram deformações equivalentes às de escoamento das barras como na laje L3.

A aderência entre o concreto antigo e concreto novo do reforço foi avaliada pelo ensaio de arrancamento, com pastilhas de aço coladas em recortes circulares de 50 mm de diâmetro, na superfície

Tabela 9
Resultados médios dos testes de arrancamento nas lajes e nas peças de referência

	L2R (MPa)	Nº de testes	S _d (MPa)	L3aR (MPa)	Nº de testes	S _d (MPa)	L4R (MPa)	Nº de testes	S _d (MPa)
Geral	0,96	33	0.17	0,88	28	0.21	0,86	23	0.19
Concreto antigo/ concreto novo	0,97	23	0.17	0,86	18	0.20	0,89	20	0.15
Concreto antigo	0,94	9	0.19	0,85	10	0.24	0,64	3	0.32
Peça de referência sem reforço	-	-	-	1,13	6	0.026	1,15	6	0.016
Peça de referência com reforço	-	-	-	1,02	6	0.015	1,07	11	0.022

S_d – the respective standard deviations.

do reforço. Foram realizados 87 testes de arrancamento para a verificação da aderência do concreto de reforço ao concreto antigo, além de 29 testes em peças de referência. Os resultados dos testes de arrancamento apresentaram-se de quatro modos distintos quanto ao local de ruptura no testemunho recortado: a) ruptura na interface do concreto antigo e concreto novo – CA/CN; b) ruptura no concreto antigo da laje – CA; c) ruptura no concreto novo do reforço – CN e, d) ruptura na cola, entre concreto e pastilha – COLA. A ruptura caracterizada como na interface concreto antigo e concreto novo – CA/CN - raramente ocorre integralmente no plano da interface entre os concretos. Na maioria dos casos a ruptura envolveu, em parte, a superfície da interface entre o concreto antigo e o novo e, no restante, envolveu uma superfície do concreto antigo. Em nenhum teste foi evidenciada uma superfície de ruptura envolvendo parte da interface entre o concreto antigo e o novo concomitantemente com uma superfície do concreto novo. A Figura 11 mostra fotografia dos testemunhos rompidos indicando os modos de ruptura.

Os resultados nas peças de referência apresentam variações, de 5% nas peças com reforço e de 2% nas peças sem reforço. Entretanto, os valores das tensões de aderência nas lajes ensaiadas apresentam diferenças de até quase três vezes entre si. A Tabela

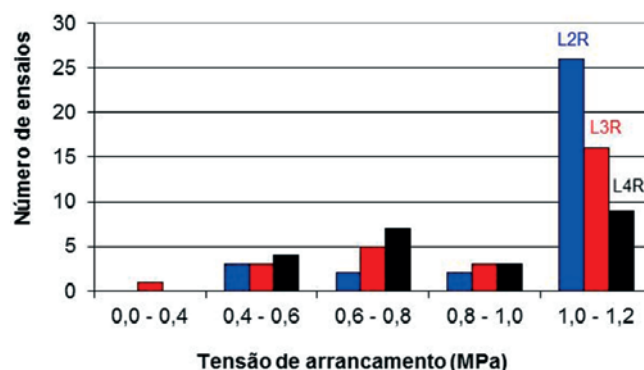


Figura 12

Histograma de variação de resultados dos testes de arrancamento nas lajes L2R, L3aR e L4R

9 apresenta os valores médios das tensões de arrancamento e os respectivos desvios padrão (Sd) dos testes, em geral, e por mecanismo de ruptura para cada uma das três lajes reforçadas, L2R, L3aR e L4R além dos resultados nas peças de referência. No cálculo da média geral não foram considerados os três pontos

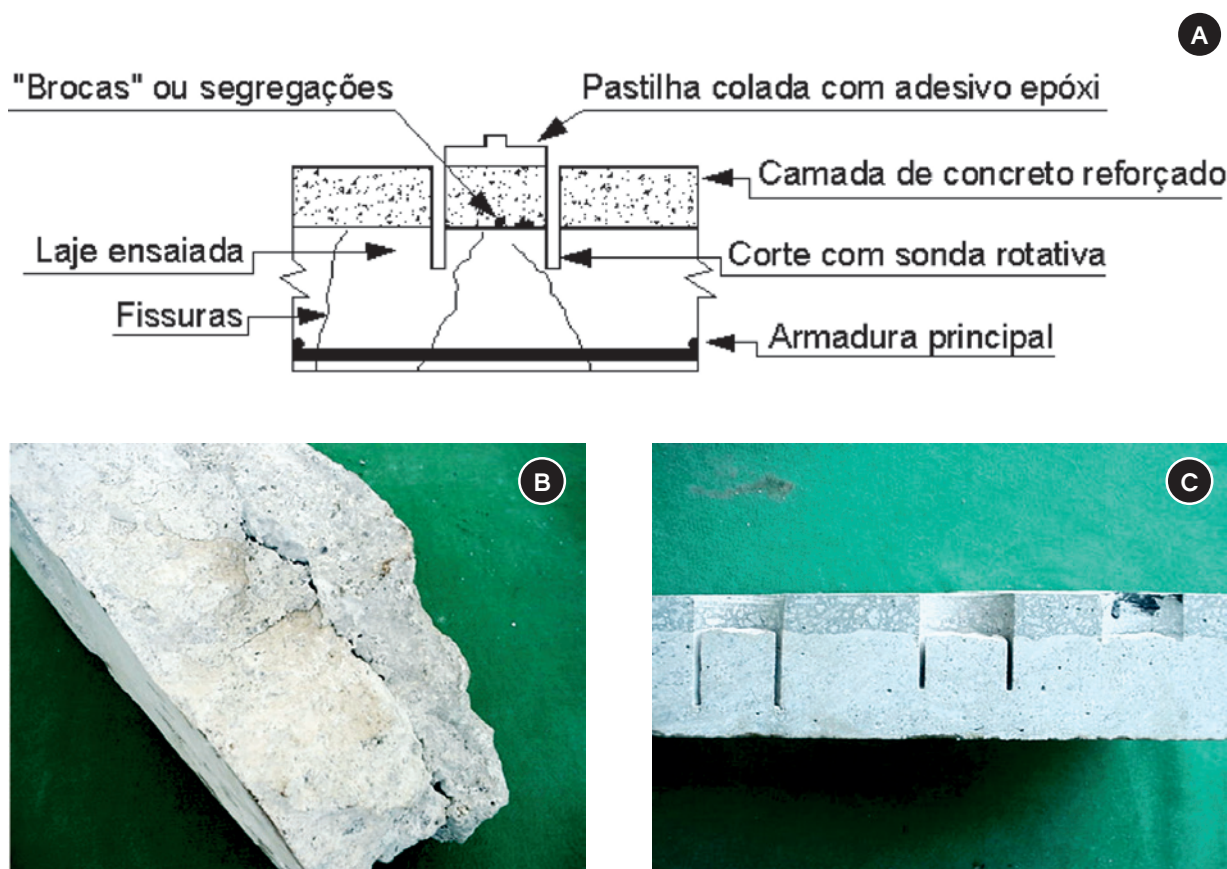


Figura 13

Esquema do recorte de um corpo de prova com fissuras e falhas de concretagem (a), fotografias de uma parte demolida da laje L4R (b) e evidenciando aderência entre o concreto novo de reforço no concreto antigo de uma parte demolida típica das lajes (c)

em que a ruptura ocorreu na cola da pastilha durante os testes na laje L2R. Todos os testemunhos das peças de referência sem a camada de reforço, das lajes L3aR e L4R, romperam no concreto antigo com valores médios similares respectivamente de 1,13 MPa e 1,15 MPa. Nas outras duas peças de referência, com a camada de reforço, as tensões médias de aderência foram de 1,02 MPa e 1,07 MPa, respectivamente com ruptura predominante na interface do concreto novo com o concreto antigo. Para a laje L2R a variação da tensão de arrancamento dos testes foi de 0,49 MPa a 1,08 MPa e na laje L3aR os resultados foram entre 0,36 MPa e 1,07 MPa, enquanto que na laje L4R os valores variaram de 0,43 MPa a 1,03 MPa. Apesar de os resultados das lajes indicarem limites mais amplos, ocorre uma concentração significativa de valores na faixa de 1,0 MPa a 1,1 MPa (Figura 12).

Os valores dos testes de arrancamento realizados nas lajes reforçadas podem ser justificados devido à existência de fissuras de flexão, na face inferior da laje, ocasionadas durante a realização dos ensaios iniciais, até o carregamento de parada, e nos finais, de ruptura. Essas fissuras podem ter atingido, pelo recorte do testemunho, não somente no concreto antigo, como também, eventualmente, a camada do concreto de reforço. Outro fator que pode ter influenciado nos resultados dos testes de aderência é a possível existência de algumas pequenas “brocas” entre a camada de concreto novo utilizado para o reforço e o concreto antigo, existente da laje. Considerando a possível influência dos danos causados nas lajes após a aplicação do carregamento de ruptura (fissuras de flexão brocas, etc.), os resultados da tensão de aderência nos testes realizados nas lajes reforçadas, evidenciados na Figura 12, de 1,0 MPa a 1,10 MPa, indicam uma tensão de aderência compatível com os resultados dos testes de arrancamento feitos nas peças de referência, na ordem de 1,02 MPa a 1,15 MPa (Tabela 9). Deve-se ressaltar que os testes de aderência foram realizados em lajes rompidas com cargas até oito vezes e deslocamentos verticais de até nove vezes superiores à carga de projeto e deslocamento vertical limite.

As Figuras 13a e 13b apresentam um desenho esquemático do recorte de um corpo-de-prova atingindo as fissuras de flexão na laje e uma fotografia de parte demolida da laje L4R enfocando a presença de “brocas”, respectivamente. Deve-se destacar que estas “brocas” não foram observadas na maioria significativa das partes demolidas das lajes. Durante a realização destes ensaios não foi observado, visualmente, nenhum sinal de deslocamento da camada do concreto novo de reforço. Na maioria significativa das partes das lajes demolidas observou-se, visualmente, uma perfeita aderência entre os dois concretos (Figura 13c).

4. Conclusões

Nas lajes armadas originalmente com uma taxa mínima de armadura, segundo a NBR 6118/2014[4], a aplicação da camada de reforço elevou em até 30 % a carga última de ruptura, em relação a uma laje similar sem reforço, (lajes L2R e L4R). Nas lajes com insuficiência de armadura, executadas com uma taxa de armadura no valor da metade do mínimo de norma, o reforço, apesar de elevar a carga última de ruptura, não demonstra o mesmo grau de eficiência, pois é limitada obviamente pela quantidade de armadura (laje L3a). Este limite de eficácia do reforço pela face superior

em função da quantidade de armadura pode simbolizar alguns casos de viabilidade ou não da execução do reforço de lajes por este processo. Todas as lajes ensaiadas, reforçadas ou não, apresentaram grande ductilidade até a ruptura, com deslocamentos maiores que a altura útil, entretanto tiveram uma ruptura com o rompimento da armadura na região central.

As lajes com armadura mínima de norma, quando reforçadas apresentam menores deslocamentos verticais para carregamentos acima das cargas de projeto ou do aparecimento da primeira fissura. Já as lajes com deficiência de armadura, mesmo quando reforçadas, apresentaram sempre grandes deslocamentos. As lajes L1 e L2, com taxas de armaduras de acordo com a norma, atendem aos requisitos da NBR 6118/2014 quanto a deslocamentos limites. As lajes, L3 e L3a, com deficiência de armadura e a laje L4, com deficiência na resistência do concreto, atingem, para cargas de 1,5 kN/m² (de projeto), deslocamentos verticais superiores ao limite de norma de l/500 (8,0 mm). As lajes reforçadas L2R, L3aR e L4R apresentaram deslocamentos verticais no mínimo de 30% inferiores, para o mesmo carregamento de parada das respectivas lajes não reforçadas, denotando a eficiência do reforço quanto ao deslocamento vertical central.

As várias medidas de tensão de aderência entre a camada de concreto do reforço e o concreto base da laje, indicam uma tensão da ordem de 1,0 MPa. Não foi possível o estabelecimento de uma aderência mínima. Todo cuidado dispensado a uma boa aderência é no intuito de se criar um reforço monolítico com o concreto antigo da laje base. Em todos os ensaios de lajes reforçadas não se percebeu descolamento generalizado de áreas da camada de reforço. Até nos fragmentos da demolição das lajes ensaiadas notava-se a perfeita aderência entre os dois concretos.

5. Agradecimentos

A Realmix, a IMPERCIA S.A, Empresa Carlos Campos Consultoria Ltda que disponibilizaram parte dos materiais utilizados e pela ajuda na realização dos ensaios de caracterização do concreto. Ao CNPq e o Procad/Capes pelo apoio institucional.

6. Referências bibliográficas

- [1] CLÍMACO, J. C. T., Repair of structural concrete involving the addition of new concrete, Ph.D. Thesis, Polytechnic of Central London, London, August, 1990, 239 p.
- [2] AITCIN, P. C., High-Performance Concrete. London, U. K., Editora E & FN SPON, 1st Edition, 1998, 591 p.
- [3] CAMPOS, C. O., Análise experimental de lajes de concreto armado reforçadas pela face superior. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Setembro, 2000, 131 p.
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014, 221 p.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6892-1– Materiais metálicos — Ensaio de Tração Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente. Rio de Janeiro, 2013, 70 p

Stiffness plasticity degradation of masonry mortar under compression: preliminar results

Perda de rigidez da argamassa de assentamento da alvenaria comprimida: resultados preliminares

G. MOHAMAD ^a
gihad@ufsm.br

F. S. FONSECA ^b
fonseca@byu.edu

A. T. VERMELTFOORT ^b
A.T.Vermeltfoort@tue.nl

A. LUBECK ^a
andrelubeck@gmail.com

Abstract

The main goal of this research is to determine the mechanical properties of bedding mortar by assessing the mortar damage onset, the stiffness plasticity degradation and the apparent Poisson's ratio under compression. Two mortar types, 1:0.5:4 and 1:1:6 (cement:lime:sand ratio), were used and tested at 28 days; specimens had diameter-to-height (d/h) ratios of 0.3 and 1.0. These diameter-to-height (d/h) ratios were chosen to evaluate the effect of confinement caused by the friction between the steel plates of the testing machine and the sample. Numerical models were developed, and their response compared with the experimental results. From the experimental results, it was concluded that there are meaningful differences in their responses with weak and strong mortar types and different d/h ratios. The d/h ratio influences the relationship between the stress and strength and the apparent Poisson's ratio of the specimen, which is defined herein as the ratio of the horizontal to vertical strain, regardless of cracking of the specimen. The mortar damage onset and stiffness plasticity degradation for both mortar types and d/h ratio are different and depend on the stress/strength ratio level. All samples with a d/h ratio of 0.3 show a constant decrease in the volumetric strain until failure but with negligible expansion on the horizontal deformation. In contrast, samples with a d/h ratio of 1.0 present an increase of stiffness after development of the first crack, which causes the increase of the sample volume. Numerical simulation and experimental results for mortar 1:0.5:4 with a d/h ratio of 0.3 are similar until approximately 10 MPa, after which the numerical results diverge from the experimental results. For the d/h ratio of 1.0, the vertical strain results are also similar, but the horizontal strains results near failure are very different. The model can not represent the nonlinear increase of the horizontal strain near failure probably because the crack propagation and the stiffness plasticity degradation could not be controlled. For mortar 1:1:6, vertical strains from numerical and experimental results are similar, but again the model can not reproduce the nonlinear increase of horizontal strain near failure.

Keywords: bedding mortar, damage onset, vertical strain, horizontal strain, strain difference, confinement effect.

Resumo

O objetivo principal desta pesquisa é determinar as propriedades mecânicas da argamassa de assentamento à compressão, avaliando o início do dano, perda de rigidez e variação do coeficiente de Poisson aparente. Foram testados dois tipos de argamassa, com traços em volume de 1:0,5:4 e 1:1:6 (cimento, cal e areia), testadas aos 28 dias, com corpos de prova de prova cilíndricos com duas relações diâmetro/altura (d/h), de 0,3 e 1,0. Estas relações diâmetro/altura foram escolhidas de forma a avaliar o efeito do confinamento causado pelo atrito entre os pratos de aplicação de carga da prensa e o corpo de prova. Foram desenvolvidos, também, modelos numéricos de maneira a confrontar os resultados com os experimentais. Dos resultados experimentais concluiu-se que há diferenças significativas de comportamento mecânico entre os dois tipos de argamassa e as duas relações diâmetro/altura. A relação d/h influenciou a relação tensão-deformação e o coeficiente de Poisson aparente do material, definido aqui como a relação entre as deformações específicas lateral e axial, independentemente da formação das fissuras. O início da fissuração e a perda de rigidez para os dois tipos de argamassa e relações d/h são diferentes e dependem do nível de tensão aplicado. Todas as amostras com relação d/h igual a 0,3 apresentaram decréscimo de volume específico constante até a ruptura, mas com uma pequena expansão das deformações laterais. Por outro lado, as amostras com relação d/h igual a 1,0 apresentaram um crescimento da rigidez após o aparecimento da primeira fissura, resultando em aumento do volume específico. O comportamento tensão-deformação obtido nas análises numéricas e experimentais das amostras de argamassa 1:0,5:4 com relação d/h igual a 0,3 foram similares até, aproximadamente, 10 MPa, depois disso, houve divergência entre os resultados dos dois conjuntos. Para a relação d/h igual a 1,0, as deformações específicas verticais foram similares, mas as deformações específicas laterais foram muito diferentes próximo à ruptura. O modelo numérico não foi capaz de representar o crescimento não linear das deformações específicas laterais próximo à ruptura porque a propagação de fissuras e a perda de rigidez não puderam ser controladas. Para a argamassa 1:1:6, as deformações específicas verticais dos modelos numéricos e experimentais foram semelhantes, mas mais uma vez não foi possível repetir o crescimento não linear das deformações específicas laterais próximo à ruptura.

Palavras-chave: argamassa de assentamento, ruptura, deformação específica vertical, deformação específica horizontal, incremento de deformações específicas, confinamento.

^a Building and Structure Department, Federal University of Santa Maria, RS, Brazil.
^b Civil & Environmental Department, Brigham Young University, USA.

1. Introduction

Several theoretical and experimental studies have been conducted to describe the behaviour of concrete under a complex state of stresses and most of these studies depicted the nonlinearity of concrete through plasticity models, damage models or a combination thereof [1-6]. In contrast, structural masonry is considered anisotropic and has not received the same attention as its concrete counterpart. Only a few studies have been conducted on the failure mechanism of masonry under a complex state of stresses and these studies have focused on the testing of the components [7-26]. For concrete block masonry mortar is usually the soft component due to its high water-cement ratio and may actually control the deformation of the masonry [27-28]. Therefore, the primary goal of this research is to evaluate the mechanical properties of bedding mortar by assessing its damage onset, stiffness plasticity degradation and apparent Poisson's ratio under compression for different diameter/height (d/h) ratios, focusing on the material strain behaviour under loading until failure. The results of the pilot testing presented herein are preliminary and require further validation.

2. Mortar strength versus masonry failure mechanisms

Masonry is a composite material built with units and mortar that almost certainly have different strengths, and the interaction between the individual materials produces a complex stress state under loading. The mortar in concrete block masonry appears to experience changes in its mechanical properties under loading. Two factors may be responsible for the observed effects: the confinement produced by the small thickness of the mortar between the blocks and the required high porosity level to produce proper mortar workability. An example of changes in mortar mechanical properties is presented in Figure 1, which shows the vertical stress and strain for three unit high prisms under compression, constructed

with the same block type but with mortars with different strengths. One prism was assembled with a high strength mortar of 19.8 MPa (type I), another prism was assembled with a medium strength mortar of 7.2 MPa (type II) and a third prism was assembled with a low strength mortar of 4.4 MPa (type III). Hollow concrete blocks were used with dimensions 39 cm x 14 cm x 19 cm (length x thickness x height), having a net area compressive strength of 23.1 MPa [21-23]. The response of the prism with mortar type I was almost linear, with a slight release of strain when the prism developed a sudden crack at a stress/strength ratio of approximately 60%. The response is almost linear both before and after the occurrence of the crack. The crack propagated through the block, but visual inspection detected no crushing or crumbling of the mortar. The prism finally split into two halves due to propagation of the crack in the vertical direction. Differently, the prisms with mortar types II and III experienced a gradual non-linear increase in vertical strains with an increase in stress. Although the prism with mortar type II also experienced a sudden crack at a stress/strength ratio of approximately 60%, the observed non-linear behaviour following initial loading is an indication of the change in stress state of the mortar, the propagation of micro cracks inside the mortar or a combination thereof. The failure of the prisms with mortar types II and III was due to localised crushing and crumbling of mortar joint, as shown in Figure 2. After mortar crumbling, localised spalling of the mortar and sometimes even of the blocks were observed, and vertical cracks began to propagate towards the top and bottom surfaces of the prism.

The results shown in Figure 1 indicate that the mortar, in some cases, governs the failure characteristic of the prisms and that such failure depends on the f_{mortar}/f_{block} ratio. For example, for a prism constructed with mortar almost as strong as the block (f_{mortar}/f_{block} ratio of approximately 0.85), and compressed axially, the mortar expands laterally due to their different Poisson's ratios. As a result, the mortar induces tensile stresses in the block. Because the mortar is strong, its compressive and shear strengths are greater than

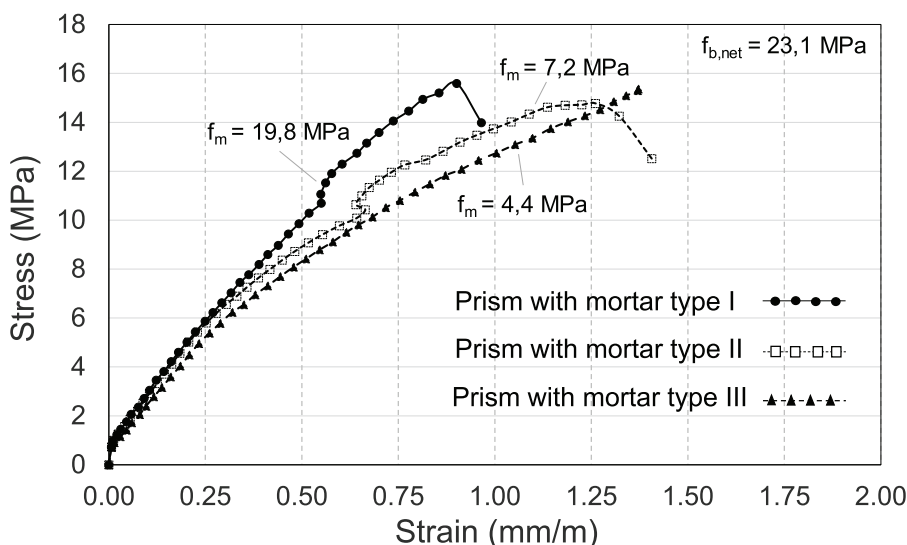


Figure 1
Masonry stress-strain for three mortar types

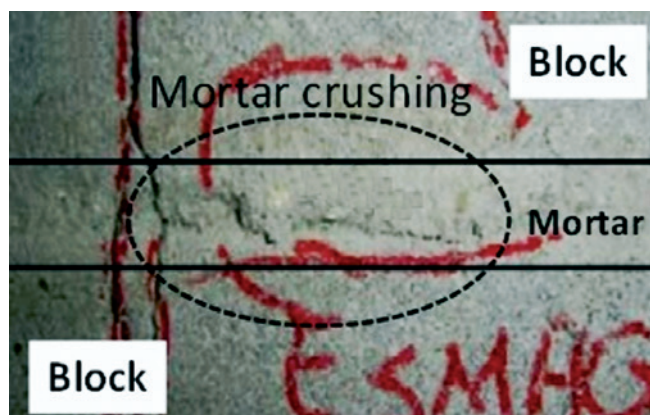


Figure 2
Failure mechanism of prism with weak mortar

the tensile strength of the block; thus, the block cracks vertically and the prism fails. For prisms constructed with medium and weak mortars ($f_{mortar}/f_{block} = 0.31$ and 0.19 , respectively) and subjected to axially compressive loading, the mortar will expand laterally, similar to the case of prisms with strong mortar. Because the mortar, however, is significantly weaker than the block, any increase in load causes crushing of the mortar. The mortar essentially cracks internally and starts to crumble and spall. As the load continues to increase, the mortar continues to expand laterally and vertical cracks develop in the mortar. With further increase in load, more lateral expansion occurs and the cracks in the mortar propagate vertically through the blocks causing failure of the prism. Such a failure evolution is depicted in Figure 3.

Sarhat and Sherwood [24] compiled the results of several experimental investigations in an attempt to develop a model to predict the compressive strength of ungrouted hollow concrete block masonry. With respect to the mortar effect on the masonry compressive strength, a considerable scatter in data was determined, as shown in Figure 4. For example, for a mortar strength of 5 MPa, the masonry strength ranges from 7.5 MPa to approximately 25 MPa. Although tests results indicate that mortar strength has no appreciable effect on the strength of hollow prisms [14], such a scatter may indicate that it is not reliable to evaluate only the ultimate load obtained from compression tests without determining the masonry failure mode for the same compressive strength of concrete block; i.e., either the block is failing in tension (due to the relative low block tensile strength) or the mortar is failing by crushing (due to the relative low mortar compressive strength). If the mortar crushes before the block tensile strength is reached, the ultimate measured load is an inflated value, portraying the block strength rather than the masonry strength.

Researchers believe that much of the observed scatter in Figure 4 occurs because the masonry strength, defined as the maximum applied load on tested prisms, does not capture the changes on the mechanical properties and consequently the failure of the mortar confined between the blocks [25-26]. As currently defined, the strength of masonry is governed by the strength of the blocks; i.e., the effects of mortar are underestimated, which explains why many authors have stated that the mortar does not significantly affect the strength of masonry [9, 14, 19, 24].

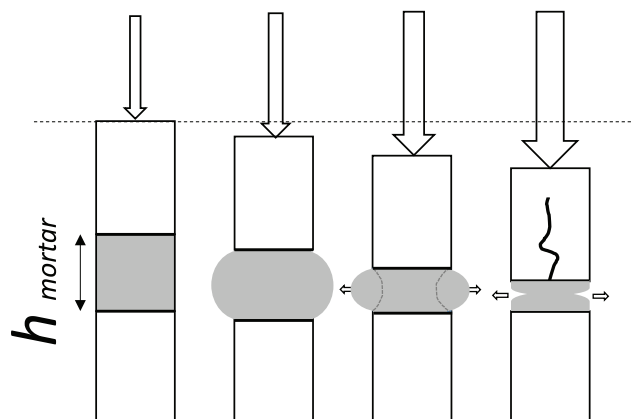


Figure 3
Weak mortar failure model evolution under loading

3. Previous studies on the deformation of a brittle material

Shah and Chandra [29] investigated the phases, in tests to failure, of different materials that constitute concrete to evaluate the causes of volume expansion and to determine the influence of the material properties on the values of the critical stress, which is an external indicator of internal change. The critical stress indicates the stress level that the volume of the specimen starts to increase rather than to continue to decrease; i.e., there is a change in Poisson's ratio. The hardened cement paste or mortar specimens were $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, the concrete specimens were $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, and the stone specimens were $2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} \times 7.5 \text{ cm}$. From that study, the authors observed the following: the volume of the aggregate continued to decrease with applied load, except near failure, when a small expansion occurred. There was a slight and continuous

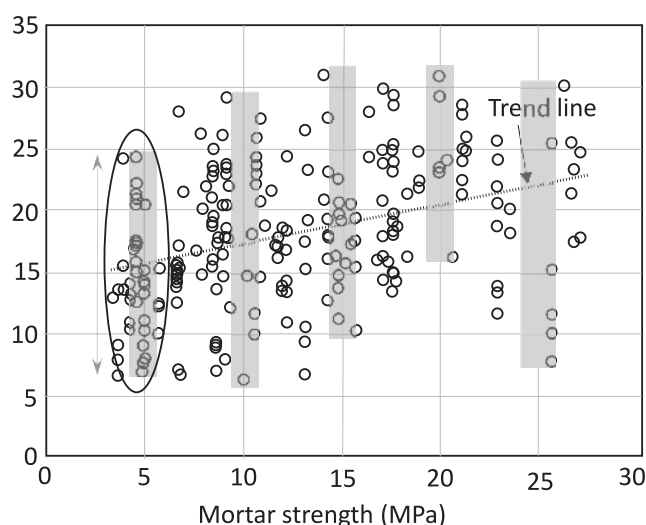


Figure 4
Masonry versus mortar strength adapted from Sarhat and Sherwood [24]

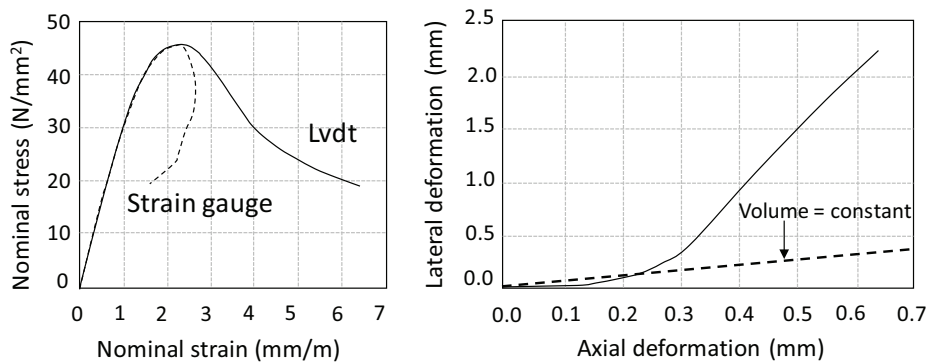


Figure 5
Uniaxial test with short brushes [31]

increase in the values of Poisson’s ratio for the aggregate with the applied load; the volume of the cement paste decreased with applied load, while the rate of consolidation increased. Poisson’s ratio of the cement paste was not uniform and, in general, it did not continuously increase with increasing load; the cement paste stress-strain curves in compression were nonlinear, and the nonlinearity increased with an increase in the water amount. For the concrete specimens experiencing stresses above the critical stress, the volume of the specimens increased rather than decreased. With the increase of the amount of aggregates in the concrete specimens, the relative magnitude of the critical stress was lower and the subsequent expansion was more pronounced. Poisson’s ratio of the concrete specimens increased above a certain stress level. The main observations for the cement paste (or mortar) and the concrete from the study were that at a certain stress level, Poisson’s ratio started to increase continuously and significantly; the volume of the samples decreased until a critical stress level was reached, followed by the volume increasing until failure. The inelastic behaviour of the specimens was due to the heterogeneous nature of the materials. In addition, the cement paste continued to consolidate up to failure, whereas the aggregates experienced only a slight volume expansion at a stress near failure.

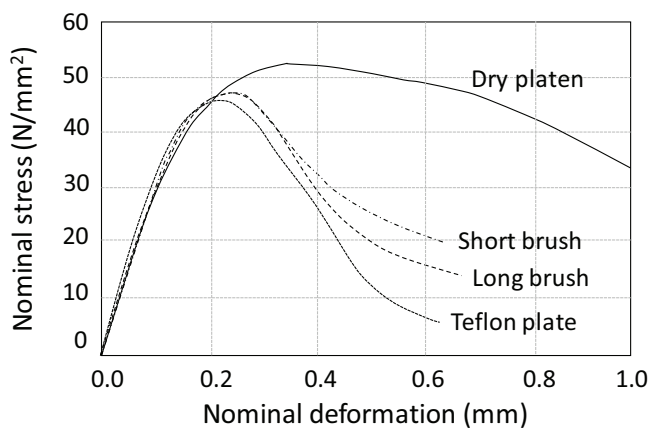


Figure 6
Concrete stress deformation relations [31]

Stöckl, Bierwirth and Kupfer [30] evaluated the effect of brick suction and the restraining caused by the loading plates on the mortar behaviour. The first method consisted of testing samples, 30 mm in diameter and 12 mm in height, with steel brushes without lateral restraint; the samples used were removed from a bed joint to simulate actual mortar conditions. The second method was according to DIN 18555-3, which allows the two halves of a 4 cm × 4 cm × 16 cm mortar prisms, previously tested for flexure, to be used as specimens for compression testing. The 4 cm × 4 cm × 16 cm mortar prisms were cast in steel moulds. The tests on samples removed from a bed joint and using steel brushes yielded a uniaxial mortar strength of 6.17 MPa while the tests on the halves of the mortar prisms using rigid steel plates yielded only 46% of that value. Stöckl, Bierwirth and Kupfer [30] concluded that the test method affected the stress and strain response and resulted in different maximum loads and initial range of the deformation curve. The increase in lateral restraint led to an increase in the vertical deformation of the specimens. The strains at the maximum load were approximately 8, 60 and 75 mm/m for the tests conducted with 80 mm brush, 40 mm brush and rigid steel plates, respectively.

Vonk [31] tested several concrete samples using different setups to determine the influence of the different contact conditions between the samples and the load platens. LVDTs and strain gauges were used to monitor the deformation of the samples, with the LVDTs measuring the overall deformation and the strain gauges providing more detailed information of the deformation of the material. On the left side of Figure 5, the stress-strain curves calculated using both methods of measurement are shown. After the peak load, there was a decrease on the strain, indicating strain relaxation probably due to internal crack growth. The volumetric strain ratio, calculated using the results from strain measurement in both directions, is presented at the right hand side of Figure 5.

Vonk [31] also tested concrete cubes using dry platens, short brushes, long brushes, and Teflon sheets to apply the load. Figure 6 shows the deformation curves for the four conditions. Although no significant difference was observed in the initial portion of curves, the use of dry platens, which restricted the horizontal movement of the samples, increased the ultimate strength of the sample. The effect of the restraint on the lateral deformations in the different setups can be seen in the results presented in Figure 7,

with the Teflon sheets restricting the lateral deformation the least, i.e., the sample experienced the largest lateral deformation when loaded using Teflon sheets.

4. Research significance

The study presented in this article investigated the horizontal and vertical deformations of masonry mortar under compression to assess the damage onset, stiffness plasticity degradation and apparent Poisson's ratio. The method and the test setup influence the measurements of both the strength and the mortar strains. Samples of various diameter/height ratios have not yet been used to determine the effect of confining stress on the compressive strength and deformation of the mortar. The authors hypothesise that as the diameter/height ratio increases, the horizontal restraints also increase, causing a modification in the strength and the deformation. This study presents the results of a testing program in which the diameter/height ratio of mortar samples was varied. The focus was to determine the effect of the various ratios on the mechanical properties of bedding mortar using horizontal and vertical strain measurements.

5. Experimental test results

Several tests were conducted to evaluate the deformation characteristics of different mortar types for masonry construction. The experimental test results are presented and reported in terms of vertical and horizontal strains, apparent Poisson's ratio until failure, volumetric strains and failure mode.

5.1 Preliminary tests

A test setup and procedure was developed to evaluate the deformation of mortar under compression. The mortar thickness was chosen to simulate the same conditions of mortar in actual masonry joints. For the preliminary tests, four mortar samples were made between steel plates and then glued to plates to simulate the confinement that exists in actual masonry constructions. Figure 8 (a) shows a sample just prior to testing. These tests utilised an industrialised bedding mortar for masonry, proper for masonry construction and classified as an M5 mortar, according to EN 998-2 [32]; the manufacturer declared the compressive strength of the mortar cube (4 cm × 4 cm × 4 cm)

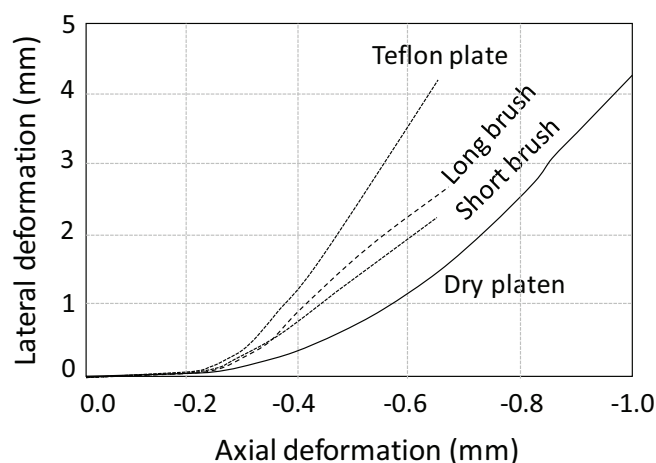


Figure 7
Axial versus lateral deformations [31]

to be at least 10 MPa. To measure displacements, two LVDTs in each direction and an electronic speckle pattern interferometry (ESPI) device were used. More details about the ESPI device system can be found in Vermeltoort [33]. Figure 8 (b) shows the ESPI device used. The research questions were as follows: (a) "How to determine the apparent Poisson's ratio variation at different stress/strength levels?" and (b) "How to measure the volume change required to detect the pore collapse of weak mortar?" During the tests, the researchers observed that the test setup caused some difficulties. Due to the small sample thickness, the differences in grain size of the sand probably caused the sample to be stiffer at one side compared to the other. Figure 8 (c) shows a large grain of sand (circled) at one of the sides of a sample. The stiffness unbalance caused rotation of the loading plates, as confirmed by the observed rotation of the LVDTs. Because of the rotation, the real ultimate load (the load just prior to the rotation) could not be determined. Mortar crushing was also observed; however, due to the small height of the specimens, the loading plates started to bear directly onto the larger grains of sand causing the measured load to remain constant. Thus, the measured load did not represent the mortar strength alone, but it also included the strength of the sand structure. The ESPI device did not provide good displacement measurements for this type of sample in real time.

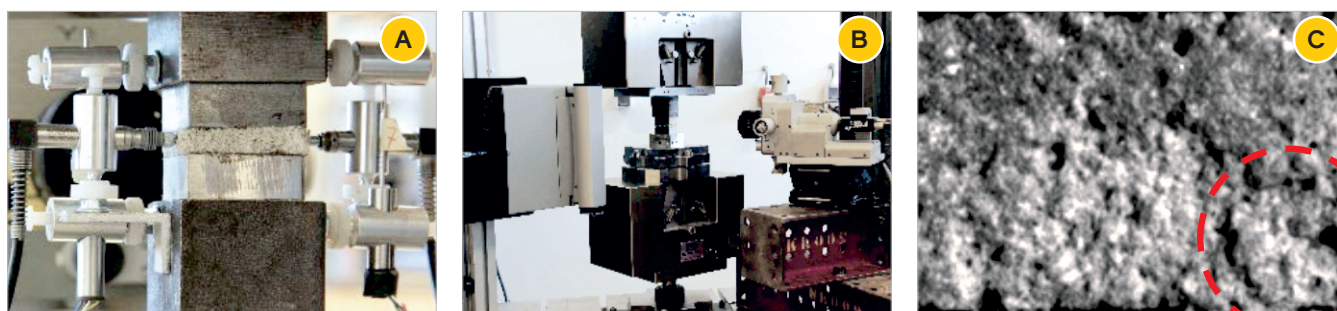


Figure 8
Preliminary tests on mortar samples

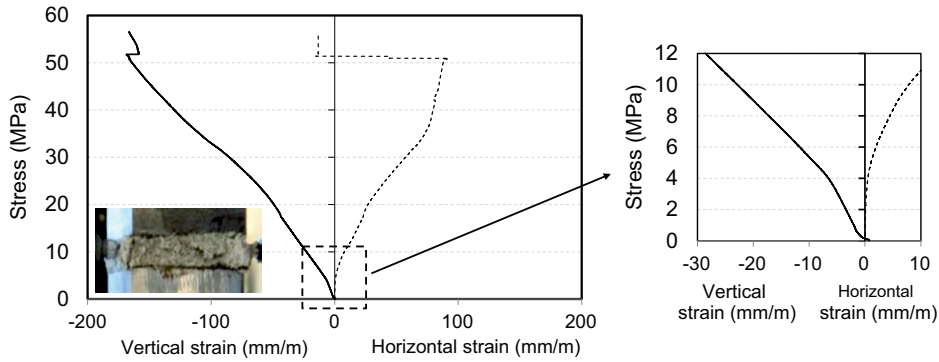


Figure 9
Stress-strain response for a typical small thickness mortar specimen

Figure 9 presents the stress versus vertical and horizontal strains for a typical small thickness mortar sample. During loading, researchers observed that some grains of sand became loose and fell off from the samples. Also, no loss of stiffness in vertical direction was observed until 20 MPa. In contrast, the stiffness in horizontal direction decreased between 0 to 10 MPa, as depicted at the right hand side of Figure 9, remained approximately constant between 10 to 20 MPa, and then decreased from 20 and 30 MPa. After 30 MPa, an increase in the stiffness was observed from the change in slope of the stress versus horizontal strain curve. The stiffness increase probably occurred because the load was transferred to the sand grains after the disintegration of the mortar paste.

Another attempt to evaluate the mortar deformation was performed using prismatic and rectangular samples with different length/height (l/h) ratios. Two sample sizes were studied: 4 cm x 4 cm x 8 cm and 4 cm x 4 cm x 4 cm, which resulted in l/h ratios of 0.5 and 1.0, respectively. In addition, strain gauges were used instead of LVDTs because, in the previous tests, the latter gave erroneous measurements due to the rotation of the specimens as aforementioned. Four strain gauges were glued at opposite sides of the samples, wherein two gauges were used to obtain the vertical strain and two gauges

were used to obtain the horizontal strain. The tests were conducted in a 250-kN servo-controlled machine using displacement control with a constant velocity of 0.001 mm/sec. Two samples were tested for each l/h ratio. For the samples with l/h of 0.5, the compressive strength results were 8.6 and 8.8 MPa (average = 8.7 MPa). The compressive strength results for samples with l/h of 1.0 were 10.3 and 10.0 MPa (average = 10.1 MPa). Figure 10 presents the stress vs. vertical and horizontal strains for all samples. The solid lines correspond to the samples with l/h ratio of 0.5, and the dotted lines to the samples with l/h ratio of 1.0.

For each experimental test group, the stress-strain results are almost the same until the first crack develops in the samples. Thereby, the difference in ultimate load for each sample depends on the crack initiation and propagation inside the material, which is completely unpredictable for brittle material such as mortar. For the samples with an l/h ratio of 0.5, the horizontal strains were linear until approximately 6.0 MPa, while for the samples with an l/h ratio of 1.0, the linear limit was approximately 5.0 MPa. However, the vertical strains for both l/h ratios were linear until approximately 3.0 MPa.

Poisson’s ratio is an elastic material property measured only in

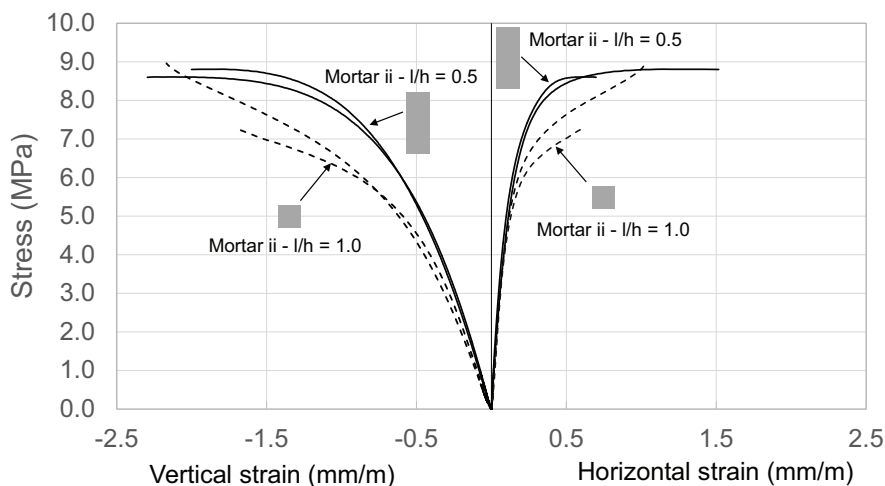


Figure 10
Vertical and horizontal deformations of prismatic samples

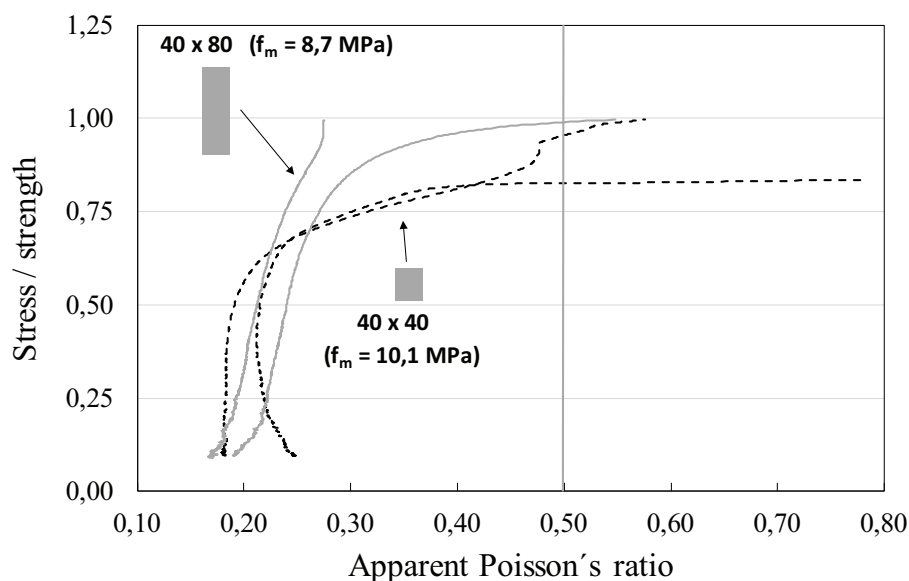


Figure 11
Apparent Poisson's ratio vs. stress/strength level for the tested mortar

the linear range. However, to represent the volume change over the entire loading range (linear and nonlinear), the term "apparent Poisson's ratio" is herein used to describe the horizontal-to-vertical strain ratio for the mortar. This dimensionless parameter allows for comparison of the samples with different l/h ratios and calculation of the change in volume of the samples for the entire loading range. Failure was assumed to occur when the apparent Poisson's ratio reached a value of 0.5, which is the theoretical limit predicted by the theory of elasticity for an axially compressed body, values greater than 0.5 would represent an increase of volume in this situation. Figure 11 shows the apparent Poisson's ratio versus the stress/strength ratio for each sample. Obvious changes in the apparent Poisson's ratio are

observed with increases in the stress/strength ratio and with increases in the l/h ratio.

Figure 12 presents the horizontal and vertical strains for the l/h ratio of 0.5 for both samples and the mean value of the results. The dashed line represents the constant volume limit, which is determined when the ratio between vertical and horizontal strains is constant and equal to 0.5. The samples behave almost the same up to a vertical strain of 0.7 mm/m, the limit of linear behaviour as shown in Figure 10, after which the behaviour is distinct probably due to crack initiation and propagation inside the samples.

Figure 13 presents the horizontal and vertical strain measurements for samples with l/h ratio of 1.0. Unlike the behaviour of the samples with l/h ratio of 0.5, the behaviour of the samples with

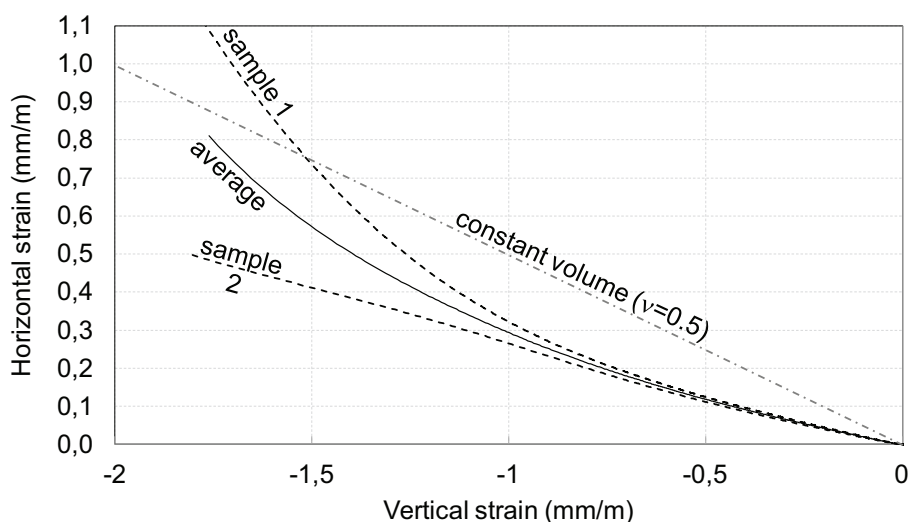


Figure 12
Horizontal versus vertical strains for $l/h = 0.5$

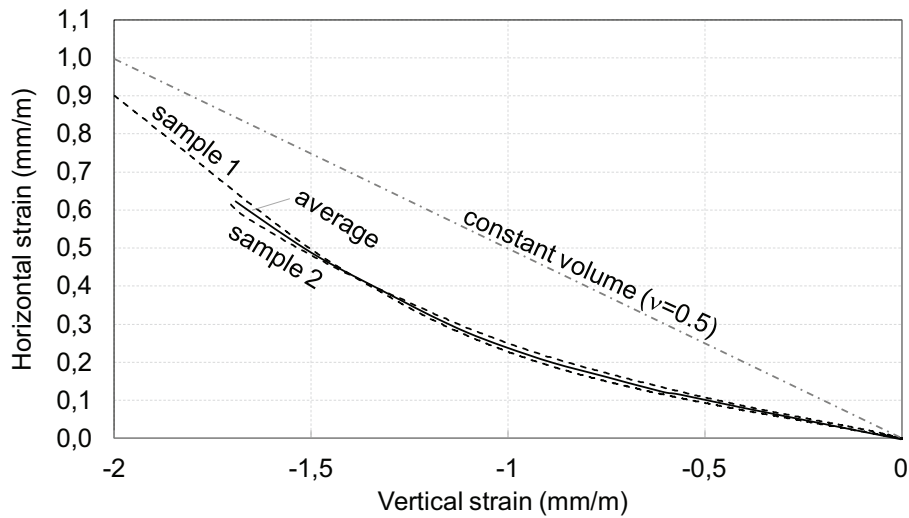


Figure 13
Horizontal and vertical strain for $l/h = 1.0$



Figure 14
Formation of conical cracks for $l/h = 1.0$

l/h ratio of 1.0 is almost the same for the entire load range. Figure 14 shows the conical cracks that developed in the samples with l/h ratio of 1.0, which relieved the strain at the surface of the samples and caused the samples to fail. Cracks were not observed until a vertical strain level of approximately 2.0 mm/m.

Shah and Chandra [29] presented a formula to determine the volumetric strain modification using the vertical (ϵ_v) and horizontal (ϵ_h) strain differences, as shown in Equation 1.

$$\frac{\Delta V}{V} = \epsilon_v + 2 \cdot \epsilon_h \tag{1}$$

Where ΔV is the change in volume, and V is the original volume. Figure 15 shows the volumetric strains for all samples tested in this phase of the research, as computed according to Equation 1. For both l/h ratios, the volumetric strain changes near failure, as shown by the dotted line in Figure 15. At the beginning of the test, there is a continuing decrease in the volume strain ($\Delta V/V$) for both l/h ratios. Near failure, however, the samples experienced expansion, due to cracking.

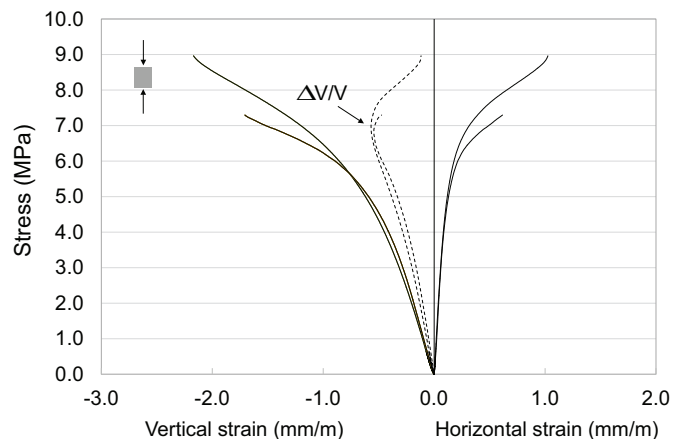
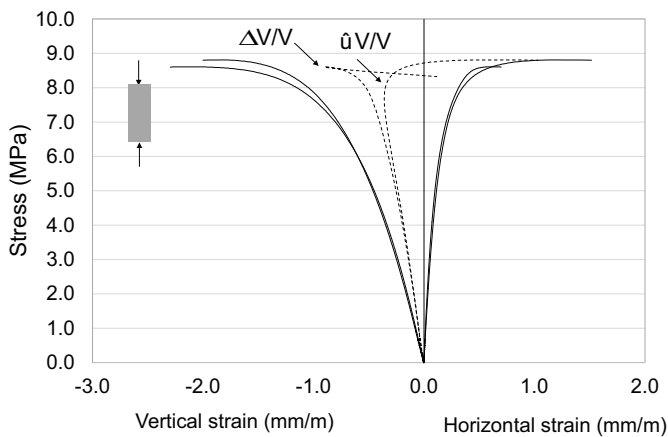


Figure 15
Volumetric strain for l/h values of 0.5 and 1.0

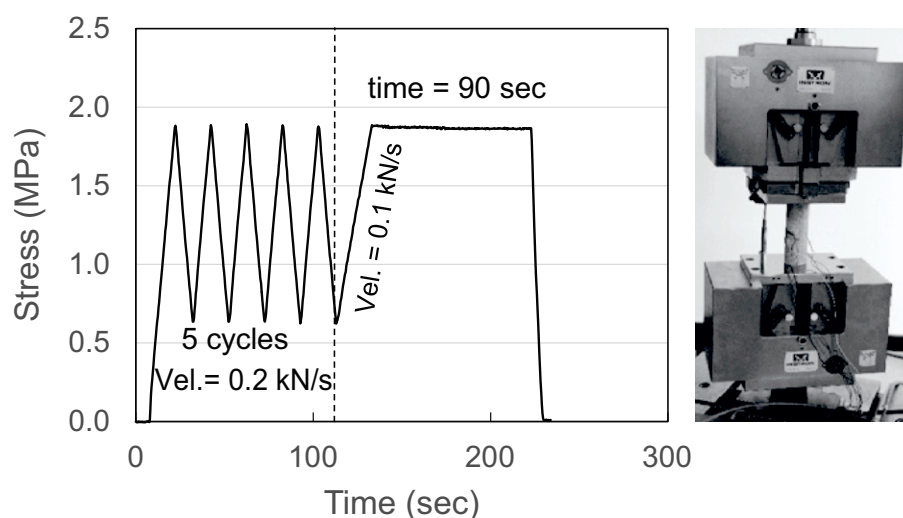


Figure 16
Force/time protocol for mortar test

5.2 Tests on cylindrical samples

The presented studies aforementioned showed that the square specimens were not appropriate for strain measurement due to the conical crack formation and, consequently, detachment of the corners of the specimens. Thus, cylindrical specimens were adopted during this final phase of the testing campaign. The first attempt was made by testing cylindrical specimens with a height as close as possible to a typical mortar joint thickness. The height of the mortar cylinder was twenty times the size of the sand particles to avoid possible instantaneous crack formation and crack propagation during the test. The d/h ratio of these cylinder samples was 1.75. The mortar mix proportions used in this experimental phase followed the recommendations of BS 5628-1 [34], with the volume of cement, lime and sand of 1:0.5:4 (mortar ii or stronger mortar) and 1:1:6 (mortar iii or weaker mortar). Four strain gauges were glued diametrically on each specimen to measure the vertical and horizontal strains; two of the strain gauges were used for each direction. The tests were conducted in a 250-kN servo-controlled testing machine, following two loading protocols. The first loading protocol was force controlled and was used to determine the mechanical behaviour of the mortar until a stress/strength level of 0.3, as shown in Figure 16. The protocol consisted of five cycles of loading and unloading to a stress/strength level of 0.3 at a velocity of 0.2 kN/s to “homogenise” the material deformation of the sample. For the last step, the load velocity was decreased to 0.10 kN/s, and upon the load reaching 30% of the estimate ultimate load, the applied load was maintained constant during 90 seconds. The load was then removed. The second loading protocol was displacement controlled at a velocity of 0.001 mm/sec during the entire loading range.

Although the testing of these small-thickness cylindrical samples was easy to conduct, reliable strain measurements were difficult to obtain. Typically, when the load reached 30% of the estimated ultimate load, a sudden crack developed in most of

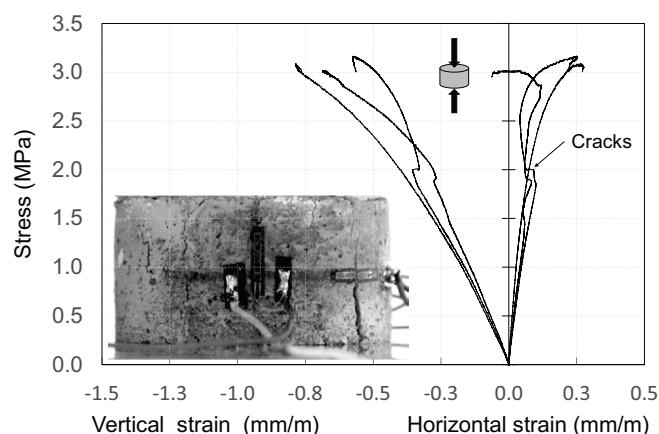




Figure 17
Stress-strain response for samples with a d/h ratio of 1.75

the samples, as shown in Figure 17. Furthermore, many cracks propagated through the strain gauge, thereby causing the gauge to become useless.

To obtain more reliable measurements during the entire loading sequence, the sample d/h ratio was changed in this last attempt from 1.75 to 0.3 and to 1.0. The mortar proportions, instrumentation and loading protocol remained as aforementioned, and the testing was successful. Table 1 presents the results of the mechanical properties of the mortars. The elastic modulus and (elastic) Poisson’s ratio were determined using the data collected during the application of the first loading protocol. The results show an increase in Poisson’s ratio for both mortar types with the increase of the d/h ratio from 0.3 to 1.0. Most likely, the increase in Poisson’s ratio with an increase in the d/h ratio is due to the increase in the horizontal strain to compensate for the volume change caused by the confining effect between the samples and the steel loading plates. Figure 18 depicts what

Table 1
Mechanical characterisation of the mortar samples

		Group	Mortar type	d/h	Sample	f_c (MPa)	E_c (MPa)	Poisson's ratio
	1:0.5:4	1	ii	0.3	1	14.4	20.3	0.15
			ii	0.3	2	16.8	19.8	0.15
		-	-	Mean	15.6	20.1	0.15	
	1:1:6	2	iii	0.3	1	2.8	4.6	0.17
			iii	0.3	2	2.7	5.1	0.16
		-	-	Mean	2.7	4.9	0.17	
	1:0.5:4	3	ii	1.0	1	13.9	15.3	0.21
			ii	1.0	2	13.1	18.7	0.23
		-	-	Mean	13.5	17.0	0.22	
	1:1:6	4	iii	1.0	1	4.3	8.7	0.31
			iii	1.0	2	3.6	8.2	0.28
		-	-	Mean	3.9	8.4	0.30	

may have occurred. For the taller specimens ($d/h = 0.3$) and at mid-height of the sample, where the measurements were taken, the sample is free from the end effects and expands laterally without bulging. For the thinner samples ($d/h = 1$), bulging of the specimens and horizontal strains at mid-height of the sample are increased due to the combination of sample thickness and end effects.

Figure 19 presents the stress-strain curves for all cylindrical samples tested in this last phase of the research; the solid lines correspond to samples with d/h ratio of 0.3, and the dotted lines to samples with d/h ratio of 1.0.

For the four groups tested, there is an insignificant difference in the vertical strains and in the horizontal strains between specimens

within each group. As observed for the square specimens, there was an increase in the material nonlinearity for both mortars ii and iii with the increase in the d/h ratio from 0.3 to 1.0. For the stronger mortar (mortar ii), the nonlinearity was more influenced by the decrease in the height of the sample. Sometimes, cracks propagated instantly when the stress was near 90% of ultimate value. When such a crack propagation occurred, strain measurements were unreliable because if the crack propagated nearby or under one of the strain gauges, that gauge would measure an increase in strain while the strain gauge on the opposite side would experience a strain relief.

The results presented in Figure 19 show that the change in d/h

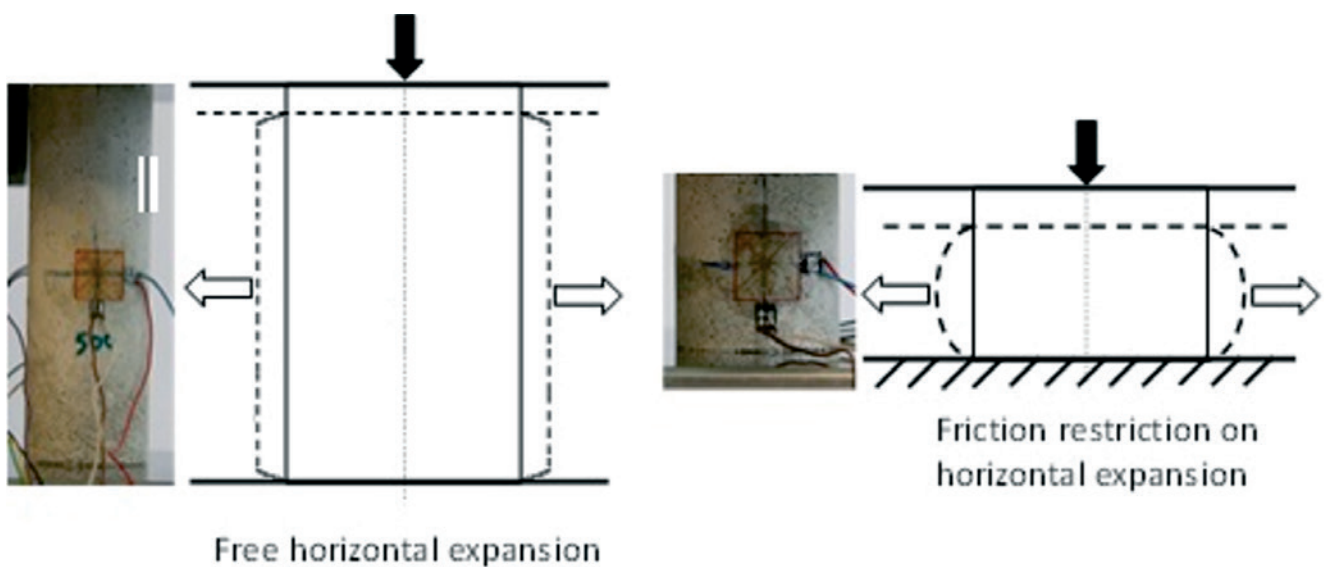


Figure 18
Differences in the horizontal displacement of the samples

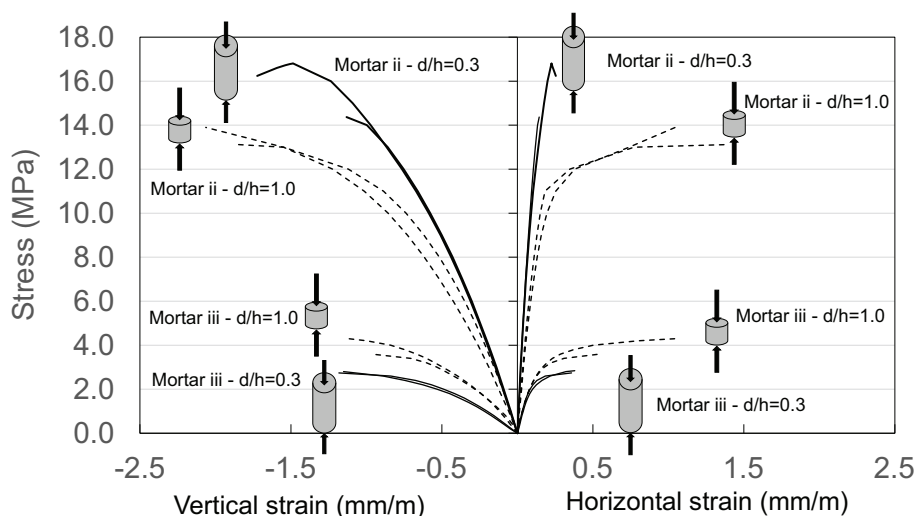


Figure 19
Mortar stress-strain response

ratio affects the behaviour of the stress and vertical and horizontal strain relationship. For mortar ii (stronger mortar) and d/h ratio of 1.0, the stress-strain behaviour appears to be parabolic; for d/h ratio of 0.3, the behaviour may be better represented by a bilinear relationship. For mortar iii (weaker mortar), the stress-strain behaviour is more or less parabolic for both d/h ratios.

Figure 20 shows the apparent Poisson's ratio vs. stress/strength ratio for all of the samples. The results indicate that for the d/h ratio of 0.3 (groups 1 and 2), the value of the apparent Poisson's ratio is smaller than that for the d/h ratio of 1.0 (groups 3 and 4). For the stronger mortar (mortar ii) and a d/h ratio of 0.3 (group 1), the value of the apparent Poisson's ratio is constant until failure, i.e., there is no significant change in horizontal strain until failure. For the weaker mortar (mortar iii) and a d/h ratio of 0.3 (group 2), the

value of the apparent Poisson's ratio is constant until approximately a stress/strength level of 0.6; the value then starts to increase smoothly until failure. For the stronger mortar (mortar ii) and a d/h of 1.0, there is a slight decrease in the value of the apparent Poisson's ratio until a stress/strength level of approximately 0.6 and 0.8 for each sample; after these stress/strength levels, the value of the apparent Poisson's ratio increases significantly. For the weaker mortar (mortar iii) and a d/h of 1.0, the results are mixed. For one sample, there is a slight decrease in the value of the apparent Poisson's ratio until a stress/strength level of approximately 0.5, after which the value increases significantly. For another sample, there is a slight increase in the value of the apparent Poisson's ratio until a stress/strength level of approximately 0.6 after which the value increases significantly.

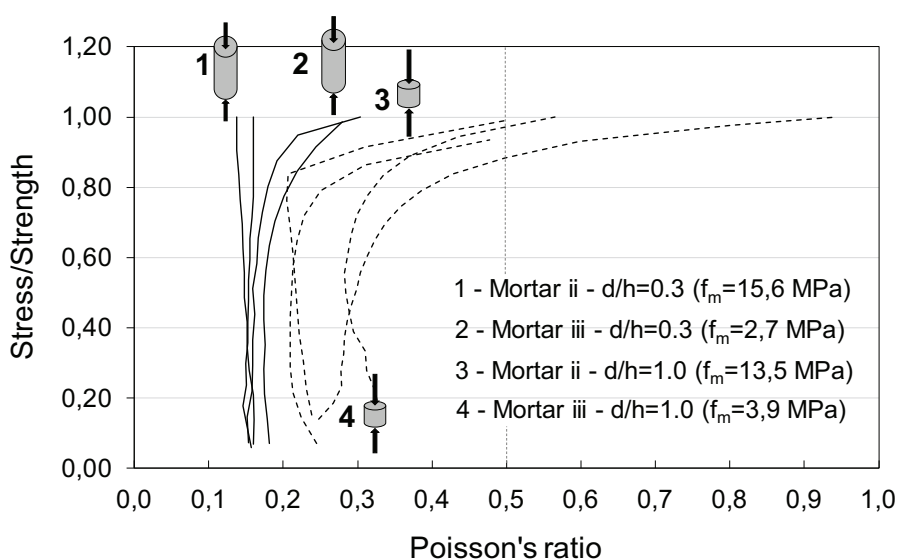


Figure 20
Stress/strength and apparent Poisson's ratio

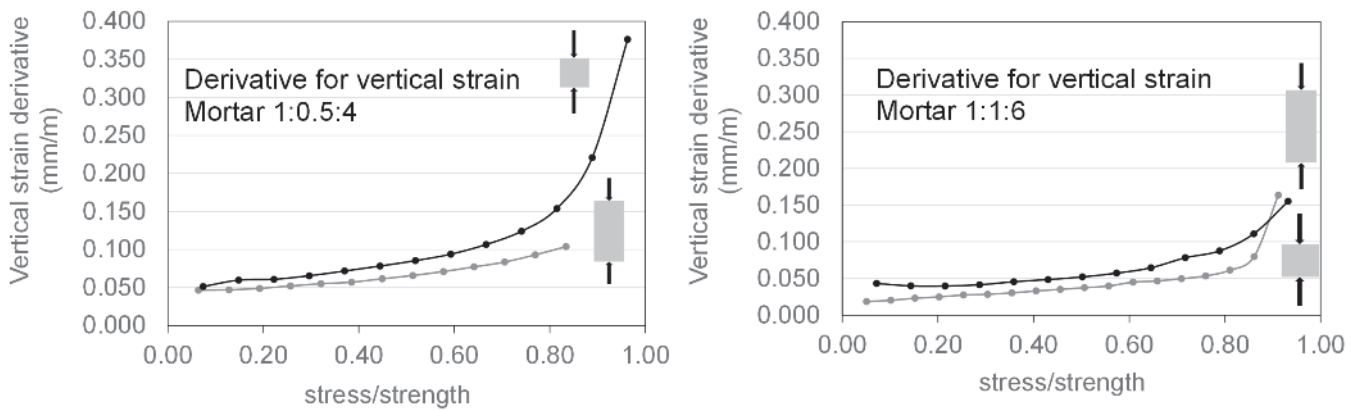


Figure 21
Derivative for vertical strain for different stress/strength levels

The mortar damage onset and the stiffness plasticity degradation under vertical load were calculated for each stress increment using the local derivative (tangent) of the measured strain-stress curve of the vertical and horizontal strains. A deviation from a constant increment (i.e., the difference between two consecutive strain measurements for a constant stress increment) in strain, in general, indicates interior mortar damage. The stress/strength level that this deviation begins, corresponds to the stress/strength level of the damage onset. In addition, the slope of the strain increment vs. stress/strength level curve is, in general, a measure of the stiffness degradation. Figure 21 shows the average derivative of the vertical strain-stress curve as a function of the stress/strength level for the samples. For the stronger mortar (mortar ii) and a d/h ratio of 0.3, the derivative for the vertical strain is approximately constant until the stress/strength level reaches approximately 0.35, and then the derivative increases linearly until failure. When the d/h ratio is 1.0, there is a proportional increase of the derivative for the vertical strain until approximately a stress/strength level of 0.50, and then the derivative increases nonlinearly until failure. The vertical strain derivative for the weaker mortar (mortar iii) and a d/h ratio of 0.3 is constant until a stress/strength level of approximately 0.35 and then it increases nonlinearly until failure. For the d/h ratio of 1.0, there is

a linear increase of the derivative for the vertical strain until approximately the stress/strength level of 0.75, and then a nonlinear increase of the derivative until failure. Figure 22 shows the average horizontal strain derivative as a function of the stress/strength level for the tested samples. For the stronger mortar (mortar ii) and a d/h ratio of 0.3, the derivative for the horizontal strain is constant until failure. For the d/h ratio of 1.0, the derivative is constant until a stress/strength level of approximately 0.6; from a stress/strength level of approximately 0.6 to 0.8, the derivative increases linearly, and for subsequently higher stress/strength levels, the derivative increases rapidly and nonlinearly until failure. The derivative for horizontal strain for the weaker mortar (mortar iii) and a d/h ratio of 0.3 is constant until approximately a stress/strength level of 0.6, and then it increases nonlinearly until failure. For the d/h ratio of 1.0, the derivative is constant until a stress/strength level of approximately 0.7, and then it increases nonlinearly until failure. The stress/strength levels corresponding to “vertical damage onset” for mortars ii and iii, as shown in Figure 21, are not the same as the stress/strength levels corresponding to the “horizontal damage onset” for mortars ii and iii, as shown in Figure 22. A possible explanation for this perceived damage onset discrepancy is that as a mortar

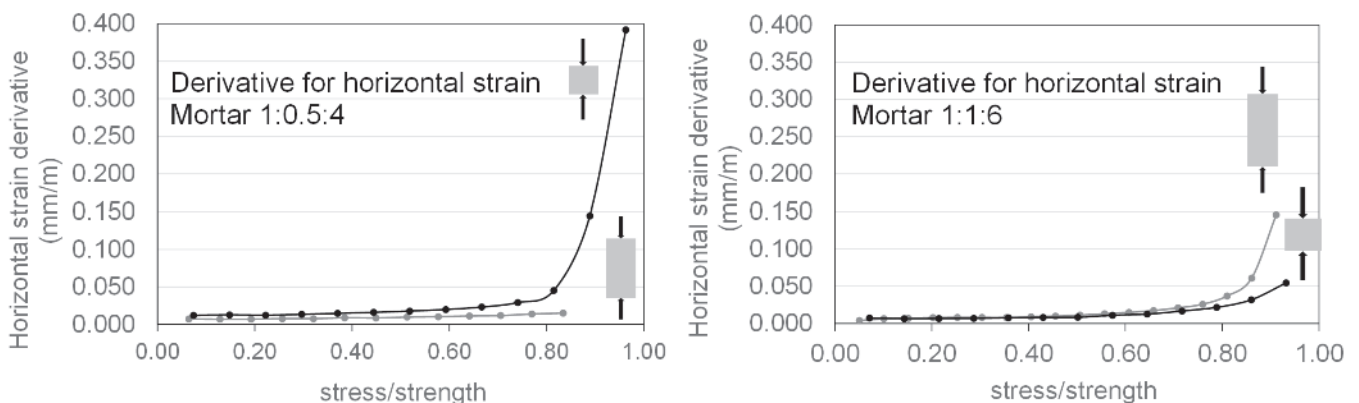


Figure 22
Derivative for horizontal strain for different stress/strength levels

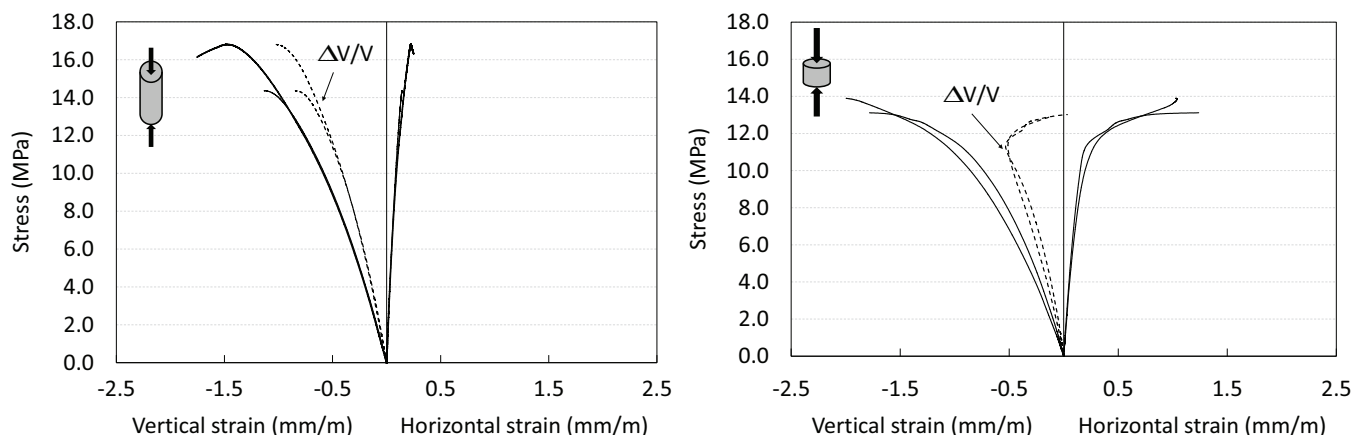


Figure 23
Volumetric strain for mortar ii (stronger mortar)

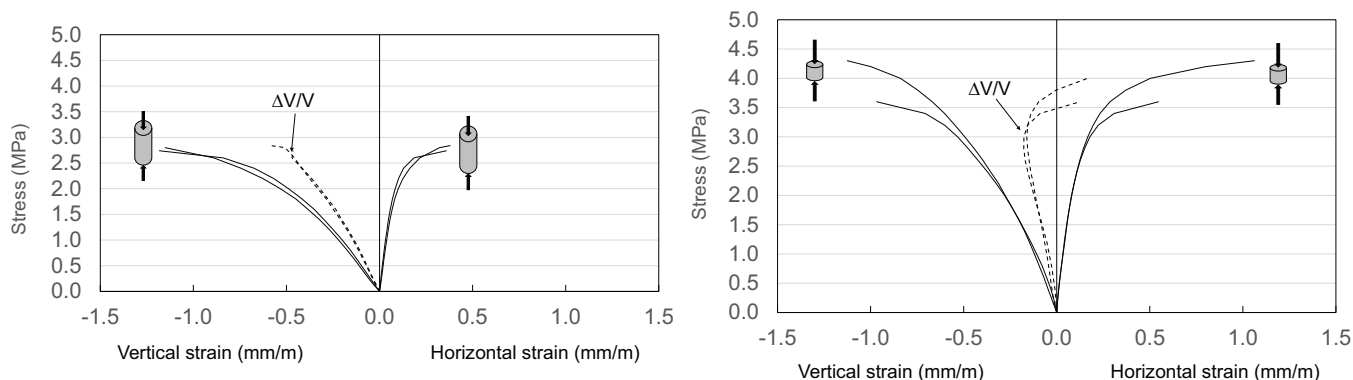


Figure 24
Volumetric strain for mortar iii (weaker mortar)

sample is compressed, it experiences damage in the form of cracks. Cracks are more likely to develop first at the aggregate-paste interface. As load increases, these internal cracks propagate around the aggregate with minimal or unnoticeable opening (or lateral expansion). “Damage” is therefore first observed or measured by the strain increment in the vertical direction. As the load continues to increase, the internal cracks not only continue to propagate around the aggregates but also start to grow through the paste. The process causes the cracks to open up and lateral expansion occurs. Only then the lateral expansion (or damage) is captured (after a “delay”) by the change in strain increment in the horizontal direction.

Figures 23 and 24 show the volumetric strains for all samples computed using Equation 1. All samples with a d/h ratio of 0.3 experienced a constant decrease in the volumetric strain until failure. The lateral restriction at the ends of the samples with a d/h ratio of 1.0 increased the stiffness after the development of the first crack, causing the change from a decrease to an increase in volume (i.e. expansion in volume).

5.3 Numerical simulations

Numerical simulations using DIANA [35] were conducted with

the objective to compare the horizontal and vertical stress-strain curves from the numerical and experimental results. A three-dimensional numerical model was implemented, adopting a smeared crack model, with a straight tension cut-off, an exponential tension softening, the Thorenfeldt [36] model for compression, and constant shear retention. The element used was the CTE30 for the 3D numerical analysis, which is a ten-node, three-side isoparametric solid pyramid, based on quadratic interpolation. The element and the meshes for the two d/h ratios are shown in Figure 25.

Table 2 presents the hardening and softening parameters under compression and tension, the energy failure under compression and tension, the compressive and tensile strength, the elastic modulus, and Poisson’s ratio used during analyses. Failure energy under tension was calculated using Equation 2, which was proposed by the CEB-FIP Model Code [37], and the failure energy under compression was calculated using Equation 3 [38].

$$G_t = 0.025 \left(\frac{f_c}{10} \right)^{0.7} \tag{2}$$

$$G_c = 100 G_t \tag{3}$$

Figure 26 presents the numerical and experimental results for the two mortar types and the two d/h ratios. For mortar ii (stronger

mortar) with a d/h of 0.3, the numerical and experimental results for the vertical and horizontal strains are similar until approximately 90% of the ultimate load, after which, the results diverge. For the d/h ratio of 1.0, the vertical strain results are also similar, but the horizontal strain results near failure are very different. The models could not represent the nonlinear increase on the horizontal strain near failure probably because the crack propagation and stiffness plasticity degradation in the experiments could not be controlled. For mortar iii (weaker mortar), the vertical strains from the numerical simulation and experimental results are also similar, but again the model could not reproduce the nonlinear increase of the horizontal strain near failure.

Figure 27 shows the measured and the calculated relationship between the vertical and the horizontal strains for each tested mortar group under compression. During initial loading, the numerical relationships are linear according to the Poisson's ratio value, which represents the linear proportionality between the vertical and horizontal strains until failure because cracking had not yet occurred. For mortar ii (stronger mortar), the model captures some of the nonlinear behaviour caused by crack initiation and propagation even at a stress/strength level close to 1.0. For mortar iii (weaker

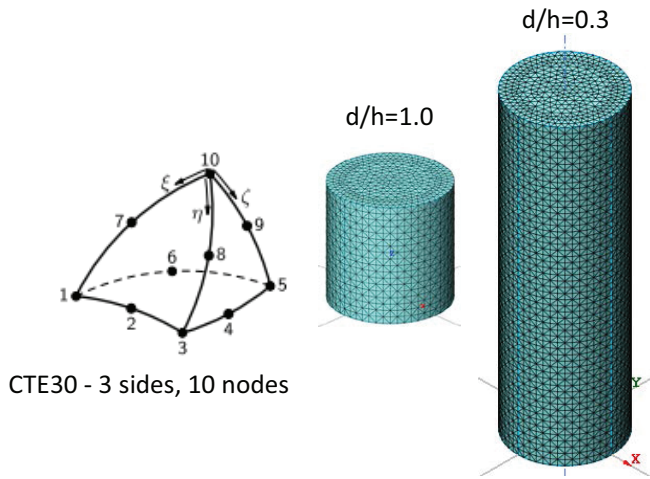


Figure 25
CTE30 isoparametric solid pyramid element

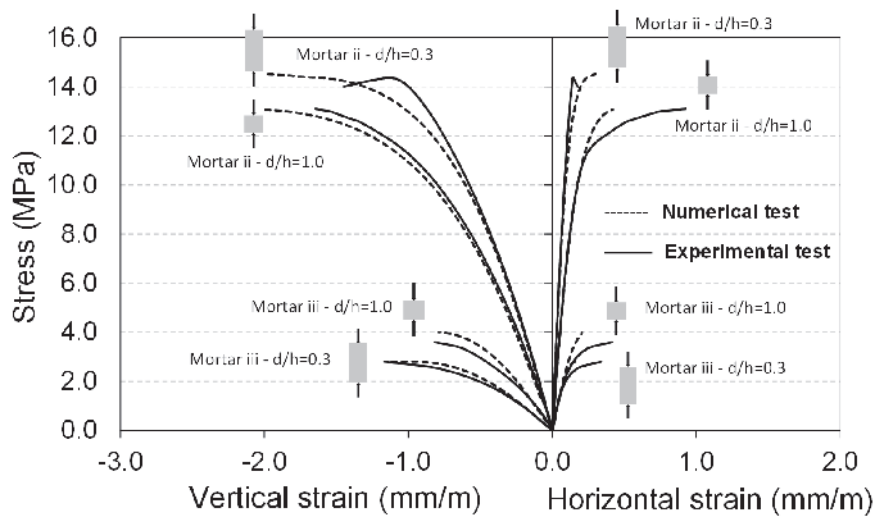


Figure 26
Numerical and experimental stress-strain response

Table 2
Mechanical properties of the mortar

Properties	Mortar ii		Mortar iii	
	d/h = 0.3	d/h = 1.0	d/h = 0.3	d/h = 1.0
Elasticity modulus (GPa)	20	17	4.95	8.36
Poisson's ratio	0.15	0.21	0.17	0.29
Compressive strength (MPa)	14.4	13.1	2.8	4.0
Failure energy under compression (MPa/mm)	3.3	3.0	1.02	1.32
Tensile strength (MPa)	1.44	1.31	0.28	0.40
Failure energy under tension (MPa/mm)	0.033	0.03	0.010	0.013

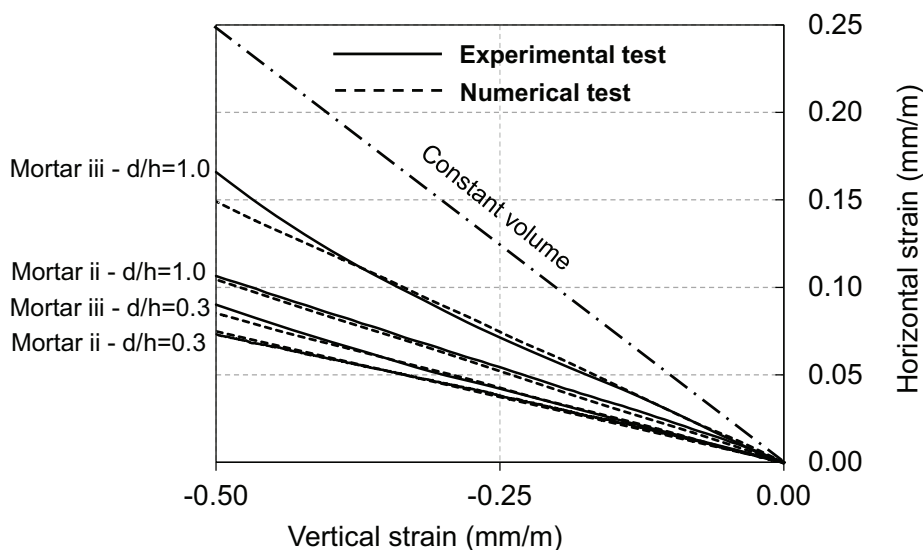


Figure 27

Vertical and horizontal strains of the numerical and experimental results

mortar), the onset of nonlinearity cannot be reproduced numerically. Essentially, a better model to represent the variation of the apparent Poisson's ratio is required to capture the onset of the nonlinear behaviour of mortars.

6. Conclusions

This preliminary research indicates that there are meaningful differences in the experimental results of compression tests on mortar, depending on the mortar type and/or the dimensions of the specimens. The preliminary tests demonstrated the difficulty of evaluating the deformations and mechanical variations experienced by the mortar when adhered to the blocks and confined in masonry joints.

The conclusions from the work presented herein are as follows:

- For rectangular samples, the increase of the length-height (l/h) ratio from 0.5 to 1.0 causes a change in the apparent Poisson's ratio response for a stress/strength level above 0.5. There is a continuing decrease in volume strain for both l/h ratios tested, except near failure, when a slight expansion occurs. The relationship between stress-strength ratio and the apparent Poisson's ratio is affected by the mortar type and the d/h ratio. The greater the confinement, the more pronounced the variation of the Poisson's ratio after a critical stress value.
- For cylindrical samples, the change in diameter-height (d/h) ratio affects the stress-strain relationship in the vertical and horizontal directions. The stress-strain behaviour and, consequently, the specific volumetric variation, Poisson's coefficient and derivative of the strain-stress, were dependent on the type of mortar and level of confinement applied, that is, the dynamics of crack formation and propagation was dependent on the type of mortar and confinement.
- Damage onset and stiffness plasticity degradation can easily be visualised using the derivative of the strain-stress curve. The vertical derivative indicated when the crack propagation

began in the paste-aggregate interface, while the horizontal derivative indicated when the cracks in the transition zone had spread to the paste. That is the reason why the stress/strength levels corresponding to "vertical damage onset" are lower than the stress/strength levels corresponding to the "horizontal damage onset".

- For a strong mortar (mortar ii) with a d/h of 0.3, numerical simulation and experimental results for the vertical and horizontal stress-strain curves are similar until approximately 90% of the ultimate load, after which the results diverge. For a d/h ratio of 1.0, the vertical strain results are also similar, but the horizontal strain results near failure are very different. The developed models cannot represent the nonlinear increase on the horizontal strain near failure probably because crack propagation and stiffness plasticity degradation cannot be controlled. For a weaker mortar (mortar iii), the vertical strain from numerical simulation and experimental results are similar, but the developed model cannot reproduce the nonlinear increase of horizontal strain near failure.
- A better model to represent the variation of the apparent Poisson's ratio during the entire load domain and to capture not only the onset of the nonlinear behaviour but also the nonlinear behaviour near failure must be developed.

7. Acknowledgements

The authors would like to thank the "Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior" (CAPES) for the financial support.

8. References

- [1] Dragon, A.; Mroz, Z. A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete. *International Journal of Engineering Science*, 1979, 17(2): 121-137.

- [2] Bazant, Z. P.; Oh, B. H. Microplane model for progressive fracture of concrete and rock. *Journal of Engineering Mechanics*, 1985, 111(4): 559-582.
- [3] Krajcinovic, D.; Fanella, D. A micromechanical damage model for concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 1986, 25(5): 585-596.
- [4] Lubliner, J., et al. A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, 25(3): 299-326.
- [5] Yazdani, S.; Schreyer, H. L. Combined plasticity and damage mechanics model for plain concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, 116(7): 1435-1450.
- [6] Feenstra, P. H.; De Borst, R. A composite plasticity model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 1996, 33(5): 707-730.
- [7] Hilsdorf, H.K. An investigation into the failure mechanism of brick masonry loaded in axial compression. *Designing, Engineering and Construction with Masonry Products*; 1969, p. 34-41.
- [8] Khoo, C.L.; Hendry, A.W. A failure criterion for brickwork in axial compression. In: *Proceedings of Third International Brick Masonry Conference*, Essen, 1973, p. 139-45.
- [9] Hendry, A.W. *Structural Brickwork*, Macmillan, London, 1981.
- [10] Atkinson, R.H.; Noland, J.L. A proposed failure theory for brick masonry in compression. In: *Proceedings 3rd Canadian Masonry Symposium*, Edmonton, Canada, 1983, p. 1-7.
- [11] Atkinson, R.H.; Noland, J.L.; Abrams DP, McNary S. A deformation failure theory for stack-bond brick masonry prisms in compression. In: *Proceedings 3rd North America Masonry Conference*, Boulder, TMS, 1985, paper 18.
- [12] Atkinson, R.H.; Noland, J.L.; Abrams, D.P. A deformation failure theory for stack-bond brick masonry prism in compression. In: *Proceedings 7th International Brick Masonry Conference*, Melbourne, February, v.1, 1985, p. 577-592.
- [13] Hamid, A.A.; Drysdale, R.G. Suggested failure criteria for grouted masonry under axial compressive. *ACI Journal*, 1979; 76(10): 1047-1061.
- [14] Hamid, A.A.; Drysdale, R.G. Behavior of concrete block masonry under axial compression. *ACI Journal*, 1979; 76(6): 707-721.
- [15] Cheema, T.S.; Klingner, R.E. Compressive Strength of Concrete Masonry Prism. *American Concrete Institute- ACI Journal*, 1986; 83(1): 88-97.
- [16] Afshari, F.; Kaldjian, M.J. Finite element analysis of concrete masonry prisms. *American Concrete Institute. ACI Journal*, 1989; 86(5): 525-530.
- [17] Khalaf, F. M.; Hendry, A. W. and Fairbairn D. R. The strength of blockwork prisms tested parallel to the bed face. *Masonry International- Journal of the British Masonry Society*. 1992, 6(1): 29-35.
- [18] Khalaf, F. M.; Hendry, A. W. and Fairbairn D. R. Study of the compressive strength of blockwork masonry. *American Concrete Institute- ACI Structural Journal*. 1994, 91(4): 367-375.
- [19] Khalaf, F. M. (1996). Factors influencing compressive strength of concrete masonry prism. *Magazine of Concrete Research*. 1996, 48(175): 95-101.
- [20] Khalaf, F. M. Blockwork masonry compressed in two orthogonal directions. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. 1997, 123(5): 591-596.
- [21] Mohamad, G.; Rizzatti, E.; Roman, H. R. Failure mode, deformability and compressive strength of small structural masonry walls. *Ambiente Construído*, 2011, 11(3): 7-22.
- [22] Mohamad, G.; Lourenço, P. B.; Roman, H. R. Mechanics of hollow concrete block masonry prisms under compression: review and prospects. *Cement and Concrete Composites*, 2007, 29(3): 181-192.
- [23] Mohamad G. Mechanism failure of concrete block masonry under compression. PhD Thesis 2007, University of Minho, Portugal.
- [24] Sarhat S.R, Sherwood E.G. The prediction of compressive strength of ungrouted hollow concrete block masonry. *Construction and Building Materials*, 2014; 58(1): 111-121.
- [25] Berto L, Saetta RS, Vitaliani R. Failure mechanism of masonry prism loaded in axial compression: computational aspects. *Materials and Structures*, 2005, 38(2): 249-256.
- [26] Barbosa CS, Lourenço PB, Hanai JB. On the compressive strength prediction for concrete masonry prisms. *Materials and Structures*, 2010; 43(3): 331-344.
- [27] Knutson, H. H. The stress-strain relationship for Masonry. *Masonry International- Journal of the British Masonry Society*, 1993, 7(1): 31-33.
- [28] Kubica, J. Investigation of the σ - ϵ relationship of unreinforced masonry. In: *Proceedings of 7th North American Masonry Conference*. University of Notre Dame, South Bend, Indiana, USA. June. 1996.
- [29] Shah, S. P.; Chandra, S. Critical stress, volume change and microcracking of concrete. *ACI Journal*, 1968, 65(9): 770-780.
- [30] Stöckl, S.; Bierwirth, H.; Kupfer, H. The influence of test method on the results of compression tests on mortar. In: *Proceedings of the 10th International brick and block masonry conference*, Calgary, Alberta, Canada, July, 1994.
- [31] Vonk, R. A. Softening of concrete loaded in compression. PhD dissertation, Technische Universiteit Eindhoven, 1992, pp. 197.
- [32] EN 998- 2. (2003). Specification for mortar for masonry- Part 2: Masonry mortar. European Standard.
- [33] Vermeltoort, A. T. Brick-mortar interaction in masonry under pressure. PhD thesis. Technical. University of Eindhoven. October. 2004.
- [34] BS 5628-1. Code of practice for use of masonry – Part 1: Structural use of unreinforced masonry. British Standard Institution. 1992.
- [35] DIANA, User's Manual - Material Library, Release 9.6. TNO Diana. Delft, The Netherlands. 2014.
- [36] Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., and Jensen, J. J. Mechanical properties of high-strength concrete and applications in design. In *Proceedings of Symposium Utilization of High-Strength Concrete*, Stavanger, Norway. 1987.
- [37] CEB - Comité Euro-International Du Béton. CEB MODEL CODE 1990, 1990.
- [38] Feenstra, P. H.; Borst, R. DE. Aspects of robust computational modelling for plain and reinforced concrete. *HERON*, 1993, 38(4), 3-76.

9. List of figure captions

- Fig. 1. Masonry stress-strain for three mortar types.
- Fig. 2. Failure mechanism of prism with weak mortar.
- Fig. 3. Weak mortar failure model evolution under loading.
- Fig. 4. Masonry versus mortar strength adapted from Sarhat and Sherwood [24].
- Fig. 5. Uniaxial test with short brushes [31].
- Fig. 6. Concrete stress deformation relations [31].
- Fig. 7. Axial versus lateral deformations [31].
- Fig. 8. Preliminary tests on mortar samples.
- Fig. 9. Stress-strain response for a typical small thickness mortar specimen.
- Fig. 10. Vertical and horizontal deformations of prismatic samples.
- Fig. 11. Apparent Poisson's ratio vs. stress/strength level for the tested mortar.
- Fig. 12. Horizontal versus vertical strains for $l/h = 0.5$.
- Fig. 13. Horizontal and vertical strain for $l/h = 1.0$.
- Fig. 14. Formation of conical cracks for $l/h = 1.0$.
- Fig. 15. Volumetric strain for l/h values of 0.5 and 1.0.
- Fig. 16. Force/time protocol for mortar test.
- Fig. 17. Stress-strain response for samples with a d/h ratio of 1.75.
- Fig. 18. Differences in the horizontal displacement of the samples.
- Fig. 19. Mortar stress-strain response.
- Fig. 20. Stress/strength and apparent Poisson's ratio.
- Fig. 21. Derivative for vertical strain for different stress/strength levels.
- Fig. 22. Derivative for horizontal strain for different stress/strength levels.
- Fig. 23. Volumetric strain for mortar ii (stronger mortar).
- Fig. 24. Volumetric strain for mortar iii (weaker mortar).
- Fig. 25. CTE30 isoparametric solid pyramid element.
- Fig. 26. Numerical and experimental stress-strain response.
- Fig. 27. Vertical and horizontal strains of the numerical and experimental results.

About the use of semi-continuity to remove fireproof coatings in simply supported composite steel and concrete beams

Sobre o aproveitamento da semicontinuidade para eliminar o revestimento contra fogo em vigas mistas de aço e concreto biapoiadas



L. C. ROMAGNOLI^a
lucas.romagnoli@usp.br

V. P. SILVA^a
valpigss@usp.br

Abstract

The behavior under fire conditions of composite steel and concrete beams, not subjected to local buckling (compact steel profile), was studied considering the support rotational stiffness provided by the upper longitudinal slab reinforcement, usually present by means of anti-cracking meshes, and restriction of the steel profile's lower flange, additional procedure required for development of the support bending moment resistance. Usually composite beams at room temperature are designed as simply supported and the semi-rigidity provided by this longitudinal reinforcement, if considered under fire conditions, may lead to a lower cost solution for fire protection of composite beams. The purpose of this study is to verify the viability of this proposal, using simplified design code methods.

Keywords: fire, composite steel concrete beam, semi-continuous.

Resumo

Estudou-se o comportamento sob ação do incêndio de vigas mistas de aço e concreto, sem instabilidades locais (ditas compactas), considerando a rigidez à flexão nos apoios fornecida pela armadura negativa longitudinal à viga, usualmente presente por meio de malhas antifissuração, e restrição da mesa inferior do perfil de aço, procedimento adicional necessário para desenvolvimento do momento fletor resistente no apoio. Geralmente as vigas mistas são dimensionadas à temperatura ambiente como biapoiadas e a semicontinuidade proporcionada por essa armadura longitudinal, se considerada em situação de incêndio, pode conduzir a uma solução de menor custo para proteção contra fogo das vigas mistas. O objetivo deste trabalho é verificar a viabilidade dessa proposta, usando métodos normativos simplificados.

Palavras-chave: incêndio, viga mista de aço e concreto, semicontínua.

^a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP, Brasil.

1. Introduction

1.1 Objective

A simply supported composite steel and concrete beam designed at room temperature, when analyzed in a fire situation according to ABNT NBR 14323 [1] procedures, generally does not have sufficient structural safety unless fireproof coatings are present. Such solution is responsible for raising costs related to the choice of the composite structural system.

The objective of this study is to evaluate the behavior of composite steel and concrete beams in fire situation, taking in consideration the rotational stiffness of the supports provided by the upper longitudinal reinforcement present in the concrete slab and by the restriction of the steel profile's lower flange in the support, creating a composite connection as shown in Figure 1 and ensuring a semi-continuous behavior to the beam. The beam structural capacity increase provided by the adoption of this solution may be sufficient as a low cost alternative when compared to the application of fireproof coatings. For validity of the proposed method it is assumed that the main supporting beam, connecting plates and angles and bolts receive fireproof coating.

In a steel profile under a concrete slab its faces are not exposed equally by the fire since the slab provides a protection to the upper flange, leading to a non-uniform distribution of the internal temperature. This thermal gradient along the cross section height causes additional deformations and, in case of hyper-static structures, indirect stresses due to the supports rotation restriction. Figure 2 illustrates this phenomenon. If the structure is already subjected to negative bending moments at the support, they may be amplified during fire exposure.

At first, this harmful effect will be neglected in use of a simplified method and evaluated in the future by non-linear thermal structural numerical analysis.

1.2 Background

The benefits of composite steel and concrete construction fire resistance in a building, when compared to the isolated steel element analyzed in laboratory, has been the subject of studies by several authors. Based on the Cardington test, where the capacity of the composite structure was verified to be greater in comparison to the design codes recommendations, Usmani et al., 2001 [2, 3], observed the possibility of reducing fireproof coatings for this type of structural system. With aid of numerical analysis it was pointed out that the large deformations caused by the degradation of the steel's elastic modulus are responsible for inducing tension stresses on the steel beam and concrete slab, creating a membrane effect capable of resisting gravitational actions. Recent studies by Kodur et al., [4], show how beneficial it may be to consider such effect on slab panels over beams without fireproof coating, reaching 60 and 90 minute fire resistance times. Huang et al., 2015 [5], emphasize the role of reinforcement steel meshes in the concrete slab to resist membrane stresses. Design code methods do not consider such effect that can be better evaluated with numerical modeling, as concluded by Wang et al., 2012 [6] when comparing numerical analysis results of an asymmetric composite beam without fireproof coating with the Eurocode recommendations.

With consideration of the membrane effect the formation of plastic hinges is no longer the beam ultimate limit state, which explains the large differences between numerical models and design codes recommendations. Chiou et al., 2009 [7], conclude that the axial restriction of the beam is sufficient to mobilize tensile stresses, but alert for large permanent deformations in the floor, which do not recover during the cooling phase. The beam's shear force capacity should also be carefully analyzed because according to Kodur and Naser, 2015 [8], in some cases such capacity can degrade more rapidly compared to the bending moment during fire.

Nguyen and Tan, 2015 [9], point out that boundary conditions play

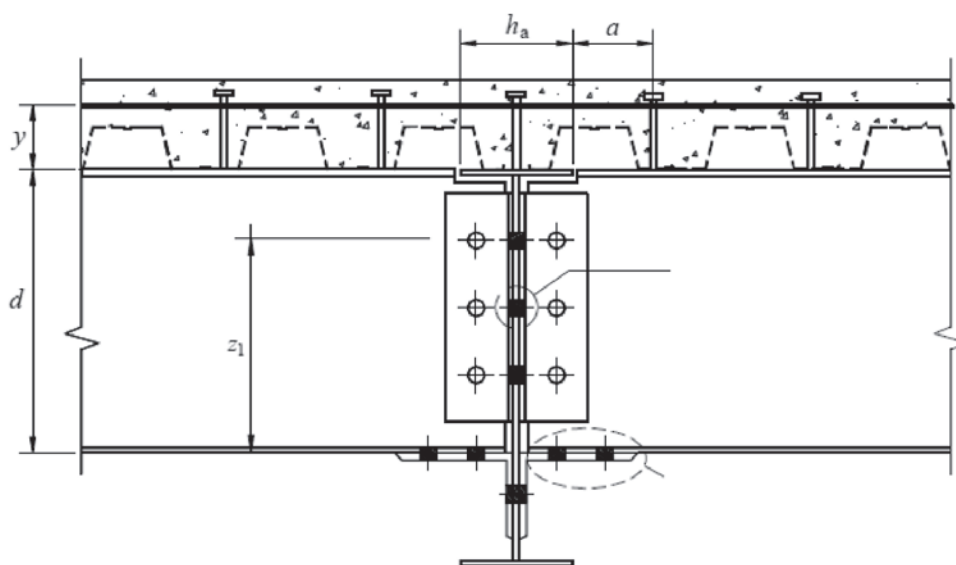


Figure 1
Composite connection (adapted from ABNT NBR 8800 [13])

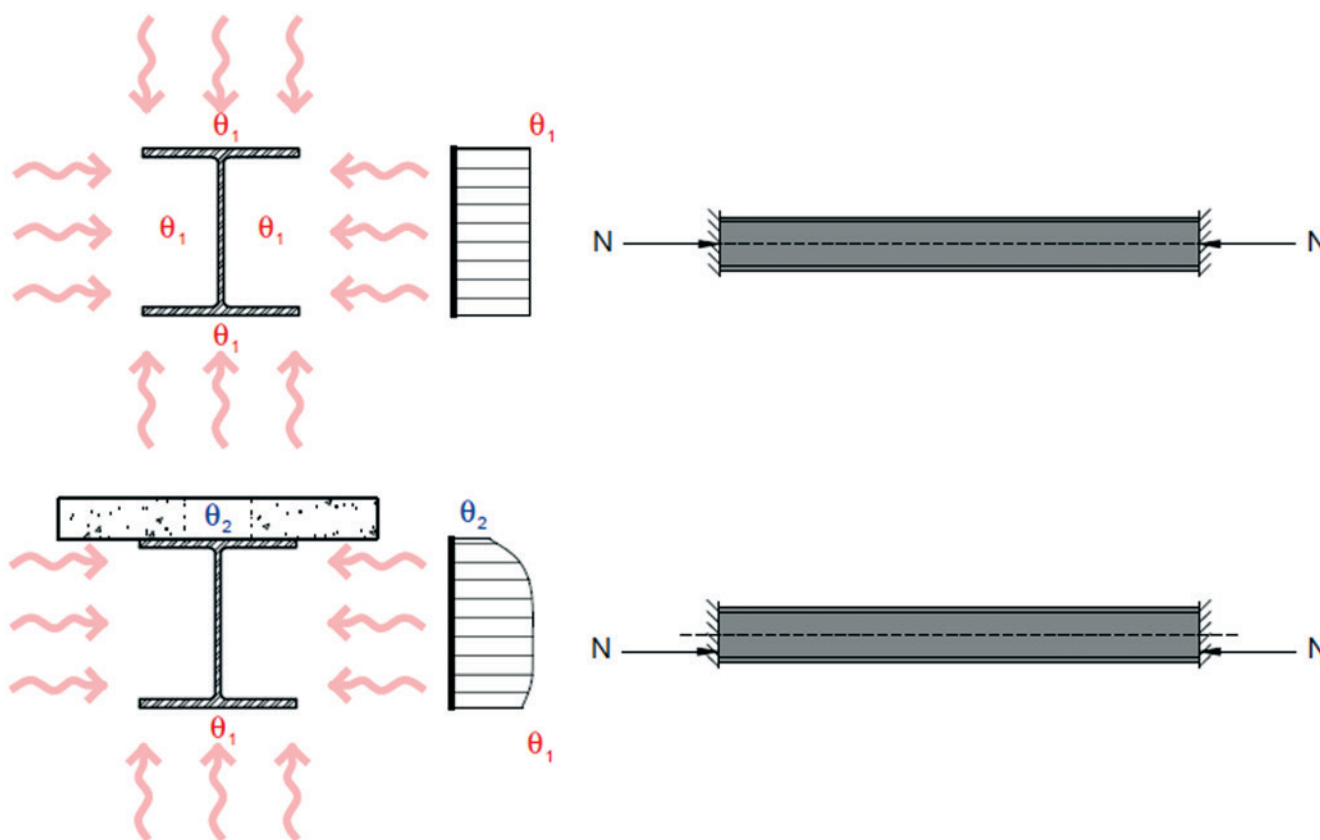


Figure 2
Thermal gradient effects illustration

an important role in the mobilization of the membrane effect, concluding that the stiffness of the fireproof coated main beams supporting the secondary floor beams has a direct influence on the collapse time. Huang et al., 2015 [5] present similar results, also alerting to the influence of the main beam-column connections.

The consideration of semicontinuity in the analysis of composite beams in a fire has already been proposed by Ioannides and Mehta, 1997 [10] who adopted as methodology the determination of the beam's cross section plastic hinge capacity in the middle of the span and at the supports and concluded, in the case of a fireproof coated beam, that there is a relevant gain in its load capacity. Fakury et al., 2005 [11], compared simply supported and semi-continuous fireproof coated composite beams capacities, using the Eurocode design method, and detected a capacity gain of 116% to 123%. Fischer and Varma, 2017 [12], performed a numerical analysis of fireproof coated composite beams supported by simple shear connections (single plate, single angle and double angle), concluding that the slab continuity at the supports and presence of reinforcement steel meshes have great influence on the behavior of the beam during fire and the collapse did not occur due to connections failure.

1.3 Problem analysis

The study was carried for several cross sections, covering the variety of Gerdau brand profiles and 8 to 18 cm slab thicknesses.

Following the recommendation of ABNT NBR 8800 [13] O.2.4.1.1, adjusted for fire situation as suggested by ABNT NBR 14323 [1] by reducing slenderness parameters by 0.85 of its room temperature values, some profiles classified as slender, that is, with a flange width and thickness ratio greater than $0.32 \sqrt{E/f_y}$, were not considered in the analysis. The compressive strength of the concrete was assumed 30 MPa and the steel yield strength 345 MPa.

The distortional buckling that may occur in the negative bending moment regions of composite beams was not considered. Therefore, for direct use of the presented results, it must be ensured that the λ_{dist} parameter, determined according to ABNT NBR 8800 [13] O.2.5.2, is higher than 0.4. ABNT NBR 14323 [1] does not provide specific recommendations for distortional buckling of composite beams in fire, but in case of cold formed profiles it is advised λ_{dist} to be calculated as at room temperature, however with a more severe high temperature steel's reduction factor than the one used in profiles not subjected to local or distortional buckling. Such factor is found in [1].

The effective width of the concrete slab was 2 m for all cases. The slab reinforcement ratio was such that it allowed the development of the maximum negative bending moment resistance, as explained in chapter 5. The number of shear connectors was the required for full iteration at room temperature.

The fire resistant strength of the beams was evaluated, assuming a standard fire resistance requirement of 30 minutes for the

simply supported and semi-continuous condition, and the values were compared to those at room temperature design.

The standard fire resistance requirement of 30 min was chosen because it is a low value and, therefore, more likely to lead to favorable results.

2. Structural elements temperature

In the calculation of the resistant capacity of composite steel and concrete sections a non-uniform temperature distribution at the height of the cross-section is considered. The recommendation of ABNT NBR 14323 [1] is to divide the composite section into each of its components: the concrete slab and the steel profile upper and lower flanges and web. It is assumed that there is no heat transfer between these parts.

In the steel elements, the temperature increase of each component is determined considering the massivity factor calculated for each element alone, according to the simplified method recommended by ABNT NBR 14323 [1] 8.5.1.1. In security favor, the shading factor will be considered equal to 1, following one of ABNT NBR 14323 [1] alternatives.

To evaluate the temperature at which the composite beam concrete slab is subjected during fire, the recommendation of ABNT NBR 14323 [1] is to divide the height of the slab in 14 slices and assign a temperature for each range according to the standard fire resistance requirement (Table 1).

3. Shear connectors

ABNT NBR 14323 [1] recommends the strength of a shear connector to be determined in the same way as ABNT NBR 8800 [13], taking into consideration, however, reduction factors of unity and

concrete compressive strength and elastic modulus reduced by $k_{c,\theta}$ at a temperature equivalent to 40% of the steel profile upper flange temperature. The shear connector ultimate tensile strength should also be reduced by $0.80 k_{y,\theta}$ for a temperature equivalent to 80% of the temperature of the steel profile upper flange. Equation (1) is already adjusted for fire situation.

$$Q_{fi,Rd} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,50 A_{cs} k_{c,\theta} \sqrt{f_{ck} E_{cs}} \\ 0,80 k_{y,\theta} R_g R_p A_{cs} f_{ucs} \end{array} \right. \quad (1)$$

In Equation (1):

$Q_{fi,Rd}$ is the shear connector strength in fire situation;

A_{cs} is the shear connector cross-section area;

$k_{c,\theta}$ is the concrete reduction factor;

$k_{y,\theta}$ is the steel reduction factor;

f_{ck} is the concrete compressive strength;

f_{ucs} is the steel ultimate tensile strength;

E_{cs} is the concrete elastic modulus;

R_g is the factor used for consideration of a group of shear connectors;

R_p is the factor used for consideration of shear connector position.

4. Positive bending moment resistance

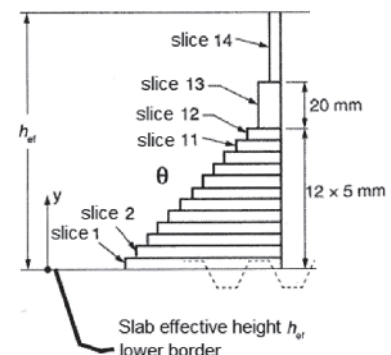
The design procedure described by ABNT NBR 14323 [1] is limited to recommendations of using the room temperature design suggested by ABNT NBR 8800 [13] with reduction factors of unity and reducing the concrete compressive strength and steel yield strength by $k_{c,\theta}$ and $k_{y,\theta}$ coefficients, respectively.

The factor of 0.85 used to determine the maximum compressive stress in the concrete slab will be assumed as 1.00 according to the recommendation of Bulletin n° 46 fib-CEB, 2008 [14].

Table 1

Concrete slab temperature distribution [°C] (adapted from ABNT NBR 14323 [1] and EN 1994-1-2 [15])

Slice	Height (y) mm	Standard fire resistance requirement (min)					
		30	60	90	120	180	240
1	0 a 5	535	705	-	-	-	-
2	5 a 10	470	642	738	-	-	-
3	10 a 15	415	581	681	754	-	-
4	15 a 20	350	525	627	697	-	-
5	20 a 25	300	469	571	642	738	-
6	25 a 30	250	421	519	591	689	740
7	30 a 35	210	374	473	542	635	700
8	35 a 40	180	327	428	493	590	670
9	40 a 45	160	289	387	454	549	645
10	45 a 50	140	250	345	415	508	550
11	50 a 55	125	200	294	369	469	520
12	55 a 60	110	175	271	342	430	495
13	60 a 80	80	140	220	270	330	395
14	≥ 80	60	100	160	210	260	305



Given a standard fire resistance requirement, the maximum allowable compressive force in the concrete slab is determined as the sum of the plastic forces of each temperature slice (Table 1) multiplied by $k_{c,\theta}$ factor, according to Equation (2).

$$C_{cd,fi}^{max} = b f_{ck} \sum h^n k_{c,\theta}^n \quad (2)$$

In Equation (2):

b is the slab effective width;

h^n is the thickness of the n^{th} slab slice;

$k_{c,\theta}^n$ is the reduction factor of the n^{th} slab slice.

The maximum tensile strength which the steel profile can be subjected is the sum of the plastic forces of each element (lower flange, web and upper flange), according to Equation (3).

$$T_{ad,fi}^{max} = f_y (A_w k_{y,\theta}^w + A_{fs} k_{y,\theta}^{fs} + A_{fi} k_{y,\theta}^{fi}) \quad (3)$$

The index "w" corresponds to the steel profile web, the index "fs" to the upper flange and "fi" to the lower flange.

When the sum of the resistances in fire situation of the shear connectors located between the section of maximum positive bending moment and the adjacent null bending moment section

$$\sum Q_{fi,Rd} \text{ is greater than the lower of the values } T_{ad,fi}^{max}$$

and $C_{cd,fi}^{max}$ a full interaction is characterized, for lower values a partial interaction is characterized.

4.1 Plastic neutral axis on concrete slab

In a full interaction, when $C_{cd,fi}^{max} \geq T_{ad,fi}^{max}$, the plastic neutral axis must be, by equilibrium, in the concrete slab. Thus, the tensile force in the steel profile is given by Equation (4).

$$T_{ad,fi} = T_{ad,fi}^{max} \quad (4)$$

The amount of slab slices to be considered should be such that

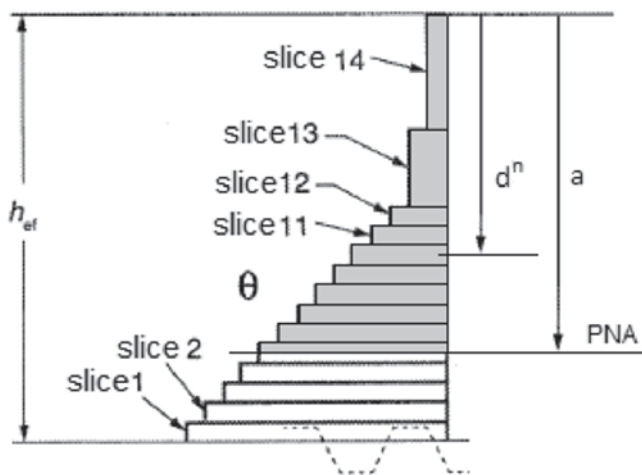


Figure 3 Slab height under compression "a" (adapted from ABNT NBR 14323 [1])

the compressive force $C_{cd,fi}$ is equal to $T_{ad,fi}$, for this the value of a (Figure 3), starting from the top of the slab, that satisfies the $C_{cd,fi} = T_{ad,fi}$ condition must be found.

The bending moment resistance must be determined by multiplying the plastic forces of each element (lower and upper flanges, web and slab slices) by the C.G. distance of each element to the PNA. Equations (5) to (8) indicate the contribution of each element (parameters according to Figure 4).

$$M_{fi,Rd}^{fs} = f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs} \left(\frac{t_{fs}}{2} + h_F + t_c - a \right) \quad (5)$$

$$M_{fi,Rd}^w = f_y A_w k_{y,\theta}^w \left(\frac{h_w}{2} + t_{fs} + h_F + t_c - a \right) \quad (6)$$

$$M_{fi,Rd}^{fi} = f_y A_{fi} k_{y,\theta}^{fi} \left(\frac{t_{fi}}{2} + h_w + t_{fs} + h_F + t_c - a \right) \quad (7)$$

$$M_{fi,Rd}^c = b f_{ck} \sum h^n k_{c,\theta}^n (a - d^n) \quad (8)$$

The d_n parameter represents the distance from the C.G. of each slab slice under compression to the upper face of the slab, according to Figure 3.

The bending moment resistance in fire situation is then defined by Equation (9).

$$M_{fi,Rd} = M_{fi,Rd}^c + M_{fi,Rd}^{fs} + M_{fi,Rd}^w + M_{fi,Rd}^{fi} \quad (9)$$

4.2 Plastic neutral axis on steel profile

In full interaction, when $T_{ad,fi}^{max} > C_{cd,fi}^{max}$ the plastic neutral axis is found on the steel profile. The compressive force in the concrete slab is given by Equation (10).

$$C_{cd,fi} = C_{cd,fi}^{max} \quad (10)$$

The compression force $C_{ad,fi}$ on the steel profile is given by Equation (11) in order to balance the tensile and compression forces in the cross section.

$$C_{ad,fi} = \frac{1}{2} (T_{ad,fi}^{max} - C_{cd,fi}) \quad (11)$$

If the compression force in the steel profile is lower than the plastic

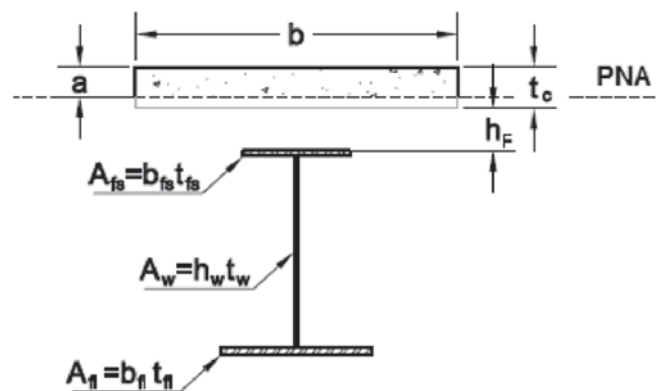


Figure 4 Plastic neutral axis on concrete slab

force of the upper flange, that is $C_{ad,fi} \leq f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}$, the PNA is located on the upper flange and its position relative to the upper face of the steel profile y_p is defined by Equation (12).

$$y_p = \frac{C_{ad,fi}}{f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}} t_{fs} \quad (12)$$

Equations (13) to (16) indicate the contribution of each element for the bending moment resistance, relative to the PNA. Figure 5 illustrates the position of the plastic neutral axis.

$$M_{fi,Rd}^{fs} = \frac{f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}}{2 t_{fs}} \left[y_p^2 + (t_{fs} - y_p)^2 \right] \quad (13)$$

$$M_{fi,Rd}^w = f_y A_w k_{y,\theta}^w \left(\frac{h_w}{2} + t_{fs} - y_p \right) \quad (14)$$

$$M_{fi,Rd}^{fi} = f_y A_{fi} k_{y,\theta}^{fi} \left(\frac{t_{fi}}{2} + h_w + t_{fs} - y_p \right) \quad (15)$$

$$M_{fi,Rd}^c = b f_{ck} \sum h^n k_{c,\theta}^n (t_c + h_F + y_p - d^n) \quad (16)$$

The d^n parameter represents the distance from the C.G. of each slice under compression to the upper face of the slab, according to Figure 3.

If $C_{ad,fi} > f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}$ the plastic neutral axis is located in the steel profile web and its position relative to the upper face of the steel profile is given by Equation (17).

$$y_p = t_{fs} + h_w \left(\frac{C_{ad,fi} - A_{fs} f_y k_{y,\theta}^{fs}}{A_w f_y k_{y,\theta}^w} \right) \quad (17)$$

Equations (18) to (21) indicate the contribution of each element for the bending moment resistance, relative to the PNA. Figure 6 shows the position of the plastic neutral axis.

$$M_{fi,Rd}^{fs} = f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs} \left(y_p - \frac{t_{fs}}{2} \right) \quad (18)$$

$$M_{fi,Rd}^w = \frac{f_y A_w k_{y,\theta}^w}{2 h_w} \left[(y_p - t_{fs})^2 + (h_w + t_{fs} - y_p)^2 \right] \quad (19)$$

$$M_{fi,Rd}^{fi} = f_y A_{fi} k_{y,\theta}^{fi} \left(\frac{t_{fi}}{2} + h_w + t_{fs} - y_p \right) \quad (20)$$

$$M_{fi,Rd}^c = b f_{ck} \sum h^n k_{c,\theta}^n (t_c + h_F + y_p - d^n) \quad (21)$$

The bending moment resistance in fire situation is defined as the sum of each element contribution, according to Equation (9).

4.3 Partial interaction

In case of a partial interaction it is assumed that the greatest compressive force that can be transmitted to the concrete slab will be the maximum strength of the shear connectors, which is described by Equation (22).

$$C_{cd,fi} = \Sigma Q_{fi,Rd} \quad (22)$$

For this reason, the concrete slab is not entirely under compression, the parameter a (Figure 3, although the value will not correspond to the PNA position) is such that the sum of the slices forces corresponds to $\Sigma Q_{fi,Rd}$.

Because it is a partial interaction, the strength of the shear connectors is lower than the maximum tensile force which the steel profile can be subjected to, in other words $C_{cd,fi} < T_{ad,fi}^{max}$, characterizing the same expressions of $C_{ad,fi}$ and y_p defined in 4.2, but the contribution to the bending moment resistance of the concrete slab $M_{fi,Rd}^c$ will correspond only to the slices within the compression range a .

Table 2
Calculation parameters

h	313 mm	b	2000 mm
t _w	6.6 mm	t _c	180 mm
b _f	102 mm	h _F	0 mm
t _f	10.8 mm	f _{ck}	30 MPa
f _y	345 MPa	Standard fire resistance requirement	30 min

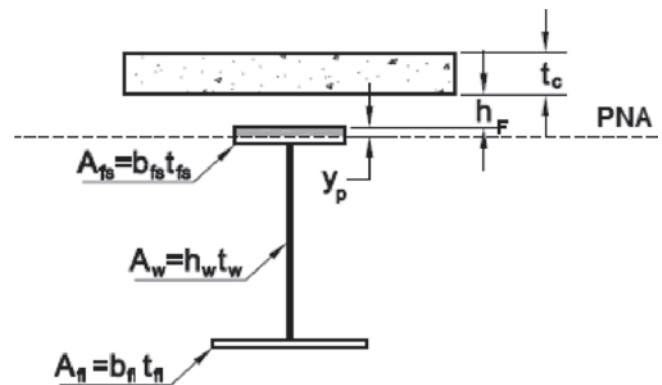


Figure 5
Plastic neutral axis on steel profile upper flange

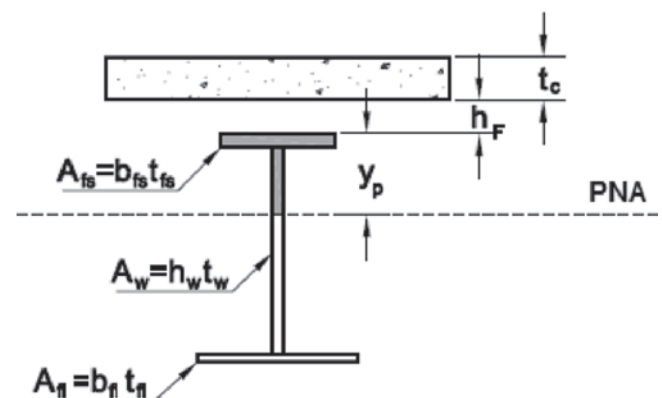


Figure 6
Plastic neutral axis on steel profile web

4.4 Design example

The parameters described in Table 2 represent the design of a W310x32.7 Gerdau profile under a 18 cm concrete slab, other pa-

Table 3

Steel elements temperature and reduction factor

	Lower flange	Upper flange	Web
F	204.8 m ⁻¹	112.2 m ⁻¹	303.0 m ⁻¹
θ	834 °C	824 °C	837 °C
k _{y,θ}	0.09	0.10	0.09

Table 4

Concrete slab temperature and reduction factor

Slice	h	θ	k _{c,θ}
1	100 mm	60	1.00
2	20 mm	80	1.00
3	5 mm	110	1.00
4	5 mm	125	0.99
5	5 mm	140	0.98
6	5 mm	160	0.97
7	5 mm	180	0.96
8	5 mm	210	0.94
9	5 mm	250	0.90
10	5 mm	300	0.85
11	5 mm	350	0.80
12	5 mm	415	0.73
13	5 mm	470	0.65
14	5 mm	535	0.55

Table 5

Partial results for positive bending moment resistance

$C_{cd,fi}^{max}$	10290.8 kN
$T_{ad,fi}^{max}$	133.4 kN
a	0.22 cm
$M_{fi,Rd}^c$	14.8 kN.cm
$M_{fi,Rd}^{fs}$	682.2 kN.cm
$M_{fi,Rd}^w$	2032.3 kN.cm
$M_{fi,Rd}^{fi}$	1717.0 kN.cm
$M_{fi,Rd}$	44.5 kN.m

rameters are described in 1.3. The calculation of the temperature in each structural element is summarized in Table 3 and Table 4. Table 5 indicates other partial results. Note that for this case the plastic neutral axis is located on the concrete slab.

5. Negative bending moment resistance

ABNT NBR 14323 [1] suggests to neglecting the concrete slab and the longitudinal reinforcement present in the effective width in sections under negative bending moment, resisting only the steel profile cross section and, of course, resulting in very conservative resistance values. In order to evaluate the effect of the longitudinal reinforcement on the slab near the supports this suggestion will not be followed, and the negative bending moment resistance will be determined according to the general recommendation of EN-1994-1-2 [15], by plasticity theory taking into account the variation of the materials properties by temperature.

ABNT NBR 15200 [16] defines reduction factors lower than 1.00 for CA-50 steel only for temperatures above 400 °C and, noting Table 1, the upper slices of the concrete slab do not reach that temperature. It is concluded that the reinforcement located near the top layer of the concrete slab does not suffer a reduction of its capacity even for high values of standard fire resistance requirement; in this way the maximum tensile strength allowed in the negative longitudinal reinforcement within the effective width will be the same as in room temperature, determined by Equation (23).

$$T_{ds} = A_{sl} f_{sd} \tag{23}$$

At Equation (23):

A_{sl} is the total cross sectional area of longitudinal reinforcement within the slab effective width;

f_{sd} is the reinforcement steel design yield strength at room temperature. If the reinforcement ratio is too high resulting in $T_{ds} \geq T_{ad,fi}^{max}$, the entire steel profile will be compressed and the bending moment resistance will be the result from the force couple of the reinforcement and the steel profile. In this case, to ensure that the following formulations do not result in negative values, assume $T_{ds} = T_{ad,fi}^{max}$. The tensile strength of the steel profile $T_{ad,fi}$ is given by Equation (24) in order to balance the tensile and compression forces in the cross section.

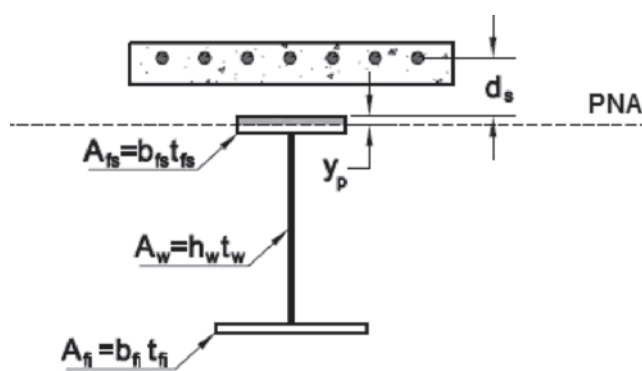


Figure 7

Plastic neutral axis on steel profile upper flange, negative bending moment

$$T_{ad,fi} = \frac{1}{2}(T_{ad,fi}^{max} - T_{ds}) \quad (24)$$

If the tensile force in the steel profile is lower than the plastic force

of the upper flange, that is $T_{ad,fi} \leq f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}$, the PNA is

located on the upper flange and its position relative to the upper face of the steel profile y is defined by Equation (25).

$$y_p = \frac{T_{ad,fi}}{f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}} t_{fs} \quad (25)$$

Equations (26) to (29) indicate the contribution for the bending moment resistance of each element, relative to the PNA.

Figure 7 shows the position of the plastic neutral axis.

$$M_{fi,Rd}^{fs} = \frac{f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}}{2 t_{fs}} \left[y_p^2 + (t_{fs} - y_p)^2 \right] \quad (26)$$

$$M_{fi,Rd}^w = f_y A_w k_{y,\theta}^w \left(\frac{h_w}{2} + t_{fs} - y_p \right) \quad (27)$$

$$M_{fi,Rd}^{fi} = f_y A_{fi} k_{y,\theta}^{fi} \left(\frac{t_{fi}}{2} + h_w + t_{fs} - y_p \right) \quad (28)$$

$$M_{fi,Rd}^{sl} = T_{ds} (d_s + y_p) \quad (29)$$

If $T_{ad,fi} > f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs}$ the plastic neutral axis is located in the steel profile web and its position relative to the upper face of the steel profile is given by Equation (30).

$$y_p = t_{fs} + h_w \left(\frac{T_{ad,fi} - A_{fs} f_y k_{y,\theta}^{fs}}{A_w f_y k_{y,\theta}^w} \right) \quad (30)$$

Equations (31) to (34) indicate the contribution for the bending moment resistance of each element, relative to the PNA.

Figure 8 shows the position of the plastic neutral axis.

$$M_{fi,Rd}^{fs} = f_y A_{fs} k_{y,\theta}^{fs} \left(y_p - \frac{t_{fs}}{2} \right) \quad (31)$$

$$M_{fi,Rd}^w = \frac{f_y A_w k_{y,\theta}^w}{2 h_w} \left[(y_p - t_{fs})^2 + (h_w + t_{fs} - y_p)^2 \right] \quad (32)$$

$$M_{fi,Rd}^{fi} = f_y A_{fi} k_{y,\theta}^{fi} \left(\frac{t_{fi}}{2} + h_w + t_{fs} - y_p \right) \quad (33)$$

$$M_{fi,Rd}^{sl} = T_{ds} (d_s + y_p) \quad (34)$$

The bending moment resistance in fire situation is defined as the sum of each element contribution, according to Equation (35).

$$M_{fi,Rd} = M_{fi,Rd}^{sl} + M_{fi,Rd}^{fs} + M_{fi,Rd}^w + M_{fi,Rd}^{fi} \quad (35)$$

5.1 Design example

Using the parameters already presented in Table 2 and assuming a reinforcement ratio such that $T_{ds} = T_{ad,fi}^{max}$, CA-50 reinforcement steel and the distance d_s of 15.0 cm, the partial results are presented in Table 6.

Table 6

Partial results for negative bending moment resistance

A_{sl}	2.7 cm ²
T_{ds}	133.4 kN
y_p	0 cm
$M_{fi,Rd}^{sl}$	2001.2 kN.cm
$M_{fi,Rd}^{fs}$	20.1 kN.cm
$M_{fi,Rd}^w$	951.5 kN.cm
$M_{fi,Rd}^{fi}$	1088.1 kN.cm
$M_{fi,Rd}$	40.6 kN.m

6. Beam plastic capacity

It is known from the plastic analysis of a fixed beam that the maximum value of the bending moment in the center of the span will be equal to the cross section positive plastification moment and, in the supports, equal to the cross section negative plastification moment. To achieve equilibrium the sum of these two bending moments must be equal to $pL^2/8$.

The maximum distributed load to which the beam can be subjected, before the formation of the plastic hinges in the support and center span, is described by Equation (36);

$$p_{max} = (M_{Rd}^+ + M_{Rd}^-) \frac{8}{L^2} \quad (36)$$

The plastic capacity of the semi-continuous composite beam in fire situation was evaluated by comparing the distributed load in the occurrence of the ultimate limit state, for a 30 min standard fire resistance requirement ($p_{fi,30}$), with the distributed load in the occurrence of the ultimate limit state of the same beam at room temperature, designed as simply supported (p_0). The load factor is

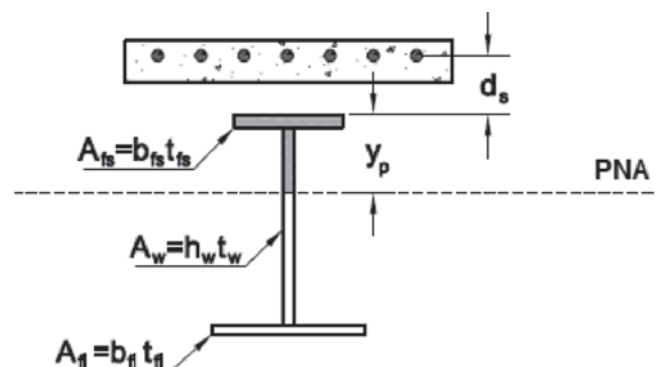


Figure 8

Plastic neutral axis on steel profile web, negative bending moment

defined here as the ratio between these two values, according to Equation (37).

$$\text{load factor} = \frac{p_{fi,30}}{p_0} \quad (37)$$

Since the span is the same in both cases, the load factor of the semi-continuous composite beam is described, as a function of the bending moments, by Equation (38). In the case of a simply supported composite beam there is no contribution of the negative bending moment resistance.

$$\text{load factor} = \frac{M_{Rd,fi30}^+ + M_{Rd,fi30}^-}{M_{Rd,0}^+} \quad (38)$$

7. Results

The following graphs indicate the results in the determination of the beam's fire load capacity, admitting a standard fire resistance requirement of 30 min, of composite beams formed by Gerdaul steel profiles, ranging from lighter to heavier, and the concrete slab thickness (t_c) ranging from 8 to 18 cm. For each profile (x-axis) a point was generated on the graph, these being connected by a line for easier visualization.

Figure 9 indicates the reinforcement ratios required for the development of the highest possible negative bending moment in the supports, varying the concrete slab thickness (t_c) for the Gerdaul profiles W200 series. Figure 10 covers the results for other series of Gerdaul profiles. The following results follow the same format; markers were removed for better visualization.



Figure 9
Reinforcement ratio x analyzed Gerdaul profile, W200 series

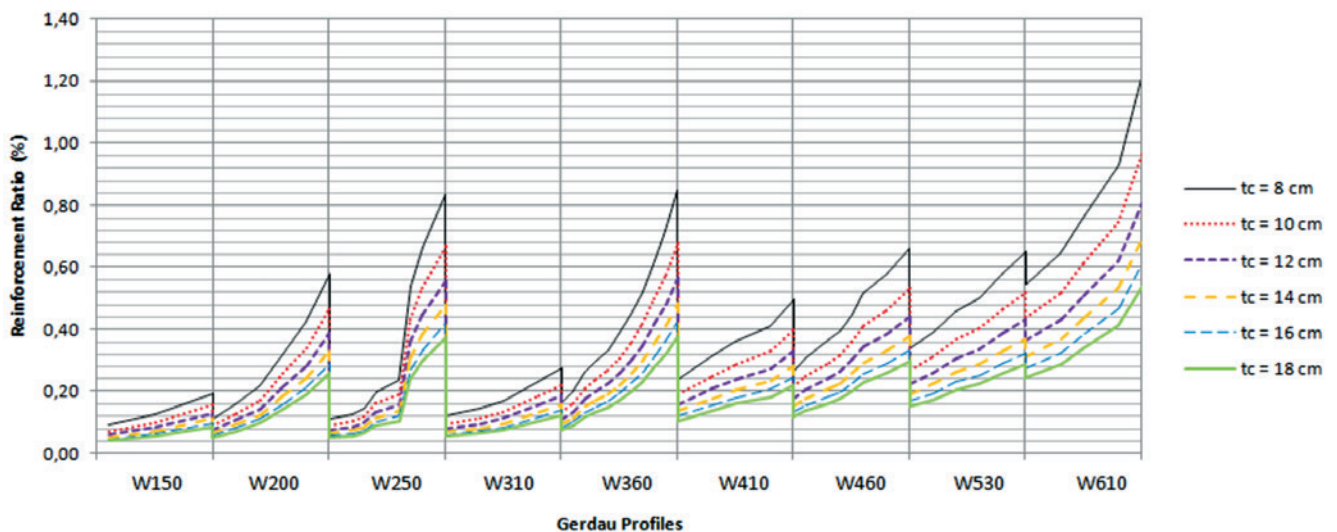


Figure 10
Reinforcement ratio x analyzed Gerdaul profile

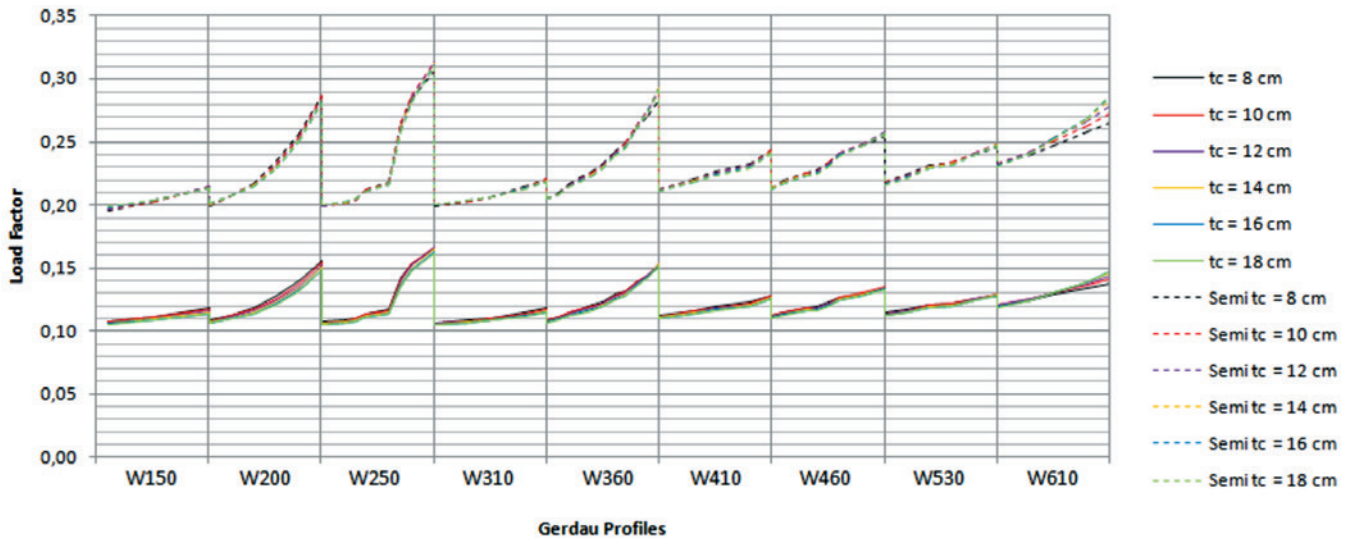


Figure 11
Load factor x analyzed Gerdau profile

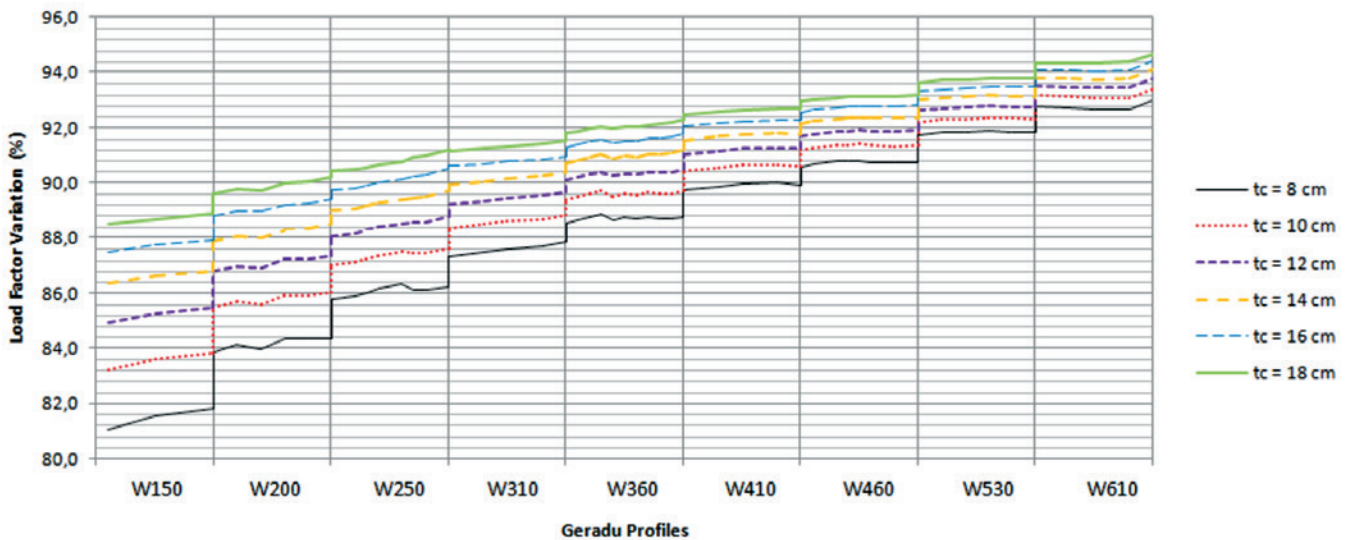


Figure 12
Load factor variation x analyzed Gerdau profile

Note that composite beams with heavier steel profiles in combination with small thickness slabs require higher reinforcement ratios, reaching a maximum value of 1.20%. The values ranged, on average, from 0.18% for the 18 cm slab to 0.41% for the 8 cm slab, which means approximately a reinforcement steel cross section area of 3.2 cm²/m of slab.

In Figure 11 we find the load factor, Equation (38), for each case assuming the maximum possible reinforcement ratios. The filled lines indicate the fire situation analysis for the simply supported cases and the dashed lines for the semi-continuous beam. It can be seen that the variation of the slab thickness has little effect on the results, for each profile series.

The graphic of Figure 12 indicates the load factor variation be-

tween the simply supported and semi-continuous models in fire. In the presented scale it is possible to notice that the slab's thickness has more influence for shorter profiles, but the variation is small, on the 8% order at best.

Although the semi-continuous alternative increases from 80% to 95% the resistance of the composite beam in fire situation, the load factor reaches 0.31 at best, with an average of 0.23.

As a comparison, ABNT NBR 14323 [1] allows, for simplicity, the use of a 0.70 load factor, in terms of internal forces, for the fire ultimate limit state design. A load factor of 0.30 would only be relevant for a building in which live loads were much higher than dead loads, with unusual values. That is, the simply supported or semi-continuous analyzed beams would not support the 30 minute

standard fire resistance requirement without fireproof coatings. This work was developed for a 30 min standard fire requirement resistance and will serve as a basis for future analyzes of lesser values. Although rare, standard fire requirement resistances lower than 30 min may occur when using the time equivalence method [16, 17].

8. Conclusions

It was carried out a study of composite steel and concrete beams behavior in fire considering the rotational stiffness in the supports provided by the negative longitudinal slab reinforcement and restriction of the steel profile lower flange. Generally, composite beams are designed at room temperature as simply supported and the semi-continuity provided by such longitudinal reinforcement, if considered in fire situation, may lead to a lower cost solution for fire protection of composite beams.

From the results presented by the simplified analysis we can conclude:

- Usual slabs anti-cracking meshes reinforcement ratio values are enough to guarantee the maximum negative bending moment capacity of the composite beam so that the only additional action needed to consider the semi-continuity is the restriction of the steel profile lower flange at the support;
- For the 30 minutes standard fire resistance requirement, although there is a significant increase in strength of the semi-continuous beam compared to a simply supported situation, this increase is not enough to dispense fireproof coatings;
- It is still necessary to analyze standard fire resistance requirements lower than 30 minutes that, although rare, may occur when using the time equivalence method.
- Future work should be able to evaluate the indirect thermal stresses impact on the composite beam capacity with aid of nonlinear numerical analyses. Such analyzes will be able to include membrane effects pointed by several authors.

9. References

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 14323: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2013.
- [2] USMANI, A. S.; ROTTER, J. M.; LAMONT, S.; SANAD A. M.; GILLIE M. Fundamental principles of structural behaviour under thermal effects. *Fire Safety Journal*, v.36, p. 721-744. Elsevier, 2001.
- [3] USMANI, A. S.; ROTTER, J. M.; GILLIE M. A structural analysis of the first Cardington test. *Journal of Constructional Steel Research*, v.57, p. 581-601. Elsevier, 2001.
- [4] KODUR V. K. R.; NASER M.; PAKALA P.; VARMA A. Modeling the response of composite beam-slab assemblies exposed to fire. *Journal of Constructional Steel Research*, v.80, p. 163-173. Elsevier, 2013.
- [5] HUANG Z.; LIN S.; FAN M. The effects of protected beams and their connections on the fire resistance of composite buildings. *Fire Safety Journal*, v.78, p. 31-43. Elsevier, 2015.
- [6] WANG Y.; SWAILES T.; MARAVEAS C. A detailed methodology for the finite element analysis of asymmetric slim floor beams in fire. *Steel Construction*, v.5, no. 3. Ernst & Sohn: Berlin, 2012.
- [7] CHIOU Y. J.; LIEN K. H.; WANG R. Z.; HSIAO P. A. Non-linear behaviour of steel structures considering the cooling phase of a fire. *Journal of Constructional Steel Research*, v.65, p.1776-1786. Elsevier, 2009.
- [8] KODUR V. K. R.; NASER M. Z. Effect of local instability on capacity of steel beams exposed to fire. *Journal of Constructional Steel Research*, v.111, p.31-42. Elsevier, 2015.
- [9] NGUYEN T. T.; TAN K. H. Experimental and numerical evaluation of composite floor systems under fire conditions. *Journal of Constructional Steel Research*, v.105, p.86-96. Elsevier, 2015.
- [10] IOANNIDES S. A.; MEHTA S. Restrained versus unrestrained fire ratings for steel structures - a practical approach. *Modern Steel Construction*. Chicago: AISC, 1997.
- [11] FAKURY R. H.; CASAS E. B.; PACÍFICO F. F.; ABREU L. M. P. Design of semi-continuous composite steel-concrete beams at the fire limit state. *Journal of Constructional Steel Research*, v.61, p.1094-1107. Elsevier, 2005.
- [12] FISCHER E. C.; VARMA A. H. Fire resilience of composite beams with simple connections: Parametric studies and design. *Journal of Constructional Steel Research*, v.128, p.119-135. Elsevier, 2017.
- [13] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- [14] ALBUQUERQUE, G. B. M. L. Dimensionamento de vigas de concreto armado em situação de incêndio. 246f. Tese (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- [15] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 1994-1-2: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – part 1-2: General rules - Structural fire design. Brussels: CEN, 2005.
- [16] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15200: Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. Rio de Janeiro, 2012.
- [17] SILVA, V. P. Projeto de Estruturas de Concreto em Situação de Incêndio. São Paulo: Editora Blucher, 2012.

Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation

Momento último de vigas de concreto protendido: validação e cálculo do erro do modelo

M. W. MOURA^a
mwmoura@gmail.com

M. V. REAL^a
mvrealgm@gmail.com

D. D. LORIGGIO^b
d.loriggio@gmail.com

Abstract

In this work a computational model is presented to evaluate the ultimate bending moment capacity of the cross section of reinforced and prestressed concrete beams. The computational routines follow the requirements of NBR 6118: 2014. This model is validated by comparing the results obtained with forty-one experimental tests found in the international bibliography. It is shown that the model is very simple, fast and reaches results very close to the experimental ones, with percentage difference of the order of 5%. This tool proved to be a great ally in the structural analysis of reinforced and prestressed concrete elements, besides it is a simplified alternative to obtain the cross section ultimate bending moment.

Keywords: reinforced concrete, prestressed concrete, ultimate bending moment, beams.

Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo computacional que calcula o momento resistente último de seções transversais de vigas de concreto armado e protendido. As rotinas computacionais seguem as prescrições da NBR 6118: 2014. Este modelo é validado através da comparação dos resultados obtidos com quarenta e um ensaios experimentais encontrados na bibliografia internacional. É mostrado que o modelo é bastante simples, rápido e atinge resultados muito próximos dos experimentais, com diferença percentual da ordem de 5%. Esta ferramenta se mostrou uma grande aliada na análise de elementos estruturais de concreto armado e protendido, além de uma alternativa simplificada para obtenção do momento de ruína da seção transversal.

Palavras-chave: concreto armado, concreto protendido, momento resistente último, vigas.

^a Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, Brasil;

^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introduction

One of the assumptions of structural analysis is to have at hand a good mathematical model that satisfactorily represents the behavior of the structural element. Thus, in this article, we will present the validation of a mathematical model that calculates the ultimate flexural strength of cross sections of reinforced and prestressed concrete beams.

In this validation, the model results are compared to 41 experimental tests. The determination of the flexural response of the prestressed concrete structures requires initial conditions such as compatibility of deformations, geometric and material properties and equilibrium equations. In this way, it is possible to formulate a mathematical model to obtain the ultimate bending moment M_{Rd} . The developed model allows the nonlinear analysis of prestressed concrete beams with adherence for two types of cross-section: rectangular and T. An iterative procedure, which uses the secant method, is applied to obtain the depth of the neutral axis, during the process of calculating the bending moment that causes the cross-section failure.

To conclude, it will be shown that this model presents good results and, therefore, can be used as a simple and fast way of calculating the ultimate flexural strength of prestressed concrete beams.

2. Prestressed concrete beams – ultimate flexural strength evaluation

Prestressed concrete beams generally exhibit three distinct behavioral phases when subjected to increasing static loads until failure. Figure 1 shows a beam under flexural test and Figure 2 shows the behavior of a prestressed concrete beam with adherent tendons subjected to this test.

2.1 Stage I: linear elastic

The linear elastic regime corresponds to the interval between the beginning of the loading and the load that causes the cracking of concrete, F_r . In this case, the concrete, the non-prestressed steel and the prestressed steel have a linear elastic behavior and the tensile stress in the concrete does not exceeds its tensile strength in bending. Through Figure 3 it is possible to see that all the cross-sectional area collaborates in the balancing of the internal forces.

2.2 Stage II: cracked cross-section

This stage is achieved after loading on the beam reaching the load

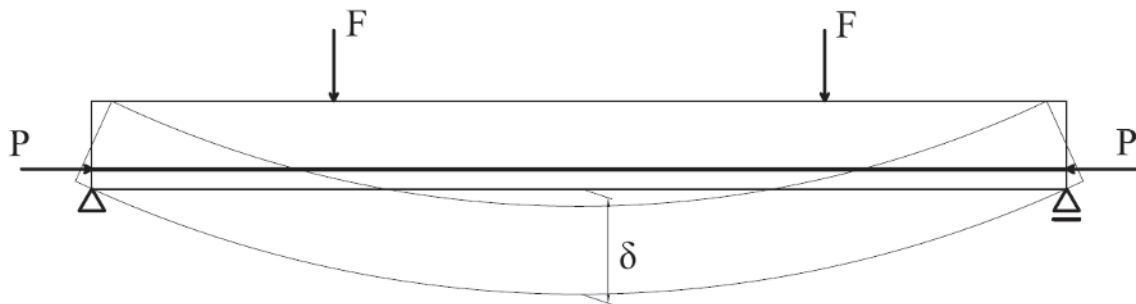


Figure 1 Flexural test of a prestressed beam

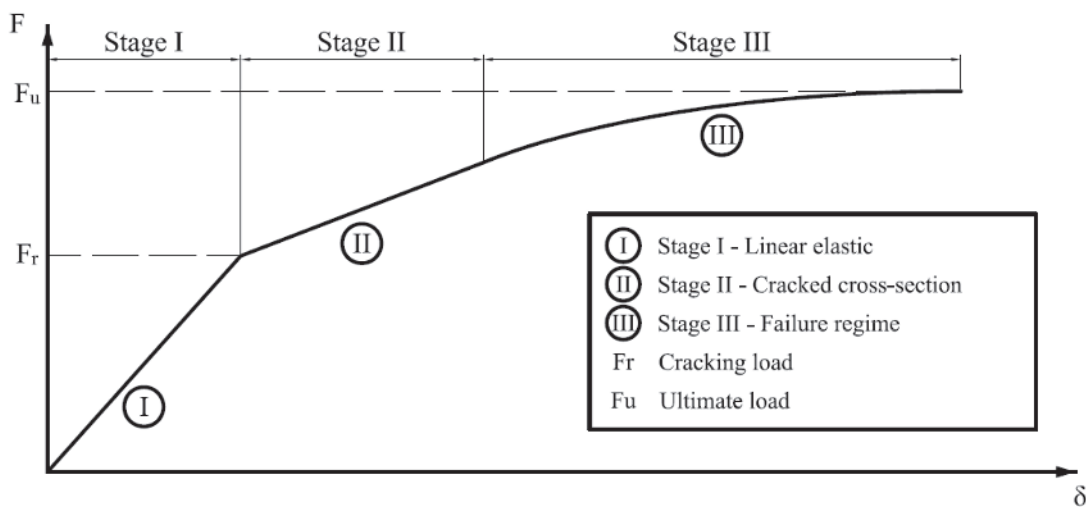


Figure 2 Stages of a beam flexural test (load x deflection)

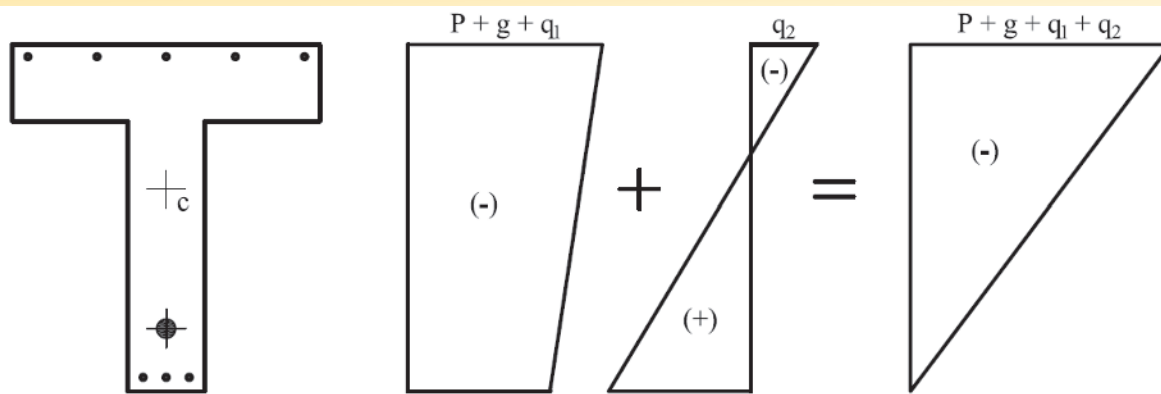


Figure 3
Stresses in the cross-section at Stage I

F_r that causes cracking. The materials continue to work in the elastic regime, but the tensile stress in the concrete is greater than its tensile strength in the bending and thus only steel is considered to withstand tensile stresses in the member cross-section (Figure 4). The cross-section is cracked.

2.3 Stage III: failure mode

As the load increases, the materials exhibit different behavior from the other phases until failure. The concrete presents non-linear behavior, the reinforcement reaches the limit of yielding and the

concrete has tensile stresses greater than the tensile strength of the concrete in bending. It is assumed (Figure 5) that the stress distribution in the concrete occurs according to a parabola-rectangle diagram. Only the compressed concrete zone contributes to resistance to the internal forces.

3. Cross-section geometry

The developed numerical model applies to rectangular and T cross-sections, for any number of layers of non-prestressed and prestressed reinforcement. The dimensions of the section are

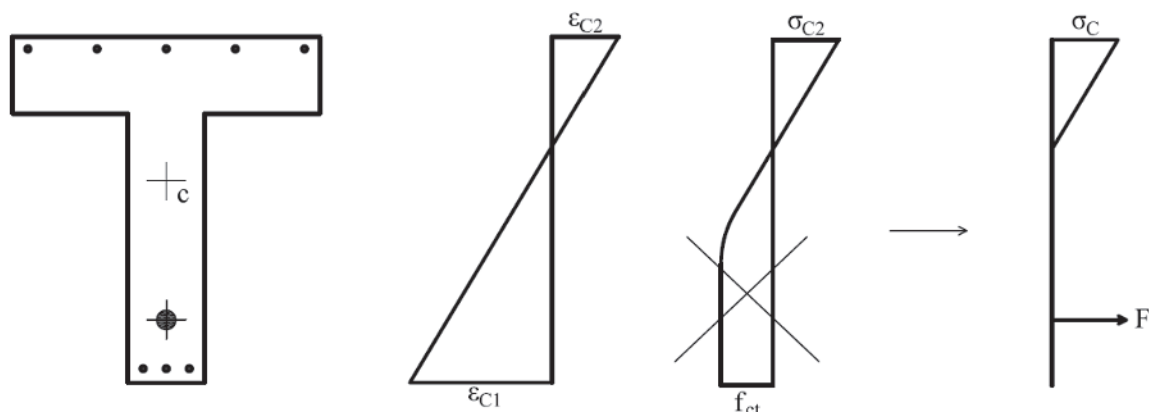


Figure 4
Stresses in the cross-section at Stage II

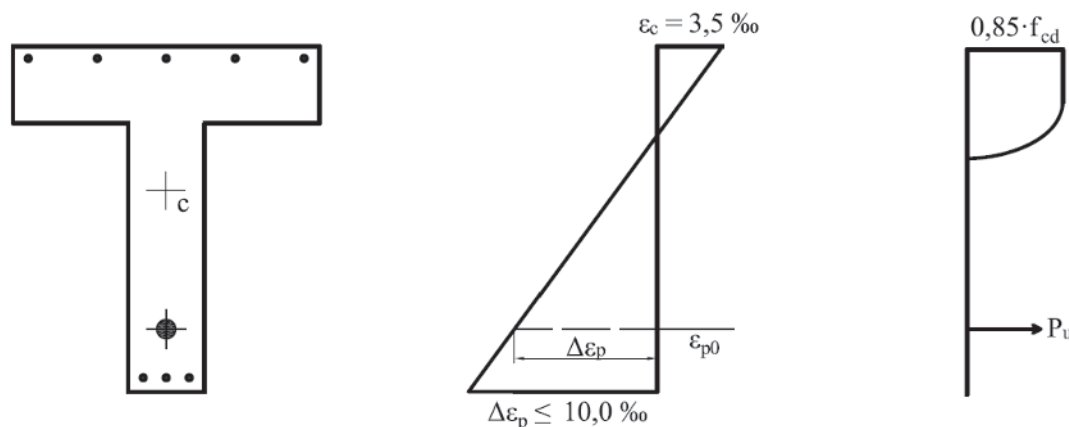


Figure 5
Stresses in the cross-section at Stage III for concrete class up to C50

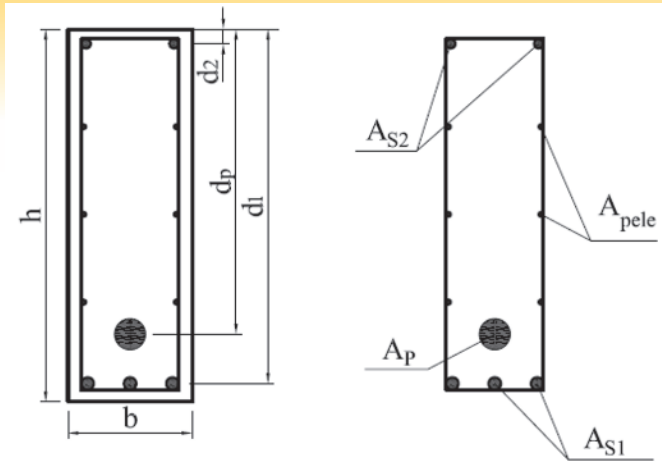


Figure 6
Cross-section geometry and reinforcements

taken as input data of the model. Values referring to web width (b_w), flange width (b_f), total section height (h) and flange height (h_f) should be entered.

Figure 6 and 7 are presented to illustrate the elements that compose the geometry of a typical rectangular and T cross-section, correspondingly. The position and identification of the non-prestressed and prestressed reinforcement are also showed in these figures.

- b is the web width;
- h is the cross-section total height;
- A_{s1} is the area of non-prestressed tension reinforcement;
- A_{s2} is the area of non-prestressed compression reinforcement;
- A_p is the area of prestressed tension reinforcement;
- A_{pele} is the area of skin reinforcement;
- d_i is the effective depth = distance from extreme-compression fiber to centroid of reinforcement layer "i".
- b_f is the flange width;
- b_w is the web width;
- h is the cross-section total height;
- h_f is the flange thickness;
- d_i is the effective depth = distance from extreme-compression fiber to centroid of reinforcement layer "i".
- A_{s1} is the area of non-prestressed tension reinforcement;
- A_{s2} is the area of non-prestressed compression reinforcement;

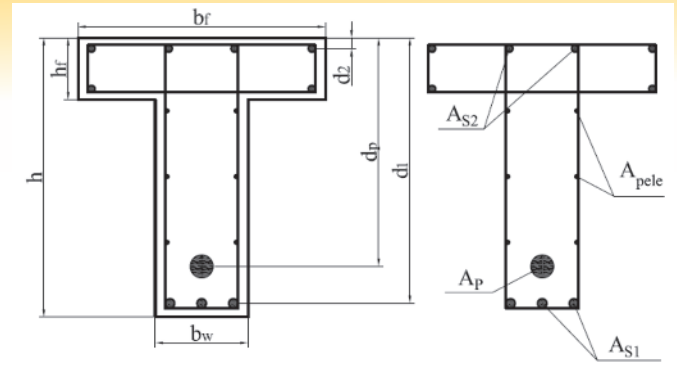


Figure 7
T cross-section geometry and reinforcements

- A_p is the area of prestressed tension reinforcement;
- A_{pele} is the area of skin reinforcement.

4. Fundamental assumptions

Since the evaluation of the flexural strength of prestressed concrete beams aims to determine the ultimate bending moment M_{Rd} , for a given cross-section, where the dimensions, reinforcement and material properties are previously known, the analysis is carried out in Stage III. Below are presented the fundamental hypotheses for analysis at such stage.

The cross-sections initially plane and normal to the beam axis remain plane and normal in relation to the deformed axis.

There is perfect adherence between prestressed and non-prestressed reinforcement and the concrete surrounding them.

The strain distribution diagram in the failure regime shall comply with the provisions of NBR-6118:2014, ABNT [3], see Figure 8.

The previous elongation must be included in the deformation of the prestressed reinforcement.

$$\epsilon_{p0} = \frac{P_\infty}{E_p \cdot A_p} + \frac{\sigma_{c,p}}{E_c} \tag{1}$$

Where:

P_∞ is the prestressing force;

E_p is the prestressed reinforcement modulus of elasticity;

$\sigma_{(c,p)}$ is the compression stress in the concrete caused by the pre-

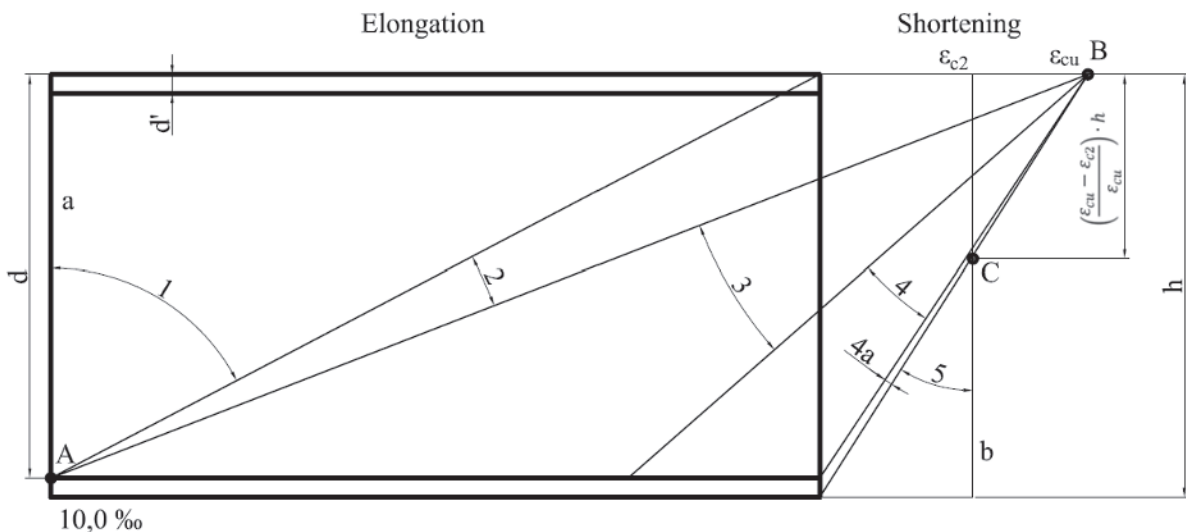


Figure 8
Strain distribution diagram at failure – adapted from NBR-6118:2014, ABNT [3]

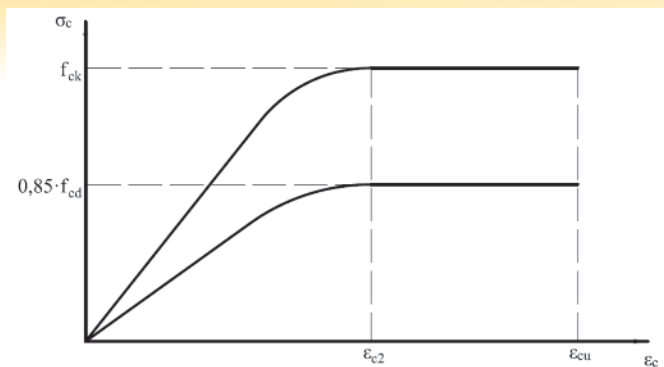


Figure 9
Stress-strain relationship for concrete in compression

stress at the centroid of the prestressed reinforcement;

E_c is the concrete modulus of elasticity.

The tensile strength of the concrete is neglected.

For the purposes of simplification, according to NBR-6118: 2014, ABNT [3], a rectangular stress diagram with a depth of $0.8 \cdot x$ for concrete class up to C50 is allowed, where x is the depth of the neutral axis. Figures 9, 10 and 11 illustrate the constitutive relations, respectively, of the concrete, the non-prestressed reinforcement and the prestressed reinforcement.

In the case of concrete, for analysis in the ultimate limit state, the idealized tensile-strain diagram shown in Figure 9 can be used. The compressive stresses in concrete should obey equation (2).

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (2)$$

For concrete classes up to C50, the value adopted for the strain of concrete at the maximum stress is $\epsilon_{c2} = 2,0\%$, and the strain at failure is equal to $\epsilon_{cu} = 3,5\%$.

The stress-strain relationship shown in Figure 10 is elastic-perfectly plastic and recommended by NBR-6118:2014, ABNT [3], for calculation in the service and ultimate states. The ultimate strain ϵ_u applied in this case for passive reinforcement is equal to 10%. For calculations in the service and ultimate limit states, NBR-6118:2014, ABNT [3], allows using the simplified bilinear strain-strain relationship according to Figure 11.

Where:

f_{pyk} : nominal yielding strength of prestressed steel reinforcement;

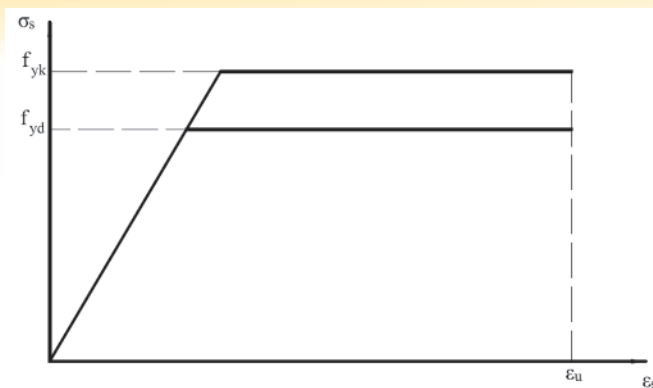


Figure 10
Stress-strain relationship for non-prestressed steel reinforcement

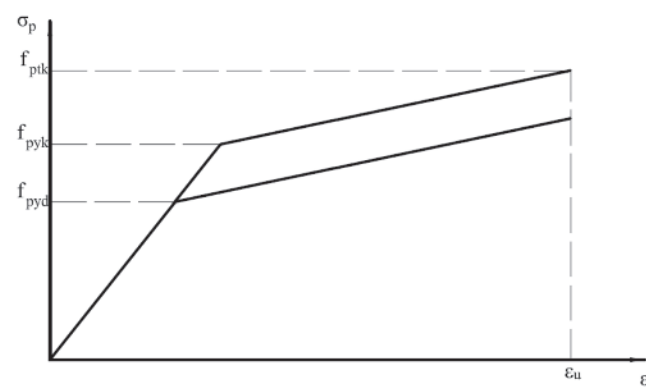


Figure 11
Stress-strain relationship for the prestressed steel reinforcement

f_{ptk} : nominal tensile strength of prestressed steel reinforcement;
 ϵ_u : strain at failure of prestressed steel reinforcement.

5. Calculation of the ultimate flexural strength

The two equilibrium equations required for the calculation of the ultimate bending moment use the basic assumptions and simplifications

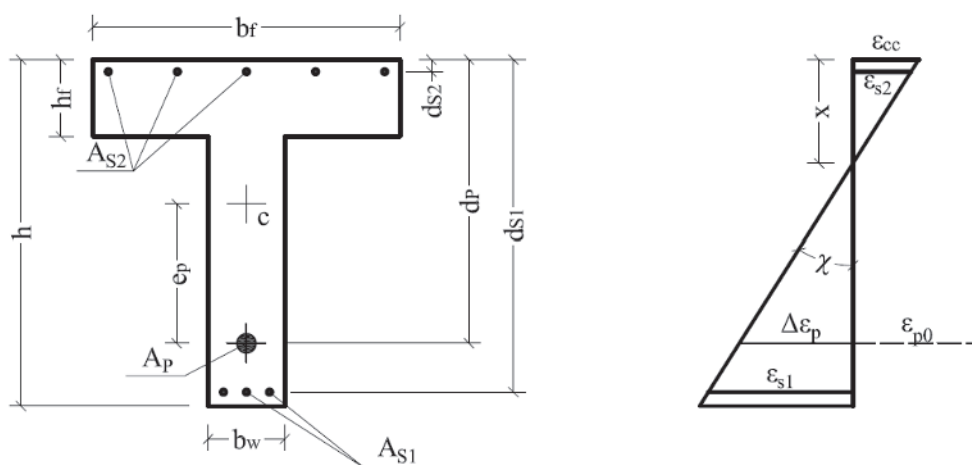


Figure 12
State of strain

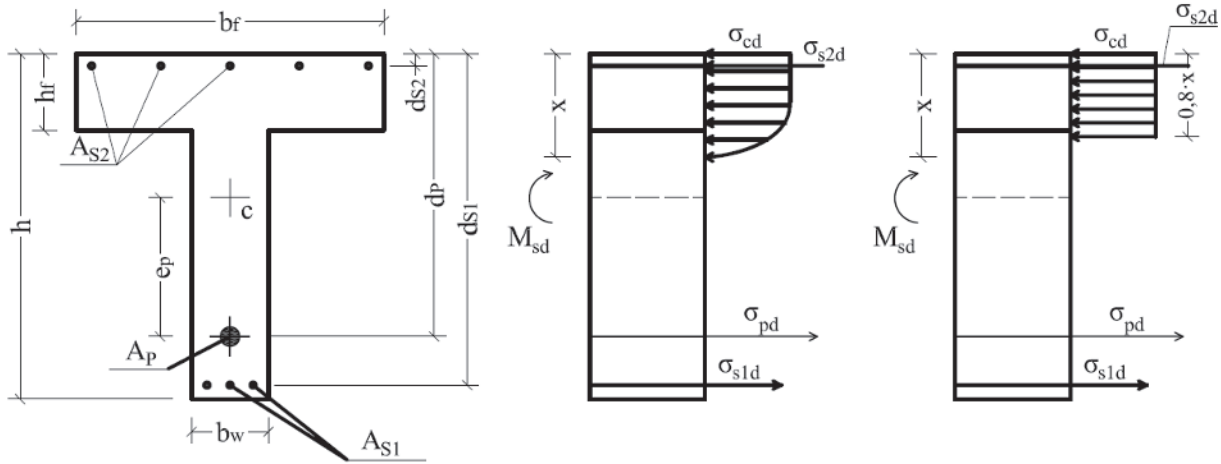


Figure 13
State of stress

allowed in NBR-6118:2014, ABNT [3].

The methodology used allows the computation of the ultimate bending moment for several layers of non-prestressed and prestressed reinforcement, however, since it is a very common case, Figures 12, 13 and 14 show only one layer of non-prestressed tension reinforcement, a layer of non-prestressed compression reinforcement and a prestressed reinforcement layer.

Observing Figures 12, 13 and 14 and assuming that the safety condition, $M_{sd} = M_{rd}$, is satisfied, it becomes possible to make the following considerations.

From Figure 12, the calculation of the strains can be made from:

$$\epsilon_{cc} = \chi \cdot x \tag{3}$$

$$\epsilon_{s2} = \chi \cdot (x - d_{s2}) \tag{4}$$

$$\epsilon_{s1} = \chi \cdot (d_{s1} - x) \tag{5}$$

$$\Delta\epsilon_p = \chi \cdot (d_p - x) \tag{6}$$

$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \Delta\epsilon_p \tag{7}$$

From Figure 13, the calculation of the stresses can be done from the equations:

$$\sigma_{s1d} = E_s \cdot \epsilon_{s1} = E_s \cdot \chi \cdot (d_{s1} - x), \text{ if } \epsilon_{s1} < \epsilon_{yd} \tag{8}$$

$$\sigma_{s1d} = f_{yd}, \text{ if } \epsilon_{s1} \geq \epsilon_{yd} \tag{9}$$

$$\sigma_{s2d} = E_s \cdot \epsilon_{s2} = E_s \cdot \chi \cdot (x - d_{s2}), \text{ if } \epsilon_{s2} < \epsilon_{yd} \tag{10}$$

$$\sigma_{s2d} = f_{yd}, \text{ if } \epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd} \tag{11}$$

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + \frac{(f_{ptd} - f_{pyd})}{(\epsilon_{ptd} - \epsilon_{pyd})} \cdot (\epsilon_{pd} - \epsilon_{pyd}), \text{ if } \epsilon_{pd} \geq \epsilon_{pyd} \tag{12}$$

Using the simplification of the rectangular diagram $0,8 \cdot x$ and $\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$, the resultant forces on concrete and non-prestressed and prestressed reinforcement will be given by:

$$R_{cd} = \sigma_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_f \tag{13}$$

$$R_{s2d} = \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} \tag{14}$$

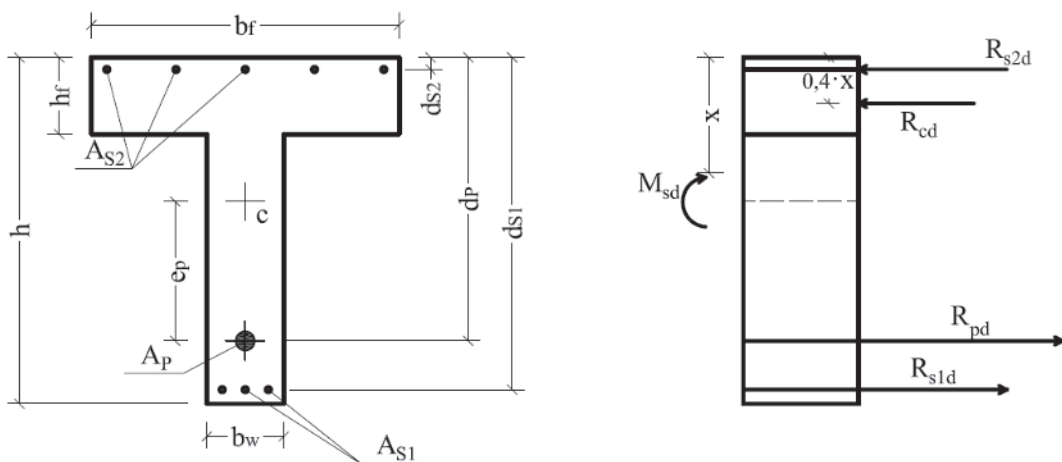


Figure 14
Resultant forces acting on the cross-section

$$R_{s1d} = \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} \quad (15)$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \quad (16)$$

In the cross-section, the balance of forces and moments comes from the cross-section, the balance of forces and moments comes from $\sum F_h = 0$ and $\sum M_{cc} = 0$. The sum of moments will be made around the centroid of the concrete compression zone that is at a distance of $0,4 \cdot x$ from the compressed edge.

$$\sum F_h = 0 \therefore R_{cd} + R_{s2d} - R_{pd} - R_{s1d} = 0 \quad (17)$$

$$\sum M_{cc} = 0 \therefore R_{pd} \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + R_{s1d} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + R_{s2d} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (18)$$

Where M_{Rd} is the ultimate bending moment of the cross-section. Expanding equations 17 and 18 in the form of stress and making some simplifications, we have:

$$0,8 \cdot \sigma_{cd} \cdot x \cdot b_f + \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} - \sigma_{pd} \cdot A_p - \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} = 0 \quad (19)$$

$$\sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (20)$$

Equation 19 serves to find the depth of the neutral axis x , and consequently, the ultimate bending moment of the section is found in Equation 20. However, the depth of the neutral axis cannot be found directly because the stresses are also functions of x . Then, it is necessary to use an iterative numerical process, the secant method, to solve the problem.

Equation 19 can be written generically in the form $f(x) = 0$, where:

$$f(x) = 0,8 \cdot \sigma_{cd} \cdot b_f \cdot x + A_{s2} \cdot \sigma_{s2d}(x) - A_p \cdot \sigma_{pd}(x) - A_{s1} \cdot \sigma_{s1d}(x) \quad (21)$$

The secant method is an iterative procedure used for the root solution of an Equation (See, for example, ARAÚJO [2]). In this context, the root of Equation 21 should be in the interval $[0, d_{s1}]$,

which encompasses the domains of deformation for simple bending. The bounds of the range where the root is located are $x_0 = 0$ and $x_u = d_{s1}$. Hence, the function $f(x)$ values at the extremes are $f(x_0) = f_0$ and $f(x_u) = f_u$, respectively, as shown in Figure 15. As can be seen, the first approximation x_1 to the root of the function is taken as the intersection of the line through the function ends and the axis of the abscissa.

The value of x_1 is given by:

$$x_1 = \frac{x_0 \cdot f_u - x_u \cdot f_0}{f_u - f_0} \quad (22)$$

Then $f_1 = f(x_1)$ is calculated and the convergence is tested. For the convergence to be satisfied and the solution to the problem to be found, the absolute value of the calculated root must be less than a pre-established tolerance $|f_1| < \text{tol}$. This tolerance, tol , can be as small as you wish.

In case that convergence is not achieved, the evaluation interval should be reduced. For this, it is tested whether the product $f_1 \cdot f_0 > 0$ and if it is true, as shown in Figure 15, the new evaluation interval is $[x_1, x_u]$, otherwise $[x_0, x_1]$.

With the new interval, smaller than the previous one, the procedure is repeated and a new value of x is now found, x_2 , and, again convergence is verified. These steps are repeated until the tolerance reaches the expected value.

Knowing the depth of the neutral axis, we find the ultimate bending moment of the cross-section using Equation 20.

6. Model validation

We present below experimental results in the literature for the ultimate bending moment of prestressed concrete beams with initial adherence, denominated here as $M_{u,exp}$. Then, the ultimate flexural strength of the beams, called $M_{u,calc}$, is calculated using the numerical model. Thus, it was possible to compare the obtained results and to analyze the limitations of the model.

6.1 Experimental results

Forty-one concrete beams with adherent prestressing were

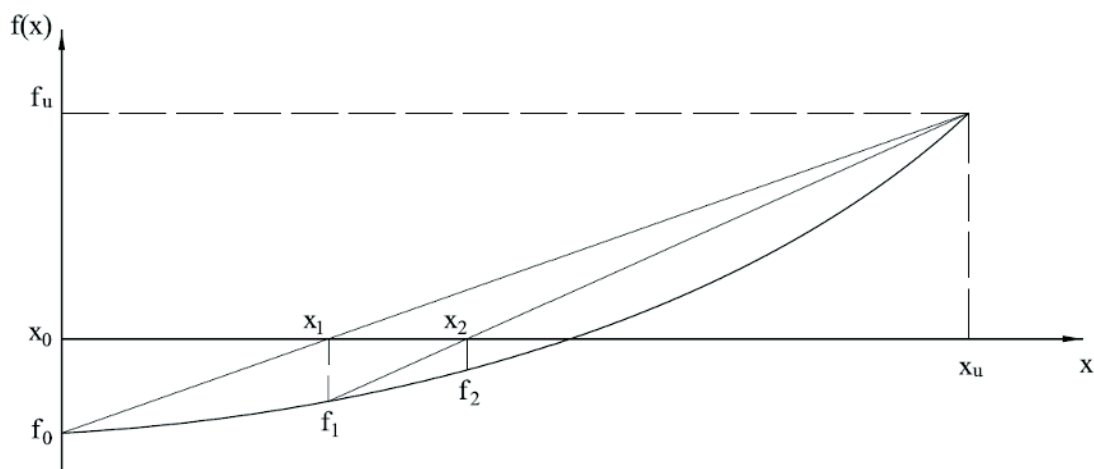


Figure 15
Secant method – adapted from ARAÚJO [2]

evaluated. They are presented in Table 1. There are 27 beams of BILLET [4], 6 of FELDMAN [5], 3 of WARWARUK [12], 3 of TAO and DU [11] and 2 of MATTOCK [8] classified according to the author of tests.

b : is the beam web width;

b_f : is the beam flange width;

h : is the beam height;

h_f : is the beam flange height;

d_p : is the effective depth of the prestressed reinforcement;

d_s : is the effective depth of the non-prestressed reinforcement;

A_p : is the prestressed steel reinforcement area;

A_s : is the non-prestressed steel reinforcement area;

f_c : is the mean value of the concrete compressive strength;

f_{pt} : is the mean value of the prestressed steel reinforcement tensile strength;

f_{py} : is the mean value of the prestressed steel reinforcement yielding strength;

f_y : is the mean value of the non-prestressed steel reinforcement yielding strength;

E_p : is the modulus of elasticity of the prestressed steel reinforcement;

E_s : is the modulus of elasticity of the non-prestressed steel reinforcement;

f_{se} : is the effective stress applied to the prestressing tendons.

For the calculation of the pre-elongation of the prestressed reinforcement, it is enough to do:

$$\varepsilon_{p0} = \frac{f_{se}}{E_p} \tag{23}$$

The modulus of elasticity E_p measured in the tests carried out by BILLET [4] was equal to 20684.27 kN/cm².

Table 1

Data from the beams tested by BILLET [4]

Beam	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
B1	15.24	30.48	23.14	1.497	3.79	169.34	142.03	74.33	49.975
B2	15.62	30.86	24.21	0.748	3.74	169.27	142.03	80.53	29.679
B3	15.24	30.78	24.43	0.374	2.59	169.34	142.03	82.74	15.361
B4	15.49	30.71	23.34	1.497	2.37	169.34	142.03	78.53	45.162
B5	15.49	30.63	23.70	1.606	3.90	171.68	151.55	78.67	55.602
B6	15.39	30.63	20.62	2.206	2.03	171.68	151.55	79.98	50.938
B7	15.57	30.81	20.55	3.013	4.07	171.68	151.55	77.77	72.943
B8	15.57	30.63	20.29	3.013	2.26	171.68	151.55	77.84	67.167
B9	15.39	30.63	23.44	1.510	4.36	165.47	142.51	13.72	47.725
B10	15.39	30.56	22.89	0.381	2.43	165.47	142.65	13.10	13.314
B11	15.39	30.63	23.39	1.510	2.70	165.47	142.51	14.07	47.223
B12	15.39	30.81	21.16	2.832	3.83	165.47	142.65	14.07	62.029
B13	15.29	30.73	20.70	2.077	2.59	165.47	142.51	14.62	48.023
B14	15.24	30.68	20.29	2.832	2.59	165.47	142.51	13.93	53.094
B15	15.32	30.71	23.60	1.510	3.94	165.47	142.65	103.42	48.308
B16	15.27	30.51	22.86	0.381	2.30	165.47	142.65	103.63	14.141
B17	15.24	30.51	23.09	1.510	3.16	165.47	142.65	104.11	45.894
B18	15.24	30.38	21.06	2.077	2.83	165.47	142.51	102.59	52.172
B19	15.44	30.66	21.01	2.832	4.29	165.47	142.65	104.32	71.560
B20	15.37	30.81	23.55	1.006	2.63	171.68	151.55	81.77	31.753
B21	15.44	30.66	22.99	1.006	4.52	171.68	151.55	81.36	34.397
B22	15.42	30.66	23.19	2.006	5.26	171.68	151.55	79.43	66.937
B23	15.34	30.56	20.83	3.013	5.65	171.68	151.55	80.88	79.980
B24	15.42	30.58	20.93	2.406	4.22	171.68	151.55	80.25	66.964
B25	15.39	30.58	20.35	2.006	2.25	171.68	151.55	78.94	50.165
B26	15.49	30.40	23.55	1.606	0.88	171.68	151.55	80.32	38.993
B27	15.42	30.66	21.23	3.013	3.16	171.68	151.55	81.36	70.136

Table 2

Data of the tests carried out by FELDMAN [5]

Beam	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
F28	15.62	30.56	20.14	1.494	1.72	128.24	97.91	63.78	30.70
F29	15.65	30.58	20.50	2.615	2.95	128.24	97.91	63.91	50.63
F30	15.47	30.73	20.52	0.561	1.99	170.99	137.90	69.71	17.64
F31	15.44	32.26	20.90	1.868	2.38	170.99	137.90	64.88	44.93
F32	15.24	30.81	23.67	1.839	4.95	176.51	169.61	79.50	65.31
F33	15.32	30.66	23.06	1.103	5.74	176.85	163.41	80.60	43.36

The modulus of elasticity E_p measured in the tests by FELDMAN [5] are presented in table 3.

The modulus of elasticity E_p measured in the tests carried out by WARWARUK [12] was equal to 20684.27 kN/cm².

the ability of the method to determine the flexural strength of the midspan cross-section.

The process is carried out with the aid of spreadsheets that use subroutines created in Visual Basic for Application to calculate the stresses and strains of the element, checking the strain diagram at failure and then obtaining the ultimate bending moment of the cross-section.

Table 5: Data of the beams tested by TAO e DU [11]

Table 6: Additional data for the beams tested by TAO e DU [11]

Table 7: Data of the beams tested by MATTOCK [8]

Table 8: Additional data for the beams tested by MATTOCK [8]

Through the developed model, the ultimate bending moment for the forty-one beams was calculated with the purpose of evaluating

Table 3

Modulus of elasticity of the beams tested by FELDMAN [5]

Beam	E_p kN/cm ²
F28	20477.43
F29	20477.43
F30	19925.85
F31	19925.85
F32	20408.48
F33	20408.48

Table 4

Data of the beams tested by WARWARUK [12]

Beam	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
W34	16.00	30.48	23.01	1.361	2.74	184.09	151.68	78.60	40.79
W35	15.27	30.48	23.11	0.587	3.64	184.09	151.68	81.50	22.37
W36	15.39	30.48	23.06	2.335	3.61	184.09	151.68	76.67	64.29

Table 5

Data of the beams tested by TAO e DU [11]

Beam	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
TD37	16.00	28.00	22.00	0.588	3.56	166.00	136.00	92.40	35.00
TD38	16.00	28.00	22.00	1.568	3.56	166.00	136.00	87.90	61.60
TD39	16.00	28.00	22.00	1.960	3.56	166.00	136.00	82.50	71.40

The results are shown in Table 9, where $M_{u,exp}$ is the ultimate bending moment obtained from the experimental results and $M_{u,calc}$ is the ultimate bending moment obtained by the numerical model. To represent the relationship between ultimate bending moments obtained experimentally and those obtained through the model, the Greek letter η is used.

By analyzing the forty-one results of the relation between the experimental ultimate bending moment and those of the model all together, it can be verified that the ratio η presented a mean value equal to 1.0524 and a standard deviation equal to 0.0963.

Figure 16 shows the histogram obtained for the forty-one analyzed beams and Figure 17 shows the graph of adherence of the η ratio to the normal distribution of probabilities. By subjecting the values of η to the Kolmogorov-Smirnov test, ANG and TANG [1], adherence to the Gaussian theoretical model can be demonstrated, since the maximum distance between the values of cumulative probability distribution of the data and the normal curve was below the limit considering a level of significance of 95%. It is possible to note a relative symmetry of the results around the mean, presenting values both below and above. This indicates a non-biased model.

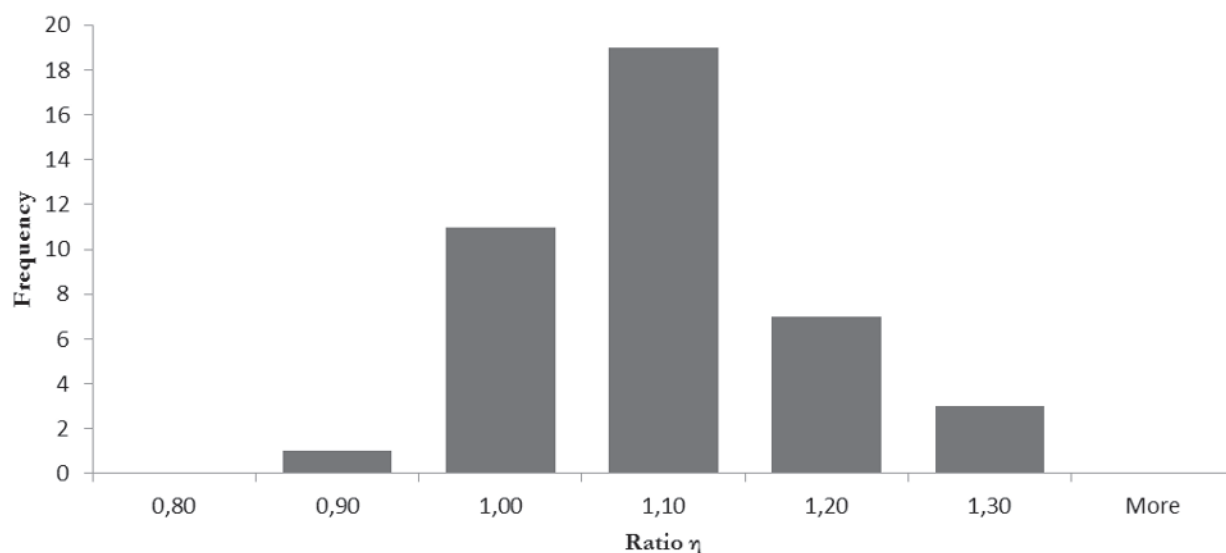


Figure 16
Ratio η histogram

Table 6
Additional data for the beams tested by TAO e DU [11]

Beam	E_p kN/cm ²	E_s kN/cm ²	f_y kN/cm ²	A_s cm ²	d_s cm ²
TD37	20000.00	20000.00	26.70	1.57	25.00
TD38	20000.00	20000.00	26.70	2.36	25.00
TD39	20000.00	20000.00	26.70	1.00	25.00

Table 7
Data of the beams tested by MATTOCK [8]

Beam	b cm	h cm	d_p cm	A_p cm ²	f_c kN/cm ²	f_{pt} kN/cm ²	f_{py} kN/cm ²	f_{se} kN/cm ²	$M_{u,exp}$ kN · m
M40	15.24	30.48	25.40	2.534	2.76	192.36	175.89	129.76	93.44
M41	15.24	30.48	25.40	2.534	2.76	192.36	175.89	125.90	103.44

Table 8
Additional data for the beams tested by MATTOCK [8]

Beam	E_p kN/cm ²	E_s kN/cm ²	f_y kN/cm ²	A_s cm ²	d_s cm	b_f cm	h_f cm
M40	19500.00	21000.00	37.71	Sup. 0.62	1.91	-	-
				Inf. 0.62	28.58		
M41	19500.00	21000.00	37.71	Sup. 0.62	1.91	96.52	5.08
				Inf. 0.62	28.58		

6.2 Model error evaluation (θ)

In addition to the inherent variability of the strength of the materials and the forces applied to the structures, the uncertainties inherent to the numerical models adopted in the analysis must be considered. The estimation of the model error followed the recommenda-

tions presented by MAGALHÃES [6] and MAGALHÃES et al [7]. The relationship between the experimental and theoretical results is affected by variations provided by the computational model, by the variability of the random variables of the system and by the inherent variability of the experimental process of the test, and is represented by Equation 24.

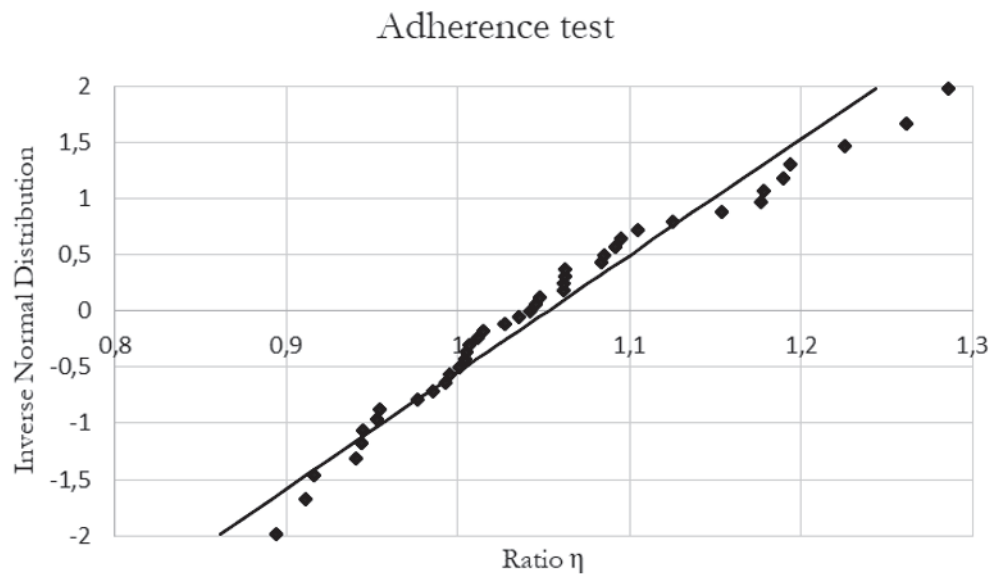


Figure 17
Adherence to Gauss distribution theoretical model

Table 9
Experimental results versus numerical results

Beam	$M_{u,exp}$ [kN · m]	$M_{u,calc}$ [kN · m]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$	Beam	$M_{u,exp}$ [kN · m]	$M_{u,calc}$ [kN · m]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$
B1	49.975	46.049	1.085	B22	66.937	65.933	1.015
B2	29.679	25.226	1.177	B23	79.980	83.915	0.953
B3	15.361	12.872	1.193	B24	66.964	66.650	1.005
B4	45.162	43.951	1.028	B25	50.165	47.249	1.062
B5	55.602	53.684	1.036	B26	38.993	30.326	1.286
B6	50.938	47.026	1.083	B27	70.136	73.456	0.955
B7	72.943	77.557	0.941	F28	30.70	26.056	1.178
B8	67.167	54.800	1.226	F29	50.63	46.377	1.092
B9	47.725	47.467	1.005	F30	17.64	15.678	1.125
B10	13.314	12.157	1.095	F31	44.93	45.150	0.995
B11	47.223	45.071	1.048	F32	65.31	69.177	0.944
B12	62.029	67.702	0.916	F33	43.36	41.489	1.045
B13	48.023	45.198	1.063	W34	40.79	44.74	0.912
B14	53.094	48.060	1.105	W35	22.37	21.060	1.062
B15	48.308	47.966	1.007	W36	64.29	71.916	0.894
B16	14.141	12.260	1.153	TD37	35.00	27.744	1.262
B17	45.894	45.833	1.001	TD38	61.60	58.039	1.061
B18	52.172	52.538	0.993	TD39	71.40	60.004	1.190
B19	71.560	73.274	0.977	M40	93.44	94.840	0.985
B20	31.753	33.621	0.944	M41	109.93	105.484	1.042
B21	34.397	34.005	1.012	-	-	-	-

$$V_{\eta}^2 = V_{model}^2 + V_{batch}^2 + V_{test}^2 \quad (24)$$

Onde:

V_{η} é o coeficiente de variação da razão η ;

V_{model} is the model error coefficient of variation;

V_{batch} is the coefficient of variation of the laboratory test results of the system variables, such as dimensions and resistances;

V_{test} is the coefficient of variation of the results obtained experimentally in the test of the prestressed concrete beams.

$$V_{model} = \sqrt{V_{\eta}^2 - V_{batch}^2 - V_{test}^2} \quad (25)$$

The coefficient of variation of the ratio η was determined through the 41 experimental results ($V_{\eta} = \frac{\sigma_{\eta}}{\mu_{\eta}} = 0.091$). The coefficient of variation of the test must be equal to or less than 0.04, MAGALHÃES [6]. The maximum value was used: $V_{test} = 0.04$.

The batch coefficient of variation was adopted, according to MAGALHÃES [6], as being equal to 0.044 ($V_{batch} = 0.044$).

In these conditions, using Equation 25, the value $V_{model} = 0.068$ was calculated.

In general, the model error has a mean value close to 1.00 and a standard deviation between zero and 0.10, depending on the accuracy of the numerical model.

The mean value of the model error can be evaluated through Equation 26.

$$\mu_{\eta} = \mu_{model} \cdot \mu_{batch} \cdot \mu_{test} \quad (26)$$

As the batch mean value and the test mean value are close to the unit, the mean value of the model error can be calculated through Equation 27.

$$\mu_{model} = \frac{\mu_{\eta}}{\mu_{batch} \cdot \mu_{etest}} = 1.052 \quad (27)$$

According to NOWAK [9], the model error follows a Normal probability distribution, with a mean value between 1.04 and 1.06 for prestressed concrete beams.

Using the model error coefficient of variation ($V_{model} = 0.068$) and the error model mean value ($\mu_{model} = 1.052$), the results for the ultimate flexural strength of the beam can be corrected by the model error estimate (θ_R) randomly generated in each simulation, according to Equation 28. The corrected values of the ultimate bending moment are used in the reliability analysis.

$$M_{u,corr} = \theta_R \cdot M_{u,mod} \quad (28)$$

7. Results and discussion

The methodology used to evaluate the ultimate bending moment of prestressed concrete beams is the traditional model that calculates the ultimate flexural strength of the cross-section based on the assumptions of the plane sections and perfect adherence between steel and concrete. In addition the following premises were also considered: the ultimate strain distribution diagram according to NBR-6118:2014, a rectangular stress diagram for concrete, an elastic-perfectly plastic tension diagram for non-prestressed re-

inforcement steel and a bi-linear stress diagram for prestressed reinforcement steel. The secant method is employed to solve the non-linear system of equations resulting from equilibrium and compatibility conditions.

This methodology is a simplified alternative to obtain the ultimate bending moment of reinforced and prestressed concrete beams that complies with the requirements of NBR 6118: 2014. A satisfactory validation was obtained for this model when compared with experimental results found in the literature.

By observing the results of Table 9, it can be noted that the model for calculation of the ultimate bending moment exposed in this work presents good results.

This tool is a great ally in the analysis of structural elements of reinforced and prestressed concrete, presenting good results and a low computer processing time.

This model will be used in the evaluation of the reliability of beams of prestressed concrete bridges.

8. References

- [1] ANG, A. H.; TANG, W. H. Probability concepts in engineering planning and design. Volume I: basic principles. John Wiley & Sons, 1975.
- [2] ARAÚJO, J. M. Curso de concreto armado, Volume I, II, III e IV. Editora Dunas, 2014.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [4] BILLET, D. F. Study of prestressed concrete beams failing in flexure. 1953. Thesis, University of Illinois.
- [5] FELDMAN, A. Bonded and unbonded prestressed concrete beams failing in flexure. University of Illinois, 1954.
- [6] MAGALHÃES, F. C. A Problemática dos Concretos Não-Conformes e sua Influência na Confiabilidade de Pilares de Concreto Armado. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [7] MAGALHÃES, F.; REAL, M. V.; SILVA FILHO, L. C. P. The problem of non-compliant and its influence on the reliability of reinforced concrete columns. Materials and structures, v. 49, p. 1485-1497, 2016.
- [8] MATTOCK, A. H.; YAMAZAKI, J.; KATTULA, B. T. Comparative study of concrete prestressed beams, with and without bond. ACI Journal, February, 1971.
- [9] NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. Reliability of Structures. MC Graw Hill, 2000.
- [10] ROCHA, R. G.; REAL, M. V.; MOURA, M. W. Estudo da confiabilidade de vigas de concreto protendido. Engenharia (UFF), v. 17, p. 573-587, 2015.
- [11] TAO, X.; DU, G. Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams. Journal of Building Structures, December, 1985.
- [12] WARWARUK, J. Strength in flexure of bonded and unbonded prestressed concrete beams. University of Illinois, 1957.

Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation

Momento último de vigas de concreto protendido: validação e cálculo do erro do modelo

M. W. MOURA^a
mwmoura@gmail.com

M. V. REAL^a
mvrealgm@gmail.com

D. D. LORIGGIO^b
d.loriggio@gmail.com

Abstract

In this work a computational model is presented to evaluate the ultimate bending moment capacity of the cross section of reinforced and prestressed concrete beams. The computational routines follow the requirements of NBR 6118: 2014. This model is validated by comparing the results obtained with forty-one experimental tests found in the international bibliography. It is shown that the model is very simple, fast and reaches results very close to the experimental ones, with percentage difference of the order of 5%. This tool proved to be a great ally in the structural analysis of reinforced and prestressed concrete elements, besides it is a simplified alternative to obtain the cross section ultimate bending moment.

Keywords: reinforced concrete, prestressed concrete, ultimate bending moment, beams.

Resumo

Neste trabalho é apresentado um modelo computacional que calcula o momento resistente último de seções transversais de vigas de concreto armado e protendido. As rotinas computacionais seguem as prescrições da NBR 6118: 2014. Este modelo é validado através da comparação dos resultados obtidos com quarenta e um ensaios experimentais encontrados na bibliografia internacional. É mostrado que o modelo é bastante simples, rápido e atinge resultados muito próximos dos experimentais, com diferença percentual da ordem de 5%. Esta ferramenta se mostrou uma grande aliada na análise de elementos estruturais de concreto armado e protendido, além de uma alternativa simplificada para obtenção do momento de ruína da seção transversal.

Palavras-chave: concreto armado, concreto protendido, momento resistente último, vigas.

^a Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, RS, Brasil;

^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introdução

Uma das premissas da análise estrutural é ter em mãos um bom modelo matemático que represente satisfatoriamente o comportamento do elemento estrutural a ser avaliado. Sendo assim, neste artigo será apresentada a validação de um modelo matemático que calcula o momento resistente último de seções transversais de vigas de concreto armado e protendido.

Nesta validação, os resultados do modelo desenvolvido são comparados a 41 resultados experimentais. A determinação da resposta em flexão das estruturas de concreto protendido necessita de condições iniciais como compatibilidade de deformações, propriedades geométricas e dos materiais e equações de equilíbrio. Dessa forma é possível a formulação de um modelo para obtenção do comportamento deste tipo de estruturas frente ao estado limite último de flexão.

O modelo desenvolvido permite a análise não-linear de vigas de concreto protendido com aderência para dois tipos de seção: retangulares e T. No processo de cálculo do momento de ruptura da seção, utiliza-se para obtenção da profundidade da linha neutra um procedimento iterativo que utiliza o método da secante.

Para finalizar, será mostrado que o modelo utilizado apresenta

bons resultados e, sendo assim, pode ser utilizado como uma maneira simples e rápida de calcular o momento resistente último de vigas de concreto protendido.

2. Análise de vigas protendidas – verificação da capacidade resistente

As vigas de concreto protendido apresentam, em geral, três fases de comportamento distintos quando submetidas a carregamentos estáticos crescentes até a ruína. A Figura 1 mostra uma viga sob ensaio de flexão e a Figura 2 mostra o comportamento de uma viga de concreto protendido com cabos aderentes submetida a este ensaio.

2.1 Estádio I: elástico linear

O regime elástico linear corresponde ao trecho compreendido entre o início do carregamento e a carga que provoca o início da fissuração. Nesse caso, o concreto, o aço passivo e o aço protendido apresentam um comportamento elástico linear e a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência à tração na flexão. Através da Figura 3 é possível perceber que

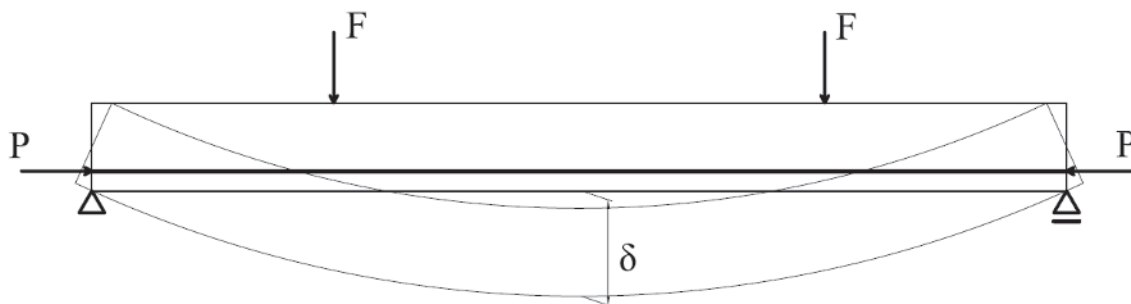


Figura 1 Viga submetida a ensaio de flexão

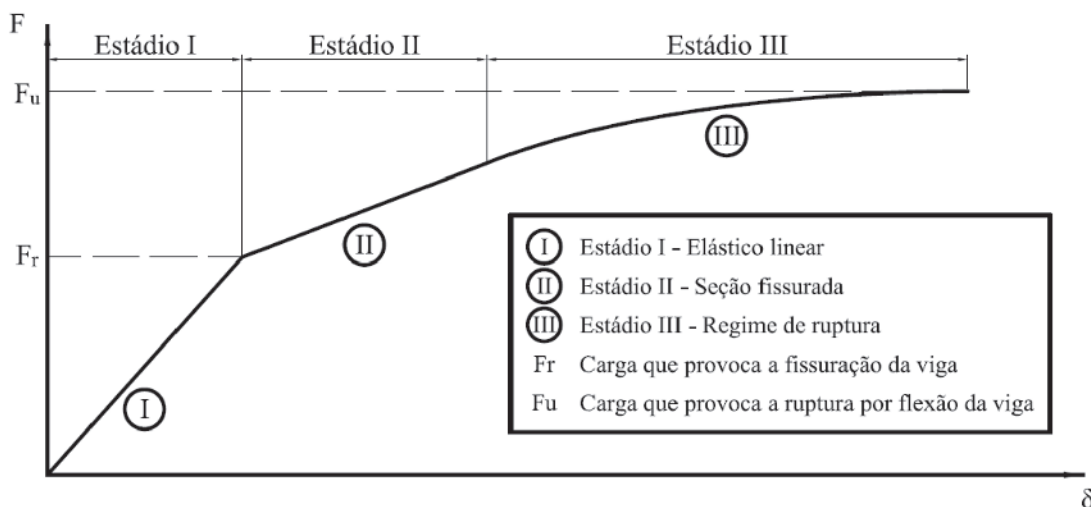


Figura 2 Fases de uma viga em ensaio de flexão (carga x deslocamento)

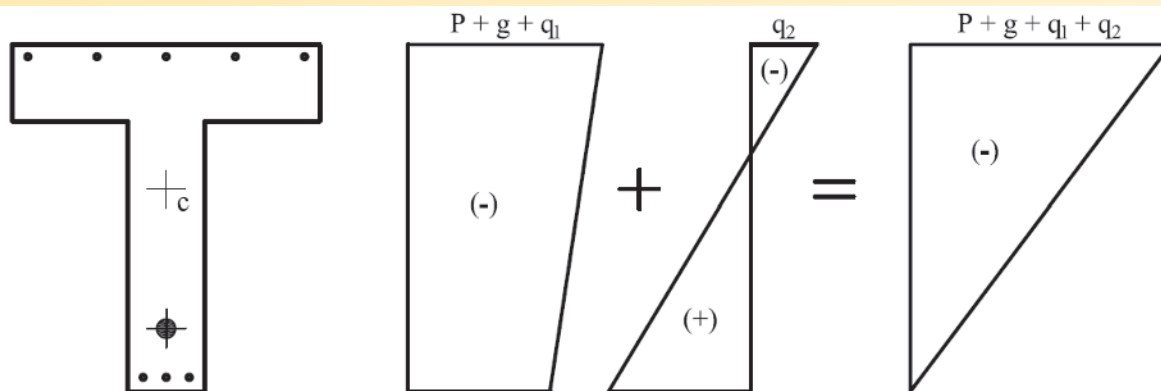


Figura 3
Tensões na seção no estágio I

a seção transversal colabora de forma integral na absorção dos esforços solicitantes.

2.2 Estádio II: seção fissurada

Este regime é alcançado após o carregamento na viga atingir a carga F , que provoca a fissuração. Os materiais continuam trabalhando no regime elástico, porém a tensão de tração no concreto é maior que a sua resistência à tração na flexão e, assim, considera-se que somente o aço resiste aos esforços de tração na peça (Figura 4). A seção transversal encontra-se fissurada.

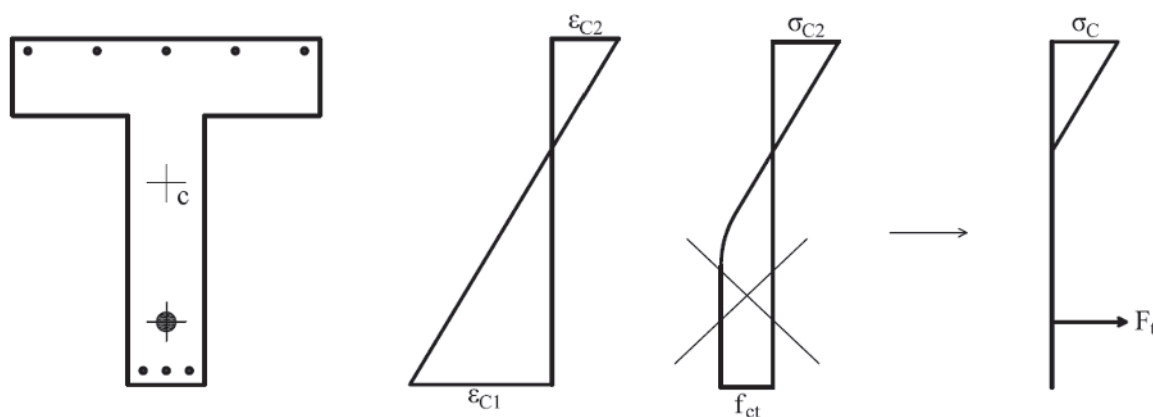


Figura 4
Tensões na seção no estágio II

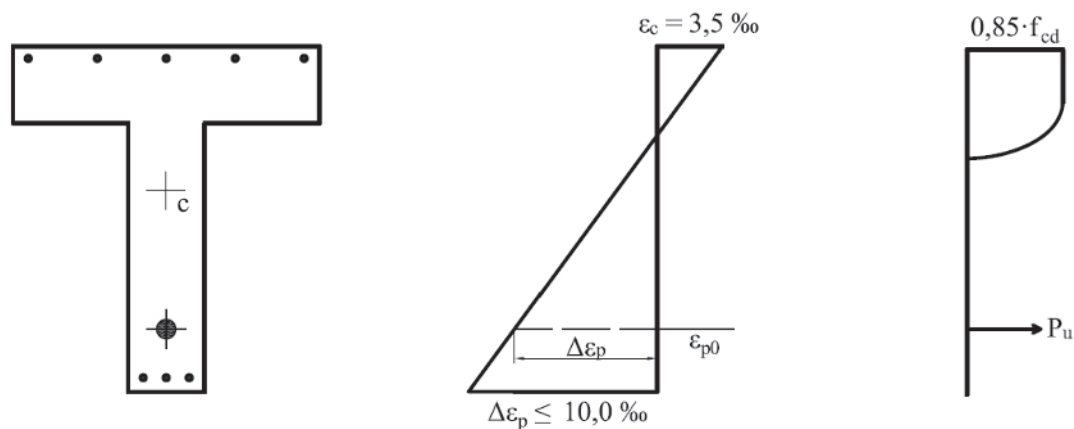


Figura 5
Tensões na seção no estágio III para classes de concreto até C50

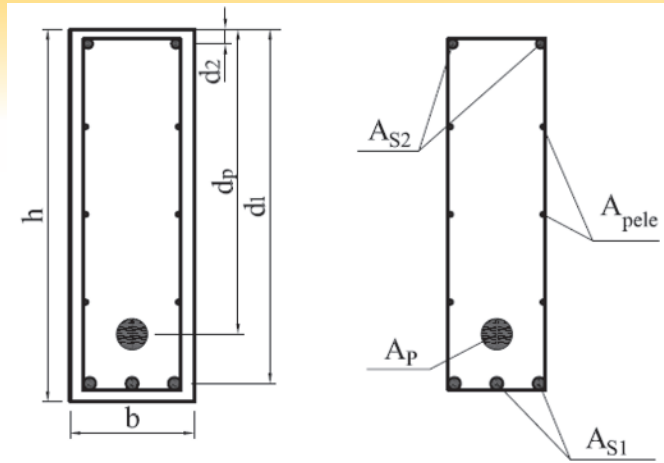


Figura 6 Geometria da seção retangular e armaduras

3. Geometria da seção

O modelo numérico desenvolvido aplica-se a seções retangulares e T, para qualquer número de camadas de armadura passiva e ativa. As dimensões da seção são tomadas como dados de entrada do modelo, devem ser lançados os valores referentes à largura da alma (b_w), largura da mesa (b), altura total da seção (h) e altura da mesa (h_f).

A seguir são apresentadas as Figuras 6 e 7 visando ilustrar os elementos que compõem a geometria de uma seção típica retangular e outra T, acrescenta-se ainda a identificação das armaduras presentes.

- b é a largura da seção;
- h é a altura da seção;
- A_{s1} é a área da seção da armadura passiva tracionada;
- A_{s2} é a área da seção da armadura passiva comprimida;
- A_p é a área da seção da armadura protendida;
- A_{pele} é a área da seção da armadura de pele;
- d_i é a altura útil, ou seja, distância do centroide da armadura correspondente até a borda comprimida.
- b_f é a largura da mesa;
- b_w é a largura da alma;
- h é a altura da seção;
- h_f é a espessura da mesa;

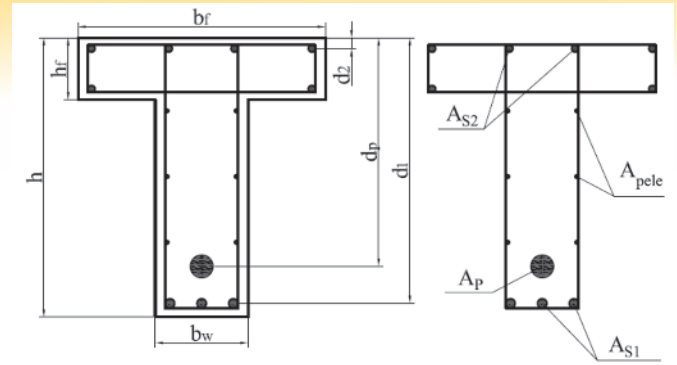


Figura 7 Geometria da seção T e armaduras

- d_i é a altura útil, ou seja, distância do centroide da armadura correspondente até a borda comprimida.
- A_{s1} é a área da seção da armadura passiva tracionada;
- A_{s2} é a área da seção da armadura passiva comprimida;
- A_p é a área da seção da armadura protendida;
- A_{pele} é a área da seção da armadura de pele.

4. Hipóteses fundamentais

Visto que a verificação da capacidade resistente à flexão de vigas de concreto protendido objetiva a determinação do momento resistente último (momento de ruptura), para uma dada seção, onde se conhece previamente as dimensões, armaduras e propriedades dos materiais aplicados, a análise se dá no Estádio III. Abaixo são apresentadas as hipóteses fundamentais para análise em tal estágio.

As seções inicialmente planas e normais ao eixo da peça, assim permanecem em relação ao eixo deformado.

Existe aderência perfeita entre as armaduras ativas e passivas, e o concreto que as envolve.

A distribuição das deformações no regime de ruptura deve obedecer ao disposto na NBR-6118:2014, ABNT [3] no que se refere aos domínios de deformações. Figura 8.

O alongamento prévio deve ser incluído na deformação da armadura protendida.

$$\epsilon_{p0} = \frac{P_{\infty}}{E_p \cdot A_p} + \frac{\sigma_{c,p}}{E_c} \tag{1}$$

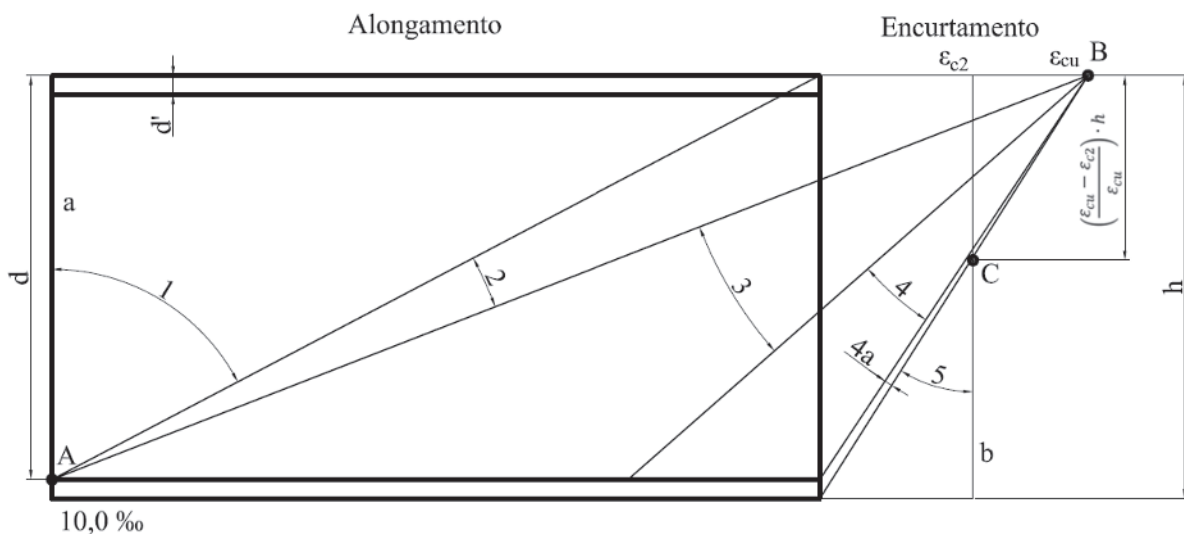


Figura 8 Domínios de deformação - ELU - adaptado de NBR-6118:2014, ABNT [3]

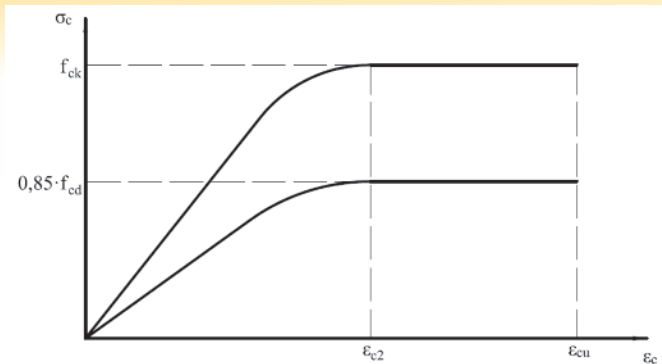


Figura 9
Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão

Onde:

P_{∞} é força final de protensão;

E_p é o módulo de elasticidade longitudinal da armadura de protensão;

$\sigma_{c,p}$ é a tensão de compressão no concreto provocada pela protensão na altura do centroide da armadura de protensão;

E_c é o módulo de elasticidade longitudinal do concreto.

A resistência à tração do concreto é desprezada na resistência aos esforços solicitantes.

Para fins de simplificação, de acordo com a NBR-6118:2014, ABNT [3], permite-se um diagrama retangular de tensões com profundidade de $0,8 \cdot x$ para classe de concreto até C50, sendo x a profundidade da linha neutra.

As figuras 9, 10 e 11 ilustram as relações constitutivas, respectivamente, do concreto, da armadura passiva e da armadura protendida. No caso do concreto, para análises no estado limite último, pode ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na Figura 9.

Onde as tensões de compressão obedecem a equação (2).

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^2 \right] \quad (2)$$

Os valores adotados para a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico, ϵ_{c2} , e a deformação específica do encurtamento do concreto na ruptura, ϵ_{cu} , são, para classes de concreto até C50, $\epsilon_{c2} = 2,0\%$ e $\epsilon_{cu} = 3,5\%$.

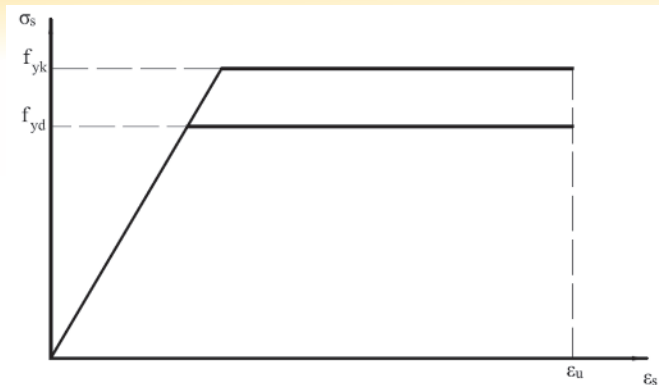


Figura 10
Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas

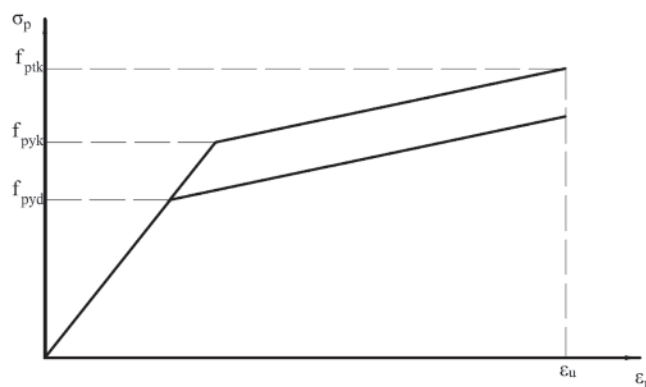


Figura 11
Diagrama tensão-deformação para aços de armadura protendida

O diagrama tensão-deformação apresentado na Figura 10 é elasto-plástico perfeito e recomendado pela NBR-6118:2014, ABNT [3] para o cálculo nos estados limite de serviço e último. A deformação última ϵ_u aplicada nesse caso para armaduras passivas é igual a 10%. Para o cálculo nos estados limite último e de serviço, a NBR-6118:2014, ABNT [3] permite utilizar o diagrama tensão-deformação bilinear simplificado conforme a Figura 11.

Onde:

f_{pyk} : valores característicos da resistência de escoamento convencional;

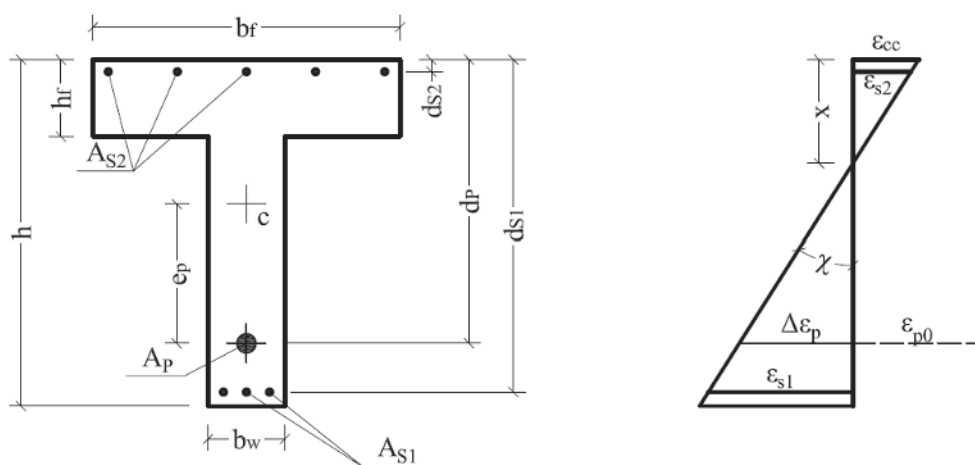


Figura 12
Estado de deformações

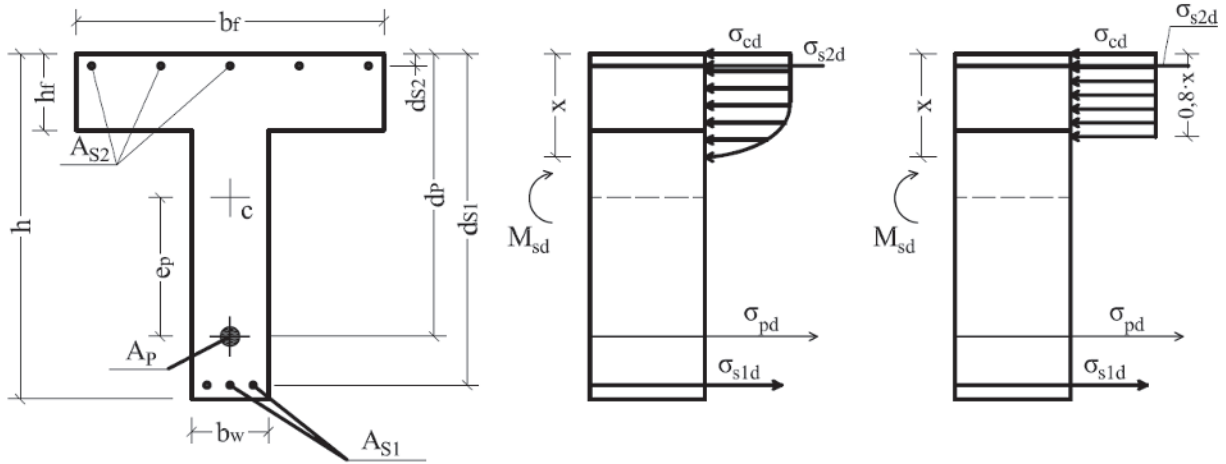


Figura 13
Estado de tensões

f_{ptk} : valores característicos da resistência à tração;
 ϵ_u : alongamento de ruptura das cordoalhas.

5. Cálculo da capacidade resistente no estado limite último de flexão

As duas equações de equilíbrio necessárias para o cálculo do momento último de ruptura se valem das hipóteses básicas e das simplificações permitidas na NBR-6118:2014, ABNT [3].

A metodologia utilizada permite o cálculo do momento resistente último para várias camadas de armadura passiva e ativa, no entanto, por ser um caso bastante comum, as figuras 12, 13 e 14 mostram apenas uma camada de armadura passiva tracionada, uma camada de armadura passiva comprimida e uma camada de armadura ativa.

A partir do auxílio das Figuras 12, 13 e 14 e admitindo que a condição de segurança é satisfeita se $M_{sd} = M_{rd}$, se torna possível fazer as seguintes considerações.

A partir da Figura 12 pode-se dizer que o cálculo das deformações será feito a partir de:

$$\epsilon_{cc} = \chi \cdot x \tag{3}$$

$$\epsilon_{s2} = \chi \cdot (x - d_{s2}) \tag{4}$$

$$\epsilon_{s1} = \chi \cdot (d_{s1} - x) \tag{5}$$

$$\Delta\epsilon_p = \chi \cdot (d_p - x) \tag{6}$$

$$\epsilon_p = \epsilon_{p0} + \Delta\epsilon_p \tag{7}$$

A partir da Figura 13, pode-se afirmar que o cálculo das tensões será feito a partir das equações:

$$\sigma_{s1d} = E_s \cdot \epsilon_{s1} = E_s \cdot \chi \cdot (d_{s1} - x), \text{ se } \epsilon_{s1} < \epsilon_{yd} \tag{8}$$

$$\sigma_{s1d} = f_{yd}, \text{ se } \epsilon_{s1} \geq \epsilon_{yd} \tag{9}$$

$$\sigma_{s2d} = E_s \cdot \epsilon_{s2} = E_s \cdot \chi \cdot (x - d_{s2}), \text{ se } \epsilon_{s2} < \epsilon_{yd} \tag{10}$$

$$\sigma_{s2d} = f_{yd}, \text{ se } \epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd} \tag{11}$$

$$\sigma_{pd} = f_{pyd} + \frac{(f_{ptd} - f_{pyd})}{(\epsilon_{ptd} - \epsilon_{pyd})} \cdot (\epsilon_{pd} - \epsilon_{pyd}), \text{ se } \epsilon_{pd} \geq \epsilon_{pyd} \tag{12}$$

Se valendo da simplificação do diagrama retangular $0,8 \cdot x$ e

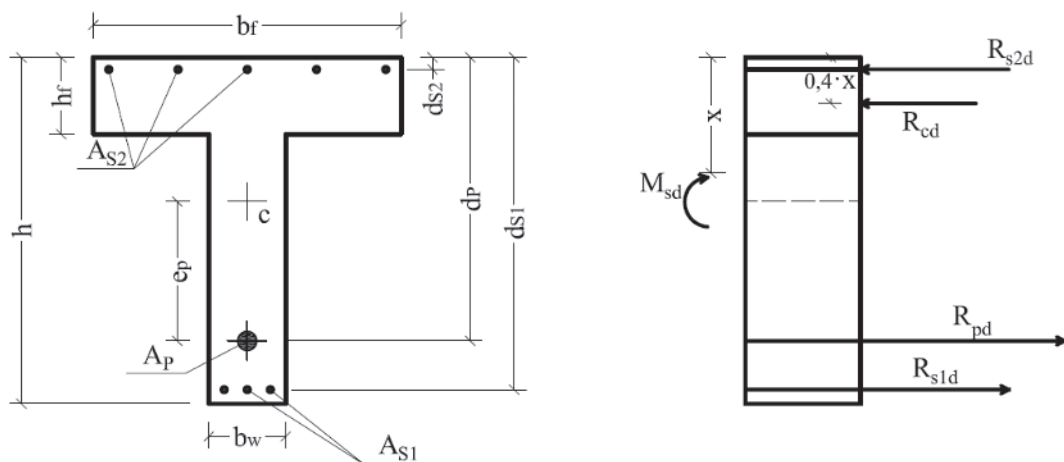


Figura 14
Resultantes de força que atuam na seção

$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd}$, as forças resultantes no concreto e nas armaduras passivas e ativas serão dadas por:

$$R_{cd} = \sigma_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b_f \quad (13)$$

$$R_{s2d} = \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} \quad (14)$$

$$R_{s1d} = \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} \quad (15)$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \quad (16)$$

Na seção transversal o equilíbrio de forças e momentos se dá a partir de $\sum F_h = 0$ e $\sum M_{cc} = 0$. O somatório de momentos será feito em torno do centroide da zona de compressão do concreto, ou seja, a $0,4 \cdot x$ da borda comprimida.

$$\sum F_h = 0 \therefore R_{cd} + R_{s2d} - R_{pd} - R_{s1d} = 0 \quad (17)$$

$$\sum M_{cc} = 0 \therefore R_{pd} \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + R_{s1d} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + R_{s2d} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (18)$$

Sendo M_{Rd} o momento resistente de cálculo da seção. Expandindo as equações 17 e 18 na forma de tensões e fazendo algumas simplificações, temos:

$$0,8 \cdot \sigma_{cd} \cdot x \cdot b_f + \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} - \sigma_{pd} \cdot A_p - \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} = 0 \quad (19)$$

$$\sigma_{pd} \cdot A_p \cdot (d_p - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s1d} \cdot A_{s1} \cdot (d_{s1} - 0,4 \cdot x) + \sigma_{s2d} \cdot A_{s2} \cdot (0,4 \cdot x - d_{s2}) - M_{Rd} = 0 \quad (20)$$

A Equação 19 serve para encontrar a profundidade da linha neutra x e, conseqüentemente, o momento resistente da seção é encontrado na Equação 20. Porém, a profundidade da linha neutra não pode ser encontrada diretamente porque as tensões são também funções de x . Então, deve-se empregar um processo numérico iterativo que, neste trabalho, utiliza o método da secante para a solução do problema.

A EqA Equação 19 pode ser escrita, genericamente, na forma $f(x) = 0$, onde:

$$f(x) = 0,8 \cdot \sigma_{cd} \cdot b_f \cdot x + A_{s2} \cdot \sigma_{s2d}(x) - A_p \cdot \sigma_{pd}(x) - A_{s1} \cdot \sigma_{s1d}(x) \quad (21)$$

O método da secante é um procedimento iterativo utilizado para a solução de raízes de uma Equação (Ver, por exemplo, ARAÚJO [2]). Neste contexto, a raiz da Equação 21 deve estar no intervalo $[0, d_{s1}]$, que engloba os domínios da flexão simples. Os limites do intervalo onde se encontra a raiz são $x_0 = 0$ e $x_u = d_{s1}$. Logo, a função $f(x)$ nos extremos vale $f(x_0) = f_0$ e $f(x_u) = f_u$, respectivamente, conforme ilustra a Figura 15.

Como pode-se observar, a primeira aproximação x_1 para raiz da função é tomada como a intersecção da reta que passa pelos extremos da função e o eixo das abscissas.

O valor de x_1 é dado por:

$$x_1 = \frac{x_0 \cdot f_u - x_u \cdot f_0}{f_u - f_0} \quad (22)$$

Em seguida é calculado $f_1 = f(x_1)$ e testada a convergência. Para que a convergência seja satisfeita e se encontre a solução do problema, o valor absoluto da raiz calculada deve ser menor que uma tolerância preestabelecida $|f_1| < \text{tol}$. Essa tolerância, tol , pode ser tão pequena quanto se deseja.

No caso em que a convergência não seja atingida, deve-se reduzir o intervalo de avaliação. Para tanto é testado se o produto $f_1 \cdot f_0 > 0$ e caso seja verdadeiro, como consta na Figura 15, o novo intervalo de avaliação é $[x_1, x_u]$, caso contrário $[x_0, x_1]$.

Com o novo intervalo, menor que o anterior, repete-se o procedimento e encontra-se um novo valor de x , agora, x_2 , e, novamente verifica-se a convergência, esses passos são repetidos até a tolerância atingir o valor esperado.

Conhecendo a profundidade da linha neutra, encontra-se o momento resistente da seção empregando a Equação 20.

6. Validação do modelo de cálculo

São apresentados, a seguir, resultados experimentais existentes na literatura para o momento de ruína de vigas de concreto protendido com aderência inicial, denominados aqui como $M_{u,exp}$.

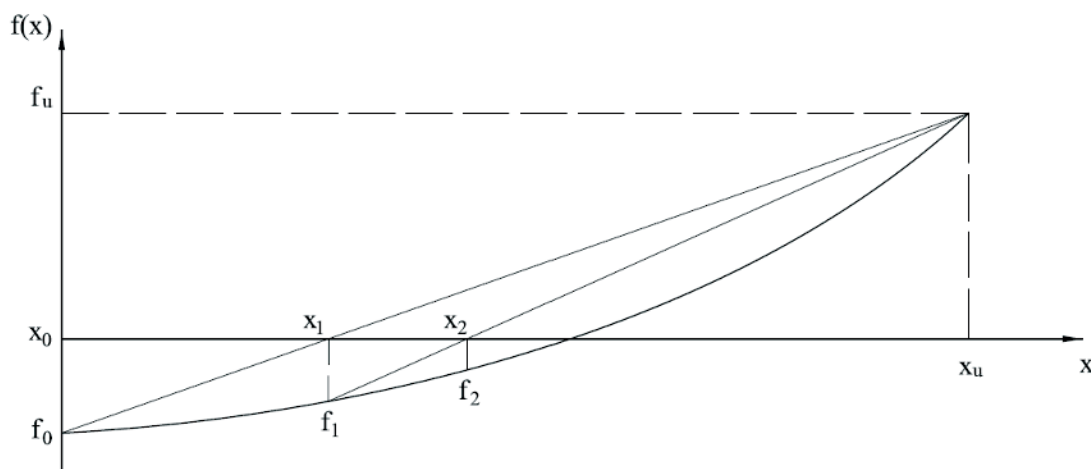


Figura 15
Método da secante – adaptado de ARAÚJO [2]

Em seguida são calculados, através do modelo apresentado, os momentos resistentes das vigas, chamados aqui de $M_{u,calc}$. Assim foi possível comparar os resultados obtidos e analisar a influência das limitações do modelo.

6.1 Resultados experimentais

Foram avaliadas quarenta e uma vigas de concreto com protensão aderente que serão apresentadas no Tabela 1. São 27 vigas de BILLET [4], 6 de FELDMAN [5], 3 de WARWARUK [12], 3 de TAO e DU [11] e 2 de MATTOCK [8] separadas de acordo com seus pesquisadores.

- b : é a dimensão referente à base da viga;
- b_f : é a dimensão referente à largura da mesa da viga;
- h : é a dimensão referente à altura da viga;
- h_f : é a dimensão referente à espessura da mesa da viga;

- d_p : é a altura útil da armadura de protensão;
 - d_s : é a altura útil da armadura passiva;
 - A_{p_s} : é a área de aço da armadura de protensão;
 - A_{s_s} : é a área de aço da armadura passiva;
 - f_c : é a resistência média à compressão do concreto;
 - f_{pt} : é a resistência média à tração do aço de protensão;
 - f_{py} : é a resistência média ao escoamento do aço de protensão;
 - f_y : é a resistência média ao escoamento do aço da armadura passiva;
 - E_p : é o módulo de elasticidade do aço de protensão;
 - E_s : é o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva;
 - f_{se} : é a tensão efetiva aplicada ao cabo de protensão.
- Para o cálculo do pré-alongamento da armadura de protensão, basta fazer:

$$\epsilon_{p0} = \frac{f_{se}}{E_p} \tag{23}$$

Tabela 1
Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por BILLET [4]

Viga	b cm	h cm	d_p cm	A_{p_s} cm ²	f_c kN/cm ²	f_{pt} kN/cm ²	f_{py} kN/cm ²	f_{se} kN/cm ²	$M_{u,exp}$ kN · m
B1	15,24	30,48	23,14	1,497	3,79	169,34	142,03	74,33	49,975
B2	15,62	30,86	24,21	0,748	3,74	169,27	142,03	80,53	29,679
B3	15,24	30,78	24,43	0,374	2,59	169,34	142,03	82,74	15,361
B4	15,49	30,71	23,34	1,497	2,37	169,34	142,03	78,53	45,162
B5	15,49	30,63	23,70	1,606	3,90	171,68	151,55	78,67	55,602
B6	15,39	30,63	20,62	2,206	2,03	171,68	151,55	79,98	50,938
B7	15,57	30,81	20,55	3,013	4,07	171,68	151,55	77,77	72,943
B8	15,57	30,63	20,29	3,013	2,26	171,68	151,55	77,84	67,167
B9	15,39	30,63	23,44	1,510	4,36	165,47	142,51	13,72	47,725
B10	15,39	30,56	22,89	0,381	2,43	165,47	142,65	13,10	13,314
B11	15,39	30,63	23,39	1,510	2,70	165,47	142,51	14,07	47,223
B12	15,39	30,81	21,16	2,832	3,83	165,47	142,65	14,07	62,029
B13	15,29	30,73	20,70	2,077	2,59	165,47	142,51	14,62	48,023
B14	15,24	30,68	20,29	2,832	2,59	165,47	142,51	13,93	53,094
B15	15,32	30,71	23,60	1,510	3,94	165,47	142,65	103,42	48,308
B16	15,27	30,51	22,86	0,381	2,30	165,47	142,65	103,63	14,141
B17	15,24	30,51	23,09	1,510	3,16	165,47	142,65	104,11	45,894
B18	15,24	30,38	21,06	2,077	2,83	165,47	142,51	102,59	52,172
B19	15,44	30,66	21,01	2,832	4,29	165,47	142,65	104,32	71,560
B20	15,37	30,81	23,55	1,006	2,63	171,68	151,55	81,77	31,753
B21	15,44	30,66	22,99	1,006	4,52	171,68	151,55	81,36	34,397
B22	15,42	30,66	23,19	2,006	5,26	171,68	151,55	79,43	66,937
B23	15,34	30,56	20,83	3,013	5,65	171,68	151,55	80,88	79,980
B24	15,42	30,58	20,93	2,406	4,22	171,68	151,55	80,25	66,964
B25	15,39	30,58	20,35	2,006	2,25	171,68	151,55	78,94	50,165
B26	15,49	30,40	23,55	1,606	0,88	171,68	151,55	80,32	38,993
B27	15,42	30,66	21,23	3,013	3,16	171,68	151,55	81,36	70,136

Tabela 2

Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por FELDMAN [5]

Viga	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
F28	15,62	30,56	20,14	1,494	1,72	128,24	97,91	63,78	30,70
F29	15,65	30,58	20,50	2,615	2,95	128,24	97,91	63,91	50,63
F30	15,47	30,73	20,52	0,561	1,99	170,99	137,90	69,71	17,64
F31	15,44	32,26	20,90	1,868	2,38	170,99	137,90	64,88	44,93
F32	15,24	30,81	23,67	1,839	4,95	176,51	169,61	79,50	65,31
F33	15,32	30,66	23,06	1,103	5,74	176,85	163,41	80,60	43,36

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de BILLET [4] foi igual a 20684,27 kN/cm².

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de FELDMAN [5] tem valores conforme a tabela 3.

O módulo de elasticidade E_p utilizado nos ensaios de WARWARUK [12] foi igual a 20684,27 kN/cm².

Através do modelo desenvolvido foram calculados os momentos resistentes últimos para as quarenta e uma vigas com o intuito de avaliar a capacidade do método em determinar o momento de ruína da seção mais solicitada.

O processo é realizado com o auxílio de planilhas eletrônicas que buscam dados de sub-rotinas criadas em *Visual Basic for Application* para calcular as tensões e deformações do elemento, verificando o domínio de deformação e depois obter o momento resistente da seção.

Os resultados são expostos na Tabela 9, onde $M_{u,exp}$ é o momento resistente obtido dos resultados experimentais e $M_{u,calc}$ o momento obtido pelo modelo numérico.

Para representar a relação entre os momentos de ruptura obtidos experimentalmente e os obtidos através do modelo é utilizada a letra grega η .

Analisando de forma conjunta os quarenta e um resultados da

relação entre os momentos de ruptura experimentais e os do modelo, pode-se verificar que a razão η apresentou uma média igual a 1,0524 e desvio padrão igual a 0,0963.

A Figura 16 apresenta o histograma obtido para as quarenta e uma vigas analisadas e a Figura 17 mostra o gráfico de aderência da razão η em relação à distribuição normal de probabilidades. Submetendo os valores de η ao teste de Kolmogorov-Smirnov, ANG e TANG [1] pode-

Tabela 3

Módulo de elasticidade das vigas ensaiadas experimentalmente por FELDMAN [5]

Viga	E _p kN/cm ²
F28	20477,43
F29	20477,43
F30	19925,85
F31	19925,85
F32	20408,48
F33	20408,48

Tabela 4

Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por WARWARUK [12]

Viga	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
W34	16,00	30,48	23,01	1,361	2,74	184,09	151,68	78,60	40,79
W35	15,27	30,48	23,11	0,587	3,64	184,09	151,68	81,50	22,37
W36	15,39	30,48	23,06	2,335	3,61	184,09	151,68	76,67	64,29

Tabela 5

Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por TAO e DU [11]

Viga	b cm	h cm	d _p cm	A _p cm ²	f _c kN/cm ²	f _{pt} kN/cm ²	f _{py} kN/cm ²	f _{se} kN/cm ²	M _{u,exp} kN · m
TD37	16,00	28,00	22,00	0,588	3,56	166,00	136,00	92,40	35,00
TD38	16,00	28,00	22,00	1,568	3,56	166,00	136,00	87,90	61,60
TD39	16,00	28,00	22,00	1,960	3,56	166,00	136,00	82,50	71,40

-se comprovar a aderência ao modelo teórico de Gauss, uma vez que a distância máxima entre os valores de distribuição de probabilidades acumuladas dos dados e a curva normal foi inferior ao limite considerando um nível de significância de 95%. É possível notar uma relativa simetria dos resultados em torno da média, apresentando valores tanto abaixo quanto acima. Isto indica um modelo não tendencioso.

6.2 Estimativa do erro do modelo (θ)

Além das variabilidades inerentes às resistências dos materiais e

aos esforços impostos às estruturas, devem ser consideradas as incertezas inerentes aos modelos numéricos adotados na análise. A estimativa do erro do modelo seguiu as recomendações apresentadas por MAGALHÃES [6] e MAGALHÃES *et al* [7].

A relação entre os resultados experimentais e teóricos é afetada por variações proporcionadas pelo modelo computacional, pela variabilidade das variáveis aleatórias do sistema e pela variabilidade inerente ao processo experimental do ensaio, e é representada pela Equação 24.

$$V_{\eta}^2 = V_{modelo}^2 + V_{lote}^2 + V_{ensaio}^2 \tag{24}$$

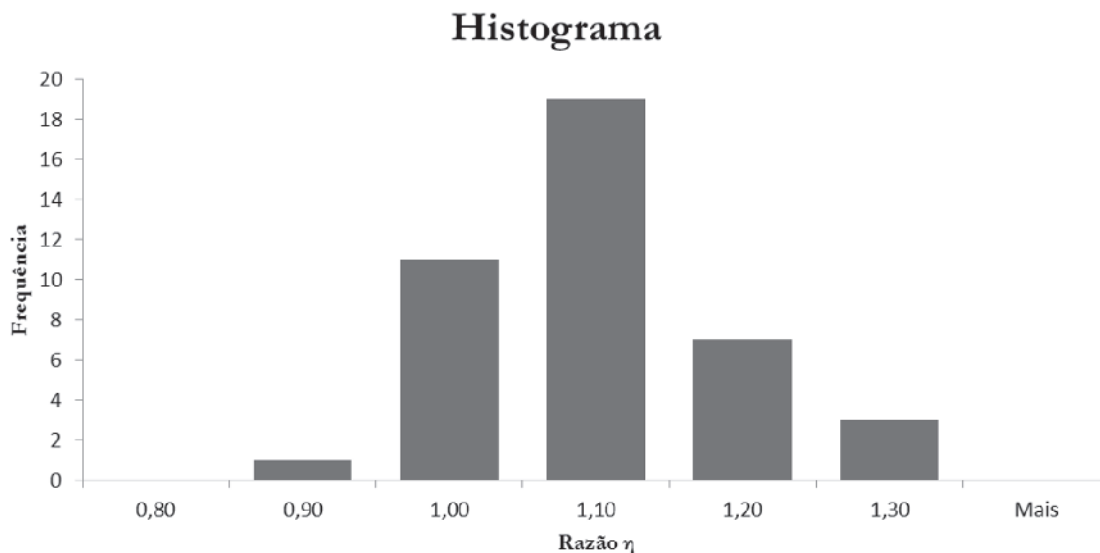


Figura 16 Histograma da razão η

Tabela 6 Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por TAO e DU [11]

Viga	E_p kN/cm ²	E_s kN/cm ²	f_y kN/cm ²	A_s cm ²	d_s cm ²
TD37	20000,00	20000,00	26,70	1,57	25,00
TD38	20000,00	20000,00	26,70	2,36	25,00
TD39	20000,00	20000,00	26,70	1,00	25,00

Tabela 7 Dados das vigas ensaiadas experimentalmente por MATTOCK [8]

Viga	b cm	h cm	d_p cm	A_p cm ²	f_c kN/cm ²	f_{pt} kN/cm ²	f_{py} kN/cm ²	f_{se} kN/cm ²	$M_{u,exp}$ kN · m
M40	15,24	30,48	25,40	2,534	2,76	192,36	175,89	129,76	93,44
M41	15,24	30,48	25,40	2,534	2,76	192,36	175,89	125,90	103,44

Tabela 8 Dados adicionais das vigas ensaiadas experimentalmente por MATTOCK [8]

Viga	E_p kN/cm ²	E_s kN/cm ²	f_y kN/cm ²	A_s cm ²	d_s cm	b_f cm	h_f cm
M40	19500,00	21000,00	37,71	Sup, 0,62	1,91	-	-
				Inf, 0,62	28,58		
M41	19500,00	21000,00	37,71	Sup, 0,62	1,91	96,52	5,08
				Inf, 0,62	28,58		

Onde:

V_{η} é o coeficiente de variação da razão η ;

V_{modelo} é o coeficiente de variação do erro proporcionado pelo modelo;

V_{lote} é o coeficiente de variação dos resultados dos ensaios de laboratório das variáveis do sistema, tais como dimensões e resistências;

V_{ensaio} é o coeficiente de variação dos resultados obtidos experimentalmente no ensaio das vigas protendidas.

O coeficiente de variação do erro do modelo pode ser então determinado através da Equação 25.

$$V_{\text{modelo}} = \sqrt{V_{\eta}^2 - V_{\text{lote}}^2 - V_{\text{ensaio}}^2} \quad (25)$$

Teste de aderência

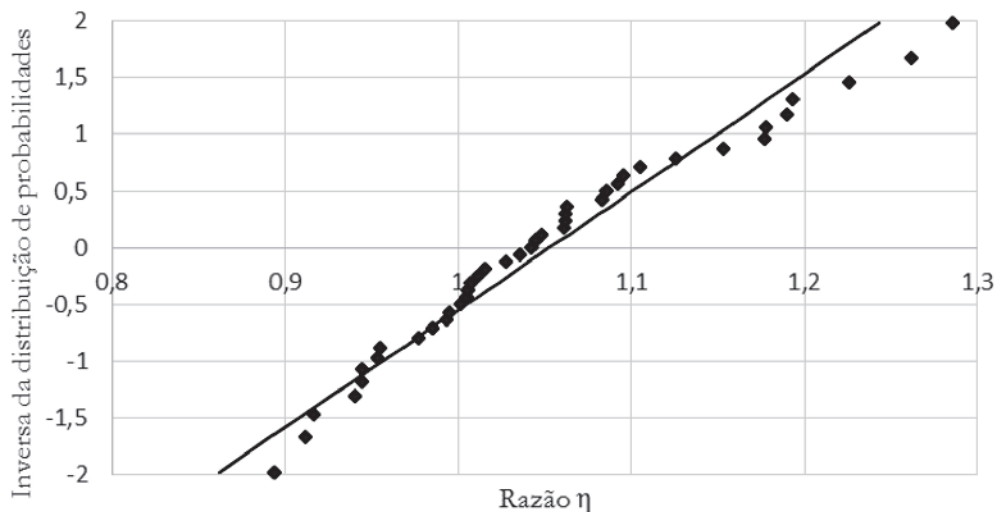


Figura 17

Aderência ao modelo teórico de Gauss

Tabela 9

Resultados experimentais x resultados calculados

Viga	$M_{u,exp}$ [kN · m]	$M_{u,calc}$ [kN · m]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$	Viga	$M_{u,exp}$ [kN · m]	$M_{u,calc}$ [kN · m]	$\frac{M_{u,exp}}{M_{u,calc}}$
B1	49,975	46,049	1,085	B22	66,937	65,933	1,015
B2	29,679	25,226	1,177	B23	79,980	83,915	0,953
B3	15,361	12,872	1,193	B24	66,964	66,650	1,005
B4	45,162	43,951	1,028	B25	50,165	47,249	1,062
B5	55,602	53,684	1,036	B26	38,993	30,326	1,286
B6	50,938	47,026	1,083	B27	70,136	73,456	0,955
B7	72,943	77,557	0,941	F28	30,70	26,056	1,178
B8	67,167	54,800	1,226	F29	50,63	46,377	1,092
B9	47,725	47,467	1,005	F30	17,64	15,678	1,125
B10	13,314	12,157	1,095	F31	44,93	45,150	0,995
B11	47,223	45,071	1,048	F32	65,31	69,177	0,944
B12	62,029	67,702	0,916	F33	43,36	41,489	1,045
B13	48,023	45,198	1,063	W34	40,79	44,74	0,912
B14	53,094	48,060	1,105	W35	22,37	21,060	1,062
B15	48,308	47,966	1,007	W36	64,29	71,916	0,894
B16	14,141	12,260	1,153	TD37	35,00	27,744	1,262
B17	45,894	45,833	1,001	TD38	61,60	58,039	1,061
B18	52,172	52,538	0,993	TD39	71,40	60,004	1,190
B19	71,560	73,274	0,977	M40	93,44	94,840	0,985
B20	31,753	33,621	0,944	M41	109,93	105,484	1,042
B21	34,397	34,005	1,012	-	-	-	-

O coeficiente de variação da razão η foi determinado através dos 41 resultados experimentais ($V_{\eta} = \frac{\sigma_{\eta}}{\mu_{\eta}} = 0,091$). O coeficiente de

variação do ensaio deve ser igual ou inferior a 0,04, MAGALHÃES [6]. Foi utilizado o valor máximo. $V_{\text{ensaio}} = 0,04$.

O coeficiente de variação do lote foi adotado, conforme MAGALHÃES [6], como sendo igual a 0,044. ($V_{\text{lote}} = 0,044$)

Nestas condições, através da Equação 25, determinou-se o valor $V_{\text{modelo}} = 0,068$.

Em geral, o erro de modelagem tem média próxima de 1,00 e desvio padrão entre zero e 0,10 dependendo da precisão do modelo numérico.

A média do erro do modelo pode ser então determinado através da Equação 26.

$$\mu_{\eta} = \mu_{\text{modelo}} \cdot \mu_{\text{lote}} \cdot \mu_{\text{ensaio}} \quad (26)$$

Sendo a média do lote e a média do ensaio unitários, chega-se a média do modelo através da Equação 27.

$$\mu_{\text{modelo}} = \frac{\mu_{\eta}}{\mu_{\text{lote}} \cdot \mu_{\text{ensaio}}} = 1,052 \quad (27)$$

Conforme NOWAK [9] o erro do modelo segue uma distribuição Normal de probabilidades, com valor médio entre 1,04 e 1,06 para vigas de concreto protendido.

Utilizando-se o coeficiente de variação do modelo ($V_{\text{modelo}} = 0,068$) e a média do modelo ($\mu_{\text{modelo}} = 1,052$) oriundos da análise, os resultados da capacidade resistente das vigas obtidos através do modelo numérico são corrigidos pela estimativa de erro do modelo (θ_R) gerada a cada análise, de acordo com a Equação 28. Os valores corrigidos são então utilizados para a análise de confiabilidade.

$$M_{u,\text{corr}} = \theta_R \cdot M_{u,\text{mod}} \quad (28)$$

7. Resultados e discussões

A metodologia utilizada para verificação da capacidade resistente das vigas protendidas no estado limite último de flexão é o modelo tradicional que calcula o momento resistente último da seção baseado nas hipóteses das seções planas, aderência perfeita entre aço e concreto, domínios de deformação definidos pela norma NBR 6118:2014, diagrama retangular de tensões no concreto, diagrama de tensões elasto-plástico perfeito para aços da armadura passiva e diagrama bi-linear de tensões para aços da armadura ativa. O método da secante é empregado para resolver o sistema de equações resultante das condições de equilíbrio e compatibilidade.

Esta metodologia é uma alternativa simplificada para obtenção do momento de ruína de vigas de concreto armado e protendido que respeita as prescrições da NBR 6118:2014. Obteve-se uma avaliação satisfatória para este modelo quando validado a partir de resultados experimentais encontrados na literatura.

Observando-se os resultados da Tabela 9, pode-se notar que o modelo para cálculo do momento resistente exposto no trabalho apresenta bons resultados.

Esta ferramenta se mostra uma grande aliada na análise de elementos estruturais de concreto armado e protendido, apresentando bons resultados e um baixo tempo de processamento.

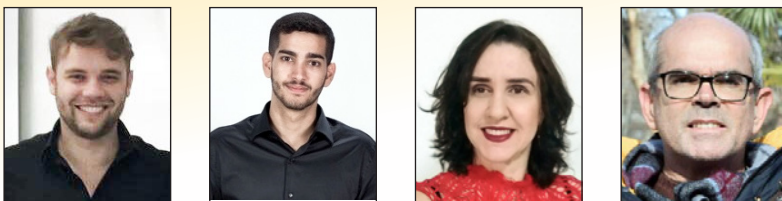
Este modelo será empregado na avaliação da confiabilidade de vigas longarinas de pontes de concreto protendido.

8. Referências bibliográficas

- [1] ANG, A. H.; TANG, W. H. Probability concepts in engineering planning and design. Volume I: basic principles. John Wiley & Sons, 1975.
- [2] ARAÚJO, J. M. Curso de concreto armado, Volume I, II, III e IV. Editora Dunas, 2014.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- [4] BILLET, D. F. Study of prestressed concrete beams failing in flexure. 1953. Thesis, University of Illinois.
- [5] FELDMAN, A. Bonded and unbonded prestressed concrete beams failing in flexure. University of Illinois, 1954.
- [6] MAGALHÃES, F. C. A Problemática dos Concretos Não-Conformes e sua Influência na Confiabilidade de Pilares de Concreto Armado. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [7] MAGALHÃES, F.; REAL, M. V.; SILVA FILHO, L. C. P. The problem of non-compliant and its influence on the reliability of reinforced concrete columns. Materials and structures, v. 49, p. 1485-1497, 2016.
- [8] MATTOCK, A. H.; YAMAZAKI, J.; KATTULA, B. T. Comparative study of concrete prestressed beams, with and without bond. ACI Journal, February, 1971.
- [9] NOWAK, A. S.; COLLINS, K. R. Reliability of Structures. MC Graw Hill, 2000.
- [10] ROCHA, R. G.; REAL, M. V.; MOURA, M. W. Estudo da confiabilidade de vigas de concreto protendido. Engevista (UFF), v. 17, p. 573-587, 2015.
- [11] TAO, X.; DU, G. Ultimate stress of unbonded tendons in partially prestressed concrete beams. Journal of Building Structures, December, 1985.
- [12] WARWARUK, J. Strength in flexure of bonded and unbonded prestressed concrete beams. University of Illinois, 1957.

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

Flambagem lateral com distorção de vigas mistas celulares



A. D. PIASSI^a
allan_piassi@yahoo.com.br

J. V. DIAS^b
joaovdias@gmail.com

A. F. G. CALENZANI^a
afcalenzani@gmail.com

F. C. C. MENANDRO^a
fernando.menandro@ufes.br

Abstract

In the region of negative bending moments of continuous and semi-continuous steel and concrete composite beams, the inferior portion of the steel section is subjected to compression while the top flange is restricted by the slab, which may cause a global instability limit state known as lateral distortional buckling (LDB) characterized by a lateral displacement and rotation of the bottom flange with a distortion of the section's web when it doesn't have enough flexural rigidity. The ABNT NBR 8800:2008 provides an approximate procedure for the verification of this limit state, in which the resistant moment to LDB is obtained from the elastic critical moment in the negative moment region. One of the essential parameters for the evaluation of the critical moment is the composite beam's rotational rigidity. This procedure is restricted only to steel and concrete composite beams with sections that have plane webs. In this paper, an equation for the calculation of the rotational rigidity of cellular sections was developed in order to determine the LDB elastic critical moment. The formulation was verified by numerical analyses performed in ANSYS and its efficiency was confirmed. Finally, the procedure described in ABNT NBR 8800:2008 for the calculation of the critical LDB moment was expanded to composite beams with cellular sections in a numerical example with the appropriate modifications in geometric properties and rotational rigidity.

Keywords: cellular profile, rotational stiffness, lateral distortional buckling, elastic critical moment.

Resumo

Na região de momento negativo das vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas, a parte inferior do perfil de aço está sujeita à compressão, enquanto a mesa superior está travada pela laje, o que pode ocasionar um estado limite de instabilidade global denominado flambagem lateral com distorção (FLD) caracterizado por deslocamento lateral e giro da mesa inferior mediante a distorção ocorrida na alma do perfil de aço caso esta não possua rigidez flexional suficiente. A ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momento negativo. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista. O procedimento da ABNT NBR 8800:2008 se restringe somente às vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço de alma cheia. Nesse trabalho, uma formulação analítica para o cálculo da rigidez rotacional da alma de um perfil celular foi desenvolvida com vistas à determinação do momento crítico elástico à FLD. A formulação foi verificada por análises numéricas desenvolvidas no ANSYS que comprovaram a sua eficiência. Por fim, o procedimento descrito na ABNT NBR 8800:2008 para cálculo do momento crítico à FLD é estendido a vigas mistas com perfil de aço celular em um exemplo numérico com as devidas modificações nas propriedades geométricas e na rigidez rotacional.

Palavras-chave: perfil celular, rigidez rotacional, flambagem lateral com distorção, momento crítico elástico.

^a Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brazil;
^b Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brazil.

1. Introduction

A steel and concrete composite beam, according to Brazilian Standard ABNT NBR 8800:2008 [1], consists of a steel component symmetric with respect to the flexure axis, which can be an I profile of a truss, with a concrete slab on top of its superior flange. There must be mechanical connection through shear connectors between the steel component and the slab, such that both can work together to resist flexure.

In continuous and semi-continuous steel and concrete composite beams, the regions close to internal supports are subjected to hogging moments and, since the inferior flange and part of the web are compressed, the beam will be subject to lateral-torsional buckling (LTB), local flange buckling (LFB), and local web buckling (LWB).

The Brazilian Standard ABNT NBR 8800:2008 [1] provides an approximate procedure for the verification of the limit state for lateral-torsional buckling (LTB), similar to the European Standard EN 1994-1-1:2004 [2], based on the behavior of the inverted U-frame mechanism, from which the resisting flexural moment to LTB is obtained from the critical elastic moment of the hogging moment region. A fundamental parameter to compute the critical elastic moment is the rotational stiffness of the composite beam. This procedure from the standard is restricted to composite beams of continuous plane webs. Research on lateral-torsional buckling of composite beams with cellular profiles is still recent.

2. Lateral-torsional buckling

Lateral-torsional buckling will happen at the hogging moment regions of continuous and semi-continuous composite beams due to compression of the bottom flange and the tendency towards buckling with respect to the major axis of the flange, since buckling with respect to the minor axis is restricted by the profile web. If the web is not sufficiently stiff against flexure it will displace and the compressed flange will buckle laterally, accompanied by torsion. (Figure 1)

The model considered by ABNT NBR 8800:2008 [1] to represent the behavior of a composite beam with respect to LTB is the inverted U-frame model. This mechanism is formed by two or more adjacent parallel beams connected to the same supported slab, such as in Figure 2.

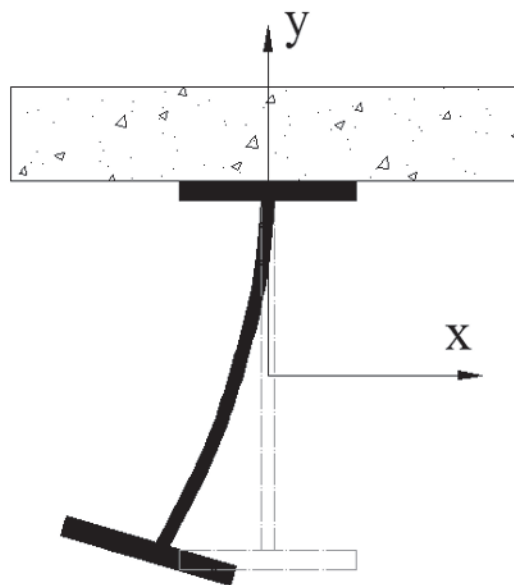


Figure 1
Lateral torsional buckling [3]
Adapted by the authors

Experimental results of Fan [5] proved that the inverted U-frame model is more adequate to represent the behavior of a composite beam subject to LTB than the T model of only one steel beam connected to the concrete slab by shear connectors. The U-frame model is able to depict more realistically the restrictions imposed to the lateral displacement and to the torsion of the bottom flange of the steel profile by the concrete slab. The stiffness of this mechanism with respect to the longitudinal axis of the steel profiles is called rotational stiffness (k_r).

According to Johnson [6], the rotational stiffness of a composite beam associates a perturbation force F acting on the bottom flange of the steel profiles with the rotation θ and, consequently, with the lateral displacement δ in these flanges such as in Figure 3. This stiffness, applied to a rotational spring located at the top flange of a beam, allows for the reproduction of the influence of the U-frame mechanism on the LTB strength and is obtained by unit length of the beam, associating the moment at point A, located at the

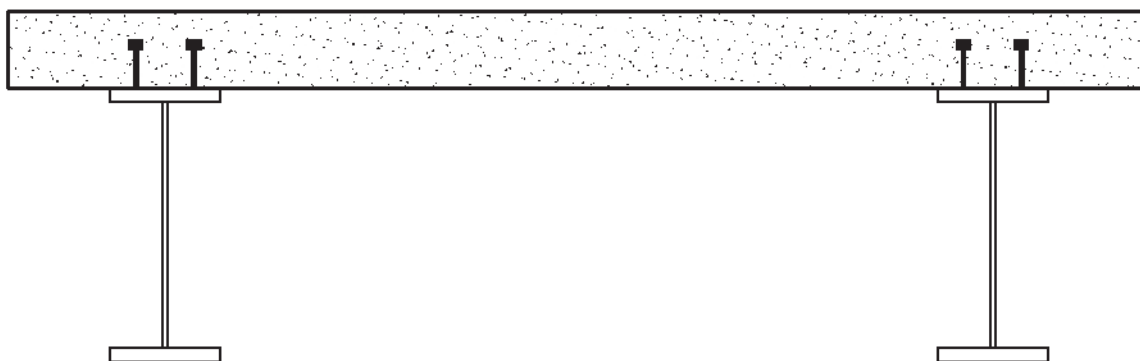


Figure 2
Inverted U-frame mechanism [4]

geometric center of the top flange, to the rotation angle, such as in equation 1:

$$k_r = \frac{Fh_0}{\delta/h_0} \tag{1}$$

where F is the applied force on the bottom flange, h_0 is the height of the steel profile, measured between centroids of the flanges.

The determination of the rotational stiffness (k_r) directly from equation (1) depends on high complexity experimental or numerical analyses. ABNT NBR 8800:2008 [1] provides a direct simplified method to solve this problem, due to Johnson [6]. The method consists in obtaining the isolate rotations due to transverse flexure of the concrete slab, the web distortion, and the shear connector strain. Thus, the rotational stiffness value can be obtained as a function of the flexural stiffness of the slab (k_s), the flexural stiffness

of the profile web (k_2), and the flexural stiffness of the shear connection (k_3), according to the well known expression for springs connected in series.

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \tag{2}$$

For the flexural stiffness of the cracked concrete slab (in the longitudinal steel profiles direction) the slab can be considered as a beam fixed on the steel profiles, Johnson [6]. Applying unit rotations on the fixed ends, the moments that arise are the stiffness values sought at each support, as in Figure 4. Generalizing, the flexural stiffness of the slab by unit length is:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \tag{3}$$

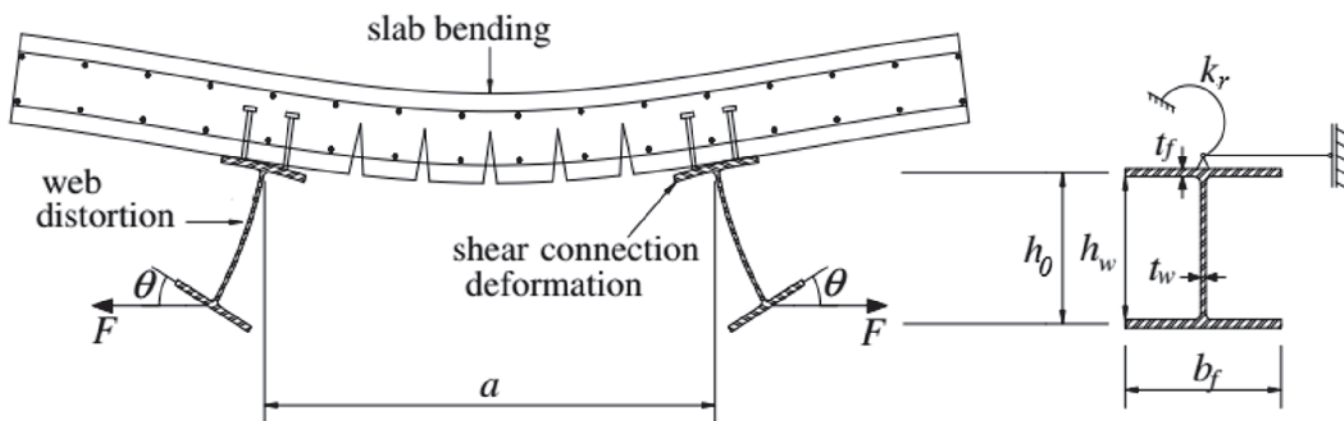


Figure 3
Rotational stiffness of a composite beam [8]
Adapted by the authors

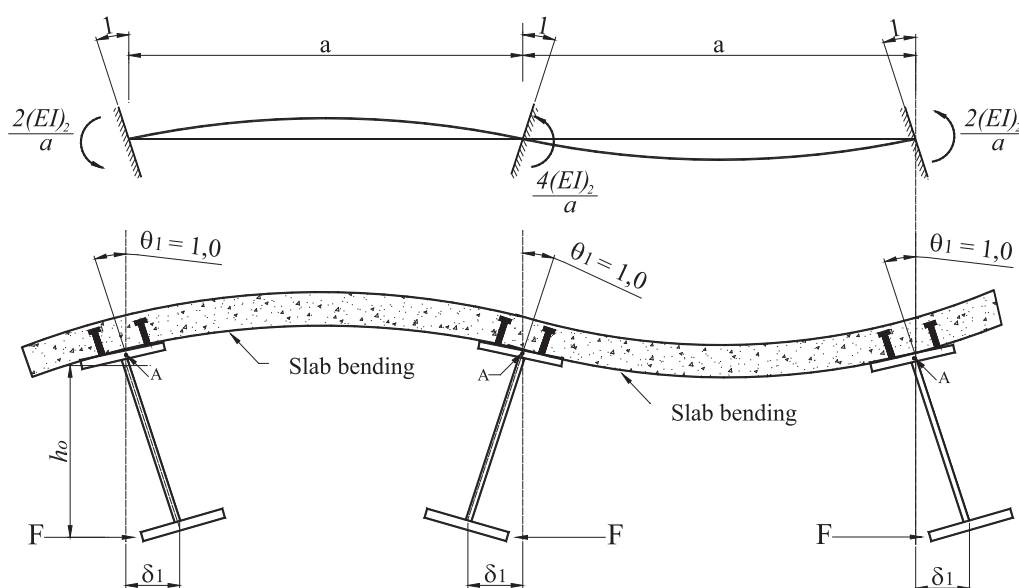


Figure 4
Flexural stiffness of the cracked slab [4]

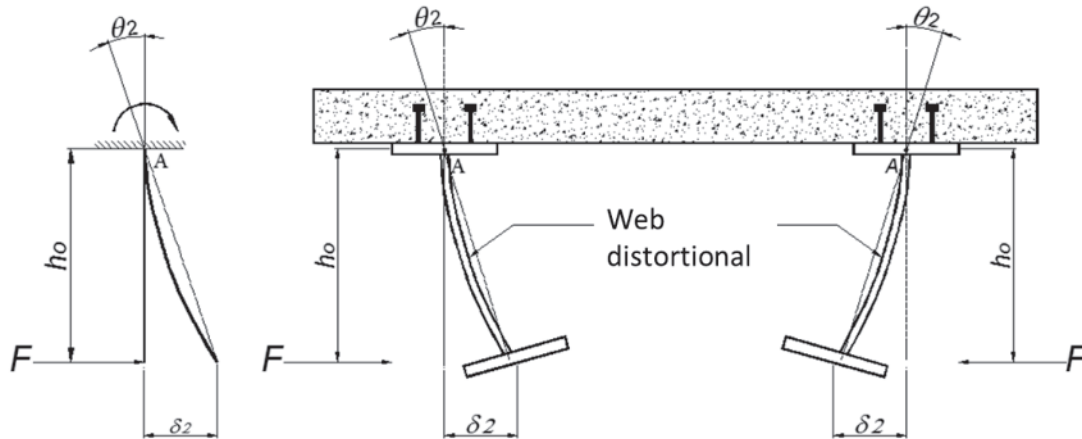


Figure 5
Rotational stiffness of the profile web [4]

Where α is a coefficient which depends of the analyzed position on the beam, i.e.: if the beam is an edge beam α equals 2, and if the beam is an internal beam α equals 3 (for inner beams on a floor with four or more similar parallel beams, 4 may also be used). The term $(EI)_2$ is the flexural stiffness of the homogenized composite slab section which does not take into account the portion of concrete under tension, by unit length, taken as the lower value between the stiffness at the center of the span and the stiffness at the internal support. The a value is the distance between parallel beams. For the flexural stiffness of the steel profile web, as can be seen at Figure 5, the web is considered as a plate fixed at the centroid of the top flange and free at the centroid of the bottom flange, Johnson [6]. The horizontal force F which acts on the bottom flange causes the displacement δ_2 . The flexural stiffness per unit length of the plate will thus be:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_0(1 - \nu_a^2)} \tag{4}$$

where t_w is the web thickness, E_a is Young's Modulus, and ν_a Poisson's Coefficient for the steel.

The shear connection stiffness, k_3 , depends on a large number of factors, which makes it practically impossible to obtain its value analytically. This stiffness is usually very high, and can be dismissed by the design methods, including ABNT NBR 8800:2008 [1]. According to Johnson and Molenstra [7], experiments with bridge composite beams showed that the shear connection stiffness affects the total stiffness in less than one percent. Calenzani *et al.* [8] presented a formulation to determine the rotational stiffness of composite beams with sinusoidal web profiles, based on experimental results on four prototypes representative of the inverted U-frame mechanism, used for the development and calibration of a numerical finite element model. To evaluate the parameters that influence the rotational stiffness of these beams, 68 numerical models were implemented.

The elastic critical moment to LTB (M_{cr}) is defined by Equation 5 according to ABNT NBR 8800:2008 [1], which uses Roik, Hanswille, and Kina [9] formulation.

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}} \tag{5}$$

where G is the shear modulus for the steel; L is the length of the beam between vertical supports (both flanges of the steel beam are required to be laterally constrained at these supports), J is the torsional constant of the steel profile, $I_{af,y}$ is the moment of inertia of the bottom flange of the steel profile with respect to the y axis, C_{dist} is a coefficient which depends on the moment distribution on the span L , α_g is a factor related to the geometry of the composite beam cross section, k_r is the rotational stiffness of the composite beam.

Composite beams with cellular steel profile, Figure 6, are currently utilized in construction due to their clear advantages, such as: good strength with respect to their weight as a consequence of the increase in height, possibility of long spans, service ducts passage through the web openings, among others. These beams, though, are not covered by most design standards, making it necessary to search for design guidelines such as the one by Lawson and

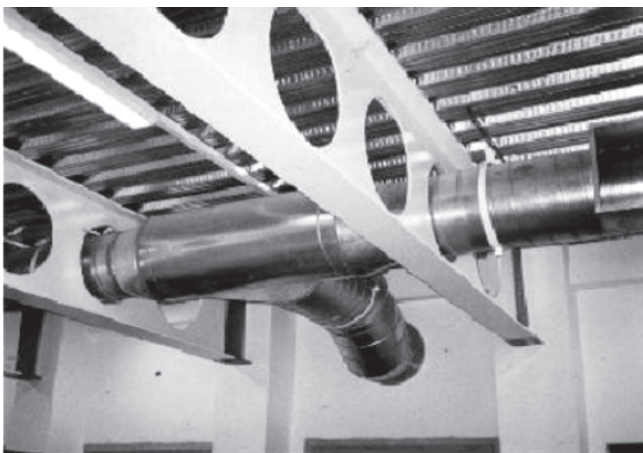


Figure 6
Application of composite beam with cellular profile [10]

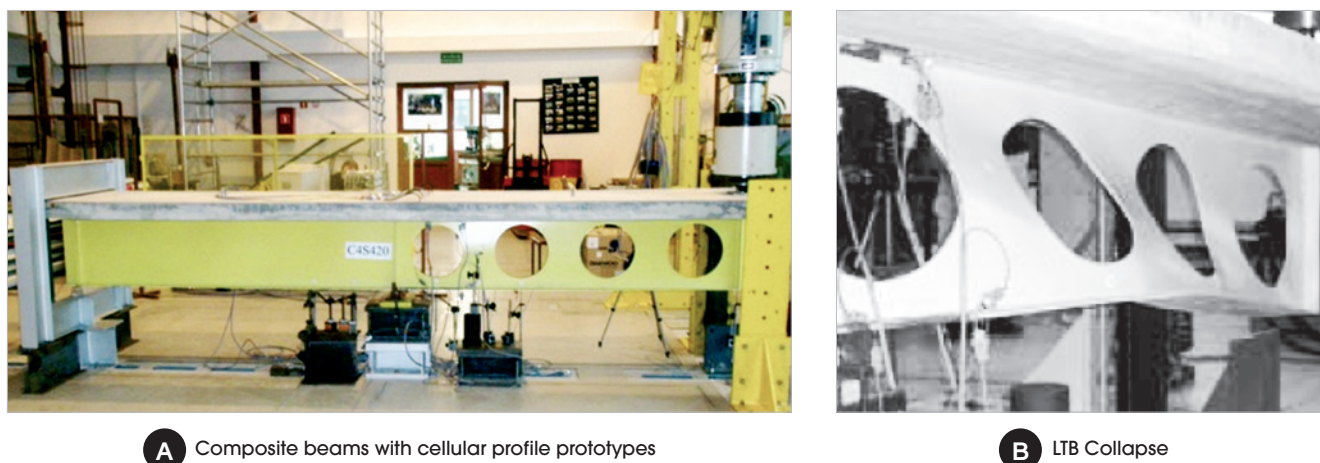


Figure 7
Experiments with composite beams with cellular profiles [12]

Hicks [10] and Ward's [11]. Not much research on LTB of composite beams with cellular steel profiles in the region of hogging moments is found in the literature.

Gizejowski and Khalil [12] developed an experimental work to evaluate the behavior of composite steel and concrete beams with steel profiles containing openings on their web, subject to hogging moment. Twelve prototypes were tested, considering six with long spans to represent cases in which flexure controls the behavior of the beam, and six with short spans to consider the shear effect. Three different types of openings were analyzed: rectangular, hexagonal, and circular openings. In all tests, Gizejowski and Khalil [12] observed the lateral-torsional buckling mode (Figure 7). The lateral displacement with small distortion strain on the steel profile web predominated for the long span beams with circular and hexagonal openings. For the beams with rectangular openings, and for all the short spans, predominated the torsional buckling with small lateral displacement of the steel profile web.

In this work, an analytical formulation for the rotational stiffness of cellular steel profile webs is developed, for the determination of the LTB elastic critical moment. Besides, the ABNT NBR 8800:2008 [1] procedure of computation of the elastic critical moment is exemplified for a composite beam formed with a cellular steel profile, using the necessary adaptations for the geometric properties and the rotational stiffness.

3. Proposition of analytical formulation of rotational stiffness of the cellular web

The method used for the analytical determination of the rotational stiffness of cellular profiles begins with the computation of the transverse displacement of a plate with a circular opening. To obtain this displacement, a simplified model utilizing beam theory and the virtual work principle was used. This model, presented in Figure 8, represents a fixed beam with span equal to the distance between the centers of the top and bottom flanges of the steel profile and with a variable cross section due to the opening. The

force is applied on the bottom end of the plate. A single central circular opening was considered on the plate.

The simplified model was divided in three regions for integration, regions 1, 2, and 3, Figure 9. The first region goes from the fixed top till the onset of the circular opening, the second encompasses the opening, and the third from the end of the opening to the end of the plate. The need for the model division was the moment of inertia variation due to the opening. The total displacement of the simplified model, δ_2 , is equal to the sum of the plate displacements, $\delta_{2,1}$, $\delta_{2,2}$, and $\delta_{2,3}$ corresponding respectively to the lengths l_1 , l_2 , and l_3 , thus:

$$\delta_2 = \delta_{2,1} + \delta_{2,2} + \delta_{2,3} \quad (6)$$

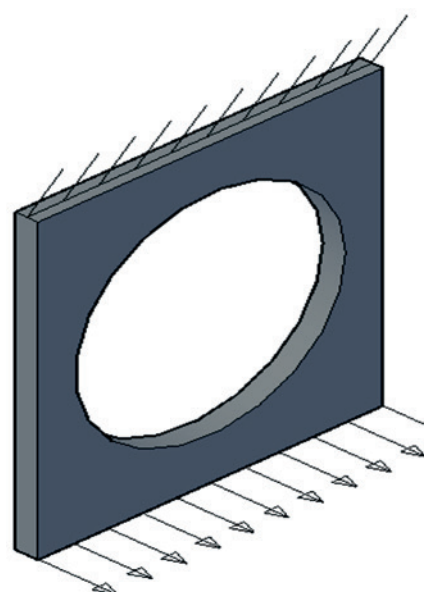


Figure 8
Simplified model for analytical formulation

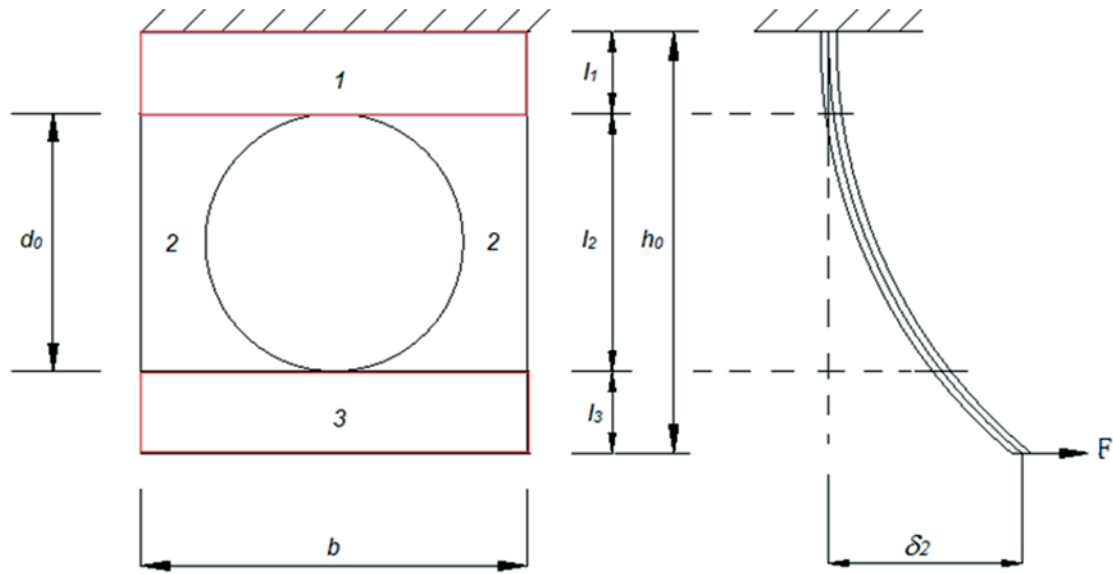


Figure 9
Regions for integration

To obtain the displacement of the first part, from the fixed end until the beginning of the opening, equation 7 is used.

$$\delta_{2,1} = \int_0^{\frac{h_0-d_0}{2}} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{24EI} (h_0 - d_0)^3 \quad (7)$$

For the third portion, from the end of the opening to the lower end of the web, the procedure is similar to the one for the first portion, since the moment of inertia is constant, and only the integration limits change, therefore:

$$\delta_{2,3} = \int_{\frac{h_0+d_0}{2}}^{h_0} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{3EI} \left(h_0^3 - \frac{(h_0 + d_0)^3}{8} \right) \quad (8)$$

For the second portion, the integration limits correspond to the diameter of the opening and the displacement equation becomes:

$$\delta_{2,2} = \int_{\frac{h_0-d_0}{2}}^{\frac{h_0+d_0}{2}} \frac{12Fx^2}{Et_w^3 \left(b - 2\sqrt{\frac{d_0^2}{4} - \left(\frac{h_0}{2} - x\right)^2} \right)} dx \quad (9)$$

To solve equation (9) it was necessary to utilize the software MATHEMATICA 10.3 [13]. The software presented a solution with real and complex numbers. After a series of mathematical manipulations, the equation of the second part displacement was obtained.

$$\delta_{2,2} = \frac{3F}{4Et_w^3} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) \right) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \quad (10)$$

Once the individual displacements were obtained, the equation of

the displacement of a plate with a central circular opening and a force at the lower end is obtained:

$$\delta_2 = \frac{F}{Ebt_w^3} \left(4h_0^3 - 3d_0h_0^3 - d_0^3 \right) + \frac{3b}{4} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) \right) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \quad (11)$$

A generic model based on the simplified plate with central circular opening model is proposed for the determination of the transverse displacement of a plate with n openings. From the knowledge that the cellular web has several equally spaced openings at a distance s from each other, and that the first and last openings are distant s_e from the beam ends, Figure 10, the generic model was generated grouping n central plates of width s to two end plates with width equal to the sum of s_e with $0,5d_0$ and $0,5s$.

The profile web subject to force F at its lower end presents a constant lateral displacement along the beam length, since it is connected to the rigid lower flange. Thus, this work proposes to obtain the lateral displacement of the cellular web with n openings, $\delta_{2,c}$, using a weighed average of the displacements of isolated plates (central and end plates) with respect to their length. The displacements $\delta_{2,cent}$ and $\delta_{2,ext}$ are calculated from Equation (11), where the thickness b is taken equal to s for central plates and equal to $s_e + 0,5d_0 + 0,5s$ for end plates. Force F applied

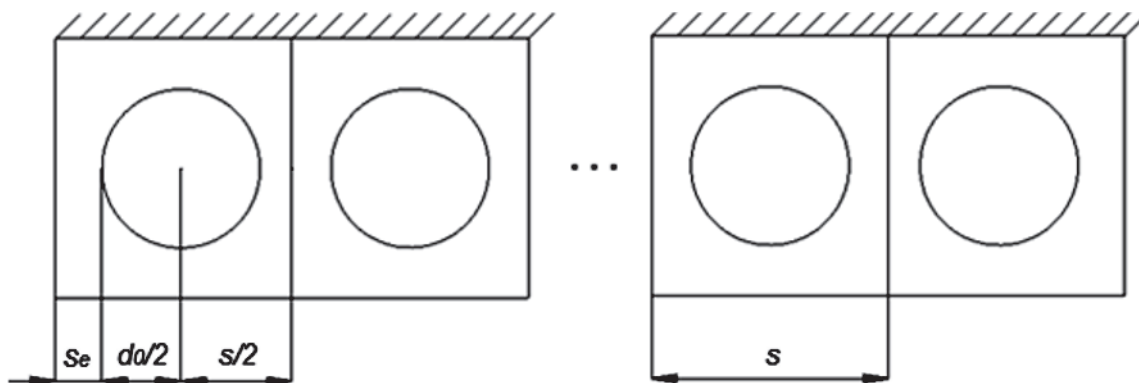


Figure 10
Model for cellular beam with n openings

on the plates should be distributed proportional to each plate length.

$$\delta_{2,c} = \frac{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}}{L} \quad (12)$$

Equations 11 and 12 are taken as a basis for the calculation of the torsional stiffness of the cellular profile. Substituting the displacement equation (of one plate and of n plates), it is possible to calculate the rotational stiffness of a beam with one circular opening and with multiple openings, respectively presented on Equations 13 and 14.

$$k_{2,c} = \frac{Et_w^3 h_0^2}{(4h_0^3 - 3d_0 h_0^2 - d_0^3) + \frac{3b}{4} (4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2)) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right)} \quad (13)$$

$$k_{2,c} = \frac{Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \quad (14)$$

4. Numerical evaluation of the cellular web stiffness formulation

Numerical Models were defined to simulate the behavior of the cellular profile web elastic response by means of the finite element method (Figure 11). The numerical results of lateral displacement of the web plate and, consequently, of its stiffness were obtained and compared with the analytical results. The objective was to evaluate the analytical formulation for its posterior use in the computation of the elastic critical moment of composite beams with cellular profiles. Numerical modeling was accomplished using the finite element analysis software ANSYS 15.0 [14]. Three dimensional finite element plate models were implemented, developed to mirror most realistically the structural behavior of the plates with circular openings. To represent the web of the steel profile, SHELL181 shell elements were used. SHELL 181 is recommended to model

thin to moderately thick structures, being useful for linear and nonlinear analyses, with large displacements and large strains, ANSYS 15.0 [14]. This element is defined by four nodes and six degrees of freedom at each node: translations and rotations on the three orthogonal directions. Several authors have used SHELL 181 element in numerical models of steel profile beams and composite steel and concrete beams for linear, nonlinear, and buckling analyses. Among them, works from Abreu [15], Calenzani [4], and Oliveira [3] can be cited.

The steel cellular profile web yield stress was taken as 34.5 kN/cm². Poisson's coefficient and Young's modulus were taken as 0.3 e 20,000 kN/cm², respectively.

To simulate the boundary conditions, at the top end of the cellular web, displacements and rotations on the global directions x , y , and z were restricted. At the bottom end, the displacement of the nodes was coupled, in such a way as that the displacement was equal through the length of the model, simulating the bottom flange. This restriction was placed to consider the diaphragm effect proportioned by the bottom flange, which was not modeled. The load was distributed to the nodes on the inferior end of the plate for better convergence of the model. The total force intensity applied to the model was 10 kN.

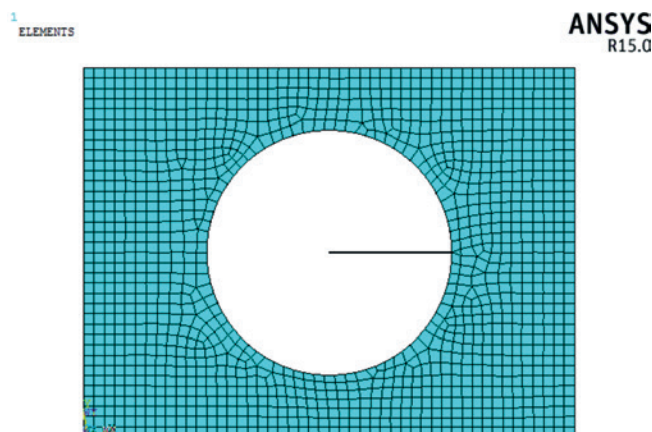


Figure 11
Numerical model of the cellular plate - frontal

Table 1
Mesh study

Element size (m)	δ_{\max} (m)	Number of elements	Deviation $(\delta_i - \delta_{i+1})/\delta_i$
0.01	0.1189	1096	0.0017
0.015	0.1187	498	0.0025
0.02	0.1184	291	0.0017
0.025	0.1182	195	0.0034
0.03	0.1178	128	0.0025
0.035	0.1175	114	0.0043
0.04	0.1170	81	0.0051
0.045	0.1164	71	0.0069
0.05	0.1156	58	-0.0043
0.055	0.1161	37	0.0000
0.06	0.1161	37	0.0121
0.065	0.1147	30	0.0044
0.07	0.1142	28	0.0149
0.075	0.1125	30	-0.0027
0.08	0.1128	26	0.0168
0.085	0.1109	23	0.0469
0.09	0.1057	23	0.0000
0.095	0.1057	23	-0.0095
0.1	0.1067	21	-

ANSYS 15.0 [14] has two alternatives for finite element mesh generation, free or mapped. The finite element mesh was set to free, instead of mapped, for implementation simplicity. To determine the ideal mesh size a specific model of a W200x26.6 profile, adapted for a cellular profile with one opening, was used. This model is 0.3228 m high, 0.4306 m long and with an opening diameter of 0.2153 m. The meshes were generated with elements from 0.01 to 0.1 m side

(varying the element size in 5 mm increments). The displacement results in the direction normal to the plate were recorded, as well as the number of elements in each model. From these data, the relative deviation between two consecutive attempts was calculated. The obtained values are presented in Table 1.

Figure 12 presents the plot of maximum displacement versus the number of elements for each of the analyzed models. It can be observed by the asymptotic behavior that convergence of the results occurs after a displacement of 0.118 m. One point, corresponding to a 71 element mesh, gave a displacement result different from the curve pattern, showing an oscillation of the numerical result, but it does not compromise the validity of the mesh study developed since it is a small perturbation on a single point. From the analyzed results, the utilized mesh was then set to 0.01 m. This mesh presented results with adequate precision and, though more refined than that which already presented good solution convergence, did not require high computer processing time.

Linear geometric and material analyses were considered in the process of algebraic development of the equation for the determination of rotational stiffness of the cellular web. Therefore, to be able to compare the analyses, the finite element analysis was also executed using linear behavior. The linear analyses, for the numerical and theoretical approaches, are justified since the standard design methods also consider linear elastic behavior.

For validation of the analytical formulation with the numerical results three different laminated profiles were selected for generation of cellular profiles. The choice of the laminated wide flange profiles was made such as to encompass the whole range of heights in the catalog of the Brazilian producer Gerdau Açominas. This analysis covered twelve models with geometric characteristics obtained after a standard predefined model.

It is customary to use the proposal of Harper *apud* Abreu [15] for the constructive parameters limits of cellular profiles, in which the opening diameter (d_o) varies between a fraction 0.57 and 0.8 of the cellular profile height (d) and the spacing between openings (s) varies from a relation 1.08 to 1.5 of the opening diameter. Thus, the cellular profile of the standard model had the constructive parameters: expanded profile height (d), diameter of the circular

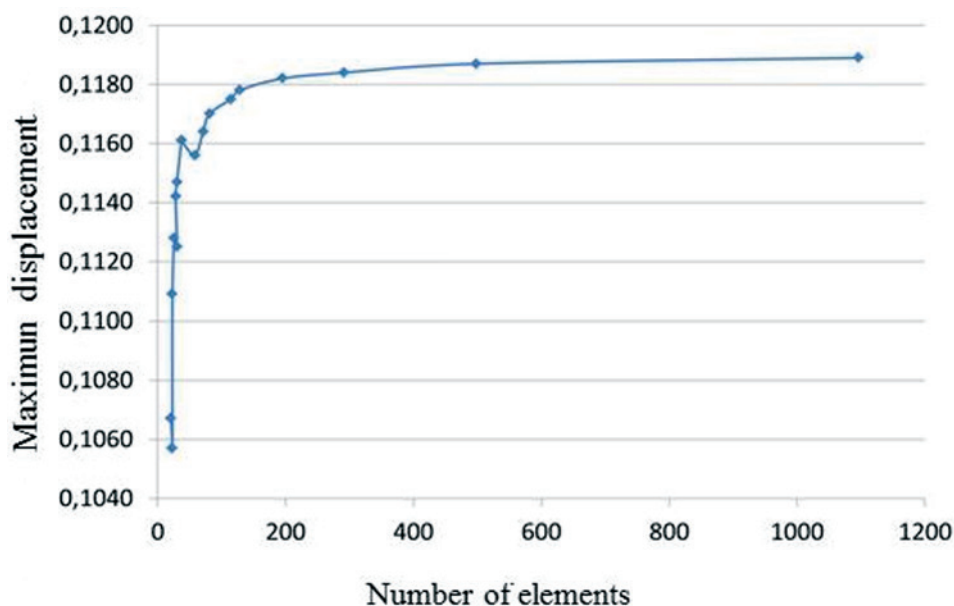


Figure 12
Maximum displacement x number of elements

opening in the profile web (d_o), spacing between openings (s), distance between the profile end, and the first circular opening (s_e), selected according to Table 2.

The laminated profiles selected are presented at Table 3 along with the geometric parameters adopted for the cellular profiles. In each cellular profile, the number of openings in its web was varied and, consequently, its total length. The models presented one, ten, twenty, and thirty openings.

Once the models were established, a symbology for identification of the cellular web models was created, e.g.: $C_{profile_d/d_g_d_o/d_s/d_o_s_e/d_o_n}$, where $C_{profile}$ indicates the cellular beam with the designation of the original profile and the variables d , d_g , d_o , s , s_e , and n are the geometric properties. C200x26.6_1.6_0.65_1.3_0.5_1, for example, mean a cellular beam with original profile W200x26.6, ratio between the final height and the original profile height, d/d_g , equal to 1.6, ratio between the opening diameter and the final height, d_o/d , equal to 0.65, ratio between the opening distance and the opening diameter, s/d_o , equal to 1.3, ratio between the distance from the

Table 2
Standard model

	d	d_o	s	s_e
Standard model	1.6*d _g	0.65*d	1.3*d _o	0.5*d _o

end to the first opening and the opening diameter, s_e/d_o , equal to 0.5, and, last, the number of openings.

To evaluate the analytical equation, the numeric model results were compared with those from the rotational stiffness of the cellular web formulation. Table 4 presents the analyzed profiles, the analytical displacement obtained by the proposed formulation, the numerical displacement, the analytical rotational stiffness of the cellular web, the numerical rotational stiffness of the cellular web, and the relative difference between the stiffness values.

The difference of approximately 8% from the analytical formulation with respect to the numerical results can be attributed to the

Table 3
Profiles for validation of the analytical formulation

Models	n	d (m)	d _o (m)	s (m)	s _e (m)	L (m)
200x26,6	1	0.331	0.215	0.279	0.107	0.431
	10	0.331	0.215	0.279	0.107	2.949
	20	0.331	0.215	0.279	0.107	5.748
	30	0.331	0.215	0.279	0.107	8.547
410x60	1	0.651	0.423	0.550	0.212	0.847
	10	0.651	0.423	0.550	0.212	5.799
	20	0.651	0.423	0.550	0.212	11.302
	30	0.651	0.423	0.550	0.212	16.804
610x125	1	0.979	0.636	0.827	0.318	1.273
	10	0.979	0.636	0.827	0.318	8.720
	20	0.979	0.636	0.827	0.318	16.994
	30	0.979	0.636	0.827	0.318	25.268

Table 4
Comparison of the analytical and numerical results for the stiffness of cellular web

Symbology	$\delta_{2c,A}$ (m)	$\delta_{2c,N}$ (m)	$k_{2c,A}$ (kN/rad)	$k_{2c,N}$ (kN/rad)	Deviation ($k_{2c,A}/k_{2c,N}$)
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0.331	0.215	0.279	0.107	0.431
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0.331	0.215	0.279	0.107	2.949
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0.331	0.215	0.279	0.107	5.748
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0.331	0.215	0.279	0.107	8.547
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0.651	0.423	0.550	0.212	0.847
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0.651	0.423	0.550	0.212	5.799
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0.651	0.423	0.550	0.212	11.302
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0.651	0.423	0.550	0.212	16.804
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0.979	0.636	0.827	0.318	1.273
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0.979	0.636	0.827	0.318	8.720
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0.979	0.636	0.827	0.318	16.994
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0.979	0.636	0.827	0.318	25.268

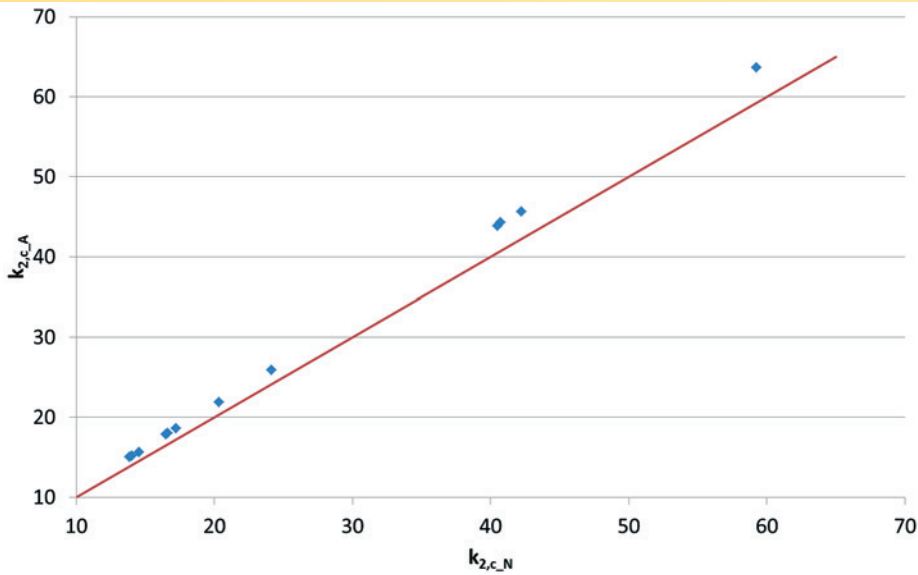


Figure 13
Perfect fit line

adopted simplifications on the analytical calculation of the web displacement, in which linear element theory was used and the displacement due to shear force was neglected. The software tends

to concentrate the applied forces on the places where stiffness is higher (solid web sections) while the equation distributes the applied force on the cellular plate evenly, proportional to the plate length. Additionally, the numerical analysis considered plate and shell theory, and the displacements are computed including all the applied loading.

Figure 13 presents the plot of the perfect fit line for the numerical and analytical rotational stiffness results of the twelve studied models. It can be observed that the calculated values have good agreement with the numerical data. All the points were very close to the perfect fit line, though slightly above it, pointing towards the need for an equation adjustment by means of a reduction coefficient. It is recommended, then, the use of the analytical equation herein developed for the computation of the rotational stiffness of the cellular web with a 10% reduction coefficient. Therefore, the proposed formulation for the rotational stiffness of a cellular web with n openings is:

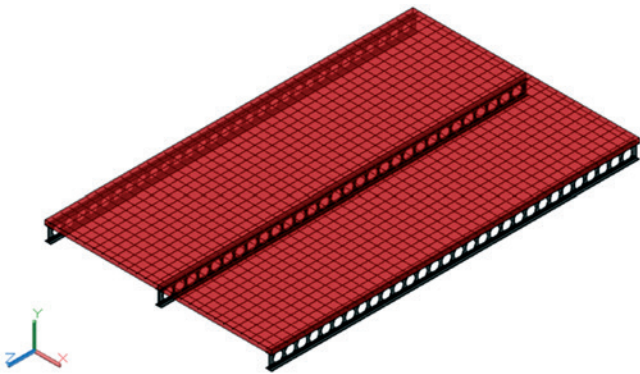


Figure 14
Composite beams with cellular web profile - continuous U mechanism

$$k_{2,c} = \frac{0,9Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \tag{15}$$

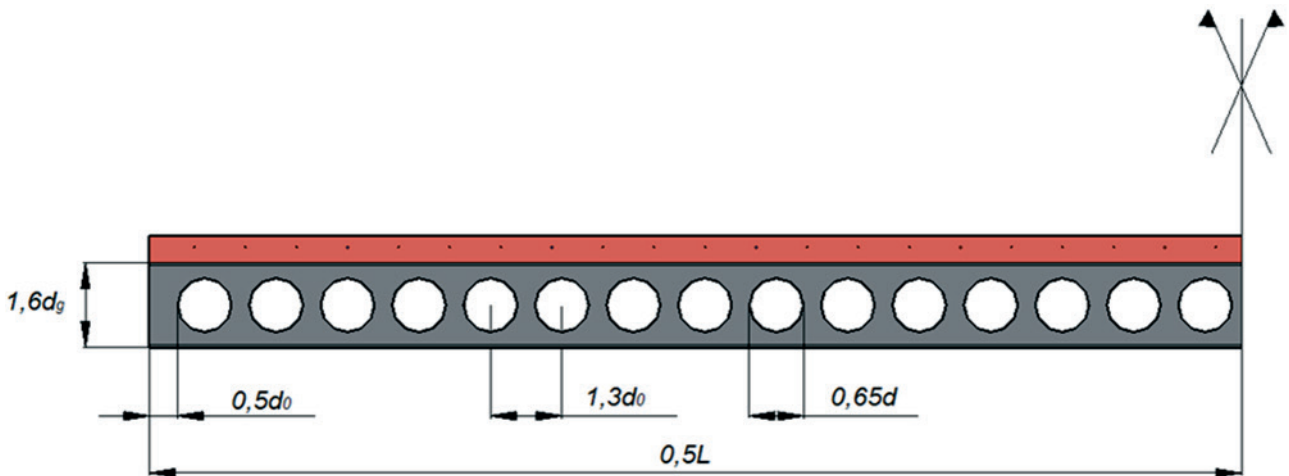


Figure 15
Standard model - lateral view

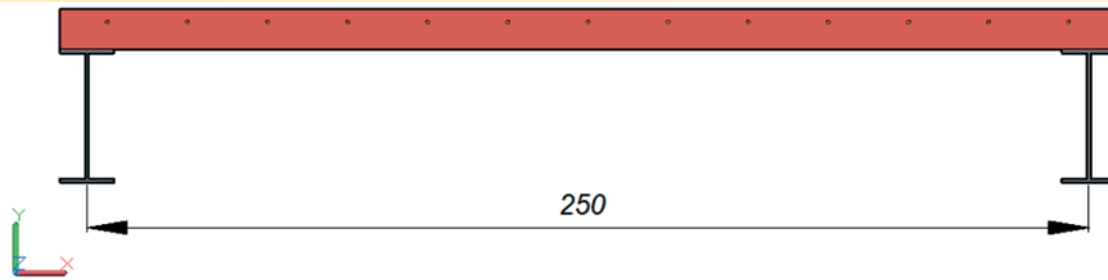


Figure 16
Standard model – distance between beams

5. Numerical example of computation of the elastic critical moment

In this section, the LTB elastic critical moment of two steel and concrete composite beams, one with a cellular profile and the other with a solid web profile of equivalent height. The influence of the web openings on the rotational stiffness values and the elastic critical moment was evaluated.

The composite beam with cellular profile was built with the previously studied W200x26.6 laminated profile. The adopted number of web openings was 30 (thirty), which made the span of the composite beam slightly higher than 25d, where d is the cellular profile height. Thus, both composite beams, of cellular and solid web profiles, had a span of 8.55 m and the height of the steel profile equal to 331.2 mm (ratio $d/d_g = 1.6$). The composite beams were denominated VC 331.2 and VP 331.2, respectively for the cellular profile and the solid web profile.

The slab used on both beams is bulk reinforced concrete 10 cm high. The longitudinal hogging reinforcement was considered having 12.5 mm diameter at every 15 cm and the transverse reinforcements were both of 6.3 mm diameters at every 20 cm. The concrete cover is 3 cm for the upper longitudinal and lower transverse reinforcements and 4.2 cm for upper transverse reinforcement. Young’s modulus for the steel and concrete are, respectively, 200,000 MPa and 23,800 MPa. The yielding stress for the steel profile and the reinforcement are, respectively, 345 MPa and 500 MPa. In this example, the transverse distance between composite beams is 250 cm, and it was chosen to determine the elastic critical moment of an inner beam, as can be seen at Figures 14, 15, and 16.

For the computation of the slab rotational stiffness, according to ABNT NBR 8800:2008 [1], a length of one meter along the transverse direction from the beam axis was considered, such that a rotational stiffness per unit length is obtained. Thus, five bars for the transverse reinforcement, positive and negative, fit within this length. The steel areas of the transverse bars, in 1 meter of the slab, add to 1.55 cm². Transforming the concrete

section in steel, the width of the slab and the transformed inertia, ignoring the concrete in tension, are 11.9 cm and 0.395 cm²/cm, respectively. The flexural stiffness of the homogenized composite section by unit length of the beam is calculated taking the least value, considering the half-span of the slab, for positive moment, and an internal support, for hogging moment. In this case, both moments of inertia are equal, since both the reinforcements, positive and negative, have the same area. Thus, $(EI)_2$ is equal to 7,900 kN/cm. Therefore, according to Equation 3, given by ABNT NBR 8800:2008 [1], the flexural stiffness of the homogenized composite section, adopting a equal to 3 for representing internal beams.

$$k_1 = 3x \frac{7900}{250} = 94,8 \text{ kN/rad} \tag{16}$$

After the computation of the rotational stiffness of the slab, the rotational stiffness for both the solid web and the cellular profiles was obtained. For the solid web, Equation 4 of ABNT NBR 8800:2008 [1] was used, with web thickness equal to 5.8 mm and the distance between top and bottom flange centers of gravity equal to 322.8 mm.

$$k_2 = \frac{20000.0,58^3}{3 \cdot 322,8 \cdot (1 - 0,3^2)} = 33,21 \text{ kN/rad} \tag{17}$$

For the cellular web, the proposed formulation (Equation 15) was used and the stiffness value was 13.55 kN/rad.

Table 5 presents the rotational stiffness results of the slab, k_1 , of the webs, cellular, $k_{2,c}$, and solid, $k_{2,p}$, and the rotational stiffness of the composite beams, $k_{r,c}$ for cellular profile and $k_{r,p}$ for solid web profile. The rotational stiffness of the composite beams was obtained by the equivalent stiffness equation for springs serially connected. It can be noted that the presence of openings in the cellular profile reduces the composite beam stiffness in 51.8%.

ABNT NBR 8800:2008 [1] procedure was followed to compute the elastic critical moment, as stated in Equation 5. For the computation of the geometric properties of the composite beam with the cellular profile was used the cross section of the cellular profile at the center of the opening, what consists in two Ts (one called top T and

Table 5
Comparison of the rotational stiffness of composite beams with cellular and solid web profiles

Profile	n	h_0 (m)	L (m)	k_1 (kN/rad)	$k_{2,c}$ (kN/rad)	$k_{r,c}$ (kN/rad)	
VC331.2	30	0.323	8.546	94.800	13.553	11.858	
Profile	n	h_0 (m)	L (m)	k_1 (kN/rad)	$k_{2,p}$ (kN/rad)	$k_{r,p}$ (kN/rad)	Ratio ($k_{r,c} / k_{r,p}$)
VP331.2	0	0.323	8.546	94.800	33.211	24.595	0.482

the other bottom T). For the composite beam with the solid web, of constant cross section along the span, the geometric properties of the I section were used, such as in Figure 17 (a) and (b). The hogging moment diagram was considered constant, such that ψ is equal to 1 and C_{dist} is equal to 6.2. With all the remaining parameters calculated, it was possible to find the elastic critical moment of the composite beams under study. The results are presented in Table 6. It can be noticed that the presence of openings in the cellular profile reduces the elastic critical moment value in approximately 32.4%.

6. Conclusion

In this work, a formulation for the determination of the rotational stiffness of the cellular web was presented and studied. Furthermore, its application on the computation of the elastic critical moment of composite beams with cellular profile was presented, based on the inverted U-frame mechanism. This formulation was derived from the Principle of Virtual Work, and determined the rotational stiffness of the cellular profile web after the lateral displacement of a plate with a circular centered opening with height equal to the distance between the centroids of the top and bottom flanges. To validate the equation, numerical modeling using the Finite Element Method was implemented to obtain the lateral displacement of the cellular profile web by means of an elastic analysis.

The stiffness results from the analytical formulation of the cellular web were always superior to the numerical, but the relative deviation was never above 10%. Therefore, a reduction coefficient of 0.9 was proposed for the cellular profile web stiffness equation. To exemplify, the developed formulation was used to determine the rotational stiffness and with it the LTB elastic critical moment of a composite beam with cellular profile built from the W200x26.6 profile. The values of rotational stiffness and elastic critical moment of this beam and of another composite beam with equivalent height and with a solid web were compared. It was observed that the rotational stiffness of the cellular web composite beam is 48.2% the stiffness of the solid web composite beam. The composite beam with cellular profile had an elastic critical moment 32.4% smaller than the solid web beam.

It was attempted to take into consideration all factors involved in the LTB of composite beams with cellular profiles, due to concerns of reliability of the developed formulation. As the number of cases covered in this research was limited, further investigation is necessary to assure the generality of the proposal.

7. Acknowledgements

Table 6

Comparison of the elastic critical moment of composite beams with cellular and solid web profiles

Profile	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rc} (kN/rad)	$M_{cr,c}$ (kNcm)	
VC331.2	30	0.323	8.546	11.858	14721.933	
Profile	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rp} (kN/rad)	$M_{cr,p}$ (kNcm)	Ratio ($M_{cr,c}/M_{cr,p}$)
VP331.2	0	0.323	8.546	24.595	21785.558	0.676

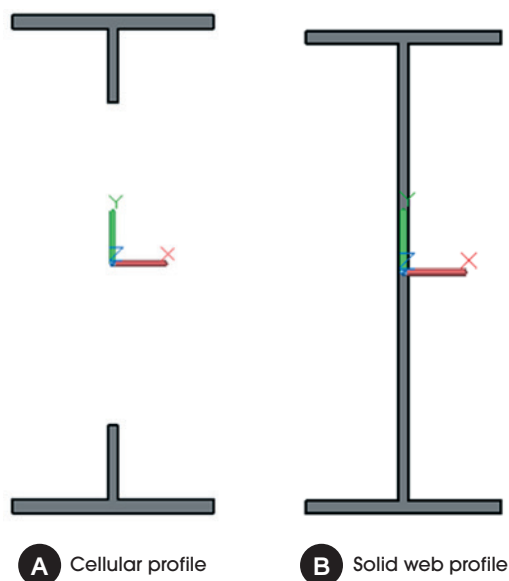


Figure 17 Cross section considered in the computation of the geometric properties

The authors would like to thank Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) for the support received during the development of this research.

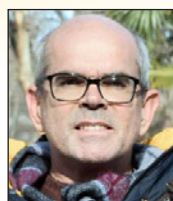
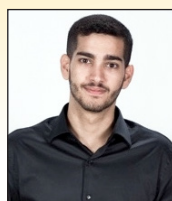
8. References

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. (in Portuguese)
- [2] CEN, EN 1994-1-1:2004. EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. Brussels, Belgium, 2004.
- [3] OLIVEIRA, J. P. S., CALENZANI, A. F. G., FAKURY, R. H., FERREIRA, W. G. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. Engineering Structures, n. 113, p. 121-132, 2016.
- [4] CALENZANI, A.F.G. Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas

- contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Doctoral Dissertation (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008. (in Portuguese)
- [5] FAN, C.K.R. Buckling in continuous composite beams. Thesis (Doctor of Philosophy), Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1990.
- [6] JOHNSON, R.P. Composite Structures of Steel and Concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings. 3. ed. Warwick, U.K: Blackwell, 2004.
- [7] JOHNSON, R.P., MOLENSTRA N. Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. *The Structural Engineer*, V.68, n.19/2, p.:386–392, 1990.
- [8] CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, n.79, p. 22-33, 2012.
- [9] ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. *Stahlbau*, 59, 327 – 332, 1990.
- [10] LAWSON, R. M.; HICKS, S. J. - Design of composite beams with large web openings: in accordance with Eurocodes and the UK National Annexes. Steel Construction Institute, 2011.
- [11] WARD, J. K. Design of composite and non-composite cellular beams. Steel Construction Institute, 1990.
- [12] Gizejowski, M.A.; Khalil, W.A.S. Stability and ductility of castellated composite beams subjected to hogging bending. *International Conference on Stability and Ductility of Steel Structures*, Rio de Janeiro, Brazil, p. 839-846, 2010.
- [13] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 10.3, Champaign, IL (2015).
- [14] ANSYS, INC. Release 15.0 Documentation for ANSYS. Canonsburg: [s.n.], 2013.
- [15] ABREU, L. M. P.; FAKURY, R. H.; CASTRO e SILVA, A. L. R. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares, *Mecânica Computacional*, v. XXIX, p. 7255-7271, 2010. (in Portuguese)

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

Flambagem lateral com distorção de vigas mistas celulares



A. D. PIASSI^a
allan_piassi@yahoo.com.br

J. V. DIAS^b
joaovdias@gmail.com

A. F. G. CALENZANI^a
afcalenzani@gmail.com

F. C. C. MENANDRO^a
fernando.menandro@ufes.br

Abstract

In the region of negative bending moments of continuous and semi-continuous steel and concrete composite beams, the inferior portion of the steel section is subjected to compression while the top flange is restricted by the slab, which may cause a global instability limit state known as lateral distortional buckling (LDB) characterized by a lateral displacement and rotation of the bottom flange with a distortion of the section's web when it doesn't have enough flexural rigidity. The ABNT NBR 8800:2008 provides an approximate procedure for the verification of this limit state, in which the resistant moment to LDB is obtained from the elastic critical moment in the negative moment region. One of the essential parameters for the evaluation of the critical moment is the composite beam's rotational rigidity. This procedure is restricted only to steel and concrete composite beams with sections that have plane webs. In this paper, an equation for the calculation of the rotational rigidity of cellular sections was developed in order to determine the LDB elastic critical moment. The formulation was verified by numerical analyses performed in ANSYS and its efficiency was confirmed. Finally, the procedure described in ABNT NBR 8800:2008 for the calculation of the critical LDB moment was expanded to composite beams with cellular sections in a numerical example with the appropriate modifications in geometric properties and rotational rigidity.

Keywords: cellular profile, rotational stiffness, lateral distortional buckling, elastic critical moment.

Resumo

Na região de momento negativo das vigas mistas de aço e concreto contínuas e semicontínuas, a parte inferior do perfil de aço está sujeita à compressão, enquanto a mesa superior está travada pela laje, o que pode ocasionar um estado limite de instabilidade global denominado flambagem lateral com distorção (FLD) caracterizado por deslocamento lateral e giro da mesa inferior mediante a distorção ocorrida na alma do perfil de aço caso esta não possua rigidez flexional suficiente. A ABNT NBR 8800:2008 fornece um procedimento aproximado para verificação desse estado limite pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momento negativo. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista. O procedimento da ABNT NBR 8800:2008 se restringe somente às vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço de alma cheia. Nesse trabalho, uma formulação analítica para o cálculo da rigidez rotacional da alma de um perfil celular foi desenvolvida com vistas à determinação do momento crítico elástico à FLD. A formulação foi verificada por análises numéricas desenvolvidas no ANSYS que comprovaram a sua eficiência. Por fim, o procedimento descrito na ABNT NBR 8800:2008 para cálculo do momento crítico à FLD é estendido a vigas mistas com perfil de aço celular em um exemplo numérico com as devidas modificações nas propriedades geométricas e na rigidez rotacional.

Palavras-chave: perfil celular, rigidez rotacional, flambagem lateral com distorção, momento crítico elástico.

^a Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, ES, Brazil;

^b Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, Brazil.

1. Introdução

Viga mista de aço e concreto, de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 [1], consiste em um componente de aço simétrico em relação ao eixo de flexão, que pode ser um perfil I ou uma treliça, com uma laje de concreto acima de sua face superior. Deve haver ligação mecânica por meio de conectores de cisalhamento entre o componente de aço e a laje, de tal forma que ambos funcionem como um conjunto para resistir à flexão.

Nas vigas mistas de aço e concreto contínuas ou semicontínuas, as regiões próximas aos apoios internos ficam sujeitas a momentos negativos e, como a mesa inferior e parte da alma estão comprimidas, a viga estará sujeita a flambagem lateral com distorção (FLD), flambagem local da mesa (FLM) e flambagem local da alma (FLA).

A ABNT NBR 8800:2008 [1] fornece um procedimento aproximado para verificação do estado limite de flambagem lateral com distorção (FLD), similar ao da norma europeia EN 1994-1-1:2004 [2], com base no comportamento do mecanismo "U" invertido, pelo qual se obtém o momento fletor resistente à FLD a partir do momento crítico elástico da região de momento negativo. Uma grandeza fundamental para se chegar ao valor do momento crítico elástico é a rigidez rotacional da viga mista. Esse procedimento fornecido pela norma se restringe somente às vigas mistas com perfis de aço de alma cheia. A investigação da flambagem lateral com distorção de vigas mistas com perfil celular é algo ainda recente.

2. Flambagem lateral com distorção

A Flambagem Lateral com Distorção acontecerá na região de momentos negativos das vigas mistas contínuas e semicontínuas devido à compressão da mesa inferior e a tendência desta de flambar em relação ao seu eixo de maior inércia, já que em relação ao eixo de menor inércia é impossível devido à restrição da alma do perfil. Caso a alma não tenha rigidez suficiente à flexão lateral, ela distorce e a mesa comprimida desloca lateralmente acompanhada de uma torção. (Figura 1)

O modelo considerado pela ABNT NBR 8800:2008 [1] para representar o comportamento de uma viga mista à FLD é o mecanismo "U" invertido. Esse mecanismo é formado por duas

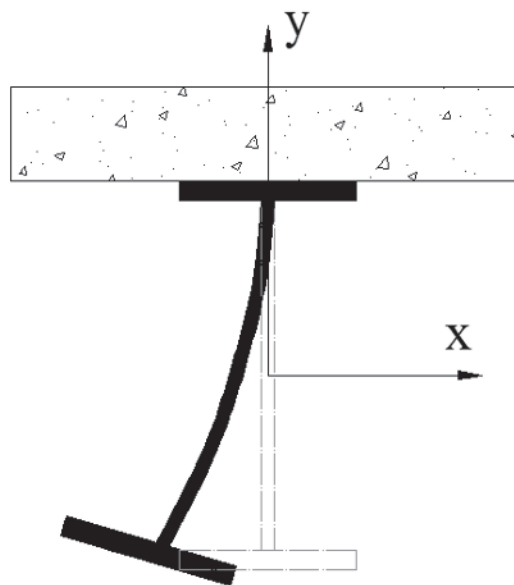


Figura 1
Flambagem lateral com distorção [3]
Adaptada pelos autores

ou mais vigas paralelas conectadas por meio de conectores de cisalhamento a uma mesma laje, conforme a Figura 2.

Resultados experimentais de Fan [5] comprovaram que o mecanismo "U" invertido é mais adequado para representar o comportamento de uma viga mista à FLD do que o mecanismo "T" formado por uma única viga de aço conectada à laje de concreto por meio de conectores de cisalhamento. O mecanismo "U" consegue retratar de forma mais realística as restrições ao deslocamento lateral e à torção impostas à mesa inferior do perfil de aço pela laje de concreto. A rigidez desse mecanismo em relação ao eixo longitudinal dos perfis de aço é chamada de rigidez rotacional (k_r). Segundo Johnson [6], a rigidez rotacional de uma viga mista relaciona uma força de perturbação F na mesa inferior dos perfis de aço com a rotação θ e conseqüentemente com o deslocamento lateral δ nessas mesas conforme Figura 3. Essa rigidez, aplicada a uma mola de rotação situada na mesa superior de uma viga, permite reproduzir a influência do mecanismo "U" na resistência à

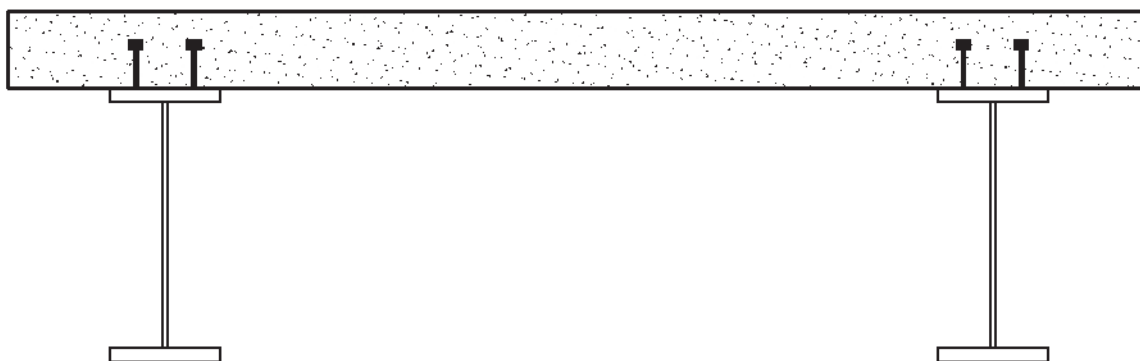


Figura 2
Mecanismo "U" invertido [4]

FLD é obtida por unidade de comprimento da viga, relacionando o momento no ponto A, situado no centro geométrico da mesa superior, ao ângulo de rotação, conforme equação 1:

$$k_r = \frac{Fh_0}{\delta/h_0} \tag{1}$$

onde F é a força aplicada na mesa inferior, h_0 é a altura da alma do perfil de aço, medida de centro a centro das mesas.

A determinação da rigidez rotacional (k_r) diretamente pela equação (1) depende de análises experimentais ou numéricas de alto grau de complexidade. A ABNT NBR 8800:2008 [1] fornece um método direto e simplificado de resolver o problema, encontrado em Johnson [6]. O método consiste em obter as rotações isoladas devido à flexão transversal da laje de concreto, a distorção da alma e a deformação do conector de cisalhamento. Assim, pode-

se obter o valor da rigidez rotacional do sistema em função da rigidez à flexão da laje (k_1), da rigidez à flexão da alma do perfil (k_2) e da rigidez à flexão da conexão de cisalhamento (k_3), conforme a conhecida expressão da resultante de molas ligadas em série.

$$\frac{1}{k_r} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \tag{2}$$

Para a rigidez à flexão da laje fissurada na direção longitudinal dos perfis de aço, pode-se considerar a laje como uma viga engastada nos perfis, Johnson [6]. Aplicando rotações unitárias nos engastes, os momentos que surgem são as rigidezes procuradas em cada apoio conforme a Figura 4. Generalizando, tem-se a rigidez à flexão da laje por unidade de comprimento:

$$k_1 = \frac{\alpha(EI)_2}{a} \tag{3}$$

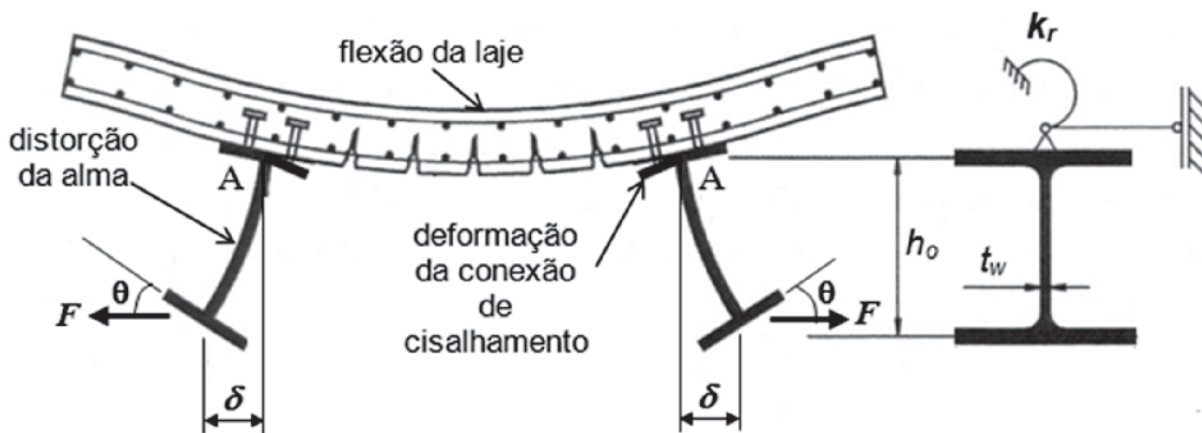


Figura 3
Rigidez rotacional de uma viga mista [4]
Adaptada pelos autores

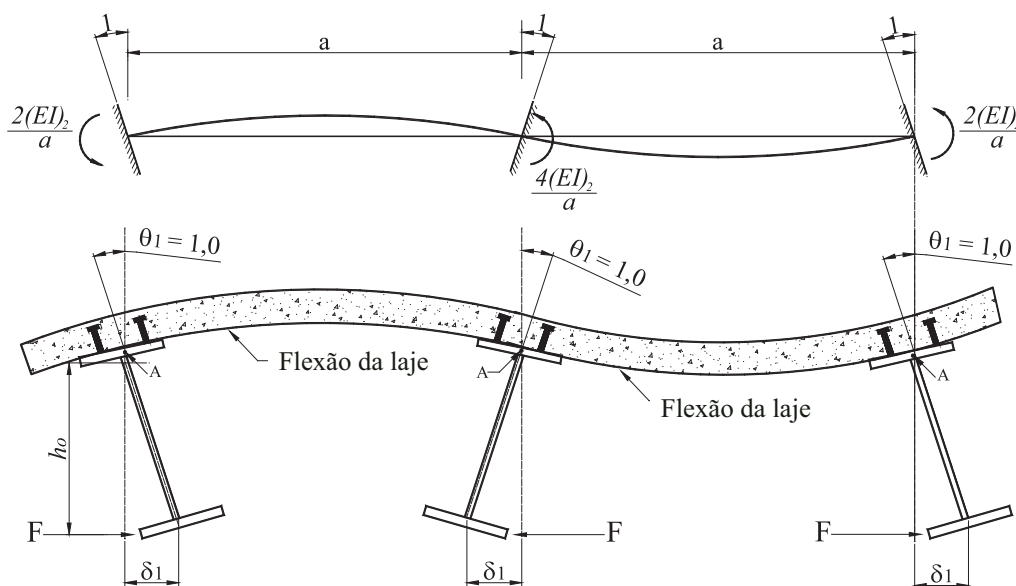


Figura 4
Rigidez à flexão da laje fissurada [4]

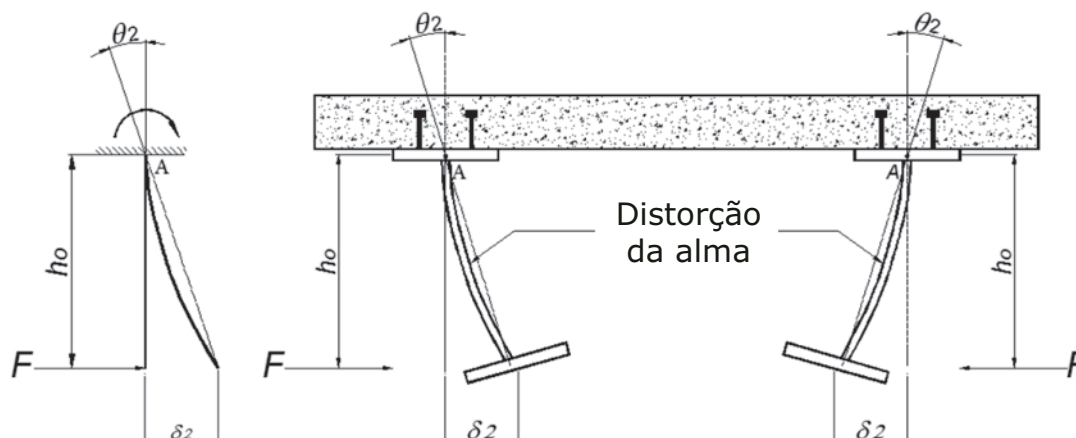


Figura 5
Rotational stiffness of the profile web [4]

Onde α é o coeficiente que depende da posição da viga analisada, ou seja, se a viga situa-se na extremidade da laje, α é igual a 2, se a viga for interna, α é igual a 3 (para vigas internas com quatro ou mais vigas similares, pode-se adotar igual a 4). O termo $(EI)_2$ é a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada da laje, desconsiderando o concreto tracionado, por unidade de comprimento, tomada como o menor valor entre as rigidezes no meio do vão e no apoio interno. O valor de a é a distância entre as vigas paralelas.

Para a rigidez à flexão da alma do perfil de aço, como pode ser observado na Figura 5, considera-se a alma como uma placa engastada no centro geométrico da mesa superior e livre no centro geométrico da mesa inferior, Johnson [6]. A força horizontal F que atua na mesa inferior está relacionada com o deslocamento δ_2 . Considerando o valor da rigidez à flexão da placa por unidade de comprimento, obtêm-se:

$$k_2 = \frac{E_a t_w^3}{4h_0(1 - \nu_a^2)} \quad (4)$$

onde t_w é a espessura da alma, E_a módulo de elasticidade e ν_a o coeficiente de Poisson do aço.

A rigidez da conexão de cisalhamento, k_s , depende de um grande número de fatores, o que torna praticamente impossível de obtê-la analiticamente. Essa rigidez costuma ser muito elevada, então é desprezada por diversos métodos de cálculo, inclusive pela o da ABNT NBR 8800:2008 [1]. De acordo com Johnson and Molenstra [7], experimentos em vigas mistas de pontes mostraram que a rigidez da conexão de cisalhamento afeta em menos de 1% a rigidez rotacional total.

Calenzani *et al.* [8] apresentaram uma formulação para determinar a rigidez rotacional de vigas mistas com perfis de alma senoidal com base nos resultados de quatro protótipos experimentais representativos do mecanismo "U" invertido que foram utilizados no desenvolvimento e calibração de um modelo numérico de elementos finitos. Para avaliar os parâmetros que influenciam a rigidez rotacional dessas vigas, sessenta e oito modelos numéricos foram processados. O momento crítico elástico à FLD (M_{cr}) é definido pela Equação 5 de acordo com a ABNT NBR 8800:2008 [1] que utiliza a formulação de Roik, Hanswille e Kina [9].

$$M_{cr} = \alpha_g \frac{C_{dist}}{L} \sqrt{\left(GJ + \frac{k_r L^2}{\pi^2}\right) EI_{af,y}} \quad (5)$$

onde G é o módulo de elasticidade transversal do aço; L é o comprimento da viga entre apoios verticais (exige-se que ambas as mesas do perfil de aço possuam contenção lateral nesses apoios), J é a constante de torção do perfil de aço, $I_{af,y}$ é o momento de inércia da mesa inferior do perfil de aço em relação ao eixo y , C_{dist} é um coeficiente que depende da distribuição de momentos fletores no comprimento L , α_g é um fator relacionado à geometria da seção transversal da viga mista, k_r é a rigidez rotacional da viga mista.

Vigas mistas com perfil de aço celular, Figura 6, vêm sendo correntemente utilizadas na construção de edifícios devido a inúmeras vantagens tais como: boa resistência em relação ao seu peso que surge como resultado do aumento da sua altura, possibilidade de construção de vãos longos, passagem de dutos de serviços através das aberturas nas almas das vigas, entre outras. Entretanto, essas vigas não são abordadas pelas principais

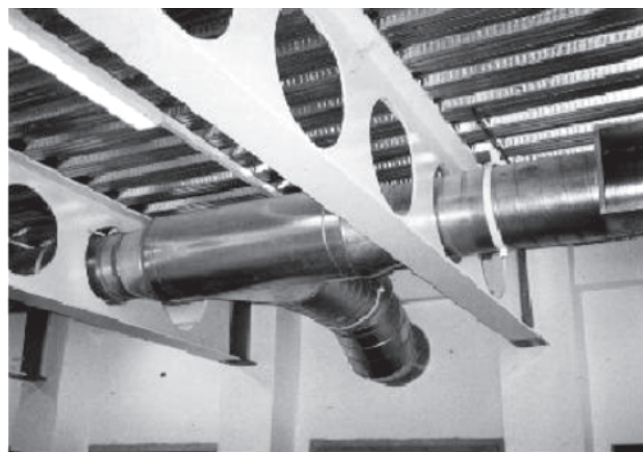


Figura 6
Aplicação de viga mista com perfil celular [10]



A Protótipos de vigas mistas com perfil celular



B Colapso por FLD

Figura 7
Experimentos em vigas mistas com perfil celular [12]

normas de projeto, sendo necessário recorrer a guias de projeto para o seu dimensionamento, tais como o de Lawson e Hicks [10] e o de Ward [11]. Em se tratando o comportamento na região de momento negativo, poucas pesquisas sobre a FLD de vigas mistas com perfis de aço celular são encontradas na literatura.

Gizejowski e Khalil [12] desenvolveram um trabalho experimental para avaliar o comportamento de vigas mistas de aço e concreto com perfis de aço com aberturas na alma, sujeitas à momento negativo. Doze protótipos foram ensaiados, considerando seis com vãos longos para representar os casos nos quais a flexão controla o comportamento das vigas e seis com vãos curtos para considerar o efeito de cisalhamento. Três diferentes tipos de abertura na alma do perfil de aço foram analisados: abertura retangular, hexagonal e circular. Em todos os ensaios, Gizejowski e Khalil [12] observaram o modo de flambagem lateral com distorção (Figura 7). O deslocamento lateral com uma pequena deformação de distorção da alma do perfil de aço predominou nas vigas de vãos longos com aberturas circulares ou hexagonais. Para as vigas com abertura retangular, e para todos os protótipos com vãos curtos, predominou o modo de flambagem de torção com um pequeno deslocamento lateral da alma do perfil de aço. Nesse trabalho, uma formulação analítica para o cálculo da rigidez rotacional da alma de perfis celulares é desenvolvida com vistas à determinação do momento crítico elástico à FLD. Além disso, o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 [1] de obtenção Momento crítico Elástico é exemplificado em uma viga mista formada por perfil de aço celular, com as adaptações necessárias nas propriedades geométricas e na rigidez rotacional.

3. Proposição de formulação analítica para rigidez rotacional da alma celular

A metodologia utilizada na determinação analítica da rigidez rotacional da alma de perfis celulares inicia-se pelo cálculo do deslocamento transversal de uma placa com abertura circular. Para obtenção desse deslocamento, um modelo simplificado utilizando a teoria de elementos lineares e o princípio dos trabalhos virtuais (PTV)

foi utilizado. Esse modelo, apresentado na Figura 8, representa uma barra de comprimento igual à distância entre os centros de mesas superior e inferior do perfil de aço e de seção transversal variável devido à abertura. A força é aplicada na extremidade inferior da placa. Foi considerada apenas uma abertura centralizada na placa. O modelo simplificado foi dividido em três regiões para a integração, regiões 1, 2 e 3, Figura 9. A primeira região estende-se do engaste até o início da abertura circular, a segunda abrange a área da abertura da placa, e a terceira, estende-se do fim da abertura até a extremidade inferior da placa. A necessidade da divisão do modelo deve-se à variação do momento de inércia da placa. O deslocamento total do modelo simplificado, δ_2 , é igual à soma dos deslocamentos da placa, $\delta_{2,1}$, $\delta_{2,2}$ e $\delta_{2,3}$ correspondentes respectivamente aos comprimentos l_1 , l_2 e l_3 , portanto:

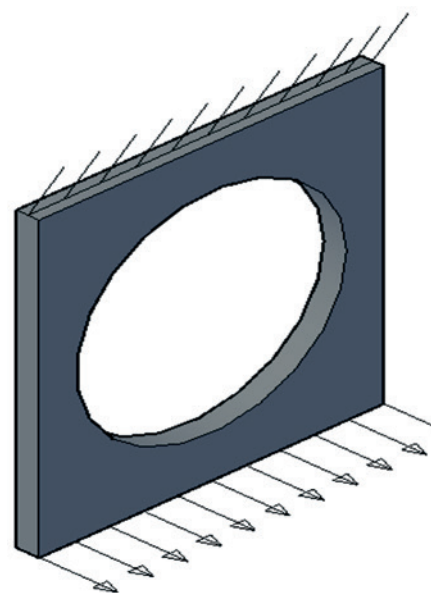


Figura 8
Modelo simplificado para formulação analítica

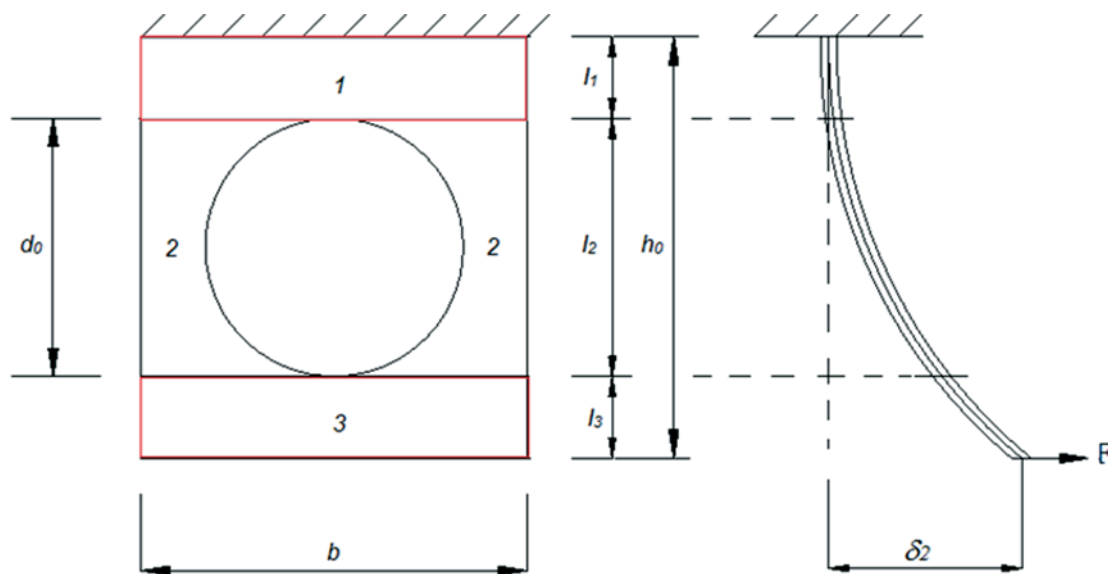


Figura 9
Regiões para integração

$$\delta_2 = \delta_{2,1} + \delta_{2,2} + \delta_{2,3} \tag{6}$$

Para obter o deslocamento do primeiro trecho, da parte engastada até o início da abertura, utiliza-se a equação 7.

$$\delta_{2,1} = \int_0^{\frac{h_0-d_0}{2}} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{24EI} (h_0 - d_0)^3 \tag{7}$$

Para a terceira parte, do fim da abertura até a extremidade inferior da alma, o procedimento se assemelha ao da primeira parte, uma vez que o momento de inércia é constante, mudando apenas os limites de integração, conforme:

$$\delta_{2,3} = \int_{\frac{h_0+d_0}{2}}^{h_0} \frac{Fx^2}{EI} dx = \frac{F}{3EI} \left(h_0^3 - \frac{(h_0 + d_0)^3}{8} \right) \tag{8}$$

Para o segundo trecho, os limites de integração correspondem ao diâmetro da abertura e a equação do deslocamento fica:

$$\delta_{2,2} = \int_{\frac{h_0-d_0}{2}}^{\frac{h_0+d_0}{2}} \frac{12Fx^2}{Et_w^3 \left(b - 2\sqrt{\frac{d_0^2}{4} - \left(\frac{h_0}{2} - x\right)^2} \right)} dx \tag{9}$$

Para solucionar a Equação (9) foi necessária a utilização do software MATHEMATICA 10.3 [13]. O software apresentou uma solução com números reais e complexos. Após manipulações matemáticas, chegou-se à equação do deslocamento do segundo trecho.

$$\delta_{2,2} = \frac{3F}{4Et_w^3} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \right) \tag{10}$$

Obtidos os deslocamentos individuais, obtém-se a equação para o deslocamento de uma placa com furo centralizado e uma força aplicada em sua extremidade inferior:

$$\delta_2 = \frac{F}{Ebt_w^3} \left((4h_0^3 - 3d_0h_0^3 - d_0^3) + \frac{3b}{4} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4\arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \right) \right) \tag{11}$$

Um modelo genérico com base no modelo simplificado de placa com uma abertura centralizada é proposto para determinação do deslocamento transversal de uma placa com n aberturas. Sabendo-se que a alma celular possui diversas aberturas igualmente espaçadas da distância s , e que a primeira e a última abertura ficam distantes de s_e das extremidades, Figura 10, o modelo genérico foi gerado agrupando-se n placas centrais de largura s a duas placas de extremidade de largura igual à soma de s_e com $0,5d_0$ e $0,5s$.

A alma do perfil submetida à força F na sua extremidade inferior apresenta um deslocamento lateral igualitário ao longo do comprimento da viga, uma vez que está conectada a uma mesa inferior que é rígida. Por isso, esse trabalho propõe obter o deslocamento lateral da alma celular com n furos, $\delta_{2,c}$, por meio da média ponderada dos deslocamentos das placas isoladas (centrais e de extremidades) em relação ao comprimento de cada placa. Os deslocamen-

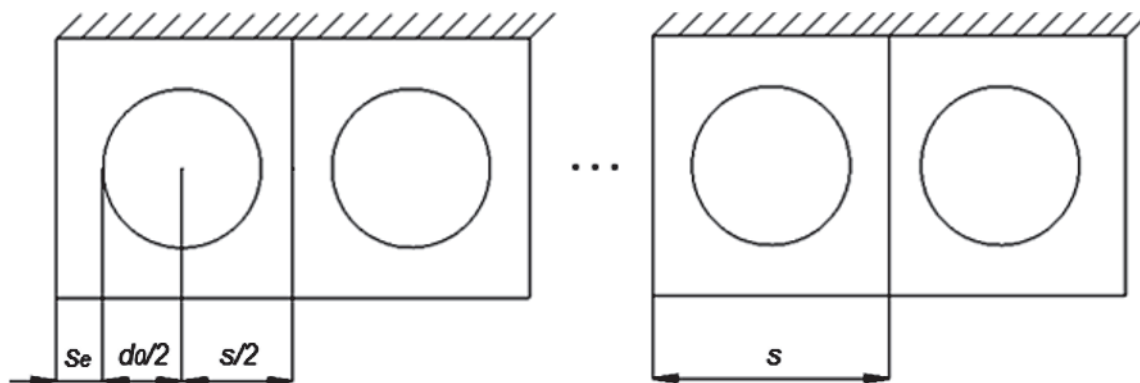


Figura 10
Modelo para viga celular com n aberturas

tos $\delta_{2,cent}$ e $\delta_{2,ext}$ são calculados por meio da Equação (11), onde a largura b é tomada igual a s para as placas centrais e igual a $s_e + 0,5d_0 + 0,5s$ para as placas de extremidades. A força F aplicada nas placas deve ser distribuída de forma proporcional ao comprimento de cada placa isolada.

$$\delta_{2,c} = \frac{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}}{L} \quad (12)$$

Para o cálculo da rigidez rotacional do perfil celular, tomam-se como base as Equações 11 e 12. Substituindo a equação dos deslocamentos (de uma placa e de n placas), é possível obter a rigidez rotacional de uma barra com uma abertura circular e para n aberturas, respectivamente apresentadas nas Equações 13 e 14.

$$k_{2,c} = \frac{Et_w^3 h_0^2}{(4h_0^3 - 3d_0 h_0^2 - d_0^3) + \frac{3b}{4} \left(4bd_0 + \pi(2b^2 - d_0^2 - 2h_0^2) - \frac{(b^3 - bd_0^2 - bh_0^2)}{\sqrt{b^2 - d_0^2}} \left(4arctg\left(\frac{d_0}{\sqrt{b^2 - d_0^2}}\right) + 2\pi \right) \right)} \quad (13)$$

$$k_{2,c} = \frac{Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \quad (14)$$

4. Avaliação numérica da formulação de rigidez da alma celular

Modelos numéricos foram definidos para simular o comportamento da alma do perfil celular em regime elástico por meio do método dos elementos finitos (Figura 11). Os resultados numéricos de deslocamento lateral da placa da alma e conseqüentemente da sua rigidez foram obtidos e comparados com os resultados analíticos. O objetivo era avaliar a formulação analítica para sua posterior utilização no cálculo do momento crítico elástico de vigas mistas com perfis celulares.

A modelagem numérica foi realizada utilizando-se o software

de análise de elementos finitos ANSYS 15.0 [14]. Foram implementados modelos tridimensionais em elementos finitos de placa, desenvolvidos para retratar de forma mais realística possível o comportamento estrutural das placas com aberturas circulares. Para representar a alma do perfil de aço celular, elementos de casca SHELL181 foram utilizados. O SHELL 181 é recomendado para modelar estruturas de espessura fina a moderadamente grossa, sendo útil em análises lineares, não-lineares, com grandes deslocamentos e grandes deformações, ANSYS 15.0 [14]. Esse elemento é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó, translações e rotações nas três direções ortogonais. Diversos autores utilizaram o elemento SHELL 181 em modelos numéricos de vigas com perfis de aço e vigas mistas de aço e concreto considerando análises lineares, não lineares e de flambagem. Dentre eles, podem-se citar os trabalhos de Abreu [15], Calenzani [4] e Oliveira [3]. A resistência ao escoamento do aço da alma do perfil celular foi tomada igual a 34,5 kN/cm². O coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade foram tomados iguais a 0,3 e 20000 kN/cm², respectivamente. Para simular as condições de contorno, na extremidade superior da alma celular, os deslocamentos e rotações nas direções

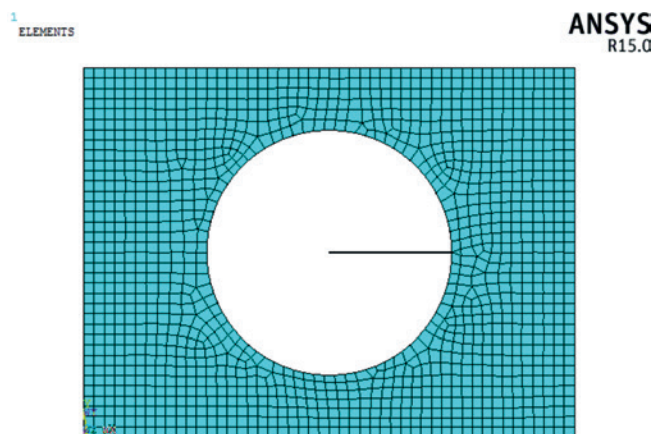


Figura 11
Modelo numérico da placa celular – frontal

globais x , y e z foram impedidos. Na extremidade inferior, o deslocamento dos nós foi acoplado, fazendo com que houvesse um deslocamento igualitário ao longo do comprimento do modelo, simulando a mesa inferior. Essa restrição foi dada para considerar o efeito diafragma proporcionada pela mesa inferior que não foi modelada. O carregamento foi distribuído aos nós que compõem a linha da extremidade inferior da placa para uma melhor convergência do modelo. A intensidade da força total aplicada ao modelo foi de 10 kN.

O ANSYS 15.0 [14] possui duas alternativas para a geração da malha de elementos finitos, livre ou mapeada. A malha de elementos finitos foi definida como uma malha livre, em vez de mapeada devido à simplicidade do tipo de análise. Para determinação do tamanho ideal de malha foi utilizado um modelo específico de um perfil laminado W200x26,6 adaptado para um perfil celular com uma abertura. Esse modelo por sua vez tem 0,3228 m de altura, 0,4306 m de comprimento e diâmetro de 0,2153 m. As malhas foram geradas com elementos de 0,01 a 0,1 m de lado (variando-se o tamanho dos elementos em 5 mm) e os resultados de deslocamento na direção normal à placa foram anotados, bem como o número de elementos em cada modelo. A partir desses dados, calculou-se o valor do desvio relativo entre duas medições consecutivas. Os valores obtidos são apresentados na Tabela 1.

A Figura 12 apresenta o gráfico que relaciona o deslocamento máximo de cada modelo com sua quantidade de elementos nos modelos analisados. Observa-se pelo comportamento assintótico do gráfico que a convergência dos resultados ocorre a partir de um deslocamento igual a 0,118 m. Um ponto correspondente à malha com 71 elementos forneceu um valor de deslocamento fora do padrão da curva, demonstrando uma oscilação do resultado numérico, porém não há comprometido da análise do estudo de malha desenvolvido, uma vez que se trata de pequena oscilação em um único ponto. Tomando como base os resultados analisados, a malha utilizada é de 0,01 m. Esta apresentou resultados com precisão adequada e, apesar de mais discretizada que aquela que apresenta resultados com boa convergência de solução, não apresentou elevado tempo de processamento computacional.

No processo de desenvolvimento algébrico da equação para determinação da rigidez rotacional da alma celular, considerou-se

Tabela 1
Estudo de malha

Tamanho do elemento (m)	$\delta_{\text{máx}}$ (m)	Quantidade de elementos	Desvio $(\delta_i - \delta_{i+1})/\delta_i$
0,01	0,1189	1096	0,0017
0,015	0,1187	498	0,0025
0,02	0,1184	291	0,0017
0,025	0,1182	195	0,0034
0,03	0,1178	128	0,0025
0,035	0,1175	114	0,0043
0,04	0,1170	81	0,0051
0,045	0,1164	71	0,0069
0,05	0,1156	58	-0,0043
0,055	0,1161	37	0,0000
0,06	0,1161	37	0,0121
0,065	0,1147	30	0,0044
0,07	0,1142	28	0,0149
0,075	0,1125	30	-0,0027
0,08	0,1128	26	0,0168
0,085	0,1109	23	0,0469
0,09	0,1057	23	0,0000
0,095	0,1057	23	-0,0095
0,1	0,1067	21	-

apenas análise linear geométrica e de material. Desta forma, para que as análises pudessem ser comparadas, a análise pelo método dos elementos finitos também foi feita linear. Uma vez que a metodologia normativa é feita em caráter linear elástico, para o desenvolvimento da fórmula também é válido que se utilize uma análise linear.

Para a validação da formulação analítica mediante os resultados numéricos, foram selecionados três diferentes perfis laminados

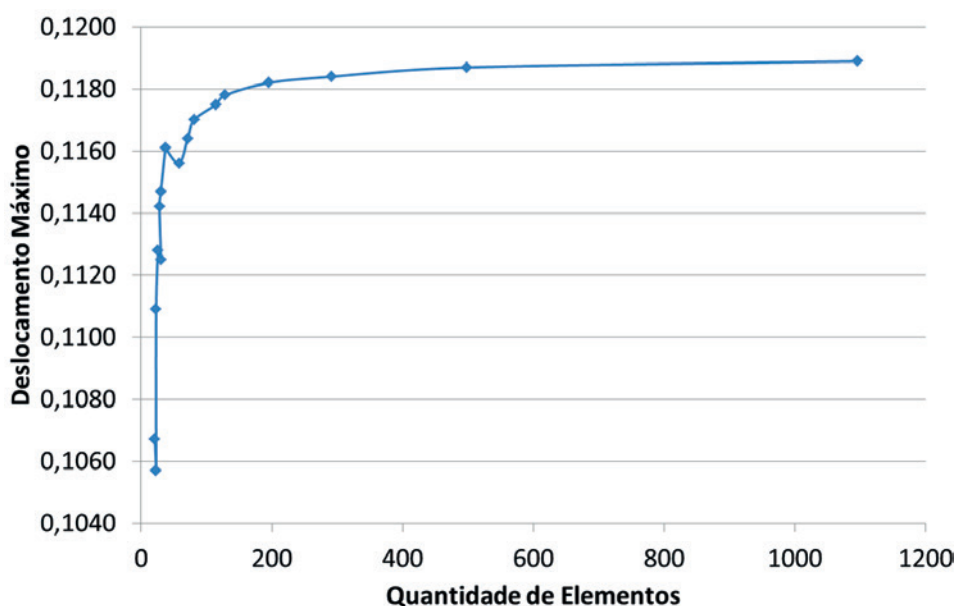


Figura 12
Deslocamento máximo x quantidade de elementos

Tabela 2
Modelo padrão

	d	d₀	s	s_e
Modelo padrão	1,6*d _g	0,65*d	1,3*d ₀	0,5*d ₀

para geração dos perfis celulares. A escolha dos perfis laminados de abas paralelas foi feita de forma a abranger todo intervalo de altura do catálogo de perfis da fabricante Gerdau Açominas. Essa análise abrangeu doze modelos com características geométricas obtidas a partir de um modelo padrão pré-definido.

Costuma-se utilizar a proposta de Harper *apud* Abreu [15] para os limites dos parâmetros construtivos de perfis celulares, onde o diâmetro da abertura (*d₀*) varia de 0,57 a 0,8 da altura do perfil celular (*d*) e o espaçamento entre aberturas (*s*) varia de 1,08 a 1,5 do diâmetro da abertura. Assim, o perfil celular do modelo padrão teve os parâmetros construtivos: altura expandida do perfil (*d*),

diâmetro da abertura circular na alma do perfil (*d₀*), espaçamento entre aberturas (*s*), distância entre a extremidade do perfil e o início da abertura circular (*s_e*) selecionados de acordo com a Tabela 2. Os perfis laminados selecionados são apresentados na Tabela 3 juntamente com os parâmetros geométricos adotados para os perfis celulares. Em cada perfil celular, a quantidade de aberturas em sua alma foi variada, e consequentemente, o seu comprimento total. Os modelos apresentaram uma, dez, vinte e trinta aberturas. De posse dos modelos a serem analisados, criou-se uma simbologia para identificação dos modelos de alma celular, a saber: *Cperfil_d/d_g_d₀/d_s/d₀_s_e/d₀_n*, onde *Cperfil* indica viga celular com a designação do perfil original e as variáveis *d*, *d_g*, *d₀*, *s*, *s_e* e *n* são as propriedades geométricas. C200x26,6_1,6_0,65_1,3_0,5_1, por exemplo, significa uma viga celular com perfil original W200x26,6, razão entre a altura final e a altura do perfil original, *d/d_g*, igual a 1,6, razão entre o diâmetro da abertura e a altura final, *d₀/d*, igual a 0,65, razão entre a distância entre aberturas e o diâmetro da abertura, *s/d₀*, igual a 1,3, razão entre a distância da extremidade ao início da abertura e o diâmetro da abertura, *s_e/d₀*, igual a 0,5 e por último o número de aberturas.

Tabela 3
Perfis para validação da formulação analítica

Modelos	n	d (m)	d ₀ (m)	s (m)	s _e (m)	L (m)
200x26,6	1	0,331	0,215	0,279	0,107	0,431
	10	0,331	0,215	0,279	0,107	2,949
	20	0,331	0,215	0,279	0,107	5,748
	30	0,331	0,215	0,279	0,107	8,547
410x60	1	0,651	0,423	0,550	0,212	0,847
	10	0,651	0,423	0,550	0,212	5,799
	20	0,651	0,423	0,550	0,212	11,302
	30	0,651	0,423	0,550	0,212	16,804
610x125	1	0,979	0,636	0,827	0,318	1,273
	10	0,979	0,636	0,827	0,318	8,720
	20	0,979	0,636	0,827	0,318	16,994
	30	0,979	0,636	0,827	0,318	25,268

Tabela 4
Comparação de resultados analítico e numérico de rigidez da alma celular

Simbologia	δ _{2,c,A} (m)	δ _{2,c,N} (m)	k _{2,c,A} (kN/rad)	k _{2,c,N} (kN/rad)	Desvio (k _{2,c,A} /k _{2,c,N})
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,331	0,215	0,279	0,107	0,431
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,331	0,215	0,279	0,107	2,949
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,331	0,215	0,279	0,107	5,748
C200x26.6_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,331	0,215	0,279	0,107	8,547
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,651	0,423	0,550	0,212	0,847
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,651	0,423	0,550	0,212	5,799
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,651	0,423	0,550	0,212	11,302
C410x60.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,651	0,423	0,550	0,212	16,804
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_1	0,979	0,636	0,827	0,318	1,273
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_10	0,979	0,636	0,827	0,318	8,720
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_20	0,979	0,636	0,827	0,318	16,994
C610x125.0_1.60_0.65_1.3_0.5_30	0,979	0,636	0,827	0,318	25,268

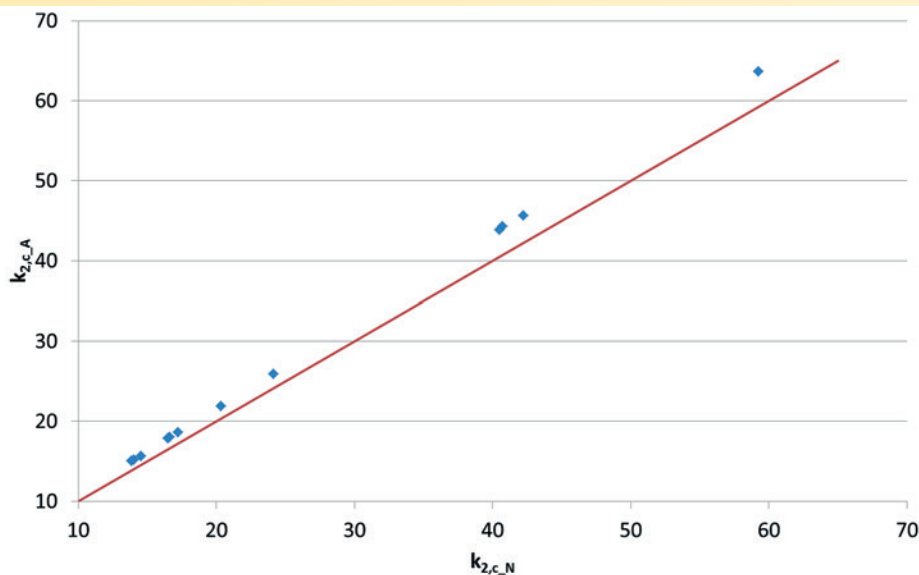


Figura 13
Linha de ajuste perfeito

Para avaliar a equação analítica, os resultados dos modelos numéricos foram comparados com os da formulação da rigidez rotacional da alma celular. A Tabela 4 apresenta os perfis

analisados, o deslocamento analítico obtido pela formulação proposta, o deslocamento numérico, a rigidez rotacional analítica da alma celular, a rigidez rotacional numérica da alma celular e o desvio relativo entre as rigidezes.

O desvio de aproximadamente 8% da formulação analítica em relação aos resultados numéricos pode ser atribuído às simplificações adotadas no cálculo analítico do deslocamento da alma, onde a teoria de elementos lineares foi utilizada, e a deformação por esforço cortante foi ignorada. O programa tende a concentrar a força aplicada no modelo nos locais com maior rigidez (locais com alma cheia) enquanto a equação distribui a força aplicada na placa celular de forma proporcional ao comprimento da placa analisada. Adicionalmente, a análise numérica considerou a teoria de placas e cascas e os deslocamentos são calculados incluindo todas as solicitações impostas.

A Figura 13 apresenta o gráfico da linha de ajuste perfeito compreendendo os resultados analítico e numérico de rigidez rotacional da alma celular dos doze modelos estudados. Pode-se notar que os valores calculados pela equação analítica têm uma boa concordância com os resultados numéricos. Todos os

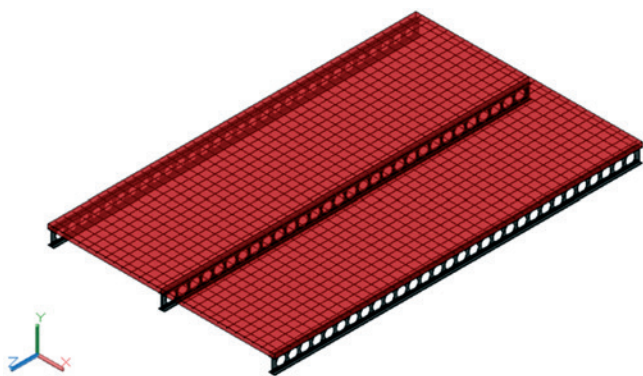


Figura 14
Vigas mistas com perfil de alma celular - mecanismo U contínuo

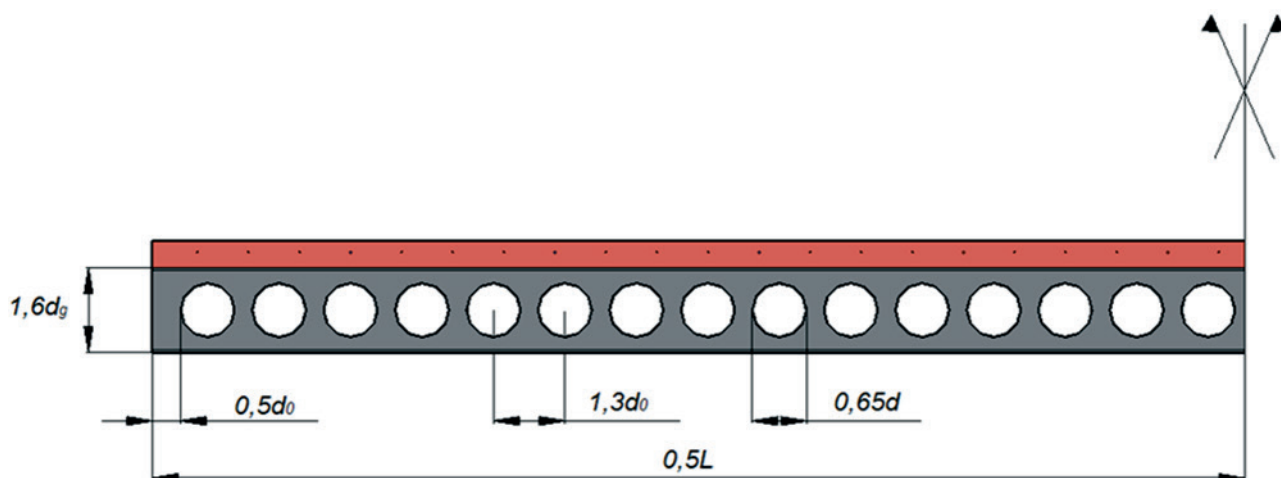


Figura 15
Modelo padrão - vista lateral

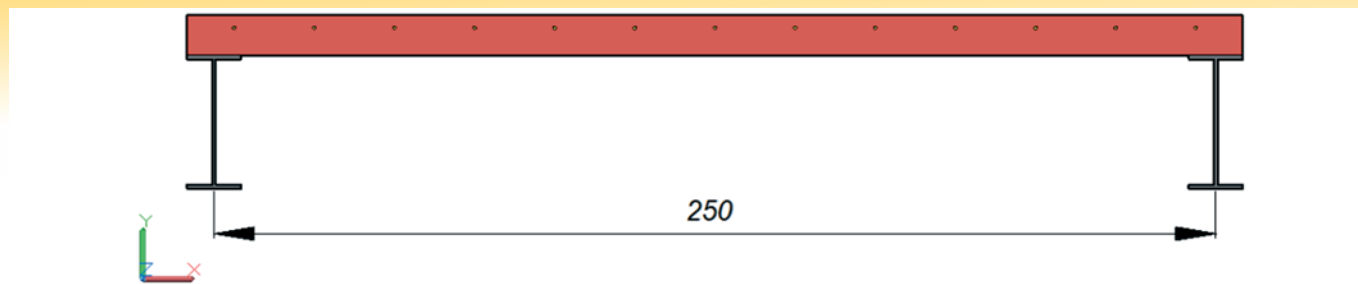


Figura 16
Modelo padrão – distância entre vigas

pontos ficaram muitos próximos da linha de ajuste perfeito, porém levemente acima desta, indicando a necessidade de um ajuste da equação por meio de um coeficiente de redução. Recomenda-se então, o uso da equação analítica desenvolvida nesse trabalho para o cálculo da rigidez rotacional da alma celular, utilizando um coeficiente de redução de 10%. Portanto, a formulação proposta para a rigidez rotacional de uma alma celular com n aberturas é:

$$k_{2,c} = \frac{0,9Fh_0^2}{2(s_e + 0,5d_0 + 0,5s)\delta_{2,ext} + (n - 2)s\delta_{2,cent}} \quad (15)$$

5. Exemplo numérico de cálculo do momento crítico elástico

Nesse item, foi determinado o momento crítico elástico à FLD de duas vigas mistas de aço e concreto, uma com perfil celular e outra com perfil de alma cheia de altura equivalente a do perfil celular. A influência das aberturas da alma nos valores da rigidez rotacional e no momento crítico elástico foi avaliada. A viga mista com perfil celular foi construída com o perfil laminado, previamente estudado, W200x26,6. Adotou-se a quantidade de 30 (trinta) aberturas na alma, o que fez com que o vão da viga mista ficasse levemente superior a $25d$, onde d é a altura do perfil celular. Assim, ambas as vigas mistas, de perfis celular e de alma cheia, tiveram o vão de 8,55 m e a altura do perfil de aço igual a 331,2 mm (razão $d/d_y = 1,6$). As vigas mistas foram denominadas de VC 331,2 e VP 331,2 respectivamente, para o perfil celular e de alma cheia.

A laje utilizada nas duas vigas mistas é maciça de concreto armado com altura de 10 cm. A armadura longitudinal negativa foi considerada de diâmetro 12,5 mm a cada 15 cm e as armaduras transversais positivas e negativas foram de diâmetro 6,3 mm a cada 20 cm. Os cobrimentos são: 3 cm para armadura longitudinal negativa e transversal positiva e 4,2 cm para armadura transversal negativa. O módulo de elasticidade do aço e do concreto são, respectivamente, 200000 MPa e 23800 MPa. A tensão de escoamento do perfil de aço e da armadura são, respectivamente, 345 MPa e 500 MPa. Nesse exemplo de

cálculo, a distância transversal entre vigas mistas é de 250 cm e escolheu-se determinar o momento crítico elástico de uma viga interna, como é possível observar nas Figuras 14, 15 e 16. Para o cálculo da rigidez rotacional da laje, conforme a ABNT NBR 8800:2008 [1] considerou-se a faixa de um metro na direção transversal ao eixo da viga, de forma a obter-se a rigidez rotacional por metro. Assim, cinco barras para a armadura transversal, positiva e negativa, cabem dentro dessa faixa. As áreas de aço da armadura transversal, em 1 m de laje, são de 1,55 cm². Transformando a seção de concreto em aço, a largura da laje e a inércia transformada, ignorando o concreto tracionado são de 11,9 cm e 0,395 cm²/cm respectivamente. A rigidez à flexão da seção mista homogeneizada por unidade de comprimento da viga é calculada tomada como o menor valor, considerando o meio do vão da laje, para momento positivo, e um apoio interno da laje, para momento negativo. Neste caso, os dois momentos de inércia são iguais, uma vez que as armaduras, positiva e negativa, apresentam a mesma área, assim tem-se que $(EI)_2$ é 7900 kN/cm. Portanto, conforme a Equação 3, fornecida pela ABNT NBR 8800:2008 [1], tem-se a rigidez à flexão da seção mista homogeneizada, adotando-se α igual a 3 por representar vigas internas.

$$k_1 = 3\alpha \frac{7900}{250} = 94,8 \text{ kN/rad} \quad (16)$$

Após a obtenção da rigidez rotacional da laje, calculou-se as rigidezes rotacionais da alma dos perfis de alma cheia e celular. Para a alma cheia foi utilizada a Equação 4 da ABNT NBR 8800:2008 [1], com a espessura da alma igual a 5,8 mm e a distância entre centros de gravidade das mesas superior e inferior igual a 322,8 mm.

$$k_2 = \frac{20000 \cdot 0,58^3}{3 \cdot 322,8 \cdot (1 - 0,3^2)} = 33,21 \text{ kN/rad} \quad (17)$$

Para a alma celular, a formulação proposta (Equação 15) foi utilizada e o valor de sua rigidez foi de 13,55 kN/rad.

A Tabela 5 apresenta os resultados da rigidez rotacional da laje, k_1 , das almas, celular, $k_{2,c}$ e cheia, $k_{2,p}$, e da rigidez rotacional das

Tabela 5

Comparação da rigidez rotacional de vigas mistas com perfil celular e de alma cheia

Perfil	n	h ₀ (m)	L (m)	k ₁ (kN/rad)	k _{2,c} (kN/rad)	k _{r,c} (kN/rad)	
VC331,2	30	0,323	8,546	94,800	13,553	11,858	
Perfil	n	h ₀ (m)	L (m)	k ₁ (kN/rad)	k _{2,p} (kN/rad)	k _{r,p} (kN/rad)	Razão (k _{r,c} / k _{r,p})
VP331,2	0	0,323	8,546	94,800	33,211	24,595	0,482

vigas mistas, k_{rc} para perfil celular e k_{rp} para perfil de alma cheia. A rigidez rotacional das vigas mistas foi obtida pela equação da rigidez equivalente de molas ligadas em série. Pode-se notar que a presença das aberturas no perfil celular faz com que o valor da rigidez da viga mista reduza em 51,8%.

Para calcular o momento crítico elástico, seguiu-se o procedimento da ABNT NBR 8800:2008 [1], conforme a Equação 5. Para o cálculo das propriedades geométricas da viga mista com perfil celular foi utilizada a seção transversal do perfil celular no centro da abertura, o que consiste em dois "T"s (um chamado de "T" superior e outro chamado de "T" inferior). Já para a viga mista com perfil de alma cheia, de seção transversal constante ao longo do vão, utilizou-se as propriedades geométricas da seção "I", conforme Figura 17 (a) e (b).

Considerou-se um diagrama de momento negativo constante, assim ψ é igual 1 e C_{dist} é igual a 6,2. Com todos os demais parâmetros calculados, foi possível encontrar o momento crítico elástico das vigas mistas em estudo. Os resultados são apresentados na Tabela 6. Pode-se perceber que a presença das aberturas no perfil celular faz com que o valor do momento crítico elástico reduza em 32,4% aproximadamente.

6. Conclusões

Nesse trabalho, uma formulação para a determinação da rigidez rotacional da alma celular, e posteriormente sua aplicação no cálculo do momento crítico elástico em vigas mistas com perfil celular foi apresentada e estudada, tendo como base o comportamento do mecanismo "U" invertido. Essa formulação foi deduzida com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV), que determinou a rigidez rotacional da alma do perfil celular a partir do deslocamento lateral de uma placa com abertura circular centrada de altura igual a distância entre os centros das mesas superior e inferior do perfil. Para validar a equação, foi desenvolvida uma modelagem numérica, via Método dos Elementos Finitos, de obtenção do deslocamento lateral da alma do perfil celular por meio de análise linear elástica.

Os resultados da formulação analítica de rigidez da alma celular sempre foram superiores aos numéricos, porém, o desvio relativo não foi maior que 10%, por isso, um coeficiente de redução para a equação da rigidez da alma do perfil celular de 0,9 foi proposto.

A título de exemplificação, utilizou-se a formulação desenvolvida nesse trabalho para determinar a rigidez rotacional e com ela,

Tabela 6

Comparação do momento crítico elástico de vigas mistas com perfil celular e de alma cheia

Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rc} (kN/rad)	$M_{cr,c}$ (kNcm)	
VC331,2	30	0,323	8,546	11,858	14721,933	
Perfil	n	h_0 (m)	L (m)	k_{rp} (kN/rad)	$M_{cr,p}$ (kNcm)	Razão ($M_{cr,c}/M_{cr,p}$)
VP331,2	0	0,323	8,546	24,595	21785,558	0,676

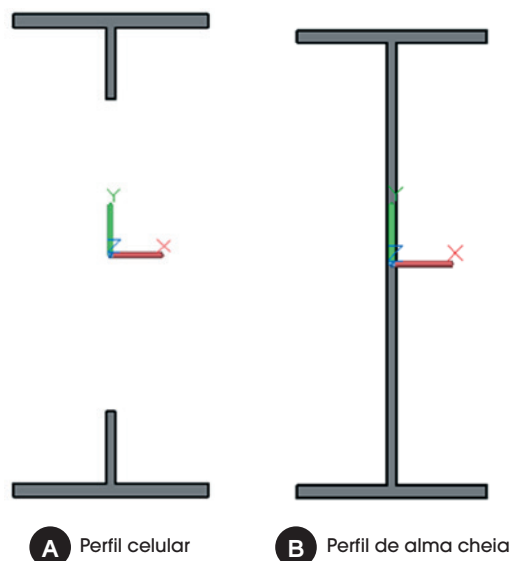


Figura 17

Seção transversal considerada no cálculo das propriedades geométricas

o momento crítico elástico à FLD de uma viga mista com perfil celular, construída a partir do perfil W200x26,6. Comparou-se o valor da rigidez rotacional e do momento crítico elástico dessa viga com o de uma viga mista de alma cheia de altura equivalente. Pôde-se notar que a rigidez rotacional da viga mista celular é 48,2% da rigidez da viga mista de alma cheia. A viga mista com perfil celular teve um momento crítico elástico 32,4% menor que o da viga com alma cheia.

Procurou-se considerar a forma mais precisa possível todos os fatores envolvidos na questão da FLD de vigas de mistas com perfis celulares, visando à confiabilidade da formulação desenvolvida, entretanto como um número limitado de casos foi abordado nessa pesquisa, investigações adicionais são necessárias para assegurar o mérito da proposta.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Espírito Santo (FAPES) pelo apoio para o desenvolvimento desta pesquisa.

8. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- [2] CEN, EN 1994-1-1:2004. EUROCODE 4: Design of composite steel and concrete structures - Part 1-1: general rules and rules for buildings. Bruxelas, Bélgica, 2004.
- [3] OLIVEIRA, J. P. S., CALENZANI, A. F. G., FAKURY, R. H., FERREIRA, W. G. Elastic critical moment of continuous composite beams with a sinusoidal-web steel profile for lateral-torsional buckling. *Engineering Structures*, n. 113, p. 121-132, 2016.
- [4] CALENZANI, A.F.G. Proposição de procedimento para a determinação da rigidez rotacional de vigas mistas contínuas e semicontínuas com perfis de alma senoidal. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas), Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- [5] FAN, C.K.R. Buckling in continuous composite beams. Thesis (Doctor of Philosophy), Department of Engineering, University of Warwick, U.K., 1990.
- [6] JOHNSON, R.P. *Composite Structures of Steel and Concrete: beams, slabs, columns and frames for buildings*. 3. ed. Warwick, U.K: Blackwell, 2004.
- [7] JOHNSON, R.P., MOLENSTRA N. Strength and stiffness of shear connections for discrete U-frame action in composite plate girders. *The Structural Engineer*, V.68, n.19/2, p.:386–392, 1990.
- [8] CALENZANI, A.F.G.; FAKURY, R.H.; PAULA, F.A.; RODRIGUES, F.C.; QUEIROZ, G.; PIMENTA, R.J. Rotational stiffness of continuous composite beams with sinusoidal-web profiles for torsional buckling. *Journal of Constructional Steel Research*, n.79, p. 22-33, 2012.
- [9] ROIK, K.; HANSWILLE, G.; KINA, J. Solution for the lateral torsional buckling problem of composite beams. *Stahlbau*, 59, 327 – 332, 1990.
- [10] LAWSON, R. M.; HICKS, S. J. - Design of composite beams with large web openings: in accordance with Eurocodes and the UK National Annexes. Steel Construction Institute, 2011.
- [11] WARD, J. K. Design of composite and non-composite cellular beams. Steel Construction Institute, 1990.
- [12] Gizejowski, M.A.; Khalil, W.A.S. Stability and ductility of castellated composite beams subjected to hogging bending. *International Conference on Stability and Ductility of Steel Structures*, Rio de Janeiro, Brasil, p. 839-846, 2010.
- [13] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 10.3, Champaign, IL (2015).
- [14] ANSYS, INC. Release 15.0 Documentation for ANSYS. Canonsburg: [s.n.], 2013.
- [15] ABREU, L. M. P.; FAKURY, R. H.; CASTRO e SILVA, A. L. R. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares, *Mecânica Computacional*, v. XXIX, p. 7255-7271, 2010.

The collapse of Real Class building

O colapso do edifício Real Class

R. J. C. RIBEIRO^a
r2engenharia@gmail.com

D. R. C. OLIVEIRA^a
denio@ufpa.br

Abstract

This paper describes the scene of the Real Class building collapse, a residential building with reinforced concrete structural system and located in the urban area of the city of Belem / PA, occurred in 2011. The unconformities found in the building are displayed using data extracted from reports and verification of structural and architectural designs. The data was compared with the Brazilian code for reinforced concrete structures, NBR 6118 (2007), valid at the time of the accident. The security of the building was evaluated through a computer model with linear analysis with the software used by the designer. The conditions of the structural system designed and as built was evaluated with parameters of global stability and load capacities of columns and foundations. The results showed that the structure of the building was subject to large displacements and the sections of columns were unable to resist the stresses produced by regional wind actions.

Keywords: reinforced concrete structures, structural safety, global stability, columns.

Resumo

Neste texto são descritos o cenário do colapso do edifício Real Class, edifício residencial com sistema estrutural de concreto armado, situado na zona urbana da cidade de Belém/PA, ocorrido em 2011. As inconformidades encontradas no edifício são exibidas através de dados extraídos dos laudos e da verificação dos projetos estrutural e arquitetônico perante a norma de estruturas de concreto armado, NBR 6118 (2007), vigente na época do acidente. A segurança do edifício foi avaliada através da modelagem computacional com análise linear do edifício pelo software utilizado pelo projetista. Foram analisadas as condições do projeto e da estrutura executada diante da estabilidade global, capacidade de carga das fundações e resistência dos pilares. Os resultados obtidos demonstraram que a estrutura do edifício estava sujeita a grandes deslocamentos e as seções dos pilares projetadas eram incapazes de resistir às solicitações das ações de vento incidentes na região da edificação.

Palavras-chave: estruturas de concreto armado, segurança estrutural, estabilidade global, pilares.

^a Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.

1. Introduction

Concrete structures are the most built in Brazil, being used both in small and tall buildings with residential destination, because of the facility that this structural system presents in its construction without great technical investment in its execution. Tall buildings have been used as lucrative solution in the occupation of large urban centers suffering from lack of habitable areas, exaggerated growth rate and high population density. The possibility of constructing tall and slender structures using this constructive system resides in the possibility of using larger resistances for the structural elements and in the facilities brought by the use of computational structural models.

According to CTBHU (Council on Tall Buildings and Urban Habitat), a building is classified as tall if the number of floors is greater than 14 or its height exceeds 50 m. Slenderness (relationship between height and smallest dimension in the building plan) can also be considered as impacting since structures with this coefficient greater than 6 may present great dynamic sensitivity [1]. The structural modeling of tall buildings requires the evaluation of effects that are generally neglected in smaller structures such as: global stability, wind actions and soil structure interaction [2]. The feasibility of the execution of slender buildings is also linked to the adoption of specific structural systems, being very important the evaluation of the impact of wind, as this increases in proportion to the height of the building [3]. The adoption of the rigid frame system with beams and columns is recommended for buildings up to 25 floors, and the rigid frame system associated with shear walls is recommended for edifices of up to 40 floors [1], the most used systems in Brazilian buildings.

Although collapses of tall buildings are rare, when they occur can cause great commotion by impacting large numbers of people socially and economically. Examples include the collapse of the buildings Raimundo de Farias (Belem - 1987), Palace II (Rio de Janeiro - 1998), Areia Branca (Recife - 2004), Liberdade (Rio de



Figure 1
Real Class building

Janeiro - 2012) Real Class, occurred in the city of Belem in 2011. These accidents assessments are hampered by the fact that the structures had reached the ultimate limit state and, in some cases, had very poor documentation and records [4].

2. Description of the building and scenario of collapse

The residential building Real Class (Figure 1) was located in an urban area in the central part of Belem city. The description for the region of the building, according to the code regarding the wind speedy [5], is of a flat urban terrain with vertical obstacles not exceeding 10 m. The building had 35 floors distributed in four areas of common use (underground, ground, level 1 and level 2), 30 pattern floors and a roof, totaling a height of 104.7 m, with maximum values of 26.8 m in length and 13.9 m wide in plan, resulting in a projection area of 298.4 m².

The collapse of the building occurred around 13:45 p.m. on January 29, 2011, under a tropical storm with wind gusts of 39.4 m/s [6] in some parts of the city, although the disclosed measurement data only reported the maximum value of 10 m/s [7]. The debris reached the building area and were projected for neighboring buildings (Figure 2) and part of a busy street. This accident, whose consequences were not only worse due to the time of its occurrence, killed three people (two workers and one resident of a house adjacent to the building), generating doubts in the population about the quality of the structures produced in the state of Para.

The structural system adopted in the design of the building was the one of reinforced concrete rigid frame system with conventional slabs. The dimensions of peripheral beams were 120 mm x 650 mm and the internal beams dimensions were 120 mm x 500 mm, with these dimensions varying for other floors of the structure. The dimensions of the building elements are shown in the plan view of the pattern pavement (Figure 3) and cross section views (Figure 4 and Figure 5). The foundations were of spread footings over pile caps with 600 mm in diameter and 9 m in length. The concrete was



Figure 2
House damaged by the Real Class building debris

specified with compressive strength of 35 MPa for the superstructure and 20 MPa for the foundations. Two committees were established to assess the causes of the ac-

cident and to report to society: one of a technical-scientific nature, represented by the Structures and Materials Analysis Group (GAE-MA) of the Federal University of Para [8], and another established

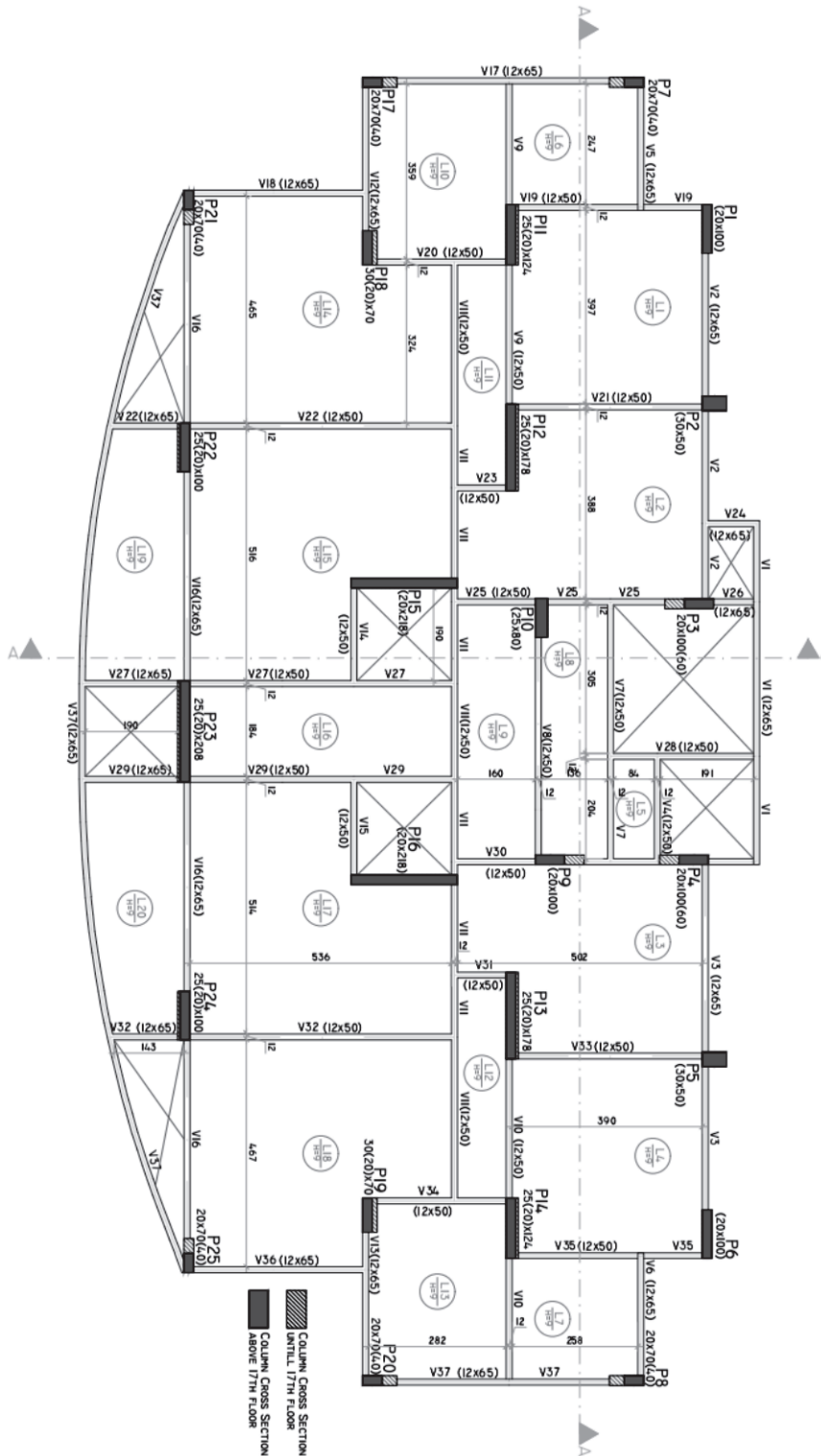


Figure 3
Plan view of floors 01 - 30

by the Para State government through the Renato Chaves Institute (IRC) [9]. The reports of the two committees were based on the analysis of the materials of the structure, as well as the architectural, structural and foundations designs.

The two committees have adopted similar strategies for assessing the collapse. The IRC expert team used the verification of the compliance of the foundations and structural design, in face of the current code prescriptions and laboratory tests of the materials used in the structure [9]. In addition to the previously mentioned approach, GAEMA used the computational modeling of the building to verify undeclared or non-detectable characteristics in a preliminary analysis of structural design, both for ultimate limit state (ULS) and the service limit state (SLS) [8].

2.1 General design unconformities from reports

The Brazilian code for reinforced concrete structures [10] recommended for the region of construction of the building a concrete cover value of 20 mm for slabs and beams and 25 mm for columns. These values were not fulfilled in the design, once the value of 15 mm for all structural elements was used. Concrete cover values,

according to the recommendation of the same design code, would limit the maximum diameter used in the longitudinal reinforcement of the elements by 12.5 mm. Instead there were reinforcement bars with 16.0 and 20.0 mm diameter in the beams of the underground floor, engine room, roof elements and columns of the first five stories of the structure mainly. The stirrups adopted in the structural design ($\phi_s = 4.2$ mm) had a diameter lower than the design code recommended ($\phi_s = 5.0$ mm), as well as the transverse reinforcement ratio, with 78% of the elements presenting spacing values higher than the maximum allowed.

The values of the maximum longitudinal reinforcement ratio of the columns were incompatible with the design code recommendations. According to Figures 6, 7 and 8, the maximum reinforcement rate values exceeded the code value of 8% of the cross sections area of the columns P03, P04, P10, P22 and P24. Also, according to the report [9], the longitudinal reinforcement presented discrepancies between the structural design and the *as built*. The difference between the designed steel area and the executed is shown in Table 1, in which the columns P04, P10 and P21 exceeded 30%. According to the results presented by the two reports, the steel used in the building proved to be suitable, since tests indicated a

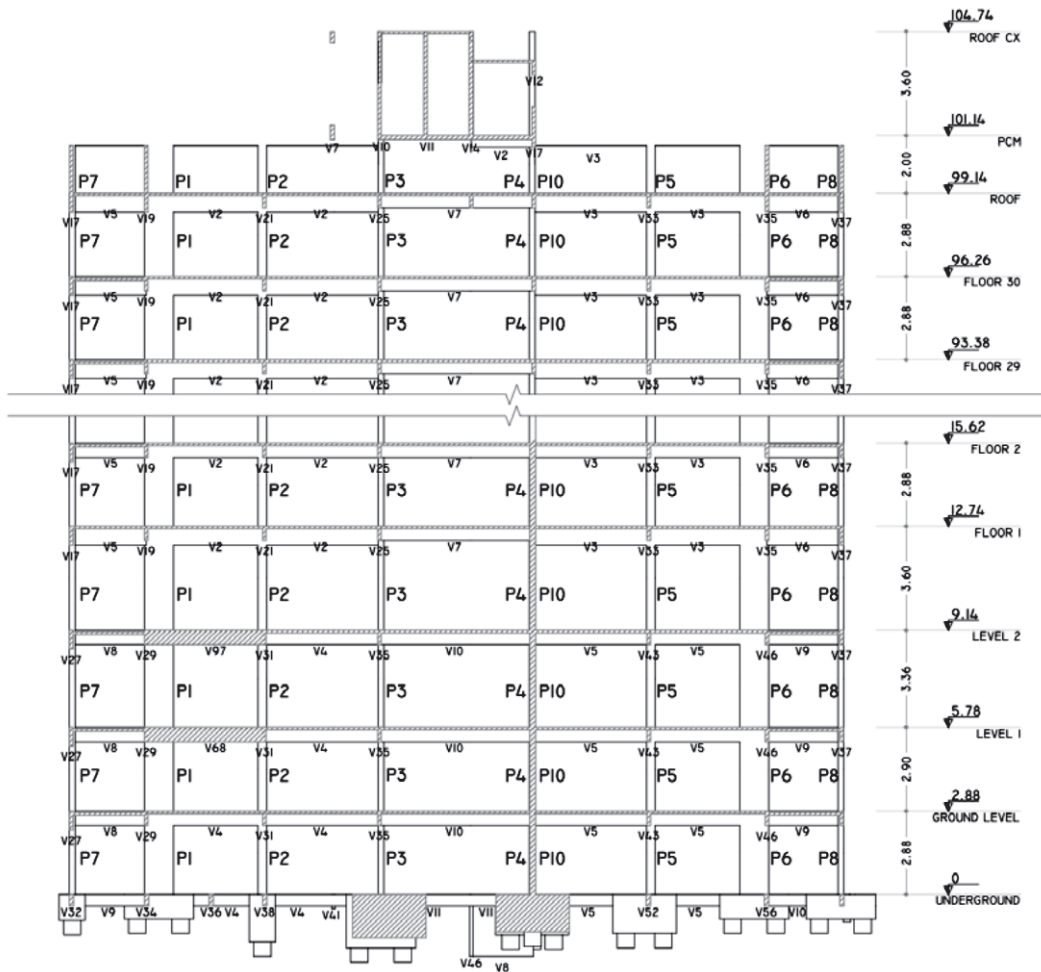


Figure 4 AA cross section view

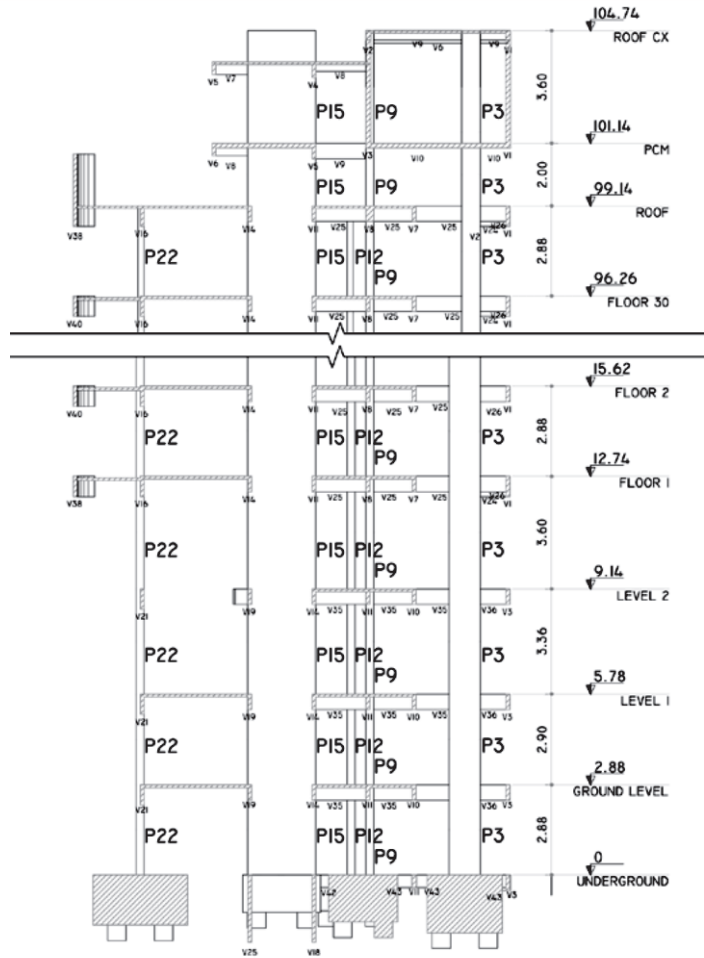


Figure 5
AA cross section view

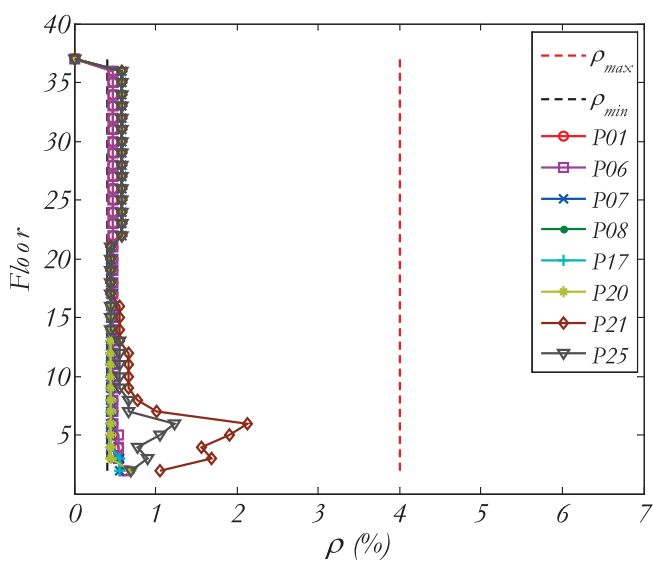


Figure 6
Corner columns reinforcement ratios

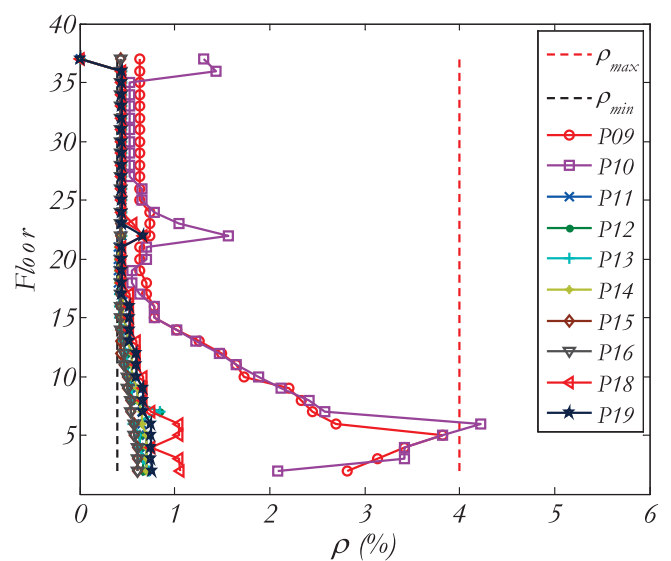


Figure 7
Internal columns reinforcement ratios

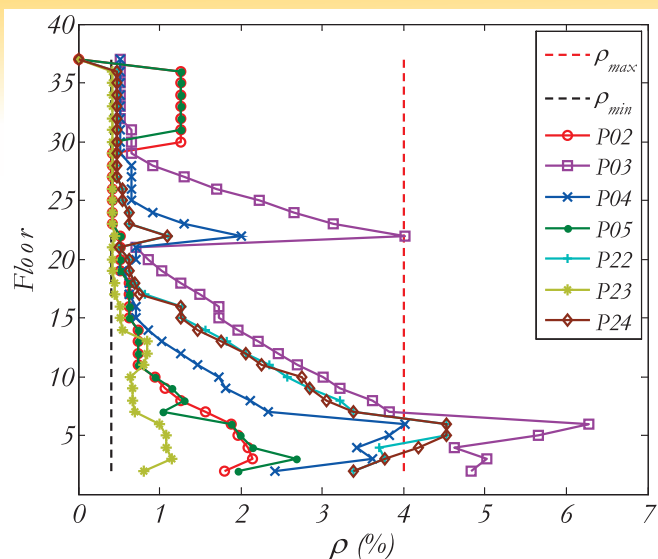


Figure 8
Peripheral columns reinforcement ratios

yield stress above 500 MPa for 10 mm CA-50 steel samples taken from the columns. The specific code for characterization of this material [11] considers the yield stress referring to a strain of 2 % and the minimum tensile stress of $1.08 f_y$. The concrete compressive strength (f_c) was differently checked in each report through sclerometry tests and extraction of proofs. Nine sclerometry tests were performed randomly on non-damaged elements length, three from slabs, three from beams and three from columns, with average results of 42 MPa, 40 MPa and 45 MPa, respectively [8]. In the tests with extracted proofs the elements were identified and the respective resistances were found [9]. Table 2 summarizes the test results on the concrete, which was considered satisfactory.

2.2 Structure and foundations assessment

Computational modeling using the software CAD TQS, a software widely used in Brazil in the design of reinforced concrete structures, was carried out by GAEMA to assess the structural behavior. This team made use of the rigid frame system with all floors modeled using grid analogy and according to the design code prescribed loads. The wind speed adopted in the model was 32 m/s, i.e. the

Table 1
Designed and built columns' reinforcements [9]

Column	As built		Design		Difference	
	Quantity	Diameter (mm)	Quantity	Diameter (mm)	Area (mm ²)	ρ (%)
P 01	10	12.5	14	10.0	-128	-12%
P 02	22	12.5	16	16.0	517	16%
P 03	48	16.0	50	16.0	402	4%
P 04	24	16.0	36	16.0	2413	33%
P 05	24	12.5	18	16.0	674	19%
P 06	10	12.5	14	10.0	-128	-12%
P 07	10	10.0	10	10.0	0	0%
P 08	8	12.5	8	10.0	-353	-56%
P 09	28	16.0	20	20.0	653	10%
P 10	34	12.5	34	16.0	2664	39%
P 11	18	12.5	28	10.0	-10	0%
P 12	38	10.0	38	10.0	0	0%
P 13	16	16.0	38	10.0	-232	-8%
P 14	18	12.5	28	10.0	-10	0%
P 15	34	10.0	34	10.0	0	0%
P 16	34	10.0	34	10.0	0	0%
P 17	10	10.0	10	10.0	0	0%
P 18	18	12.5	28	10.0	-10	0%
P 19	8	16.0	20	10.0	-38	-2%
P 20	8	12.5	8	10.0	-353	-56%
P 21	12	12.5	30	10.0	884	38%
P 22	42	16.0	30	20.0	980	10%
P 23	34	12.5	76	10.0	1797	30%
P 24	42	16.0	34	20.0	2237	21%
P 25	8	12.5	16	10.0	275	22%

average speed prescribed for the area in which the city is located, according to the specific code for wind action on structures [8]. The results obtained by the GAEMA team demonstrated that the building had large displacements for both the ULS and the SLS. Under a second order analysis, the structure was considered flexible. According to this technical report, only 4 of the 25 columns presented geometric characteristics that could be dimensioned according to the design code requirements, and the reinforcement was found to be significantly superior [8]. The columns responsible for the collapse are shown in Figure 9, with the columns P16, P17 and P22 showing instability under the action of wind at 32 m/s [8]. However, the P04, P07 and P08 columns would collapse under the action of the wind 23 m/s [8]. From these results, the report of GAEMA concludes that the building was poorly designed without considering the actions of the wind, exposing it to loads of intensity greater than those predicted in the design.

Table 2
Concrete’s mechanical properties

Element	f_{cd} (MPa)	f_c (MPa)	Report
P 06	35	30	IRC
P 11	35	37	
P 15	35	41	
P 16	35	29	
Pile cap P13	20	26	
Retaining walls	20	31	GAEMA
Columns	35	45	
Beams	35	40	
Slabs	35	42	

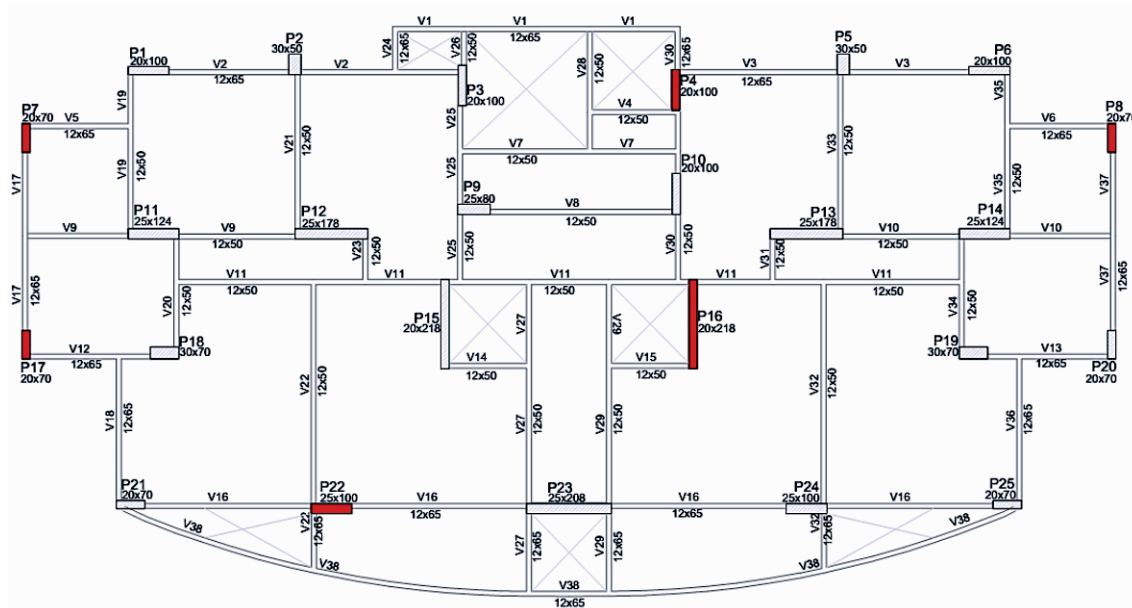


Figure 9
Supposed columns responsible for collapse

The foundations design was considered adequate to the loads declared in the executed structural design, as well as the detailing of the spread footings and the pile caps. It was verified that, under the collapse scenario, the stresses were lower than the characteristic resistant capacity of the spread footings and the pile caps, which led the report to discard the possibility of foundations failure in the moment of collapse, with P17 column being the worst case with maximum lading corresponding to 57% of its design resistance. Visual inspections reported by the IRC also did not mentioned foundations damages [9].

2.3 Hypotheses for current computational model and building reliability assessment

To develop the current analysis the calculation and dimensioning software for reinforced concrete structures AltoQI Eberick v.6 was used. This software is also widely used in design offices in Brazil and was used by the building designer. The software performs a second-order linear static analysis for the evaluation of the loads and dimensioning of the structural elements (Figure 10), and the second order effects are calculated through $P-\Delta$ process.

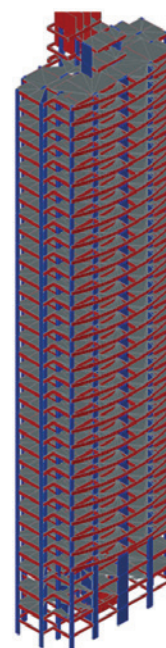


Figure 10
Real Class building computational model

Table 3
Loads adopted in the computational model

Ambient	NBR 6120 [12] Load (kN/m ²)
Bedrooms, living rooms, kitchens and bathrooms	1.50
Storerooms, service areas and laundries	2.00
Ceilings without access to people	0.50
Stairs without access to people	2.50
Corridors with access to people	2.00
Garages	3.00
Balconies without access to people	2.00

NBR 6123 [5]	
Velocity of gust (m/s)	30
Drag coefficient	Low turbulence

The effects of physical non-linearity were taken account through simplifications suggested by the Brazilian design code for reinforced concrete structures with stiffness reduction for structural elements. The slabs were modeled considering the grid analogy and beams and columns as frame elements. For the steel constitutive properties, the model of NBR 6118 [10] considering different strain limits for compression ($\epsilon_{sm} = 2,0 \text{ ‰}$) and tension ($\epsilon_{st} = 10,0 \text{ ‰}$) was used. The steel yielding stress was taken from GAEMA technical report [8] because

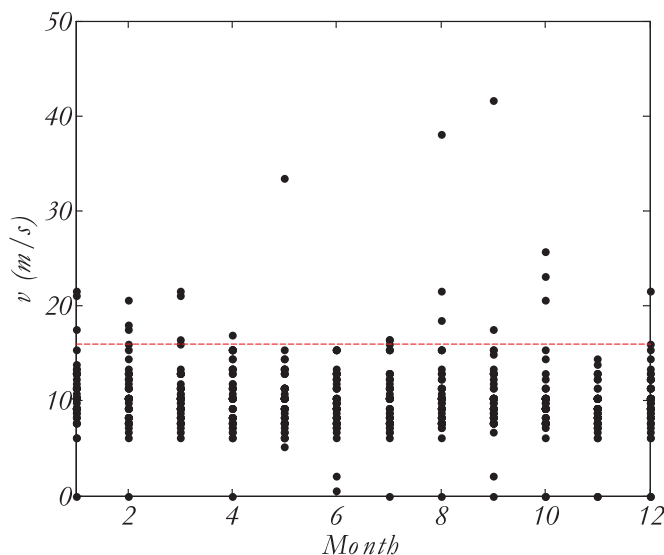
the 10.0 mm diameter of the sample was representative of the reinforcement bars from the original design. The concrete used regionally in this type of building is a normal weight concrete with compressive resistance ranging from 25 to 35 MPa. The concretes constitutive model and its modulus of elasticity were those prescribed by NBR 6118 [10]. The compressive resistance (f_c) adopted by the designer was 35 MPa and the value found by the IRC expertise at the time of collapse was 29 MPa [9].

2.4 Vertical loads

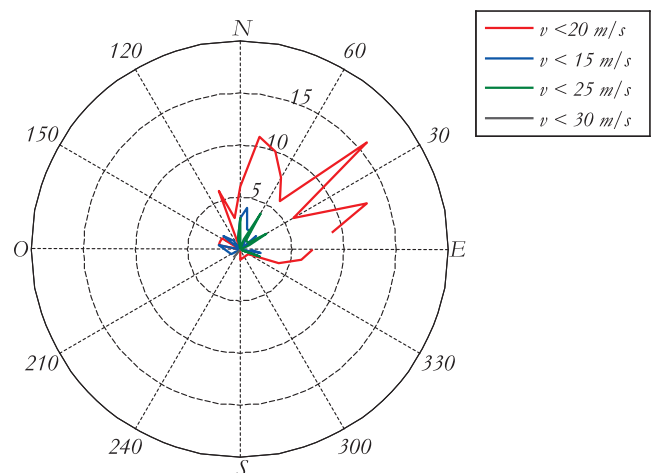
The formulation of Brazilian code design for reinforced concrete structures considers normal, construction and exceptional combinations for evaluation of a possible occurrence of an ELU (Equation 1). The design loads (F_d) in the structure are defined according to the combinations of actions, whose load enhancement coefficients (γ) and actions simultaneity (ψ) are normatively specified [10]. The gravitational actions (F_g) used in the models followed the design code recommendations [12], as well as the occupation loads (Table 3), with the actual weight of the reinforced concrete considered as 25 kN/m³ [10]. The loads of indirect actions such as retraction (F_{egk}) and temperature ($F_{\epsilon qk}$) were not considered.

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\epsilon qk} \cdot F_{\epsilon qk} + \gamma_q \cdot (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_{\epsilon q} \cdot \psi_{0\epsilon} \cdot F_{\epsilon qk} \tag{1}$$

For the ULS, only the results regarding the of the building's columns design were initially analyzed. Such approach was adopted due to the fact of these elements be fundamental to keep the stability of the building, and from witness reports that the



A Wind gust speed in the period 1951 - 2011



B Direction of wind gusts in the period 2000 - 2011

Figure 11
Characterization of wind gust velocity in Belem city (ICEA)

building collapse was abrupt, without any structural element punctual failure. Aiming to estimate the loadings responsible for the occurrence of the ULS, 61 combinations were generated to check the conformity of the structural design (*software* standard configuration) and 23 construction combinations to evaluate the structure at the moment of collapse distributed in favorable situations ($\gamma_g = 1.00$) and unfavorable ($\gamma_g = 1.30$).

2.5 Wind load

In Brazil, the main horizontal action is the result of wind gusts, whose design code prescriptions adopt two approaches: static and dynamic. In this work, the equivalent static force approach was used, whose model prescribed by code [5] is equivalent to a force produced by a 3-second wind gust of basic velocity (v_0) that is likely to be exceeded once in 50 years. Wind gust velocity is measured at a height of 10 m above ground in open and flat areas. The mathematical formulation also adopts modifiers according to the type of terrain (s_1), its slope and the type / use of the building (s_2), as well as the probability of occurrence of the gust wind and importance of the structure (s_3).

A velocity of 30 m/s was used to determine the design loads, as recommended by the wind design code for the building region [5]. To estimate the velocity at which the collapse occurred, the value for which the *software* did not dimension the columns cross sections was checked and this value (25 m/s) was used as the upper limit. The velocity initially used as the lower interval for analysis was recorded by the local meteorological service (weather data bank of the Air Space Control Institute) at the time of the accident ($v_0 = 10$ m/s). According to the data (Figure 11), the average speed of the gust wind is 12 m/s and the average of the annual maximum values corresponds to 17 m/s.

2.6 Displacements and second order effects

The second order effects were calculated by the $P-\Delta$ process.

For better representation of the ULS, the design code uses the reduction of the stiffness of the elements $E \cdot I = 0,4 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ for the beams, $E \cdot I = 0,3 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ for the slabs and $E \cdot I = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ for the columns which, according to Oliveira [13], are satisfactory, where E_{ci} is the initial tangential modulus of elasticity of concrete and I_c is the moment of inertia of the concrete section. The limit displacements (δ_{lim}) considered in the analysis were those, which according to code design indication, cause effects on non-structural elements due to the lateral movement of the building (Equation 2). This is due to the total height of the building (H).

$$\delta_{lim} = \frac{H}{1700} \quad (2)$$

For the evaluation of the second order effects, the coefficient γ_z (Equation 3) was used. This coefficient is widely used in the design offices of the country. This coefficient correlates the effects of the moments produced by all the gravitational forces ($\Delta M_{tot,d}$) with the moment produced by all the horizontal forces ($M_{1,tot,d}$) in a first order analysis.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (3)$$

2.7 Interaction diagram

The safety of the columns was assessed through interaction diagram constructed using the assumptions of strain compatibility with concrete and steel with limitation of concrete strain (ϵ_{cu}) at 3,5 ‰ and steel strains (ϵ_{su}) at 10 ‰, according to the recommendation of NBR 6118 [10]. Figure 12 shows the simplifications for the calculation of the cross sections strength and for compression stress rectangle. The construction of such diagram can be seen in the literature [14], and admitting the height of the compression rectangle (a) equivalent to 0.80 (β_1) of the height of the neutral line (c) [10].

One way to evaluate the safety of the cross sections in a

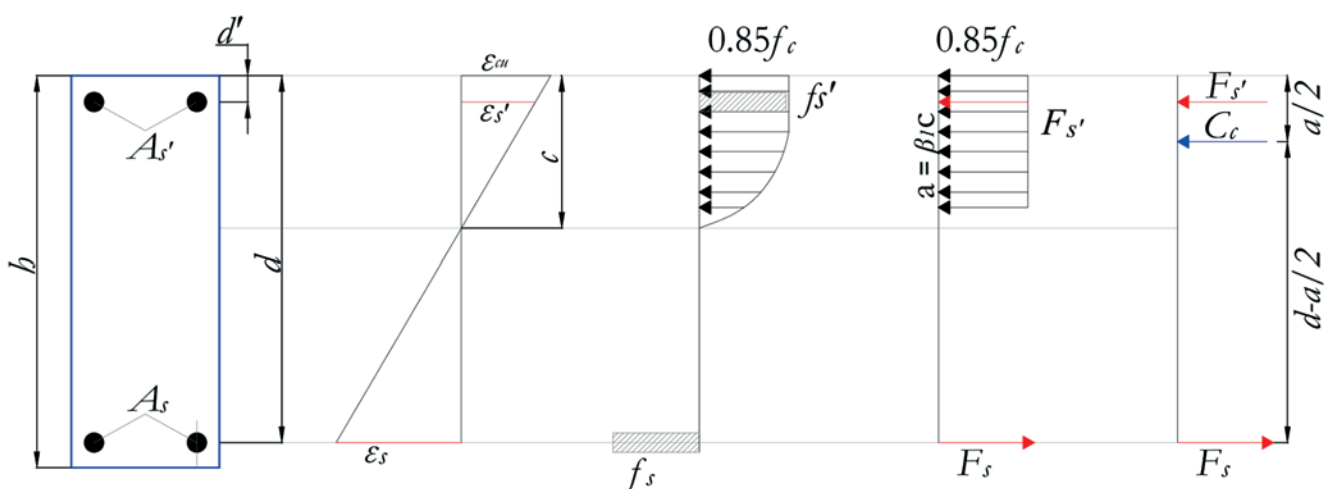


Figure 12
Simplifications for cross sections check

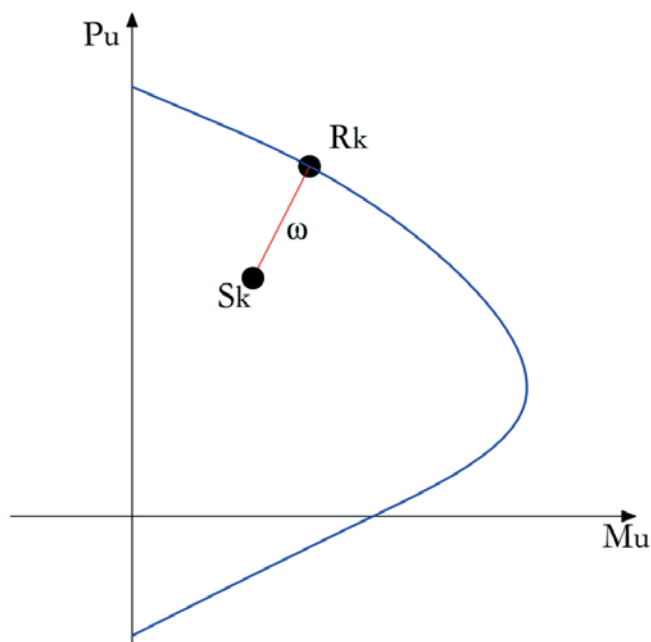


Figure 13
Safety margin for columns cross sections

qualitative way was to adopt the safety margin (Equation 4), which in the case of the columns (Figure 13) represents the resistance reserve of the element (ω) under a load (S_k) for a resistance (R_k) [15]. The diagrams prepared for conformity assessment of the structural design used values of 35 MPa for concrete compressive strength (f_c) and 500 MPa for the yielding stress (f_y) of CA - 50 steel. For the diagram developed to evaluate the moment of collapse the IRC results for concrete ($f_c = 29$ MPa) and the GAEMA - UFPA technical report on steel strength ($f_y = 573$ MPa) were used. To obtain the calculation resistance (R_d), the strength reduction coefficients used for steel ($\gamma_s = 1,15$) and concrete ($\gamma_c = 1,40$) were used for normal combinations and the coefficients $\gamma_s = 1,15$ and $\gamma_c = 1,20$ for the construction combinations.

To obtain the calculation resistance (R_d), the strength reduction coefficients used for steel ($\gamma_s = 1,15$) and concrete ($\gamma_c = 1,40$) were used for normal combinations and the coefficients $\gamma_s = 1,15$ and $\gamma_c = 1,20$ for the construction combinations.

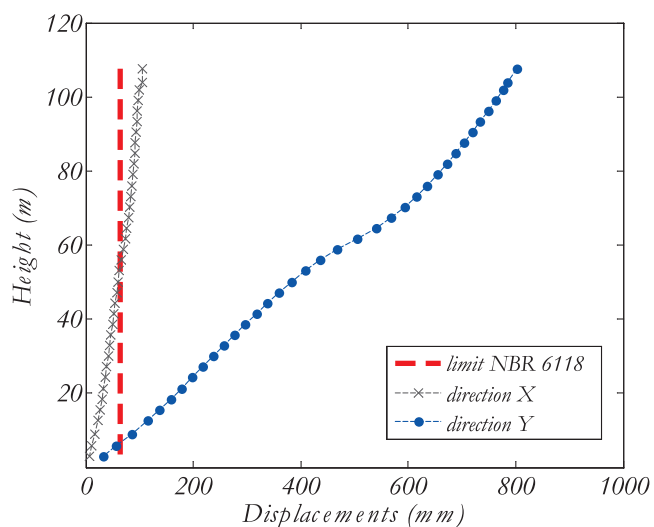
$$\omega = \frac{R_k - S_k}{R_k} \tag{4}$$

3. Results

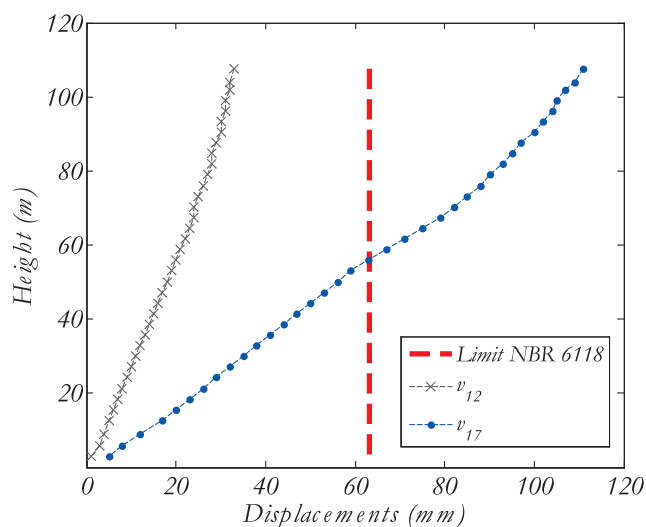
The results obtained from the computational model were analyzed for the normative compatibility checks, i.e. evaluation of the ultimate limit state and building safety. These results showed that in addition to an error in the design of the structural system due to lack of redundancy (with excessive displacement, even without horizontal forces), there was negligence in not considering wind actions over the structure.

The second order moment on the structure corresponded to 24% (direction x - greater stiffness) and 37% (direction y - less stiffness) of the total bending moment of the structure when the conformity of the project was verified. The effects of second order corresponded, under construction combinations, to 17% and 27% of the total moment of the structure, showing its flexibility. The values of the coefficient γ_z came to correspond to the value of 1.7, exceeding the design code recommended values [10]. In figure 14, the structure displacements predicted for the design situation (a) and for the collapse scenario (b) are shown for the annual average wind gust velocity value ($v_o = 12$ m/s) and the mean values of maximum annual wind gust velocity ($v_o = 17$ m/s). In both cases the structure presented large displacements incompatibles with design code recommendations [10].

The safety of the foundations was evaluated through the loads obtained in the models (S_k) compared to those presented in the structural design (S_d) of the building. The characteristic resistance value (R_k) did not make use of the strength reduction factor, ac-



A Projection under code wind gust velocity

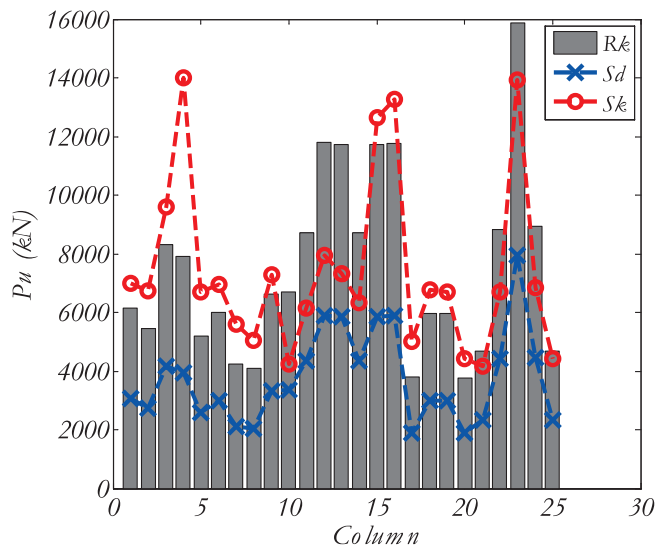


B Projection under frequent wind gust velocities

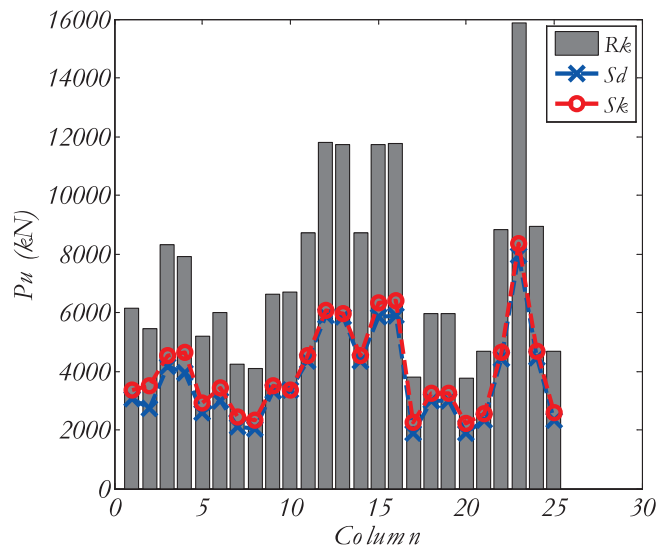
Figure 14
Building's horizontal displacements

according to item 6.2.1.2 of NBR 6122 [16]. The total loads in the foundations presented in the design presented a difference of 46% when compared with the model. In the evaluation of the collapse scenario, they presented a difference close to 5%, a result that was in agreement with the reports [8] [9] that there was no failure of the foundations at the moment of collapse. Figure 15 (a) shows the differences between founded loads (S_k) according to the require-

ments of NBR 6118 [10] and the designed (S_d) ones. The values of ultimate strength (R_k) are exceeded in 60% of the elements, indicating an under sizing and the hypothesis of possible rupture if they were put into service. For the moment of collapse of the building (b) the loads estimated by the model (S_k) were very close to those of the designed (S_d), not exceeding in any case the ultimate resistance of the assessed elements.

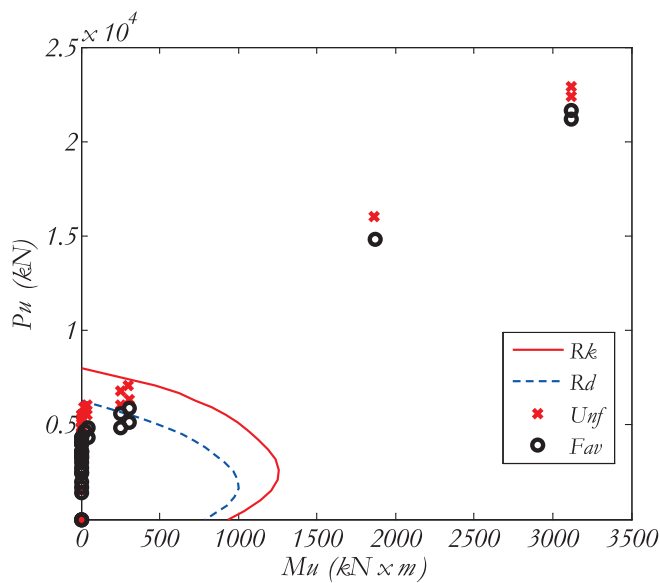


A Design loads

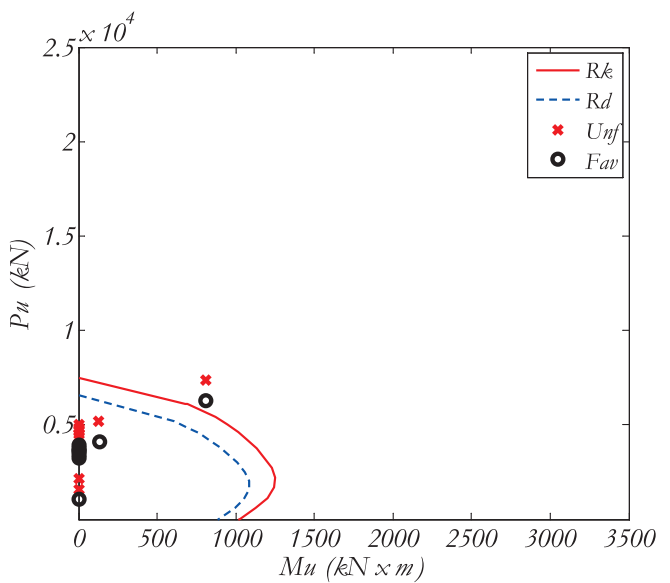


B Loads at the moment of collapse ($v = 23$ m/s)

Figure 15
Foundations loads



A Design loads



B Loads at the moment of collapse ($v = 23$ m/s)

Figure 16
Interaction diagram of column P04

The safety of the columns was verified through diagrams of interaction with the reinforcement configuration used in the construction process. The *software* in its default configuration generated a total of 61 combinations for ULS evaluation, being arranged in the diagrams as favorable (*Fav*) and unfavorable (*Unf*). In order to evaluate the collapse scenario the total number of combinations (23) for ULS analysis was lower due to non-occurrence of accidental loads (*Q*) and non-consideration of water loads (*A*), soil (*S*). Figures 16 to 21 show the diagrams for the abovementioned col-

umns as being responsible for the collapse [8], being shown: the conformity of the elements with the NBR 6118 (a) code and the loadings configuration in the collapse scenario (b). The stress distribution in the diagrams shows that a large number of columns had a reasonable number of combinations very close to the design resistance limits (R_d) when evaluating design compliance. In tables 4 and 5 are presented the margin of safety (ω) and the estimated probability of failure (p_f) of the columns in the computational models. As shown in Table 4, the P15, P16 and P17 columns were

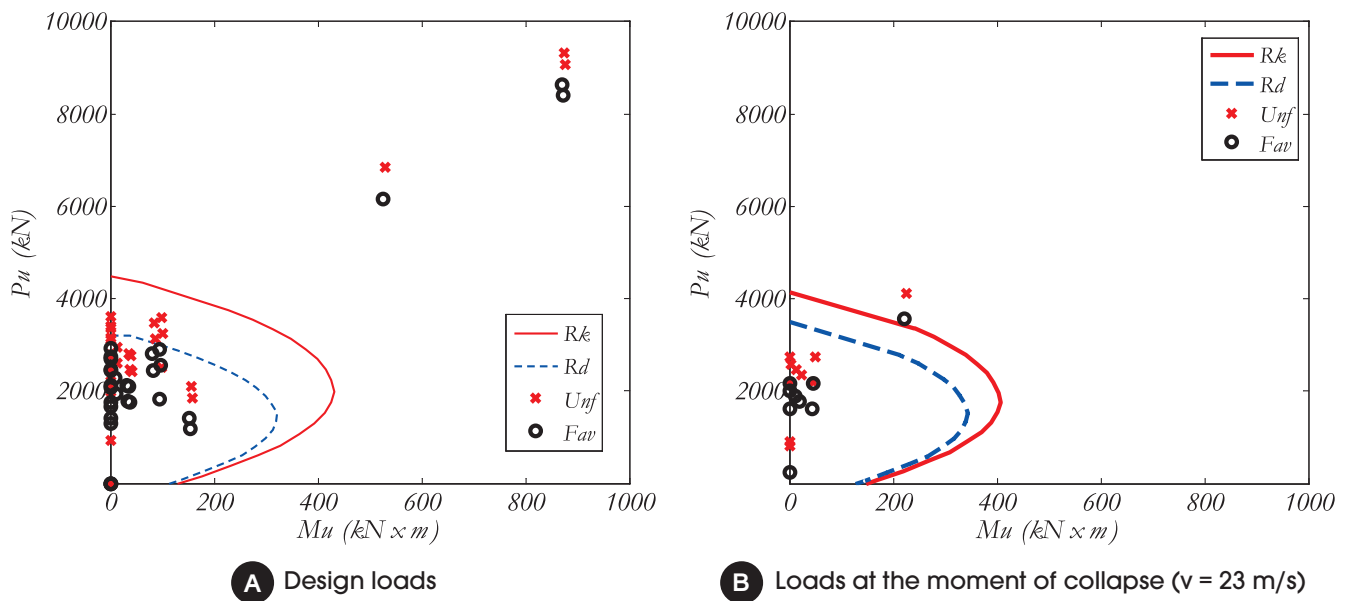


Figure 17
Interaction diagram of column P07

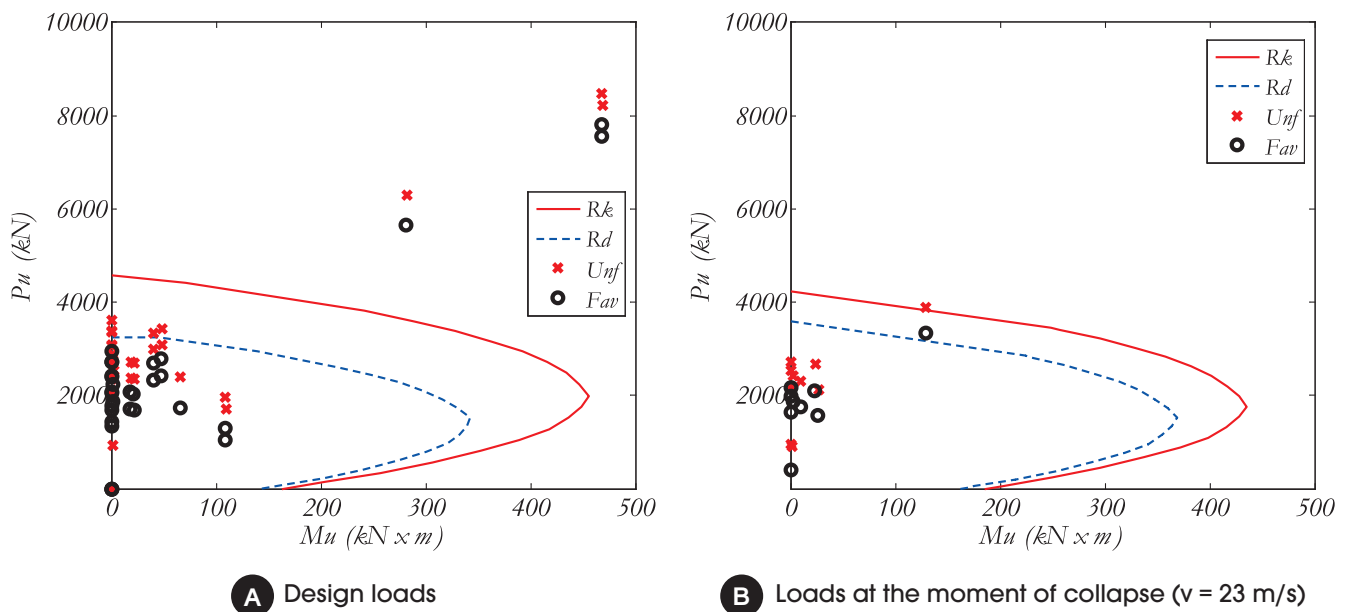
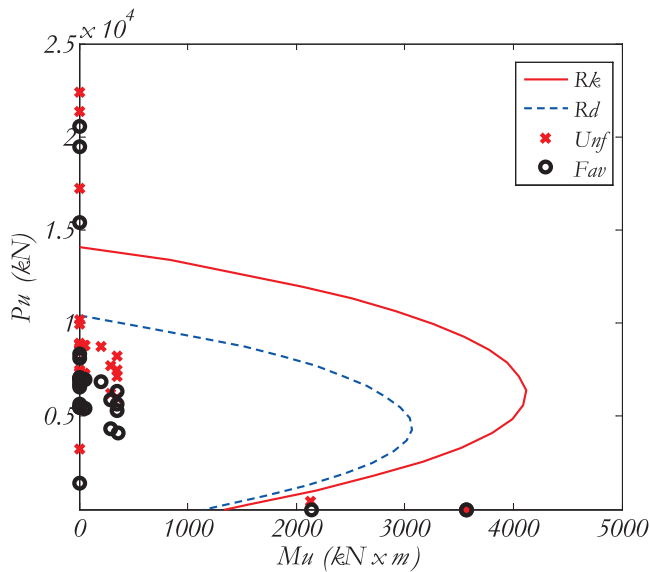


Figure 18
Interaction diagram of column P08

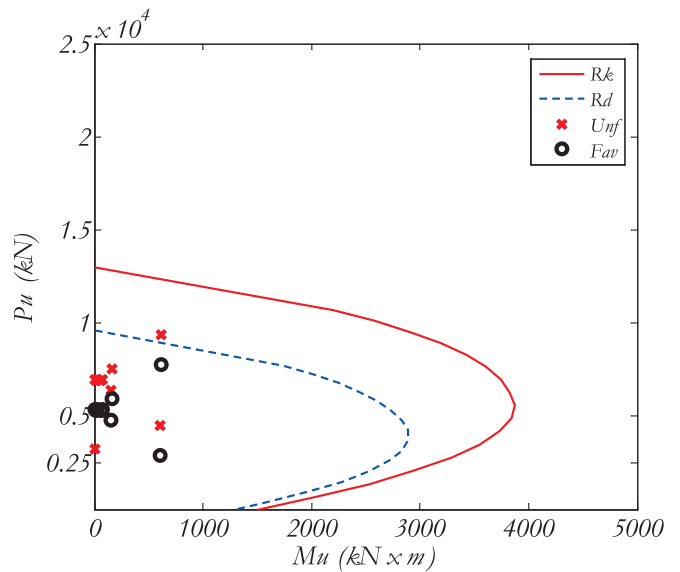
more likely to fail with a safety margin far below that needed to maintain the structural stability. It is also worth mentioning that the combinations indicated as more unfavorable to the elements presented the wind as main variable action.

Table 5 shows the state of all columns at the time of collapse. The results show that for the computational model loads all the columns were working with a small safety margin (on average 20% of the characteristic resistance (R_k)), with the probable failure of

the P02, P04, P07, P19 and P25. As the P04 and P07 columns had the lowest safety margin and the highest probability of failure for the combinations used (9%) and they could be considered as the first to failure. Due to the complexity of the wind forces acting on the buildings the loads for the collapse scenario of the P04 column for the abovementioned wind gusts (Figure 22) are shown as: frequent occurrence in the region (12 and 17 m/s), that used in the technical report (23 m/s) and the probable responsible



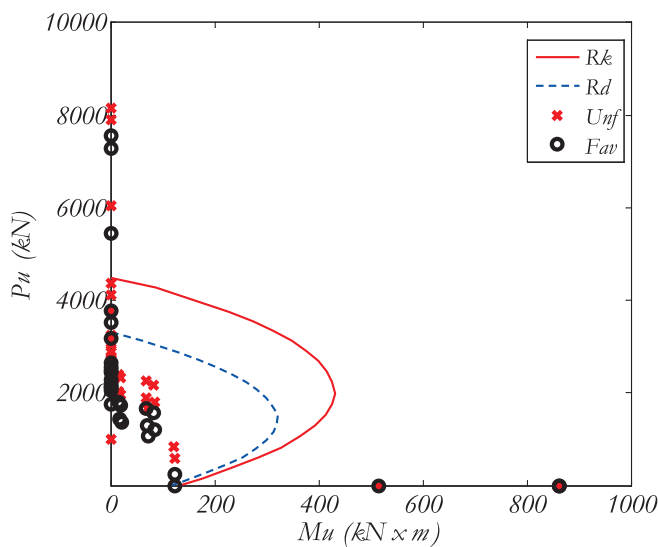
A Design loads



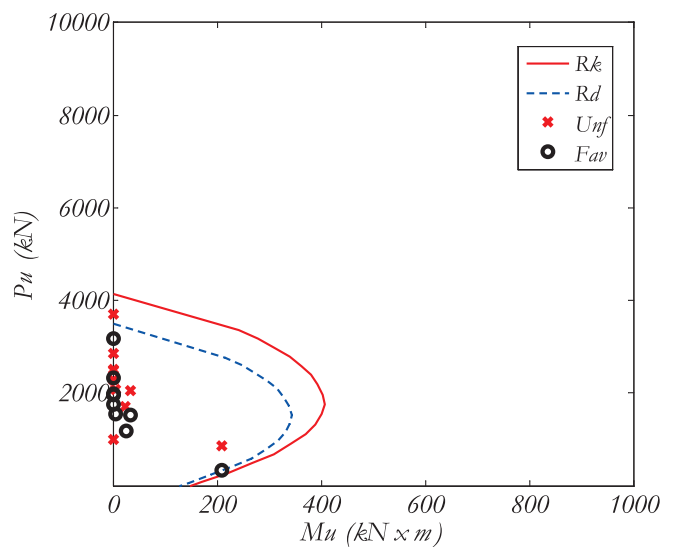
B Projection of loads at the moment of collapse ($v = 23 \text{ m/s}$)

Figure 19

Interaction diagram of column P16



A Design loads



B Loads at the moment of collapse ($v=23 \text{ m/s}$)

Figure 20

Interaction diagram of column P17

for the sections failure (19 m/s), according to the model results. Analyzing the data from ICEA, velocities greater than 20 m/s show a return period of 10 years and the highest value recorded in the region was of 42 m/s in the year of 1977. Also, the column P04 would withstand twice the shear stresses generated by 23 m/s winds, even with stirrups of 4.2 mm in diameter.

4. Conclusions

From the considerations obtained through the reports, as well as

the use of the computational analysis, it was possible to verify that the building was designed in disagreement with the design code instructions, resulting in a structure unable to meet the requirements necessary to avoid the ULS.

- The results of the model indicated a deficiency of the structural arrangement, with a lack of redundancy (increase of the degree of hyperstaticity of a rigid frame) and design errors in the consideration of the loads acting on the building, being the original design very close to a model computing only permanent gravitational loads;

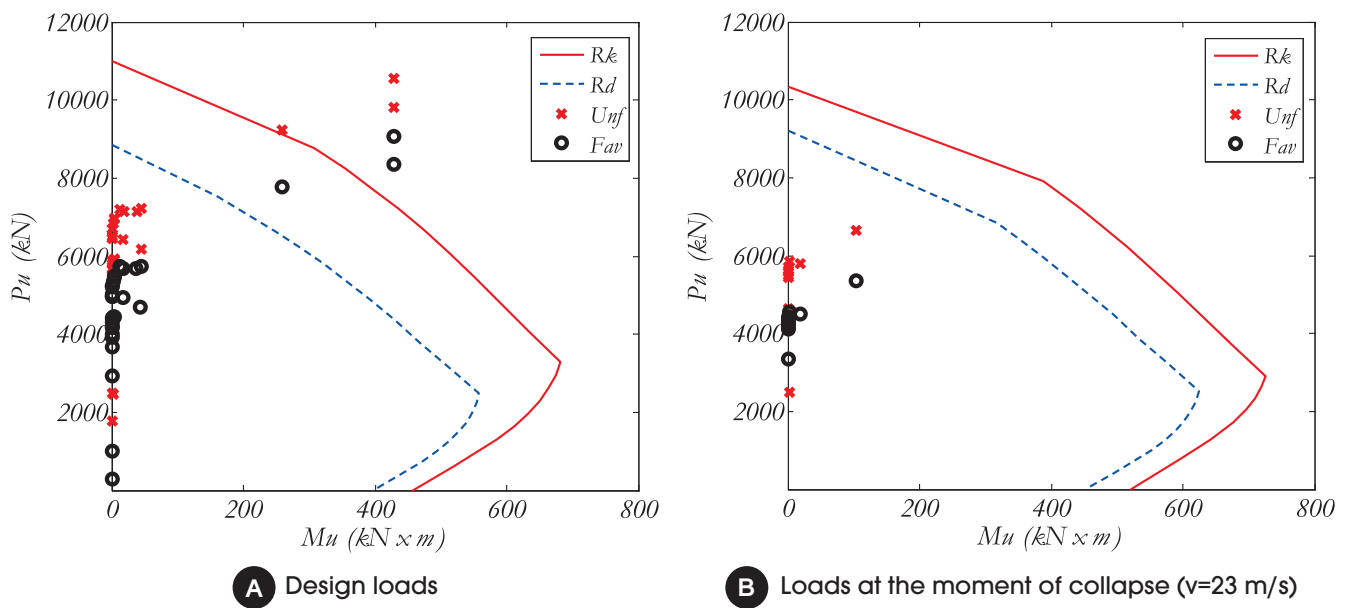


Figure 21
Interaction diagram of column P22

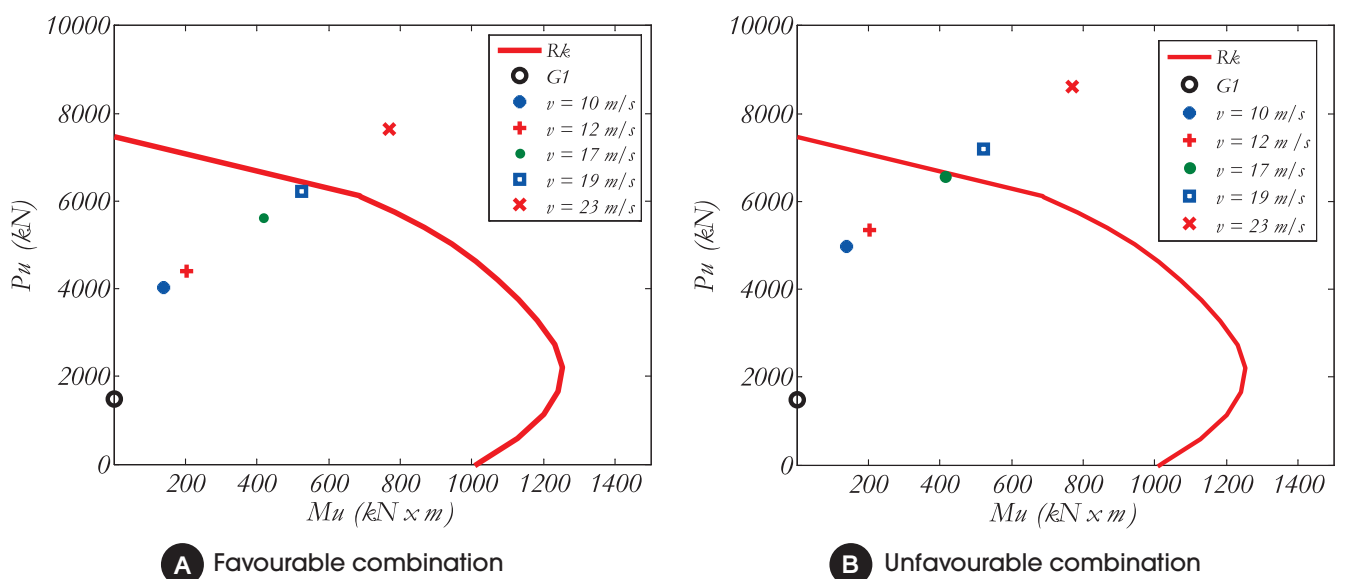


Figure 22
Interaction diagram of column P04 under frequent wind gust velocities

- The designed structure had great flexibility, which can be verified by the displacements described in the model, as well as the parameter ν_s much higher than that recommended by the Brazilian design code;
- Sections designed for the columns were unable to resist to combinations of actions in the construction region, presenting, according to the design code, a safety margin far below that necessary to ensure the structural stability;

Table 4

Evaluation of the columns under NBR 6118's prescriptions

Column	Combination	p_f	ω
P04	1.3G1+1.4G2+0.98Q+1.4V3	10%	-3.9
P07	1.3G1+1.4G2+0.98Q+1.4V3	10%	-2.7
P08	1.3G1+1.4G2+1.4V3	10%	-3.6
P15	G1+G2+S+1.4V3	34%	-58.2
P16	G1+G2+S+1.4V3	15%	-33.4
P17	1.3G1+1.4G2+0.98Q+1.4V4	18%	-27.2
P22	1.3G1+1.4G2+0.98Q+1.4V4	8%	-0.7

Table 5

Columns' situation at the collapse moment

Column	Combination	p_f	ω
P01	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0.0
P02	1.3G1+1.3G2+V3	4%	-0.1
P03	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0.2
P04	1.3G1+1.3G2+V3	9%	-0.2
P05	1.3G1+1.3G2+V3	4%	0.0
P06	G1+G2+V4	0%	0.3
P07	1.3G1+1.3G2+V3	9%	-0.2
P08	1.3G1+1.3G2+V3	4%	0.0
P09	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0.3
P10	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P11	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.4
P12	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.4
P13	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P14	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P15	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P16	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.2
P17	G1+G2+V3	0%	0.1
P18	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.1
P19	1.3G1+1.3G2+V4	4%	-0.1
P20	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.1
P21	1.3G1+1.3G2+V4	4%	0.0
P22	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P23	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.1
P24	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0.3
P25	1.3G1+1.3G2+V4	4%	-0.1

- It was verified through computational model that the wind speed of 19 m/s could lead to failure the P04 and P07 columns. This speed, according to the local meteorological data, presents a high probability of occurrence in a period of 10 years;
 - Although there was difference between designed and *as built* reinforcement rates, this difference was not significant to impact on the overall resistant capacity, as well as the sections in order to avoid the building's collapse;
 - The loading on the foundations, considering the limitations of the model, did not influence the collapse scenario, being at that moment with loads lower than those required for suspicion. The performance of the designed foundations could be questioned if the building was put into service, since its design was linked to the load of the building's structural design.
- [14] ROCHA, P. A. S. e SILVA, K.I; Interaction Diagrams for Steel-Concrete Columns with Steel Jacket Considering RC Cross Sections Strain Domain, IBRACON Structures and Materials Magazine, vol. 8, pp. 447-466, 2015.
- [15] MELCHERS, R. E. Structural Reliability Analysis and Prediction. England: John Wiley & Sons, 1999.
- [16] BRAZILIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL STANDARDS. Design and Construction of Foundations. - NBR 6122. Rio de Janeiro: [s.n.], 2010.

5. Acknowledgements

The present work was carried out with the financial support of CAPES, CNPq and IPEAM.

6. References

- [1] GÜNEL, M. H.; ILGIN, H. E. Tall buildings: structural systems and aerodynamic form. New York, NY: Routledge, 2014.
- [2] OLIVEIRA, J. C. A. D. Assessment of Rigid RC Frames, Brasília, 2009, Doctoral Thesis - University of Brasília, 135 p.
- [3] TARANATH, B. S. Reinforced concrete design of tall buildings. Boca Raton - FL: CRC Press, 2010.
- [4] CUNHA, A. J. P. D.; LIMA, N. A.; SOUZA, V. C. M. D. Structural Accidents in Civil Construction. 1^a. ed. São Paulo: Pini, 1996.
- [5] BRAZILIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL STANDARDS. Wind Forces on Buildings. - NBR 6123. Rio de Janeiro: [s.n.], 1988.
- [6] DOL. Diário On Line. Diário On Line, 2011. Available in: <<http://www.diarioonline.com.br/noticias/para/noticia-132473-.html>>. Accessed in: 28 nov. 2014.
- [7] ORM NEWS. Organização Romulo Maiorana News. ORM News, 2011. Available in: <http://www.ormnews.com.br/noticia.asp?noticia_id=533554>. Accessed in: 28 nov. 2014.
- [8] GAEMA. Technical Report on Real Class Building Collapse. UFPA. Belem/PA. 2011. Restrict access.
- [9] IRC. Expert Report on Real Class Building Collapse. Belem/PA. 2011. Restrict access.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Design of RC Structures - proceedings. - NBR 6118. Rio de Janeiro: [s.n.], 2014.
- [11] BRAZILIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL STANDARDS. Steel Bars for RC Reinforcements. - NBR 7480. Rio de Janeiro: [s.n.], 2007.
- [12] BRAZILIAN ASSOCIATION OF TECHNICAL STANDARDS. Loads for Structural Design - NBR 6120. Rio de Janeiro: [s.n.], 1980.
- [13] OLIVEIRA, D. M. D. Study of Process for Consideration of Global Physic and Geometrical Non-linearity of RC Structures. Belo Horizonte, 2007, Doctoral Thesis – Federal University of Minas Gerais, 327 p.

The collapse of Real Class building

O colapso do edifício Real Class

R. J. C. RIBEIRO^a
r2engenharia@gmail.com

D. R. C. OLIVEIRA^a
denio@ufpa.br

Abstract

This paper describes the scene of the Real Class building collapse, a residential building with reinforced concrete structural system and located in the urban area of the city of Belem / PA, occurred in 2011. The unconformities found in the building are displayed using data extracted from reports and verification of structural and architectural designs. The data was compared with the Brazilian code for reinforced concrete structures, NBR 6118 (2007), valid at the time of the accident. The security of the building was evaluated through a computer model with linear analysis with the software used by the designer. The conditions of the structural system designed and as built was evaluated with parameters of global stability and load capacities of columns and foundations. The results showed that the structure of the building was subject to large displacements and the sections of columns were unable to resist the stresses produced by regional wind actions.

Keywords: reinforced concrete structures, structural safety, global stability, columns.

Resumo

Neste texto são descritos o cenário do colapso do edifício Real Class, edifício residencial com sistema estrutural de concreto armado, situado na zona urbana da cidade de Belém/PA, ocorrido em 2011. As inconformidades encontradas no edifício são exibidas através de dados extraídos dos laudos e da verificação dos projetos estrutural e arquitetônico perante a norma de estruturas de concreto armado, NBR 6118 (2007), vigente na época do acidente. A segurança do edifício foi avaliada através da modelagem computacional com análise linear do edifício pelo software utilizado pelo projetista. Foram analisadas as condições do projeto e da estrutura executada diante da estabilidade global, capacidade de carga das fundações e resistência dos pilares. Os resultados obtidos demonstraram que a estrutura do edifício estava sujeita a grandes deslocamentos e as seções dos pilares projetadas eram incapazes de resistir às solicitações das ações de vento incidentes na região da edificação.

Palavras-chave: estruturas de concreto armado, segurança estrutural, estabilidade global, pilares.

^a Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Pará, Belém, PA, Brasil.

1. Introdução

As estruturas de concreto são as mais difundidas no Brasil, sendo utilizadas tanto em pequenas construções de caráter residencial quanto em grandes edifícios, pela facilidade que esse sistema construtivo apresenta na sua confecção sem que haja grande investimento técnico na sua execução. Os edifícios altos têm sido utilizados como recursos na ocupação de grandes centros urbanos que sofrem com escassez de áreas habitáveis, taxa de crescimento exagerada e grande densidade populacional. A possibilidade de construir estruturas altas e esbeltas, utilizando este sistema construtivo reside na possibilidade de utilizar resistências maiores para os elementos estruturais e nas facilidades promovidas pela utilização de modelos computacionais das estruturas.

Segundo o CTBHU (Council on Tall Buildings and Urban Habitat), um edifício é classificado como alto se o número de pavimentos for superior a 14 ou altura do mesmo ultrapassar 50 m. A esbeltez (relação entre a altura e a menor dimensão em planta do edifício) também pode ser considerada como impactante, já que estruturas que apresentam este coeficiente maior do que 6 podem apresentar grande sensibilidade dinâmica [1]. A modelagem estrutural de edifícios altos requer a avaliação de efeitos que geralmente são negligenciados em estruturas menores como: estabilidade global, ações dos ventos e interação solo estrutura [2]. A viabilidade da execução de edifícios esbeltos também está ligada a adoção de sistemas estruturais específicos, sendo de extrema importância a avaliação do impacto do vento, pois este aumenta em proporção à altura do edifício [3]. A adoção do sistema de pórtico espacial de vigas e pilares é recomendada para edifícios de até 25 pavimentos, já o sistema de pórtico espacial associado a núcleos com pilares paredes é recomendada para edifícios de até 40 pavimentos [1], sendo esses sistemas os mais utilizados nos edifícios brasileiros. Embora colapsos de edifícios altos sejam raros, quando estes ocorrem, causam grande comoção por impactar socialmente e

economicamente um grande número de pessoas. Pode-se citar como exemplos o colapso dos edifícios Raimundo Farias (Belém – 1987), Palace II (Rio de Janeiro – 1998), Areia Branca (Recife – 2004), Liberdade (Rio de Janeiro – 2012), além do colapso do edifício Real Class, ocorrido na cidade de Belém, em 2011. Essas avaliações são dificultadas pelo fato da estrutura ter atingido o estado limite último e por ter, em alguns casos, documentação e registros muito pobres [4].

2. Descrição do edifício e do cenário do colapso

O edifício residencial Real Class (Figura 1) estava localizado em uma área urbana na parte central da cidade de Belém/PA. A descrição para a região da edificação, de acordo com a norma referente às ações dos ventos [5], é de um terreno urbano plano com obstáculos não superiores a 10 m. O edifício apresentava 35 pavimentos distribuídos em quatro áreas de uso comum (subsolo, térreo, 1º nível e 2º nível), 30 pavimentos tipo e uma cobertura, totalizando uma altura de 104,7 m, com valores máximos de 26,8 m de comprimento e 13,9 m de largura em planta, resultando em uma área de projeção de 298,4 m².

O colapso do edifício ocorreu por volta das 13 h e 45 min do dia 29 de janeiro de 2011, sob uma tempestade tropical com rajadas de vento de 39,4 m/s [6] em alguns pontos da cidade, embora os dados das medições disponíveis ao público só constem o valor máximo de 10 m/s [7]. Os escombros, além de atingir a área do edifício, foram projetados para edificações vizinhas (Figura 2) e parte da rua 3 de Maio. Este acidente, cujas consequências só não foram piores devido ao horário de sua ocorrência, vitimou três pessoas (dois operários e uma residente de uma casa adjacente ao edifício), gerando dúvidas na população quanto à qualidade das estruturas produzidas no estado do Pará.

O sistema estrutural adotado no projeto do edifício foi o de pórticos de concreto armado com lajes convencionais. As vigas externas apresentavam, nos pavimentos tipo, as dimensões de



Figura 1
Edifício Real Class



Figura 2
Edificação afetada pelos escombros do edifício Real Class

120 mm x 650 mm e as internas de 120 mm x 500 mm, sendo essas dimensões variáveis em outros pavimentos da estrutura. As dimensões dos elementos do edifício são mostradas na plan-

ta baixa do pavimento tipo (Figura 3) e nos cortes das seções transversais (Figura 4 e Figura 5). As fundações adotadas foram de blocos sobre estacas do tipo hélice contínuos com 600 mm de

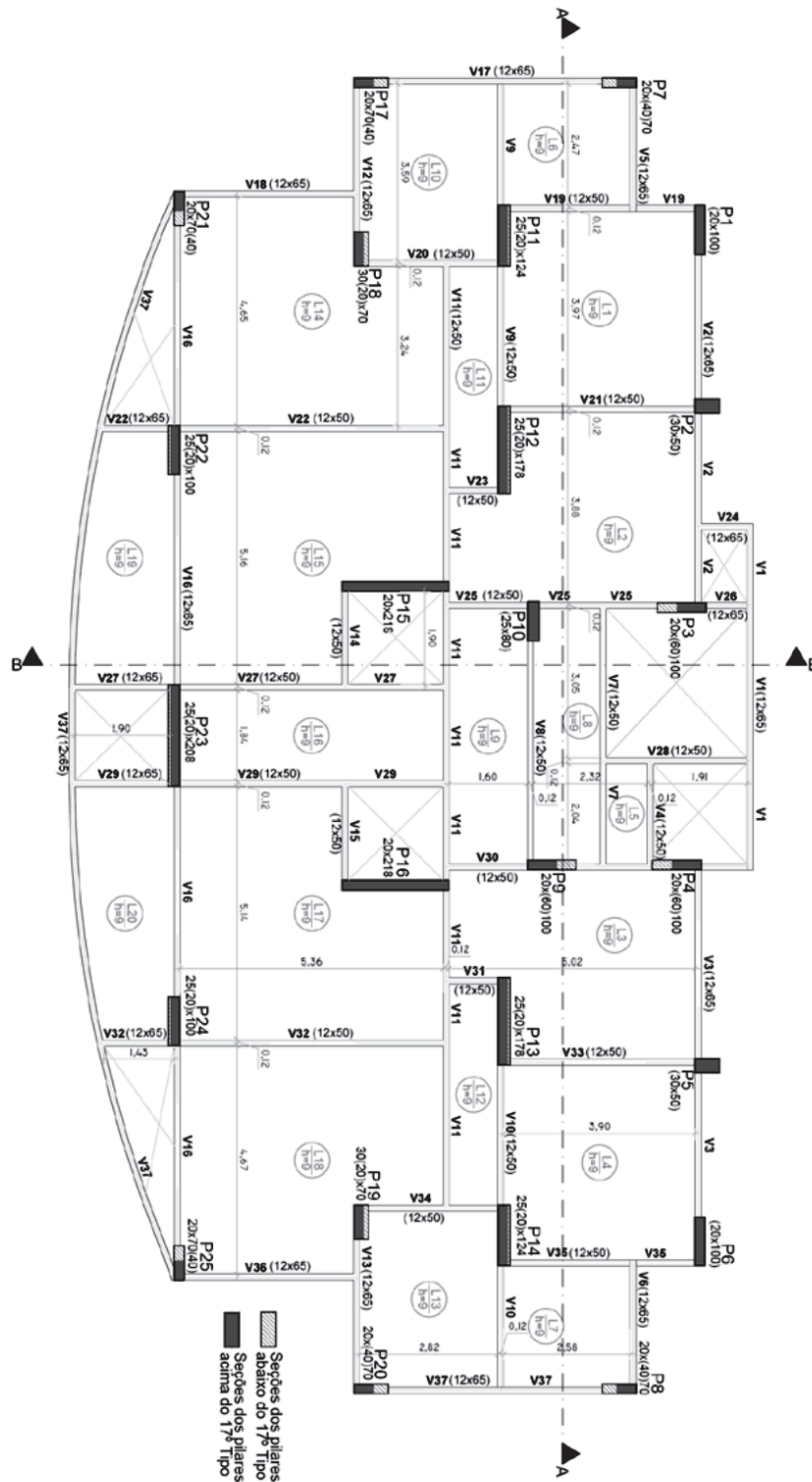


Figura 3
Planta do pavimento tipo

diâmetro e 9 m de comprimento. O concreto foi especificado com uma resistência de 35 MPa para a superestrutura e 20 MPa para as fundações.

Para a avaliação das causas do acidente e prestação de contas à sociedade foram constituídas duas comissões: uma de caráter técnico-científico, representada pelo Grupo de Análise de Estruturas e Materiais (GAEMA) da Universidade Federal do Pará [8], e outra com caráter pericial, instituída pelo estado através do Instituto Renato Chaves (IRC) [9]. Os laudos das duas comissões foram baseados nas análises dos materiais da estrutura, assim como dos projetos arquitetônico, estrutural e de fundações.

As duas equipes periciais adotaram estratégias semelhantes para avaliação do colapso. A equipe pericial do IRC utilizou a verificação da conformidade dos projetos de fundações e estrutural, perante as prescrições normativas vigentes e ensaios laboratoriais dos materiais utilizados na estrutura [9]. Já o parecer técnico GAEMA utilizou, além da abordagem citada anteriormente, a modelagem computacional do edifício para avaliação de características não declaradas ou não detectáveis em uma análise preliminar do projeto e o atendimento, tanto para o estado limite último (ELU) quanto para o estado limite de serviço (ELS) [8].

2.1 Não conformidades de projeto relatadas nos laudos

O cobrimento prescrito pela norma de estruturas de concreto armado [10] recomendava, para a região da construção do edifício, o valor de 20 mm para as lajes e vigas e 25 mm para pilares. Esses valores não foram cumpridos no projeto, sendo utilizados os valores de 15 mm para todos os elementos da estrutura. Os valores de cobrimento, segundo a recomendação da mesma norma, limitavam o diâmetro máximo utilizado nas armaduras longitudinais dos elementos em 12,5 mm. Foram encontrados, no projeto, valores de armaduras com 16,0 e 20,0 mm de diâmetro nas vigas dos pavimentos subsolo, casa de máquinas, forro e nos pilares, estando, nesse último caso, presentes principalmente nos primeiros cinco lances da estrutura. Os estribos adotados no projeto ($\phi_s=4,2$ mm) apresentavam um diâmetro inferior ao recomendado normativamente ($\phi_s=5,0$ mm), assim como a taxa de armadura transversal que em 78% dos elementos apresentavam valores de espaçamentos superiores ao máximo permitido. Os valores de taxa de armadura longitudinal máxima dos pilares são incompatíveis com as recomendações normativas. Conforme as Figuras 6, 7 e 8, os valores de taxa de armadura máxima

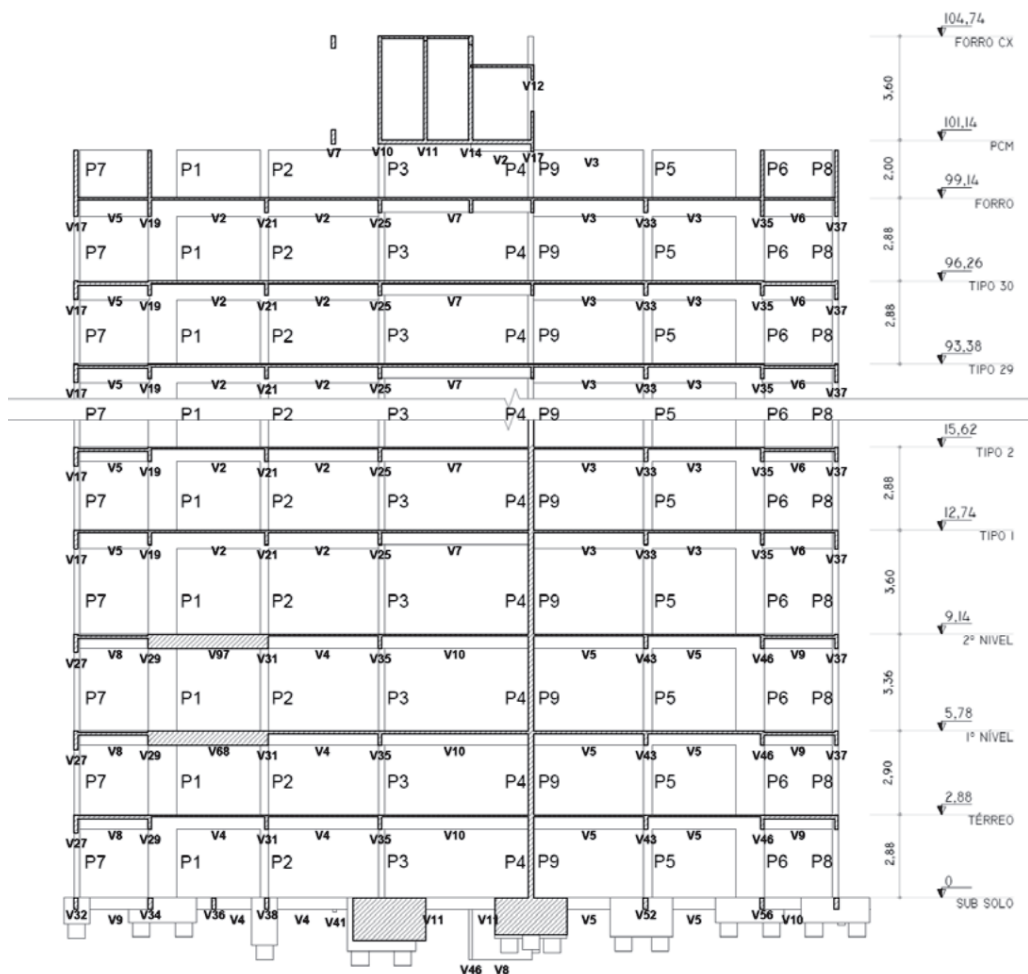


Figura 4
Corte AA

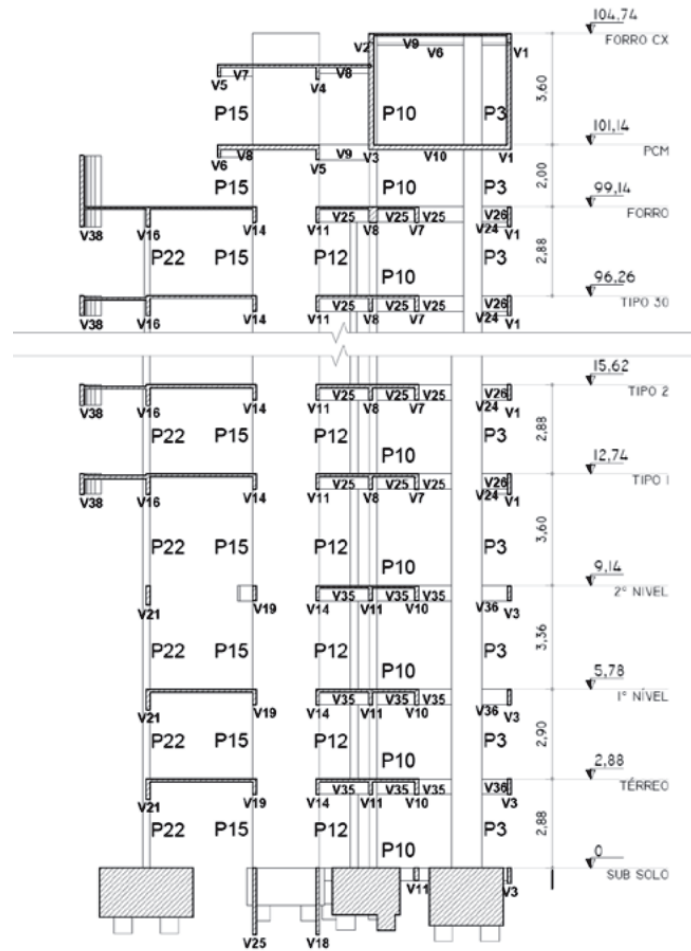


Figura 5
Corte BB

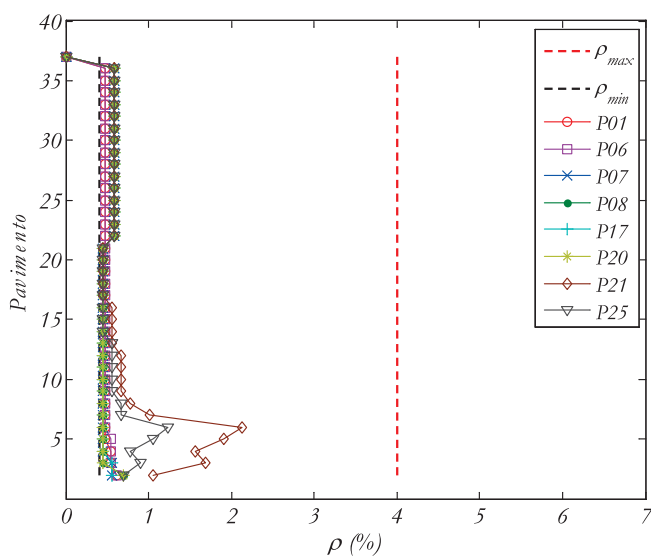


Figura 6
Taxa de armadura dos pilares de canto

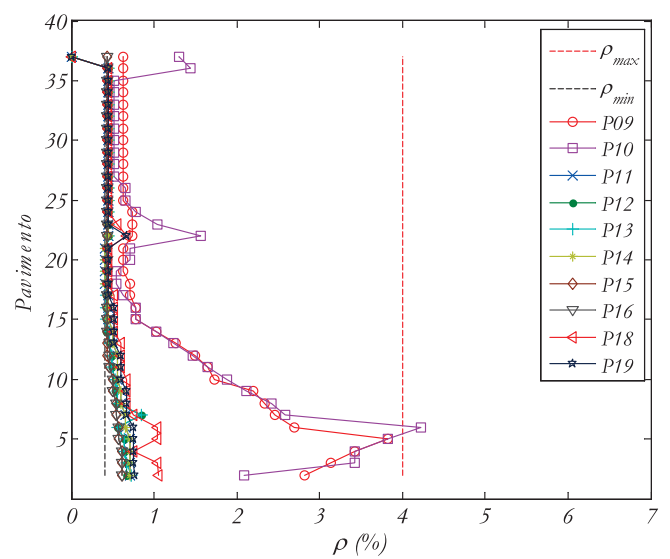


Figura 7
Taxa de armadura dos pilares internos

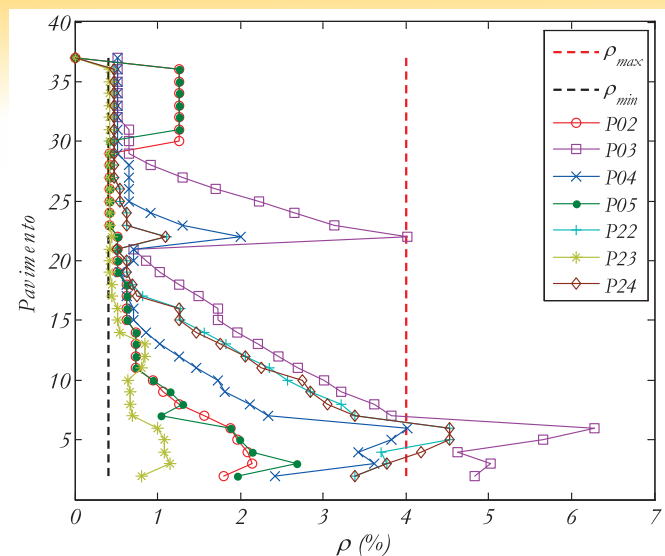


Figura 8
Taxa de armadura dos pilares de extremidade

superaram o valor normativo de 8% de área da seção bruta dos pilares P03, P04, P10, P22 e P24. Também de acordo com o laudo [9], as armaduras longitudinais apresentaram discrepâncias entre o projetado e o executado. A diferença entre a área de aço projetada e a executada é apresentada na Tabela 1 que, no caso dos pilares P04, P10 e P21, superaram o valor de 30%.

Segundo os resultados apresentados pelos dois laudos, o aço utilizado no edifício demonstrou estar em conformidade, já que um parecer técnico apontou uma tensão de escoamento acima de 500 MPa para as amostras de aço CA-50 de 10 mm retiradas dos pilares. A norma para avaliação desse material [11] considera a tensão de escoamento, aquela referente a uma deformação de 2‰ e a tensão mínima de ruptura igual a $1,10 \cdot f_y$.

A resistência do concreto (f_c) foi avaliada de maneira distinta em cada laudo por meio de ensaios de esclerometria e extração de corpos de prova. Foram realizados oito ensaios de esclerometria aleatoriamente em peças não comprometidas, três em lajes, três em vigas e três nos pilares, com resultados de 42 MPa, 40 MPa e 45 MPa, respectivamente [8]. Nos ensaios com corpos-de-prova extraídos, foram identificados os elementos e encontradas as respectivas resistências [9]. A Tabela 2 sintetiza os resultados dos testes sobre o concreto, que foi considerado em conformidade.

Tabela 1
Diferença entre as taxas de armaduras projetadas e executadas [9]

Pilar	Execução		Projeto		Diferença	
	Quantidade	Diâmetro (mm)	Quantidade	Diâmetro (mm)	Área (mm ²)	ρ (%)
P 01	10	12,5	14	10	-128	-12%
P 02	22	12,5	16	16	517	16%
P 03	48	16	50	16	402	4%
P 04	24	16	36	16	2413	33%
P 05	24	12,5	18	16	674	19%
P 06	10	12,5	14	10	-128	-12%
P 07	10	10	10	10	0	0%
P 08	8	12,5	8	10	-353	-56%
P 09	28	16	20	20	653	10%
P 10	34	12,5	34	16	2664	39%
P 11	18	12,5	28	10	-10	0%
P 12	38	10	38	10	0	0%
P 13	16	16	38	10	-232	-8%
P 14	18	12,5	28	10	-10	0%
P 15	34	10	34	10	0	0%
P 16	34	10	34	10	0	0%
P 17	10	10	10	10	0	0%
P 18	18	12,5	28	10	-10	0%
P 19	8	16	20	10	-38	-2%
P 20	8	12,5	8	10	-353	-56%
P 21	12	12,5	30	10	884	38%
P 22	42	16	30	20	980	10%
P 23	34	12,5	76	10	1797	30%
P 24	42	16	34	20	2237	21%
P 25	8	12,5	16	10	275	22%

2.2 Inconformidades da estrutura e das fundações relacionadas nos laudos

A avaliação da estrutura pelo parecer técnico foi realizada por modelagem computacional por meio do *software* computacional CAD TQS, *software* largamente utilizado no Brasil para o dimensionamento de estruturas de concreto armado. A equipe técnica fez uso do sistema de pórtico espacial com os pavimentos modelados, segundo a analogia de grelha e de acordo com os carregamentos prescritos normativamente. A velocidade do vento adotada no modelo foi de 32 m/s, velocidade média prescrita para a zona em que a cidade se encontra, segundo as normas de ações dos ventos sobre estruturas [8]. Os resultados obtidos pela equipe técnica demonstraram que o edifício apresentava grandes deslocamentos, tanto para o ELU, quanto para o ELS, sendo considerado, sob uma análise de 2ª ordem, a estrutura como de nós móveis. Segundo o parecer téc-

Tabela 2
Avaliação do concreto

Local	f_{cd} (MPa)	Amostra f_c (MPa)	Laudo
P 06	35	30	IRC
P 11	35	37	
P 15	35	41	
P 16	35	29	
Bloco P13	20	26	
Cortinas	20	31	GAEMA
Pilares	35	45	
Vigas	35	40	
Lajes	35	42	

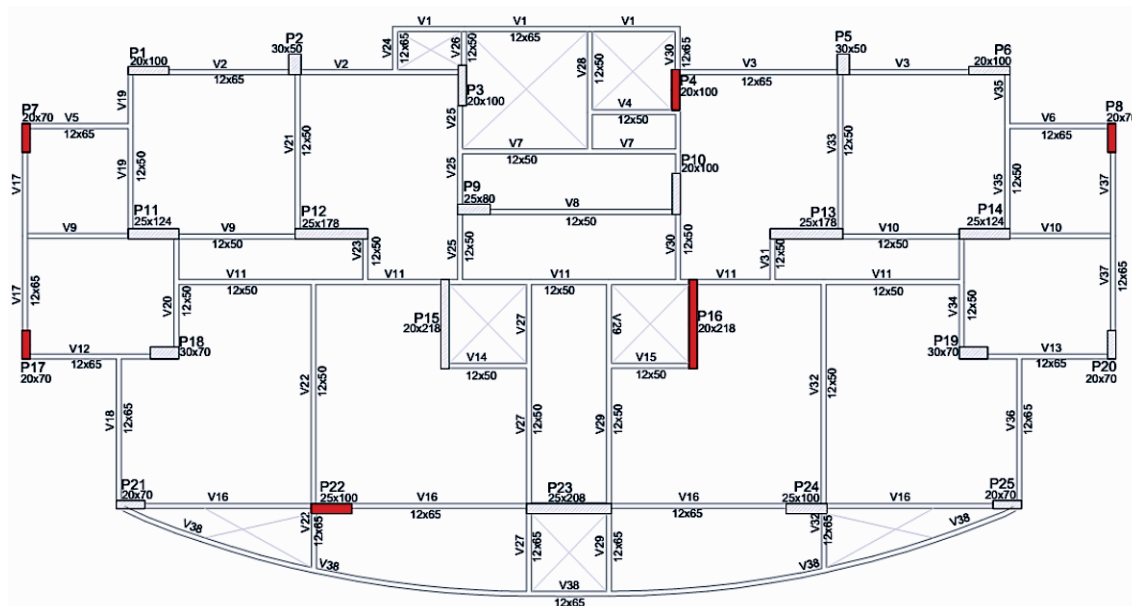


Figura 9
Pilares responsáveis pelo colapso

nico, somente quatro dos 25 pilares apresentaram características geométricas passíveis de dimensionamento sob as solicitações prescritas normativamente, sendo a armadura encontrada pela equipe técnica significativamente superior [8]. Os pilares responsáveis pelo colapso são mostrados na Figura 9, com os pilares P16, P17 e P22 apresentando instabilidade sob ação de vento a 32 m/s [8]. Já os pilares P04, P07 e P08 entrariam em colapso sob ação do vento 23 m/s [8]. Por meio destes resultados, a equipe técnica concluiu que o edifício fora subdimensionado sem a consideração das ações do vento, expondo-o a solicitações de intensidade maiores do que a prevista no projeto.

O projeto de fundações foi considerado adequado às solicitações declaradas no projeto estrutural executado, assim como o detalhamento das estacas e dos blocos de coroamento. Foi verificado que sob o cenário do desabamento os esforços solicitantes eram inferiores à capacidade resistente característica do conjunto bloco–estacas, o que levou o parecer a descartar a possibilidade da ruptura das fundações no momento do colapso, estando no pior caso, o do pilar P17, a 57% da capacidade resistente projetada digura 3. Inspeções visuais relatadas pelo laudo do IRC também não relataram danos às fundações [9].

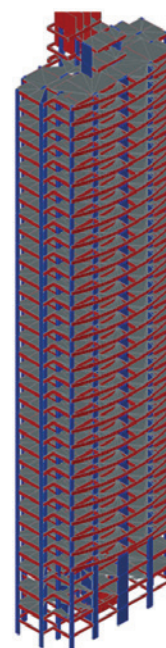


Figura 10
Modelo do edifício Real Class

Tabela 3
Cargas adotadas no modelo computacional

Local	NBR 6120 [12] Carga (kN/m ²)
Dormitórios, salas, cozinhas e banheiros	1,50
Despensas, áreas de serviço e lavanderias	2,00
Forros sem acessos a pessoas	0,50
Escadas com acesso ao público	2,50
Corredores com acesso ao público	2,00
Garagens	3,00
Terraços sem acesso público	2,00

NBR 6123 [5]	
Velocidade do vento (m/s)	30
Coeficiente de arrasto	Baixa turbulência

2.3 Hipóteses adotadas no modelo computacional e na avaliação da segurança do edifício

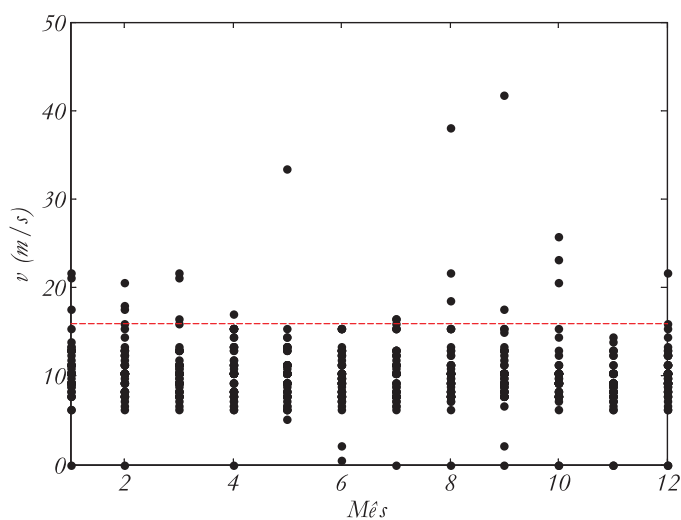
Para o desenvolvimento do estudo, foi utilizado o *software* de cálculo e dimensionamento de estruturas de concreto armado AltoQI Eberick v.6. Esse software é bastante utilizado em escritórios de cálculo no Brasil e foi utilizado pelo projetista do edifício. O *software* realiza uma análise estática linear de 2ª ordem para avaliação das solicitações e dimensionamento dos elementos estruturais (Figura 10), sendo os efeitos de 2ª ordem calculados por meio do processo P-Δ. Os efeitos da não-linearidade física foram contabilizados

através das simplificações sugeridas pela norma de estruturas de concreto armado com redução da rigidez dos elementos. As lajes foram modeladas por meio da analogia de grelha, e as vigas e pilares como elementos de barra.

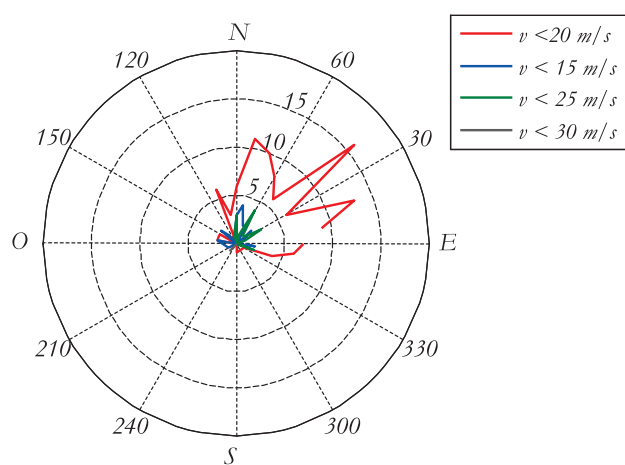
Para abordagem constitutiva do aço, foi adotado o modelo constitutivo adotado pela NBR 6118 [10], utilizando os diferentes limites de deformações para a compressão ($\epsilon_{su} = 2,0\%$) e tração ($\epsilon_{su} = 10,0\%$). A tensão de escoamento e ruptura do aço foram retiradas do parecer técnico GAEMA [8], por ser o diâmetro da amostra utilizada o de maior representatividade nas armaduras utilizadas no projeto. O concreto utilizado regionalmente neste tipo de empreendimento é usinado e confeccionado para a maioria dos projetos estruturais em um intervalo de resistência de 25 a 35 MPa, não constituindo inovação tecnológica. O modelo constitutivo do concreto assim como o módulo de elasticidade foram os prescritos pela NBR 6118 [10]. A resistência adotada (f_c) para o modelo de projeto foi de 35 MPa e o valor adotado para a avaliação do edifício, no momento do colapso, foi o encontrado pela perícia IRC de 29 MPa [9].

2.4 Ações

A formulação normativa brasileira considera combinações normais, de construção e excepcionais para a avaliação de uma possível ocorrência de um ELU (equação 1). As solicitações atuantes (F_q) na estrutura são definidas conforme as combinações de ações, cujos coeficientes de majoração de esforços (γ) e de simultaneidade de ações (ψ) são especificados normativamente [10]. As ações gravitacionais (F_g) utilizadas nos modelos seguiram as recomendações normativas [12], assim como os carregamentos de ocupação (Tabela 3), sendo o peso próprio do concreto armado considerado como 25 kN/m³, conforme as prescrições da norma de estruturas de concreto armado [10]. Não foram considerados os esforços oriundos de ações indiretas como retração (F_{egk}) e temperatura (F_{eqk}).



A Valores de velocidade no período de 1951 - 2011



B Direção das rajadas no período de 2000 - 2011

Figura 11
Caracterização das rajadas na cidade de Belém (ICEA)

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon gk} \cdot F_{\varepsilon gk} + \gamma_q \cdot (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk} \quad (1)$$

Para o ELU, foram analisados, inicialmente, somente os resultados referentes ao dimensionamento dos pilares do edifício. Tal abordagem foi adotada devido ao fato de que esses elementos são fundamentais para manutenção da estabilidade da edificação, e pelos relatos de testemunhas de que a ruptura do edifício foi brusca, sem que houvesse alguma falha localizada de qualquer elemento do edifício [8]. Assim, para estimar as cargas responsáveis pela ocorrência do ELU, foram geradas 61 combinações para avaliação da conformidade do projeto (configuração padrão do *software*) e 23 combinações de construção para avaliação da estrutura no momento do colapso distribuídas em combinações favoráveis ($\gamma_g=1,00$) e desfavoráveis ($\gamma_g=1,30$).

2.5 Ação do vento

No Brasil, a principal ação horizontal é a decorrente das rajadas de vento, cujas prescrições normativas adotam duas abordagens: estática e dinâmica. Neste trabalho, foi utilizada a abordagem da força estática equivalente, cujo modelo prescrito pela norma [5] equivale a de uma força produzida por uma rajada de 3 segundos de velocidade básica (v_0) com probabilidade de ser excedida uma vez em 50 anos. A velocidade da rajada é medida a uma altura de 10 m acima do solo em campo aberto e plano. A formulação matemática também adota modificadores em função do tipo de terreno (s_1), da sua declividade e do tipo/uso da edificação (s_2), assim como da probabilidade de ocorrência da rajada e importância da estrutura (s_3).

Uma velocidade de 30 m/s foi utilizada para a determinação dos esforços de projeto, conforme recomendação da norma para a região da edificação [5]. Para avaliação da velocidade em que ocorreu o colapso, foi verificado o valor para o qual o *software* não efetuava o dimensionamento das seções dos pilares, sendo esse valor (25 m/s) utilizado como intervalo superior. A velocidade utilizada, inicialmente, como intervalo inferior para análise, foi a

registrada pelo serviço meteorológico local (banco de dados climatológicos do Instituto de Controle do Espaço Aéreo) na data do acidente ($v_0 = 10$ m/s). Conforme os dados (Figura 11), a velocidade média das rajadas é de 12 m/s e a média dos valores máximos anuais corresponde a uma velocidade de 17 m/s.

2.6 Deslocamentos e efeitos de segunda ordem

Os efeitos de 2ª ordem foram calculados por meio do processo $P-\Delta$. Para melhor representação do ELU, a norma utiliza a redução da rigidez dos elementos $E \cdot I = 0,4 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ para as vigas, $E \cdot I = 0,3 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ para as lajes e $E \cdot I = 0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ para os pilares que, de acordo com Oliveira [13], são satisfatórios, sendo E_{ci} o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto e I_c o momento de inércia da seção bruta de concreto. Os deslocamentos limites (δ_{lim}) considerados na análise foram aqueles, que conforme indicação normativa, causam efeitos em elementos não estruturais devido à movimentação lateral do edifício (equação 2). Este é em função da altura total da edificação (H).

$$\delta_{lim} = \frac{H}{1700} \quad (2)$$

Para avaliação dos efeitos de segunda ordem, foi utilizado o coeficiente γ_z (equação 3), coeficiente utilizado para avaliação de efeitos de segunda ordem largamente utilizado em escritórios de cálculo do país. Esse coeficiente correlaciona os efeitos dos momentos produzidos por todas as forças gravitacionais ($\Delta M_{tot,d}$) com o momento produzido por todas as forças horizontais ($M_{1,tot,d}$), em uma análise de primeira ordem.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (3)$$

2.7 Diagramas de interação

A segurança dos pilares foi avaliada com a utilização de diagramas de interação, e estes foram construídos utilizando as hipóteses

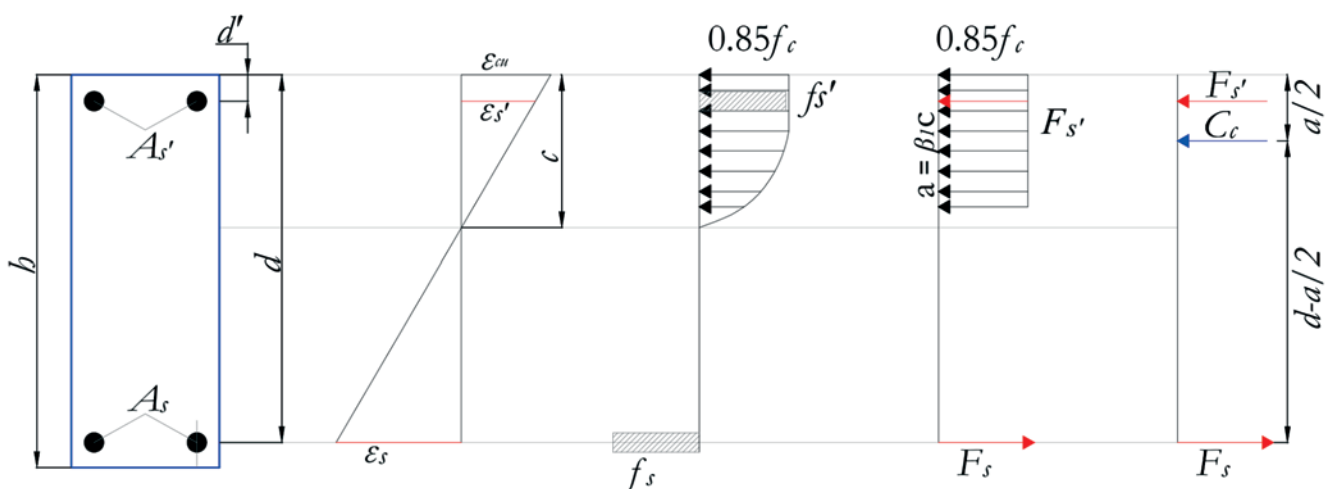


Figura 12
Simplificações adotadas para o cálculo da resistência das seções

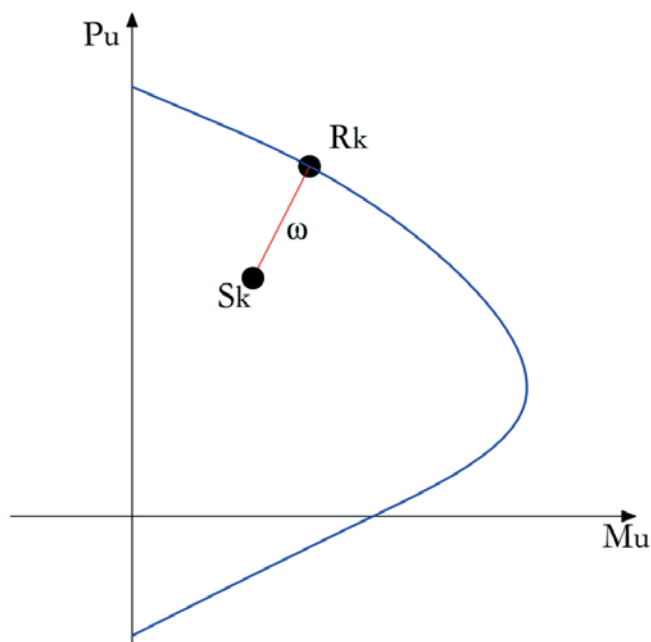


Figura 13
Margem de segurança para os pilares

de compatibilidade de deformações com a limitação das deformações do concreto (ϵ_{cu}) a 3,5‰ e as deformações do aço (ϵ_{su}) a 10‰, conforme a recomendação da NBR 6118 [10]. A Figura 12 mostra a simplificações adotadas para o cálculo da resistência das seções como a adoção do retângulo de compressão. A construção de tais diagramas pode ser vista na literatura [14], e utilizando a altura do retângulo de compressão (λ) equivalente a 0,80 (β_1) da altura da linha neutra (c) [10].

Uma maneira de avaliar a segurança das seções de maneira qualitativa foi a adoção da margem de segurança (equação 4), que no

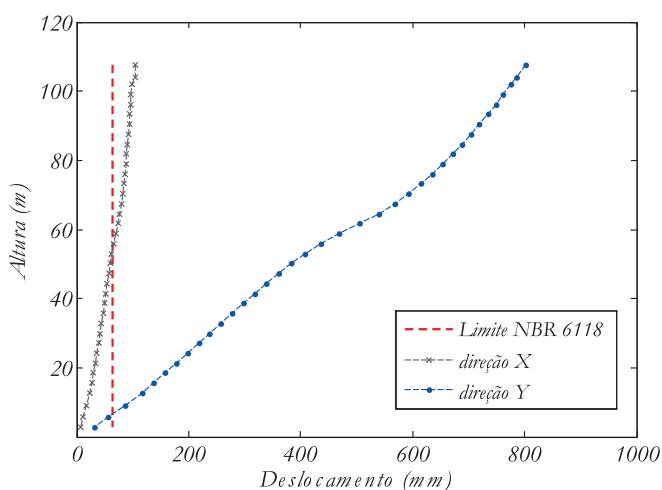
caso dos pilares (Figura 13), representa a reserva de resistência do elemento (ω) sob uma solicitação (S_k) para uma resistência (R_k) [15]. Os diagramas confeccionados para avaliação da conformidade do projeto utilizaram valores de 35 MPa para a resistência do concreto (f_c) e 500 MPa para a tensão de ruptura (f_y) do aço CA – 50. Para os diagramas desenvolvidos para avaliação do momento do colapso foram utilizados os resultados do laudo IRC para o concreto ($f_c = 29$ MPa) armaduras executadas, e do parecer técnico GAEMA - UFPA para a resistência do aço ($f_y = 573$ MPa). Para obtenção da resistência de cálculo (R_d), foram utilizados os coeficientes de minoração da resistência utilizados para o aço ($\gamma_s = 1,15$) e concreto ($\gamma_c = 1,40$) para combinações normais e os coeficientes $\gamma_s = 1,15$ e $\gamma_c = 1,20$ para as combinações de construção.

$$\omega = \frac{R_k - S_k}{R_k} \tag{4}$$

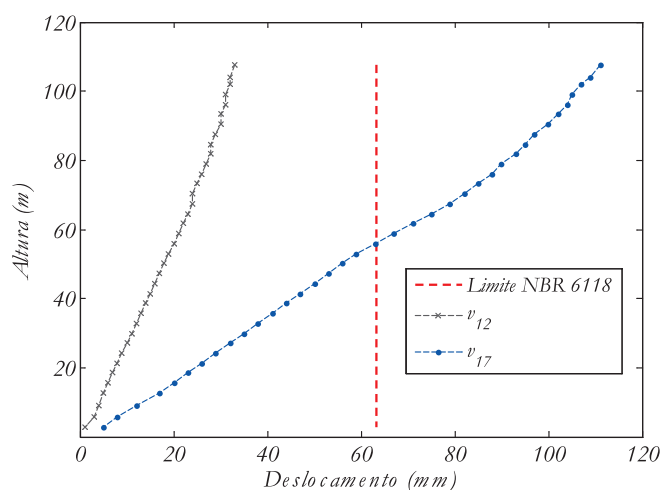
3. Resultados e discussões

Os resultados obtidos no modelo computacional foram analisados para as verificações de compatibilidade normativa, avaliação do estado limite último e segurança do edifício. Estes demonstraram que, além de erro na concepção do sistema estrutural pela falta de redundância (com deslocamento excessivo, mesmo sem incidência de forças horizontais), houve negligência na não consideração das ações dos ventos.

O momento de 2ª ordem sobre a estrutura correspondeu a 24% (direção x – de maior rigidez) e 37% (direção y – menor rigidez) do momento total da estrutura quando verificada a conformidade do projeto. Os efeitos de 2ª ordem corresponderam, sob combinações de construção, a 17% e 27% do momento total da estrutura evidenciando a flexibilidade desta. Os valores do coeficiente γ_2 chegaram a corresponder ao valor de 1,7 superando os valores recomendados normativamente [10]. Na figura 14, são mostrados



A Estimativa normativa para combinação mais desfavorável de projeto

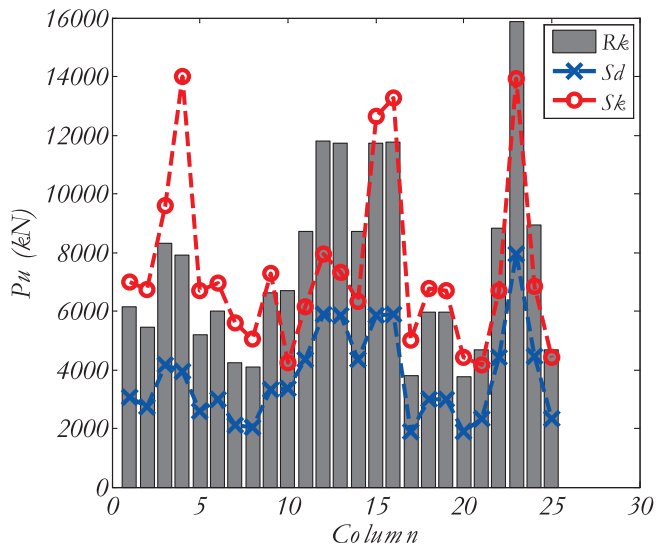


B Estimativa para o momento do colapso

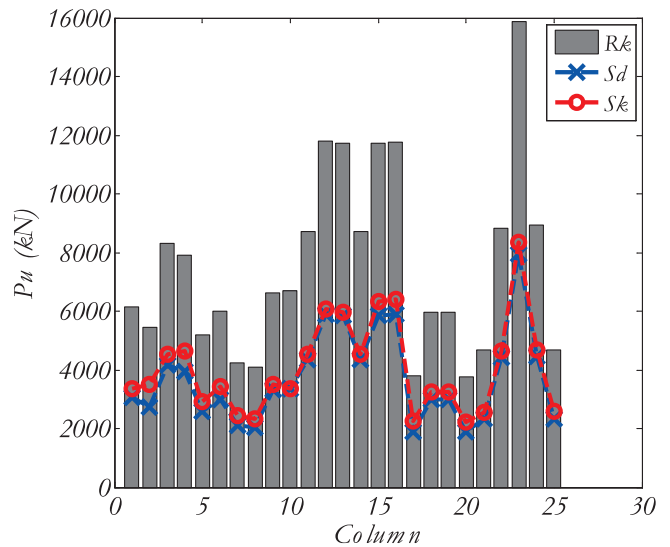
Figura 14
Deslocamentos do edifício

os deslocamentos da estrutura previstos para a situação de projeto (a) e para o cenário do colapso (b) para o valor de velocidade de rajada média anual ($v_0 = 12$ m/s) e a média dos valores de velocidade máxima anual ($v_0 = 17$ m/s). Em ambos os casos a estrutura apresentou grandes deslocamentos, incompatíveis com as recomendações normativas [10]. A segurança das fundações foi avaliada por meio das cargas obtidas nos modelos (S_k) comparadas às apresentadas no projeto

estrutural (S_d) do edifício. O valor característico de resistência considerado (R_k) não fez uso do fator de minoração da resistência, conforme o item 6.2.1.2 da NBR 6122 [16]. As cargas totais nas fundações, constantes no projeto, apresentaram uma diferença de 46% quando comparadas com o modelo. Na avaliação do cenário do colapso, elas apresentaram uma diferença próxima a 5%, resultado que vai ao encontro ao apontado pelos laudos [8] [9] de que não houve, no momento do desabamento, ruptura das

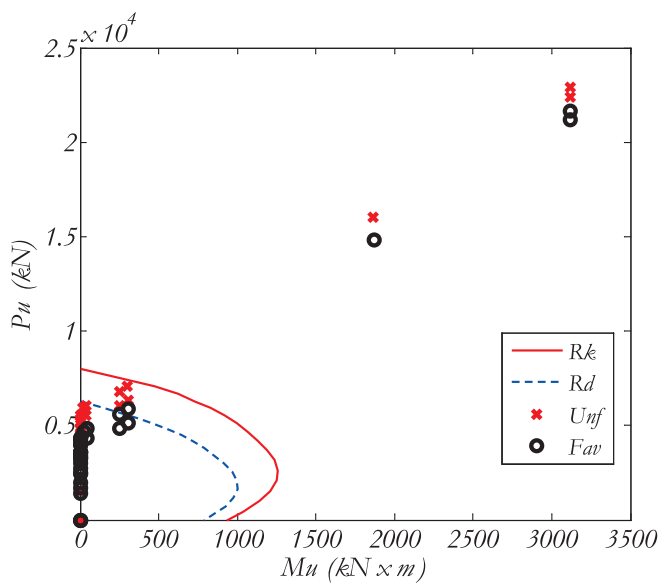


A Design loads

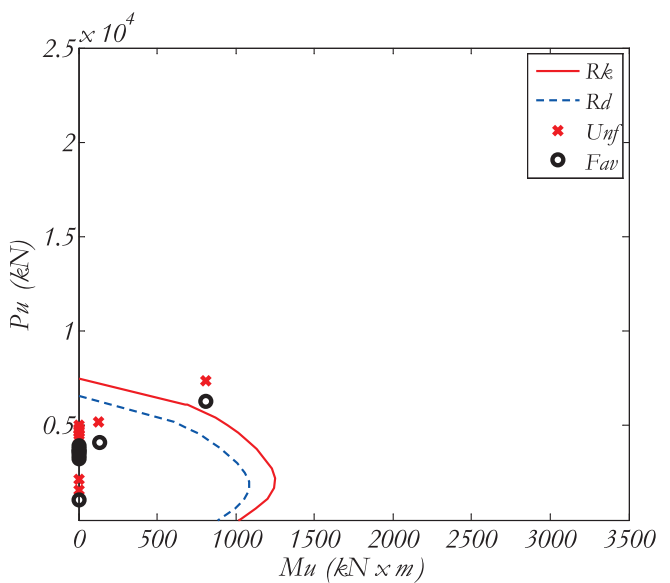


B Loads at the moment of collapse ($v = 23$ m/s)

Figure 15
Foundations loads



A Design loads



B Loads at the moment of collapse ($v = 23$ m/s)

Figure 16
Interaction diagram of column P04

fundações. A Figura 15 (a) mostra as diferenças dos valores de solicitações avaliadas (S_k), conforme os requisitos da NBR 6118 [10] e o projetado (S_d). Os valores de resistência última (R_k) são ultrapassados em 60% dos elementos, apontando um subdimensionamento e a hipótese de possível ruptura caso entrassem em serviço. Para o momento do desabamento do edifício (b), as solicitações estimadas pelo modelo (S_k) ficaram muito próximas as do projeto (S_d) não superando em nenhum caso a resistência última dos elementos avaliados.

A segurança dos pilares foi verificada através de diagramas de

interação com a configuração de armadura utilizada na execução. O software, em sua configuração padrão, gerou um total de 61 combinações para avaliação do ELU, sendo dispostas nos diagramas como favoráveis (*Fav*) e desfavoráveis (*Desf*). Para avaliação do cenário do colapso, o número total de combinações (23) para avaliação do ELU foi inferior, devido a não ocorrência de cargas acidentais (Q) e a não consideração das cargas de água (A), solo (S). As figuras 16 a 21 mostram os diagramas para os pilares citados como possíveis responsáveis pelo colapso [8] sendo demonstradas: a conformidade do elemento perante a

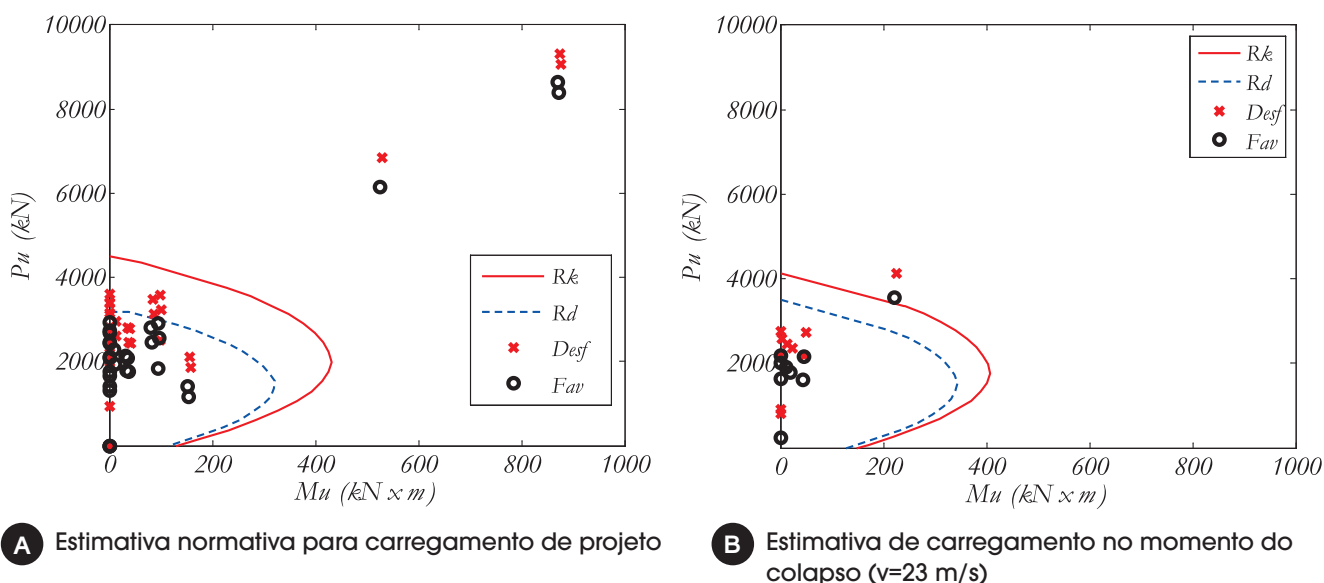


Figura 17
Segurança do pilar P07

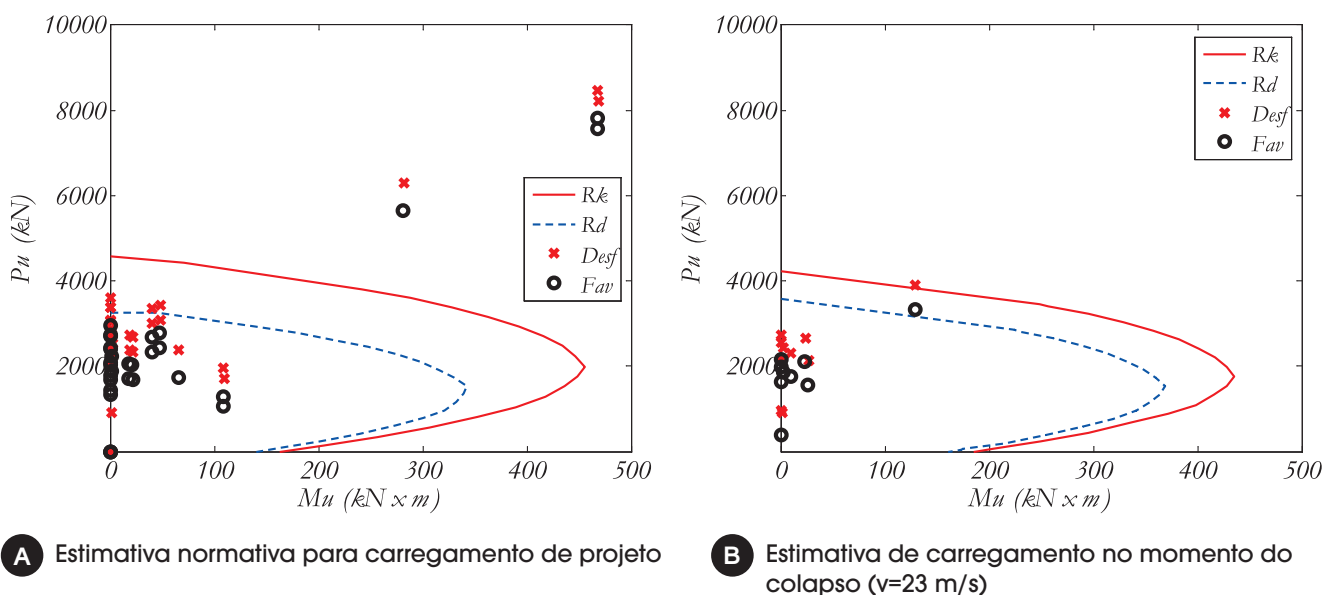


Figura 18
Segurança do pilar P08

NBR 6118 (a) e a configuração de solicitações no cenário do colapso (b). A distribuição de esforços, exibida nos diagramas, demonstra que grande parte dos pilares apresentava um número razoável de combinações muito próximas dos limites de resistência de cálculo (R_d) quando avaliada a conformidade de projeto. Nas tabelas 4 e 5, são apresentadas a margem de segurança (ω) e a probabilidade de ruína (p_r) dos pilares estimadas nos modelos. Como apresentado na Tabela 4, os pilares P15, P16 e P17 apresentavam maior probabilidade de ruína estando com uma margem de segurança muito aquém da necessária para manutenção da capacidade resistente da estrutura. Vale ressaltar também que as

combinações apontadas como mais desfavoráveis aos elementos apresentavam o vento como ação variável principal.

A Tabela 5 apresenta o estado de todos os pilares no momento do colapso. Os resultados apontam que, para as solicitações obtidas, todos os pilares estariam trabalhando com uma margem de segurança pequena (em média 20% da resistência características (R_k) dos mesmos), com a provável ruptura dos pilares P02, P04, P07, P19 e P25. Como os pilares P04 e P07 apresentaram a menor margem de segurança e maior probabilidade de ruína para as combinações utilizadas (9%), estes poderiam ser apontados como os primeiros a apresentar ruptura. Devido à complexidade

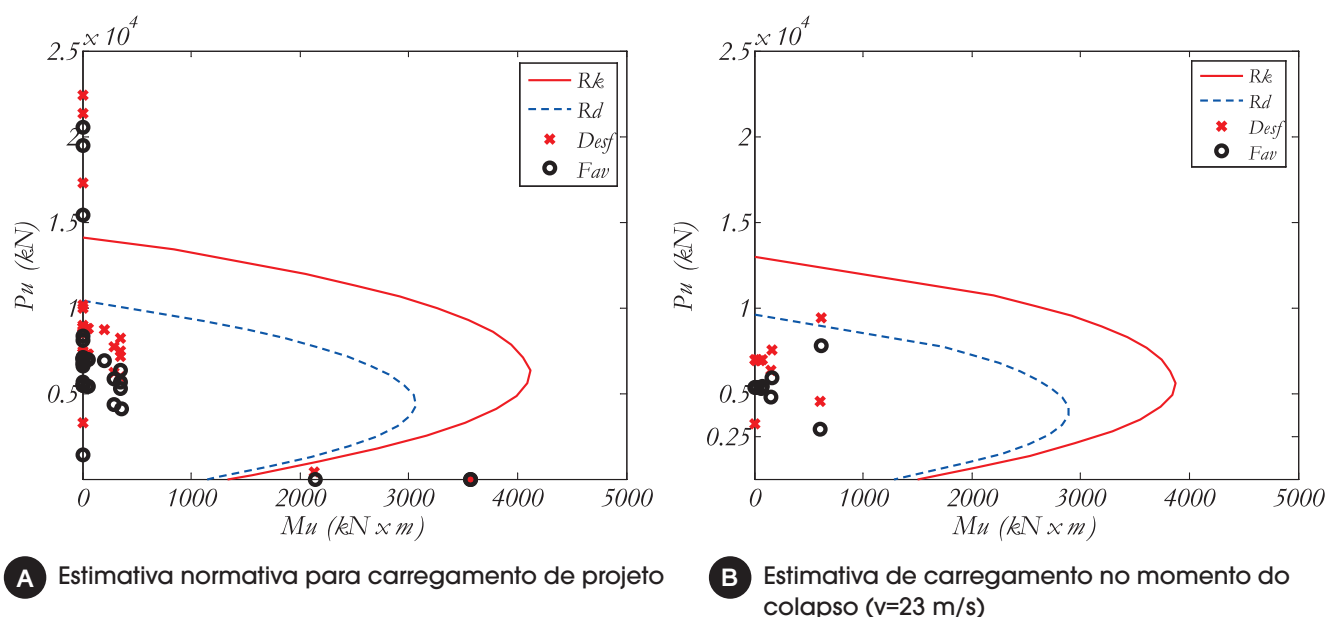


Figura 19
Segurança do pilar P16

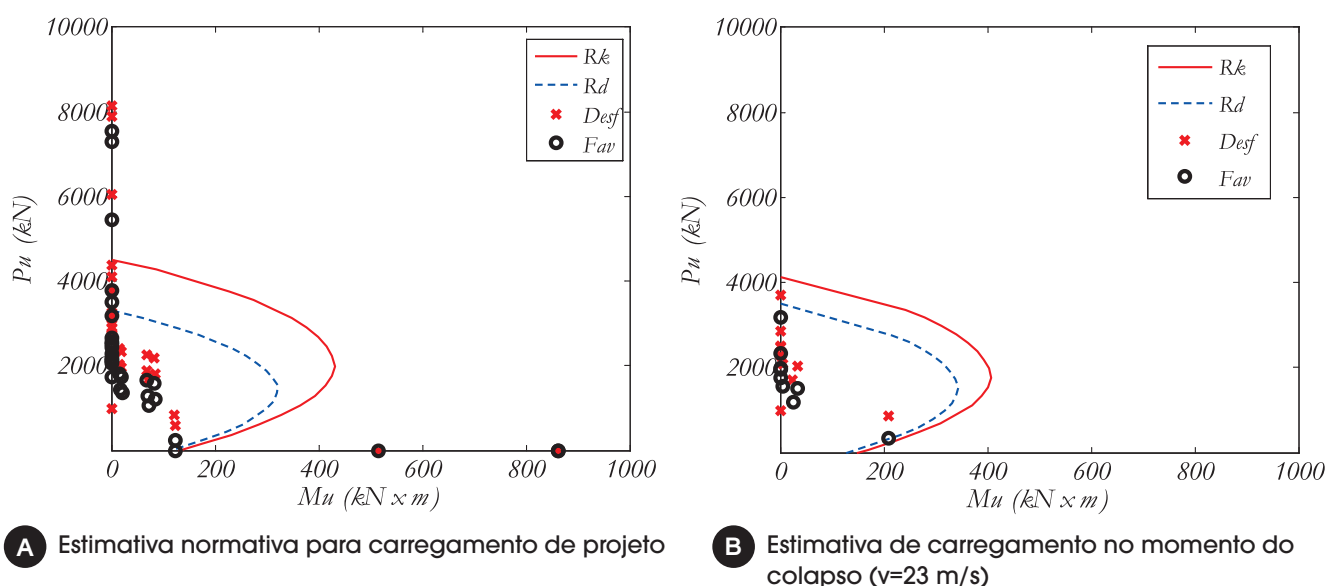


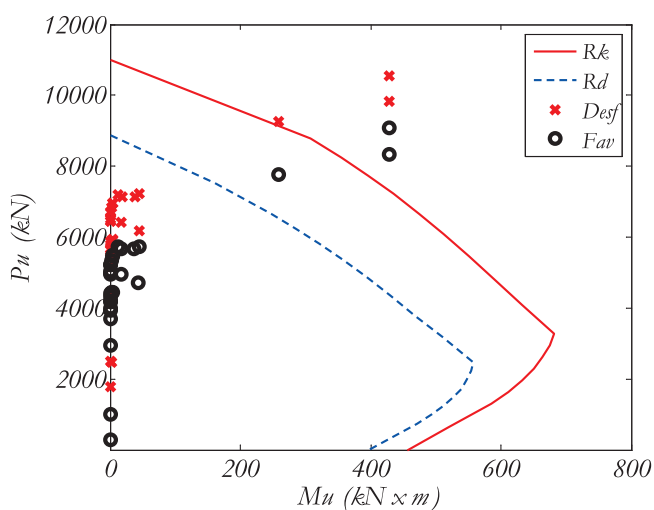
Figura 20
Segurança do pilar P17

da atuação das forças do vento sobre as edificações, são mostradas as solicitações para o cenário do colapso do pilar P04 para as velocidades de rajadas anteriormente citadas (Figura 22) como: de frequente ocorrência na região (12 e 17 m/s), a relatada no parecer técnico (23 m/s) e a provável responsável pela ruptura da seção (19 m/s), segundo os resultados do modelo. Destaca-se que segundo os dados obtidos pelo ICEA, velocidades maiores que 20 m/s apresentam um período de retorno de 10 anos e o maior valor registrado na região foi de 42 m/s, em 1977. Ainda, o pilar P04 resistiria ao dobro dos esforços de cisalhamento gerados por ventos de 23 m/s, mesmo com estribos de 4,2 mm de diâmetro.

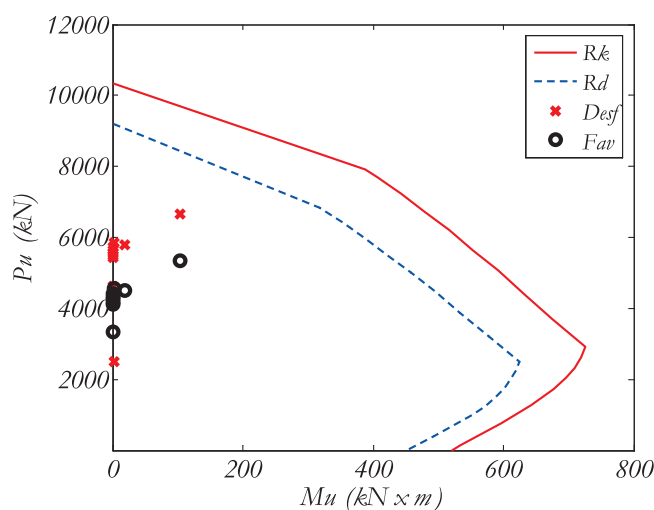
4. Considerações finais

A partir das considerações obtidas através dos laudos, assim como da utilização da análise computacional, foi possível constatar que edifício foi projetado em desacordo com as instruções normativas então vigentes, resultando em uma estrutura incapaz de cumprir os requisitos necessários para evitar o E.L.U.

- Os resultados do modelo apontaram deficiência do arranjo estrutural, com falta de redundância (aumento do grau de hiperestaticidade de um pórtico) e incorreção na consideração das cargas atuantes no projeto do edifício, estando o dimensiona-

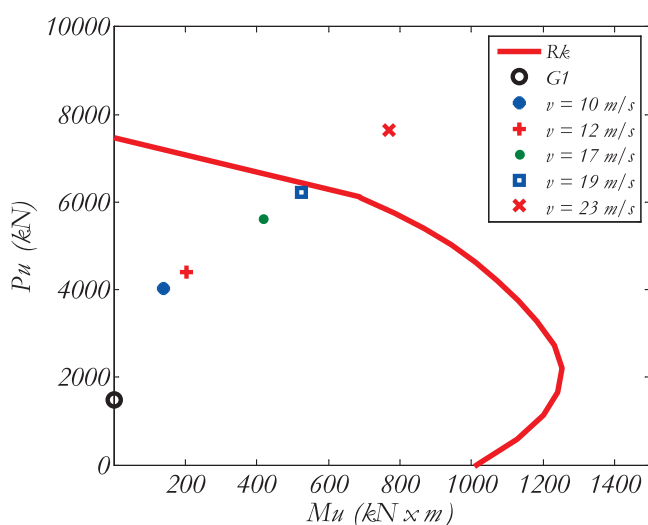


A Estimativa normativa para carregamento de projeto

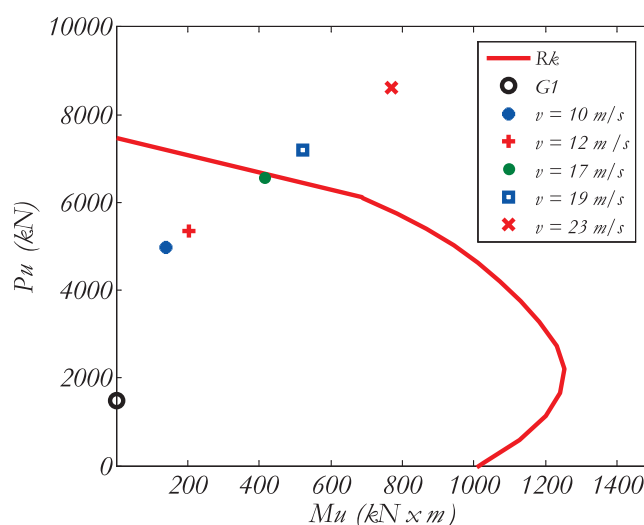


B Estimativa de carregamento no momento do colapso ($v=23$ m/s)

Figura 21
Segurança do pilar P22



A Combinações favoráveis



B Combinações desfavoráveis

Figura 22
Estimativa de carregamento no pilar P04 para diversas velocidades

mento muito próximo de um modelo verificado somente com as cargas gravitacionais permanentes;

- A estrutura projetada apresentava grande flexibilidade, o que pode ser verificado pelos deslocamentos descritos no modelo,

assim como do parâmetro γ_x muito superior ao recomendado normativamente;

- As seções projetadas para os pilares eram incapazes de resistir às combinações de ações atuantes na região, apresentando,

Tabela 4

Avaliação dos pilares sob as recomendações da NBR 6118

Pilar	Combinação	p_f	ω
P04	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	10%	-3,9
P07	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	10%	-2,7
P08	1.3G1+1.4G2+1.4V3	10%	-3,6
P15	G1+G2+S+1.4V3	34%	-58,2
P16	G1+G2+S+1.4V3	15%	-33,4
P17	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	18%	-27,2
P22	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	8%	-0,7

Tabela 5

Estimativa do estado dos pilares no momento do colapso

Pilar	Combinação	p_f	ω
P01	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0,0
P02	1.3G1+1.3G2+V3	4%	-0,1
P03	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0,2
P04	1.3G1+1.3G2+V3	9%	-0,2
P05	1.3G1+1.3G2+V3	4%	0,0
P06	G1+G2+V4	0%	0,3
P07	1.3G1+1.3G2+V3	9%	-0,2
P08	1.3G1+1.3G2+V3	4%	0,0
P09	1.3G1+1.3G2+V3	0%	0,3
P10	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P11	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,4
P12	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,4
P13	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P14	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P15	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P16	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,2
P17	G1+G2+V3	0%	0,1
P18	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,1
P19	1.3G1+1.3G2+V4	4%	-0,1
P20	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,1
P21	1.3G1+1.3G2+V4	4%	0,0
P22	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P23	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,1
P24	1.3G1+1.3G2+V4	0%	0,3
P25	1.3G1+1.3G2+V4	4%	-0,1

segundo as recomendações normativas, uma margem de segurança muito aquém da necessária para a manutenção do equilíbrio da estrutura;

- Verificou-se que a velocidade do vento de 19 m/s poderia acarretar, segundo a estimativa do modelo estrutural, a ruptura dos pilares P04 e P07. Essa velocidade, segundo os dados meteorológicos locais, apresenta grande probabilidade de ocorrência em período de 10 anos;
- Embora houvesse diferença nas taxas de armadura projetada e executada, essa diferença não foi significativa para impactar na capacidade resistente global, assim como das seções, de maneira a evitar o colapso do edifício;
- O carregamento atuante nas fundações, considerando as limitações do modelo, não influenciaram no cenário do colapso, estando naquele momento com solicitações inferiores às necessárias para seu comprometimento. O desempenho das fundações projetadas poderia ser questionado, caso o edifício entrasse em serviço, pois o seu dimensionamento foi vinculado ao carregamento do projeto estrutural do edifício.

5. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro da CAPES, CNPq e do IPEAM.

6. Referências bibliográficas

- [1] GÜNEL, M. H.; ILGIN, H. E. Tall buildings: structural systems and aerodynamic form. New York, NY: Routledge, 2014.
- [2] OLIVEIRA, J. C. A. D. Avaliação da Rigidez de Pórticos de Concreto Armado, Brasília, 2009, Tese (doutorado) - Universidade Nacional de Brasília, 135 p.
- [3] TARANATH, B. S. Reinforced concrete design of tall buildings. Boca Raton - FL: CRC Press, 2010.
- [4] CUNHA, A. J. P. D.; LIMA, N. A.; SOUZA, V. C. M. D. Acidentes estruturais na construção civil. 1ª. ed. São Paulo: Pini, 1996.
- [5] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Forças devido ao vento em edificações. - NBR 6123. Rio de Janeiro: [s.n.], 1988.
- [6] DOL. Diário OnLine. Diário OnLine, 2011. Disponível em: <<http://www.diarioonline.com.br/noticias/para/noticia-132473-.html>>. Acesso em: 28 nov. 2014.
- [7] ORM NEWS. Organização Romulo Maiorana News. ORM News, 2011. Disponível em: <http://www.ormnews.com.br/noticia.asp?noticia_id=533554>. Acesso em: 28 nov. 2014.
- [8] GAEMA. Parecer técnico sobre Colapso do Edifício Real Class. UFPA. Belém/PA. 2011. Acesso restrito.
- [9] IRC. Laudo Pericial sobre o desabamento do Edifício Real Class. Belém/PA. 2011. Acesso restrito.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto armado - procedimento. - NBR 6118. Rio de Janeiro: [s.n.], 2014.
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. - NBR 7480. Rio de Janeiro: [s.n.], 1996.
- [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cargas para cálculo de estruturas - NBR 6120. Rio de Janeiro: [s.n.], 1980.
- [13] OLIVEIRA, D. M. D. Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração da não - linearidade física e geométrica na análise global de estruturas de concreto armado. Belo Horizonte, 2007, Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, 327 p.
- [14] ROCHA, P. A. S. e SILVA, K.I.; 'Construção da curva de interação para pilares mistos de aço e concreto totalmente revestidos com base nos domínios de deformação das seções de concreto armado", Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, vol. 8, pp. 447-466, 2015.
- [15] MELCHERS, R. E. Structural Reliability Analysis And Prediction. Inglaterra: John Wiley & Sons, 1999.
- [16] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e execução de fundações. - NBR 6122. Rio de Janeiro: [s.n.], 2010.

Application of tuned-mass dampers to the control of floor vibrations

Aplicação de tuned-mass dampers para controle de vibrações em lajes

G. M. ALMEIDA ^{a,b}
mesquita.almeida07@gmail.com

C. E. N. MAZZILLI ^a
cenmazzi@usp.br

Abstract

This article proposes a standardized solution for the application of Tuned-Mass Dampers to the control of floor vibrations based on the characteristics of the acting loads associated to human usage and the characteristics of the most common structures of the contemporary engineering practice. In order to simplify its usage by the technical community, the tuning is proposed through the selection of pre-determined components for the assembly of the TMD and the choice of disposition and spacing of the mechanisms. The system efficacy is then verified through the computational case study of a floor before and after the application of the mechanisms.

Keywords: tuned-mass damper, TMD, vibrations, floor, comfort.

Resumo

Este artigo propõe uma solução padronizada de aplicação de Tuned-Mass Dampers (TMD) para controle de vibrações em lajes baseada na análise das características de carregamentos associados à utilização humana e nas características estruturais mais comuns à engenharia contemporânea. De modo a simplificar sua aplicação técnica, a sintonização é proposta por meio da escolha de componentes pré-determinados para a montagem do TMD e pela distribuição e posicionamento dos mecanismos. A eficácia do sistema é então verificada por meio de um estudo computacional de caso de uma laje antes e depois da aplicação dos mecanismos.

Palavras-chave: tuned-mass damper, TMD, vibrações, lajes, conforto.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil;
^b Kurkdjian & Fruchtengarten Engenheiros Associados, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introduction

Tuned-Mass Dampers, TMD's, are highly efficient systems utilized in the passive control of structural vibrations. They basically consist of an inertial element connected through a damper and a spring to a system to alter its dynamic characteristics. Its operational principle is based on the idea that the TMD resonates in an excitation frequency that coincides to a vibration mode of the structure, thus dissipating the energy that would otherwise act unchecked. This characteristic of the Tuned-Mass Dampers, however, demands that they are tuned to each system, reducing its employability in the contemporary civil engineering practice, which remains reluctant about adopting dynamic concepts in the design of structures. A possibility is thus presented for a standardized solution against recurring vibrational problems to which the applicability of traditional static approaches, such as the increase in stiffness, might be inefficient or unviable. In the case of slab vibrations, the situation is even more critical due to the architectonic demands for larger spans and the ever-increasing use of light partitions, that contribute little to the stiffness and damping of the system unlike the masonry partitions. As such, the development of a set of standardized Tuned-Mass Dampers is proposed, as well as a simplified design guide that will allow the proper tuning for slabs of different sizes, thickness and usages, in a way that facilitates its usage in the contemporary practice.

1.1 Justification

According to the AISC Steel Design Guides Series 11: Floor

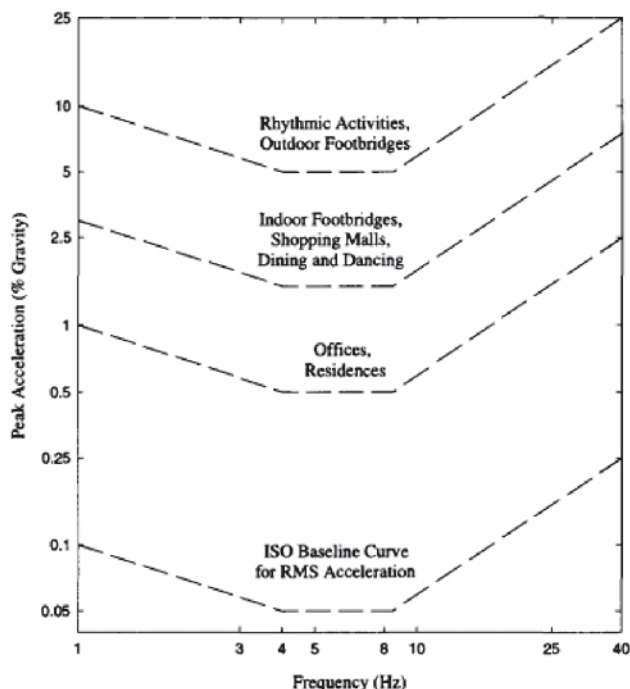


Figure 1 Recommended peak acceleration for human comfort for vibrations due to human activities (AISC Steel Design Guides Series 11; Allen e Murray, 1993; ISO 2631-2: 1989)

Vibrations Due to Human Activity, the human response to floor vibrations is a fairly complex phenomenon that depends, among other factors, of the amplitude of displacements and accelerations one is submitted to, as well as of the current location, user sensitivity and of the nature of the load that originated the vibration. Also, the user reaction is strongly tied to the activities performed in said locations. Users located in residences and offices are troubled by any perceptible vibration, which means any acceleration that surpasses 0,50% of the gravity, while those located in places in which more energetic activities take place are capable of accepting vibrations of up to 5,00% of the gravity. Users in intermediary situations, such as dining beside a ballroom or weightlifting beside a fitness class, or even shopping in a shopping center tolerate intermediary values of acceleration, around 1,50% of the gravity, depending also on the duration of the vibration and the distance from the source. Those limits, however are only valid for vibrations that have their frequencies between 4,0Hz and 8,0Hz, range beyond which users are capable of dealing with greater accelerations.

Throughout the years, many criteria were proposed in order to ascertain the level of human comfort of a set of floors under dynamic effects, being that the AISC divides them in relation to the kind of considered excitation: rhythmic or due to walking. The criteria currently recommended for vibrations due to walking, estimation methods of the required properties and design procedures were initially devised by Allen and Murray, and they differ extensively from the previous analysis based on the "heel-drop test", in which the natural frequencies and damping ratios of the system are ascertained due to the impact created by a person of about 75,0kg that stands on his toes, lifting the heels about 60mm from the floor and then allow them to hit the floor with full weight. Despite the criteria of Allen and Murray being more complex than the previous, they have a wider range of uses and result in more economic acceptable floors. Using them as basis with a few minor modifications to allow a more embracing application, the Design Guide 11 is based on the dynamic response of a system of floors bore by beams under the loads originated due to walking and can be used to design offices, malls and footbridges, among others. The accelerations are limited in accordance to the recommendations of the International Standards Organization (ISO 2631-2, 1989) adjusted for the intended occupancy. Limits are suggested in terms of root mean square values of acceleration as multiples of the baseline curve presented in Figure [1], which are proposed for offices, malls and indoors footbridges, and outdoors footbridges, defined by multiplying the baseline by 10, 30 and 100, respectively. For design purposes, the limits can be assumed to range between 0,80 and 1,50 times the recommended values depending on the duration of the vibration and its frequency.

The dynamic analysis of vibrations due to walking is performed according a time dependent harmonic force component that matches the fundamental frequency of the floor, according to the Equation [1].

$$F_i = P\alpha_i \cos(2\pi i f_{step} t) \tag{1}$$

where

P = person's weight, taken as 0,7kN for design.

i = harmonic multiple of the step frequency.

f_{step} = step frequency.

α_i = dynamic coefficient for the i^{th} harmonic force component. Recommended values are given in Table [1], however, only a single harmonic is considered at a time since the others would be negligible in comparison to the resonant harmonic.

As such, the resonant response function is given by the Equation [2].

$$\frac{a}{g} = \frac{R\alpha_i P}{\beta W} \cos(2\pi i f_{step} t) \quad (2)$$

in which:

$\frac{a}{g}$ = ratio of the floor acceleration to the acceleration of gravity.

β = modal damping ratio.

W = effective weight.

R = reduction factor that accounts for the fact that full steady-state resonant motion is not achieved for walking and that the excitation source and the affected user are not simultaneously at the location of maximum modal displacement. Taken as 0,7 for footbridges and 0,5 for floor structures with two-way mode shape configurations.

For frequencies above 8Hz, the quasi-static deflection and foot-step impulse vibration can become more critical than resonance. To account for these effects, the AISC recommends that the acceleration should be limited to the same values as the frequencies ranging from 4,0Hz to 8,0Hz and a minimum stiffness of 1kN/mm under concentrated loads should be respected for vibrations of frequencies greater than 10,0Hz. These criteria, however, are not valid in case equipment sensitive to vibrations are affected.

When considering rhythmic excitations, the design criteria for structures is based on the dynamic response of the structure under loads distributed over the whole floor. They may be used in the evaluation of structural systems submitted to activities such as gymnastics, aerobic and dance classes on the condition that the loading function is known. The peak acceleration of the floor due to harmonic excitations is obtained from the Equation [3] through the classic solution by assuming that the structure presents a single mode of vibration.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p/w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 - 1\right]^2 + \left[\frac{2\beta f_n}{f}\right]^2}} \quad (3)$$

where:

α_i = dynamic coefficient (see Table [1])

w_p = effective weight per unit area of participants distributed over floor panel.

w_t = effective weight per unit area of floor panel, including users.

f_n = natural frequency of the floor (Hz).

f = excitation frequency (Hz).

β = damping ratio.

The effective maximum acceleration accounting for all the harmonic can, then, be calculated from the Equation [4].

$$a_m = \left[\sum \alpha_i^{1,5} \right]^{0,667} \quad (4)$$

In which a_i represents the peak acceleration for the i^{th} harmonic.

The damping associated to floor panels is originated from the non-structural components, furniture and occupants. Damping ratios recommended by the Design Guide range from 0,01 to 0,06. For footbridges or locations with low occupancy with no furniture nor non-structural components, the damping ratio should be considered 0,01; in case of floors with few non-structural components and furniture such as shopping centers and churches the recommended value is 0,02. A damping ratio of 0,03 is adequate for floors with non-structural components and furnishings, but with only small demountable partitions, such as modular offices; while a damping ratio of 0,05 should be considered for floors and homes with full height fixed partitions; and a ratio of 0,06 is recommended for vibrations caused by rhythmic excitation due to a great accumulation of people since the users themselves contribute to the damping.

Another important factor to the dynamic analysis of a slab is its own distributed weight, that must be carefully estimated in its actual value for both the live and dead loads, not the design loads. According to the AISC, the live loads should be taken as 0,50kN/m² for offices and 0,25kN/m² for homes, while footbridges, gymnasiums and shopping centers the live load should be taken as 0kN/m².

The application of these criteria, however, demands careful consideration from the engineer. For instance, the acceleration limit for outdoor footbridges is meant for high traffic of people, not quiet places such as office atria.

2. Methodology

2.1 Definition of the standard TMD characteristics

The basic elements of the proposed TMD can be ascertained from the previously mentioned criteria, and from among the possibilities some

Table 1

Common excitation frequencies and their respective dynamic coefficients (AISC Steel Design Guides Series 11)

Harmonic i	Person walking		Aerobic class		Group dancing	
	f,Hz	α_i	f,Hz	α_i	f,Hz	α_i
1	1,60-2,20	0,50	2,00-2,75	1,50	1,50-3,00	0,50
2	3,20-4,40	0,20	4,00-5,55	0,60	-	-
3	4,80-6,60	0,10	6,00-8,25	0,10	-	-
4	6,40-8,80	0,05	-	-	-	-

Table 2
Possible distributed weights considered

Live load	H slab			Floor covering
	10,0cm	15,0cm	20,0cm	
0 Kg/m ²	250 Kg/m ²	375 Kg/m ²	500 Kg/m ²	0 Kg/m ²
25 Kg/m ²	275 Kg/m ²	400 Kg/m ²	525 Kg/m ²	0 Kg/m ²
50 Kg/m ²	300 Kg/m ²	425 Kg/m ²	550 Kg/m ²	0 Kg/m ²
0 Kg/m ²	350 Kg/m ²	475 Kg/m ²	600 Kg/m ²	100 Kg/m ²
25 Kg/m ²	375 Kg/m ²	500 Kg/m ²	625 Kg/m ²	100 Kg/m ²
50 Kg/m ²	400 Kg/m ²	525 Kg/m ²	650 Kg/m ²	100 Kg/m ²
0 Kg/m ²	450 Kg/m ²	575 Kg/m ²	700 Kg/m ²	200 Kg/m ²
25 Kg/m ²	475 Kg/m ²	600 Kg/m ²	725 Kg/m ²	200 Kg/m ²
50 Kg/m ²	500 Kg/m ²	625 Kg/m ²	750 Kg/m ²	200 Kg/m ²

will be chosen as standard in a way that covers the greatest range of cases with the least amount of parts. The first elements to be defined are the standard masses. Assuming that the mass of the Tuned-Mass Dampers is contained exclusively on its inertial element, their mass can be obtained from the distributed weight of the structure common on the contemporary practice and desired spacing between mechanisms. Taking in account slabs of 10,0cm, 15,0cm and 20,0cm of height, floor coverings of 100,0kg/m² or 200kg/m² and live loads varying from 0,0kg/m² to 50,0kg/m², the possible distributed weights are shown in Table [2]. For each possibility of distributed weight, the adequate element mass can be ascertained from the distribution of the mechanisms through the floor and the ratio μ between the system and structure weights given in Equation [5].

$$\mu = \frac{M_{set\ of\ TMD's}}{M_{structure}} \tag{5}$$

The CEB suggest in its Bulletin D'Information N209, annex D, that μ should usually range from 1,0% to 5,0%, while Varela and Batista (2011) recommends it should range between 0,2% to 1,0%. As such, the inertial elements are ascertained assuming $\mu=1,0\%$ and spacing of 0,50m between mechanisms. From the values thus obtained, shown in Table [3], the options of 0,75kg, 1,00kg, 1,25kg, 1,50kg and 1,75kg are chosen as the standard masses of the inertial elements in order to better cover the intended range. Next, the spring stiffness can be defined. Since the TMD's are

damped mass-spring oscillators of a single degree of freedom, their natural frequency obeys Equation [6].

$$f_{TMD} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{6}$$

where:

f_{TMD} = natural frequency of the Tuned-Mass Damper.

k = system (spring) stiffness.

m = mass of the inertial element.

The application of TMDs, however, increases the system mass without an equivalent increase in its stiffness, slightly reducing its natural frequency. To compensate this deviation in a simplified manner, the tuning is done for a rectified frequency through Equation [7].

$$f_{tuning} = \frac{1}{1 + \mu} f_{natural}^{floor} \tag{7}$$

in which:

f_{tuning} = rectified natural frequency of the system.

$f_{natural}^{floor}$ = original natural frequency of the system.

According to the AISC the excitation frequency of excitation loads ranges from 1,60Hz to 2,20Hz for walking, 2,00 Hz to 2,75Hz for aerobic classes and 1,50Hz to 3,00Hz for dancing. The necessary

Table 3
Calculated mass of the inertial elements of the TMD for the distributed weights considerer

Distributed weight	250 kg/m ²	275 kg/m ²	300 kg/m ²	350 kg/m ²	375 kg/m ²	400 kg/m ²	425 kg/m ²	450 kg/m ²	475 kg/m ²	500 kg/m ²
M for $\mu = 1,0\%$	0,625 kg	0,688 kg	0,750 kg	0,875 kg	0,938 kg	1,000 kg	1,063 kg	1,125 kg	1,188 kg	1,250 kg
Distributed weight	525 kg/m ²	550 kg/m ²	575 kg/m ²	600 kg/m ²	625 kg/m ²	650 kg/m ²	700 kg/m ²	725 kg/m ²	750 kg/m ²	-
M for $\mu = 1,0\%$	1,313 kg	1,375 kg	1,438 kg	1,500 kg	1,563 kg	1,625 kg	1,750 kg	1,813 kg	1,875 kg	-

Table 4

Calculated stiffness of the springs of the TMD based on the inertial element and frequencies selected

f	M		
	0,750Kg	1,250Kg	1,750Kg
1,50 Hz	65,31 N/m	108,85 N/m	152,38 N/m
2,00 Hz	116,10 N/m	193,50 N/m	270,90 N/m
2,50 Hz	181,41 N/m	302,35 N/m	423,29 N/m
3,00 Hz	261,23 N/m	435,38 N/m	609,53 N/m
3,50 Hz	355,56 N/m	592,60 N/m	829,64 N/m
4,00 Hz	464,41 N/m	774,01 N/m	1083,62 N/m
4,50 Hz	587,76 N/m	979,61 N/m	1371,45 N/m
5,00 Hz	725,64 N/m	1209,39 N/m	1693,15 N/m
5,50 Hz	878,02 N/m	1463,36 N/m	2048,71 N/m
6,00 Hz	1044,91 N/m	1741,52 N/m	2438,13 N/m
6,50 Hz	1226,32 N/m	2043,87 N/m	2861,42 N/m
7,00 Hz	1422,24 N/m	2370,41 N/m	3318,57 N/m
7,50 Hz	1632,68 N/m	2721,13 N/m	3809,58 N/m
8,00 Hz	1857,63 N/m	3096,04 N/m	4334,46 N/m

springs to comprise the whole range of excitation and their harmonics can be obtained using Equations [6] and [7], and are indicated in Table [4]. Among the resulting stiffness, fifteen are selected as standard: 100N/m, 150N/m, 225N/m, 330N/m, 500N/m, 630N/m, 790N/m, 1000N/m, 1235N/m, 1500N/m, 1780N/m, 2050N/m,

2350N/m, 2700N/m e 3100N/m; that, together with the standard masses previously selected, allow the tuning of the mechanism to the exact frequencies indicated in Table [5].

Lastly, the standard dampers must be defined. According to the Bulletin D'Information N209, annex D, the optimum damping ratio

Table 5

Possible rectified natural frequencies for the mass-spring combinations of the standard TMD

k	M				
	0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg
100 N/m	1,86 Hz	1,61 Hz	1,44 Hz	1,31 Hz	1,22 Hz
150 N/m	2,27 Hz	1,97 Hz	1,76 Hz	1,61 Hz	1,49 Hz
225 N/m	2,78 Hz	2,41 Hz	2,16 Hz	1,97 Hz	1,82 Hz
330 N/m	3,37 Hz	2,92 Hz	2,61 Hz	2,38 Hz	2,21 Hz
500 N/m	4,15 Hz	3,59 Hz	3,21 Hz	2,93 Hz	2,72 Hz
630 N/m	4,66 Hz	4,03 Hz	3,61 Hz	3,29 Hz	3,05 Hz
790 N/m	5,22 Hz	4,52 Hz	4,04 Hz	3,69 Hz	3,42 Hz
1000 N/m	5,87 Hz	5,08 Hz	4,55 Hz	4,15 Hz	3,84 Hz
1235 N/m	6,52 Hz	5,65 Hz	5,05 Hz	4,61 Hz	4,27 Hz
1500 N/m	7,19 Hz	6,23 Hz	5,57 Hz	5,08 Hz	4,71 Hz
1780 N/m	7,83 Hz	6,78 Hz	6,07 Hz	5,54 Hz	5,13 Hz
2050 N/m	8,40 Hz	7,28 Hz	6,51 Hz	5,94 Hz	5,50 Hz
2350 N/m	9,00 Hz	7,79 Hz	6,97 Hz	6,36 Hz	5,89 Hz
2700 N/m	9,64 Hz	8,35 Hz	7,47 Hz	6,82 Hz	6,31 Hz
3100 N/m	10,33 Hz	8,95 Hz	8,01 Hz	7,31 Hz	6,77 Hz

Table 6

Ideal damping coefficient for the considered spring-frequency combinations

ω	M					f
	0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg	
9,42 rad/s	0,85 Ns/m	1,14 Ns/m	1,42 Ns/m	1,71 Ns/m	1,99 Ns/m	1,50 Hz
12,57 rad/s	1,14 Ns/m	1,52 Ns/m	1,90 Ns/m	2,27 Ns/m	2,65 Ns/m	2,00 Hz
15,71 rad/s	1,42 Ns/m	1,90 Ns/m	2,37 Ns/m	2,84 Ns/m	3,32 Ns/m	2,50 Hz
18,85 rad/s	1,71 Ns/m	2,27 Ns/m	2,84 Ns/m	3,41 Ns/m	3,98 Ns/m	3,00 Hz
21,99 rad/s	1,99 Ns/m	2,65 Ns/m	3,32 Ns/m	3,98 Ns/m	4,64 Ns/m	3,50 Hz
25,13 rad/s	2,27 Ns/m	3,03 Ns/m	3,79 Ns/m	4,55 Ns/m	5,31 Ns/m	4,00 Hz
28,27 rad/s	2,56 Ns/m	3,41 Ns/m	4,26 Ns/m	5,12 Ns/m	5,97 Ns/m	4,50 Hz
31,42 rad/s	2,84 Ns/m	3,79 Ns/m	4,74 Ns/m	5,69 Ns/m	6,63 Ns/m	5,00 Hz
34,56 rad/s	3,13 Ns/m	4,17 Ns/m	5,21 Ns/m	6,25 Ns/m	7,30 Ns/m	5,50 Hz
37,70 rad/s	3,41 Ns/m	4,55 Ns/m	5,69 Ns/m	6,82 Ns/m	7,96 Ns/m	6,00 Hz
43,98 rad/s	3,98 Ns/m	5,31 Ns/m	6,63 Ns/m	7,96 Ns/m	9,29 Ns/m	7,00 Hz
47,12 rad/s	4,26 Ns/m	5,69 Ns/m	7,11 Ns/m	8,53 Ns/m	9,95 Ns/m	7,50 Hz
50,27 rad/s	4,55 Ns/m	6,07 Ns/m	7,58 Ns/m	9,10 Ns/m	10,61 Ns/m	8,00 Hz

of a Tuned-Mass Damper can be obtained in a simplified manner from the Equation [8].

$$\xi_{optimum} = \left[\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3} \right]^{1/2} \tag{8}$$

where ξ is calculated from Equation [9].

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} \tag{9}$$

in which:

c = the damping coefficient.

m = mass of the inertial element.

ω = natural angular frequency of the TMD.

The ideal damping coefficient for each mass and frequency combination are given in Table [6]. Among those, 1,00Ns/m, 1,75Ns/m, 2,50Ns/m, 3,25Ns/m, 4,00Ns/m, 4,60Ns/m, 5,20Ns/m, 6,00Ns/m, 7,00Ns/m e 8,00Ns/m were chosen as standard to better comprise

the range of interest.

In short, the Tuned-Mass Damper to be used can be applied basically to any case within the analyzed spectrum through the compounding of the mechanism from five possible weights, fifteen springs and ten dampers, respectively indicated in Tables [7], [8] and [9].

2.2 Guide for parts selection of the tuned-mass damper

After recognizing the vibration problems on the floor, the assemblage of the TMD is straightforward and simples. Initially, the equivalent distributed weight is ascertained, in kg/m², from the sum of the weight of the slab, floor covering and live load in their actual values. The ideal inertial element for the mechanism can, thus, be calculated by multiplying this value by $\mu=1,00\%$ and the influence area of each TMD, that is, the area obtained from the spacing of each adjacent mechanism, as demonstrated in Equation [10].

Table 7

Mass of the standard inertial elements (weights)

M				
0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg

Table 8

Stiffness of the standard restorative elements (springs)

M				
100 N/m	150 N/m	225 N/m	330 N/m	500 N/m
630 N/m	790 N/m	1000 N/m	1235 N/m	1500 N/m
1780 N/m	2050 N/m	2350 N/m	2700 N/m	3100 N/m

Table 9
Damping coefficient of the standard dissipative elements (dampers)

C				
1,00 Ns/m	1,75 Ns/m	2,50 Ns/m	3,25 Ns/m	4,00 Ns/m
4,60 Ns/m	5,20 Ns/m	6,00 Ns/m	7,00 Ns/m	8,00 Ns/m

$$M_{TMD}^{calculated} = \mu \left[(h_{slab} \rho_{concrete} + h_{f.covering} \rho_{f.covering} + Q_{AISC}) d_x d_y \right] \quad (10)$$

na qual:

μ is taken as 1,00%;

h_{slab} = slab height (m);

$h_{f.covering}$ = floor covering height (m);

$\rho_{concrete}$ = reinforced concrete density (kg/m³);

$\rho_{f.covering}$ = density of the floor covering (kg/m³);

Q_{AISC} = equivalent weight of the live loads used for dynamic analysis (recommended by the AISC Design Guide 11 as approximately 50kg/m² for offices, 25kg/m² for houses and 0kg/m² for foot-bridges, gymnasiums and shopping centers);

d_x = spacing between TMD's in the main direction of the slab (m);

d_y = spacing between TMD's in the secondary direction of the slab (m).

The inertial element is then chosen as the one closest to the calculated value among the options in Table [7]. The next step would then be choosing the spring stiffness, which will be ascertained from the chosen inertial element and the natural frequency of the structure that needs mitigating, as seen in Equation [11], obtained from the Equations [6] and [7]. The resulting stiffness is then used as basis for choosing the spring among the options in Table [8].

$$k_{TMD}^{calculated} = \left[\frac{2\pi}{(1 + \mu)} f_{natural}^{floor} \right]^2 \times M_{TMD}^{Adopted} \quad (11)$$

Lastly, the ideal damping is calculated according to Equation 12 that results from manipulating the Equations [8] and [9]. The damper can then be chosen from the options indicated in Table [9].

$$c_{TMD}^{calculated} = \left[\frac{3\mu \times M_{TMD}^{Adopted} \times k_{TMD}^{Adopted}}{2(1 + \mu)^3} \right]^{1/2} \quad (12)$$

2.3 Case analysis

To verify the efficacy of the TMD assembled according the process described in the previous item, a case analysis was performed on an office floor made of concrete, f_{ck} 40Mpa; height of 10,0cm; spans of 580,0cm by 600,0cm; 2,0cm concrete covering thickness and subjected to the following loads: self-weight of 2500N/m², floor covering of 2000N/m² and live loads of 2000N/m². The resulting moments, obtained using the Tables of Czerny for slabs with four simply supported sides, are $m_{x,sd} = 10220\text{Nm/m}$ e $m_{y,sd} = 9690\text{Nm/m}$. Considering CA-50 steel and respecting requirements from the ABNT NBR 6118:2013, the necessary reinforcement of the slabs is 4,65cm²/m on the main direction and 5,18cm²/m on the secondary direction, both satisfied by $\Phi 10\text{c}/15\text{cm}$. The resulting deflection is 19,5mm, less than the required limit of 1/300 if the main span. Next, assuming the slab is held by four beams 20cm wide and 45cm tall, with concrete covering thickness of 2,50cm, the critical beam is submitted to 6700N/m dead load, 3000N/m live load and 2250N/m self-weight with a span of 6,00m. Thus, the

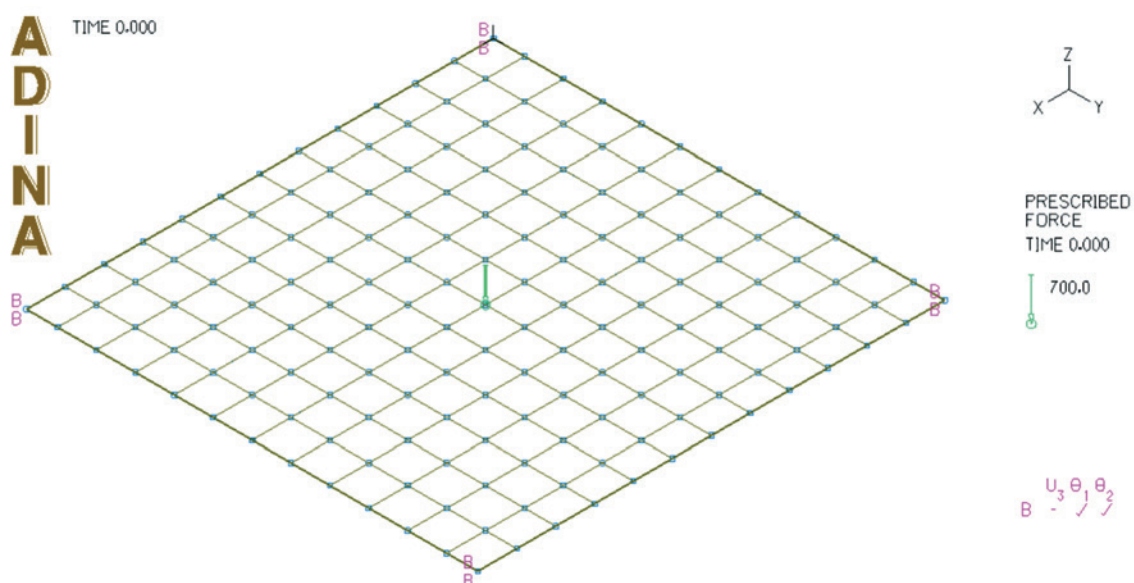


Figure 2
Modeling of the analyzed floor without TMD's on the Adina 9,1 software

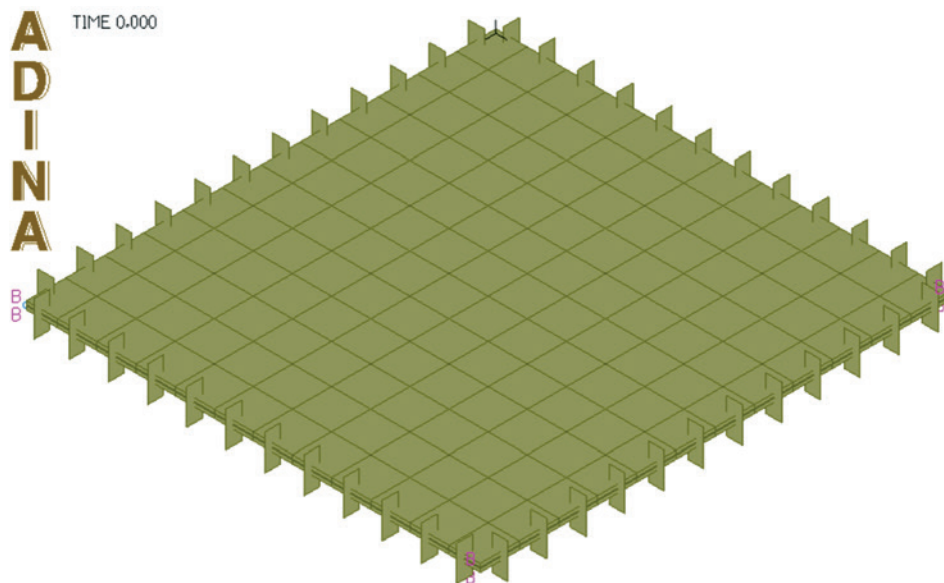


Figure 3
Rendering of the analyzed floor without TMD's on the Adina 9,1 software

resulting moment is $M_{sd} = 76640Nm$, that, neglecting the slab contribution, requires $4,65cm^2$ reinforcement., satisfied by the adoption of $4\Phi 12,5$. The resulting deflection is 1,23cm and the maximum fissure gap is 0,08mm, both values satisfy the requirements of the NBR 6118:2013. In short, the structure is compatible with the ABNT requirements for static design.

To Figure the natural frequencies, amplitude of displacements and accelerations of the structural system before and after the setup of the TMD's, the software Adina 9,1, student license was utilized. A model was created with unities from the International System, a concentrated sinusoidal harmonic load of 700N applied to the center of the slab and fixed supports on its vertices. The following Figures [2] and [3] represent respectively the simple and rendered images of the model as seen in the software.

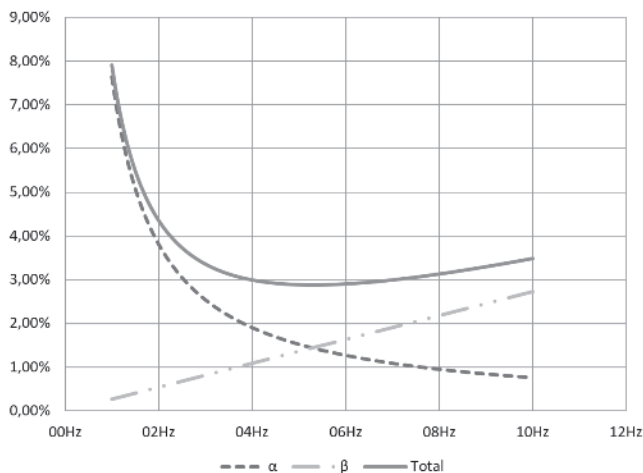


Figure 4
Resulting Rayleigh damping

From the analysis of the model, the following natural frequencies are obtained: 5,62Hz for the first mode, 11,56Hz for the second mode and 11,86Hz for the third mode. Among those, only the first is contained within the range of frequencies generated due to walking and thus the Tuned-Mass Damper will be tuned for 5,62Hz. The choice of inertial element is done by applying Equation [10] to the case with a dynamic live load of $50kg/m^2$, that is, $500N/m^2$, recommended by the Design Guide for office floors:

$$M_{TMD}^{calculated} = 0,01[(0,10 \times 2500 + 200 + 50)0,50 \times 0,50] = 1,25kg \rightarrow M_{TMD}^{adopted} = 1,25Kg$$

Next, the ideal spring stiffness is ascertained from Equation [11]:

$$k_{TMD}^{calculated} = \left[\frac{2\pi}{(1 + 0,01)} 5,62 \right]^2 \times 1,25 = 1528N/m$$

$$\rightarrow k_{TMD}^{adopted} = 1500N/m$$

Lastly, the ideal damping is obtained by applying Equation [12] to the case:

$$c_{TMD}^{calculated} = \left[\frac{3 \times 0,01 \times 1,25 \times 1500}{2(1 + 0,01)^3} \right]^{1/2} = 5,22Ns/m$$

$$\rightarrow c_{TMD}^{adopted} = 5,20Ns/m$$

A new model is then created with the application of the previously defined Tuned-Mass Dampers under the slab, spaced 0,50m from each other. The natural frequency of this new model is 5,30Hz for the first mode.

To accommodate all the AISC demands, the exciting load is multiplied by an α_i coefficient, indicated in Table [1] for each harmonic. This means that the maximum intensity of the excitation load varies from one harmonic to the next. Also, according to the AISC recommendation the damping ratio considered is that of offices, 0,03, and will be considered through the application of Rayleigh

Damping, in which the damping ratio is obtained from Equation [13] with two variables, α_{Rayleigh} and β_{Rayleigh} , and is defined in such a way that results in a value as close as possible to the desired for the greater part of the analyzed range. To guarantee a damping ratio of 0,03 for excitations close the resonance frequency, the Rayleigh damping will be adjusted to present the desired ratio for 4,00Hz and 7,00Hz, which results in the variables $\alpha_{\text{Rayleigh}} = 0,9596$ and $\beta_{\text{Rayleigh}} = 8,68 \times 10^{-4}$ and the damping ratio shown in Figure [4]. Then, varying the excitation frequency through the interest range the stabilized displacement and acceleration amplitudes can be obtained.

$$\xi_n = \frac{1}{2\omega_n} \alpha_{\text{Rayleigh}} + \frac{\omega_n}{2} \beta_{\text{Rayleigh}} \quad (13)$$

3. Results and discussions

The difference in response between the structural systems with and without the application of TMD's represented in the previous two models can be visualized in the graphics of the Figures [5] and [6] that present the root mean square values of the acceleration and displacement in the center of the slab for the stabilized

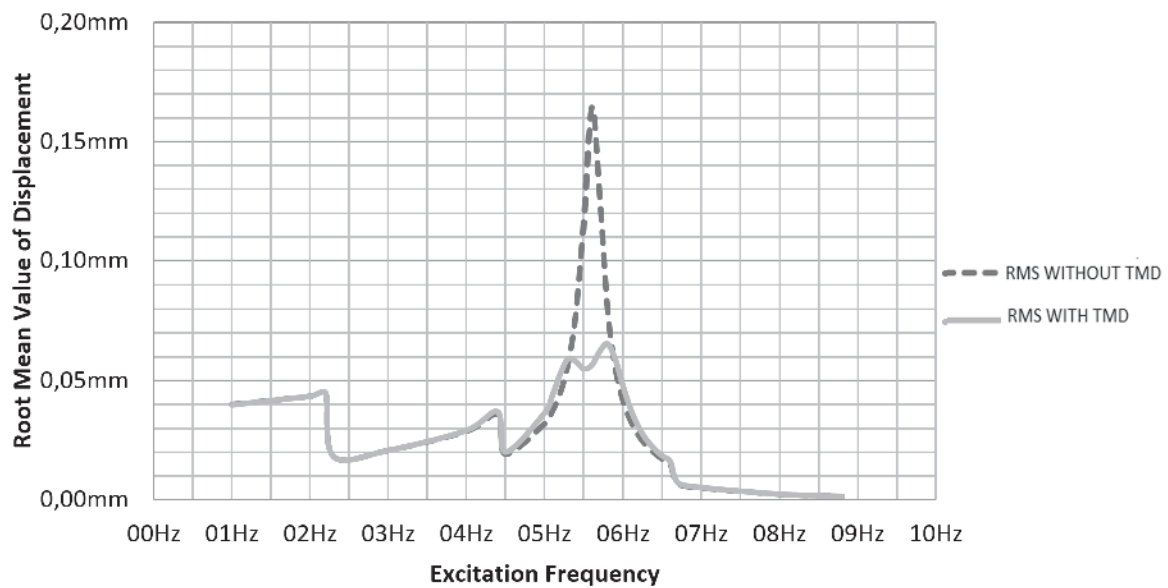


Figure 5
Root mean value of displacement x frequency

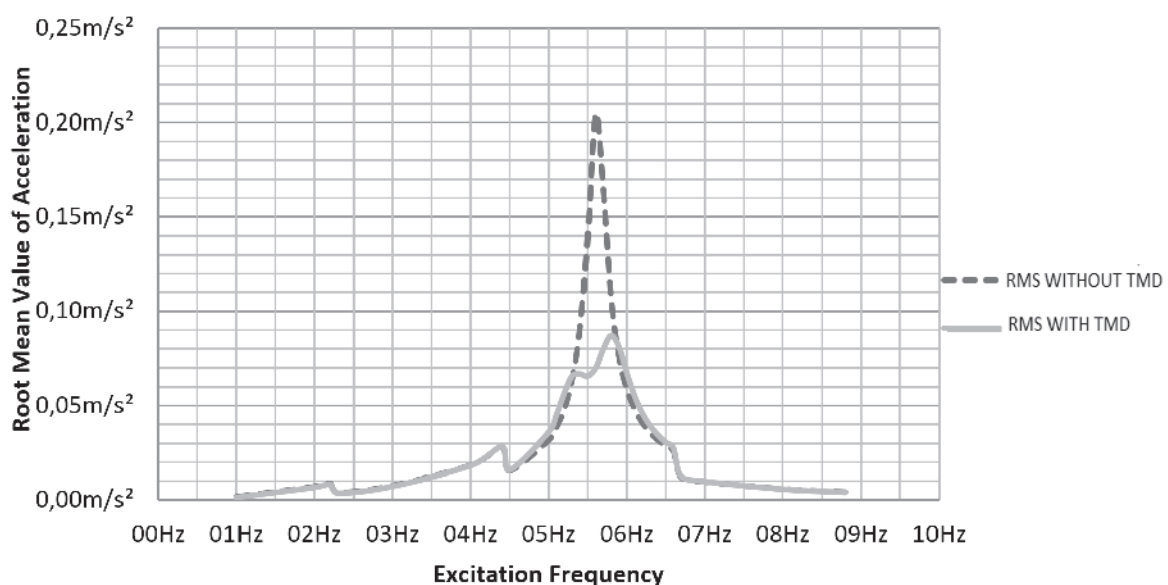


Figure 6
Root mean value of acceleration x frequency

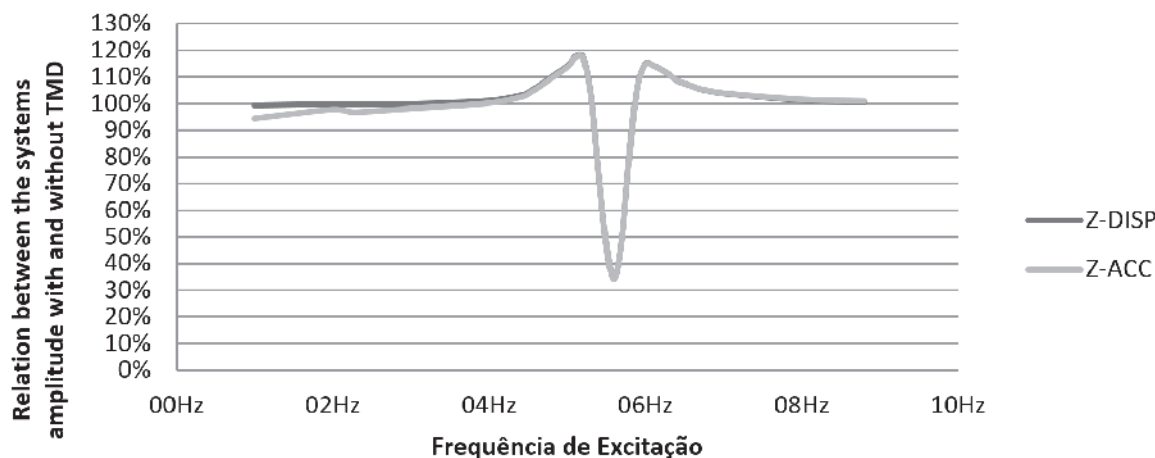


Figure 7
Relation Between the systems amplitude with and without TMD's

harmonic system respectively. Based in those results, the reduction of the resonant amplitude of displacement and acceleration is clear. The root mean square values of both are reduced close to 65% for the exciting frequency of 5,6Hz, the displacement diminishing from 0,165mm to 0,057mm and the acceleration is reduced from 0,204m/s² to 0,07m/s². It should be noted that even though those results seem negligible in the first place, the displacement is based only on a single concentrated load of 700N, much lesser than the real loading; and the acceleration with and without TMD's represent 2,06% and 0,71% of the gravity respectively, while the acceleration limit for offices should range from 0,40% and 0,75%. Also, in Figures [5] and [6] the noncontinuities that occur for 2,20Hz, 4,40Hz and 6,60Hz are caused by the change of the coefficient c_i of each harmonic. The difference in behavior of the structural system before and after the setup of the TMD's is clear not only due to the reduction of the dynamic response at the resonance frequency but also due to the emergence of two new dynamic peaks besides the new generated valley, which actually possess worse dynamic response than the original system. The presence of those peaks, however, was already expected as a side effect of the use of Tuned-Mass Dampers and is lessened by the fact that the two new maximums are dwarfed when compared to the original peak. To better represent this behavior, the graphic of Figure [7] indicates the efficacy of the use of the TMD's by directly comparing the results with and without the mechanisms for the whole range of analyzed excitation frequencies.

4. Conclusion

This study indicates a reduction of about 65% of the root mean square values of acceleration, proving the efficiency of the suggest solution. Another advantage of said method are its relative easiness of use and installation. This study, however, was limited to a single case, making it necessary to develop new models that account for a broader range of typical structural engineering situations, with different occupancies, geometric shapes and spans.

5. Acknowledgements

This study was possible due to the support of ADINA R&D. Inc

that freely provided the Adina 9,1 software, 900 nodes edition, for students from all over the world

6. Bibliographic References

- [1] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC. STEEL DESIGN GUIDE SERIES 11: Floor Vibrations Due to Human Activity. 2003.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 2013.
- [3] BATHE, Klaus-Jürgen. Finite Element Procedures. 14. ed. :Prentice Hall, 1996.
- [4] CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. Dynamics of Structures. Mcgraw-Hill International Book Company, 1982.
- [5] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. BULLETIN D'INFORMATION N209: Vibration Problems in Structures. 1991.
- [6] INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION. INTERNATIONAL STANDARD ISO 2631-2: Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration-Part 2: Human Exposure to Continuous and Shock-Induced Vibrations in Buildings (1 to 80 Hz). 1989.
- [7] VARELA, Wendell D.; BATTISTA, Ronaldo C.. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. Engineering Structures. p. 2485-2494. set. 2011.

Application of tuned-mass dampers to the control of floor vibrations

Aplicação de tuned-mass dampers para controle de vibrações em lajes

G. M. ALMEIDA ^{a,b}
mesquita.almeida07@gmail.com

C. E. N. MAZZILLI ^a
cenmazzi@usp.br

Abstract

This article proposes a standardized solution for the application of Tuned-Mass Dampers to the control of floor vibrations based on the characteristics of the acting loads associated to human usage and the characteristics of the most common structures of the contemporary engineering practice. In order to simplify its usage by the technical community, the tuning is proposed through the selection of pre-determined components for the assembly of the TMD and the choice of disposition and spacing of the mechanisms. The system efficacy is then verified through the computational case study of a floor before and after the application of the mechanisms.

Keywords: tuned-mass damper, TMD, vibrations, floor, comfort.


Resumo

Este artigo propõe uma solução padronizada de aplicação de Tuned-Mass Dampers (TMD) para controle de vibrações em lajes baseada na análise das características de carregamentos associados à utilização humana e nas características estruturais mais comuns à engenharia contemporânea. De modo a simplificar sua aplicação técnica, a sintonização é proposta por meio da escolha de componentes pré-determinados para a montagem do TMD e pela distribuição e posicionamento dos mecanismos. A eficácia do sistema é então verificada por meio de um estudo computacional de caso de uma laje antes e depois da aplicação dos mecanismos.

Palavras-chave: tuned-mass damper, TMD, vibrações, lajes, conforto.

^a Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil;
^b Kurkdjian & Fruchtengarten Engenheiros Associados, São Paulo, SP, Brasil.

Received: 10 Jun 2016 • Accepted: 25 Sep 2017 • Available Online: 9 Apr 2018

 This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License

1. Introdução

Tuned-Mass Dampers ou TMD's são sistemas altamente eficazes utilizados para o controle passivo de vibrações em estruturas. Consistem basicamente de um elemento inercial conectado por meio de um elemento restaurador e um dissipador ao sistema para alterar suas características dinâmicas. Seu princípio de operação baseia-se na ideia de que o TMD entre em ressonância com excitações cuja frequência, por sua vez, é ressonante com algum modo de vibração da estrutura, vindo a dissipar a energia que, caso contrário, atuaria desimpedida sobre a edificação. Esta característica dos Tuned-Mass Dampers, entretanto, exige que sejam "sintonizados" para cada sistema, dificultando sua empregabilidade na engenharia civil contemporânea, a qual permanece relutante em adotar conceitos dinâmicos para a verificação e dimensionamento de estruturas. Apresenta-se, assim, a possibilidade de desenvolvimento de uma solução padronizada contra problemas recorrentes de vibrações para os quais a aplicação de soluções estáticas tradicionais, como o aumento da rigidez estrutural, seja ineficiente ou de custo proibitivo. Tratando do caso particular de vibrações em lajes, a situação é ainda mais crítica devido às exigências arquitetônicas de maiores vãos livres e utilização cada vez mais comum de divisórias leves, que pouco contribuem para a rigidez estrutural e para o amortecimento do sistema, ao contrário dos fechamentos constituídos por alvenaria. Deste modo, propõe-se o desenvolvimento de um conjunto de Tuned-Mass Dampers padronizados, assim como de um roteiro de cál-

culo simples que permita sua adequação para lajes de diferentes dimensões, espessuras e funções visando a uma maior utilização desta tecnologia pelo meio técnico profissional.

1.1 Justificativa

De acordo com o AISC Steel Design Guides Series 11: Floor Vibrations Due to Human Activity, a resposta humana devido à vibração de um piso corresponde a um fenômeno bastante complexo que depende, entre outros fatores, da amplitude de deslocamentos e acelerações, do local em que o usuário se encontra e da própria sensibilidade da pessoa afetada, além da natureza do esforço que originou a vibração. Também, a reação dos usuários é fortemente ligada às atividades realizadas por eles no ambiente em questão. Usuários em locais como residências e escritórios sentem-se incomodados por qualquer vibração claramente perceptível, ou seja, cuja aceleração supera 0,50% da aceleração da gravidade, enquanto os que estejam em locais nos quais ocorram atividades mais energéticas são capazes de aceitar vibrações de até 5,00% da aceleração da gravidade. Já pessoas em uma situação intermediária como jantando em um ambiente adjacente a um salão de danças, levantando pesos junto à uma sala de aeróbica ou mesmo fazendo compras em um shopping toleram um valor intermediário, de cerca de 1,50% da aceleração da gravidade, com a sensibilidade de cada ocupação também variando de acordo com a duração das vibrações e com a distância da fonte. Estes limites, entretanto, estão restritos às vibrações cuja frequência varia entre 4,0 e 8,0 Hz, intervalo fora do qual os usuários são capazes de lidar com maiores acelerações.

Ao longo dos anos, vários critérios foram propostos para determinar o nível de conforto humano de um conjunto de pisos sob efeitos dinâmicos, sendo que o AISC os separa com relação ao tipo de excitação analisada: rítmica ou devida ao caminhar. Os critérios atualmente recomendados para excitação devida ao caminhar, os métodos para estimar as propriedades requeridas dos pisos e os procedimentos de dimensionamento foram inicialmente desenvolvidos por Allen e Murray, e diferem consideravelmente das análises prévias baseadas no "teste de impacto de calcanhar" (heel-drop test), no qual as frequências naturais e taxas de amortecimento do sistema são determinadas por meio do impacto causado por uma pessoa de aproximadamente 75,0kg que transfere seu peso para a ponta dos pés e levanta o calcanhar em cerca de 60,0mm do chão para em seguida relaxar o corpo e deixar seus calcanhares cair ao piso. Apesar de os critérios de Allen e Murray serem relativamente mais complexos que os previamente adotados, eles possuem um conjunto maior de aplicações e resultam em sistemas de pisos aceitáveis e mais econômicos. Usando-os como base, com pequenas modificações para permitir uma aplicação mais abrangente, o dimensionamento pelo Design Guide 11 se baseia na resposta dinâmica de um sistema de pisos sustentados por vigas submetidos às forças de caminhar e pode ser usado para dimensionar escritórios, shoppings e passarela, entre outros espaços construídos. As acelerações são limitadas de acordo com as recomendações da Organização Internacional de Padronização (International Standards ISO 2631-2, 1989), ajustados para a ocupação pretendida. São sugeridos limites para o valor quadrático médio da aceleração em função da

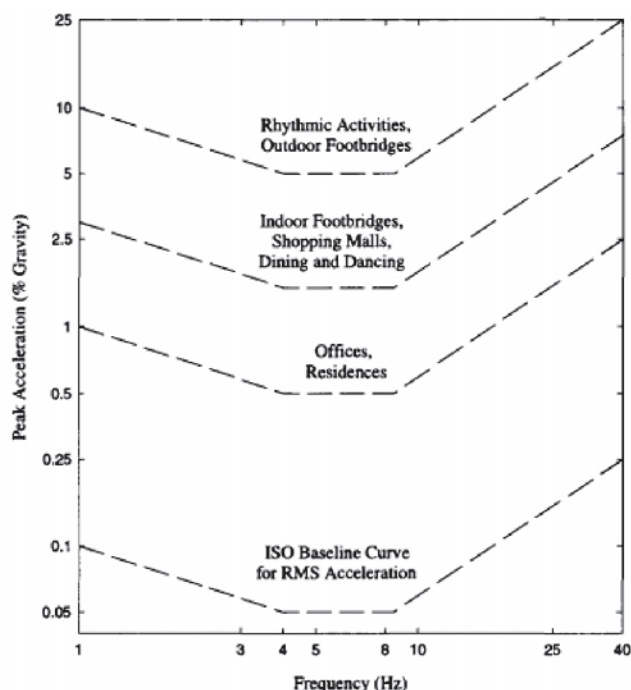


Figura 1
Pico recomendado de aceleração devido à utilização para conforto humano (AISC Steel Design Guides Series 11; Allen e Murray, 1993; ISO 2631-2: 1989)

curva base apresentada na figura [1], os quais são propostos para escritórios, shoppings ou passarelas internas e para passarelas externas, definidos pelo valor da curva básica multiplicada respectivamente por 10, 30 ou 100. Para propósitos de dimensionamento, os limites podem ser tomados como variando entre 0,80 e 1,50 vezes os valores recomendados, dependendo da duração e frequência dos esforços causadores.

A análise dinâmica de estrutura para uma excitação causada pelo caminhar é realizada em função de uma componente de força harmônica em uma frequência que coincida com uma das frequências naturais do piso, dada pela equação 1.

$$F_i = P\alpha_i \cos(2\pi i f_{passo} t) \quad (1)$$

na qual:

P = peso de uma pessoa, tomado como 0,70kN para o dimensionamento.

i = múltiplo harmônico da frequência do caminhar.

f_{passo} = frequência do caminhar.

α_i = coeficiente dinâmico para a i-ésima componente harmônica da força. Seus valores recomendados são dados pela Tabela [1], porém apenas um único harmônico é utilizado por vez já que todos os outros são pouco representativos em relação ao que apresenta ressonância.

Desse modo, a resposta ressonante possui sua função de forma dada pela equação 2.

$$\frac{a}{g} = \frac{R\alpha_i P}{\beta W} \cos(2\pi i f_{passo} t) \quad (2)$$

em que:

$\frac{a}{g}$ = taxa de aceleração do piso em relação à gravidade.

β = taxa de amortecimento modal

W = peso efetivo do piso

R = fator de redução que considera o fato de que o estado permanente pleno de movimento ressonante não é atingido pelo caminhar e que a pessoa que será incomodada pela vibração e a causadora não se encontram simultaneamente na localização de máximo deslocamento modal. Recomenda-se que seja tomado como 0,7 para passarelas e 0,5 para estruturas de pisos com configurações modais em duas direções.

Para frequências acima de 8Hz, o movimento devido aos deslocamentos quase permanentes e a vibração devida ao impulso do

passo podem se tornar mais significativos que a ressonância. De modo a considerar estes efeitos, o AISC recomenda que o limite de aceleração para frequências acima de 8Hz seja mantido o mesmo que no patamar entre 4 e 8Hz, e que a rigidez mínima de 1kN/mm sob cargas concentradas seja introduzida como verificação adicional caso a frequência seja superior a 10Hz. Entretanto, estes critérios não são válidos caso equipamentos sensíveis a vibrações estejam presentes, sendo suas exigências ainda mais restritivas. Com relação a excitações rítmicas, critérios para o dimensionamento de estruturas se baseiam na resposta dinâmica estrutural de forças distribuídas ao longo de todo o piso. Eles podem ser utilizados para avaliar sistemas estruturais sujeitos a atividades tais quais ginástica, aeróbica e aulas de dança desde que a função dos carregamentos no tempo seja conhecida. O pico de aceleração no piso devido a excitações harmônicas é determinado a partir da solução clássica ao assumir que a estrutura apresente apenas um modo de vibração resultando na equação 3.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{1,3\alpha_i w_p/w_t}{\sqrt{\left[\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 - 1\right]^2 + \left[\frac{2\beta f_n}{f}\right]^2}} \quad (3)$$

sendo:

α_i = coeficiente dinâmico (ver tabela [1])

w_p = peso efetivo por área unitária de usuários participantes distribuídos por toda laje.

w_t = peso efetivo por área unitária de toda a laje, incluindo todos os participantes.

f_n = frequência natural fundamental do piso em Hz.

f = frequência excitante do carregamento em Hz.

β = taxa modal de amortecimento.

A aceleração efetiva máxima, que leva em consideração todos os harmônicos, é então calculada por meio da regra de combinação dada pela equação 4.

$$a_m = \left[\sum \alpha_i^{1,5} \right]^{0,667} \quad (4)$$

Na qual a_i representa o pico de aceleração para o i-ésimo harmônico. O amortecimento associado a sistemas de pisos é fornecido principalmente pelos componentes não estruturais, mobiliário e ocupantes. As taxas de amortecimento recomendadas pelo Design Guide variam de 0,01 a 0,06. Para passarelas ou pisos com baixa

Tabela 1

Frequências comuns de excitação e seus respectivos coeficientes dinâmicos (AISC Steel Design Guides Series 11)

Harmônico i	Pessoa caminhando		Aula de aeróbica		Grupo de dança	
	f,Hz	α_i	f,Hz	α_i	f,Hz	α_i
1	1,60-2,20	0,50	2,00-2,75	1,50	1,50-3,00	0,50
2	3,20-4,40	0,20	4,00-5,55	0,60	-	-
3	4,80-6,60	0,10	6,00-8,25	0,10	-	-
4	6,40-8,80	0,05	-	-	-	-

Tabela 2

Possibilidades consideradas de carregamentos distribuídos

Sobrecarga	H laje			Revestimento
	10,0cm	15,0cm	20,0cm	
0 Kg/m ²	250 Kg/m ²	375 Kg/m ²	500 Kg/m ²	0 Kg/m ²
25 Kg/m ²	275 Kg/m ²	400 Kg/m ²	525 Kg/m ²	0 Kg/m ²
50 Kg/m ²	300 Kg/m ²	425 Kg/m ²	550 Kg/m ²	0 Kg/m ²
0 Kg/m ²	350 Kg/m ²	475 Kg/m ²	600 Kg/m ²	100 Kg/m ²
25 Kg/m ²	375 Kg/m ²	500 Kg/m ²	625 Kg/m ²	100 Kg/m ²
50 Kg/m ²	400 Kg/m ²	525 Kg/m ²	650 Kg/m ²	100 Kg/m ²
0 Kg/m ²	450 Kg/m ²	575 Kg/m ²	700 Kg/m ²	200 Kg/m ²
25 Kg/m ²	475 Kg/m ²	600 Kg/m ²	725 Kg/m ²	200 Kg/m ²
50 Kg/m ²	500 Kg/m ²	625 Kg/m ²	750 Kg/m ²	200 Kg/m ²

ocupação e que não possuam componentes não estruturais nem mobiliário, recomenda-se a utilização de 0,01; já para pavimentos com elementos não estruturais ou móveis em pequena quantidade, como shoppings ou igrejas, o valor recomendado é de 0,02. Uma taxa de amortecimento de 0,03 é adequado para pisos que possuam componentes não estruturais e mobiliário, com apenas divisórias leves, pequenas e removíveis, tais quais escritórios modulares; enquanto uma taxa de 0,05 é aplicado para escritórios e residências com divisórias fixas que ocupam todo o pé direito; e o valor de 0,06 pode ser utilizado para locais cuja excitação rítmica seja causada pela grande concentração de pessoas, pois os próprios participantes contribuem para o amortecimento.

Outro fator importante para a análise do comportamento dinâmico de uma laje é seu peso distribuído, que deve ser estimado cuidadosamente com seus valores reais, não majorados, tanto dos carregamentos permanentes quanto variáveis. Segundo o AISC, o carregamento de utilização (sobrecarga) sugerido é de 0,50kN/m² para escritórios típicos e 0,25kN/m² para residências, enquanto para passarelas, ginásios e shoppings recomenda-se que a carga adotada seja considerada como 0kN/m² por ser pequena o suficiente para ser desprezível.

A aplicação destes critérios, entretanto, exige a consideração cuidadosa do engenheiro. Por exemplo, a aceleração máxima para passarelas externas é definida para locais com tráfego intenso de pessoas, não para locais mais calmos como átrios de escritórios.

2. Metodologia

2.1 Definição das características do TMD padronizado

Os elementos básicos do TMD proposto são definidos em função dos critérios e propriedades discutidos anteriormente, dentre os quais alguns serão escolhidos como padrão buscando abranger o maior espectro possível de situações com o menor número possível de peças. Primeiramente, são definidas as massas a serem adotada para as opções padronizadas de elementos inerciais do sistema. Supondo que a massa do TMD esteja concentrada em seu elemento inercial, ela é definida em função das massas distribuídas tradicionalmente encontradas na engenharia e do espaçamento médio desejado entre cada mecanismo. Considerando lajes com altura 10,0cm, 15,0cm e 20,0cm, revestimentos de 100kg/m² ou 200kg/m² e massas adicionais associadas as sobrecargas variando de 0,0kg/m² a 50,0kg/m², as possibilidades de carregamento distribuído são apresentadas na tabela [2].

Para cada possibilidade de carregamento distribuído, o valor adequado da massa dos elementos inerciais pode ser calculado em função da distribuição dos mecanismos pela laje e da relação μ ,

Table 3

Calculated mass of the inertial elements of the TMD for the distributed weights considerer

Distributed weight	250 kg/m ²	275 kg/m ²	300 kg/m ²	350 kg/m ²	375 kg/m ²	400 kg/m ²	425 kg/m ²	450 kg/m ²	475 kg/m ²	500 kg/m ²
M for $\mu = 1,0\%$	0,625 kg	0,688 kg	0,750 kg	0,875 kg	0,938 kg	1,000 kg	1,063 kg	1,125 kg	1,188 kg	1,250 kg
Distributed weight	525 kg/m ²	550 kg/m ²	575 kg/m ²	600 kg/m ²	625 kg/m ²	650 kg/m ²	700 kg/m ²	725 kg/m ²	750 kg/m ²	-
M for $\mu = 1,0\%$	1,313 kg	1,375 kg	1,438 kg	1,500 kg	1,563 kg	1,625 kg	1,750 kg	1,813 kg	1,875 kg	-

Table 4

Calculated stiffness of the springs of the TMD based on the inertial element and frequencies selected

f	M		
	0,750Kg	1,250Kg	1,750Kg
1,50 Hz	65,31 N/m	108,85 N/m	152,38 N/m
2,00 Hz	116,10 N/m	193,50 N/m	270,90 N/m
2,50 Hz	181,41 N/m	302,35 N/m	423,29 N/m
3,00 Hz	261,23 N/m	435,38 N/m	609,53 N/m
3,50 Hz	355,56 N/m	592,60 N/m	829,64 N/m
4,00 Hz	464,41 N/m	774,01 N/m	1083,62 N/m
4,50 Hz	587,76 N/m	979,61 N/m	1371,45 N/m
5,00 Hz	725,64 N/m	1209,39 N/m	1693,15 N/m
5,50 Hz	878,02 N/m	1463,36 N/m	2048,71 N/m
6,00 Hz	1044,91 N/m	1741,52 N/m	2438,13 N/m
6,50 Hz	1226,32 N/m	2043,87 N/m	2861,42 N/m
7,00 Hz	1422,24 N/m	2370,41 N/m	3318,57 N/m
7,50 Hz	1632,68 N/m	2721,13 N/m	3809,58 N/m
8,00 Hz	1857,63 N/m	3096,04 N/m	4334,46 N/m

dada pela equação 5, entre a massa do conjunto de mecanismos adotados e a massa da estrutura.

$$\mu = \frac{M_{\text{conjunto de TMD's}}}{M_{\text{estrutura}}} \quad (5)$$

O CEB recomenda em seu Bulletin D'Information N209, anexo D, que μ geralmente se encontre no intervalo entre 1,0% e 5,0% enquanto Varela e Battista (2011) sugerem que a relação varie entre 0,2% e 1,0%. Desse modo, os elementos inerciais são definidos supondo $\mu=1,0\%$ e espaçamento de 0,50m entre cada mecanis-

Table 5

Possible rectified natural frequencies for the mass-spring combinations of the standard TMD

k	M				
	0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg
100 N/m	1,86 Hz	1,61 Hz	1,44 Hz	1,31 Hz	1,22 Hz
150 N/m	2,27 Hz	1,97 Hz	1,76 Hz	1,61 Hz	1,49 Hz
225 N/m	2,78 Hz	2,41 Hz	2,16 Hz	1,97 Hz	1,82 Hz
330 N/m	3,37 Hz	2,92 Hz	2,61 Hz	2,38 Hz	2,21 Hz
500 N/m	4,15 Hz	3,59 Hz	3,21 Hz	2,93 Hz	2,72 Hz
630 N/m	4,66 Hz	4,03 Hz	3,61 Hz	3,29 Hz	3,05 Hz
790 N/m	5,22 Hz	4,52 Hz	4,04 Hz	3,69 Hz	3,42 Hz
1000 N/m	5,87 Hz	5,08 Hz	4,55 Hz	4,15 Hz	3,84 Hz
1235 N/m	6,52 Hz	5,65 Hz	5,05 Hz	4,61 Hz	4,27 Hz
1500 N/m	7,19 Hz	6,23 Hz	5,57 Hz	5,08 Hz	4,71 Hz
1780 N/m	7,83 Hz	6,78 Hz	6,07 Hz	5,54 Hz	5,13 Hz
2050 N/m	8,40 Hz	7,28 Hz	6,51 Hz	5,94 Hz	5,50 Hz
2350 N/m	9,00 Hz	7,79 Hz	6,97 Hz	6,36 Hz	5,89 Hz
2700 N/m	9,64 Hz	8,35 Hz	7,47 Hz	6,82 Hz	6,31 Hz
3100 N/m	10,33 Hz	8,95 Hz	8,01 Hz	7,31 Hz	6,77 Hz

Table 6

Ideal damping coefficient for the considered spring-frequency combinations

ω	M					f
	0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg	
9,42 rad/s	0,85 Ns/m	1,14 Ns/m	1,42 Ns/m	1,71 Ns/m	1,99 Ns/m	1,50 Hz
12,57 rad/s	1,14 Ns/m	1,52 Ns/m	1,90 Ns/m	2,27 Ns/m	2,65 Ns/m	2,00 Hz
15,71 rad/s	1,42 Ns/m	1,90 Ns/m	2,37 Ns/m	2,84 Ns/m	3,32 Ns/m	2,50 Hz
18,85 rad/s	1,71 Ns/m	2,27 Ns/m	2,84 Ns/m	3,41 Ns/m	3,98 Ns/m	3,00 Hz
21,99 rad/s	1,99 Ns/m	2,65 Ns/m	3,32 Ns/m	3,98 Ns/m	4,64 Ns/m	3,50 Hz
25,13 rad/s	2,27 Ns/m	3,03 Ns/m	3,79 Ns/m	4,55 Ns/m	5,31 Ns/m	4,00 Hz
28,27 rad/s	2,56 Ns/m	3,41 Ns/m	4,26 Ns/m	5,12 Ns/m	5,97 Ns/m	4,50 Hz
31,42 rad/s	2,84 Ns/m	3,79 Ns/m	4,74 Ns/m	5,69 Ns/m	6,63 Ns/m	5,00 Hz
34,56 rad/s	3,13 Ns/m	4,17 Ns/m	5,21 Ns/m	6,25 Ns/m	7,30 Ns/m	5,50 Hz
37,70 rad/s	3,41 Ns/m	4,55 Ns/m	5,69 Ns/m	6,82 Ns/m	7,96 Ns/m	6,00 Hz
43,98 rad/s	3,98 Ns/m	5,31 Ns/m	6,63 Ns/m	7,96 Ns/m	9,29 Ns/m	7,00 Hz
47,12 rad/s	4,26 Ns/m	5,69 Ns/m	7,11 Ns/m	8,53 Ns/m	9,95 Ns/m	7,50 Hz
50,27 rad/s	4,55 Ns/m	6,07 Ns/m	7,58 Ns/m	9,10 Ns/m	10,61 Ns/m	8,00 Hz

mo. Dentre os valores assim obtidos, indicados na tabela [3], são escolhidas as opções 0,75kg, 1,00kg, 1,25kg, 1,50kg e 1,75kg para a massa dos elementos inerciais, buscando abranger o intervalo da melhor maneira possível.

Em seguida, a rigidez das molas padrão podem ser definidas. Sendo o TMD nada mais que um oscilador massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade, sua frequência natural pode ser facilmente obtida por meio da equação 6.

$$f_{TMD} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{6}$$

em que:

f_{TMD} = a frequência natural do Tuned-Mass Damper.

k = rigidez do sistema, ou seja, da mola.

m = massa do elemento inercial.

A aplicação do TMD, entretanto, gera um aumento da massa do

sistema sem um correspondente aumento de sua rigidez, causando uma ligeira redução de sua frequência natural. De modo a compensar esse desvio, a sintonização é realizada para uma frequência corrigida dada pela equação 7.

$$f_{Sintonização} = \frac{1}{1 + \mu} f_{Estrutura}^{Natural} \tag{7}$$

sendo:

$f_{Sintonização}$ = frequência natural corrigida do sistema.

$f_{Estrutura}^{Natural}$ = Frequência natural original do sistema.

De acordo com o AISC, como visto na tabela [1], as frequências atuantes dos carregamentos gerados pela utilização humana variam entre 1,60-2,20 0Hz para o caminhar, 2,00-2,75Hz para aulas de aeróbica e 1,50-3,00Hz para grupos de dança. Buscando abranger as excitações mencionadas e seus harmônicos, as

Table 7

Mass of the standard inertial elements (weights)

M				
0,750Kg	1,000Kg	1,250Kg	1,500Kg	1,750Kg

Table 8

Stiffness of the standard restorative elements (springs)

M				
100 N/m	150 N/m	225 N/m	330 N/m	500 N/m
630 N/m	790 N/m	1000 N/m	1235 N/m	1500 N/m
1780 N/m	2050 N/m	2350 N/m	2700 N/m	3100 N/m

Table 9

Damping coefficient of the standard dissipative elements (dampers)

C				
1,00 Ns/m	1,75 Ns/m	2,50 Ns/m	3,25 Ns/m	4,00 Ns/m
4,60 Ns/m	5,20 Ns/m	6,00 Ns/m	7,00 Ns/m	8,00 Ns/m

molasses necessárias são calculadas para cada frequência por meio da aplicação das equações 6 e 7 e indicadas na tabela [4]. Dentre as rigidezes obtidas, quinze são selecionadas como padrão. São elas: 100N/m, 150N/m, 225N/m, 330N/m, 500N/m, 630N/m, 790N/m, 1000N/m, 1235N/m, 1500N/m, 1780N/m, 2050N/m, 2350N/m, 2700N/m e 3100N/m; que, em conjunto com as três massas previamente selecionadas, permitem sintonizar o mecanismo nas frequências exatas indicadas na tabela [5].

Resta definir o amortecedor a ser utilizado para o TMD. Segundo o Bulletin D'Information N209, anexo D, a taxa ótima de amortecimento de um Tuned-Mass Damper é dada pela equação 8.

$$\xi_{\text{ótimo}} = \left[\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3} \right]^{1/2} \quad (8)$$

em que ξ é calculada pela equação 9.

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} \quad (9)$$

na qual:

c é o coeficiente de amortecimento do elemento dissipador.

m é a massa do elemento inercial.

ω frequência angular natural do TMD.

Os coeficientes de amortecimento ideais para cada combinação massa e frequência são apresentados na tabela [6]. Dentre estes valores, foram escolhidos como padrão os amortecedores com coeficiente 1,00Ns/m, 1,75Ns/m, 2,50Ns/m, 3,25Ns/m, 4,00Ns/m,

4,60Ns/m, 5,20Ns/m, 6,00Ns/m, 7,00Ns/m e 8,00Ns/m, de modo a abranger a maior parte do intervalo considerado.

Em resumo, o Tuned-Mass Damper a ser aplicado será capaz de cobrir o espectro analisado em praticamente sua totalidade por meio da composição do mecanismo com cinco opções de pesos, quinze opções de molasses e dez de amortecedores, indicadas respectivamente nas tabelas [7], [8] e [9].

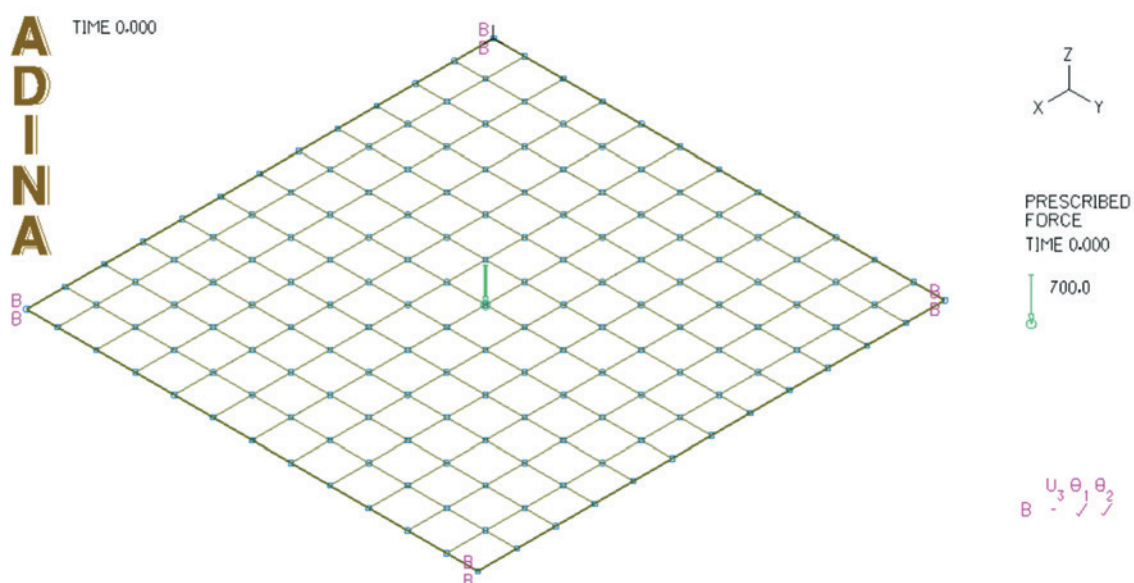
2.2 Descrição do processo de escolha do tuned-mass damper

Após constatado o problema de vibração na laje, a definição do TMD a ser aplicado é bastante direta e simples. Em primeiro lugar, a massa distribuída equivalente é calculada, em kg/m², por meio da soma da massa da laje, do revestimento e da massa equivalente da sobrecarga de utilização em seus valores reais. O elemento inercial ideal para o mecanismo pode, assim, ser calculado pela multiplicação do valor obtido por $\mu=1,00\%$ e pela área de influência de cada TMD, ou seja, a área definida pelo espaçamento entre mecanismos adjacentes. Desse modo, o cálculo do elemento inercial ideal é dada pela equação 10.

$$M_{TMD}^{\text{calculado}} = \mu \left[(h_{\text{laje}} \rho_{\text{concreto}} + h_{\text{rev}} \rho_{\text{rev}} + Q_{AISC}) d_x d_y \right] \quad (10)$$

na qual:

μ adotado como 1,00%

**Figura 2**

Modelagem pelo programa Adina 9,1 da laje analisada sem TMD's

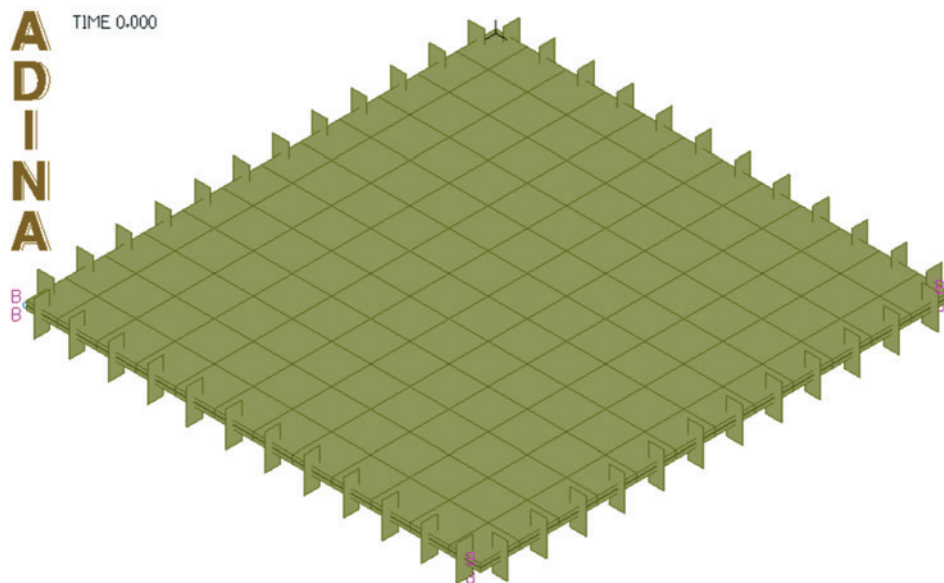


Figura 3
Renderização pelo programa Adina 9,1 da laje analisada sem TMD's

h_{laje} = espessura da laje em metros (m);
 h_{rev} = espessura do revestimento (m);
 $\rho_{concreto}$ = densidade do concreto armado (kg/m^3);
 ρ_{prev} = densidade do revestimento (kg/m^3);
 QAISC = é a massa equivalente da sobrecarga a ser utilizada para cálculo das características dinâmicas (recomendada pelo AISC Design Guide 11 como aproximadamente $50kg/m^2$ para escritórios, $25kg/m^2$ para residências e $0kg/m^2$ para passarelas, ginásios e shopping centers);
 d_x = espaçamento entre TMD's na direção do vão principal da laje (m);
 d_y = espaçamento entre TMD's na direção do vão secundário da laje (m).
 O elemento inercial padrão será, assim, escolhido como o mais próximo do calculado entre as opções apresentadas na tabela [7].

O próximo passo é a definição da rigidez da mola a ser utilizada, a qual deve ser escolhida em função do elemento inercial adotado e da frequência natural que se deseja mitigar, conforme a equação 11, obtida da manipulação das equações 6 e 7. A escolha é realizada dentro das opções da tabela [8].

$$k_{TMD}^{Calculado} = \left[\frac{2\pi}{(1 + \mu)} f_{natural}^{laje} \right]^2 \times M_{TMD}^{Adotado} \tag{11}$$

Por fim, o amortecimento ideal a ser utilizado é calculado de pela equação 12, que resulta das equações 8 e 9, permitindo que o amortecedor adotado possa ser escolhido dentre os apresentados na tabela [9].

$$c_{TMD}^{Calculado} = \left[\frac{3\mu \times M_{TMD}^{Adotado} \times k_{TMD}^{Adotado}}{2(1 + \mu)^3} \right]^{1/2} \tag{12}$$

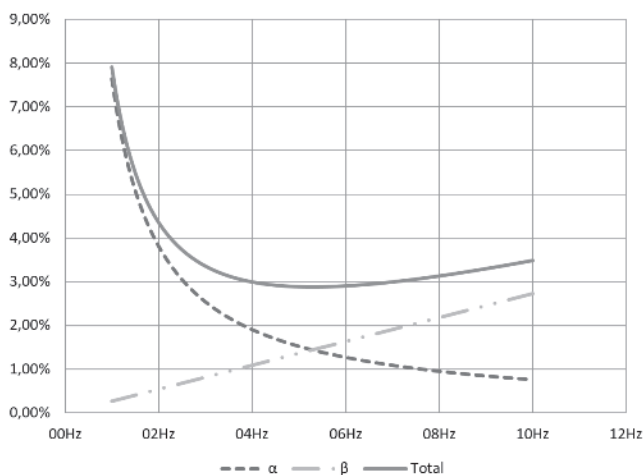


Figura 4
Amortecimento de Rayleigh resultante

2.3 Análise de caso

Para comprovar a eficácia do TMD definido conforme processo descrito no item anterior, realizou-se o estudo de caso de uma laje de piso de escritório em concreto de f_{ck} 40Mpa; 10,0cm de espessura; dimensões 580,0cm por 600,0cm de vão; 2,0cm de cobrimento e carregamentos atuantes de peso próprio de $2500N/m^2$, revestimento de $2000N/m^2$ e sobrecarga de $2000N/m^2$. Em primeiro lugar, os momentos solicitantes obtidos por meio das tabelas de Czerny para lajes com quatro faces simplesmente apoiadas foram $m_{xsl} = 10220Nm/m$ e $m_{ysl} = 9690Nm/m$. Utilizando aço CA-50 e respeitando a ABNT NBR 6118:2013, a armadura necessária para a laje é de $4,65cm^2/m$ na direção principal e $5,18cm^2/m$ na direção secundária, ambas satisfeitas pelo arranjo de $\Phi 10c/15cm$. Com relação ao estado limite de serviço, a flecha resulta 19,5mm, que respeita o limite de 1/300 do vão principal. Em seguida, supondo laje apoiada em quatro vigas de 20x45cm com cobrimento

de 2,50cm, a viga crítica recebe 6700N/m de carga permanente e 3000N/m de sobrecarga além do peso próprio de 2250N/m ao longo de um vão de 6,00m. Assim, o momento solicitante de cálculo resulta $M_{sd} = 76640\text{Nm}$ que necessita de uma armadura positiva de $4,65\text{cm}^2$, desprezando-se a mesa contribuinte, satisfeita pela adoção de 4 Φ 12,5. Com relação ao estado limite de serviço, a flecha seria de 1,23cm e a abertura máxima de fissura seria de 0,08mm, ambos dentro dos valores de norma. A estrutura é, portanto, estaticamente compatível com as exigências da ABNT.

Para calcular as frequências naturais, amplitudes de deslocamentos e acelerações do sistema estrutural antes e depois da instala-

ção dos TMD's, utilizou-se o software Adina 9,1 licença estudantil. Criou-se um modelo em unidades do Sistema Internacional com uma carga concentrada senoidal de intensidade máxima 700N aplicada no ponto central da laje e apoios fixos em cada vértice. As figuras [2] e [3] a seguir representam respectivamente imagens simples e renderizada do modelo como visto no programa.

Da análise do modelo obtêm-se as seguintes frequências naturais: 5,62Hz para o primeiro modo, 11,56Hz para o segundo e 11,86Hz para o terceiro. Destes, apenas o primeiro está dentro da frequência de excitação do caminhar e portanto o Tuned-Mass Damper foi sintonizado para uma frequência de 5,62Hz.

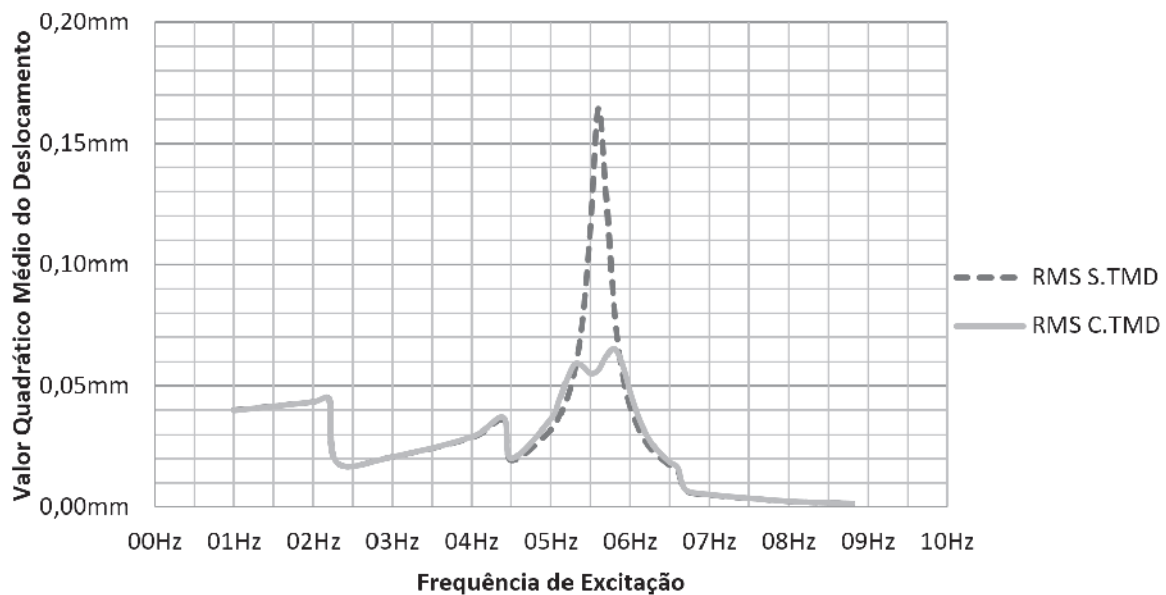


Figura 5
Deslocamento quadrático médio x frequência

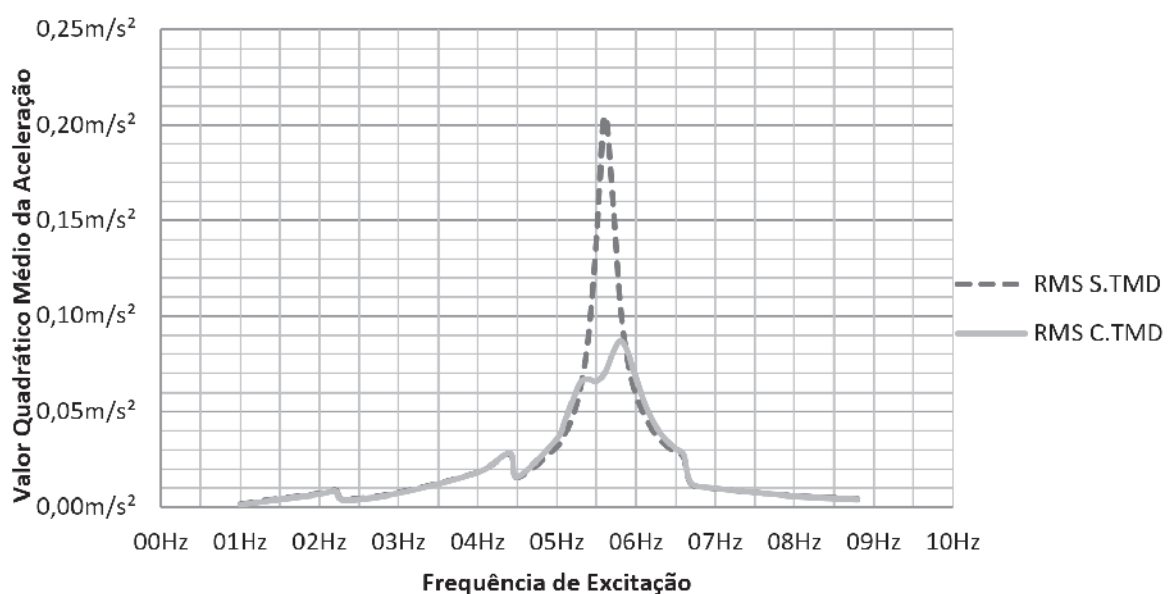


Figura 6
Aceleração quadrática média x frequência

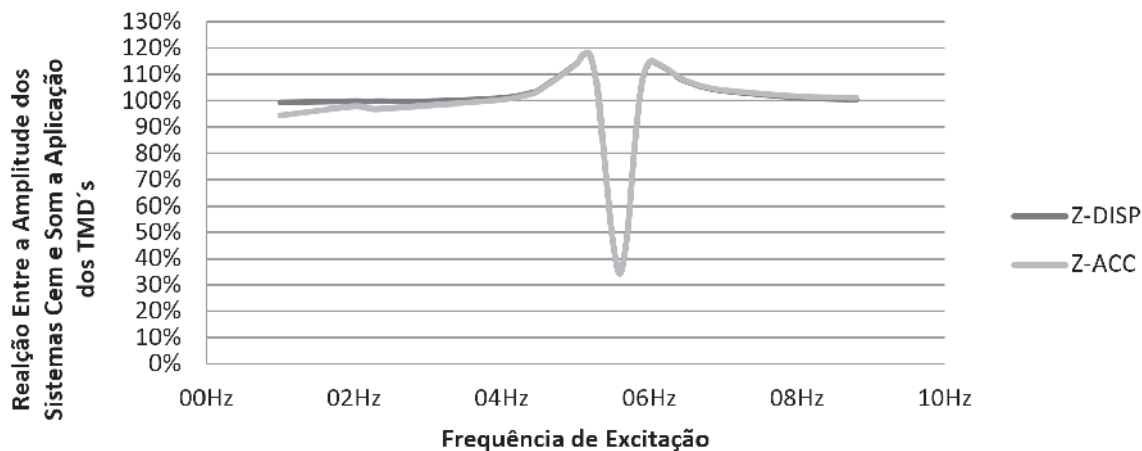


Figura 7
Relação entre a amplitude dos sistemas sem e com a aplicação dos TMD's

A escolha do elemento inercial é realizada por meio da aplicação da equação 10 ao caso, destacando que devido à função da laje como piso de escritório o Design Guide recomenda sobrecarga para cálculo dinâmico de 0,50kN/m², ou seja, aproximadamente 50kgf/m²:

$$M_{TMD}^{calculado} = 0,01[(0,10 \times 2500 + 200 + 50)0,50 \times 0,50] = 1,25kg \rightarrow M_{TMD}^{adotado} = 1,25Kg$$

Em seguida, a rigidez ideal da mola é calculada por meio da equação 11:

$$k_{TMD}^{calculado} = \left[\frac{2\pi}{(1 + 0,01)} 5,62 \right]^2 \times 1,25 = 1528N/m \rightarrow k_{TMD}^{adotado} = 1500N/m$$

Finalmente, o amortecimento ideal a ser utilizado é obtido é aplicando-se a equação 12:

$$c_{TMD}^{calculado} = \left[\frac{3 \times 0,01 \times 1,25 \times 1500}{2(1 + 0,01)^3} \right]^{1/2} = 5,22Ns/m \rightarrow c_{TMD}^{adotado} = 5,20Ns/m$$

Um novo modelo é então criado considerando a aplicação dos *Tuned-Mass Dampers* sob a laje, com as características previamente definidas e espaçamento de 0,50m entre si. Neste novo modelo a frequência natural do primeiro modo foi de 5,30Hz.

De modo a respeitar as exigências do AISC, a carga excitante é multiplicada pelo coeficiente α_i , indicado na tabela [1] para cada harmônico. Ou seja, a intensidade máxima da força de excitação varia de um intervalo de harmônicos ao seguinte. Também, conforme recomendação do AISC para escritórios, em ambos os modelos, a taxa de amortecimento natural da estrutura é considerada como 0,03, representada por meio da aplicação de amortecimento tipo Rayleigh, no qual a taxa de amortecimento é obtida da equação 13 com duas incógnitas $\alpha_{Rayleigh}$ e $\beta_{Rayleigh}$, e é definida de modo que o valor esteja próximo ao desejado para a maior parte do intervalo estudado. Assim, de modo a garantir que a taxa de amortecimento seja 0,03 para excitações próximas da ressonante, o amortecimento tipo Rayleigh teve suas incógnitas definidas para que as frequências 4,00Hz e 7,00Hz apresentassem o amortecimento desejado,

o que leva aos coeficiente $\alpha_{Rayleigh} = 0,9596$ e $\beta_{Rayleigh} = 8,68 \times 10^{-4}$ e resulta na taxa indicada no gráfico da figura [4]. Variando, então, a frequência de excitação da força ao longo do intervalo de interesse obtém-se para cada frequência excitante a amplitude dos deslocamentos e acelerações depois de estabilizados.

$$\xi_n = \frac{1}{2\omega_n} \alpha_{Rayleigh} + \frac{\omega_n}{2} \beta_{Rayleigh} \tag{13}$$

3. Resultados e discussões

A diferença de comportamento entre os sistemas estruturais com e sem a aplicação dos TMD's representados nos dois modelos pode ser visualizada nos gráficos das figuras [5] e [6] que apresentam respectivamente os valores quadráticos médios do deslocamento e da aceleração no ponto central da laje para o sistema harmônico estabilizado. Com base nestes resultados, é clara a redução na ressonância da amplitude tanto do deslocamento quanto da aceleração. Os valores quadráticos médios de ambos diminuem em cerca de 65% para a frequência de 5,6Hz, com o deslocamento caindo de 0,165mm para 0,057mm; enquanto a aceleração cai de 0,204m/s² para 0,070m/s². É importante notar que embora esses valores aparentem ser inicialmente desprezíveis, o deslocamento só considera a força pontual de 700N, muito inferior à carga real da laje, e cujo deslocamento estático corresponde a 0,109mm; e as acelerações da estrutura sem e com a aplicação dos TMD's representam respectivamente 2,06% e 0,71% da aceleração da gravidade, sendo o limite aceitável para escritórios entre 0,4% e 0,75%. Notar nos gráficos das figuras [5] e [6] as quebras de continuidade nas frequências excitantes 2,20Hz, 4,40Hz e 6,60Hz, causadas pela mudança do coeficiente α_i de cada harmônico.

Com relação à diferença no comportamento do sistema estrutural antes e depois da instalação dos TMD's, fica clara não só a redução da resposta dinâmica do sistema na frequência de sintonização, como também a geração de dois novos picos nos resultados, lado a lado ao novo vale gerado, para os quais o sistema com a aplicação dos mecanismos na verdade apresenta um comportamento dinâmico inferior ao sistema original. A presença desses

picos, entretanto é comum e esperada devido à aplicação de Tuned-Mass Dampers, e é mitigada pelo fato de que as duas novas respostas máximas geradas continuam bastante inferiores à original. Para facilitar a visualização deste comportamento, o gráfico da figura [7] apresenta a eficácia da aplicação dos TMD's por meio da relação dos resultados com e sem a aplicação dos mecanismos para todo o espectro de frequências excitantes analisadas.

4. Conclusões

O estudo de caso indica uma redução de cerca de 65% no valor quadrático médio da aceleração, provando a eficiência da solução proposta. Outros pontos positivos do método proposto são sua relativa facilidade de utilização e instalação. O estudo, entretanto, foi restrito a um único caso, de modo que se faz necessário o desenvolvimento de novos modelos que levem em conta uma gama mais abrangente de situações típicas da engenharia de estruturas, com diferentes utilizações, formas geométricas da laje e relações entre vãos.

5. Agradecimentos

À ADINA R&D, Inc por disponibilizar seu software Adina 9,1, edição de 900 nós, livremente para estudantes de todo o mundo.

6. Referências bibliográficas

- [1] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, INC. STEEL DESIGN GUIDE SERIES 11: Floor Vibrations Due to Human Activity. 2003.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. 2013.
- [3] BATHE, Klaus-Jürgen. Finite Element Procedures. 14. ed. :Prentice Hall, 1996.
- [4] CLOUGH, Ray W.; PENZIEN, Joseph. Dynamics of Structures. Mcgraw-Hill International Book Company, 1982.
- [5] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. BULLETIN D'INFORMATION N209: Vibration Problems in Structures. 1991.
- [6] INTERNATIONAL STANDARDS ORGANIZATION. INTERNATIONAL STANDARD ISO 2631-2: Evaluation of Human Exposure to Whole-Body Vibration-Part 2: Human Exposure to Continuous and Shock-Induced Vibrations in Buildings (1 to 80 Hz). 1989.
- [7] VARELA, Wendell D.; BATTISTA, Ronaldo C.. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. Engineering Structures. p. 2485-2494. set. 2011.

Effect of mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes

Efeito do método de mistura sobre o espalhamento mini-slump de pastas de cimento Portland

J. S. RAUCCI^{a,b}

julia.raucci@lme.pcc.usp.br

R. T. CECEL^b

rafael.cecel@lme.pcc.usp.br

R. C. O. ROMANO^b

rcorjau@gmail.com

R. G. PILEGGI^b

rafael.pileggi@lme.pcc.usp.br

V. M. JOHN^b

vmjohn@usp.br

Abstract

The current compressive strength test for cement classification is performed under a fixed water to cement ratio according to the Brazilian and European standards, regardless the consistency obtained. However, under practical conditions the amount of water required is related to the rheological need to obtain and maintain a desired workability. Intrinsic cement characteristics influence the water demand such as the cement particle's granulometry, specific surface area, density, the presence or not of water reducing admixtures, chemical and mineralogical nature of raw materials, etc., influence particles agglomeration state. Because water demand influences the mechanical properties of cement based products, the compressive strength class under a fixed water to solids ratio specified by the standards may not be representative for the user. The present work investigates the influence of mixing conditions on mini-slump spread results, a test that has been used for many years but never standardized. Cement paste samples were produced with varied mixing conditions (time and rotation speed) using a conventional stirrer and subjected to mini-slump spread test immediately after mixing and at fixed hydration times. Results show that mixing and hydration time do influence on mini-slump spread. At lower rotation speeds, results variability increases. Under fixed time after first contact with water, increasing rotation speed leads in a reduction of results variability and increase the test's repeatability on cement pastes.

Keywords: Portland cement, mini-slump spread, mixing.

Resumo

O ensaio de resistência do cimento, segundo às normas brasileiras e europeia atuais, é realizado com uma relação água/cimento fixa em massa, independente da consistência obtida. No entanto em condições normais de uso, a quantidade de água é uma variável definida com a finalidade de manutenção da consistência dos materiais cimentícios para obter trabalhabilidade adequada. Características intrínsecas dos ligantes, como distribuição de tamanho de partículas, área superficial específica, densidade e natureza química ou mineralógica, ou extrínsecas, como presença de aditivos, temperatura ambiente e da água, tempo e energia de processamento, etc., podem afetar de forma distinta o estado de aglomeração e, conseqüentemente, a necessidade de líquido para a mistura. Como a demanda de água influencia a resistência mecânica dos produtos, a utilização da relação água/cimento fixa torna, em termos práticos, a classificação do cimento pela resistência pouco significativa para o usuário. Neste trabalho foi investigada a influência das condições de mistura na repetibilidade do ensaio de mini-slump, bastante usado para avaliação da quantidade de água nas composições, mas não normatizado. Pastas de uma mesma amostra de cimento foram misturadas por diferentes tempos e/ou rotações, usando um agitador mecânico convencional, e submetidas ao ensaio de mini-slump imediatamente após o ensaio ou após o mesmo tempo de contato com a água. Observou-se influência significativa nos resultados: quanto maior a rotação ou a manutenção do tempo de mistura, menor a variabilidade do espalhamento mini-slump sendo que a influência é mais sensível para diferenças de rotação.

Palavras-chave: cimento Portland, mini-slump, mistura.

^a InterCement Brazil S.A., São Paulo, SP, Brazil;

^b Polytechnic School of the University of Sao Paulo, Department of Civil Engineering, São Paulo, SP, Brazil.

1. Introduction

Water demand impacts directly on the mechanical strength of cement based products. The water excess increases the amount of capillary pores hence microstructural defects. Still, standardized testing methods to determine compressive strength of cement according to both Brazilian (ABNT, NBR 7215) and European (EN 197-1) standards are performed with a fixed water to cement mass ratio. As cement substitution increases by supplementary cementitious materials, which may be very different in terms of chemistry, mineralogical and physical characteristics, the amount of water to obtain the necessary workability in the use of these cements differs just as much. The standardized tests based on a fixed water to cement ratio may not reflect users' perception. In self-consolidating concrete mix design, for instance, water content is adjusted following slump flow tests. Therefore, cements in the same compressive strength class may reflect in very different performances in use. Testing methods such as flow table, Marsh-cone and Kantro's mini-slump cone are quite simple to run and implement as quality control methods even considering that these methods are not the most recommended for scientific research. Rotational Rheometry, on the other hand, is the type of testing method that demands more practice to run and analyze, but defines water demand based on rheological parameters such as viscosity and yield stress. In addition, it allows an evaluation of cement properties simulating different shear conditions and is a tool to explain the behavior observed on more simple tests or single-point tests. However, one of the main issues on rheological testing methods is mixing energy. It is a common sense that mixing energy has a huge impact on rheological behavior of cement products hence on water demand as it affects particles dispersion (ROMANO et al., 2009; WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS,

1995). Regardless of the water content determined by each testing method, sample preparation will always play an important role on the result. Thus, repeatability, reproductivity and efficiency of any testing method for water demand evaluation depends on a suitable mixing method.

This work is the first step of a study to develop a standard mini-slump testing protocol for cement pastes. Repeatability of results were analyzed as a function of mixing conditions. Also, tests were performed to correlate mini-slump results with Rotational Rheometry and evaluate the impact of mixing conditions in cement hydration by Isothermal Calorimetry.

2. Background

Immediately after water is mixed with cement, clusters of particles start to form due to Van Der Waals forces capillary actions (Figure 2.1). As these clusters are randomly formed, they alter the real particle size distribution and water gets trapped in their within which modifies the rheology of the system. Clusters are a source of variability in a consistency testing method. The more homogeneous and dispersed are the cement particles in solution, the lower will be the variability of the following testing method.

Different mixing conditions will create fluids with different rheological behavior. The rheological profile measurement by Rotational Rheometry in cement pastes, mortars or concretes is the most complete method to evaluate the mixture behavior under different types of stresses that they can be subjected to. Under various shear rates a mixture response can be composed by basic rheological profiles (Newtonian, pseudoplastic, dilatant, Bingham etc.) (BANFILL, 2006; PANDOLFELLI et al., 2000). Unfortunately, Rheometers are expensive equipment and proper training is a must for testing and adequate data analysis.

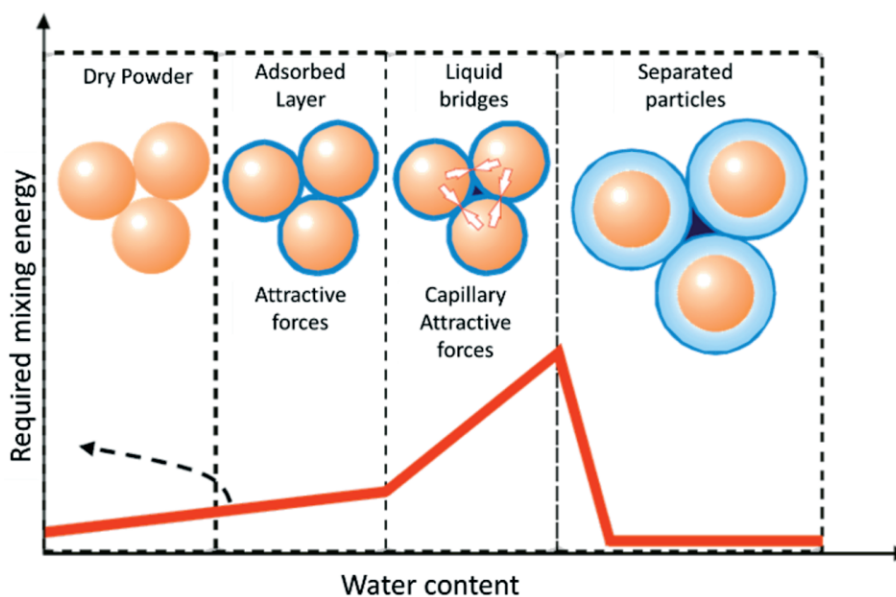


Figure 2.1

Scheme of adsorbed layers and liquid bridges formation between particles in liquid media (PANDOLFELLI *et al.*, 2000)

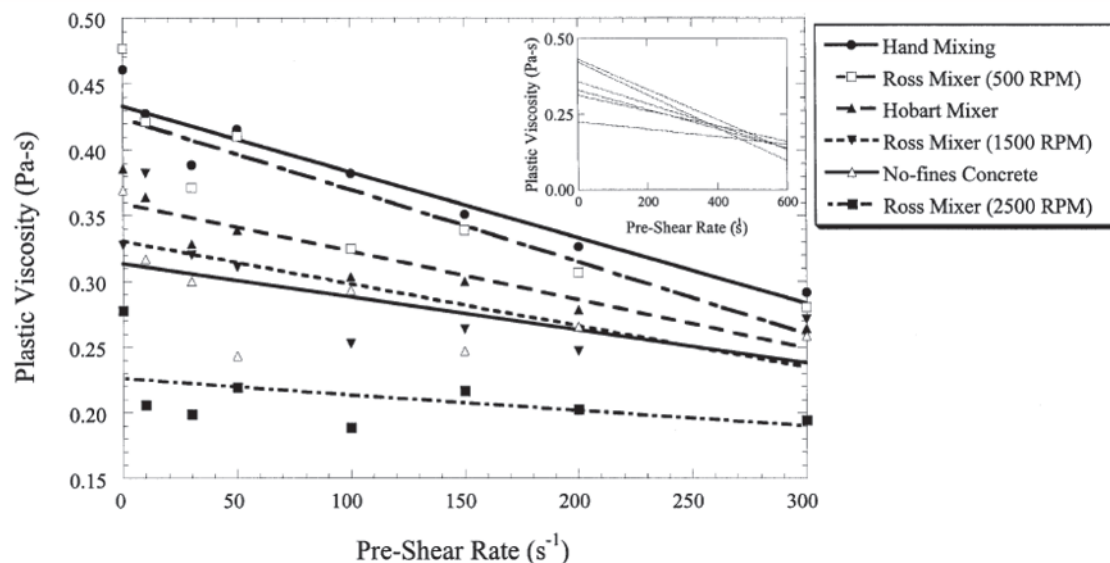


Figure 2.2

Plastic viscosity as a function of pre-shear rate of different mixing methods (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999)

Other simpler techniques for water demand evaluation, even though are considered single point tests (BANFILL, 2006), are relevant in the absence of a more complete testing method. These techniques include the flow table test performed in mortar as an alternative method. The current ASTM standard stands that cements with higher substitution rates should have their water content for strength testing determined by a flow table test (ASTM C109). Because it is conducted in mortar and a large amount of material is used, this test can be overwhelming to be implemented as a process control test, but it is an alternative for water demand estimation as a water content correction as a function of mortar spreading (SANYTSKY; KROPYVNYTSKA; RUSYN, 2015).

The Marsh cone and mini-slump cone are techniques that can be applied in cement paste. It is possible to find many references naming these testing methods as supplementary testing as results can be correlated to rheological parameters. Time to flow, for instance, from the Marsh cone test is related to apparent viscosity when modeled with cement's characteristics. The mini-slump spread is related to yield stress (BANFILL, 2006; GAO; FOURIE, 2015). These are techniques of fast execution and rapid implementation techniques, yet both need proper mixing methods to be repetitive.

Therefore, a mixing method with enough energy to separate agglomerated particles formed by attractive forces (PANDOLFELLI et al., 2000) are a pre-condition to rheological testing methods of pastes, mortars and concretes. Previous works that evaluated mixing energy effect on rheological behavior showed that the higher the mixing energy, the higher the deagglomeration of particles (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS, 1995).

In Figure 2.2 below is presented plastic viscosity results measured by Rotational Rheometry in cement pastes subjected to different mixing methods. The results show the smaller plastic viscosity for the higher the mixing energy. In the same study the

hysteresis loop area from continuous flow measurements and the results show a bigger hysteresis loop the smaller the energy, which indicates that the not well mixed pastes go through a deagglomeration process during testing (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999). Therefore, testing of pastes from higher mixing energy methods would be more repetitive.

Mixing conditions can also influence the hydration heat hence the microstructure of the hardened paste. Studies show that reaction kinetics increases as mixing energy increases which is due to the higher contact area between the cement grains and water as well as the shock energy and friction between particles (BERODIER; SCRIVENER, 2015; DOLLIMORE; MANGABHAI, 1985; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL, 2011; YANG; JENNINGS, 1995).

3. Experimental program

3.1 Materials

Cement pastes were produced from a CEM II/B-L 32,5N (Portland-limestone cement) according to EN-197 standard and a water to cement ratio of 0,45. The amount of water was determined by preliminary tests to evaluate the minimum water content necessary for the mini-slump test.

The cement had a BET specific surface area of 2,96 g/cm³, initial setting time of 335 minutes, Blaine surface area of 6150 cm²/g and 75 um fineness of 1,3%. The particle size distribution (measured in a Malvern Mastersizer 2000 in ethanol) is shown in Figure 3.1. Chemical composition (Table 3.1) was obtained following guidelines from Portland composite cements specification from NBR11578:1991 (ABNT, 1991). Mineralogical analysis by semi-quantitative XRD (obtained from Rigaku Windmax 1000 and X-Pert HighScore Plus 4.1 software from Panalytical) is illustrated in Table 3.2.

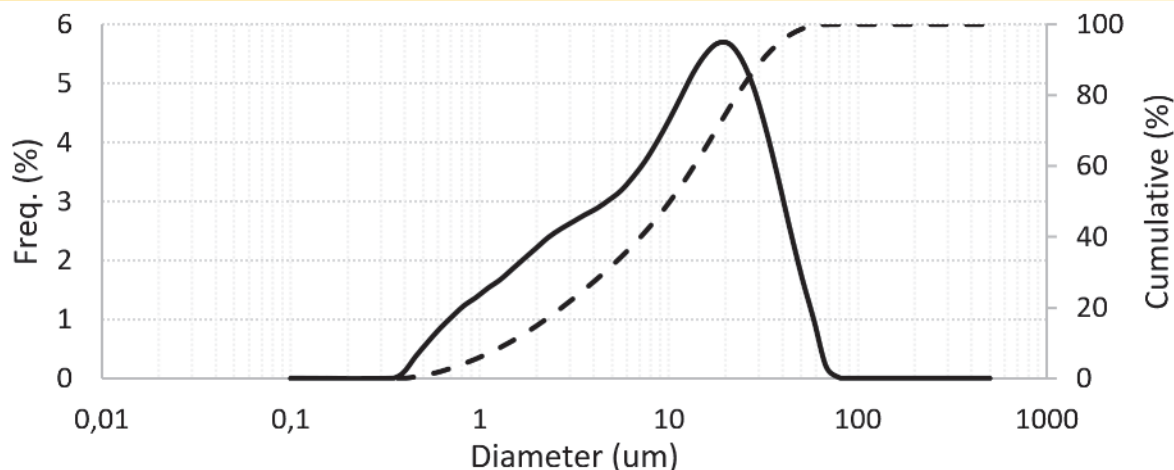


Figure 3.1
Cement particle size distribution

Table 3.1
Cement chemical composition (%)

PF	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	Na ₂ O	K ₂ O	CaO-I	RI	CO ₂
13,2	15,6	3,62	2,42	59,9	1,77	2,25	0,08	0,73	1,15	1,94	11,4

3.2 Methods

3.2.1 Mixing conditions

Cement pastes were mixed in a metallic cocktail shaker using a mechanical stirrer IKA RW20 attached to a naval helix of 35 mm diameter. Mixing conditions varied as a function of:

- mixing time (60, 90, 180, 210 to 300 seconds),
- rotation speed (320 to 2550 rpm) and
- time of testing (immediately after mixing or 340 seconds after water contact).

Hydration time was considered as a possible variable; hence some testing was conducted after waiting for all pastes to reach the same time after the first contact with water with 10 seconds of remixing time. A scheme of the mixing plan is presented in Figure 3.2.

Table 3.2
Semi-quantitative XRD composition (%)

Phase	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF	Dolomite	Calcite	Bassanite	Anhydrate-II	Quartz
PDFs	00-013-0272	01-086-0398	01-070-0839	96-900-3349	01-075-1711	01-086-0174	01-083-0438	01-072-0916	46-1045
%	42,7	13,1	3,8	5,7	1,1	30,4	1,8	0,4	0,9

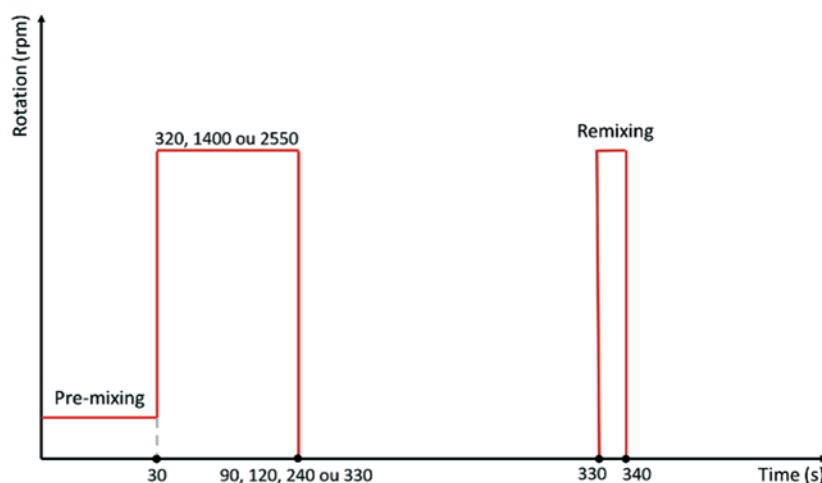


Figure 3.2
Mechanical stirrer IKA RW20 (left) and mixing conditions (right)

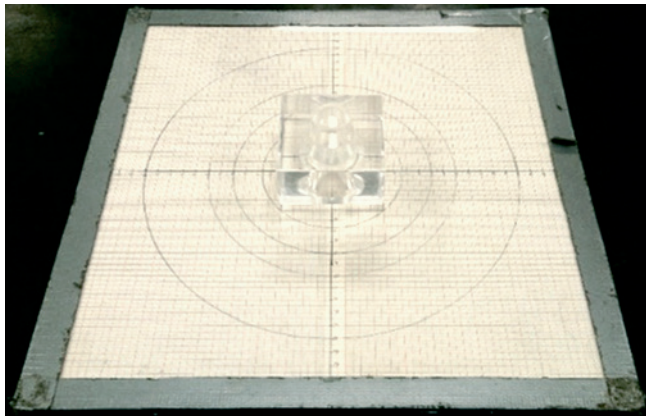


Figure 3.3
Acrylic mini-slump cone

Room temperature was monitored to be around $23 \pm 2^\circ\text{C}$.

3.2.2 Mini-slump

After mixing, cement pastes were inserted in a Kantro's mini-slump acrylic cone of 6 cm high, 4 cm diameter smaller base and 2 cm diameter bigger base (Figure 3.3). Five strokes with a glass stirring rod to avoid the formation of air bubbles within the cone, and the excess of paste on the top was removed. The mold is lifted rapidly and the spreading recorded.

3.2.3 Rotational rheometry

Rotational Rheometry testing were performed in a Haake MARS 60 (Thermo Scientific), with parallel plate geometry of 25 mm diameter. The testing program was conducted with shear rate from 0 to 50 s^{-1} and to 0 again as illustrated in Figure 3.4. Temperature was set

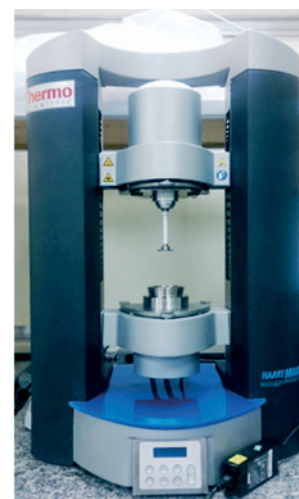
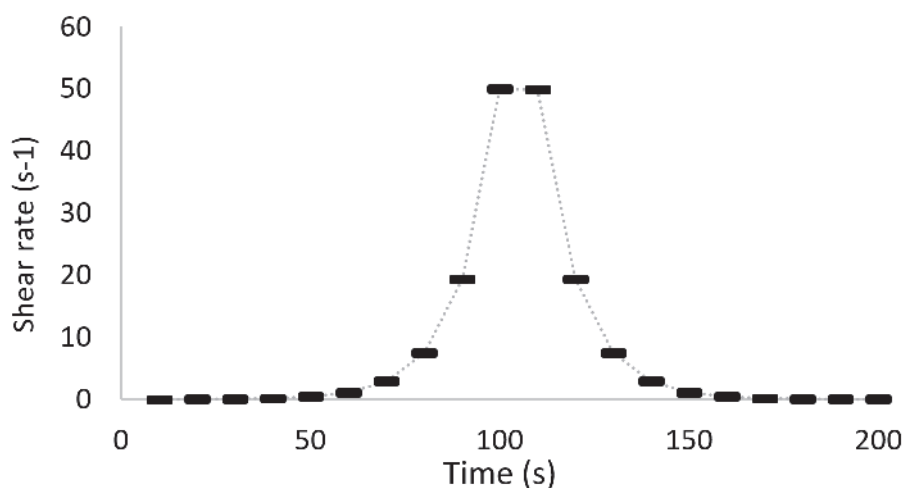


Figure 3.4
Rotational rheometry testing program (left); Haake MARS 60 paste rheometer (right)



Figure 3.5
Isothermal calorimetry

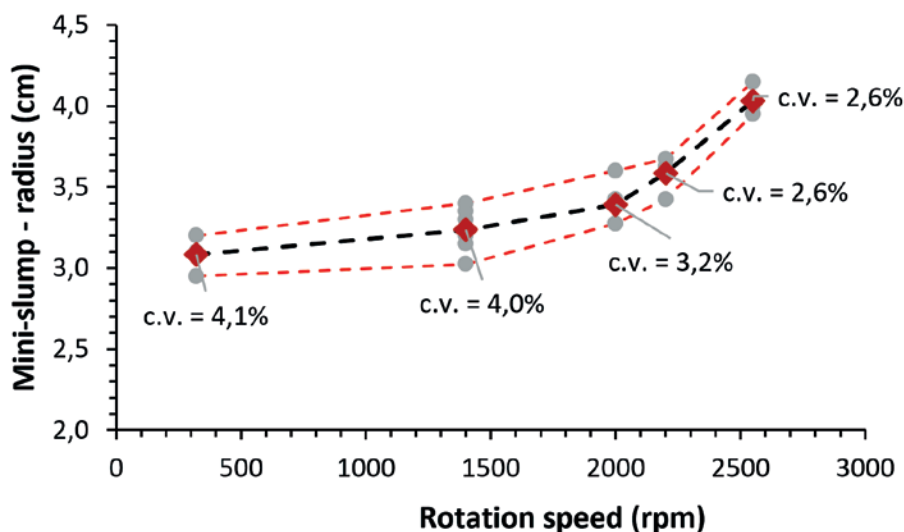


Figure 4.1

Average results (black line) and amplitudes (red lines) of mini-slump repetitions as a function of rotation speed (30 seconds of initial wetting and 90 seconds mixing)

to 23°C. The result of the test are plots of shear strain (σ in Pa) or apparent viscosity (η em Pa.s) as a function of shear stress applied (γ em s-1).

3.2.4 Isothermal calorimetry

Hydration heat was measured by a TAM Air (TA Instruments) calorimeter (Figure 3.5) for 48 hours at constant temperature of 23°C.

4. Results and discussion

Initially the rotation speed setting was evaluated with mini-slump

results for a fixed mixing time. Secondly, three different mixing times in three different rotation speeds considering the possibility of the testing to be influenced by hydration time. Thirdly, mini-slump cone tests were performed in parallel with Rotational Rheometry to analyze the possible correlation of yield stress and spread. Lastly, the effect of mixing on hydration heat was tested combining the shorter and longest mixing times with the smallest and highest rotation speed.

The statistical significance of the results was obtained by variance analysis and one sample t-student tests two by two considering two tailed distributions, unequal sample sizes and significance level of 5%. The statistical analysis is presented for the first step of the study and only described for the following.

Table 4.1

Variance analysis of the results presented in Figure 4.1

Source of variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Among groups	1,77	4	0,44	25,56	4,69E-06	3,18
In the same group	0,23	13	0,02	-	-	-
Total	2,00	17	-	-	-	-

Table 4.2

T-student tests matrices of results presented in Figure 4.1

Groups	320	1400	2000	2200	2500
320	-	25,3%	3,4%	1,0%	0,1%
1400	25,3%	-	9,8%	1,6%	0,0%
2000	3,4%	9,8%	-	15,8%	0,1%
2200	1,0%	1,6%	15,8%	-	1,0%
2500	0,1%	0,0%	0,1%	1,0%	-

4.1 Influence of rotation speed on paste spread

The first part of the tests consisted in producing pastes with 30 seconds initial wetting time and 90 seconds of rotation speed variation (320 to 2550 rpm). Four repetitions were conducted for each condition. The results presented in Figure 4.1 follow the expected trend. Parameters obtained from variance analysis and t-student test are presented on Table 4.1 and Table 4.2 respectively. Variance analysis shows that there are distinct populations in the results ($F > F_{crit}$). T-student test illustrate that rotations of 320 to 1400, 1400 to 2000 and 2000 to 2200 do not reject the null hypothesis ($> 5\%$). But other conditions are statistically different allowing the analysis of the influence of rotation speed on mini-slump spread. The variation of results of the same mixing condition is smaller as shear time increases due to the increase in repetitiveness. The coefficient of variation goes from 4% in smaller rotations, to 2,6% in 2200 and 2550 rpm. Spreading increases as rotation speed increases indicating a reduction on yield stress (BANFILL, 2006; FERRARIS; OBLA; HILL, 2001; GAO; FOURIE, 2015; WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS, 1995). This is expected due to the highest deagglomeration of particles result of the higher mixing energy (PANDOLFELLI et al., 2000).

4.2 Impact of mixing time

To evaluate not only mixing speed, but also the setting of different mixing times, the second evaluation performed in this work consisted in varying the mixing time in fixed rotation speeds (320, 1400 and 2550 rpm). On the first group of mini-slump tests, spreading was recorded immediately after mixing (Figure 4.2) and analysis of variance showed that there were different populations. However, a possible inconsistency for the three rotation setting at 90 seconds of mixing was observed on all groups. After repetitions, temperature changes were

discarded as a source of variation because the heat from mixing was irrelevant for all samples and room temperature was controlled. So, this variation may be related to initial hydration reactions. Following, the hydration time (time after the first contact with water) was fixed on the second group of tests in 340 seconds. To reduce re-agglomeration effect during waiting time, pastes were subjected to remixing of 10 seconds prior to testing. This time was revealed sufficient in exploratory testing. Results are presented in Figure 4.3. Analysis of variance proved that there are statistically different groups within the tests. T-student tests show that mixtures at 320 rpm are the same for the three mixing times (60, 90 and 180 seconds). For 1400 rpm the samples of first two mixing times are statistically the same. Lastly mixtures at 2550 rpm, all groups of three mixing times are distinct. At all mixing speeds, the last two set of mixing times (210 and 300 seconds) do not presented results with statistical difference. Moreover, results performed in the same hydration time do not display the inconsistency seen before at 90 seconds of mixing time. In this case is more evident the trend of bigger spread as mixing time increases specially at 2550 rpm. After this time, the longest mixture did not produce results of considerable spread increase. Therefore, the biggest spreading as obtained by a mixture of 210 seconds at 2550 rpm. Comparing the results two by two in the same mixing conditions and different testing time, it is shown that cement pastes are different with exception of samples mixed for 300 seconds and at 320 rpm for 60 seconds. The last one presented very small spread results. These results indicate that hydration time impacted on the cement pastes rheological behavior.

4,3 Rotational rheometry

To verify if there is a correlation between mini-slump and yield stress measured by Rotational Rheometry, tests were conducted

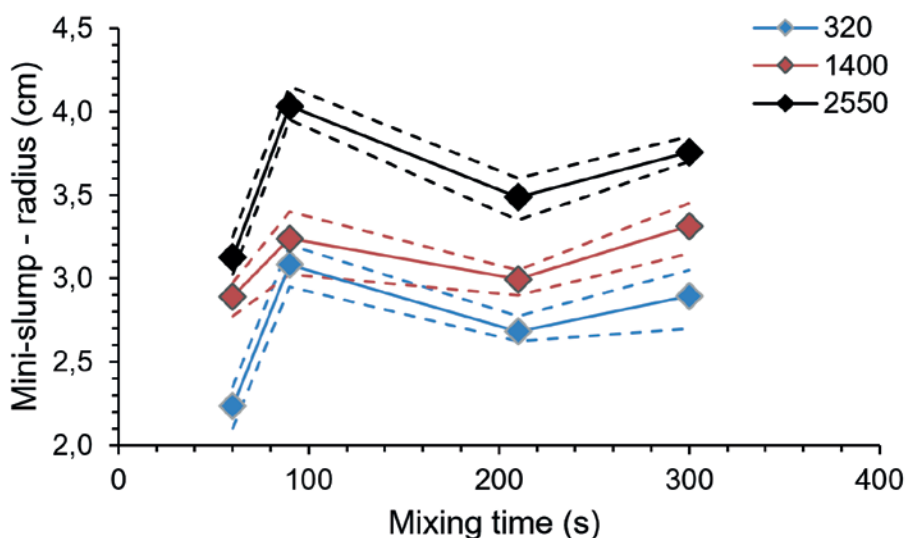


Figure 4.2 Results of mini-slump spread with different mixing times in different rotation speeds. Dashed lines represent amplitude

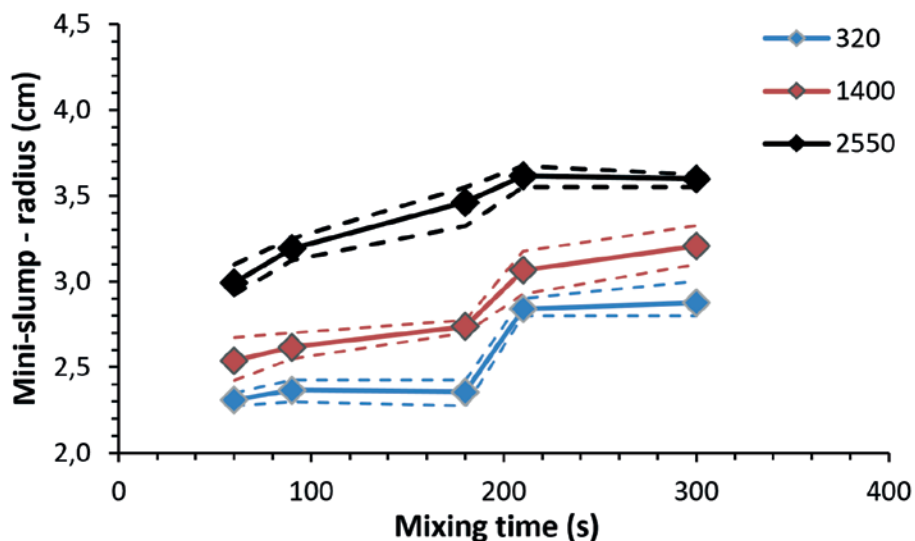


Figure 4.3 Results from mini-slump with different rotation speeds (testing performed after 340 seconds of hydration time with 10 seconds of remixing before testing). Dashed lines represent the amplitude of results

in pastes mixed at 1400 rpm and 2500 rpm for 210 and 300 seconds. Samples were tested immediately after mixing and 340 seconds from initial contact with water preceded by 10 seconds remixing time (same procedures used before).

Figure 4.4 illustrates typical results obtained from Rotational Rheometry which measures the necessary strain for each shear rate. In this case, pastes were accelerated from absolute resting to 50 s^{-1} and back to resting. Yield stress is obtained as the point with 1 s^{-1} shear rate (smallest with still good precision) on deceleration step. Results of yield stress as a function of rotation speed are presented in Figure 4.5. Apparently, the higher the rotation speed, the smaller are the yield stress results. It can also be observed that increasing mixing to 2550 rpm has little impact on yield stress that remains

very low. In this rotation speed, it was not possible to notice the effect of re-agglomeration after waiting time. The effect of mixing in apparent viscosity was relatively small. Even though only one test was performed for each mixing condition, the conclusions match with the ones presented before.

As reported by references (GAO; FOURIE, 2015), there is a fair correlation between mini-slump spread and yield stress obtained by Rotational Rheometry (Figure 4.6). On the other hand, Rotational Rheometry is much more sensible test than mini-slump: while yield stress varies between $\sim 0,5$ and 6 Pa (12 times), mini-slump varies from 3 to 4 cm (1,3 times). There was not a correlation between spread and apparent viscosity. The estimation of viscosity requires the measurement of time to flow during testing.

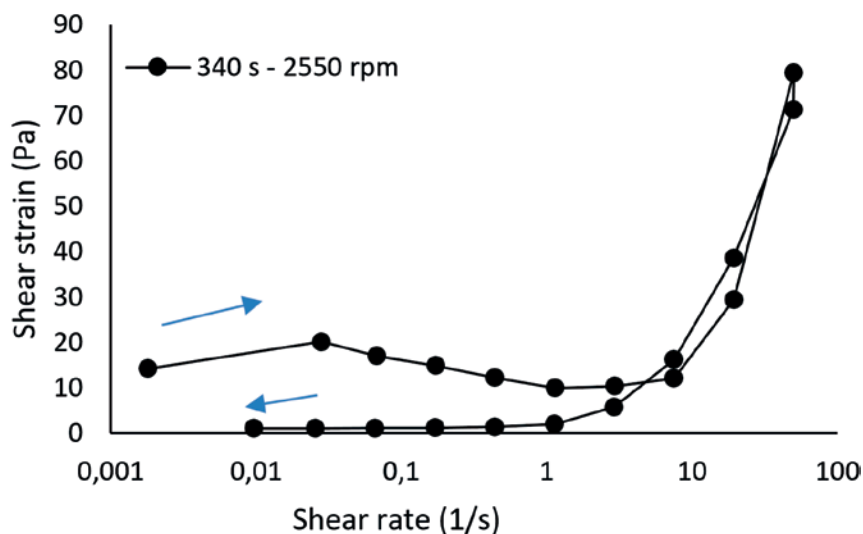


Figure 4.4 Typical result obtained from rotational rheometry testing

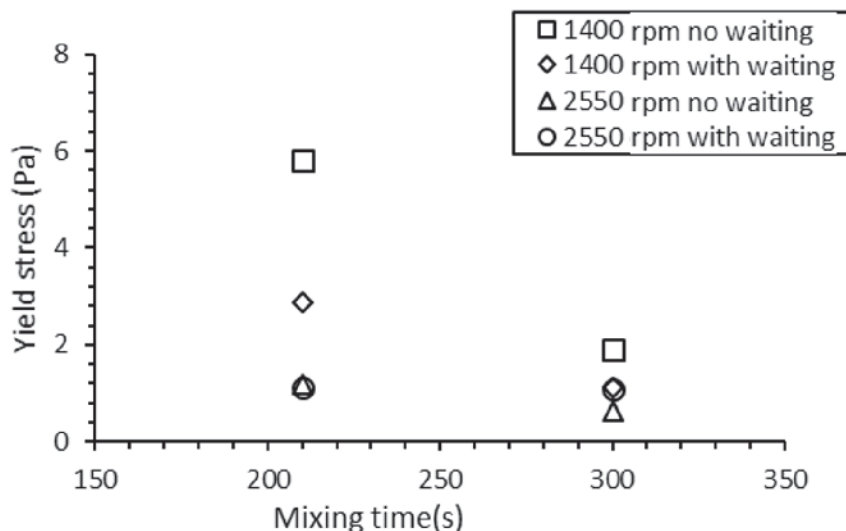


Figure 4.5 Yield stress as a function of mixing time for rotation speeds of 1400 and 2550 rpm on testing performed immediately after mixing and after 340 seconds of hydration time

4.4 Influence of mixing on hydration kinetics

References point that an increase in mixing induces a fastest hydration kinetics (BERODIER; SCRIVENER, 2015; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL, 2011). This kinetics can be measured by isothermal calorimetry through heat liberation (J/s) during acceleration period. This impacts not only on initial strength, but also on the microstructure development of the cementitious material (YANG; JENNINGS, 1995). Hydration heat was evaluated for cement pastes mixed for 60 and 340 seconds at 320 and 2550 rpm, conditions considered as borders of others so their variation would contain the others. Figure 4.7 shows that rotation speed during mixing has influence

on hydration kinetics while time of mixing does not. Mixing at 2550 rpm has more energy applied than at 320 rpm. Time of mixing impacts on the probability of chocks which, in the same mixing energy, to not change heat of hydration. These results agree with the ones found on references (BERODIER; SCRIVENER, 2015; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL, 2011). Setting time determined by isothermal calorimetry (ASTM C1679) reduced from 460 min (320 rpm) to 400 min (2550 rpm). Not only hydration profile, but cumulated heat was also altered. The total heat measured after 48 hours was of 220 and 210 J/g for samples mixed at 320 rpm for 60 and 340 seconds respectively. But at 2550 rpm the total heat increased to 240 and 235 J/g. Although there seems to be a slight difference in samples mixed

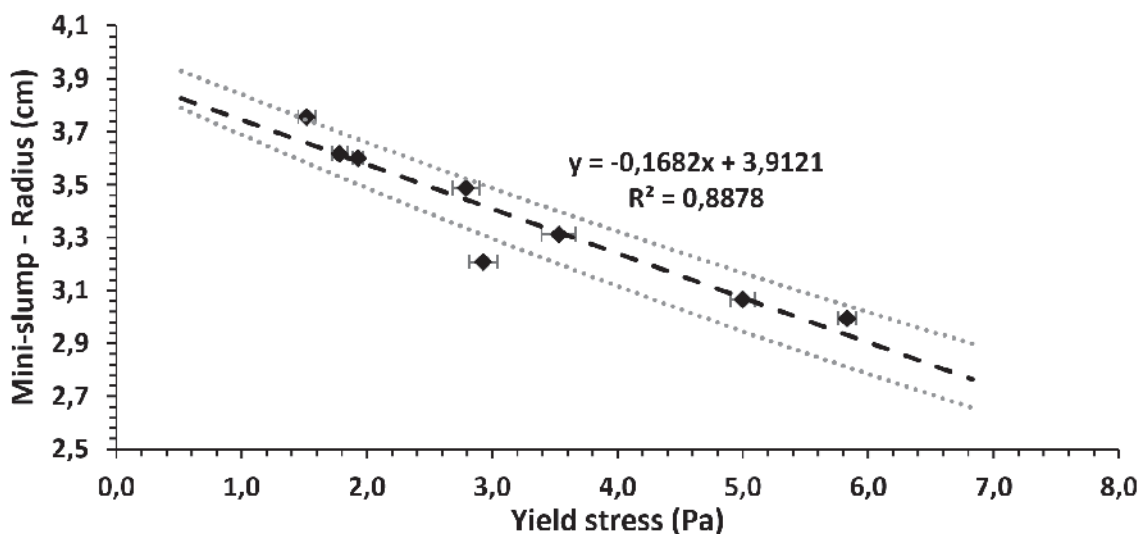


Figure 4.6 Mini-slump spread as a function of yield stress (Pa) obtained by rotational rheometry

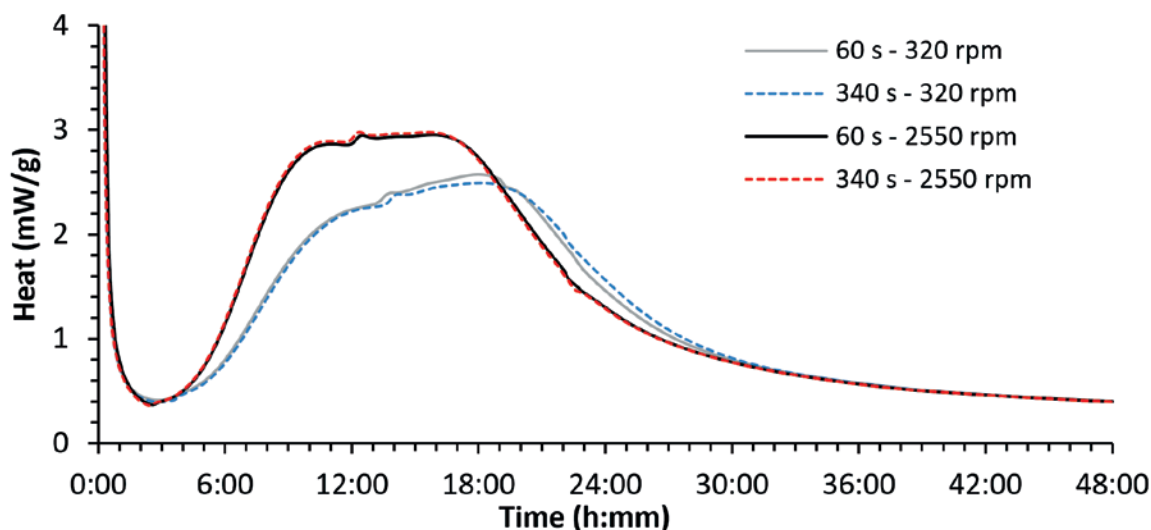


Figure 4.7
Hydration heat curves for mixing conditions (23°C isothermal)

in the same speed, produced heat increases as rotation speed increases. According to the references this is a result of the higher mixing energy that contributes to a higher reactivity due to shearing of particles (BERODIER; SCRIVENER, 2015).

5. Conclusions

Mixing energy, as presented in this study as time of mixing and rotation speed, furthermore the time following initial contact with water and testing time exerted relevant influence on results of mini-slump spread.

At higher mixing speeds that provide higher kinetic energy to particles and increase the chance of chocks that deagglomerate solution, results in general had smaller variation.

Mini-slump revealed to be a low cost tool, simple and sensitive to record changes on yield stress, an important parameter for rheological behavior evaluation. However, there is no information related to paste behavior under different shear rates due to the fact that mini-slump is a single point test.

Mixing influenced hydration heat as well: higher rotation speeds increased acceleration period rate. In practice, this effect will have major impact on initial strengths. On testing configuration, the most adequate mixing setting was the one of higher rotation speed, 2550 rpm, at 210 seconds of mixing time. It is probable that even higher mixing speeds, possible with other equipment, continue to drop results variability.

6. References

- [1] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C109: Standard Test Method for Compressive Strength of Hydraulic Cement Mortars (Using 2-in. or [50-mm] Cube Specimens). ASTM International, 2016.
- [2] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C1679: Standard Practice for Measuring Hydration Kinetics of Hydraulic Cementitious Mixtures Using Isothermal Calorimetry. ASTM International, 2014.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7215:1996 Versão corrigida 1997 – Cimento Portland – Determinação da resistência à compressão. Rio de Janeiro, 1997. 8p
- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 11578:1991 Versão corrigida 1997 – Cimento Portland Composto – Especificação. Rio de Janeiro, 1997. 8p
- [5] BANFILL, P. F. G. Rheology Of Fresh Cement And Concrete. In: Rheology Reviews 2006. London: The British Society of Rheology, 2006. p. 61–130.
- [6] BERODIER, E.; SCRIVENER, K. L. Filler effect at early hydration. ICCI, International congress on the Chemistry of Cement, 2015.
- [7] DAMINELLI, B. L. et al. Viscosity prediction of cement-filler suspensions using interference model: A route for binder efficiency enhancement. Cement and Concrete Research, v. 84, p. 8–19, jun. 2016.
- [8] DOLLIMORE, D.; MANGABHAI, R. J. Effect of mixing time on heat evolution pattern of cement pastes. Thermochimica Acta, v. 85, p. 223–226, 1 abr. 1985.
- [9] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 197-1: Cement – Part 1: Composition, specifications and conformity criteria for common cements. Brussels, 2012.
- [10] FERRARIS, C. F.; OBLA, K. H.; HILL, R. The influence of mineral admixtures on the rheology of cement paste and concrete. Cement and Concrete Research, v. 31, n. 2, p. 245–255, fev. 2001.
- [11] GAO, J.; FOURIE, A. Spread is better: An investigation of the mini-slump test. Minerals Engineering, v. 71, p. 120–132, fev. 2015.
- [12] JUILLAND, P. et al. Effect of mixing on the early hydration of alite and OPC systems. Cement and Concrete Research, v. 42, n. 9, p. 1175–1188, set. 2012.

- [13] PANDOLFELLI, V. C. et al. Dispersão e empacotamento de partículas - princípios e aplicações em processamento cerâmico. São Paulo: Fazenda Arte, 2000.
- [14] ROMANO, R. C. O. et al. Impacto do tipo de misturador e do tempo de mistura nas propriedades de argamassas industrializadas. *Ambiente Construído*, Porto Alegre, v. 9, n. 4, p. 109–118, 2009.
- [15] SANYTSKY, M.; KROPYVNYTSKA, T.; RUSYN, B. Sustainable green engineered composites containing ultrafine supplementary cementitious materials. ICCI, International congress on the Chemistry of Cement, 2015.
- [16] TAKAHASHI, K.; BIER, T. A.; WESTPHAL, T. Effects of mixing energy on technological properties and hydration kinetics of grouting mortars. *Cement and Concrete Research*, v. 41, n. 11, p. 1167–1176, nov. 2011.
- [17] WEDDING, P.; KANTRO, D. Influence of Water-Reducing Admixtures on Properties of Cement Paste—A Miniature Slump Test. *Cement, Concrete and Aggregates*, v. 2, n. 2, p. 95, 1980.
- [18] WILLIAMS, D. A.; SAAK, A. W.; JENNINGS, H. M. The influence of mixing on the rheology of fresh cement paste. *Cement and Concrete Research*, v. 29, n. 9, p. 1491–1496, set. 1999.
- [19] YANG, M.; JENNINGS, H. M. Influences of mixing methods on the microstructure and rheological behavior of cement paste. *Advanced Cement Based Materials*, v. 2, n. 2, p. 70–78, mar. 1995.

Effect of mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes

Efeito do método de mistura sobre o espalhamento mini-slump de pastas de cimento Portland

J. S. RAUCCI^{a,b}

julia.raucci@lme.pcc.usp.br

R. T. CECEL^b

rafael.cecel@lme.pcc.usp.br

R. C. O. ROMANO^b

rcorjau@gmail.com

R. G. PILEGGI^b

rafael.pileggi@lme.pcc.usp.br

V. M. JOHN^b

vmjohn@usp.br

Abstract

The current compressive strength test for cement classification is performed under a fixed water to cement ratio according to the Brazilian and European standards, regardless the consistency obtained. However, under practical conditions the amount of water required is related to the rheological need to obtain and maintain a desired workability. Intrinsic cement characteristics influence the water demand such as the cement particle's granulometry, specific surface area, density, the presence or not of water reducing admixtures, chemical and mineralogical nature of raw materials, etc., influence particles agglomeration state. Because water demand influences the mechanical properties of cement based products, the compressive strength class under a fixed water to solids ratio specified by the standards may not be representative for the user. The present work investigates the influence of mixing conditions on mini-slump spread results, a test that has been used for many years but never standardized. Cement paste samples were produced with varied mixing conditions (time and rotation speed) using a conventional stirrer and subjected to mini-slump spread test immediately after mixing and at fixed hydration times. Results show that mixing and hydration time do influence on mini-slump spread. At lower rotation speeds, results variability increases. Under fixed time after first contact with water, increasing rotation speed leads in a reduction of results variability and increase the test's repeatability on cement pastes.

Keywords: Portland cement, mini-slump spread, mixing.

Resumo

O ensaio de resistência do cimento, segundo às normas brasileiras e europeia atuais, é realizado com uma relação água/cimento fixa em massa, independente da consistência obtida. No entanto em condições normais de uso, a quantidade de água é uma variável definida com a finalidade de manutenção da consistência dos materiais cimentícios para obter trabalhabilidade adequada. Características intrínsecas dos ligantes, como distribuição de tamanho de partículas, área superficial específica, densidade e natureza química ou mineralógica, ou extrínsecas, como presença de aditivos, temperatura ambiente e da água, tempo e energia de processamento, etc., podem afetar de forma distinta o estado de aglomeração e, conseqüentemente, a necessidade de líquido para a mistura. Como a demanda de água influencia a resistência mecânica dos produtos, a utilização da relação água/cimento fixa torna, em termos práticos, a classificação do cimento pela resistência pouco significativa para o usuário. Neste trabalho foi investigada a influência das condições de mistura na repetibilidade do ensaio de mini-slump, bastante usado para avaliação da quantidade de água nas composições, mas não normatizado. Pastas de uma mesma amostra de cimento foram misturadas por diferentes tempos e/ou rotações, usando um agitador mecânico convencional, e submetidas ao ensaio de mini-slump imediatamente após o ensaio ou após o mesmo tempo de contato com a água. Observou-se influência significativa nos resultados: quanto maior a rotação ou a manutenção do tempo de mistura, menor a variabilidade do espalhamento mini-slump sendo que a influência é mais sensível para diferenças de rotação.

Palavras-chave: cimento Portland, mini-slump, mistura.

^a InterCement Brazil S.A., São Paulo, SP, Brazil;

^b Polytechnic School of the University of Sao Paulo, Department of Civil Engineering, São Paulo, SP, Brazil.

1. Introdução

A demanda de água é uma variável que interfere na resistência mecânica dos produtos cimentícios, pois o excesso de líquido aumenta a quantidade de poros capilares ou defeitos microestruturais. Mesmo assim, o ensaio para a determinação da resistência do cimento, segundo às normas brasileira (ABNT, NBR 7215) e europeia (EN 197-1), é realizado com relação água/cimento fixa em massa.

No entanto, como os ligantes possuem características físicas, químicas e mineralógicas distintas, apresentam diferentes demandas de água para a manutenção da consistência e trabalhabilidade. Assim a realização de ensaios de resistência mecânica com base na estratégia de água fixa pode ser pouco significativa para o usuário. Em concretos auto-adensáveis, por exemplo, a quantidade de água é ajustada de acordo com o abatimento ou *flow*. Logo, cimentos de uma mesma classe de resistência podem ter um desempenho diferente em aplicações práticas.

Ensaio como *flow table*, funil de Marsh e mini-slump de Kantro, que são de simples implementação e execução como métodos de controle, permitem uma avaliação da demanda de água de forma pouco científica. Reometria rotacional, por outro lado, é um tipo de ensaio que demanda um pouco mais de prática para execução e análise dos resultados, mas define o consumo de água a partir parâmetros como tensão de escoamento ou viscosidade. Adicionalmente, permite a avaliação das propriedades dos materiais cimentícios em função da variação da condição de cisalhamento, e serve para explicar os resultados dos ensaios monoponto.

No entanto, é senso comum que a energia de mistura interfere fortemente na qualidade da pasta e, conseqüentemente, demanda de água, pois afeta o grau de desaglomeração das partículas (ROMANO et al., 2009; WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS, 1995). Com isso, independente da forma como a

quantidade de água de amassamento seja determinada, sempre haverá o impacto da preparação da amostra no resultado. Portanto, a repetitividade e a eficiência de qualquer método ensaio depende de um processo adequado de mistura.

Sendo assim, este trabalho foi realizado como a primeira etapa para o desenvolvimento de uma proposta de um padrão de ensaio para o mini-slump, no qual foi investigada a influência das condições de mistura na repetitividade dos resultados. Também foram realizados ensaios para correlacionar os resultados de mini-slump com reometria rotacional e avaliar a influência da mistura na reatividade do cimento.

2. Fundamentos

Ao adicionar água ao cimento ocorre a formação de aglomerados por forças capilares de Van der Waals (Figura 2.1). Esses aglomerados de partículas se formam aleatoriamente, alteram a distribuição granulométrica efetiva e incorporam água no seu interior, modificando a reologia do sistema. Aglomerados são uma das fontes de variabilidade de um ensaio de avaliação da consistência. Quanto mais dispersa a pasta, menor será a variabilidade de um ensaio posterior. Diferentes condições de mistura geram fluidos com diferentes perfis reológicos. A medição do perfil reológico por reometria rotacional de pastas, argamassas e concretos é o método mais completo de avaliar o comportamento de um fluido frente aos esforços que podem ser submetidos. Fluidos podem obedecer a comportamentos reológicos distintos. Para diferentes taxas de cisalhamento a resposta do fluido pode ser composta por comportamentos básicos (newtoniano, pseudoplástico, dilatante, de Bingham etc) (BANFILL, 2006; PANDOLFELLI et al., 2000). Contudo, reômetros são equipamentos de alto custo e é necessário treinamento adequado para realização e interpretação dos resultados.

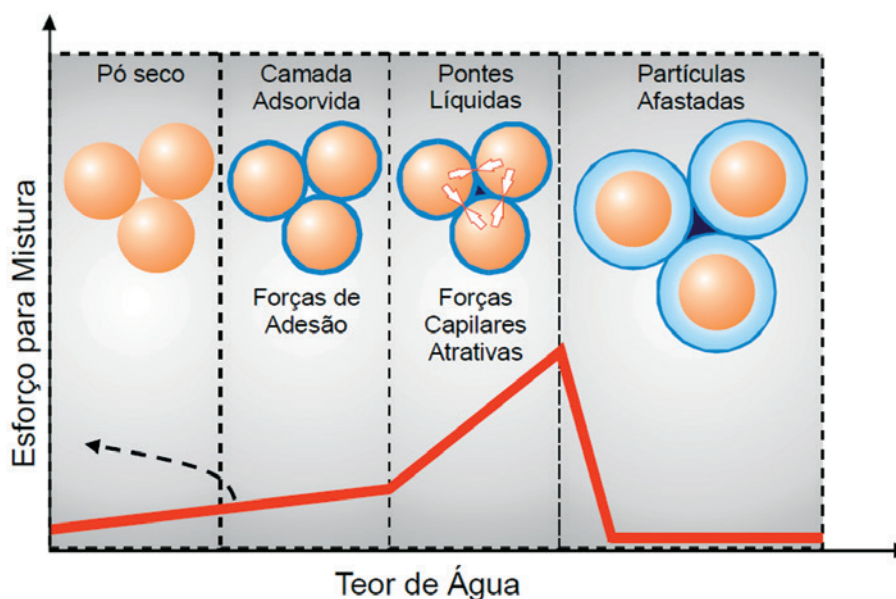


Figura 2.1

Representação esquemática das camadas adsorvidas de ligação e das pontes líquidas de ligação entre partículas (laranja) imersas num meio líquido (azul) (PANDOLFELLI et al., 2000)

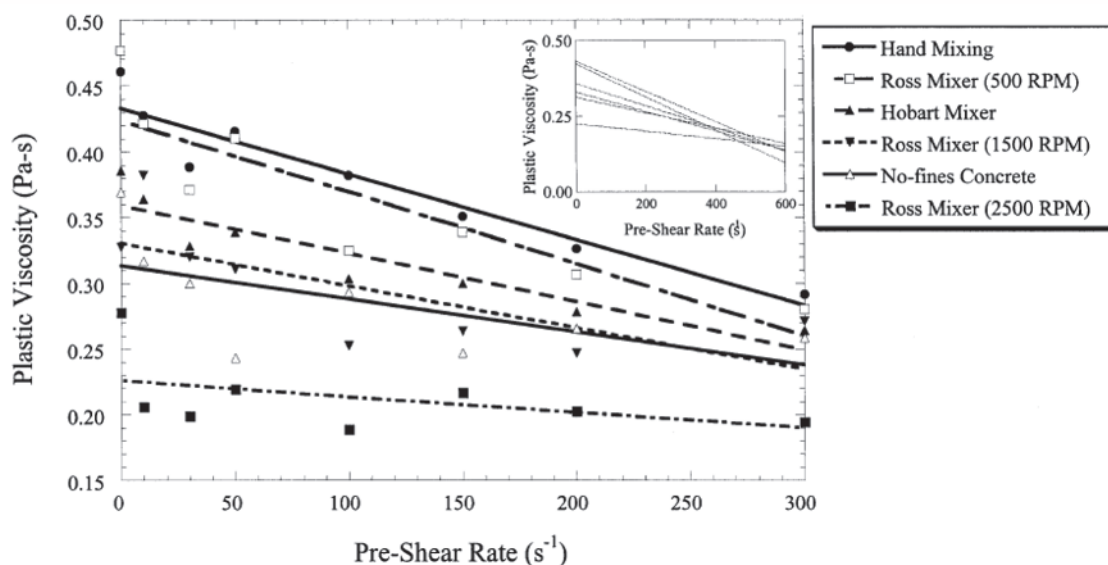


Figura 2.2

Viscosidade plástica em função da pré-taxa de cisalhamento para diferentes técnicas de mistura (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999)

Técnicas simplificadas para avaliação da demanda d'água, apesar de consideradas ensaios "mono-ponto" (BANFILL, 2006), são importantes na ausência de um ensaio mais completo. Essas técnicas incluem a mesa de consistência (flow table) feito em argamassa que é uma opção de ensaio. A norma americana ASTM prevê que cimentos com maior teor de adições devem passar pelo ensaio de mesa de consistência para determinar a quantidade de água utilizada na resistência a compressão (ASTM C109). Como deve ser feito em argamassa e é utilizada uma quantidade grande de material, esse ensaio pode ser trabalhoso para ser implementado como controle de um processo produtivo, mas é uma alternativa para determinação da demanda d'água e eventual correção da relação água/cimento em função do espalhamento (SANYTSKY; KROPYVNYTSKA; RUSYN, 2015).

O funil de Marsh e o mini-slump são técnicas que podem ser aplicadas a pastas de cimento. É possível encontrar referências apontando essas técnicas como complementares já que cada resultado pode ser correlacionado a um parâmetro reológico. O tempo para o escoamento no ensaio de funil de Marsh, correlacionado com as características do cimento, está relacionado à viscosidade aparente da pasta. Já a abertura do mini-slump está relacionada à tensão de escoamento (BANFILL, 2006; GAO; FOURIE, 2015). Essas são técnicas mais rápidas de serem executadas, mas que devem ter uma mistura adequada para serem representativas.

Assim, misturas com energia suficiente para quebrar aglomerados formados por forças de atração superficial (PANDOLFELLI et al., 2000) são pré-condição para ensaios reológicos repetitivos de pastas, argamassas ou concretos. Em trabalhos que avaliaram o efeito das condições de mistura no comportamento reológico observou-se que quanto maior a energia de mistura, maior o estado de desaglomeração das partículas (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS, 1995). Na Figura 2.2 abaixo estão apresentados resultados de viscosidade plástica obtidos por reometria rotacional em pastas submetidas a diferentes condições de mistura. Nesses

resultados a mistura de maior energia apresentou os menores resultados de viscosidade plástica. No mesmo trabalho também foi analisada a área de histerese em fluxo contínuo sendo que a área é maior quanto menor a energia de mistura indicando que nesses casos a estrutura das pastas continuaram a desaglomerar durante o ensaio (WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999). Logo pastas produzidas com maiores energias de mistura seriam mais repetitivas. As condições de mistura também podem influenciar o calor de hidratação e a microestrutura. Estudos mostram que a cinética de hidratação aumenta conforme aumenta as taxas de rotação utilizadas nas misturas uma vez que os grãos de cimento ficam mais afastados, aumenta a superfície de contato com a água e aumenta a probabilidade de choque e fricção entre os grãos (BERODIER; SCRIVENER, 2015; DOLLIMORE; MANGABHAI, 1985; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL, 2011; YANG; JENNINGS, 1995).

3. Programa experimental

3.1 Materiais

Foram produzidas pastas utilizando um cimento que se enquadra na classificação da EN 197 como CEM II/B-L 32,5N (cimento Portland composto com fíler calcário) e uma relação água/cimento de 0,45. A quantidade de água foi escolhida após testes preliminares indicarem que é necessário um teor de água mínimo para que seja possível a realização do ensaio de mini-slump.

O cimento possui massa específica de 2,96 g/cm³, início de pega de 335 min, área superficial blaine de 6150 cm²/g e finura em peneira 75 μm (n° 200) de 1,3%. A distribuição do tamanho de partículas (obtida em um equipamento Malvern Mastersizer 2000, em etanol) está representada na Figura 3.1. A análise química (Tabela 3.1) foi elaborada com base nas diretrizes prescritas na especificação dos cimentos Portland Compostos NBR11578:1991 (ABNT, 1991).

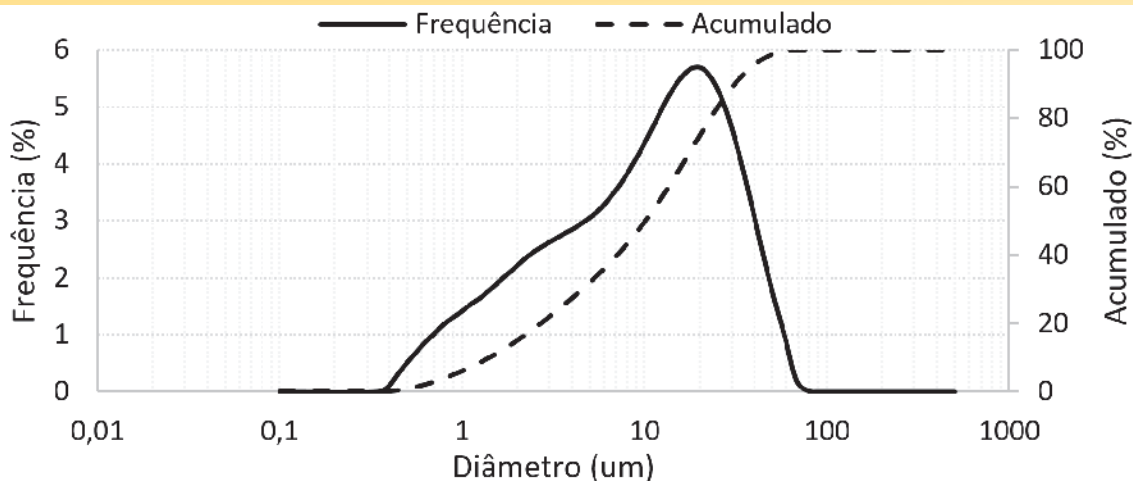


Figura 3.1
Distribuição do tamanho de partículas do cimento

Tabela 3.1
Composição química do cimento (%)

PF	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	Na ₂ O	K ₂ O	CaO-I	RI	CO ₂
13,2	15,6	3,62	2,42	59,9	1,77	2,25	0,08	0,73	1,15	1,94	11,4

A análise mineralógica semi-quantitativa por DRX (obtida em um equipamento Rigaku Windmax 1000 e o software X-Pert HighScore Plus 4.1 da Panalytical) é ilustrada na Tabela 3.2.

3.2 Métodos

3.2.1 Condições de mistura

As pastas de cimento foram misturadas em uma coqueteleira me-

tálica utilizando-se em um agitador mecânico RW20, IKA, com hélice naval de 35 mm de diâmetro. As condições de mistura foram variadas em relação ao:

- tempo de mistura (60, 90, 180, 210 a 300 segundos),
 - velocidade de rotação (320 a 2550 rpm) e
 - momento de realização do ensaio (imediatamente após a mistura ou em 340 segundos do primeiro contato com a água).
- O tempo de hidratação foi apontado como uma possível variável, por

Tabela 3.2
Composição semi-quantitativa por DRX (%)

Fase	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF	Dolomita	Calcita	Bassanita	Anidrita-II	Quartzo
Fichas PDF	00-013-0272	01-086-0398	01-070-0839	96-900-3349	01-075-1711	01-086-0174	01-083-0438	01-072-0916	46-1045
%	42,7	13,1	3,8	5,7	1,1	30,4	1,8	0,4	0,9

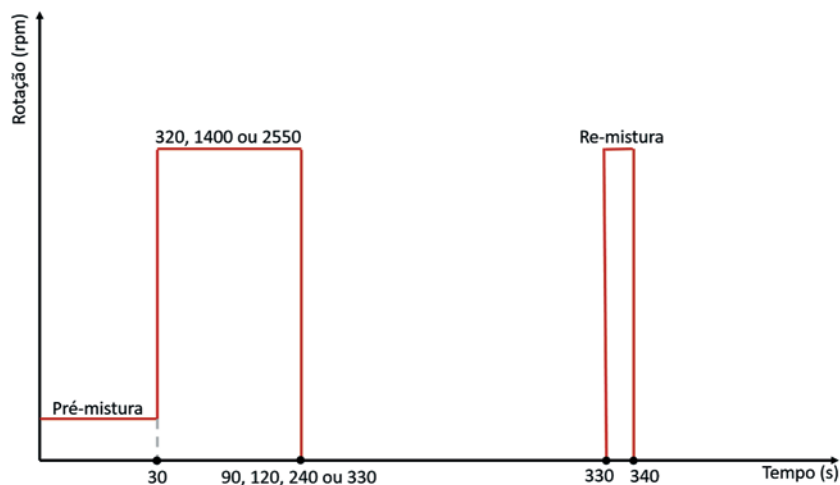


Figura 3.2
Agitador mecânico IKA RW20 (esquerda) e condições de mistura utilizadas (direita)

isso foram realizados ensaios com espera para que todas as pastas atingissem o mesmo tempo de contato com a água e 10 segundos de remistura. Uma ilustração da etapa de mistura é apresentada na Figura 3.2. A temperatura externa foi monitorada para que estivesse entre $23 \pm 2^\circ\text{C}$.

3.2.2 Mini-slump

Após a mistura as pastas foram adicionadas em um mini-cone de

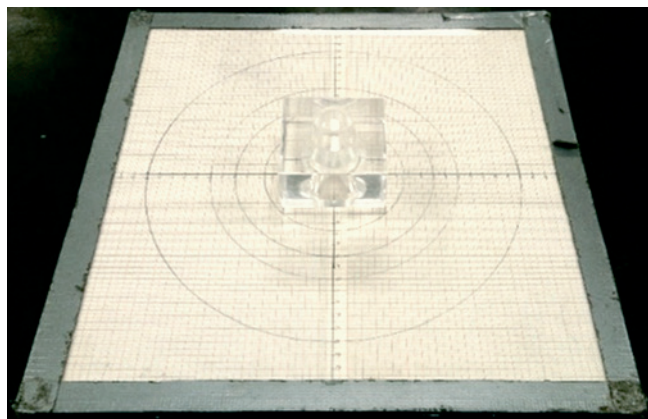


Figura 3.3
Mini-slump em acrílico utilizado nos ensaios

Kantro de acrílico com 6 cm de altura, base inferior de 4 cm de diâmetro e base superior de 2 cm de diâmetro (Figura 3.3). Aplicou-se cinco golpes com bastão de vidro para melhorar o adensamento da pasta e evitar a formação de bolhas no interior, e o excesso da parte superior foi retirado. Em seguida, o cone é levantado rapidamente e o espalhamento medido.

3.2.3 Reometria rotacional

Os ensaios de reometria rotacional foram realizados em um equipamento Haake, MARS 60 (Thermo Scientific), com geometria de placas paralelas de diâmetro de 25mm. Optou-se por aplicar um ciclo de cisalhamento com aceleração da taxa de 0 a 50s^{-1} , seguida de uma desaceleração a 0, conforme ilustrado na Figura 3.4. A temperatura foi mantida em 23°C . Como resultado, foram obtidas curvas de tensão de cisalhamento (σ em Pa) ou viscosidade (η em Pa.s) em função da taxa aplicada ($\dot{\gamma}$ em s^{-1}).

3.2.4 Calorimetria isotérmica

O monitoramento do fluxo de calor durante a reação de hidratação do cimento foi realizado em um calorímetro de condução isotérmica TAM Air (TA Instruments), ilustrado na Figura 3.5 por 48 horas, mantendo-se a temperatura em 23°C .

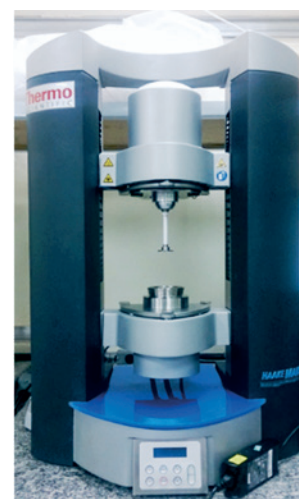
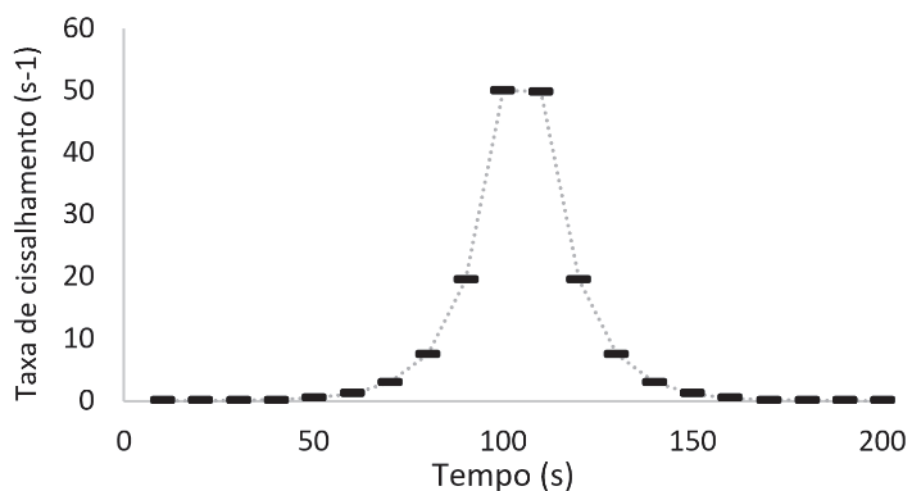


Figura 3.4
Parâmetros de controle do ensaio (esquerda); reometro de pasta Haake MARS 60 (direita)



Figura 3.5
Ensaio de calorimetria isotérmica

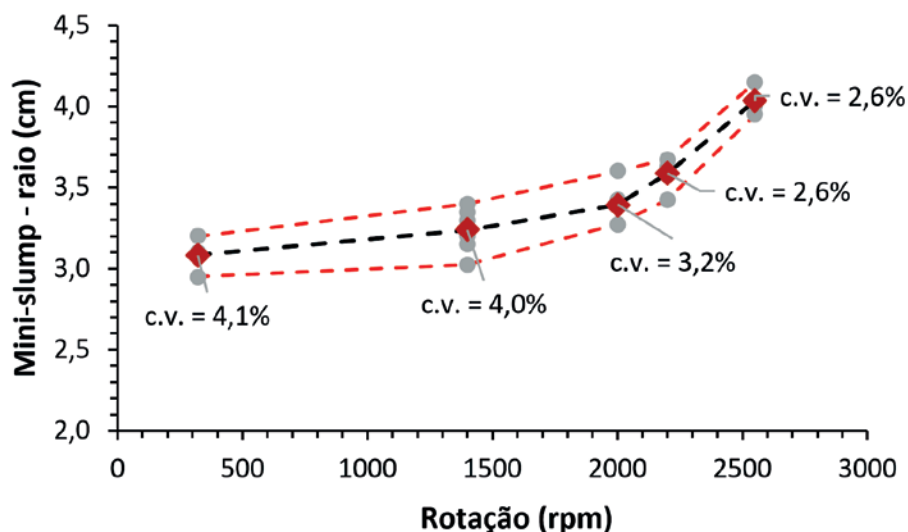


Figura 4.1

Resultados médios (linha preta) e amplitudes (linhas vermelhas) de repetições de mini-slump em função da rotação imposta no agitador mecânico (misturas com 30 segundos de molhagem e 90 segundos de agitação)

4. Resultados e discussão

Inicialmente foi avaliada a influência da velocidade de rotação imposta durante a mistura nos resultados de mini-slump para um tempo de cisalhamento fixo. Em seguida foram analisados diferentes tempos de mistura em três rotações distintas considerando também a possibilidade de o ensaio ser influenciado pelo tempo de hidratação. O terceiro passo foi realizar o ensaio de mini-slump em paralelo com a reometria rotacional para analisar a correlação entre a tensão de escoamento e a abertura. Por fim a avaliação do efeito da mistura no calor de hidratação foi feita combinando o menor e o maior

tempo de mistura com a menor e maior rotação do misturador. A avaliação da significância estatística dos resultados foi realizada por análise de variância de fator único e testes *t-student* dois a dois considerando distribuições bicaudais, variação desigual entre as amostras e um nível de significância de 5%. Os resultados de análises estatísticas estão apresentados para a primeira etapa dos ensaios e descritos nas demais.

4.1 Influência da rotação no espalhamento da pasta

A primeira parte dos ensaios consistiu em produzir pastas com misturas de 30 segundos de molhagem e 90 segundos de rota-

Tabela 4.1

Análise de variância para os resultados apresentados na Figura 4.1

Fonte de variação	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Entre grupos	1,77	4	0,44	25,56	4,69E-06	3,18
No mesmo grupo	0,23	13	0,02	-	-	-
Total	2,00	17	-	-	-	-

Tabela 4.2

Matriz de testes t-student realizados para os resultados apresentados na Figura 4.1

Grupos	320	1400	2000	2200	2500
320	-	25,3%	3,4%	1,0%	0,1%
1400	25,3%	-	9,8%	1,6%	0,0%
2000	3,4%	9,8%	-	15,8%	0,1%
2200	1,0%	1,6%	15,8%	-	1,0%
2500	0,1%	0,0%	0,1%	1,0%	-

ção variável (320 a 2550 rpm). Foram produzidas até 4 pastas por condição de mistura. Os resultados apresentados abaixo na Figura 4.1 seguem a tendência esperada. Os parâmetros resultantes da análise de variância estão apresentados na Tabela 4.1 e os resultados do teste *t-student* estão apresentados na Tabela 4.2.

A análise de variância mostra que há populações distintas nos resultados obtidos ($F > F_{crit}$). O teste *t-student* ilustra que para as rotações de 320 a 1400, 1400 a 2000 e 2000 a 2200 não satisfazem a condição das populações serem distintas (menor que 5%). Porém as demais condições são estatisticamente diferentes permitindo a análise da influência da taxa de rotação na abertura por mini-slump. A dispersão dos resultados diminui com aumento o tempo de cisalhamento tornando o ensaio mais repetitivo. O coeficiente de variação varia de 4% nas duas rotações mais baixas, para 2,6% em 2200 e 2550 rpm. Conforme aumenta-se a rotação do misturador, o espalhamento (ou raio de abertura) aumenta, indicando a redução da tensão de escoamento (BANFILL, 2006; FERRARIS; OBLA; HILL, 2001; GAO; FOURIE, 2015; WILLIAMS; SAAK; JENNINGS, 1999; YANG; JENNINGS, 1995). Isto é esperado em função do maior grau de desaglomeração das partículas provocado pelo aumento da energia imposta durante a mistura (PANDOLFELLI et al., 2000).

4.2 Impacto do tempo de mistura

Para avaliar não apenas o efeito do aumento da rotação, mas também da aplicação de diferentes tempos de mistura, a segunda avaliação realizada nesse trabalho consistiu em variar o tempo de mistura para rotações fixas (320, 1400 e 2550 rpm).

No primeiro grupo de ensaios o mini-slump foi realizado imediatamente após a mistura (Figura 4.2) e a análise de variância comprovou que haviam amostras estatisticamente distintas. A avaliação comparativa dois a dois mostrou que as amostras

eram diferentes. Contudo foi observada uma possível inconsistência para as três rotações impostas em 90 segundos de mistura. Após repetições, oscilações na temperatura foram descartadas como fonte de variação, pois o aquecimento em função do cisalhamento teve alteração irrelevante para todas as misturas e a temperatura ambiente estava controlada. É provável que esteja relacionada ao tempo de ocorrência de reações iniciais de hidratação.

Em seguida, no segundo grupo de ensaios foi fixado o tempo de hidratação (após o primeiro contato com a água) em 340 segundos para a realização dos ensaios de mini-slump. Para reduzir o efeito da reaglomeração durante o tempo de espera as pastas foram submetidas à uma remistura de 10 segundos previamente ao ensaio, tempo que se revelou suficiente em ensaios exploratórios. Os resultados estão apresentados na Figura 4.3.

A análise de variância provou que há amostras estatisticamente diferentes dentre os ensaios. Os testes *t-student* mostram que nas misturas a 320 rpm os primeiros três tempos de mistura impostos (60, 90 e 180 segundos) são estatisticamente iguais. Para misturas a 1400 rpm os primeiros dois tempos são estatisticamente iguais. Por fim, para misturas a 2550 rpm, os primeiros três tempos são estatisticamente distintos. Em todos os casos os dois últimos tempos de mistura (210 e 300 segundos) não possuem diferença estatística.

Além disso os resultados dos ensaios realizados no mesmo tempo de hidratação já não apresentam a inconsistência em 90 segundos de mistura observada anteriormente. Nesse caso, fica mais evidente a tendência de aumento no espalhamento com o aumento do tempo de mistura até 210 segundos principalmente a 2550 rpm. Após este tempo, o a mistura mais longa não produziu aumento do espalhamento significativo. Assim, o maior espalhamento foi obtido com uma mistura de 210 segundos a 2550 rpm.

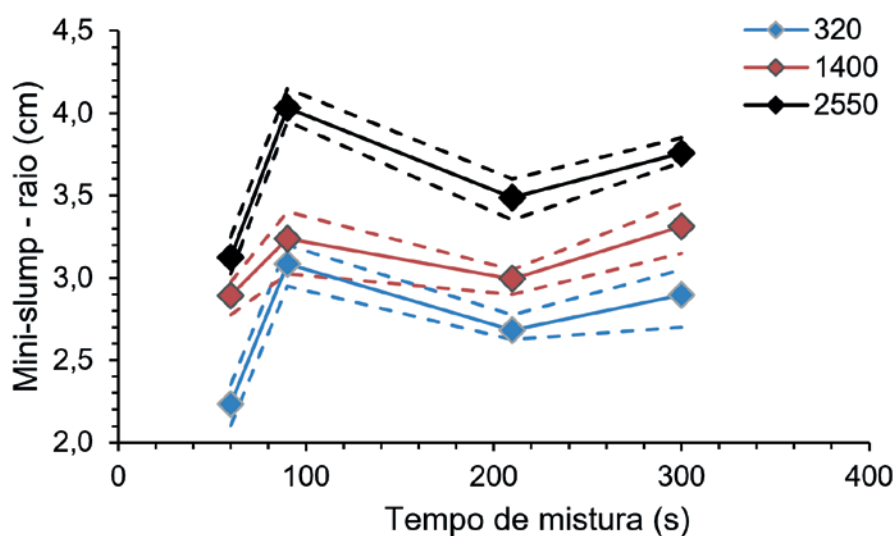


Figura 4.2

Resultados de ensaios mini-slump com diferentes tempos de misturas em diferentes rotações (ensaio realizado imediatamente após o término da mistura). Linhas tracejadas representam os máximos e mínimos obtidos para cada rotação

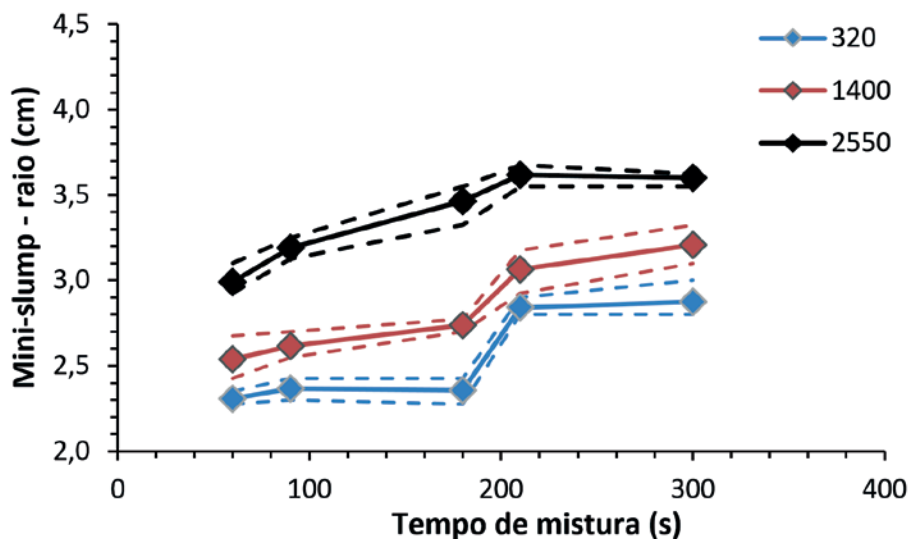


Figura 4.3

Resultados de ensaios mini-slump com diferentes tempos de misturas em diferentes rotações (ensaio realizado após 340 segundos de hidratação com 10 segundos de remistura previamente ao ensaio). Linhas tracejadas representam os máximos e mínimos obtidos para cada rotação

Ao comparar os resultados dois a dois para as mesmas condições de mistura e diferentes tempos de execução do ensaio, observa-se que de fato as misturas são diferentes com exceção das amostras misturadas por 300 segundos e as misturadas a 320 rpm por 60 segundos, esta última que apresentou valores pequenos de abertura. Assim, esses resultados são um grande indicativo que o tempo de hidratação impactou os resultados dos ensaios.

4.3 Reometria rotacional

Para verificar se há correlação entre os resultados de mini-slump e a tensão de escoamento obtida por reometria rotacional, foram realizados ensaios nas pastas misturadas a 1400 ou 2500 rpm

por 210 e 300 segundos. Os ensaios foram realizados imediatamente após a mistura e após 340 segundos do início, precedido de remistura de 10 segundos (mesmos procedimentos utilizados anteriormente).

A Figura 4.4 abaixo exemplifica os resultados obtidos no ensaio de reometria rotacional, que mede o esforço necessário (tensão de cisalhamento) para determinadas taxas de cisalhamento. Neste caso as pastas foram aceleradas do repouso até uma taxa de 50 s⁻¹ e a seguir, desaceleradas. A tensão de escoamento é obtida como o ponto da curva de taxa 1 s⁻¹ (relacionado à precisão do equipamento) na desaceleração.

Os resultados de tensão de escoamento em função da rotação utilizada na mistura estão representados na Figura 4.5. Aparentemente

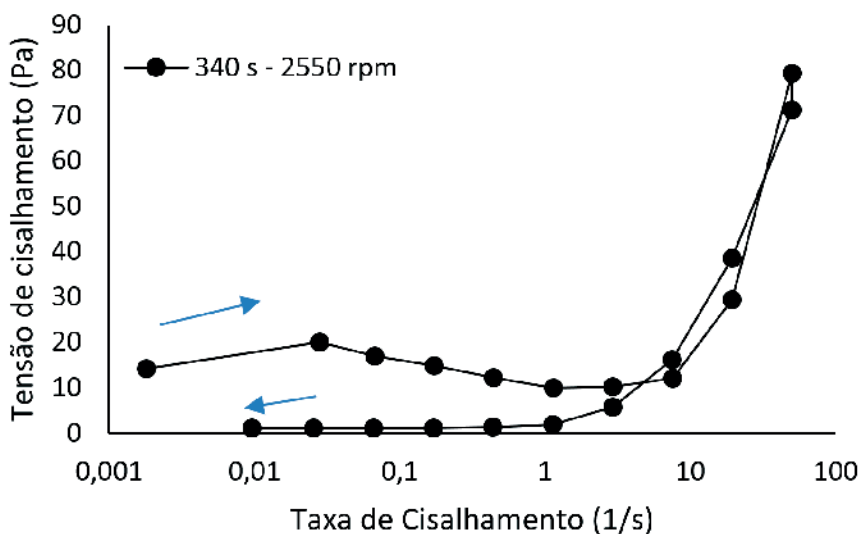


Figura 4.4

Resultado típico do ensaio de reometria rotacional realizado

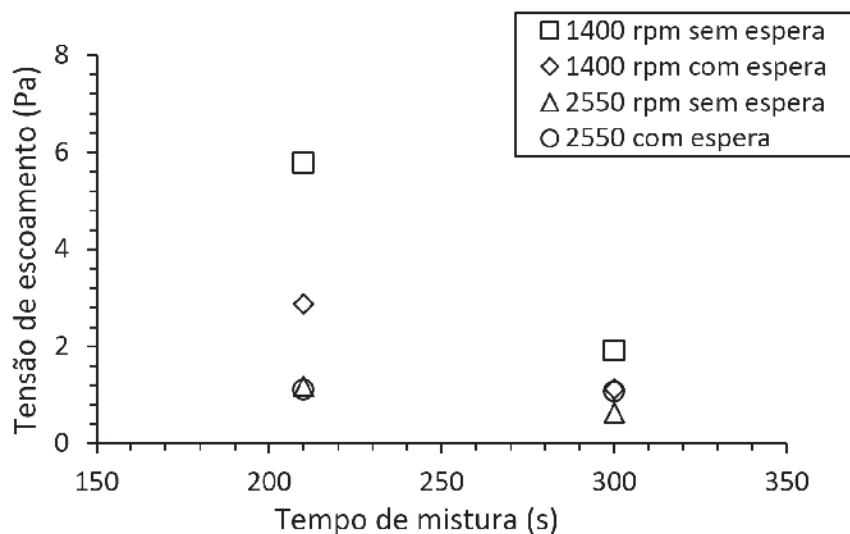


Figura 4.5

Tensão de escoamento em função do tempo de mistura para rotações de 1400 e 2550 rpm e ensaios realizados imediatamente após a mistura e com espera até 340 segundos de hidratação

quanto maiores as rotações de mistura, menores foram as tensões de escoamento registradas. Observa-se que o efeito de aumento do tempo de mistura para a mistura a 2550 rpm tem pouco impacto na tensão de escoamento, que permanece muito baixa. Nesta rotação também não foi possível observar efeito de reaglomeração durante a espera. O efeito da mistura na viscosidade foram relativamente pequenos. Apesar de ter sido realizado um único ensaio para cada condição, as conclusões estão alinhadas com os resultados apresentados nos itens anteriores.

Como relatado na literatura (GAO; FOURIE, 2015), foi observada correlação entre o resultado de mini-slump e a tensão de escoamento obtida por reometria rotacional (Figura 4.6). No entanto,

o ensaio de reometria rotacional é mais sensível em relação ao mini-slump: enquanto o resultado da tensão de escoamento variou entre ~0,5 e 6 Pa (12 vezes) o resultado do entre 3 e 4 cm (1,3 vezes). Não houve correlação entre o espalhamento e a viscosidade aparente. A estimativa da viscosidade com o mini-slump exige a medida do tempo de escoamento.

4.4 Influência da mistura na cinética de hidratação

A literatura revela que um aumento da energia de mistura provoca uma aceleração da taxa de hidratação (BERODIER; SCRIVENER, 2015; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL,

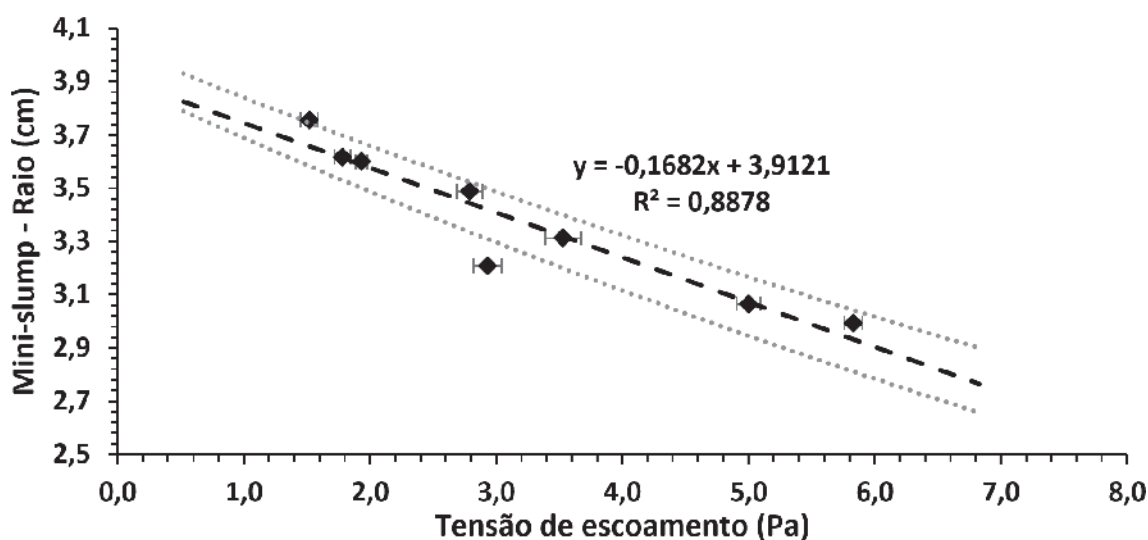


Figura 4.6

Abertura mini-slump (raio em cm) em função da tensão de escoamento (Pa) obtida por reometria rotacional

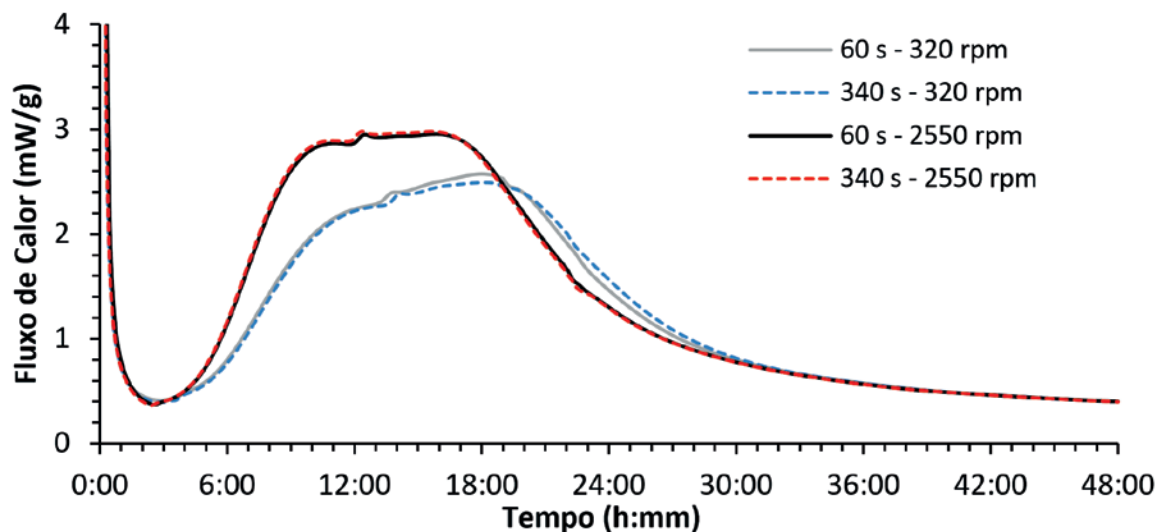


Figura 4.7
Curvas de liberação de calor para condições extremas de mistura (23°C)

2011). Esta taxa pode ser medida nos ensaios de calorimetria isotérmica pela taxa de liberação de calor (J/s) no período de aceleração. Isso impacta não só nas resistências nas primeiras idades, mas também no desenvolvimento da microestrutura do material cimentício (YANG; JENNINGS, 1995), o que é indesejável.

O fluxo de calor foi avaliado nas pastas de cimento misturadas por 60 e 340 segundos nas rotações de 320 e 2550 rpm, condições extremas que devem incluir os demais cenários estudados.

A Figura 4.7 mostra que a rotação imposta durante a mistura influencia na cinética de hidratação de forma significativa, porém, a variação do tempo não. A mistura a 2550 rpm aplica uma energia cinética superior nas partículas em relação à mistura a 320 rpm. Já tempo de mistura impacta no aumento da probabilidade de choques que, com o uso da mesma energia cinética, não provocaram diferenças na liberação de calor. Estes resultados estão de acordo com o relatado na literatura (BERODIER; SCRIVENER, 2015; JUILLAND et al., 2012; TAKAHASHI; BIER; WESTPHAL, 2011).

O tempo de pega, determinado pela calorimetria isotérmica (ASTM C1679) foi reduzido de 460 (320 rpm) para 400 minutos para amostras misturadas em 2550 rpm.

Não só o perfil de liberação de calor, mas o calor acumulado também sofreu alteração. O calor total em 48 horas descontado o período de dissolução foi de 220 e 210 J/g para amostras misturadas a 320 rpm por 60 e 300 segundos respectivamente. Já para amostras misturadas a 2550 rpm por 60 e 300 segundos, o calor total em 48 horas subiu para 240 e 235 J/g. Apesar de haver uma pequena diferença entre amostras misturadas na mesma rotação, há um aumento da liberação de calor com o aumento da rotação. De acordo com referências, esse efeito é resultado da aplicação de uma maior energia de mistura que contribui para um aumento da reatividade devido ao cisalhamento entre as partículas (BERODIER; SCRIVENER, 2015).

5. Conclusões

A energia de mistura, representada neste experimento pelo tempo

e a velocidade de rotação, além do momento decorrido entre o início da mistura e a realização do ensaio exerceram influência relevante nos resultados de espalhamento no ensaio mini-slump. Velocidades de mistura mais elevadas – que propiciam maior energia cinética nas partículas e aumentam a probabilidade de colisões que destroem aglomerados – produziram, de forma geral, menores variabilidades nos resultados.

O mini-slump se revelou uma ferramenta de baixo custo, prática e sensível a mudanças na tensão de escoamento, um importante parâmetro reológico das pastas de cimento. Porém, não se tem nenhuma informação sobre as características das pastas sob diferentes condições de cisalhamento, visto que se trata de um ensaio monoponto.

A mistura influenciou também a taxa de liberação de calor durante a reação química do cimento: rotações mais elevadas provocaram taxas de aceleração mais acentuadas no pico principal de hidratação. Na prática esse efeito afeta principalmente as resistências iniciais. Na configuração de teste, a rotação mais adequada de mistura foi a mais alta, 2550 rpm por tempo de 210 segundos de mistura. É provável que rotações mais elevadas, possíveis com outros equipamentos, continuem a diminuir a variabilidade dos ensaios.

6. Referências bibliográficas

- [1] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C109: Standard Test Method for Compressive Strength of Hydraulic Cement Mortars (Using 2-in. or [50-mm] Cube Specimens). ASTM International, 2016.
- [2] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C1679: Standard Practice for Measuring Hydration Kinetics of Hydraulic Cementitious Mixtures Using Isothermal Calorimetry. ASTM International, 2014.
- [3] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7215:1996 Versão corrigida 1997 – Cimento Portland – Determinação da resistência à compressão. Rio de Janeiro, 1997. 8p

- [4] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 11578:1991 Versão corrigida 1997 – Cimento Portland Composto – Especificação. Rio de Janeiro, 1997. 8p
- [5] BANFILL, P. F. G. Rheology Of Fresh Cement And Concrete. In: Rheology Reviews 2006. London: The British Society of Rheology, 2006. p. 61–130.
- [6] BERODIER, E.; SCRIVENER, K. L. Filler effect at early hydration. ICCC, International congress on the Chemistry of Cement, 2015.
- [7] DAMINELLI, B. L. et al. Viscosity prediction of cement-filler suspensions using interference model: A route for binder efficiency enhancement. Cement and Concrete Research, v. 84, p. 8–19, jun. 2016.
- [8] DOLLIMORE, D.; MANGABHAI, R. J. Effect of mixing time on heat evolution pattern of cement pastes. *Thermochimica Acta*, v. 85, p. 223–226, 1 abr. 1985.
- [9] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EN 197-1: Cement – Part 1: Composition, specifications and conformity criteria for common cements. Brussels, 2012.
- [10] FERRARIS, C. F.; OBLA, K. H.; HILL, R. The influence of mineral admixtures on the rheology of cement paste and concrete. Cement and Concrete Research, v. 31, n. 2, p. 245–255, fev. 2001.
- [11] GAO, J.; FOURIE, A. Spread is better: An investigation of the mini-slump test. *Minerals Engineering*, v. 71, p. 120–132, fev. 2015.
- [12] JUILLAND, P. et al. Effect of mixing on the early hydration of alite and OPC systems. Cement and Concrete Research, v. 42, n. 9, p. 1175–1188, set. 2012.
- [13] PANDOLFELLI, V. C. et al. Dispersão e empacotamento de partículas - princípios e aplicações em processamento cerâmico. São Paulo: Fazendo Arte, 2000.
- [14] ROMANO, R. C. O. et al. Impacto do tipo de misturador e do tempo de mistura nas propriedades de argamassas industrializadas. *Ambiente Construído, Porto Alegre*, v. 9, n. 4, p. 109–118, 2009.
- [15] SANYTSKY, M.; KROPYVNYTSKA, T.; RUSYN, B. Sustainable green engineered composites containing ultrafine supplementary cementitious materials. ICCC, International congress on the Chemistry of Cement, 2015.
- [16] TAKAHASHI, K.; BIER, T. A.; WESTPHAL, T. Effects of mixing energy on technological properties and hydration kinetics of grouting mortars. Cement and Concrete Research, v. 41, n. 11, p. 1167–1176, nov. 2011.
- [17] WEDDING, P.; KANTRO, D. Influence of Water-Reducing Admixtures on Properties of Cement Paste—A Miniature Slump Test. *Cement, Concrete and Aggregates*, v. 2, n. 2, p. 95, 1980.
- [18] WILLIAMS, D. A.; SAAK, A. W.; JENNINGS, H. M. The influence of mixing on the rheology of fresh cement paste. Cement and Concrete Research, v. 29, n. 9, p. 1491–1496, set. 1999.
- [19] YANG, M.; JENNINGS, H. M. Influences of mixing methods on the microstructure and rheological behavior of cement paste. *Advanced Cement Based Materials*, v. 2, n. 2, p. 70–78, mar. 1995.

Punching shear resistance of reinforced concrete footings: evaluation of design codes

Resistência à punção de sapatas de concreto armado: avaliação de normas de projeto



D. F. A. SANTOS^a
eng.prof.santos@gmail.com

A. F. LIMA NETO^b
aaraon@ufpa.br

M. P. FERREIRA^c
mpinaf@gmail.com

Abstract

Punching is a possible failure mode for slender footings and it may lead a structure to ruin through progressive collapse. Although footing present different geometric characteristics, their punching shear design is based on the empirical methods used for flat slabs. This paper uses experimental results from 216 tests to evaluate the performance of design code recommendations presented by ACI 318 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) and Eurocode 2 (2010) to estimate the punching shear resistance of reinforced concrete footings. Great dispersion between theoretical and experimental results was observed, being evident that the test system affects the punching shear capacity of footings. The more complex method proposed by Eurocode 2 resulted in a better correlation with experimental results.

Keywords: punching shear, footings, reinforced concrete.

Resumo

A punção é um possível modo de ruptura para sapatas esbeltas e pode levar uma estrutura à ruína através do colapso progressivo. Apesar das sapatas apresentarem características geométricas diferenciadas, seu dimensionamento à punção é feito com base em métodos empíricos similares aos usados para ligações laje-pilar. Este artigo utiliza resultados experimentais de 216 ensaios para avaliar o desempenho das recomendações apresentadas pelas normas ACI 318 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2010) para a estimativa da resistência à punção de sapatas de concreto armado. Foi observada grande dispersão entre os resultados teóricos e experimentais, ficando evidente que o tipo de sistema de ensaio afeta a resistência à punção de sapatas. O método mais complexo proposto pelo Eurocode 2 resultou em uma melhor correlação com os resultados experimentais.

Palavras-chave: punção, sapatas, concreto armado.

^a Faculty of Civil Engineering, FAPAC / ITPAC-PORTO, Institute Tocantinense President Antônio Carlos Porto, Palmas, TO, Brazil;

^b Faculty of Civil Engineering, CAMTUC, Federal University of Pará, Belém, PA, Brazil;

^c Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, PA, Brazil.

1. Introduction

Choosing the type of foundation is a fundamental step in the process of designing a structure. Failures at this stage can lead to either inadequate performance in service or represent risks to the safety of the building. The foundation elements are usually classified in two ways: shallow foundations and deep foundations. Footings are shallow foundations that transfer the loads from the structure to the soil through their base.

Punching shear is a possible failure mode for slender footings, that according to BROMS [1] is characterized by a shear-like crack, which extends from the ends of the column to the face of the footing base, but in a breakout cone shape. The punching shear resistance of reinforced concrete footings can be affected by different parameters, like the compressive strength of concrete, the flexural reinforcement ratio, the geometry, thickness and slenderness of the footing. Figure 1 illustrates an application of reinforced concrete footings with large dimensions as a foundation for a wind tower in the United Kingdom.



Figure 1
Examples of the use of footings as foundation in large structures

In cases where these elements have variable height, design codes like EUROCODE 2 [2] recommend that the punching shear resistance can be verified in failure planes with different inclinations, as shown in Figure 2. According to HEGGER *et al.* [3] and [4], in the case of footings, the angle of the failure plane is also affected by the ratio a/d , especially due to arch action, tending to be 45° for cases where $a/d \leq 1.25$ and less than 35° for cases where $a/d \geq 2$. The punching shear design of footings is based on empirical methods presented by design codes for concrete structures. These methods were developed based on available experimental evidences, which mostly refer to tests on slab-column connections. This paper presents an evaluation of the performance of design codes like ACI 318 [5], EUROCODE 2 [2] and ABNT NBR 6118 [6] in the prediction of the punching resistance of reinforced concrete footings without shear reinforcement. This is made through the analysis of the correlation between theoretical and experimental resistances using a database with 216 selected test results. A penalty criterion proposed by COLLINS [7] is used to evaluate the reliability of these design code recommendations. The composition of this database followed a selection methodology aiming to allow the evaluation of different parameters in the punching shear resistance of reinforced concrete footings. In these analyses, the compressive strength of concrete (f_c), the effective depth of the footing (d), the flexural reinforcement ratio (ρ), and the ratios between the column perimeter and the shear span-to-depth ratio of the footing (u_0/d e a/d) are considered. It is a relevant discussion that takes place in an international context, with recent contributions, such as the ones of SIMÕES *et al.* [8] and [9] and KUERES *et al.* [10].

2. Historical development of the punching shear study on footings

Footings are characterized by transferring loads directly to the soil through their base, and in these cases, the stress distribution depends on the type of the soil under which the footings are settled. According to MACGREGOR and WIGHT [11], a reinforced concrete footing supported by a sandy soil will have a stress distribution like the one in Figure 3a. In this case, the sand near the ends of the footing tends to move laterally when the footing is loaded, causing a decrease of soil stresses in this region. In case of footings under a clay soil base, the stress distribution is similar to what is presented

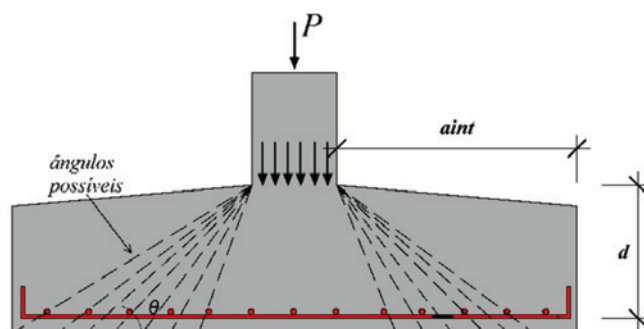


Figure 2
Punching shear failure in reinforced concrete footings without shear reinforcement

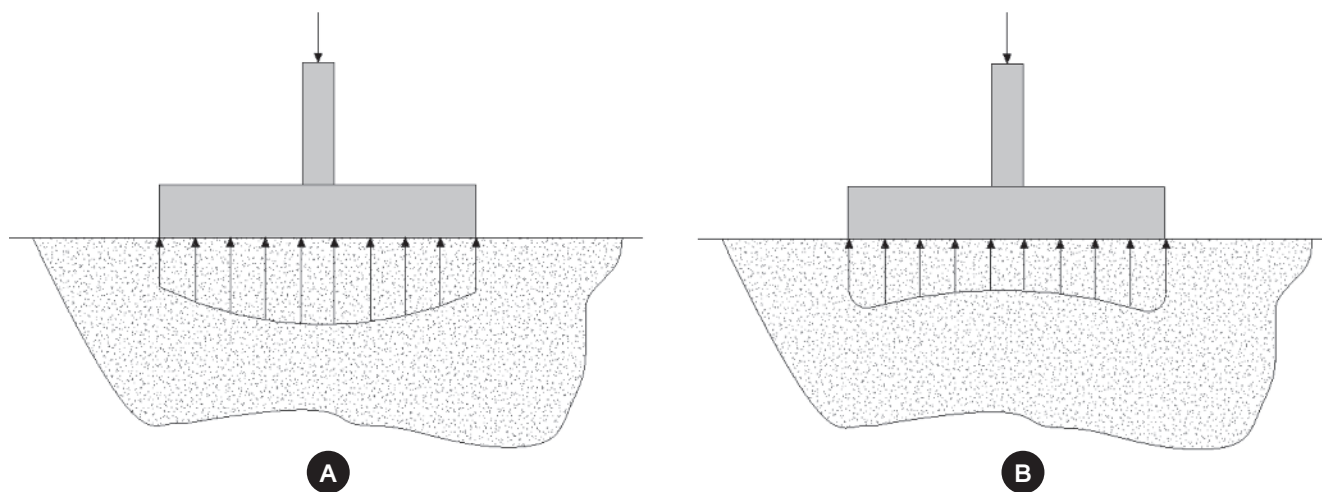


Figure 3
Stress distribution as a function of the soil type. a) sandy soil; b) clayey soil. (MACGREGOR e WIGHT [11])

in Figure 3b. It is possible to notice that as the footing is loaded, the soil deforms in a cup shape, relieving stresses in the central region of its base. For structural design purposes, it is common to assume that soil stresses are distributed steadily in the base.

HEGGER *et al.* [3] say that in case of footings a/d significantly influences punching shear resistance. According to these authors, the influence of this parameter is greater than from those usually considered in design, such as the compressive strength of concrete (f_c) and the flexural reinforcement ratio (ρ), since in these cases the inclination of the failure plane is directly related to this ratio. EUROCODE 2 [2] is the only design code that recommends the consideration of this parameter when estimating punching shear resistance of reinforced concrete footings. Figure 4 illustrates the variation of the critical shear span (a_{crit}) to punching shear resis-

tance for reinforced concrete footings in accordance to Eurocode in function of the effective depth of the footing.

Historically, the first study on punching shear was published in 1913 by TALBOT [12], who performed a long series of tests on reinforced concrete footings, simulating the interaction between the footing and the soil through steel springs. After him, many researchers contributed to the study of punching shear on footings, evaluating different simulation methods of the soil reaction. DIETERLE and STEINLE [13] and DIETERLE and ROSTÁSY [14] used a system with many hydraulic cylinders driven together to simulate the application of a uniformly distributed load through the base of the footing, being a reference to future studies like the one from HALLGREN *et al.* [15], who tested footings with uniformly distributed loading systems and also radially concentrated reaction ones, similar to the procedure used for testing slab-column connections locally.

HEGGER *et al.* [3] and [4] used a test system with a sandbox to simulate the soil effect, having as one of the variables the sand degree of compaction, which varied from loose to dense. Later, BONIĆ and FOLIĆ [16] also performed tests of this type, but using a mixture of sand and river gravel. Figure 5 shows some of the different systems used to test punching shear resistance of footings. It is important to highlight that the variety of test systems used to compose the existent experimental database for punching shear on footings can be constructed on a variable capable of influencing the quality and reliability of these results.

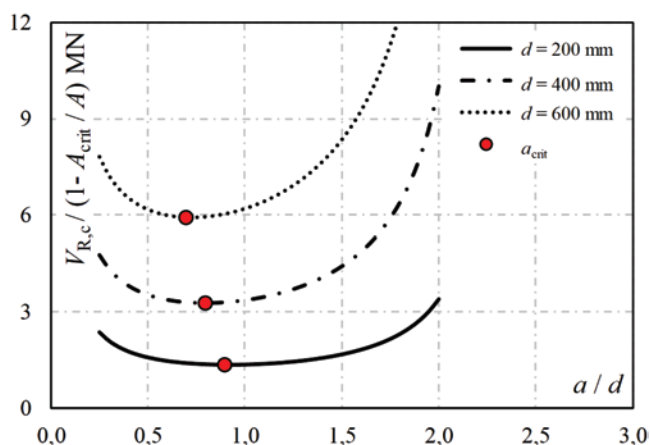


Figure 4
Variation of a_{crit} according to Eurocode 2 in function of the footing thickness. Assumed: $c = 300$ mm, $\rho = 1\%$, $f_c = 25$ MPa, $u = c + 4d$

3. Methods to estimate punching shear resistance

3.1 ACI 318

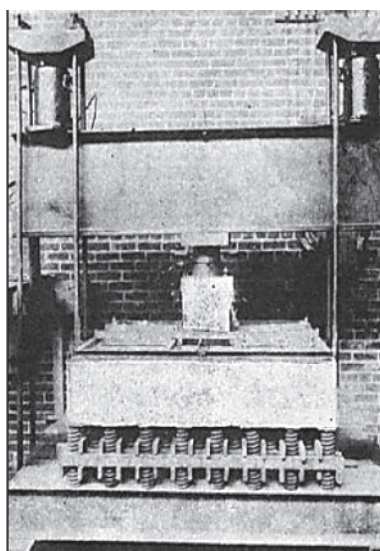
According to ACI 318 [5], the verification of punching shear resistance on footings shall be done by verifying shear stresses in a control perimeter $d/2$ away from the faces of the column or from the ends of the loaded area, as shown in Figure 6. In these cases, the shear stress (v_v) shall be less than the shear strength provided by concrete (v_c), as expressed below.

$$v_u < \phi v_c$$

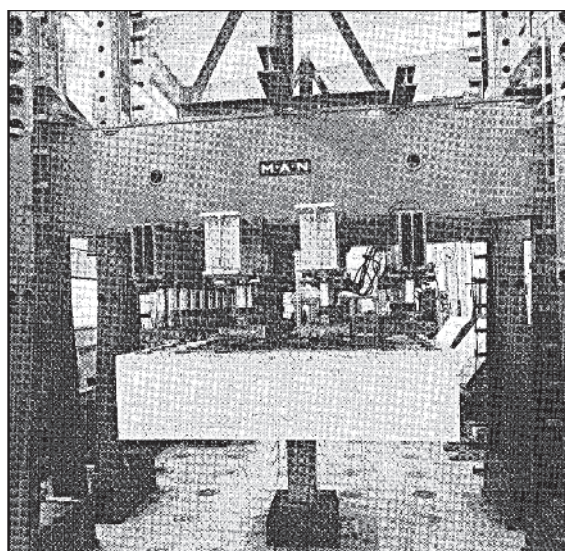
$$v_u = \frac{V}{u_1 d}$$

$$v_c = \min \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f_c} \\ \left(\frac{\alpha_s d}{u_1} + 2\right) \frac{1}{12} \sqrt{f_c} \\ \frac{1}{3} \sqrt{f_c} \end{cases}$$

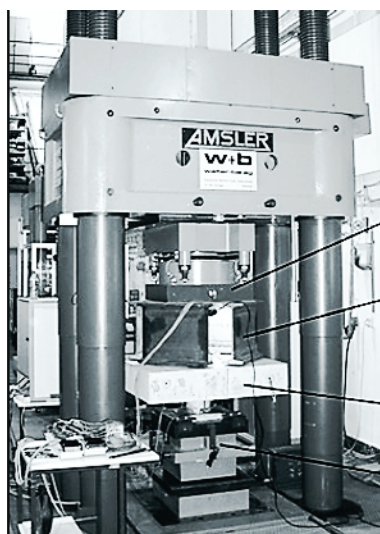
- (1) Where:
 v_u is the maximum shear stress acting around the control perimeter u_1 ;
 v_c is the shear strength;
- (2) ϕ is a safety factor, assumed in this paper as 1.0;
 V is the shear force in the footing;
 u_1 is a control perimeter $d/2$ away from the face of the column;
 β_c is the ratio between the largest and the smaller dimension of the column;
 f_c is the compressive strength of concrete in MPa ($f_c \leq 69$ MPa);
 α_s is a constant that assumes value of 40 for the case of internal columns, 30 for edge column and 20 for corner column;
 d is the effective depth of the footing.
- (3)



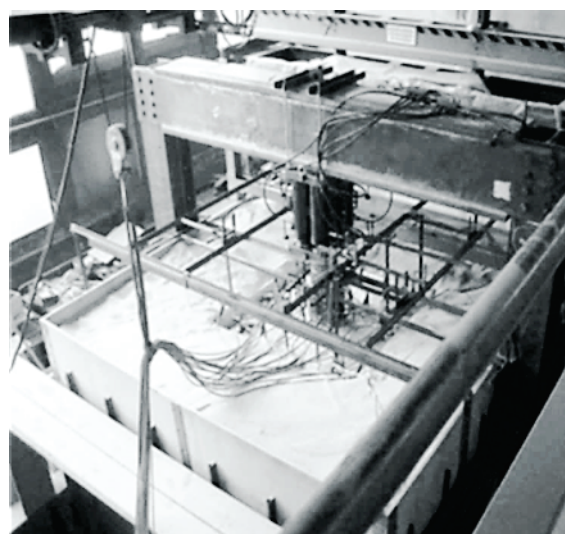
A Spring system



B Distributed load system



C Concentrated load system



D Sandbox system

Figure 5
 Different test systems used to evaluate punching shear resistance of footings

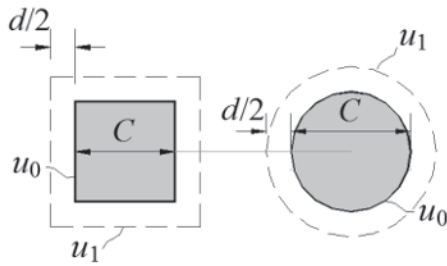


Figure 6
Control perimeter according to ACI 318 [5]

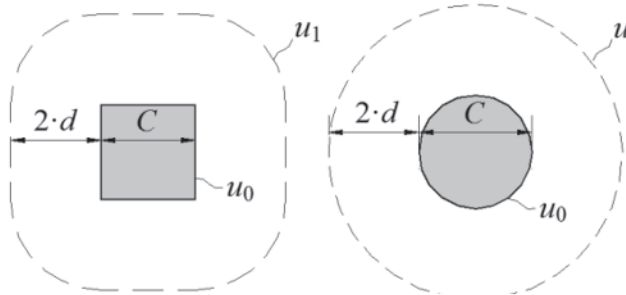


Figure 7
Control perimeter according to Eurocode 2 [2] and ABNT NBR 6118 [6]

3.2 Eurocode 2

EUROCODE 2 [2] defines that shear stress in reinforced concrete footings without shear reinforcement and with concentric load shall be calculated by Equation 4, where the control perimeter is determined as shown in Figure 7.

$$v_u = \frac{V_{red}}{u_1 d} \tag{4}$$

Where:

V_{red} is the reduced shear force to consider the soil-structure interaction;
 u_1 is the control perimeter $d/2$ away from the faces of the column;
 d is the effective depth of the footing.

In case of punching shear on footings, this design code allows that the soil reaction contained within the region of the control perimeter be considered for the reduction of the shear force in the footing. The reduced shear force V_{red} can be calculated by Equation 5, while the punching shear resistance of footings can be calculated by Equation 6.

$$V_{red} = V \left(1 - \frac{A_{crit}}{A} \right) \tag{5}$$

$$v_c = C_{Rd,c} k (100 \rho f_c)^{1/3} \frac{2d}{a_{crit}} \geq v_{min} \frac{2d}{a_{crit}} \tag{6}$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_c^{1/2} \tag{7}$$

Where:

A_{crit} is the area within the control perimeter, measured at a a_{crit} distance from the face of the column;

A is the contact area with the soil of the footing;

$C_{Rd,c}$ is a constant determined by the each country's national annex, recommended by Eurocode as being 0.18;

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0$, with d in mm;

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 2.0$ is the flexural tensile reinforcement ratio of the footing, where ρ_x and ρ_y are the ratios in x and y directions, respectively. In calculations, the bars shall be considered within a region $3d$ away from the faces of the column;

f_c is the compressive strength of concrete, which according to EUROCODE 2 [2], shall be less than 90 MPa, but respecting the established limits by each country's annex;

a_{crit} is the distance from the face of the column to the considered control perimeter, determined by an interactive process.

This design code also recommends that the shear stress in the perimeter of the column (u_0) shall be limited to:

$$v_{max} = 0.24 f_c \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \tag{8}$$

3.3 ABNT NBR 6118

ABNT NBR 6118 [6] defines that the verification of punching shear resistance on footings shall be done considering the same recommendations used for designing slab-column connections, as expressed below.

$$v_u = \frac{V}{u_1 d} \tag{9}$$

$$v_c = 0.182 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \tag{10}$$

$$v_{max} = 0.27 f_c \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \tag{11}$$

Where:

V is the shear force in the footing;

u_1 is the control perimeter $d/2$ away from the faces of the column, with the geometry recommended by Eurocode;

d is the effective depth of the footing.

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$ is the flexural tensile reinforcement ratio, calculated analogously to what is presented by Eurocode;

f_c is the compressive strength of concrete. On its current version, the Brazilian code allows the design of structures with concretes that have compressive strength up to 90 MPa.

In case of Equation 11, the Brazilian code allows v_{max} to be increased by 20% in case of internal columns when the spans that reach this column do not differ by more than 50% and there are no openings near the column. These are the rules for use in the verification of slab-column connections, but that have been assumed to be valid for the footings in this paper since they were concentric loaded.

4. Database

4.1 Data collection methodology

A total of 335 tests on reinforced concrete footings were found in the literature. These results were collected and filtered in function of the following parameters: compressive strength of concrete; geometry and thickness of the footing; usage of shear reinforcement. Table 1 presents the criteria used to filter the tests that composed the database.

Current design codes specify that the minimum compressive strength of concrete for use in structures and foundations is 20 MPa, but in the past, much lower values were used. In these analyses, it was established that test results on footings with $f_c < 15$ MPa would be discarded. In relation to the geometry of the footings, all specimens that had no circular or square base were discarded because a/d would be different in x and y directions. Regarding the effective depth, it was considered that any test on footings with effective depth less than 100 mm is not representa-

tive of the actual characteristics of these structural elements. All tests on footings with shear reinforcement were discarded, as well as two of the footings tested by BONIĆ and FOLIĆ [16], whose results were much far from the theoretical predictions of all design codes, though the specimens had physical characteristics similar to the other ones.

After collecting and filtering the data, a total of 216 footings remained, which composed a database for the analysis of the normative methods, as indicated in Table 2. Aiming to evaluate the

Table 1

Summary of the process of filtering and composition of the database

Authors	N° of Tests	Filtering criterion					Used tests
		$f_c < 15$ MPa	Square Geom.	$d < 100$ mm	Shear reinf.	Low reliability	
Talbot [12]	69	50	-	-	-	-	19
Richart [17]	140	3	12	-	-	-	125
Rivkin [18]	9	-	-	9	-	-	0
Kordina and Nölting [19]	11	-	11	-	-	-	0
Dieterle and Rostásy [14]	25	-	3	-	4	-	18
Hallgren <i>et al.</i> [15]	14	1	-	-	3	-	10
Timm [20]	10	-	-	-	7	-	3
Sundquist and Kinnunen [23]	8	-	-	-	-	-	8
Hegger <i>et al.</i> [3]	5	-	-	-	1	-	4
Hegger <i>et al.</i> [4]	17	-	-	-	4	-	13
Bonić and Folić [16]	6	4	-	-	-	2	0
Urban <i>et al.</i> [21]	9	-	-	-	-	-	9
Siburg and Hegger [22]	12	-	-	-	5	-	7
Total n° of obtained tests				335			
Total n° of filtered tests				119			
Total n° of used tests				216			

Table 2

Summary of the database footings characteristics

Authors	N° of tests	Test type	b (mm)	d (mm)	ρ (%)	c (mm)	Sect.	f_c (MPa)	V_u (KN)
[12]	19	Springs	1524	178 - 254	0.33 - 0.62	305	S	15.0 - 20.2	549 - 1483
[17]	125	Springs	2134	203 - 356	0.20 - 1.23	305 - 356	S	15.0 - 34.8	1326 - 2713
[14]	18	Dist.	1500	290 - 760	0.14 - 0.86	150 - 450	S	20.1 - 30.6	859 - 5338
[15]	10	Con./Dist.	850 - ϕ 960	232 - 250	0.25 - 0.66	250	C	19.5 - 40.0	622 - 1363
[20]	3	Con.	760 - 1080	172 - 246	1.18 - 1.25	175 - 250	C	32.8 - 40.7	668 - 1060
[23]	8	Con.	1730 - 2300	160 - 240	0.37 - 0.58	500 - 1000	C	24.6 - 35.4	875 - 1763
[3]	4	Sand	900	150 - 250	0.62 - 1.03	150 - 175	S	17.6 - 24.5	530 - 1251
[4]	13	Sand/Dist.	1200 - 1800	250 - 470	0.85 - 0.88	200	S	19.0 - 38.1	1203 - 3037
[21]	9	Con.	1200	118 - 318	0.29 - 0.86	200	C	26.2 - 32.5	270 - 2000
[22]	7	Dist.	1200 - 2700	400 - 590	0.12 - 0.40	200 - 300	S	19.6 - 53.3	1548 - 5392

Table 3
Demerit scale, according to the criterion of COLLINS [7]

V_u / V_{teo}	Classification	Penalty
< 0.50	Extremely dangerous	10
[0.5 - 0.65]	Dangerous	5
[0.65 - 0.85]	Low safety	2
[0.85 - 1.30]	Appropriate safety	0
[1.30 - 2.00]	Conservative	1
≥ 2.00	Extremely conservative	2

reliability and performance of these codes, a weighted system of classification based on penalties was applied, presented by COLLINS [7], called “Demerit Points Classification” (DPC), that takes into account aspects of safety, accuracy and economy. Table 3 presents the demerit scale proposed by Collins, where a penalty is assigned to each interval from V_u / V_{teo} , and the total penalty defines the performance of each design code. The higher the value of the total sum, the worse the normative process is considered.

5. Results

Figures 8, 9 and 10 present a comparison between the experimental results from the database and the theoretical ones obtained according to ACI 318 [5], EUROCODE 2 [2] and ABNT NBR 6118 [6], taking as variables the following parameters: compressive strength of concrete; flexural reinforcement ratio of the footing; effective depth of the footing; and the u_0/d ratio. For all design codes, it is possible to observe a strong dispersion between the experimental results and the theoretical estimates in function of the evaluated parameters. In case of ACI, it is important to highlight that the results indicate that the use of its recommendations can lead to estimates against safety of punching shear resistance for thick footings, once its equations do not present any term that considers the size effect.

Figure 11 shows the influence of a/d in the estimates of punching shear resistance of footings according to EUROCODE 2 [2]. The red dashed line marks the results range below $0.85 \cdot V_u / V_{teo}$, which are considered to be against safety results by COLLINS [7]. The blue dashed line shows results above $1.30 \cdot V_u / V_{teo}$, assumed by COLLINS [7] as conservative. In general, it is seen that the parameter a/d affects the punching shear resistance of footings. Nevertheless, the interactive method proposed by Eurocode was dispersed.

Still analyzing Figure 11, it is important to note that most of the performed tests using test systems with concentrated forces at the ends of footings, in an arrangement similar to what is made for tests on slab-column connections, presented against safety resistance estimates for Eurocode. On the other hand, tests performed with spring and sandbox systems, which best represent the real situation, presented mostly conservative predictions of resistance using Eurocode. Figure 12 presents general dispersion graphics of design codes, noticing that Eurocode 2 was slightly less dispersed and conservative, when compared to ACI 318 and NBR 6118. The same is evident from Figure 13.

Table 4 and Figure 14 present a summary of the normative results classification according to the criterion of COLLINS [7]. According to this criterion, the design code that best performed was Eurocode 2, which had the highest number of results classified in

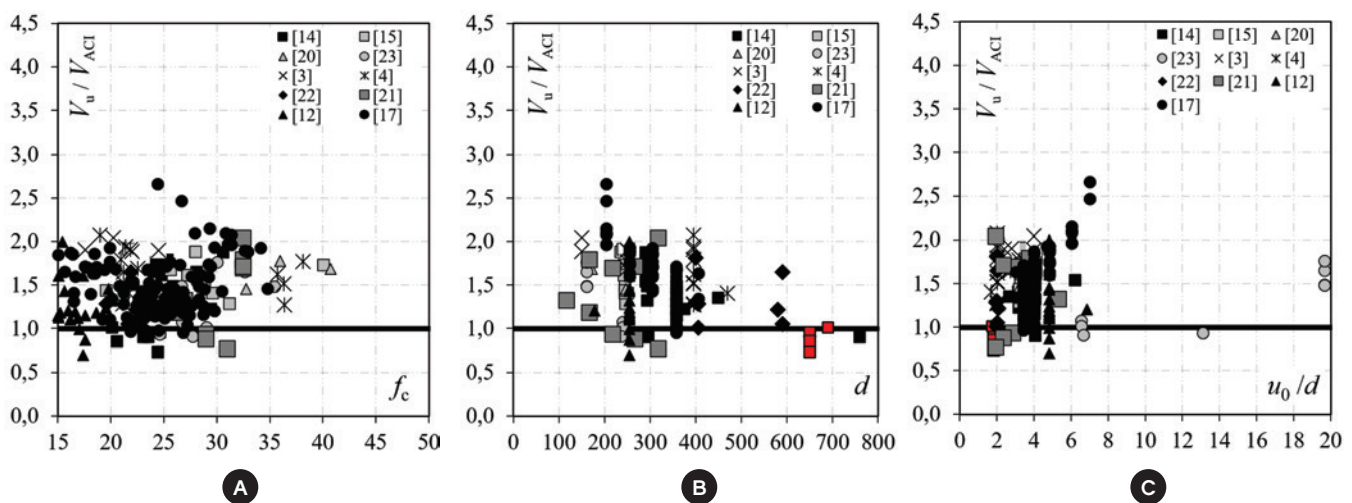


Figure 8
Comparison between experimental results and the recommendations of ACI 318 [5]

the appropriate safety range. However, it is important to highlight that it presented some results in the low safety and dangerous range, most of them referring to tests on footings performed with systems of concentrated forces at the ends. Both ACI 318 and NBR 6118, which present simpler theoretical calculation methodologies than Eurocode, presented somewhat more dispersed and conservative results, which led to greater penalties, worsening its performance according to the criterion of Collins.

6. Conclusions

This paper presents a review of available experimental evidences on punching shear resistance of reinforced concrete footings without shear reinforcement, which are foundation elements widely used in small and

large structures. The detailed review of the literature allowed the collection and selection of tests results forming a wide database with 216 tests on footings. These results were used to evaluate the performance of ACI 318 [5], EUROCODE 2 [2] and ABNT NBR 6118 [6]. The performed and presented analyses lead to following conclusions:

1. The results show that the test system type used to simulate, in lab, the real behavior of footings, influences significantly the punching shear resistance and the conclusions about the suitability and precision of design codes.
2. Eurocode 2, which presents a more complex interactive method of calculation than those presented by ACI and the Brazilian code, was slightly less dispersed than those from other design codes, showing a better correlation with experimental tests and a better performance according to the criterion of COLLINS [7].

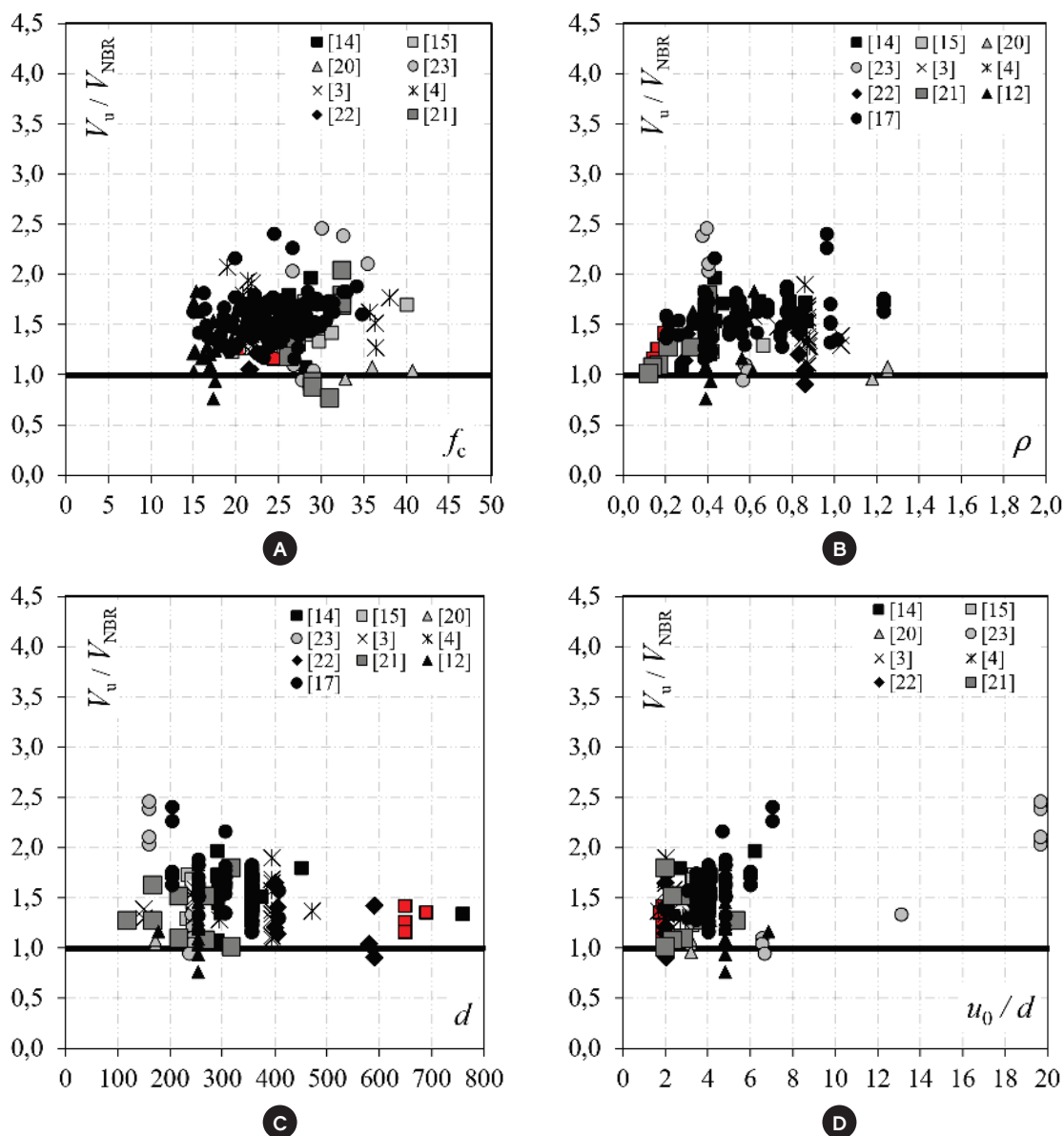


Figure 9
Comparison between experimental results and recommendations of NBR 6118 [6]

3. For thick footing, ACI 318 showed a strong tendency of unsafe prevision for the punching resistance. In all other cases, ACI was in general conservative.
4. ABNT NBR 6118 was the design code that presented the worst performance according to the criterion of COLLINS [7] due to the exaggerated number of conservative results.

7. Acknowledgments

The authors would like to acknowledge, for supporting this and other researches: *Universidade Federal do Pará* (UFPA); *Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia* (NDAE); *Núcleo de Modelagem Estrutural Aplicada* (NUMEA); Tucuruí Campus; Eletro-Pará; and the Funding Agencies CNPq, CAPES and FAPESPA.

8. Bibliographic references

- [1] BROMS, C. E., Shear Reinforcement for Deflection Ductility of Flat Plates, *ACI Structural Journal*, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.
- [2] Eurocode 2, Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2010, 225 pp.
- [3] HEGGER, J., SHERIF, A.G., RICKER, M.: Experimental Investigations on Punching Behavior of Reinforced Concrete Footings. *ACI Structural Journal/July-August 2006*, p. 604-613.
- [4] HEGGER, J., RICKER, M., SHERIFF, A. G., Punching

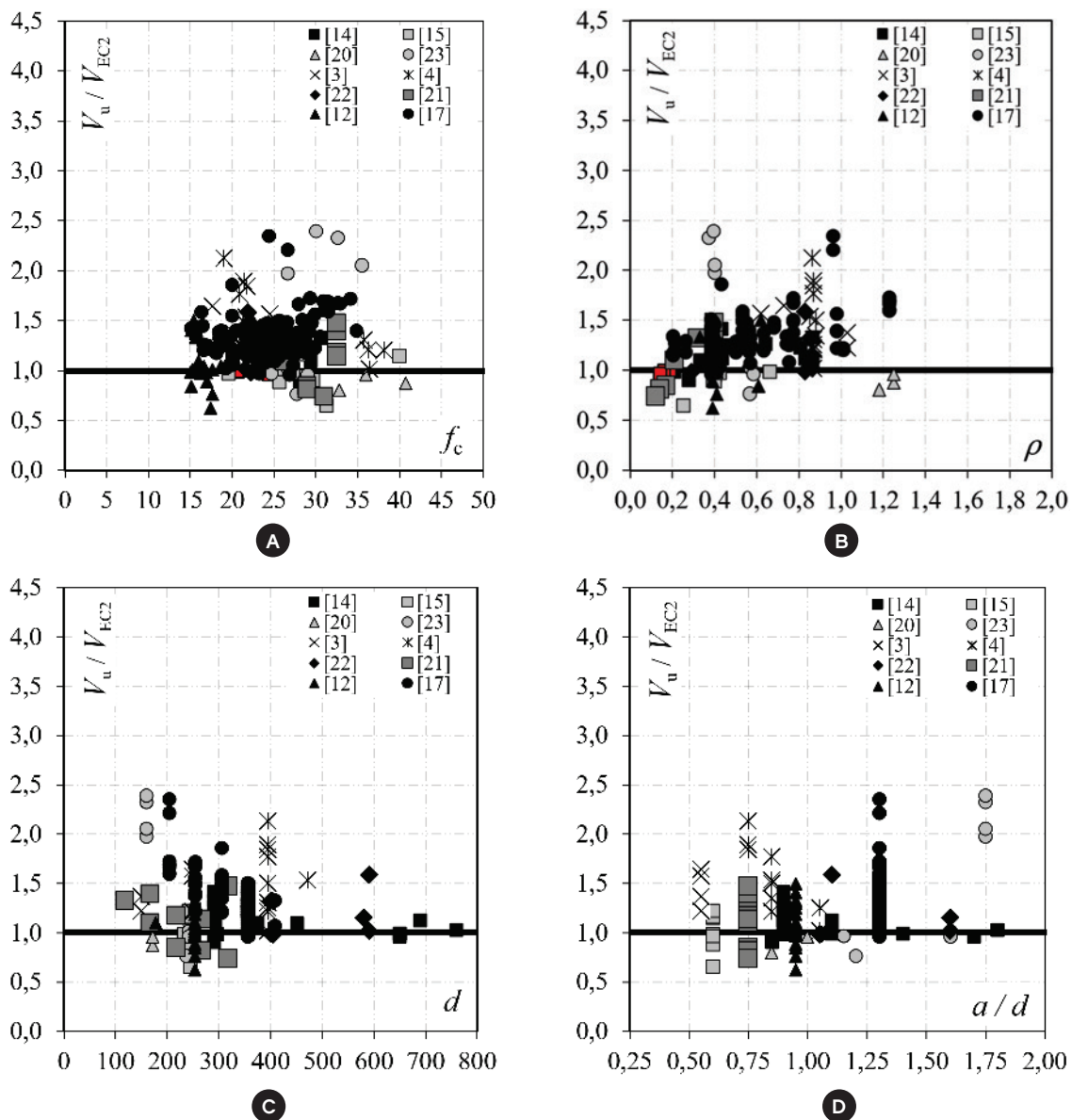


Figure 10
Comparison between experimental results and recommendations of Eurocode 2 [2]

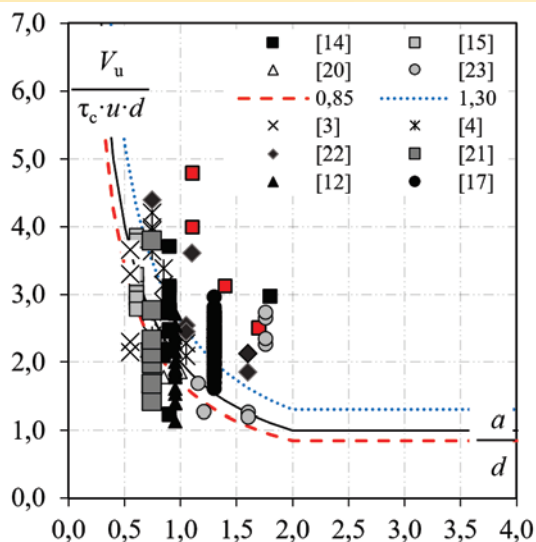


Figure 11
Influence evaluation of a/d on Eurocode 2 resistance estimates [2]

strength of reinforced concrete footings. ACI Structural Journal, September- October 2009, p. 706–716.

[5] ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.
 [6] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.
 [7] COLLINS, M.P., Evaluation of shear design procedures for concrete structures. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.
 [8] SIMÕES J. T., FÁRIA D. M. V., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., Strength of reinforced concrete footings without transverse reinforcement according to limit analysis. Engineering structures, 2016, Vol: 112, pp. 146 – 161.

[9] SIMÕES J. T., BUJNAK J., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., Punching shear tests on compact footings with uniform soil pressure. Structural Concrete, 2016.
 [10] KUERES D., RICKER M., HÄUSLER F., HEGGER J., Durchstanztragverhalten von Einzelfundamenten mit einer neuartigen Durchstanzbewehrung. Beton und Stahlbetonbau, 2016, Vol: 111, pp. 355 – 365.
 [11] MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K., Reinforced concrete mechanics and design. Pearson, 6th ed., 2011, 1177 p.
 [12] TALBOT, A. N., Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 67, Mar. 1913, 114p.
 [13] DIETERLE, H., AND STEINLE, A., Blockfundamente für Stahlbetonfertigstützen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 326, Berlin, 1981, 49 pp.
 [14] DIETERLE, H., AND ROSTÁSY, F., Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 387, Berlin, Germany, 1987, 134 pp.
 [15] HALLGREN, M., KINNUNEN, S., NYLANDER, B. Punching shear tests on column footings. Nordic Concrete Research 21(1), 1998, p.1–24.
 [16] BONIĆ, Z., FOLIĆ, R., Punching of column footings – comparison of experimental and calculation results. Gradevinar, V.65, No. 10, 2013, pp. 887-899.
 [17] RICHART, F. E., Reinforced Concrete Wall and Column Footings. ACI Journal, Proceedings, V. 45, No. 10, Oct. 1948, pp. 97-127.
 [18] RIVKIN, S.: Calculation of Foundations, Budivel'nik, 1967 (in Russian).
 [19] KORDINA K, NOLTING D. Tragverhalten von ausmittig beanspruchten Einzelfundamenten aus Stahlbeton. Abschlußbericht zum DFG-Vorhaben Ko 204/27+30. Braunschweig; 1981.
 [20] TIMM, M.: Durchstanzen von Bodenplatten unter rotations-symmetrischer Belastung, PhD thesis, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technical University of Brunswick, Brunswick, Germany, 2003, 159 pp.

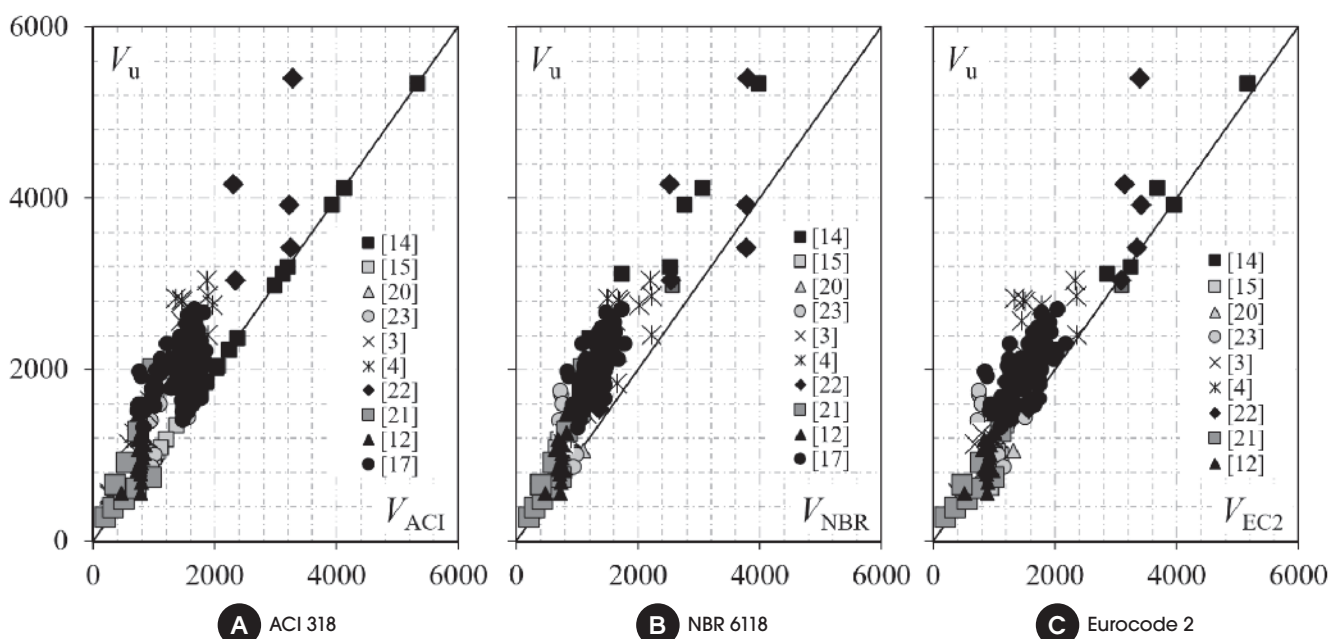
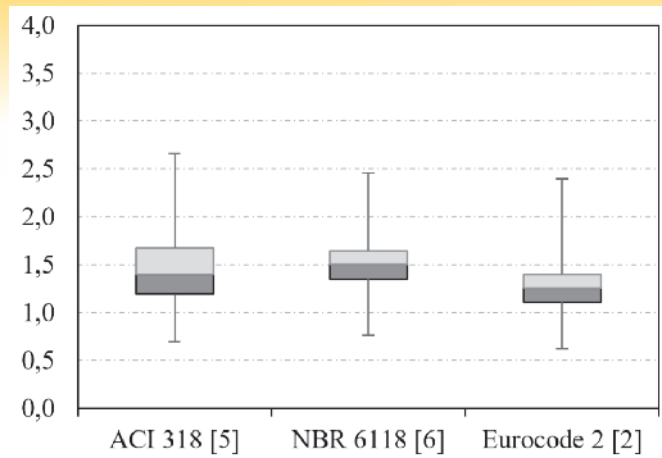


Figure 12
Comparison between experimental and theoretical results



- [21] URBAN T., GOLDYN M., KRAKOWSKI J., KRAWCZYK L. Experimental investigation on punching behavior of thick reinforced concrete slabs. Archives of civil engineering, Lix, 2, 2013, p. 157-174.
- [22] SIBURG, C., HEGGER, J., Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen von Einzelfundamenten mit baupraktischen Abmessungen. Beton und Stahlbetonbau 108 (2013), No. 7, p. 452–461
- [23] SUNDQUIST, H.; KINNUNEN, S., The effect of large column section and slab thickness taper on the punching shear capacity of flat slabs, Bulletin No. 81, Dept. of Civil and Architectural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 42 pp. (in Swedish).

Figure 13
Evaluation of theoretical and experimental results precision

Table 4
Classification according to the criterion of COLLINS [7]

V_u/V_{teo}	V_u/V_{teo}	<0.50	[0.50-0.65]	[0.65-0.85]	[0.85-1.30]	[1.30-2.00]	>2.00	Total
ACI [5]	N° of test	0	0	3	80	123	10	216
	Penalties	0	0	6	0	123	20	149
NBR [6]	N° of test	0	0	1	44	164	7	216
	Penalties	0	0	2	0	164	14	180
EC 2 [2]	N° of test	0	1	7	118	84	6	216
	Penalties	0	5	14	0	84	12	115
Design code		Average			SD		CV	
ACI 318 [5]		1.43			0.33		0.23	
NBR 6118 [6]		1.49			0.27		0.18	
Eurocode 2 [2]		1.28			0.28		0.22	

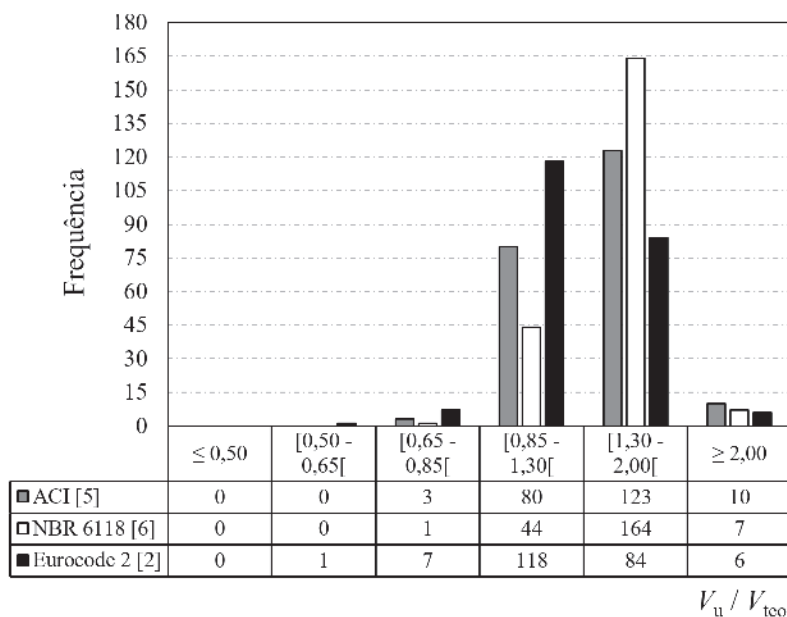


Figure 14
Comparison between experimental and theoretical results

Punching shear resistance of reinforced concrete footings: evaluation of design codes

Resistência à punção de sapatas de concreto armado: avaliação de normas de projeto



D. F. A. SANTOS^a
eng.prof.santos@gmail.com

A. F. LIMA NETO^b
aaraon@ufpa.br

M. P. FERREIRA^c
mpinaf@gmail.com

Abstract

Punching is a possible failure mode for slender footings and it may lead a structure to ruin through progressive collapse. Although footing present different geometric characteristics, their punching shear design is based on the empirical methods used for flat slabs. This paper uses experimental results from 216 tests to evaluate the performance of design code recommendations presented by ACI 318 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) and Eurocode 2 (2010) to estimate the punching shear resistance of reinforced concrete footings. Great dispersion between theoretical and experimental results was observed, being evident that the test system affects the punching shear capacity of footings. The more complex method proposed by Eurocode 2 resulted in a better correlation with experimental results.

Keywords: punching shear, footings, reinforced concrete.

Resumo

A punção é um possível modo de ruptura para sapatas esbeltas e pode levar uma estrutura à ruína através do colapso progressivo. Apesar das sapatas apresentarem características geométricas diferenciadas, seu dimensionamento à punção é feito com base em métodos empíricos similares aos usados para ligações laje-pilar. Este artigo utiliza resultados experimentais de 216 ensaios para avaliar o desempenho das recomendações apresentadas pelas normas ACI 318 (2014), ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2010) para a estimativa da resistência à punção de sapatas de concreto armado. Foi observada grande dispersão entre os resultados teóricos e experimentais, ficando evidente que o tipo de sistema de ensaio afeta a resistência à punção de sapatas. O método mais complexo proposto pelo Eurocode 2 resultou em uma melhor correlação com os resultados experimentais.

Palavras-chave: punção, sapatas, concreto armado.

^a Faculty of Civil Engineering, FAPAC / ITPAC-PORTO, Institute Tocantinense President Antônio Carlos Porto, Palmas, TO, Brazil;

^b Faculty of Civil Engineering, CAMTUC, Federal University of Pará, Belém, PA, Brazil;

^c Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, PA, Brazil.

Received: 14 Feb 2017 • Accepted: 28 Jul 2017 • Available Online: 9 Apr 2018

 This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License

1. Introdução

A escolha do tipo de fundação é uma etapa fundamental do processo de concepção de uma estrutura e falhas nesta fase podem conduzir tanto a um desempenho inadequado em serviço, quanto representar riscos à segurança da edificação. Os elementos de fundação são usualmente classificados de duas formas: fundações diretas ou superficiais; e fundações indiretas ou profundas. As sapatas são fundações superficiais que transferem as cargas da estrutura para o solo através da sua base.

Sapatas flexíveis estão sujeitas à ruptura por punção, que segundo BROMS [1] é caracterizada por uma fissura semelhante à de cisalhamento que se estende das extremidades do pilar até a face da base da sapata, porém com a forma de um tronco de cone. A resistência à punção de sapatas de concreto armado pode ser influenciada por diferentes parâmetros, como a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura de flexão, a geometria, espessura e esbeltes da sapata. A Figura 1 ilustra uma aplicação de sapatas de concreto armado com



Figura 1
Exemplos do uso de sapatas como fundação em grandes estruturas

grandes dimensões como fundação para grandes torres eólicas no Reino Unido.

Nos casos em que estes elementos possuem altura variável, normas como o EUROCODE 2 [2], recomendam que a resistência à punção seja verificada em planos de ruptura com diferentes inclinações, conforme ilustrado na Figura 2, respeitando-se o limite para o ângulo do plano de ruptura de $\theta \geq \arctan(1/2)$. Segundo HEGGER *et al.* [3] e [4], no caso de sapatas, o ângulo do plano de ruptura também é influenciado pela relação a/d , devido principalmente ao efeito arco, tendendo a ser de 45° para os casos onde a relação $a/d \leq 1,25$ e menor que 35° para os casos onde $a/d \geq 2$. O dimensionamento à punção de sapatas é feito com base em métodos empíricos apresentados por normas para projeto de estruturas de concreto. Estes métodos foram desenvolvidos tendo como base as evidências experimentais disponíveis, que em sua maioria referem-se à ensaios representativos de ligações laje-pilar.

Este artigo apresenta uma avaliação do desempenho das recomendações apresentadas pelas normas ACI 318 [5], EUROCODE 2 [2] e ABNT NBR 6118 [6], para a previsão da resistência à punção de sapatas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, através da análise de um banco de dados com resultados de 216 ensaios. O critério de COLLINS [7] é utilizado para avaliar a confiabilidade destas recomendações normativas. A composição deste banco de dados foi feita seguindo uma metodologia de coleta buscando permitir a avaliação de diferentes parâmetros na resistência à punção de sapatas de concreto armado. São considerados nestas análises a resistência à compressão do concreto (f_c), a altura útil da sapata (d), a taxa de armadura de flexão (ρ), e as razões entre o perímetro do pilar e o vão de cisalhamento em relação à altura útil da sapata (u_0/d e a/d). Trata-se de uma discussão relevante que se insere dentro de um contexto internacional, com contribuições recentes, como as de SIMÕES *et al.* [8] e [9] e KUERES *et al.* [10].

2. Desenvolvimento histórico do estudo da punção em sapatas

As sapatas caracterizam-se por transferir as cargas de forma direta ao solo através de sua base, e nestes casos a distribuição das tensões depende do tipo do solo sob o qual elas estão assentes. Segundo MACGREGOR e WIGHT [11], uma sapata de concreto

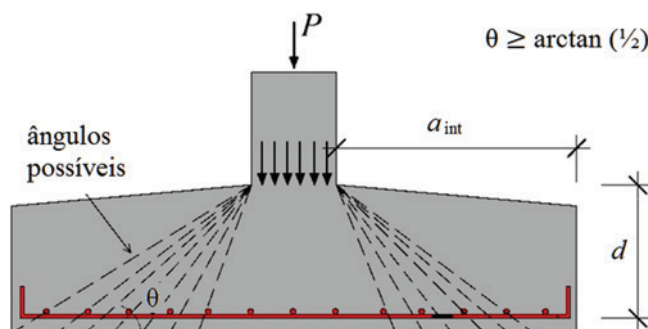


Figura 2
Ruptura por punção em sapatas de concreto armado em armaduras de cisalhamento

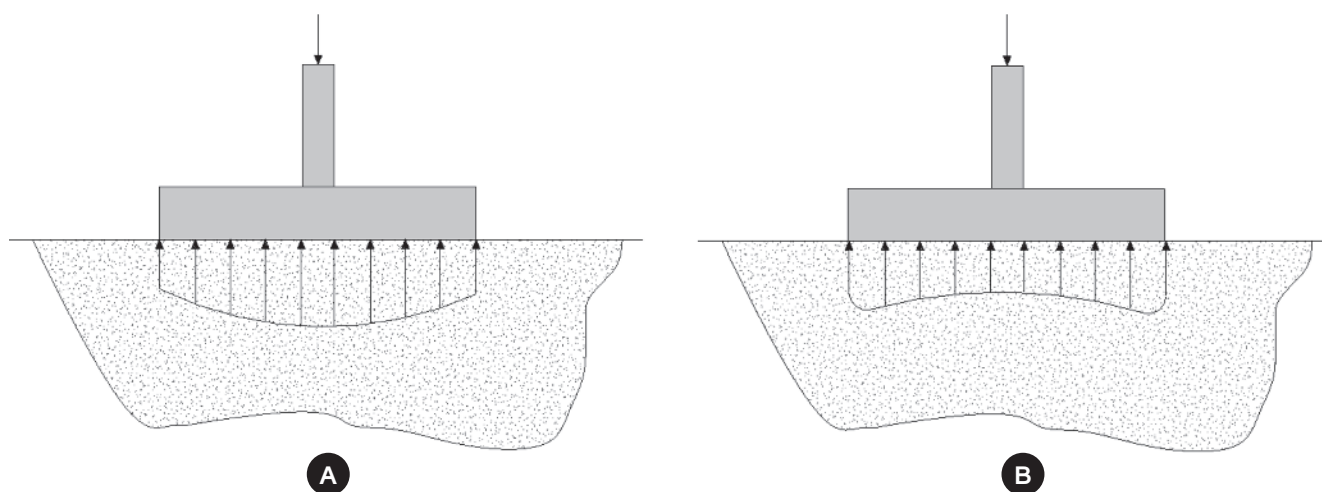


Figura 3

Distribuição de tensões como uma função do tipo do solo. a) solo arenoso; b) solo argiloso (MACGREGOR e WIGHT [11])

armado apoiada sobre um solo arenoso terá uma distribuição de tensões semelhante ao ilustrado na Figura 3a. Neste caso, a areia perto das extremidades da sapata tende a deslocar lateralmente quando a sapata é carregada, provocando uma diminuição das tensões no solo nesta região. Já no caso de sapatas sob uma base argilosa, a distribuição da tensão é semelhante ao apresentado na Figura 3b. É possível perceber que à medida que a sapata é carregada, o solo deforma em forma de taça, aliviando as pressões na região central de sua base. Para fins de dimensionamento estrutural, é comum assumir que as tensões do solo se distribuem de forma constante na base.

HEGGER *et al.* [3] afirmam que no caso de sapatas a relação a/d influencia significativamente a resistência à punção. Segundo estes autores, a influência deste parâmetro é maior do que a de outros usualmente considerados em projeto, como a resistência à compressão do concreto (f_c) e a taxa de armadura de flexão (ρ), uma vez que nestes casos a inclinação do plano de ruptura está diretamente ligada a esta relação. A norma EUROCODE 2 [2] é a única que recomenda a consideração deste parâmetro para a estimativa de resistência à punção de sapatas de concreto armado. A Figura 4 ilustra a variação do vão de cisalhamento crítico (a_{crit}) à punção para sapatas de concreto armado segundo o Eurocode em função da altura útil da sapata.

Historicamente, o primeiro trabalho sobre punção foi publicado em 1913 por TALBOT [12], que fez uma larga série de ensaios em sapatas de concreto armado, simulando a interação entre a sapata e o solo através de molas de aço. Depois dele diversos pesquisadores contribuíram no estudo da punção em sapatas, tendo sido avaliados diferentes métodos de simulação da reação do solo. DIETERLE e STEINLE [13] e DIETERLE e ROSTÁSY [14] usaram um sistema com vários cilindros hidráulicos acionados em conjunto para simular a aplicação de um carregamento uniformemente distribuído através da base da sapata, servindo de referência para trabalhos futuros como os de HALLGREN *et al.* [15], que ensaiaram sapatas com sistemas com carregamento uniformemente distribuído e também com sistemas com reação

radialmente concentrada, similar ao procedimento usado para testar localmente ligações laje-pilar.

HEGGER *et al.* [3] e [4] usaram um sistema de ensaio com uma caixa de areia para simular o efeito do solo, tendo como uma das variáveis o grau de compactação da areia, que variou de fofa a compacta. Posteriormente, BONIĆ e FOLIĆ [16] também realizaram ensaios deste tipo, porém utilizando areia misturada com cascalho de rio. A Figura 5 mostra alguns dos diferentes sistemas usados para testar a resistência à punção de sapatas. É importante destacar que a variedade de sistemas de ensaio utilizada para formar a base de dados experimentais existente hoje para punção em sapatas pode se constituir numa variável capaz de influenciar na qualidade e confiabilidade destes resultados.

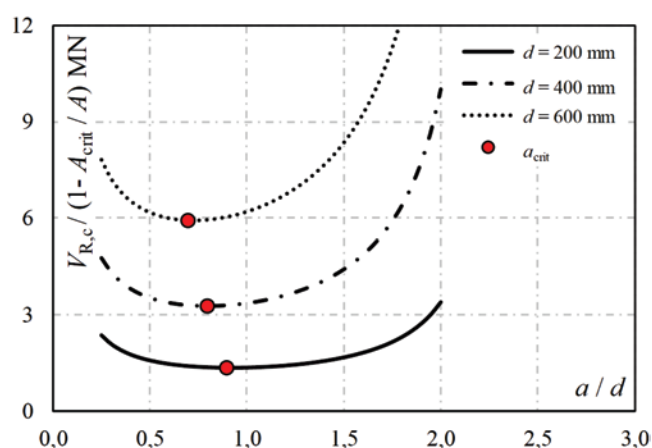


Figura 4

Variação do a_{crit} segundo o Eurocode 2 em função da espessura da sapata.

Assumidos: $c = 300$ mm, $\rho = 1\%$, $f_c = 25$ MPa, $u = c + 4d$

3. Métodos para estimar a resistência à punção

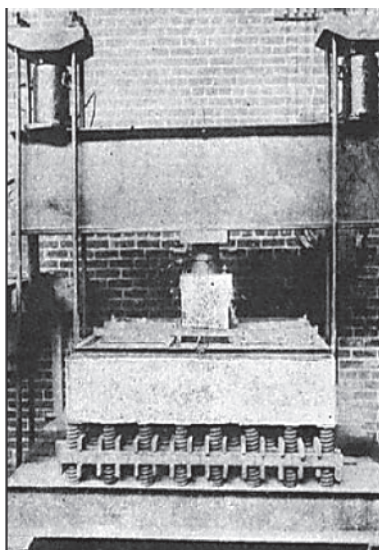
3.1 ACI 318

Segundo o ACI 318 [5], a verificação da resistência à punção em sapatas deve ser feita através da verificação de tensões de cisalhamento em um perímetro de controle afastado $d/2$ das faces do pilar ou das extremidades da área carregada, conforme mostrado na Figura 6. Nestes casos, a tensão cisalhante (v_u) deve ser menor que a tensão resistente (v_c), conforme expresso a seguir.

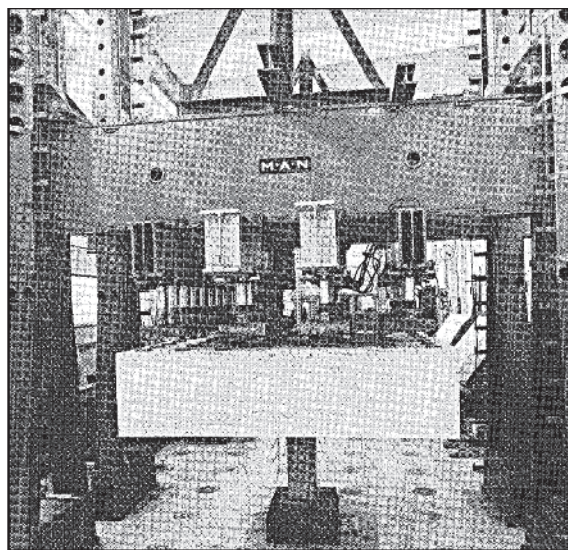
$$v_u < \phi v_c \tag{1}$$

$$v_u = \frac{V}{u_1 d} \tag{2}$$

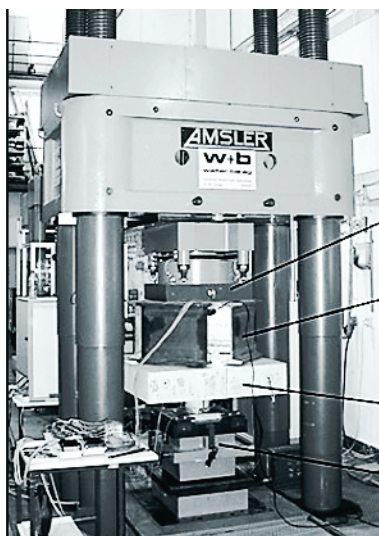
$$v_c = \min \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \frac{1}{6} \sqrt{f_c} \\ \left(\frac{\alpha_s d}{u_1} + 2\right) \frac{1}{12} \sqrt{f_c} \\ \frac{1}{3} \sqrt{f_c} \end{array} \right. \tag{3}$$



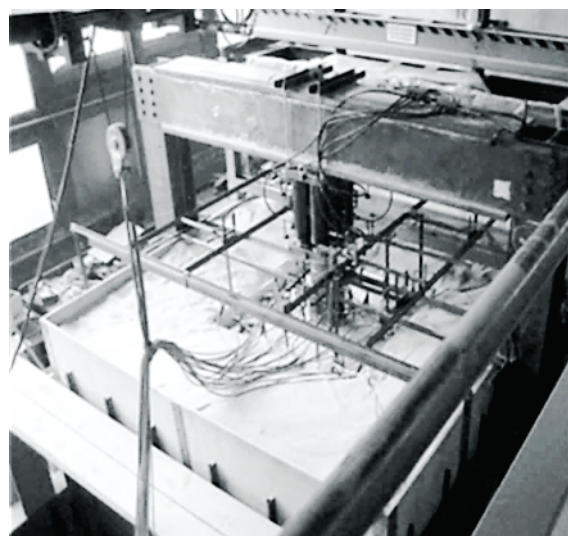
A Sistema com molas



B Sistema com cargas distribuídas



C Sistema com carga concentrada



D Sistema com caixa de areia

Figura 5 Diferentes sistemas de ensaio usados para avaliar a resistência à punção de sapatas

Onde:

- v_u é a tensão cisalhante última atuando no perímetro de controle u_1 ;
- v_r é a tensão cisalhante resistente;
- ϕ é um coeficiente de segurança, assumido nas verificações deste artigo como sendo igual a 1,0;
- V é a força cortante na sapata;
- u_1 é o comprimento de um perímetro de controle afastado $d/2$ da face do pilar;
- β_c é a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;
- f_c é a resistência à compressão do concreto em MPa ($f_c \leq 69$ MPa);
- α_s é uma constante que assume valor igual a 40 para o caso de pilares internos, 30 para pilar de borda e 20 para pilar de canto;
- d é a altura útil da sapata.

3.2 Eurocode 2

O EUROCODE 2 [2] define que a tensão cisalhante em sapatas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento e com carga concêntrica deve ser calculada segundo a Equação 4, sendo o perímetro de controle determinado conforme ilustrado na Figura 7.

$$v_u = \frac{V_{red}}{u_1 d} \tag{4}$$

Onde:

- V_{red} é a força cortante reduzida para considerar a interação solo-estrutura;
- u_1 é o comprimento do perímetro de controle afastado $2d$ das faces do pilar;
- d é a altura útil da sapata.

No caso da punção em sapatas, esta norma permite que a reação do solo contida dentro da região do perímetro de controle seja considerada para a redução da força cortante na sapata. A força cortante reduzida V_{red} pode ser calculada através da Equação 5. Já a resistência à punção de sapatas pode ser calculada pela Equação 6.

$$V_{red} = V \left(1 - \frac{A_{crit}}{A} \right) \tag{5}$$

$$v_c = C_{Rd,c} k (100 \rho f_c)^{1/3} \frac{2d}{a_{crit}} \geq v_{min} \frac{2d}{a_{crit}} \tag{6}$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} f_c^{1/2} \tag{7}$$

Onde:

- A_{crit} é área dentro do perímetro de controle, medido à uma distância a_{crit} da face do pilar;
- A é a área de contato com o solo da sapata;
- $C_{Rd,c}$ é uma constante determinada pelo anexo nacional de cada país, recomendada pelo Eurocode como sendo de 0,18;
- $k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0$, com d em mm;
- $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 2.0$ é a taxa de armadura de flexão tracionada da sapata, onde ρ_x e ρ_y são as taxas nas direções x e y , respectivamente. Nos cálculos, devem ser consideradas as barras dentro de uma região afastada $3d$ das faces do pilar;
- f_c é a resistência à compressão do concreto, que segundo o EUROCODE 2 [2], deve ser menor que 90 MPa, porém respeitando-se os limites estabelecidos pelos anexos de cada país;
- a_{crit} é a distância da face do pilar até o perímetro de controle consi-

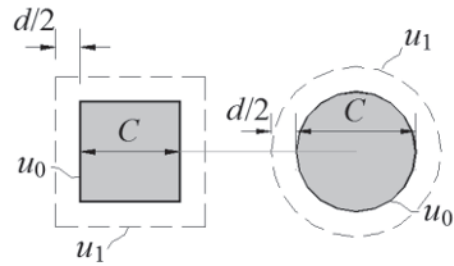


Figura 6 Perímetro de controle segundo o ACI 318 [5]

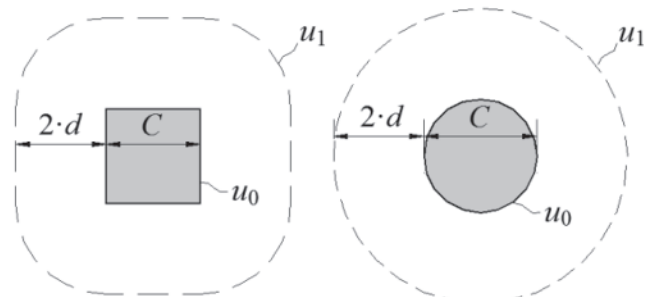


Figura 7 Perímetro de controle segundo o Eurocode 2 [2] e ABNT NBR 6118 [6]

derado, determinado através de um processo iterativo. Esta norma recomenda ainda que a tensão cisalhante no perímetro do pilar (u_0) seja limitada à:

$$v_{max} = 0.24 f_c \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \tag{8}$$

3.3 ABNT NBR 6118

A ABNT NBR 6118 [6] define que a verificação da resistência à punção de sapatas deve ser feita considerando as mesmas recomendações usadas para o dimensionamento de ligações laje-pilar, conforme expressões apresentadas abaixo.

$$v_u = \frac{V}{u_1 d} \tag{9}$$

$$v_c = 0.182 \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} \tag{10}$$

$$v_{max} = 0.27 f_c \left(1 - \frac{f_c}{250} \right) \tag{11}$$

Onde:

- V é a força cortante na sapata;
- u_1 é o comprimento do perímetro de controle afastado $2d$ das faces do pilar, com geometria igual à recomendada pelo Eurocode;
- d é a altura útil da sapata em mm.
- $\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$ é a taxa de armadura de flexão tracionada, calculada de forma análoga ao apresentado para o Eurocode;
- f_c é a resistência à compressão do concreto. Em sua versão atual,

a norma brasileira permite o dimensionamento de estruturas com concretos de resistência à compressão de até 90 MPa.

No caso da Equação 11, a norma brasileira permite que o v_{max} seja ampliado de 20% no caso de pilares internos quando os vão que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e não existem aberturas próximas ao pilar. Estas são regras para uso na verificação de ligações laje-pilar, mas que foram assumidas como sendo válidas para as sapatas neste artigo uma vez que elas foram submetidas a carregamento concêntrico.

4. Banco de dados

4.1 Metodologia de coleta de dados

Foram encontrados um total de 335 ensaios em sapatas de concreto armado na literatura. Estes resultados foram coletados e filtrados em função dos seguintes parâmetros: resistência do concreto; geometria e espessura da sapata; uso de armaduras de cisalhamento. A Tabela 1 apresenta os critérios utilizados para filtrar

Tabela 1

Resumo do processo de filtragem e formação do banco de dados

Autores	N° de Ensaios	Critério de filtragem					Ensaios usados
		f_c < 15 MPa	Geom. Retang.	d < 100 mm	Com Arm. Cis.	Baixa Confiabil.	
Talbot [12]	69	50	-	-	-	-	19
Richart [17]	140	3	12	-	-	-	125
Rivkin [18]	9	-	-	9	-	-	0
Kordina e Nölting [19]	11	-	11	-	-	-	0
Dieterle e Rostásy [14]	25	-	3	-	4	-	18
Hallgren <i>et al.</i> [15]	14	1	-	-	3	-	10
Timm [20]	10	-	-	-	7	-	3
Sundquist and Kinnunen [23]	8	-	-	-	-	-	8
Hegger <i>et al.</i> [3]	5	-	-	-	1	-	4
Hegger <i>et al.</i> [4]	17	-	-	-	4	-	13
Bonić e Folić [16]	6	4	-	-	-	2	0
Urban <i>et al.</i> [21]	9	-	-	-	-	-	9
Siburg e Hegger [22]	12	-	-	-	5	-	7
Total de ensaios obtidos				335			
Total de ensaios filtrados				119			
Total de ensaios usados				216			

Tabela 2

Resumo das características das sapatas do banco de dados

Autores	N° de ensaios	Tipo ensaio	b (mm)	d (mm)	ρ (%)	c (mm)	Seção	f_c (MPa)	V_u (kN)
[12]	19	Molas	1524	178 - 254	0,33 - 0,62	305	S	15,0 - 20,2	549 - 1483
[17]	125	Molas	2134	203 - 356	0,20 - 1,23	305 - 356	S	15,0 - 34,8	1326 - 2713
[14]	18	Dist,	1500	290 - 760	0,14 - 0,86	150 - 450	S	20,1 - 30,6	859 - 5338
[15]	10	Con./Dist,	850 - Φ 960	232 - 250	0,25 - 0,66	250	C	19,5 - 40,0	622 - 1363
[20]	3	Con,	760 - 1080	172 - 246	1,18 - 1,25	175 - 250	C	32,8 - 40,7	668 - 1060
[23]	8	Con,	1730 - 2300	160 - 240	0,37 - 0,58	500 - 1000	C	24,6 - 35,4	875 - 1763
[3]	4	Areia	900	150 - 250	0,62 - 1,03	150 - 175	S	17,6 - 24,5	530 - 1251
[4]	13	Areia/Dist,	1200 - 1800	250 - 470	0,85 - 0,88	200	S	19,0 - 38,1	1203 - 3037
[21]	9	Con,	1200	118 - 318	0,29 - 0,86	200	C	26,2 - 32,5	270 - 2000
[22]	7	Dist,	1200 - 2700	400 - 590	0,12 - 0,40	200 - 300	S	19,6 - 53,3	1548 - 5392

Tabela 3

Escala de Demérito, segundo o critério de COLLINS [7]

V_u / V_{teo}	Classificação	Penalidade
< 0,50	Extremamente perigoso	10
[0,5 - 0,65]	Perigoso	5
[0,65 - 0,85]	Baixa segurança	2
[0,85 - 1,30]	Segurança apropriada	0
[1,30 - 2,00]	Conservador	1
$\geq 2,00$	Extremamente conservador	2

os ensaios utilizados para a composição da base de dados.

As normas atuais especificam que a resistência característica mínima à compressão do concreto para uso em estruturas e fundações é de 20 MPa, mas no passado, valores bem mais baixos foram utilizados. Nestas análises, foi estabelecido que seriam descartados resultados de ensaios em sapatas com $f_c < 15$ MPa. Em relação à geometria das sapatas, foram descartadas todas as peças que não tivessem base circular ou quadrada, pois a relação a/d seria diferente nas direções x e y . Quanto à altura útil, foi considerado que qualquer ensaio em sapata com altura útil menor do que 100 mm não é representativo das características reais destes elementos estruturais. Também foram descartados todos os ensaios em sapatas com armaduras de cisalhamento e duas das sapatas testadas por BONIĆ e FOLIĆ [16], cujos resultados ficaram muito distantes das previsões teóricas de todas as normas, embora os espécimes tivessem características físicas similares as dos demais.

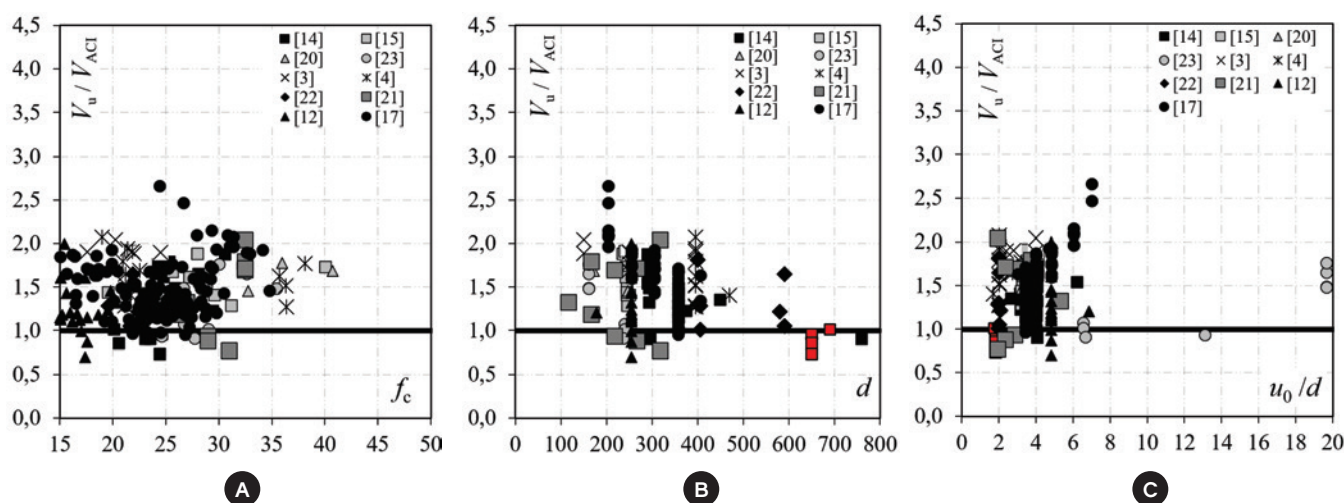
Após a coleta e filtragem dos dados, restaram um total de 216 sapatas, que formaram um banco de dados para a análise dos métodos normativos, conforme indicado na Tabela 2. Buscando avaliar a confiabilidade e o desempenho destas normas, foi aplicado um sistema ponderado de classificação com base em penalidades, apresentado por COLLINS [7], chamado de "Demerit Points Classification" (DPC), que leva em consideração aspectos de se-

gurança, precisão e economia. A Tabela 3 apresenta a escala de demérito proposta por Collins, onde uma penalidade é atribuída a cada intervalo da razão V_u / V_{teo} , e a penalidade total define o desempenho de cada norma. Quanto maior o valor da soma total, pior é considerado o processo normativo.

5. Resultados

As Figura 8, 9 e 10 apresentam uma comparação entre os resultados experimentais do banco de dados com os teóricos obtidos segundo o ACI 318 [5], EUROCODE 2 [2] e ABN NBR 6118 [6], tendo-se como variáveis os seguintes parâmetros: resistência à compressão do concreto; taxa de armadura de flexão da sapata; altura útil da sapata; e a relação u_j/d . Para todas as normas é possível observar uma forte dispersão entre os resultados experimentais e as estimativas teóricas em função dos parâmetros avaliados. No caso do ACI, é importante destacar que os resultados indicam que o uso de suas recomendações pode levar a estimativas de resistência à punção contra a segurança para o caso de sapatas espessas, uma vez que suas equações não apresentam nenhum termo que considere o efeito de escala (*size effect*).

A Figura 11 mostra a influência da relação a/d nas estimativas de resistência à punção de sapatas segundo o EUROCODE 2 [2].

**Figura 8**

Comparação dos resultados experimentais com as recomendações do ACI 318 [5]

A linha tracejada em vermelho marca a faixa de resultados abaixo de $0,85 \cdot V_u / V_{\text{teor}}$, que são resultados considerados contra a segurança por COLLINS [7]. Já a linha pontilhada em azul destaca os resultados acima de $1,30 \cdot V_u / V_{\text{teor}}$, assumidos por COLLINS [7] como conservadores. De uma forma geral, percebe-se que o parâmetro a/d afeta a resistência à punção de sapatas. Ainda assim, o método iterativo proposto pelo Eurocode mostrou-se disperso. Ainda analisando a Figura 11, é importante destacar que a maioria dos ensaios realizados utilizando sistemas de ensaio com forças concentradas nas extremidades das sapatas, em um arranjo similar ao que é feito para testes de ligações laje-pilar, apresentou estimativas de resistência para o Eurocode contra a segurança. Já os ensaios feitos com sistemas com molas e em caixa de areia, que representam melhor a situação real, apresentaram em sua

maioria previsões de resistência conservadoras usando-se o Eurocode. A Figura 12 apresenta gráficos de dispersão geral das normas, podendo-se perceber que o Eurocode 2 foi ligeiramente menos disperso e conservador, em comparação com ACI 318 e NBR 6118. O mesmo fica evidente analisando a Figura 13. A Tabela 4 e a Figura 14 apresentam um resumo da classificação dos resultados normativos segundo o critério de COLLINS [7]. Segundo este critério, a norma que teve melhor desempenho foi o Eurocode 2, que teve o maior número de resultados classificados na faixa de segurança apropriada. No entanto, é importante destacar que ela apresentou alguns resultados nas faixas de baixa segurança e perigosa, sendo a maioria referente à ensaios em sapatas feitos com sistema de cargas concentradas nas extremidades. Tanto o ACI 318 quanto a NBR 6118, que apresentam

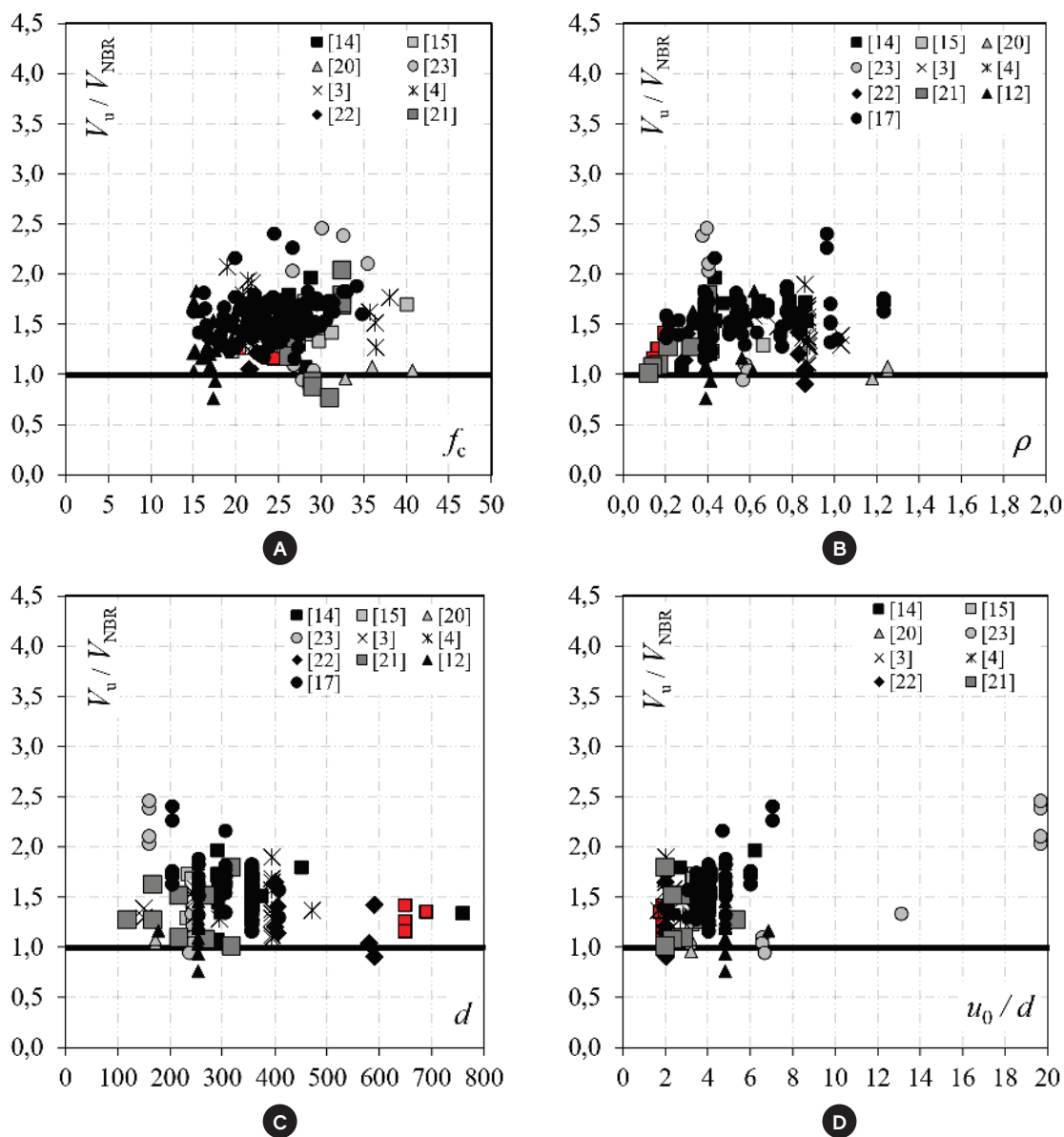


Figura 9
 Comparação dos resultados experimentais com as recomendações da NBR 6118 [6]

metodologias de cálculo teórico mais simples que o Eurocode, apresentaram resultados um pouco mais dispersos e mais conservadoras, o que levou a maior penalização, piorando seu desempenho segundo o critério de Collins.

6. Conclusões

Este artigo apresenta uma revisão das evidências experimentais disponíveis sobre a resistência à punção de sapatas de concreto armado sem armaduras de cisalhamento, que são elementos de fundações muito utilizados em pequenas e em grandes estruturas. A revisão minuciosa destes resultados permitiu a montagem de um banco de dados, que foi utilizado para avaliar o desempenho das normas ACI 318 [5], EUROCODE 2

[2] e ABNT NBR 6118 [6]. As análises realizadas e apresentadas permitem concluir que:

1. Os resultados mostram que o tipo de sistema de ensaio usado para simular, no laboratório, o comportamento real de sapatas, influencia na resistência última à punção.
2. O Eurocode 2, que apresenta um método iterativo de cálculo mais complexo que os apresentados pelo ACI e NBR, mostrou-se ligeiramente menos disperso que as demais normas, tendo um melhor desempenho segundo o critério de COLLINS [7].
3. O ACI 318 mostrou uma forte tendência de apresentar estimativas de resistência à punção contra a segurança para os casos de sapatas espessas, mostrando-se conservador para as situações gerais.

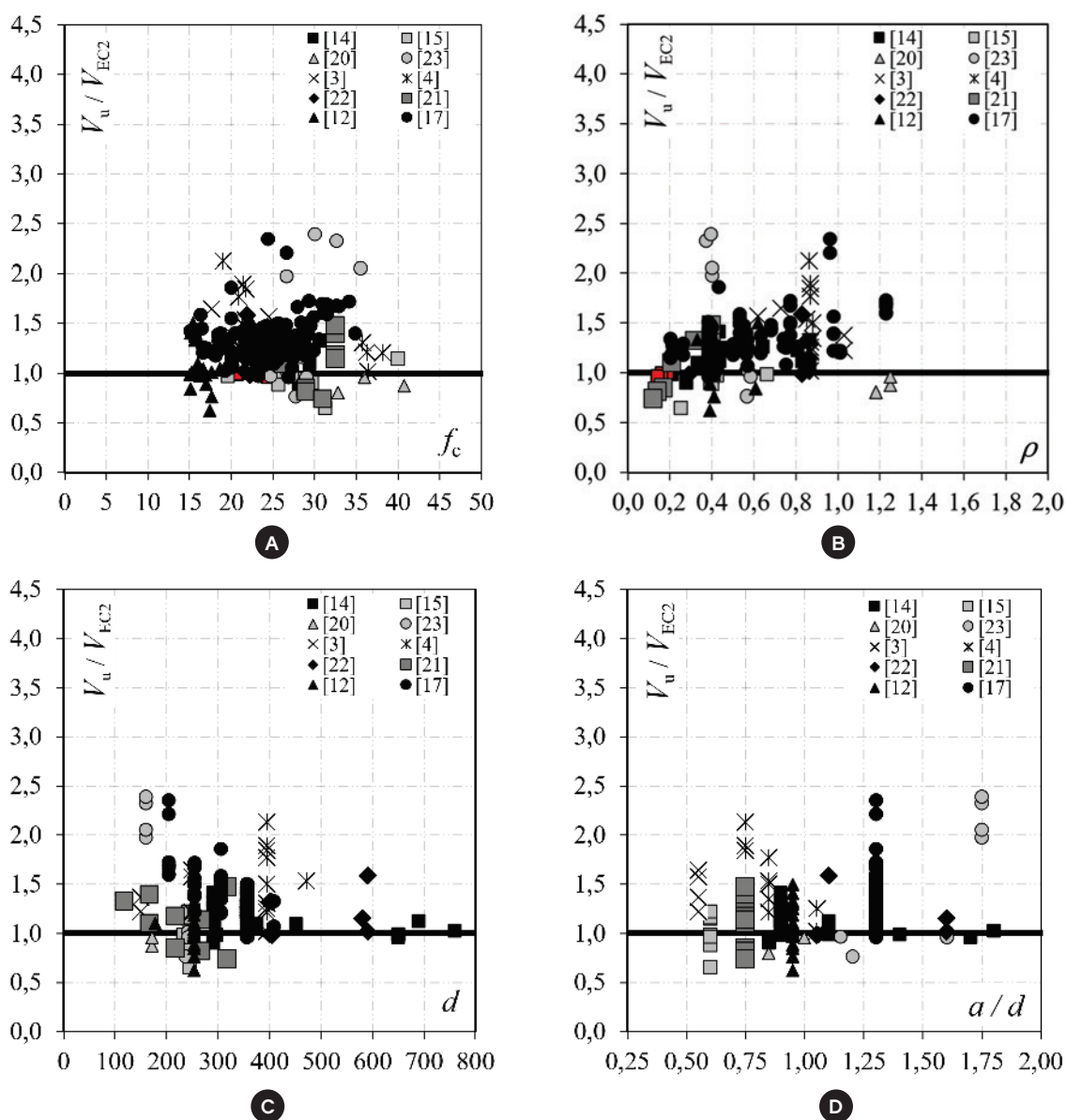


Figura 10

Comparação dos resultados experimentais com as recomendações do Eurocode 2 [2]

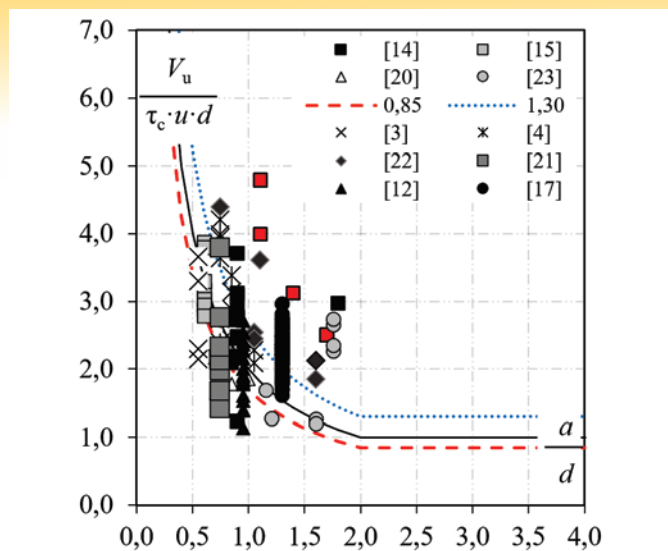


Figura 11
Avaliação da influência da relação a/d nas estimativas de resistência do Eurocode 2 [2]

4. A ABNT NBR 6118 foi a norma que apresentou o pior desempenho segundo o critério de COLLINS [7] devido ao número exagerado de resultados conservadores.

7. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer pelo apoio a esta e a outras pesquisas à: Universidade Federal do Pará (UFPA); ao Núcleo de Desenvolvimento Amazônico em Engenharia (NDAE); ao Núcleo de Modelagem Estrutural Aplicada (NUMEA); ao Campus de Tucuruí; à Eletronorte; e às Agências de fomento CNPq, CAPES e FAPESPA.

8. Referências bibliográficas

[1] BROMS, C. E., Shear Reinforcement for Deflection Ductility

of Flat Plates, ACI Structural Journal, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.

[2] Eurocode 2, Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2010, 225 pp.

[3] HEGGER, J., SHERIF, A.G., RICKER, M.: Experimental Investigations on Punching Behavior of Reinforced Concrete Footings. ACI Structural Journal/July-August 2006, p. 604-613.

[4] HEGGER, J., RICKER, M., SHERIFF, A. G., Punching strength of reinforced concrete footings. ACI Structural Journal, September- October 2009, p. 706–716.

[5] ACI Committee 318, Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.

[6] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto. Rio de Janeiro, 2014.

[7] COLLINS, M.P., Evaluation of shear design procedures for concrete structures. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.

[8] SIMÕES J. T., FARIA D. M. V., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., Strength of reinforced concrete footings without transverse reinforcement according to limit analysis. Engineering structures, 2016, Vol: 112, pp. 146 – 161.

[9] SIMÕES J. T., BUJNAK J., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONIA., Punching shear tests on compact footings with uniform soil pressure. Structural Concrete, 2016.

[10] KUERES D., RICKER M., HÄUSLER F., HEGGER J., Durchstanzverhalten von Einzelfundamenten mit einer neuartigen Durchstanzbewehrung. Beton und Stahlbetonbau, 2016, Vol: 111, pp. 355 – 365.

[11] MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K., Reinforced concrete mechanics and design. Pearson, 6th ed., 2011, 1177 p.

[12] TALBOT, A. N., Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 67, Mar. 1913, 114p.

[13] DIETERLE, H., AND STEINLE, A., Blockfundamente für

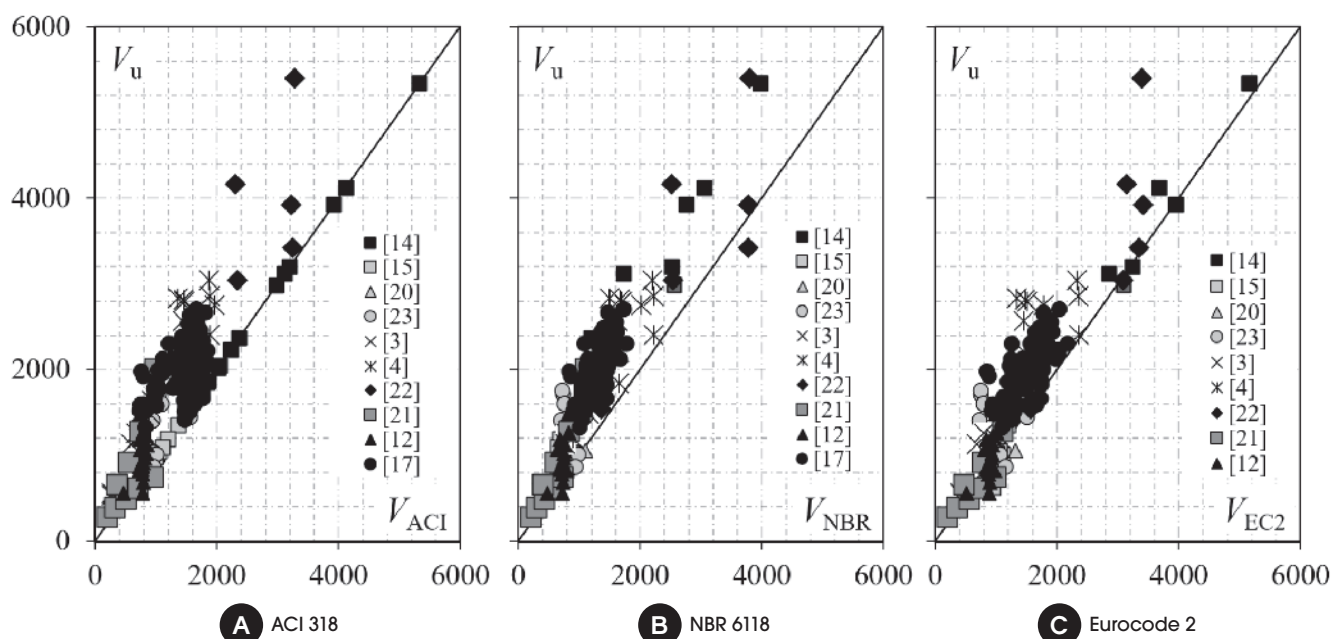
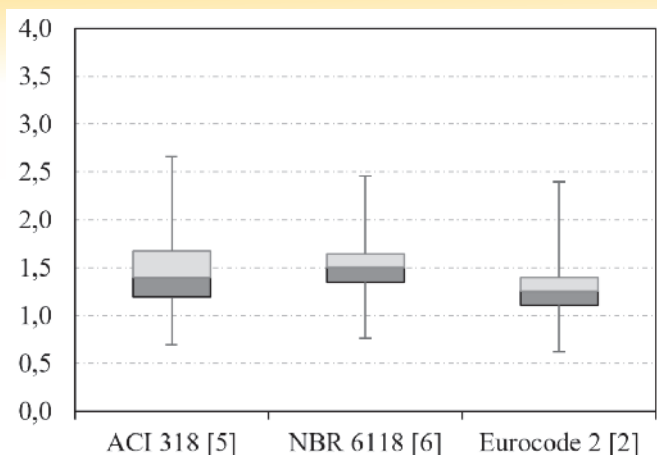


Figura 12
Comparação entre os resultados experimentais e os teóricos

**Figura 13**

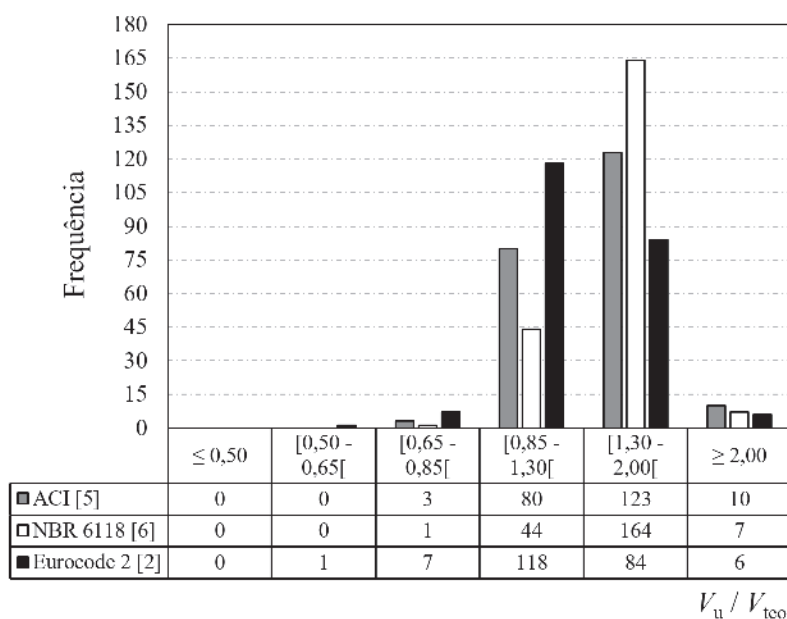
Avaliação da precisão dos resultados teóricos e experimentais

- Stahlbetonfertigtützen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 326, Berlin, 1981, 49 pp.
- [14] DIETERLE, H., AND ROSTÁSY, F., Tragverhalten quadratischer Einzelfundamente aus Stahlbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 387, Berlin, Germany, 1987, 134 pp.
- [15] HALLGREN, M., KINNUNEN, S., NYLANDER, B. Punching shear tests on column footings. Nordic Concrete Research 21(1), 1998, p.1–24.
- [16] BONIĆ, Z., FOLIĆ, R., Punching of column footings – comparison of experimental and calculation results. Gradevinar, V.65, No. 10, 2013, pp. 887-899.
- [17] RICHART, F. E., Reinforced Concrete Wall and Column Footings. ACI Journal, Proceedings, V. 45, No. 10, Oct. 1948, pp. 97-127.
- [18] RIVKIN, S.: Calculation of Foundations, Budivel'nik, 1967 (in Russian).
- [19] KORDINA K, NOLTING D. Tragverhalten von ausmitig beanspruchten Einzelfundamenten aus Stahlbeton.

Tabela 4

Classificação segundo o critério de COLLINS [7]

V_u / V_{teo}		<0,50	[0,50-0,65]	[0,65-0,85]	[0,85-1,30]	[1,30-2,00]	>2,00	Total
ACI [5]	Nº ensaios	0	0	3	80	123	10	216
	penalidade	0	0	6	0	123	20	149
NBR [6]	Nº ensaios	0	0	1	44	164	7	216
	penalidade	0	0	2	0	164	14	180
EC 2 [2]	Nº ensaios	0	1	7	118	84	6	216
	penalidade	0	5	14	0	84	12	115
Norma		Média			Desvio padrão		Coef, variação	
ACI 318 [5]		1,43			0,33		0,23	
NBR 6118 [6]		1,49			0,27		0,18	
Eurocode 2 [2]		1,28			0,28		0,22	

**Figura 14**

Frequência e classificação dos resultados segundo o critério de COLLINS [7]

Abschlußbericht zum DFG-Vorhaben Ko 204/27+30. Braunschweig; 1981.

- [20] TIMM, M.: Durchstanzen von Bodenplatten unter rotations-symmetrischer Belastung, PhD thesis, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Technical University of Brunswick, Brunswick, Germany, 2003, 159 pp.
- [21] URBAN T., GOLDYN M., KRAKOWSKI J., KRAWCZYK L. Experimental investigation on punching behavior of thick reinforced concrete slabs. Archives of civil engineering, Lix, 2, 2013, p. 157-174.
- [22] SIBURG, C., HEGGER, J., Experimentelle Untersuchungen zum Durchstanzen von Einzelfundamenten mit baupraktischen Abmessungen. Beton und Stahlbetonbau 108 (2013), No. 7, p. 452–461
- [23] SUNDQUIST, H.; KINNUNEN, S., The effect of large column section and slab thickness taper on the punching shear capacity of flat slabs, Bulletin No. 81, Dept. of Civil and Architectural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 42 pp. (in Swedish).

Volume 11, Number 2
April, 2018
ISSN: 1983-4195

Contents

Modelling of fracture problems in quasi-brittle materials by the E-FEM

C. Z. S. MARASCA, E. BITTENCOURT and V. M. R. D. BESSA

244

Experimental study of solid RC slabs strengthened on the upper surface

C. O. CAMPOS, L. M. TRAUTWEIN, R. B. GOMES and G. MELO

255

Stiffness plasticity degradation of masonry mortar under compression: preliminar results

G. MOHAMAD, F. S. FONSECA, A. T. VERMELTFOORT and A. LUBECK

279

About the use of semi-continuity to remove fireproof coatings in simply supported composite steel and concrete beams

L. C. ROMAGNOLI and V. P. SILVA

296

Ultimate flexural strength of prestressed concrete beams: validation and model error evaluation

M. W. MOURA, M. V. REAL and D. D. LORIGGIO

307

Lateral distortional buckling of cellular composite-beams

A. D. PIASSI, J. V. DIAS, A. F. G. CALENZANI and F. C. C. MENANDRO

331

The collapse of Real Class building

R. J. C. RIBEIRO and D. R. C. OLIVEIRA

357

Application of tuned-mass dampers to the control of floor vibrations

G. M. ALMEIDA and C. E. N. MAZZILLI

389

Effect of mixing method on the mini-slump spread of Portland cement pastes

J. S. RAUCCI, R. T. CECEL, R. C. O. ROMANO, R. G. PILEGGI and V. M. JOHN

410

Punching shear resistance of reinforced concrete footings: evaluation of design codes

D. F. A. SANTOS, A. F. LIMA NETO and M. P. FERREIRA

432