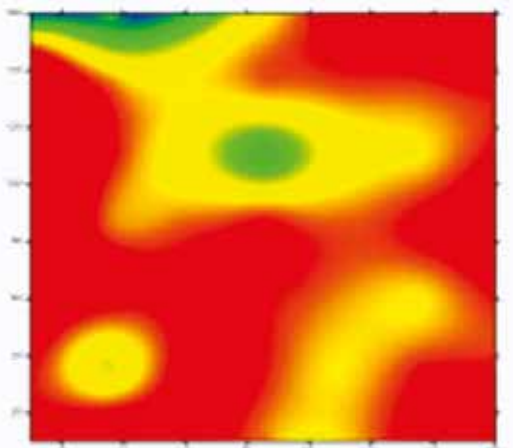
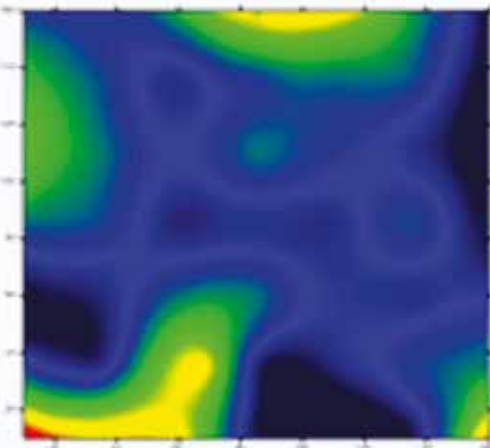
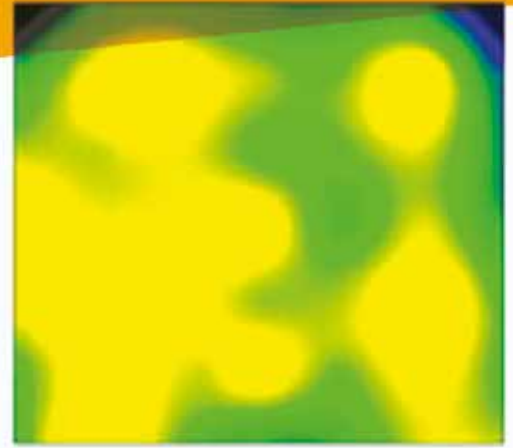
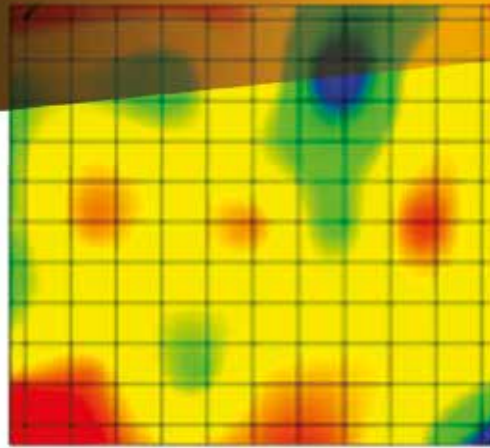
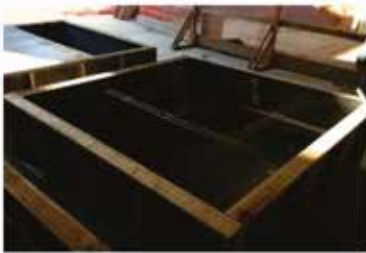
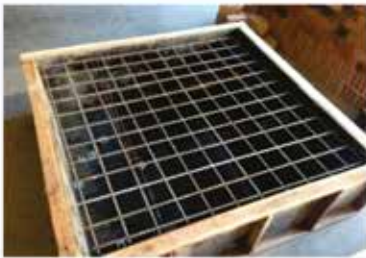


Volume 10, Number 2

April, 2017

ISSN 1983-4195



Contents

Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118
M. L. CARVALHO, C. R. SILVA and F. R. STUCCHI

Reliability of partially encased steel-concrete composite columns under eccentric loading
M. F. PEREIRA, A. T. BECK and A. L. H. C. EL DEBS

Applications of a LITS semi-empirical model in plain and reinforced concrete members subjected to a uniaxial compressive load
T. E. T. BUTTIGNOL

Statistical analysis of the second order effects variation with the stories height of reinforced concrete buildings
D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, C. C. RIBEIRO and S. E. C. RIBEIRO

Analysis of reinforced concrete structures through the ultrasonic pulse velocity: technological parameters involved
D.S. ADAMATI, A. LORENZI, J. A. CHIES and L.C.P. SILVA FILHO

Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames
R. S. B. STRAMANDINOLI and H. L. LA ROVERE

Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams
E. JUNGES and H. L. LA ROVERE

Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions
M. CHEREM and V. P. SILVA

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method
C. F. R. SANTOS, R. C. S. S. ALVARENGA, J. C. L. RIBEIRO, L. O. CASTRO, R. M. SILVA, A. A. R. SANTOS and G. H. NALON

Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns
D. L. ARAÚJO, S. A. AZEVEDO, E. M. OLIVEIRA, E. M. O. SILVA and L. A. OLIVEIRA JÚNIOR

Editorial Board

- Américo Campos Filho (Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Eduardo N. B. Santos Júlio (Editor, IST, Lisboa, Portugal)
- José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa (Editor, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)
- José Márcio Fonseca Calixto (Editor, UFMG, Belo Horizonte, MG, Brazil)
- Leandro Francisco Moretti Sanchez (Editor, University of Ottawa, Ottawa, Canada)
- Mauro Vasconcellos Real (FURG, Rio Grande, RS, Brazil)
- Rafael Giuliano Pileggi (Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Roberto Caldas de Andrade Pinto (Editor, UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Túlio Nogueira Bittencourt (Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Antonio Carlos R. Laranjeiras (ACR Laranjeiras, Salvador, BA, Brazil)
- Bernardo Horowitz (UFPE, Recife, PE, Brazil)
- Denise C. C. Dal Molin (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Emil de Souza Sánchez Filho (UFF, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Geraldo Cechella Isaia (UFSM, Santa Maria, RS, Brazil)
- Gonzalo Ruiz (UCLM, Ciudad Real, Spain)
- Guilherme Sales Melo (Former Editor, UnB, Brasília, DF, Brazil)
- Ivo José Padaratz (UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Joaquim Figueiras (FEUP, Porto, Portugal)
- Luiz Carlos Pinto da Silva Filho (Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- Mounir Khalil El Debs (USP, São Carlos, SP, Brazil)
- Nicole Pagan Hasparyk (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Osvaldo Luís Manzoli (UNESP, Bauru, SP, Brazil)
- Paulo Helene (Former Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Paulo Monteiro (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- P.K. Mehta (Berkeley, University of California, Berkeley, CA, USA)
- Pedro Castro Borges (CINVESTAV, México, D.F., México)
- Romilde Almeida de Oliveira (Universidade Católica de Pernambuco, Recife, PE, Brazil)
- Romildo Dias Toledo Filho (Former Editor, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Ronaldo Barros Gomes (UFG, Goiânia, GO, Brazil)
- Rubens Machado Bittencourt (Former Editor, FURNAS, Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Vladimir Antonio Paulon (UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)

Reviewers

Reviewers are selected by the Editors among the IBRACON members with recognized competence in the specific field of each contribution. They are acknowledged at the end of each volume.

The second issue of 2017 volume of the IBRACON Structures and Materials (Volume 10 Number 2, April 2017) is now published, with 10 interesting articles on concrete applications. The issue starts with an article on the reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement. Reliability theory concepts are applied to evaluate safety based on the formulation established by NBR6118: 2014. A second article presents a study of the reliability of partially encased steel-concrete composite columns, subject to compression and bending. Literature statistics are used to quantify uncertainty in strength of structural materials and in loads. Reliability indexes are evaluated and a discussion is presented on the prescriptions of the Brazilian Norm NBR8800:2008 with respect to the safety levels. The third article describes a LITS (Load Induced Thermal Strain) semi empirical model and two practical applications in simple and reinforced concrete members. A comparison between the described model and experimental values is presented aiming at an evaluation of reliability of the semi-empirical model. In the fourth article the simplified method to evaluate final efforts using γ_z coefficient is discussed considering the variation of the second order effects with the height of the buildings. The fifth article focuses the influence of technological variables on the results obtained through Ultrasonic Pulse Velocity tests, aiming at the adequate choice of test parameters. The sixth article describes concepts, development and validation of a two-dimensional finite element model for physical and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames. The seventh article presents a comparative study of different simplified methods and nonlinear finite element models used for calculating short-term deflections (vertical displacements of the longitudinal axis) in continuous reinforced concrete beams, under service loads. The next article intends to show that a correlation is possible between the ultimate limit state in fire conditions, and ultimate limit state at room temperature, for square cross sections under fire. The ninth article describes the development of experimental tests and numerical models able to represent the mechanical behavior of prisms made of ordinary and high strength concrete blocks. The last article presents analytical and numerical analysis of concrete corbels in different stages of columns, comparing results with experimental tests performed on five specimens.

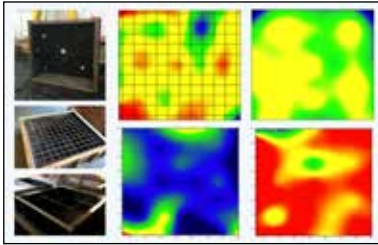
Thanks to the dedication of authors, reviewers and all the IBRACON community, our Journal is reaching a status of an important scientific vehicle for the researchers in concrete structures and materials. In the past year, our Journal received higher grades from the CAPES/QUALIS evaluation: B1 from the Engineering I committee and A2 from the Architecture and Urbanism Committee.

Américo Campos Filho, Eduardo N. B. Santos Júlio, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, José Márcio Fonseca Calixto, Leandro Francisco Moretti Sanchez, Mauro Vasconcellos Real, Rafael Giuliano Pileggi, Roberto Caldas de Andrade Pinto and Túlio Nogueira Bittencourt, Editors

O segundo número do volume de 2017 da Revista IBRACON Estruturas e Materiais (Volume 10 Número 2, abril de 2017) está sendo publicada com 10 interessantes artigos sobre aplicações de concreto. O número começa com um artigo sobre a confiabilidade de punção em placas planas sem armadura de cisalhamento. Conceitos de teoria de confiabilidade são aplicados para avaliar a segurança com base na formulação estabelecida pela NBR6118: 2014. Um segundo artigo apresenta um estudo da confiabilidade de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos, sujeitos a flexo-compressão. Estatísticas da literatura são usadas para quantificar as incertezas nas propriedades dos materiais constituintes e nas ações. Os índices de confiabilidade são avaliados e uma discussão é apresentada sobre as prescrições da Norma Brasileira NBR8800: 2008 com relação aos níveis de segurança. O terceiro artigo descreve um modelo semi empírico LITS (Load Induced Thermal Strain) e aplicações práticas em elementos de concreto simples e de concreto armado. Uma comparação entre o modelo descrito e os valores experimentais é apresentada objetivando uma avaliação da confiabilidade do modelo semi-empírico. No quarto artigo, discute-se o método simplificado para avaliar esforços finais usando o coeficiente γ_z , considerando a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos edifícios. O quinto artigo enfoca a influência de variáveis tecnológicas nos resultados obtidos por meio de testes de Velocidade de Pulso Ultrassônico, visando à escolha adequada dos parâmetros de ensaio. O sexto artigo descreve conceitos, desenvolvimento e validação de um modelo bidimensional de elementos finitos para análise física e geométrica não-linear de vigas de concreto armado e pórticos planos. O sétimo artigo apresenta um estudo comparativo de diferentes métodos simplificados e modelos de elementos finitos não-lineares utilizados para o cálculo de deflexões imediatas (deslocamentos verticais do eixo longitudinal) em vigas contínuas de concreto armado, sob cargas de serviço. O próximo artigo busca mostrar que é possível uma correlação entre o estado limite último em condições de incêndio e o estado limite último à temperatura ambiente para seções transversais quadradas sob incêndio. O nono artigo descreve o desenvolvimento de ensaios experimentais e de modelos numéricos capazes de representar o comportamento mecânico de prismas de blocos de concreto comum e de alta resistência. O último artigo apresenta análises analítica e numérica de consolos de concreto moldados em etapas distintas do pilar, comparando resultados com ensaios experimentais realizados em cinco espécimes.

Graças à dedicação dos autores, dos revisores e de toda a comunidade do IBRACON, nossa Revista está alcançando o status de um importante veículo científico para os pesquisadores em materiais e estruturas de concreto. No último ano, nossa Revista recebeu notas altas da avaliação CAPES / QUALIS: B1 do Comitê de Engenharia I e A2 do Comitê de Arquitetura e Urbanismo.

Américo Campos Filho, Eduardo N.B. Santos Júlio, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, José Márcio Fonseca Calixto, Leandro Francisco Moretti Sanchez, Mauro Vasconcellos Real, Rafael Giuliano Pileggi, Roberto Caldas de Andrade Pinto e Túlio Nogueira Bittencourt, Editores



Cover: ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES THROUGH ULTRASONIC PULSE VELOCITY

Courtesy: D.S. ADAMATTI, UFRGS, PORTO ALEGRE, RS, BRAZIL



IBRACON

Ibracon Structures and Materials Journal

is published bimonthly (February, April, June, August, October and December) by IBRACON.

IBRACON

Instituto Brasileiro do Concreto
Founded in 1972

R. Julieta do Espírito Santo Pinheiro, 68
Jardim Olímpia, São Paulo – SP
Brasil – 05542-120

Phone: +55 11 3735-0202

Fax: +55 11 3733-2190

E-mail: arlene@ibracon.org.br

Website: <http://www.ibracon.org.br>

Editors

Américo Campos Filho
(Brazil)

José Luiz Antunes de O. e Sousa
(Brazil)

José Márcio Fonseca Calixto
(Brazil)

Leandro Francisco Moretti Sanchez
(Canada)

Mauro Vasconcelos Real
(Brazil)

Rafael Giuliano Pileggi
(Brazil)

Roberto Caldas de Andrade Pinto
(Brazil)

Túlio Nogueira Bittencourt
(Brazil)

Cover design & Layout:

Ellementto-Arte

www.ellementto-arte.com

Volume 10, Number 2

April, 2017

ISSN: 1983-4195

REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS

IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

Contents

Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118

M. L. CARVALHO, C. R. SILVA and F. R. STUCCHI

276

Reliability of partially encased steel-concrete composite columns under eccentric loading

M. F. PEREIRA, A. T. BECK and A. L. H. C. EL DEBS

298

Applications of a LITS semi-empirical model in plain and reinforced concrete members subjected to a uniaxial compressive load

T. E. T. BUTTIGNOL

317

Statistical analysis of the second order effects variation with the stories height of reinforced concrete buildings

D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, C. C. RIBEIRO and S. E. C. RIBEIRO

333

Analysis of reinforced concrete structures through the ultrasonic pulse velocity: technological parameters involved

D. S. ADAMATI, A. LORENZI, J. A. CHIES and L.C.P. SILVA FILHO

358

Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames

R. S. B. STRAMANDINOLI and H. L. LA ROVERE

386

Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams

E. JUNGES and H. L. LA ROVERE

415

Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions

M. CHEREM and V. P. SILVA

451

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method

C. F. R. SANTOS, R. C. S. S. ALVARENGA, J. C. L. RIBEIRO, L. O. CASTRO, R. M. SILVA, A. A. R. SANTOS and G. H. NALON

477

Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns

D. L. ARAÚJO, S. A. AZEVEDO, E. M. OLIVEIRA, E. M. O. SILVA and L. A. OLIVEIRA JÚNIOR

509

Aims and Scope

Aims and Scope

The IBRACON Structures and Materials Journal is a technical and scientific divulgation vehicle of IBRACON (Brazilian Concrete Institute). Each issue of the periodical has 5 to 8 papers and, possibly, a technical note and/or a technical discussion regarding a previously published paper. All contributions are reviewed and approved by reviewers with recognized scientific competence in the area.

Objectives

The IBRACON Structures and Materials Journal's main objectives are:

- Present current developments and advances in the area of concrete structures and materials;
- Make possible the better understanding of structural concrete behavior, supplying subsidies for a continuous interaction among researchers, producers and users;
- Stimulate the development of scientific and technological research in the areas of concrete structures and materials, through papers peer-reviewed by a qualified Editorial Board;
- Promote the interaction among researchers, constructors and users of concrete structures and materials and the development of Civil Construction;
- Provide a vehicle of communication of high technical level for researchers and designers in the areas of concrete structures and materials.

Submission Procedure

The procedure to submit and revise the contributions, as well as the formats, are detailed on IBRACON's WebSite (www.ibracon.org.br). The papers and the technical notes are revised by at least three reviewers indicated by the editors. The discussions and replies are accepted for publication after a revision by the editors and at least one member of the Editorial Board. In case of disagreement between the reviewer and the authors, the contribution will be sent to a specialist in the area, not necessarily linked to the Editorial Board.

Contribution Types

The periodical will publish original papers, short technical notes and paper discussions. Announcements of conferences and meetings, information about book reviews, events and contributions related to the area will also be available in the periodical's WebSite. All contributions will be revised and only published after the Editorial and Reviewers Boards approve the paper. Restrictions of content and space (size) are imposed to the papers. The contributions will be accepted for review in Portuguese, Spanish or English. The abstracts are presented in Portuguese or Spanish, and in English, independently of the language in which the paper is written. After the review process, papers originally written in Portuguese or Spanish should be translated into English, which is the official language of the IBRACON Structures and Materials Journal. Optionally, papers are also published in Portuguese or Spanish.

Original papers will be accepted as long as they are in accordance with the objectives of the periodical and present quality of information and presentation. The instructions to submit a paper are detailed in the template (available on IBRACON's WebSite).

The length of the papers must not exceed 20 pages.

A technical note is a brief manuscript. It may present a new feature of research, development or technological application in the areas of Concrete Structures and Materials, and Civil Construction. This is an opportunity to be used by industries, companies, universities, institutions of research, researchers and professionals willing to promote their

works and products under development. The instructions to submit a technical note are detailed on IBRACON's WebSite.

A discussion is received no later than 3 months after the publication of the paper or technical note. The instructions to submit a discussion are detailed on IBRACON's WebSite. The discussion must be limited to the topic addressed in the published paper and must not be offensive. The right of reply is guaranteed to the Authors. The discussions and the replies are published in the subsequent issues of the periodical.

Internet Access

IBRACON Structural Journal Page in <http://www.ibracon.org.br>

Subscription rate

All IBRACON members have free access to the periodical contents through the Internet. Non-members have limited access to the published material, but are able to purchase isolated issues through the Internet. The financial resources for the periodical's support are provided by IBRACON and by research funding agencies. The periodical will not receive any type of private advertisement that can jeopardize the credibility of the publication.

Photocopying

Photocopying in Brazil. Brazilian Copyright Law is applicable to users in Brazil. IBRACON holds the copyright of contributions in the journal unless stated otherwise at the bottom of the first page of any contribution. Where IBRACON holds the copyright, authorization to photocopy items for internal or personal use, or the internal or personal use of specific clients, is granted for libraries and other users registered at IBRACON.

Copyright

All rights, including translation, reserved. Under the Brazilian Copyright Law No. 9610 of 19th February, 1998, apart from any fair dealing for the purpose of research or private study, or criticism or review, no part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of IBRACON. Requests should be directed to IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68 ,Jardim Olímpia,
São Paulo, SP – Brasil CEP: 05542-120
Phone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190
E-mail: arlene@ibracon.org.br.

Disclaimer

Papers and other contributions and the statements made or opinions expressed therein are published on the understanding that the authors of the contribution are the only responsible for the opinions expressed in them and that their publication does not necessarily reflect the support of IBRACON or the journal.

Objetivos e Escopo

A Revista IBRACON de Estruturas e Materiais é um veículo de divulgação técnica e científica do IBRACON (Instituto Brasileiro do Concreto). Cada número do periódico tem 5 a 8 artigos e, possivelmente, uma nota técnica e/ou uma discussão técnica sobre um artigo publicado anteriormente. Todas as contribuições são revistas e aprovadas por revisores com competência científica reconhecida na área.

Objetivos

Os objetivos principais da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais são:

- Apresentar desenvolvimentos e avanços atuais na área de estruturas e materiais de concreto;
- Possibilitar o melhor entendimento do comportamento do concreto estrutural, fornecendo subsídios para uma interação contribua entre pesquisadores, produtores e usuários;
- Estimular o desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica nas áreas de estruturas de concreto e materiais, através de artigos revisados por um corpo de revisores qualificado;
- Promover a interação entre pesquisadores, construtores e usuários de estruturas e materiais de concreto, e o desenvolvimento da Construção Civil;
- Prover um veículo de comunicação de alto nível técnico para pesquisadores e projetistas nas áreas de estruturas de concreto e materiais.

Submissão de Contribuições

O procedimento para submeter e revisar as contribuições, assim como os formatos, estão detalhados na página Internet do IBRACON (www.ibracon.org.br). Os artigos e as notas técnicas são revisadas por, no mínimo, três revisores indicados pelos editores. As discussões e réplicas são aceitas para publicação após uma revisão pelo editores e no mínimo um membro do Corpo Editorial. No caso de desacordo entre revisor e autores, a contribuição será enviada a um especialista na área, não necessariamente do Corpo Editorial.

Tipos de Contribuição

O periódico publicará artigos originais, notas técnicas curtas e discussões sobre artigos. Anúncios de congressos e reuniões, informação sobre revisão de livros e contribuições relacionadas à área serão também disponibilizadas na página Internet da revista. Todas as contribuições serão revisadas e publicadas apenas após a aprovação dos revisores e do Corpo Editorial. Restrições de conteúdo e espaço (tamanho) são impostas aos artigos. As contribuições serão aceitas para revisão em português, espanhol ou inglês. Os resumos serão apresentados em português ou espanhol, e em inglês, independentemente do idioma em que o artigo for escrito. Após o processo de revisão, artigos originalmente escritos em português ou espanhol deverão ser traduzidos para inglês, que é o idioma oficial da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Opcionalmente, os artigos são também publicados em português ou espanhol.

Artigos originais serão aceitos desde que estejam de acordo com os objetivos da revista e apresentam qualidade de informação e apresentação. As instruções para submeter um artigo estão detalhadas em um gabarito (disponível no sítio do IBRACON).

A extensão dos artigos não deve exceder 20 páginas.

Um nota técnica é um manuscrito curto. Deve apresentar uma nova linha de pesquisa, desenvolvimento ou aplicação tecnológica nas áreas de Estruturas de Concreto e Materiais, e Construção Civil. Esta é uma oportunidade a ser utilizada por indústrias, empresas, universidades,

instituições de pesquisa, pesquisadores e profissionais que desejem promover seus trabalhos e produtos em desenvolvimento. As instruções para submissão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON.

Uma discussão é recebida não mais de 3 meses após a publicação do artigo ou nota técnica. As instruções para submeter uma discussão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON. A discussão deve se limitar ao tópico abordado no artigo publicado e não pode ser ofensivo. O direito de resposta é garantido aos autores. As discussões e réplicas são publicadas nos números subsequentes da revista.

Acesso via Internet

Página da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais em <http://www.ibracon.org.br>

Assinatura

Todos os associados do IBRACON têm livre acesso ao conteúdo do periódico através da Internet. Não associados têm acesso limitado ao material publicado, mas podem adquirir números isolados pela Internet. O financiamento para suporte à revista é provido pelo IBRACON e por agências de financiamento à pesquisa. A revista não receberá qualquer tipo de anúncio privado que possa prejudicar a credibilidade da publicação.

Fotocópias

Fotocópias no Brasil, A Lei Brasileira de Direitos Autorais é aplicada a usuários no Brasil. O IBRACON detém os direitos autorais das contribuições na revista a menos que haja informação em contrário no rodapé da primeira página da contribuição. Onde o IBRACON detém os direitos autorais, autorização para fotocopiar itens para uso interno ou pessoal, ou uso interno ou pessoal de clientes específicos, é concedida para bibliotecas e outros usuários registrados no IBRACON.

Direitos autorais

Todos os direitos, inclusive tradução são reservados. Sob a Lei de Direitos Autorais No. 9610 de 19 de fevereiro de 1998, exceto qualquer acordo para fins de pesquisa ou estudo privado, crítica ou revisão, nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, arquivada em sistema de busca, ou transmitida em qualquer forma ou por qualquer meio eletrônico, mecânico, fotocópia, gravação ou outros, sem a autorização prévia por escrito do IBRACON. Solicitações devem ser encaminhadas ao IBRACON:

IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68, Jardim Olímpia, São Paulo, SP –Brasil CEP: 05542-120

Fone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190

E-mail: arlene@ibracon.org.br

Aviso Legal

Artigos e outras contribuições e declarações feitas ou opiniões expressas aqui são publicadas com o entendimento que os autores da contribuição são os únicos responsáveis pelas opiniões expressas neles e que sua publicação não necessariamente reflete o apoio do IBRACON ou da revista.

Diretoria

Diretoria Biênio 2015/2017

Diretor Presidente
Julio Timerman

Assessores da Presidência
Augusto Carlos de Vasconcelos
José Tadeu Balbo
Selmo Chapira Kuperman

Assessor da Presidência – Atuação ABCP/ABESC
Hugo da Costa Rodrigues Filho

Assessor da Presidência – Atuação Construtoras
Alexandre Couso – ESSER

Diretor 1º Vice-Presidente
Túlio Nogueira Bittencourt

Diretor 2º Vice-Presidente
Luiz Prado Vieira Júnior

Diretor 1º Secretário
Antonio Domingues de Figueiredo

Diretor 2º Secretário
Carlos José Massucato

Diretor 1º Tesoureiro
Claudio Sbrighi Neto

Diretor 2º Tesoureiro
Nelson Covas

Diretor de Marketing
Iria Lícia Oliva Doniak

Diretor de Eventos
Bernardo Tutikian

Assessores da Diretoria de Eventos
Maurice Antoine Traboulsi
Sônia Regina Cottas Freitas

Diretor Técnico
Inês Laranjeira da Silva Battagin

Diretor de Relações Institucionais
Paulo Helene

Diretor de Publicações e Divulgação Técnica
Eduardo Barros Millen

Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento
Leandro Mouta Trautwein

Diretor de Cursos
Enio José Pazini Figueiredo

Diretor de Certificação de Pessoal
Gilberto Antônio Giuzio

Conselho Diretor Biênio 2015/2017

Sócios Titulares Individuais

Ana Elisabete P. G. A. Jacintho
Antônio Domingues de Figueiredo
Arnaldo Forti Battagin
Augusto Carlos de Vasconcelos
Bernardo Fonseca Tutikian
Carlos José Massucato
César Henrique Sato Daher
Claudio Sbrighi Neto
Enio José Pazini Figueiredo
Geraldo Cechella Isaia
Inês Laranjeira da Silva Battagin
Iria Lícia Oliva Doniak
Julio Timerman
Luiz Prado Vieira Júnior
Maurice Antoine Traboulsi
Mônica Pinto Barbosa
Nelson Covas
Vladimir Antonio Paulon

Sócios Titulares Mantenedores e Coletivos

Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP)
Associação Brasileira da Construção Industrializada em Concreto (ABCIC)
Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem (ABESC)
Eletrobras/Furnas Centrais Elétricas S.A.
Intercement Brasil S.A.
Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo (IPT)
L. A. Falcão Bauer Centro Tecnológico de Controle de Qualidade Ltda.
Otto Baumgart Indústria e Comércio S.A.
PhD Engenharia Ltda.
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (POLI-USP)

Conselheiros Permanentes

Eduardo Antonio Serrano
José Marques Filho
Paulo Helene
Ronaldo Tartuce
Rubens Machado Bittencourt
Selmo Chapira Kuperman
Simão Priskulnik
Tulio Nogueira Bittencourt

Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118

Estudo da confiabilidade da punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento de acordo com a NBR6118

M. L. CARVALHO^a
mth.carvalho@hotmail.com

C. R. SILVA^a
carolina_rs@outlook.com

F. R. STUCCHI^a
frstucchi@uol.com.br

Abstract

The frequent use of flat slabs in building constructions highlights the importance of improving the study of slab-column joints, particularly regarding the verification of the ultimate limit state of punching shear, given the complexity of this phenomenon. This article applies concepts of the Theory of Reliability in order to evaluate the safety of the formulation established by NBR6118: 2014 standard to check punching shear in flat slabs with centered columns. Twelve probabilistic model analysis for C and C' equations were developed, considering the influence that the variation of the slab thickness, the f_{ck} and the shear force eccentricity have on reliability index β and failure rate P_f . Results indicated that formulation of C boundary is reasonably safe, although C' boundary revealed β index below expectations.

Keywords: punching shear, flat slab, reliability, reinforced concrete.

Resumo

O uso frequente de lajes lisas na construção de edifícios destaca a importância do aprimoramento no estudo das ligações laje-pilar, principalmente quanto a verificação do Estado Limite Último de Punção, visto a complexidade envolvida neste fenômeno. Este artigo aplica conceitos da Teoria da Confiabilidade com o objetivo de avaliar a segurança existente na formulação proposta pela norma NBR6118: 2014 para verificação de punção em lajes lisas com pilares centrados. Foram elaborados 12 modelos de análise probabilística das equações dos contornos C e C' , considerando a influência que a variação da espessura da laje, do f_{ck} e da excentricidade da força cortante exerce sobre o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha P_f . Os resultados indicaram que a formulação do contorno C possui segurança razoável, porém o contorno C' apresentou índice β abaixo do esperado.

Palavras-chave: punção, lajes lisas, confiabilidade, concreto armado.

^a São Paulo State University, Department of Structural and Foundation Engineering, Polytechnic School, São Paulo, SP, Brazil.

1. Introduction

The structural solution of flat slabs for buildings is used as a viable alternative to the conventional system (formed by columns, beams and slabs) due to greater simplicity and agility in the execution of forms, reduced labor, reduced interference with installations, standardization and rationalization of shoring, reducing the floor height (enabling a better use of the land occupation) besides an easier launch and densification of concrete (reducing the appearance of the concrete failure).

In spite of the benefits mentioned, this kind of structural system requires a more sophisticated analysis, especially in the design of its Ultimate Limit State because of the phenomenon known as punching shear, which arises from the concentration of forces applied to small areas of the slab, generally in slab-column joints, causing its perforation.

Punching failure is associated to the main tensile stress due to its shear and it is considered a brittle failure because it occurs in a sudden (without previous notice), which causes a rupture of the connection between slab and column and may also cause progressive collapse slabs on lower floors. The standard NBR 6118: 2014 presents the formulation to design the punching shear of flat slabs with and without punching shear reinforcement.

It is possible to evaluate the calculation model proposed by NBR 6118: 2014 through the Theory of Reliability and with the assistance of Monte Carlo simulation, a numerical analysis method widely used nowadays due to its robustness, simplicity and flexibility.

1.1 Theory of reliability

Structural safety is associated with the following factors:

- Reliability which is characterized by a low probability of failure in the ultimate and service ability limit states;
- Adaptability and warning structural (ductility of structural elements);
- Fidelity associated with the impossibility of false warning collapses;
- Durability, related to the ability of maintaining the previous three qualities throughout life, since the planned maintenance had been done.

The theory of reliability considers in the uncertainty associated with each variable involved in the safety and performance of the structure. Thereby, it is possible to evaluate its probability of fail by global collapse of a located structural element (Ultimate Limit State), or by cracking and excessive deformation (Serviceability State Limit). To evaluate the probability of failure, it is defined the failure function $G = R - S$, associated with random quantities that influence the resistant capacity R and internal forces level S :

$$G = R(Y_1, \dots, Y_n; C_Y) - S(X_1, \dots, X_m; C_X) \quad (1)$$

Where Y_j ($j = 1, 2, \dots, n$) and X_i ($i = 1, 2, \dots, m$) are the random variables that involve the internal forces and resistance, respectively, and C_Y and C_X symbolize sets of constants and deterministic functions relating to the random variables R and

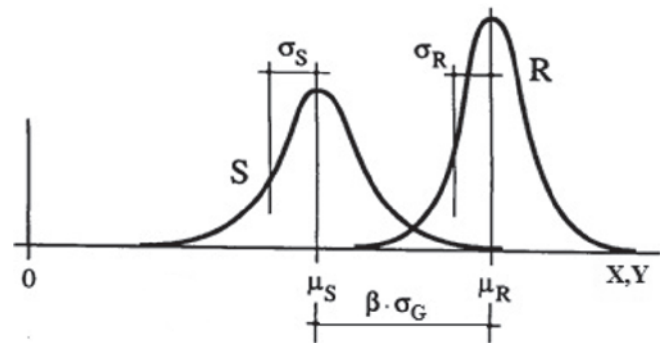


Figure 1
Representation of probability of failure and index β

S . It is important to mention that if there are variables, even X_i and Y_j , significantly correlated, that is, in situations where it is not possible to ignore the interdependence among them, the complexity of the problem increases. In this work, the correlation among the variables is not significant, they will not be considered. This has been made in other similar cases cited in the bibliography.

The Reliability Theory purpose ensures that the event ($G = R - S > 0$) occurs with high probability during the period of use of the structure, through analysis of probability of failure $P_f = P(G \leq 0)$, associated with the event ($G \leq 0$).

Determined the random variables R and S and their respective statistical parameters, average value (μ_R e μ_S) and variance (σ_R^2 e σ_S^2), it is possible to obtain the average value μ_G and standard deviation σ_G of the variable G using the equations (2) and (3) described below:

$$\mu_G = \mu_R - \mu_S \quad (2)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3)$$

The function G is a function of random variables defined by the difference between other two R and S and generally its probability distribution is unknown. This is our case, although there are other alternatives we try to solve it with the Monte Carlo method. The case where R and S have normal distribution and G results also normal, it is interesting, because it defines the Reliability Index described hereafter.

In cases where there are random variables represented by probability distributions different from normal distribution, it is possible to obtain acceptable approximations through an equivalent normal distribution, that is, a normal distribution with the same probability density values and accumulated probability as the original distribution in design point.

1.1.1 Reliability index (β)

The reliability index β is a parameter associated with the

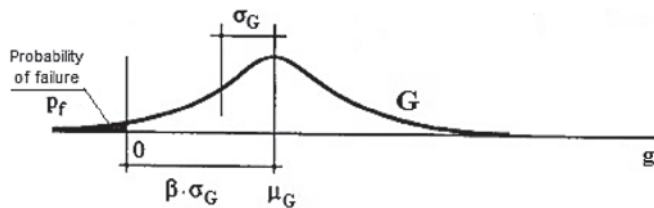


Figure 2
Reliability Index β (8)

probability of failure that is considered a reference in the safety assessment of structures. Given the independent random variables R and S with normal distribution, the reliability index β is given by:

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4)$$

And the probability of failure can be described as:

$$P_f = P(G \leq 0) = \Phi(-\beta) \quad (5)$$

A possible way to estimate an acceptable failure probability for a given structure consists in calibrating the reliability index β according to the relationship between the relative safety cost and its failure consequences, as seen in Table 1, recommended by the Eurocode [17].

However, this table does not separate structural elements of different responsibility as the ACI calibration work does (Nowak [13]). NBR 6118 has been adopted calibration values required for the ACI 318 calibration, i.e., 3,8 for columns, 3,3 for beams and 2,5 for bending in slabs. In the case of punching shear of flat slabs without shear reinforcement a value greater than 2,5 is desirable, if possible around 3,0.

1.2 Monte Carlo method

According to Stucchi and Moraes [7], Monte Carlo method consists in an approximate numerical simulation to solve equation of any limit state, in the case of this work the failure equation G :

$$G = G(S, R) = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_m; Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \dots, Y_n; C_x, C_y) \quad (6)$$

Where X_i , Y_j , C_x and C_y are random variables and deterministic functions described in item 1.1 of this work.

Then N simulations are generated ($l = 1, 2, \dots, N$) of the limit equation G , with the use of random number generators $0 \leq a_{i,l} \leq 1$ and $0 \leq b_{j,l} \leq 1$, whose probability densities remain constant in the range. The result of $a_{i,l}$ and $b_{j,l}$ is associated with the cumulative probability of each random variable $X_{i,l}$ and $Y_{j,l}$, respectively:

$$X_{i,l} = F_{(X_i)}^{-1}(a_{i,l})$$

$$Y_{j,l} = F_{(Y_j)}^{-1}(b_{j,l})$$

Where: $F_{()}^{-1}()$ is the inverse function of cumulative distribution of each random variable involved in the problem. Each simulation provides individual results of random variables $X_{i,l}$ and $Y_{j,l}$, that applied to the limit equation G generate values g_l :

$$g_l = G(X_{1l}, X_{2l}, \dots, X_{il}, \dots, X_{ml}; Y_{1l}, Y_{2l}, \dots, Y_{jl}, \dots, Y_{nl}; C_x, C_y) \quad (7)$$

Once finished the simulations, the N_f failure events associated with condition $g(x) < 0$ are accounted, and the average failure probability P_f can be estimated by:

$$\overline{P}_f = \frac{N_f}{N} \cong P_f \quad (8)$$

It should be noted that the greater the number of simulations N , the more \overline{P}_f converges to the probability of failure value P_f . Based on the g_l results obtained, it is possible to generate the graph of cumulative probability density function F_g , as illustrated in Figure 3.

It is worth emphasizing the importance of reliability index β as a parameter used to evaluate the existing safety of the normative formulations. Therefore, despite the possible lack of knowledge on the probability distribution of the limit equation G , it is acceptable to determine the value of β_{eq} equivalent to equation (9):

$$\beta_{eq} \approx -\Phi^{-1}(P_f) \quad (9)$$

Where Φ^{-1} is the inverse cumulative normal distribution function.

Table 1
Reference values to the parameter β . (17)

Relative cost of safety measure	Ultimate limit state			
	Expected consequences given a failure			
	Low	Some	Moderate	High
High	$\beta = 0$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$
Moderate	$\beta = 1,3$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$
Low	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$	$\beta = 4,3$

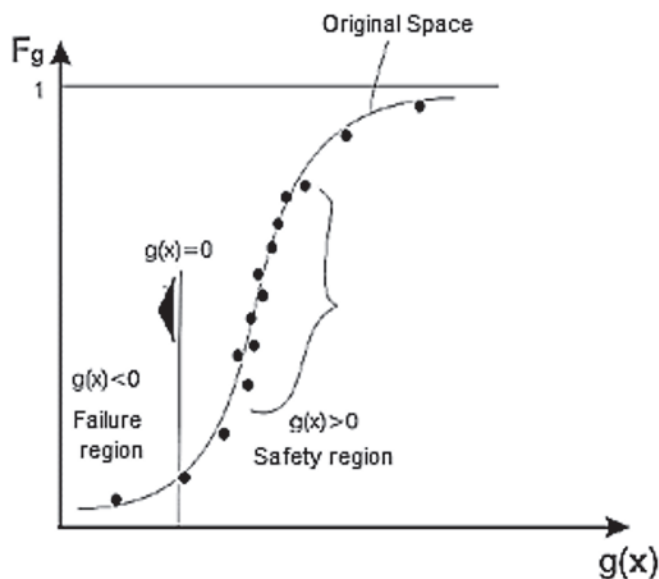


Figure 3 Simulation of Monte Carlo method (8)

2. Methodology and formulation

2.1 Formulation

The calculation model proposed by NBR6118: 2014 for punching shear design of internal columns corresponds to the check two critical surfaces, C and C' , according to item 19.5.1 of the respective standard. Figure 4 presents the critical perimeter for different geometries for internal columns.

After validating the prescribed conditions, in principle, shear reinforcement for slab-columns joints is not necessary. Nevertheless, according to item 19.5.3.5 of the same standard, in cases where

the global stability depends on the punching shear resistance of the slab, it should be provided reinforcement to resist at least 50% of the internal forces, even if the conditions meet the requirements.

2.1.1 Perimeter C

At the critical boundary C , determined by the column perimeter, resistance is indirectly verified by concrete diagonal compression using the apparent shear stress τ_{Rd2} :

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \tag{10}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{k_x M_{sdx}}{W_{px} d} + \frac{k_y M_{sdy}}{W_{py} d} = \frac{F_{sd}}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \tag{11}$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \tag{12}$$

Where:

- u : critical perimeter;
- $d = (h - d')$: effective height of the slab;
- d' : average distance between the upper face of the slab and the center of gravity of the superior flexural reinforcement in orthogonal directions;
- h : slab thickness;
- F_{sd} : design value for a reaction or a concentrated force;
- $M_{sd} = eF_{sd}$: design value of the moment resulted of unbalanced tension in the boundary, represented by eccentricity e of critical perimeter in relation to the column center of gravity multiplied by F_{sd} ;
- W_p : plastic resistance module of the critical perimeter;
- k : coefficient that provides part of M_{sd} transmitted to the column in the punching shear;

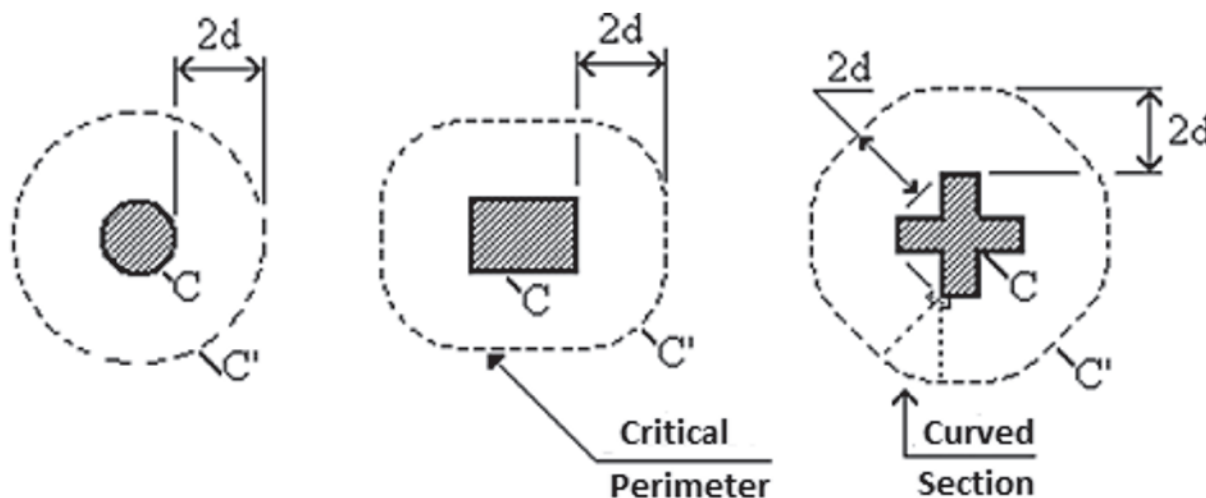


Figure 4 Perimeters C and C' to different geometries of internal columns.(1)

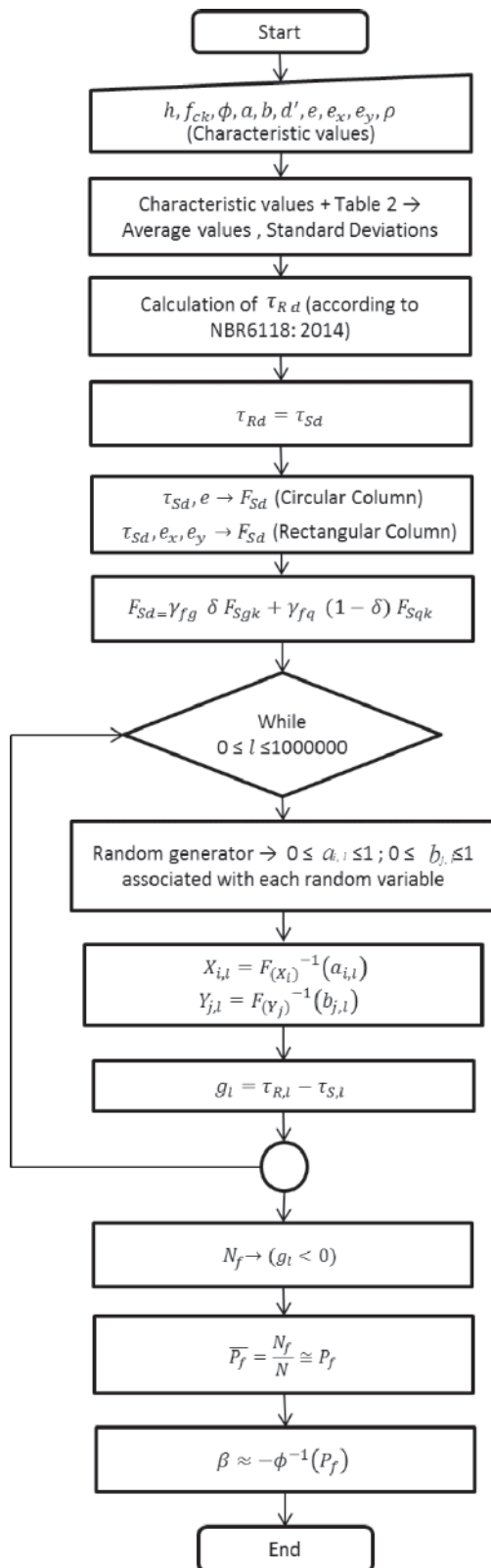


Figure 5
Flowchart of calculation routine

$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$: coefficient of effectiveness of the concrete;

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$: Design value of concrete compressive strength; It is possible to write equation (13) as follows:

$$\tau_{Rd2} - \tau_{sd} \geq 0 \tag{13}$$

The existing 0,27 constant of resistant stress equation τ_{Rd2} is derived from the apparent shear stress, with inclination of $tg(2/3) \cong 33,7^\circ$, as shown in Fusco [9]. This value considers $k_{mod} = 0,85$ coefficient, corresponding to the named Rüsç effect. Since this equation is used for permanent and variable loads, the coefficient $k_{mod} = 0,85$ should not be removed, it belongs to the design criteria.

This way, removing the implicit security inside the formulation, probability failure function G becomes:

$$G = \tau_{R2} - \tau_s \leq 0 \tag{14}$$

$$G = 0,27\alpha_v f_c - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \leq 0 \tag{15}$$

For circular columns, the equation G may be simplified to:

$$G = 0,27\alpha_v f_c - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{ke}{W_p} \right) \leq 0 \tag{16}$$

2.1.2 Perimeter C'

At the critical perimeter C' , punching shear resistance for flat slabs without shear reinforcement is ensured by equation [17]:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \tag{17}$$

Where:

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$: geometric rate of adhering bending reinforcement; It is important to note that this work does not include the portion related to the compressive stress due to prestressing σ_{cp} .

To obtain the limit equation G , it is necessary to remove the security inside equation (16). However, the formulation proposed by NBR6118 does not expose the safety factors implicit in the design model, this (equation 18) is explicit in Eurocode 2: 2004 standard, that considers the same theoretical model for punching shear checking in C' perimeter.

Table 2

Statistical parameters and probability distributions of random variables

Random variables	Type of probability distribution	Characteristic value	Average value	Coefficient of variation (%)	Source of coefficient of variation
Calculation model - perimeter C	Normal	0,27	0,27	11	(13)
Calculation model - perimeter C'	Normal	0,13	0,18	11	(13)
Compressive strength of concrete (f_{ck})	Normal	f_{ck}	$f_{cm} = f_{ck} / (1 - 1,645CV)$	15	(12)
Tensile strength of concrete (f_{ctk})	Normal	f_{ctk}	$(f_{cm})^{1/2}$	20	(12)
Diameter column (φ , a, b)	Normal	Design value	Design value	4	(12)
Slab thickness (h)	Normal	Design value	Design value	4	(12)
Distance between the CG of the upper flexural reinforcement and the concrete face (d')	Normal	Design value	Design value	12,5	Value adopted by the authors
Load eccentricity (e, e_x , e_y)	Normal	Design value	Design value	10	(13)
Coefficient K	Normal	Design value	Design value	10	(13)
Mean reinforcement ratio for longitudinal reinforcement (ρ)	Normal	Design value	Design value	5	(12)
Permanent loading (G)	Normal	S_{gk}	$S_{gm} = 1,05 S_{gk}$	10	(14)
Variable loading (Q)	Gumbel type 1	S_{qk}	$S_{qm} = 0,934 S_{qk}$	20	(14)

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (18)$$

This way, applying the same procedure proposed for the perimeter C, we obtain the equations (19) and (20) to punching resistance verification of perimeter C' at rectangular and circular columns, respectively:

$$G = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} - \quad (19)$$

$$\frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \leq 0$$

$$G = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{1/3} - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{ke}{W_p} \right) \leq 0 \quad (20)$$

2.2 Methodology

The calculation routine to obtain the probability of failure P_f and

its corresponding reliability index β is shown in Figure 5, and it is valid for both the critical perimeters C and C'.

- Initially, the input data are entered, which consist of the average and characteristic values, besides coefficients of variation for the random variables involved in the problem, as well as the percentage of permanent (g) or variable (q) loads. The values considered are shown in Tables 2, 3 and 4.

- Determine the design value of resistant strain τ_{Rd} prescribed in standard and based on the characteristic values of random variables, appropriately weighted by the respective factors. In this work it was considered the respective partial factors:

$$\gamma_c = 1,40; \gamma_s = 1,15; \gamma_{fg} = \gamma_{fq} = 1,40;$$

- Determine the applied shear stress design value τ_{Sd} using the design limit condition $\tau_{Sd} = \tau_{Rd}$.

- F_{sd} is established from τ_{Sd} and the eccentricity e;

- The relationship $F_{sk} = \delta F_{sgk} + (1 - \delta) F_{sqk}$ generates permanent (g) and variable (q) portions of the actions, where δ measures the action proportion;

- For each simulation were generated $N = 1000000$ (1 million) of failure equations g_i , determining the random numbers $a_{i,l}$ and $b_{j,l}$, and consequently $X_{i,l}$ and $Y_{j,l}$, from the following relations:

$$X_{i,l} = F_{(X_i)}^{-1}(a_{i,l})$$

$$Y_{j,l} = F_{(Y_j)}^{-1}(b_{j,l})$$

Table 3
Considered data in the models for circular column

Considered data - circular column	
h (cm)	16
d' (cm)	3,5
ρ (%)	0,5
∅ (cm)	50
f _{ck} (MPa)	35
e (cm)	10

- In each l-th iteration, the set of random variables values result in applied tensions values $\tau_{S,l} = \tau(X_{i,l})$ and resistant $\tau_{R,l} = \tau(Y_{j,l})$ and a result g_l to the failure function G through the following expression:

$$g_l = \tau_{R,l} - \tau_{S,l}$$

- After completing the iterations, the N_f failure occurrences are accounted, it means, that the action value exceeded the corresponding resistance ($g_l < 0$);

- Finally, the probability of failure P_f is determined and therefore the β_{eq} index.

Table 2 shows the random variables considered in the formulation of perimeters C and C' , their respective parameters and statistical probability distributions.

Note that in equation (16) the portion $(f_{ck})^{\frac{1}{3}}$ is related with the tensile concrete strength, so the coefficient of variation indicated in Table 2 is applied to the result of the cube root of f_{cm} for its application in Monte Carlo method.

Table 4
Considered data in the models for rectangular column

Considered data - rectangular column	
h (cm)	16
d' (cm)	3,5
ρ (%)	0,5
a (cm) - parallel to the x axis	40
b (cm) - parallel to the y axis	30
f _{ck} (MPa)	35
e _x (cm)	8
e _y (cm)	6

Table 5
Combinations of considered actions

Permanent (g)	Variable (q)	Values of (δ)
30%	70%	0,3
50%	50%	0,5
70%	30%	0,7

2.3 Application

Different models were developed to perform probabilistic analysis

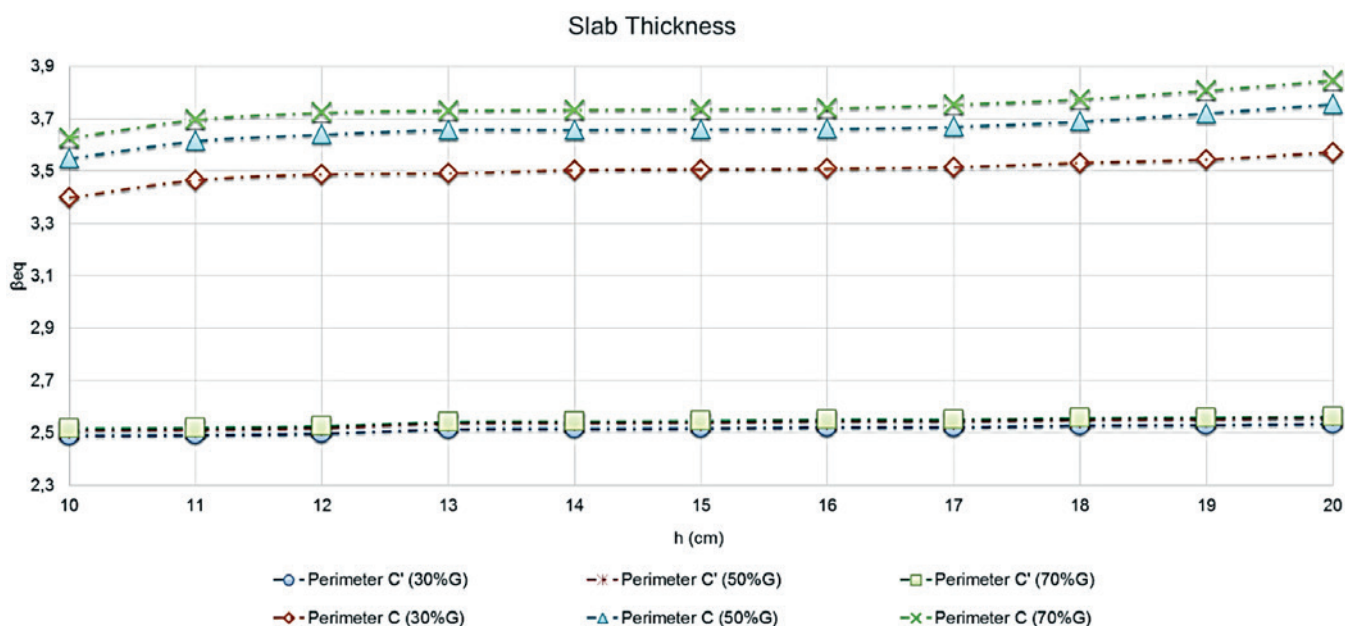


Figure 6
Results of reliability index β_{eq} for circular column considering the variation of the slab thickness

for flat slabs without shear reinforcement subjected to punching shear, supported in circular or rectangular columns, both centered, with load and bending moment transmissions. In each model, it was simulated 1 million cases of equation G to check the critical perimeters C and C' , vary in each model the characteristic of the concrete compression resistance f_{ck} , the slab thickness h and the eccentricity of the normal force e .

The information about the variables involved in the problem is shown in Tables 3 and 4.

In order to determine the influence of f_{ck} variation in the probability of failure P_f for C and C' perimeters, other vari-

ables remained the same values shown in Tables 4 and 5. The same occurred with the variation of the slab thickness h and the eccentricity of loading e .

Table 5 presents the combinations of actions used to determine the probability of failure.

3. Results and discussion

Considering the reliability models described, the results obtained to the reliability index β_{eq} are shown in Figures 6 to 8 for circular columns and Figures 9 to 12 to rectangular columns.

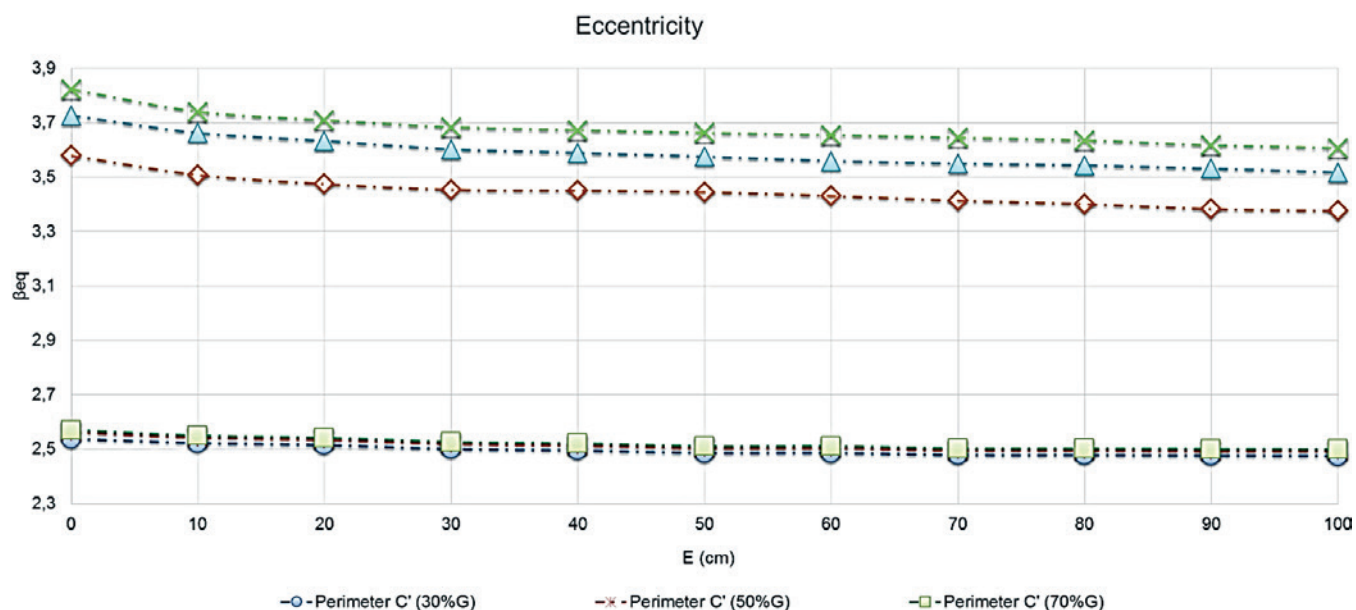


Figure 7 Results of reliability index β_{eq} for circular column considering the variation of eccentricity

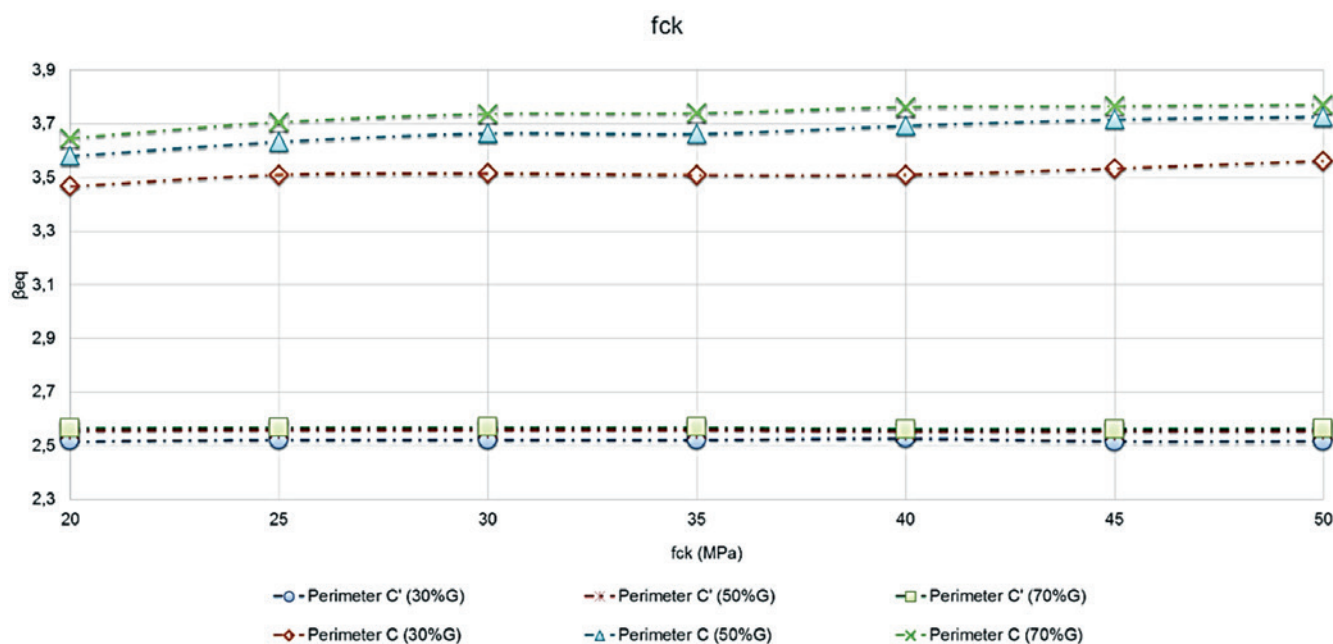


Figure 8 Results of reliability index β_{eq} for circular column considering the variation of f_{ck}

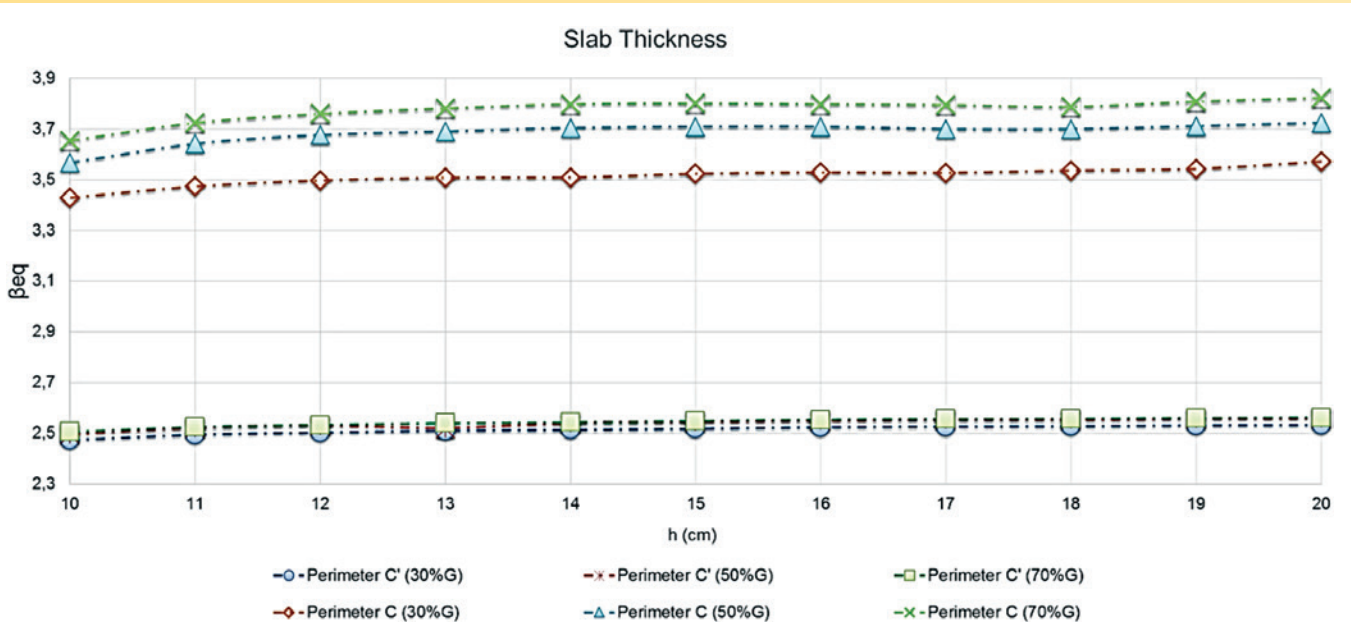


Figure 9 Results of reliability index β_{eq} for rectangular column considering the variation of the slab thickness

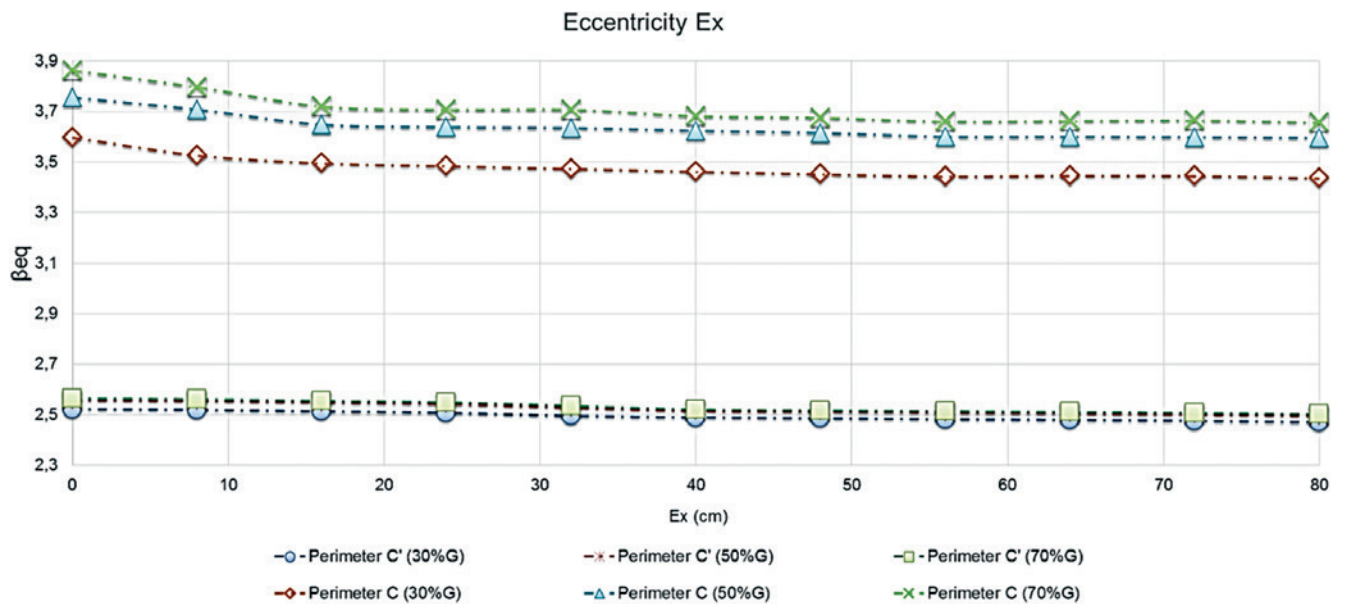


Figure 10 Results of reliability index β_{eq} for rectangular column considering the variation of eccentricity e_x

Analyzing β_{eq} obtained results, both in circular and rectangular columns, it is noted that the C perimeter formulation has a lower probability of failure P_f than the corresponding C' perimeter formulation. The lowest $\beta_{eq} \cong 3,4$ result to C perimeter agrees with Table 1 (considered the high cost and high safety as a consequence of the failure occurrence) and it is similar to the index provided for concrete beams calibration as proposed by (Nowak [13]) to the ACI calibration.

The cases submitted to lower proportions of permanent actions resulted in lower indexes β_{eq} , as expected, due to the increase of the variable actions proportion.

The index β_{eq} of C' perimeter equation remained constant when

subjected to the modification of eccentricity variables of load e , concrete strength f_{ck} and slab thickness h . This behavior emphasizes the proper calibration of this equation. The C perimeter equation was more sensitive to the variation of these parameters. It is important to emphasize that $\beta_{eq} = 2,5$ result, evident in all simulated cases for the formulation of C' perimeter, indicates a higher probability of failure than the desired one. Comparing it with Table 1, this value remains below the expected $\beta = 3,0$ and with the same magnitude as provided for bending slabs (proposed by Nowak [13]). Nevertheless, remember that punching shear phenomenon is associated with brittle fracture of the structure and it would be ideal to obtain lower probabilities of failure for punching

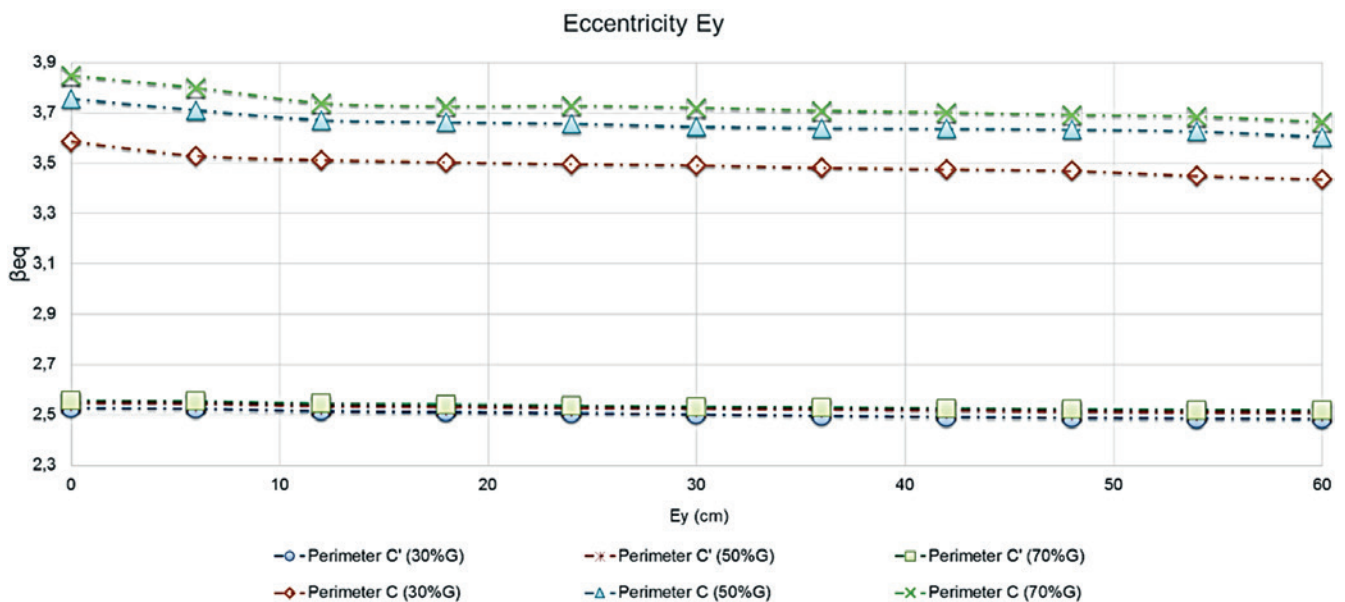


Figure 11

Results of reliability index β_{eq} for rectangular column considering the variation of eccentricity y_x

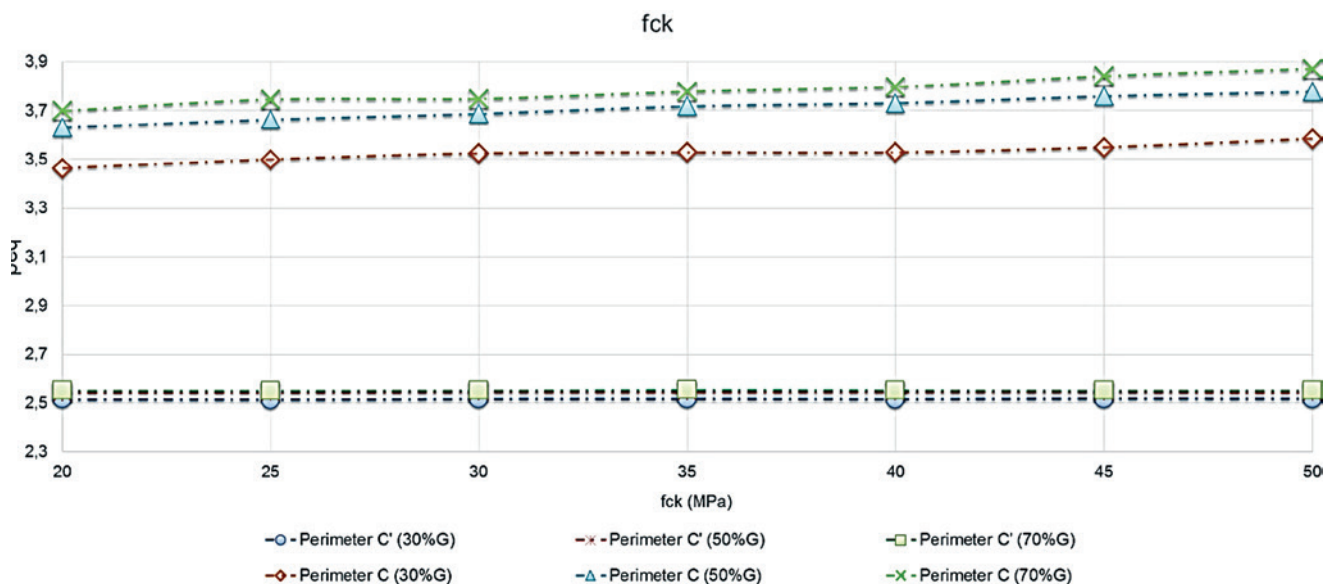


Figure 12

Results of reliability index β_{eq} for rectangular column considering the variation of f_{ck}

shear formulations when compared to the probabilities from bending cases.

Therefore, it is interesting to highlight the need to required punching shear reinforcement in cases where the structural global stability depends on punching shear resistance of slabs (prescribed in Section 19.5.3.5 of NBR6118: 2014), situation that promotes, primarily, the reduction of the probability of failure.

4. Conclusions

This paper presented a comparative study of the safe safety analysis of flat slabs without shear reinforcement and subjected to punching, according to the formulation of the Brazilian standard for structural design.

The results indicate that the reliability of the formulation proposed to the C perimeter obtains reasonable safety in the evaluated situations, containing the index β_{eq} sensitive to slab thickness variation, the concrete strength and load eccentricity, whose minimum value is approximately 3,4 and acceptable according to the patterns of the Brazilian standard.

On the other hand, the C' perimeter presented lower reliability index β_{eq} in all simulated cases, and therefore, significant probability of failure. This situation may suggest the need to revise the standard, either by adopting a minimum reinforcement for punching resistance, either by reducing the resistant stress τ_{Rd1} in the Ultimate Limit State. These results are still considered premature and indicate the need to a deeper study in this subject. We suggest for future studies to increase the verified reliability cases of C' formulation and

include flat slabs containing punching shear reinforcement because the presence of reinforcement can (in principle) reduce the probability of failure to acceptable levels.

5. References

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto armado, NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [2] INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1 – Procedimento NBR 6118:2003 – Projeto de estruturas de concreto - procedimento, São Paulo: IBRACON, p227-56, 2006.
- [3] FUSCO, P. B. Fundamentos estatísticos da segurança das estruturas. São Paulo: Edusp / McGraw-Hill do Brasil, 274 p, 1977.
- [4] MELGES, J. L. P., Análise Experimental da Punção em Lajes de Concreto Armado e Protendido, São Carlos, 414 p, 2001.
- [5] REGAN, P. E. Shear combs reinforcement against punching. *The Structural Engineer*, 4, p76-84, 1985.
- [6] SCHNEIDER, J. Introduction to Safety and Reliability of Structures. Zurich: IABSE/AIPC/IVBH, 138 p, 1997.
- [7] STUCCHI, F. R.; MORAIS, F. L. Análise probabilística da Segurança de vigas de concreto armado submetida a flexão simples, com uso da teoria da confiabilidade e do método de Monte Carlo. *In: VI Simpósio na EPUSP sobre estruturas de concreto*, São Paulo, 2006.
- [8] CHEUNG, A. B.; Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos, São Carlos, Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 277 p, 2007.
- [9] FUSCO, P. B.; Técnicas de armar estruturas de concreto. São Paulo: Pini, p.395, 2013.
- [10] STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C; FRANCO, M. Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 for Slender Members Based on Reliability Analyses, 11th International Conference on Applications of statistics and probability in civil engineering, Zürich, p2671-77, 2011.
- [11] EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building, European Prestandard ENV 1992-1-1:2004. European Committee for Standardization, Brussels, 226 p, 2004.
- [12] STUCCHI, F. R. ; SANTOS, S. H.; Reliability Based Comparison Between ACI318-05 and NBR6118 - RIEST. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 3, p2, 2007.
- [13] NOWAK, A. S.; RAKOCZY, A. M. M.; Reliability-based Calibration of Design Code for concrete Structures (ACI 318), University of Nebraska, Lincoln, 132 p., 2007.
- [14] SORENSEN, J. D.; Calibration of Partial Safety Factors in Danish Structural Codes. JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration, 9 p.
- [15] SANTOS, D. M. ; STUCCHI, F. R. ; BECK, A. T. . Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v. 7, p. 723-46, 2014.
- [16] FABER, M. H.; Engineering Risk and Reliability Assessment to Enhance Societal Decision Making. 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, ETH Zurich, Switzerland, 2011.
- [17] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION 2002, “EN 1990 - Eurocode 1: Basis of Structural Design,” 2002.
- [18] STUCCHI, F.R.; KNAPP, L.M. Punção em lajes. *In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*, 3., São Paulo. Anais. p209-32, 1993.
- [19] JCSS - JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. Probabilistic Model Code. Available in: <http://www.jcss.byg.dtu.dk/>, 2002.

Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118

Estudo da confiabilidade da punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento de acordo com a NBR6118

M. L. CARVALHO^a
mth.carvalho@hotmail.com

C. R. SILVA^a
carolina_rs@outlook.com

F. R. STUCCHI^a
frstucchi@uol.com.br

Abstract

The frequent use of flat slabs in building constructions highlights the importance of improving the study of slab-column joints, particularly regarding the verification of the ultimate limit state of punching shear, given the complexity of this phenomenon. This article applies concepts of the Theory of Reliability in order to evaluate the safety of the formulation established by NBR6118: 2014 standard to check punching shear in flat slabs with centered columns. Twelve probabilistic model analysis for C and C' equations were developed, considering the influence that the variation of the slab thickness, the f_{ck} and the shear force eccentricity have on reliability index β and failure rate P_f . Results indicated that formulation of C boundary is reasonably safe, although C' boundary revealed β index below expectations.

Keywords: punching shear, flat slab, reliability, reinforced concrete.

Resumo

O uso frequente de lajes lisas na construção de edifícios destaca a importância do aprimoramento no estudo das ligações laje-pilar, principalmente quanto a verificação do Estado Limite Último de Punção, visto a complexidade envolvida neste fenômeno. Este artigo aplica conceitos da Teoria da Confiabilidade com o objetivo de avaliar a segurança existente na formulação proposta pela norma NBR6118: 2014 para verificação de punção em lajes lisas com pilares centrados. Foram elaborados 12 modelos de análise probabilística das equações dos contornos C e C' , considerando a influência que a variação da espessura da laje, do f_{ck} e da excentricidade da força cortante exerce sobre o índice de confiabilidade β e a probabilidade de falha P_f . Os resultados indicaram que a formulação do contorno C possui segurança razoável, porém o contorno C' apresentou índice β abaixo do esperado.

Palavras-chave: punção, lajes lisas, confiabilidade, concreto armado.

^a São Paulo State University, Department of Structural and Foundation Engineering, Polytechnic School, São Paulo, SP, Brazil.

1. Introdução

A solução estrutural em lajes lisas (ou lajes planas) para edificações é utilizada como alternativa viável ao sistema convencional (formado por pilares, vigas e lajes) devido a maior simplicidade e agilidade na execução das formas, redução da mão de obra, redução de interferências com instalações, padronização e racionalização dos cimbramentos, redução da altura dos pavimentos (possibilitando melhor aproveitamento da ocupação do terreno) além de maior facilidade no lançamento e adensamento do concreto (diminuindo o aparecimento de falhas de concretagem).

Apesar dos benefícios citados, este tipo de sistema estrutural requer uma análise mais sofisticada, principalmente no dimensionamento do Estado Limite Último, devido ao fenômeno conhecido como punção, que decorre da concentração de forças aplicadas em pequenas áreas das lajes, geralmente na ligação laje-pilar, causando sua perfuração.

A ruptura por punção está associada à tensão principal de tração decorrente da tensão de cisalhamento e é considerada frágil por ocorrer subitamente (sem aviso prévio), o que acarreta a ruptura da ligação da laje com o pilar, podendo provocar ainda o colapso progressivo de lajes em pavimentos inferiores. A norma NBR 6118:2014 apresenta formulação para dimensionamento de lajes lisas à punção com e sem armação de cisalhamento.

Através da Teoria da Confiabilidade e com o auxílio da simulação de Monte Carlo, método de análise numérica amplamente utilizado na atualidade devido a sua robustez, simplicidade e flexibilidade, é possível avaliar o modelo de cálculo proposto pela norma NBR 6118:2014.

1.1 Teoria da confiabilidade

A segurança de uma estrutura está associada aos seguintes fatores:

- Confiabilidade a qual é caracterizada pela baixa probabilidade de falha nos estados limites último e de serviço;
- Capacidade de adaptação e aviso da estrutura (ductilidade dos elementos estruturais);
- Fidelidade associada a impossibilidade de falsos avisos de colapso;
- Durabilidade, relacionada a capacidade de manter as três qualidades anteriores ao longo da vida útil, desde que efetuadas as manutenções planejadas.

A Teoria da Confiabilidade considera a incerteza associada a cada variável envolvida na segurança e desempenho da estrutura. Desta forma é possível avaliar a probabilidade de falha da mesma, seja por colapso global ou de um elemento estrutural localizado (Estado Limite Último), seja pela fissuração e deformação excessiva (Estado Limite de Serviço).

Para avaliação da probabilidade de falha se define a função de falha $G = R - S$, associada às grandezas aleatórias que influem na capacidade resistente R e no nível de solicitação S :

$$G = R(Y_1, \dots, Y_n; C_Y) - S(X_1, \dots, X_m; C_x) \quad (1)$$

Onde $Y_j (j = 1, 2, \dots, n)$ e $X_i (i = 1, 2, \dots, m)$ são as variáveis

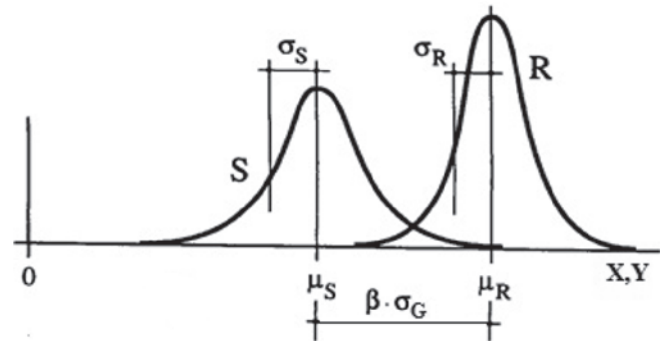


Figura 1

Representação da probabilidade de falha e do índice β

aleatórias que implicam na resistência e solicitação, respectivamente, e C_Y e C_X simbolizam conjuntos de constantes e funções determinísticas que relacionam as variáveis aleatórias às grandezas R e S . Vale ressaltar que caso existam variáveis, mesmo X_i e Y_j , significativamente correlacionadas, ou seja, em situações onde não é possível desprezar a interdependência entre as mesmas, a complexidade do problema aumenta. Neste trabalho, como a correlação entre as variáveis não é significativa, elas não serão consideradas. Isso tem sido feito em outros casos semelhantes citados na bibliografia.

O objetivo da Teoria da Confiabilidade consiste em assegurar que o evento ($G = R - S > 0$) ocorra com probabilidade alta durante o período de utilização da estrutura, através da análise da probabilidade de falha $P_f = P(G \leq 0)$, associada ao evento ($G \leq 0$). Determinadas as variáveis aleatórias de R e S e seus respectivos parâmetros estatísticos, média (μ_R e μ_S) e variância (σ_R^2 e σ_S^2), é possível obter a média μ_G e desvio-padrão σ_G da variável G utilizando as equações (2) e (3) descritas abaixo:

$$\mu_G = \mu_R - \mu_S \quad (2)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3)$$

A função G é uma função de variáveis aleatórias definida pela diferença entre outras duas R e S e geralmente sua distribuição de probabilidade é desconhecida. Esse é o nosso caso, que procuraremos resolver pelo Método de Monte Carlo, embora existam outras alternativas.

O caso em que R e S tem distribuição normal de probabilidade e G resulta também normal é interessante porque aí se define o Índice de Confiabilidade descrito a seguir.

Nos casos onde existem variáveis aleatórias representadas por distribuições de probabilidade diferentes da distribuição normal, é possível obter aproximações aceitáveis por meio de uma distribuição normal equivalente, ou seja, uma distribuição normal com os mesmos valores de densidade de probabilidade e probabilidade acumulada da distribuição original no ponto de projeto.

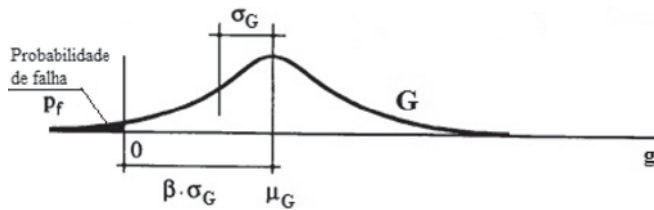


Figura 2
Índice de confiabilidade β (8)

1.1.1 Índice de confiabilidade (β)

O índice de confiabilidade β é um parâmetro associado a probabilidade de falha que serve de referência na avaliação da segurança das estruturas. Dadas as variáveis aleatórias R e S independentes entre si e com distribuição normal, o índice de confiabilidade β é dado por:

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{4}$$

E a probabilidade de falha pode ser descrita como:

$$P_f = P(G \leq 0) = \Phi(-\beta) \tag{5}$$

Uma das formas possíveis de se estimar a probabilidade de falha aceitável para uma determinada estrutura consiste em calibrar o índice de confiabilidade β conforme a relação entre o custo relativo da segurança e as consequências da falha, conforme Tabela 1, recomendada pelo Eurocode [17].

Essa tabela, no entanto, não separa elementos estruturais de responsabilidade diferente como fazem os trabalhos de calibração do ACI (Nowak [13]).

Na calibração da NBR 6118 têm sido adotados os valores requeridos para calibração do ACI 318, isto é, 3,8 para pilares, 3,3 para vigas e 2,5 para flexão de lajes. Para o caso de punção em lajes sem armadura seria desejável um valor maior que 2,5, se possível próximo de 3,0.

1.2 Método de Monte Carlo

De acordo com Stucchi e Moraes [7], o método de Monte Carlo

consiste em uma simulação numérica aproximada para solução de uma equação de estado limite qualquer, no caso deste trabalho a equação de falha G :

$$G = G(S, R) = G(X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_m; Y_1, Y_2, \dots, Y_j, \dots, Y_n; C_x, C_y) \tag{6}$$

Onde X_i , Y_j , C_x e C_y são as variáveis aleatórias e funções determinísticas descritas no item 1.1 deste trabalho.

São geradas N simulações ($l = 1, 2, \dots, N$) da equação limite G , com o uso de geradores de números aleatórios $0 \leq a_{i,l} \leq 1$ e $0 \leq b_{j,l} \leq 1$, cujas densidades de probabilidade se mantêm constantes no intervalo. O resultado de $a_{i,l}$ e $b_{j,l}$ é associado a probabilidade acumulada de cada variável aleatória $X_{i,l}$ e $Y_{j,l}$, respectivamente:

$$X_{i,l} = F_{(X_i)}^{-1}(a_{i,l})$$

$$Y_{j,l} = F_{(Y_j)}^{-1}(b_{j,l})$$

Onde: $F_{()}^{-1}()$ é a inversa da função de distribuição acumulada de cada variável aleatória envolvida no problema.

Cada simulação fornece resultados individuais das variáveis aleatórias $X_{i,l}$ e $Y_{j,l}$ que aplicadas na equação limite G geram os valores g_l :

$$g_l = G(X_{1l}, X_{2l}, \dots, X_{il}, \dots, X_{ml}; Y_{1l}, Y_{2l}, \dots, Y_{jl}, \dots, Y_{nl}; C_x, C_y) \tag{7}$$

Realizadas as simulações, são contabilizados os N_f eventos de falha associados a condição $g(x) < 0$, e a probabilidade de falha média \bar{P}_f pode ser estimada por:

$$\bar{P}_f = \frac{N_f}{N} \cong P_f \tag{8}$$

Cabe salientar que quanto maior a quantidade de simulações N , mais \bar{P}_f converge para o valor da probabilidade de falha P_f .

A partir dos resultados g_l obtidos, é possível gerar o gráfico da função de densidade de probabilidade acumulada F_g , conforme ilustrado na Figura 3.

Vale enfatizar a importância do índice de confiabilidade β como parâmetro utilizado na avaliação da segurança existente nas

Tabela 1
Valores de referência para o parâmetro β (17)

Custo relativo da medida de segurança	Estado limite último			
	Consequências esperadas dada uma falha			
	Pequena	Alguma	Moderada	Grande
Elevado	$\beta = 0$	$\beta = 1,5$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$
Moderado	$\beta = 1,3$	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$
Baixo	$\beta = 2,3$	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,8$	$\beta = 4,3$

formulações normativas. Desse modo, apesar da possibilidade da equação limite G ter distribuição de probabilidade desconhecida, é aceitável determinar o valor de β_{eq} equivalente a partir da equação (9):

$$\beta_{eq} \approx -\phi^{-1}(P_f) \tag{9}$$

Sendo ϕ^{-1} a inversa da função acumulativa da distribuição normal.

2. Metodologia e formulação

2.1 Formulação

O modelo de cálculo proposto pela NBR6118:2014 para dimensionamento de pilares internos solicitados a punção corresponde a verificação de duas superfícies críticas, C e C' , conforme item 19.5.1 da respectiva norma. A Figura 4 apresenta os perímetros críticos para diferentes geometrias de pilares internos.

Validadas as condições prescritas, em princípio, não há necessidade da ligação ser reforçada com armadura de cisalhamento. Entretanto, de acordo com o item 19.5.3.5 da mesma norma, para casos onde a estabilidade global dependa da resistência da laje a punção, deve ser prevista armadura que resista a no mínimo 50% da solicitação, mesmo que as condições atendam aos requisitos exigidos.

2.1.1 Contorno C

No contorno crítico C , determinado pelo perímetro do pilar, verifica-se indiretamente a resistência a compressão diagonal do concreto através da tensão aparente de cisalhamento τ_{Rd2} :

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \tag{10}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{k_x M_{sdx}}{W_{px} d} + \frac{k_y M_{sdy}}{W_{py} d} = \frac{F_{sd}}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \tag{11}$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} \tag{12}$$

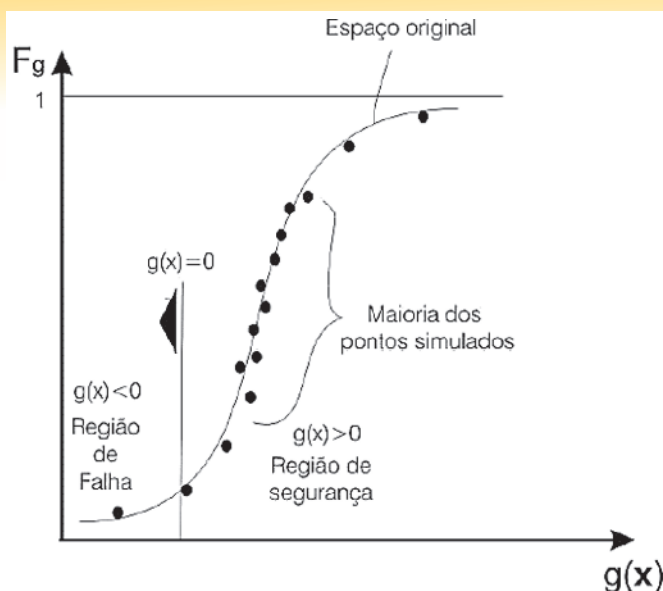


Figura 3 Simulação do método de Monte Carlo (8)

Onde:

- u : perímetro crítico;
- $d = (h - d')$: altura útil da laje;
- d' : distância média entre a face superior da laje e o centro de gravidade das armaduras superiores de flexão nas direções ortogonais;
- h : espessura da laje;
- F_{sd} : força ou reação concentrada de cálculo;
- $M_{sd} = e F_{sd}$: momento de cálculo resultante do desequilíbrio de tensão existente no contorno, representado pela excentricidade e do perímetro crítico em relação ao centro de gravidade do pilar multiplicada por F_{sd} ;
- W_p : módulo de resistência plástica do perímetro crítico;
- k : coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar na punção.
- $\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$: coeficiente de efetividade do concreto;
- $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$: resistência de cálculo do concreto a compressão;

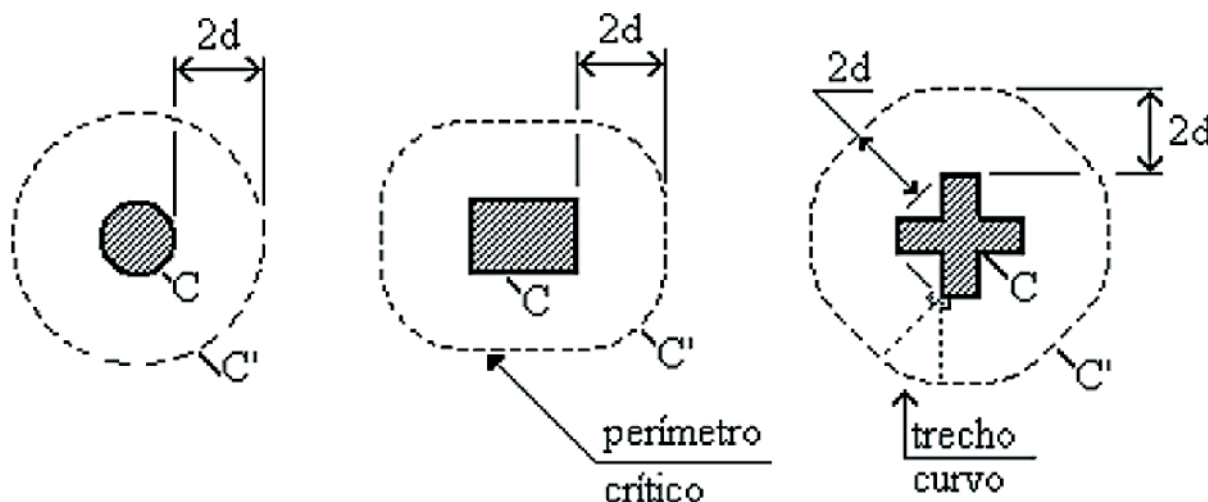


Figura 4 Contornos C e C' para diferentes geometrias de pilares internos (1)

Pode-se reescrever a equação (12) da seguinte forma:

$$\tau_{Rd2} - \tau_{sd} \geq 0 \tag{13}$$

A constante 0,27 existente na equação da tensão resistente τ_{Rd2} provém, conforme demonstrado em Fusco [9], da tensão aparente de cisalhamento, com inclinação de $\arctg(2/3) \cong 33,7^\circ$. Este valor considera o coeficiente $k_{mod} = 0,85$, correspondente ao denominado efeito Rüsck. Como essa equação se aplica a carregamentos permanentes e variáveis, o $k_{mod} = 0,85$ não deve ser retirado, pertence ao critério de projeto.

Desta maneira retirando-se a segurança embutida na formulação, a função probabilística de falha G se torna:

$$G = \tau_{R2} - \tau_s \leq 0 \tag{14}$$

$$G = 0,27\alpha_v f_c - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \leq 0 \tag{15}$$

Para pilares circulares, a equação G pode ser simplificada para:

$$G = 0,27\alpha_v f_c - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{ke}{W_p} \right) \leq 0 \tag{16}$$

2.1.2 Contorno C'

No contorno crítico C' , a resistência a punção de lajes lisas sem armadura de cisalhamento é garantida através da equação [17]:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \tag{17}$$

Onde:

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y}$: taxa geométrica de armadura de flexão aderente; Vale ressaltar que este trabalho não considera a parcela relacionada à tensão de compressão devido a protensão σ_{cp} .

Para se obter a equação limite G é necessário retirar a segurança da equação (16). No entanto a formulação proposta pela NBR6118 não expõe o coeficiente de ponderação embutido no modelo de cálculo, este (equação 18) se encontra explicito no Eurocode 2: 2004, norma que considera o mesmo modelo teórico para verificação da punção no contorno C' .

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \tag{18}$$

Desta maneira, aplicando-se o mesmo procedimento proposto para o contorno C , se obtém as equações (19) e (20) para

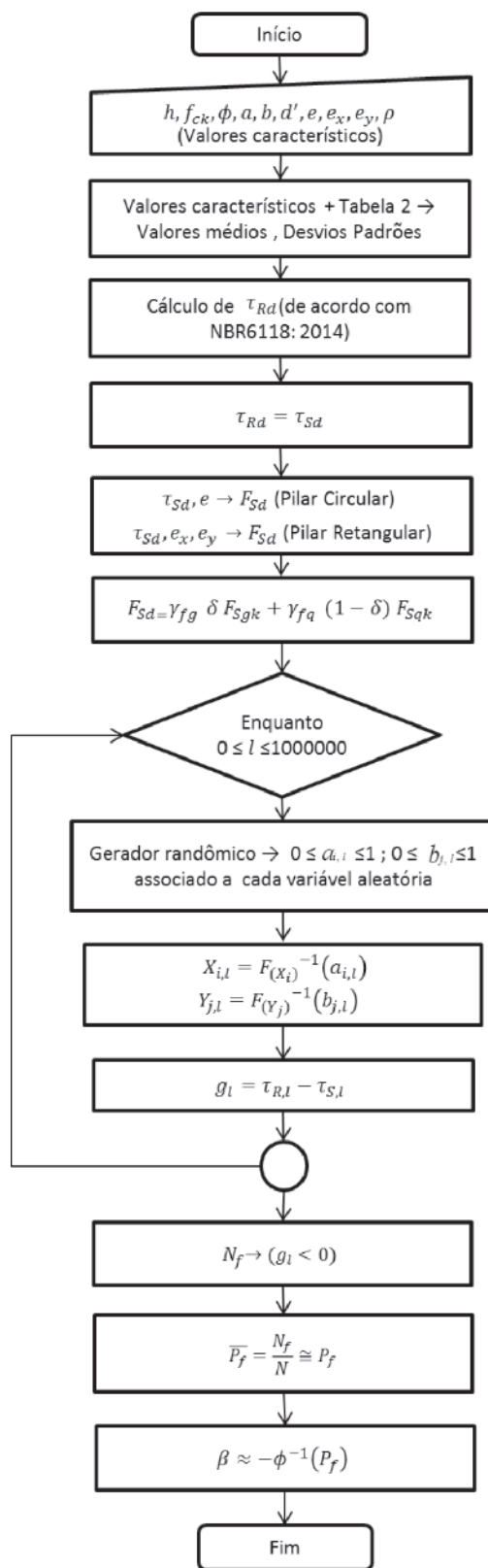


Figura 5
Fluxograma da rotina de cálculo

verificação da resistência a punção do contorno C' em pilares retangulares e circulares, respectivamente:

$$G = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{\frac{1}{3}} - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{k_x e_y}{W_{px}} + \frac{k_y e_x}{W_{py}} \right) \leq 0 \quad (19)$$

$$G = 0,18 \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100 \rho f_c)^{\frac{1}{3}} - \frac{F_s}{d} \left(\frac{1}{u} + \frac{ke}{W_p} \right) \leq 0 \quad (20)$$

2.2 Metodologia

A rotina de cálculo para obtenção da probabilidade de falha P_f e seu correspondente índice de confiabilidade β é apresentada

na Figura 5, e vale para ambas as verificações dos perímetros críticos C e C' .

- Inicialmente, são inseridos os dados de entrada que consistem nos valores médios, característicos e coeficientes de variação para as variáveis aleatórias envolvidas no problema, além da porcentagem dos carregamentos permanente (g) e acidental (q). Os valores considerados são apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4.
- Determina-se o valor da tensão resistente de cálculo τ_{Rd} prescrita em norma e com base nos valores característicos das variáveis aleatórias, devidamente ponderados pelos respectivos coeficientes. Neste trabalho foram considerados os respectivos coeficientes ponderadores: $\gamma_c = 1,40; \gamma_s = 1,15; \gamma_{fg} = \gamma_{fq} = 1,40$;
- A partir da condição limítrofe de dimensionamento $\tau_{Sd} = \tau_{Rd}$ é determinada a tensão solitante de cálculo τ_{Sd} ;
- F_{sd} é estabelecida a partir de τ_{Sd} e da excentricidade e ;
- A relação $F_{sk} = \delta F_{sgk} + (1 - \delta) F_{sqk}$ conduz as parcelas permanente (g) e acidental (q) da solitação, onde δ é o coeficiente de proporção das ações;
- Para cada simulação foram geradas $N = 1000000$ (1 milhão) de equações de falha g_l , determinando-se os números aleatórios $a_{i,l}$ e $b_{j,l}$ e consequentemente $X_{i,l}$ e $Y_{j,l}$, a partir das seguintes relações:

Tabela 2

Parâmetros estatísticos e distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias

Variáveis aleatórias	Tipo de distribuição de probabilidade	Valor característico	Valor médio	Coefficiente de variação (%)	Fonte dos coeficientes de variação
Modelo de cálculo - contorno C	Normal	0,27	0,27	11	(13)
Modelo de cálculo - contorno C'	Normal	0,13	0,18	11	(13)
Resistência a compressão do concreto (f_{ck})	Normal	f_{ck}	$f_{cm} = f_{ck} / (1 - 1,645CV)$	15	(12)
Resistência à tração do concreto (f_{ctk})	Normal	f_{ctk}	$(f_{cm})^{2/3}$	20	(12)
Diâmetro do pilar (φ , a, b)	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	4	(12)
Altura da laje (h)	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	4	(12)
Distância entre o CG da armadura de flexão superior e a face do concreto (d')	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	12,5	Valor adotado pelos autores
Excentricidade da carga (e , e_x , e_y)	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	10	(13)
Coefficiente K	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	10	(13)
Taxa de armadura longitudinal média (ρ)	Normal	Valor de projeto	Valor de projeto	5	(12)
Solitação permanente (G)	Normal	S_{gk}	$S_{gm} = 1,05 S_{gk}$	10	(14)
Solitação acidental (Q)	Gumbel tipo 1	S_{qk}	$S_{qm} = 0,934 S_{qk}$	20	(14)

Tabela 3

Dados considerados nos modelos para pilar circular

Dados considerados - pilar circular	
h (cm)	16
d' (cm)	3,5
ρ (%)	0,5
∅ (cm)	50
f _{ck} (MPa)	35
e (cm)	10

$$X_{i,l} = F_{(X_i)}^{-1}(a_{i,l}) \quad Y_{j,l} = F_{(Y_j)}^{-1}(b_{j,l})$$

- Em cada l-ésima iteração, o conjunto de valores das variáveis aleatórias conduz a valores das tensões solicitante $\tau_{S,l} = \tau(X_{i,l})$ e resistente $\tau_{R,l} = \tau(Y_{j,l})$ e a um resultado g_l para a função de falha G , através da seguinte expressão:

$$g_l = \tau_{R,l} - \tau_{S,l}$$

- Após a finalização das iterações, são contabilizadas as N_f ocorrências de falha, ou seja, resultados em que o valor da solicitação superou a resistência ($g_l < 0$);

- Por fim, determinam-se a probabilidade de falha P_f e consequentemente o índice β_{eq} .

A Tabela 2 apresenta as variáveis aleatórias consideradas na

Tabela 4

Dados considerados nos modelos para pilar retangular

Dados considerados - pilar retangular	
h (cm)	16
d' (cm)	3,5
ρ (%)	0,5
a (cm) - paralelo ao eixo x	40
b (cm) - paralelo ao eixo y	30
f _{ck} (MPa)	35
e _x (cm)	8
e _y (cm)	6

Tabela 5

Combinações de ações consideradas

Permanente (g)	Acidental (q)	Valores de (δ)
30%	70%	0,3
50%	50%	0,5
70%	30%	0,7

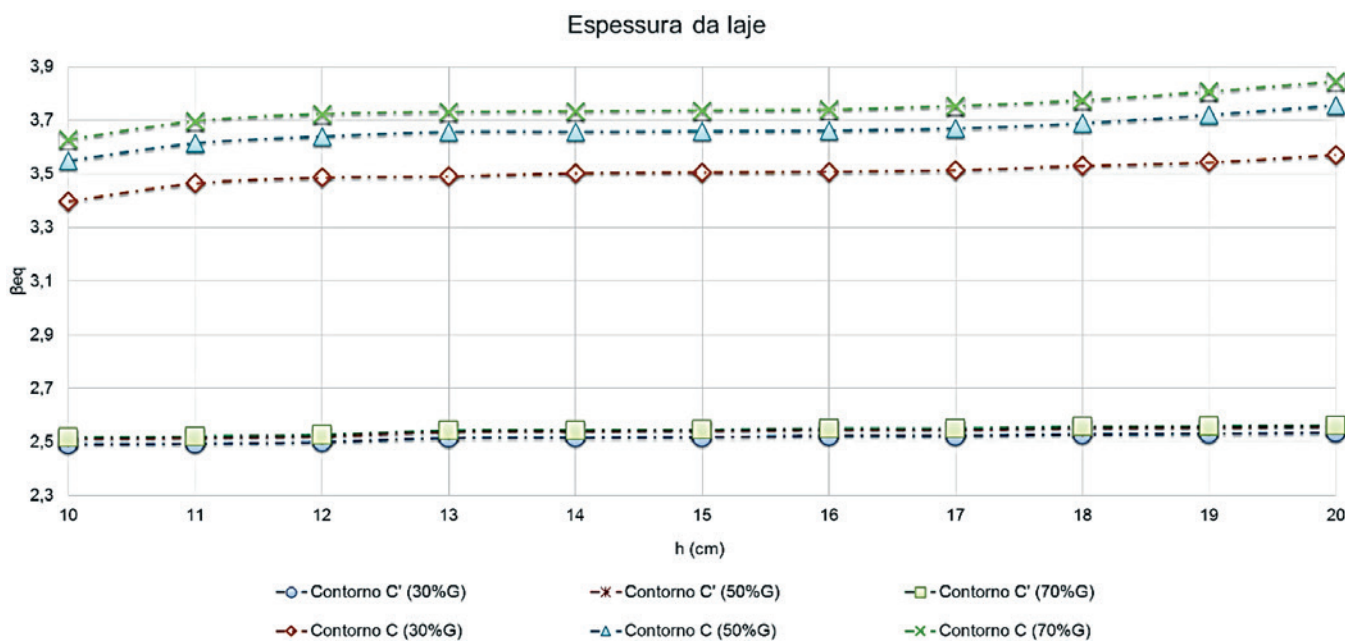


Figura 6

Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar circular considerando variação da espessura da laje

formulação dos contornos C e C' , seus respectivos parâmetros estatísticos e distribuições de probabilidade. Vale ressaltar que na equação (16) a parcela $(f_{ck})^{\frac{1}{3}}$ está relacionada a resistência a tração do concreto, desta forma o coeficiente de variação indicado na Tabela 2 é aplicado ao resultado da raiz cúbica de f_{cm} para aplicação no método de Monte Carlo.

2.3 Aplicação

Foram desenvolvidos diferentes modelos para a realização das análises probabilísticas de uma laje lisa sem armadura de cisa-

lhamento submetida a punção, apoiada em pilar circular ou retangular, ambos internos, com transmissão de carga e momento. Em cada modelo foram simulados 1 milhão de casos da equação G para verificação dos contornos críticos C e C' , variando-se de um modelo para o outro a resistência característica do concreto à compressão f_{ck} , a espessura da laje h e a excentricidade da força normal e .

Os dados das variáveis envolvidas no problema estão indicados nas Tabelas 3 e 4.

Para determinação da influência da variação do f_{ck} na probabilidade de falha P_f dos contornos C e C' , as demais variáveis permaneceram constantes e iguais aos valores apresentados nas

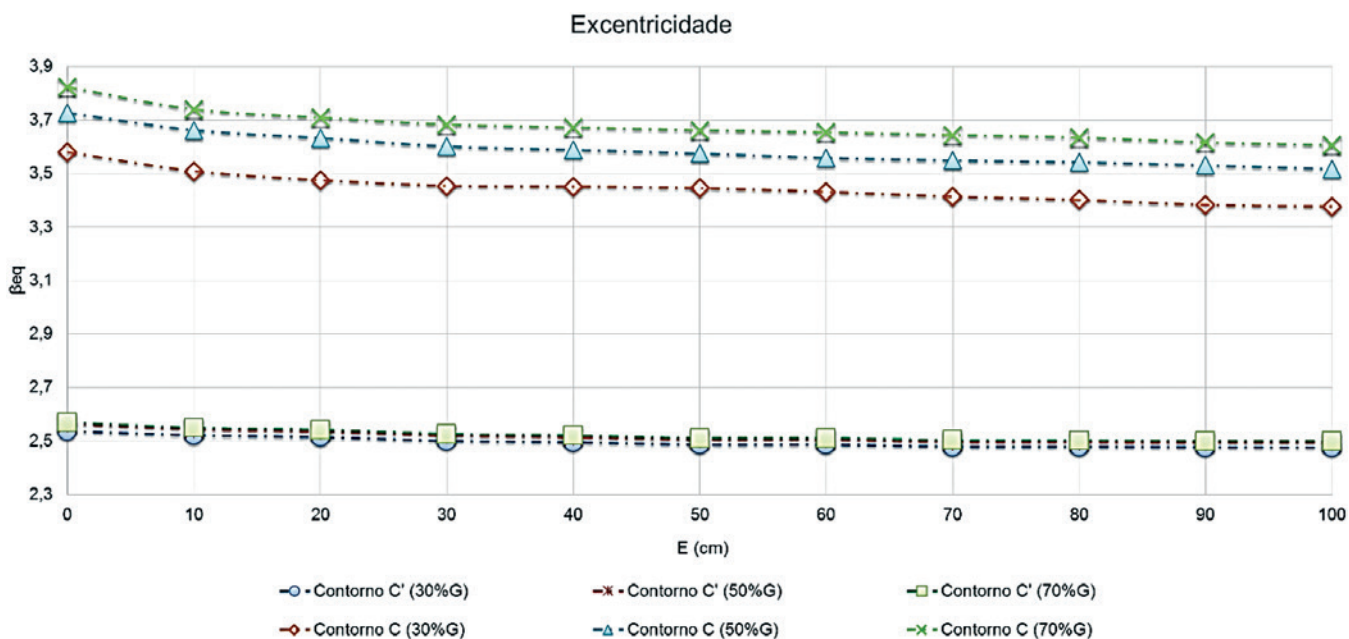


Figura 7 Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar circular considerando variação da excentricidade

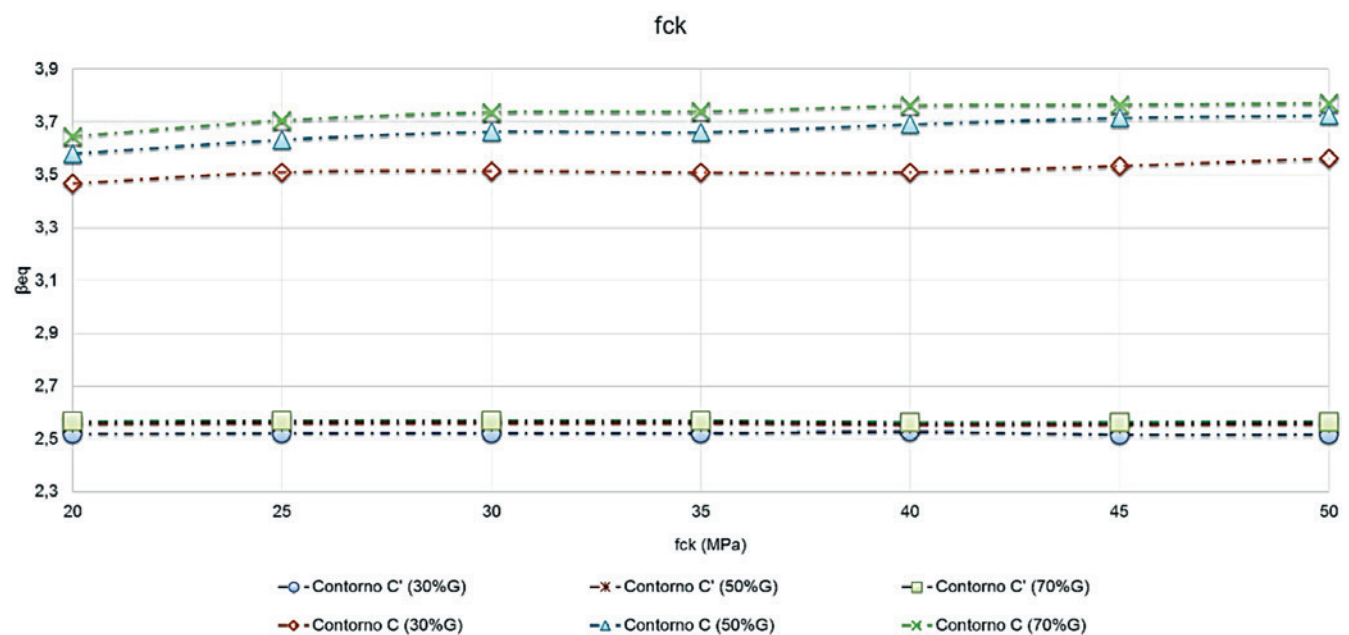


Figura 8 Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar circular considerando variação do f_{ck}

Tabelas 4 e 5. O mesmo ocorreu com a variação da espessura da laje h e da excentricidade do carregamento e .

A Tabela 5 apresenta as combinações de ações utilizadas na determinação da probabilidade de falha.

3. Resultados e discussões

Considerados os modelos de confiabilidade descritos, os resultados dos índices de confiabilidade β_{eq} obtidos são exibidos nas Figuras 6 a 8 para pilar circular e nas Figuras 9 a 12 para pilar retangular.

Analisando-se os resultados obtidos para β_{eq} , tanto nos pilares circulares quanto nos pilares retangulares, nota-se que, a formulação do contorno C possui menor probabilidade de falha P_f que a formulação do contorno C' . O menor resultado $\beta_{eq} \cong 3,4$ para o contorno C está de acordo com a Tabela 1 (considerado elevado custo de medida de segurança e grande consequência da ocorrência da falha) e se assemelha ao índice previsto para a calibração de vigas de concreto, conforme proposto por (Nowak [13]) para calibração do ACI.

Os casos submetidos a menores proporções de ações permanentes resultaram em índices de β_{eq} inferiores, conforme esperado,

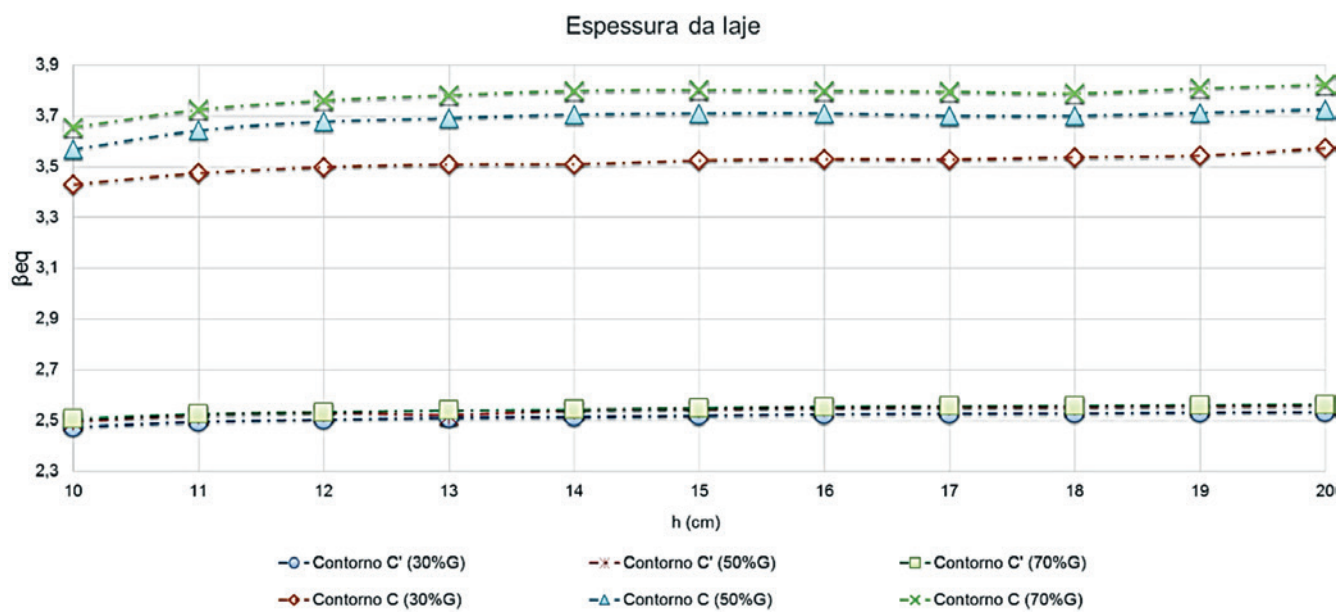


Figura 9

Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar retangular considerando variação da espessura da laje

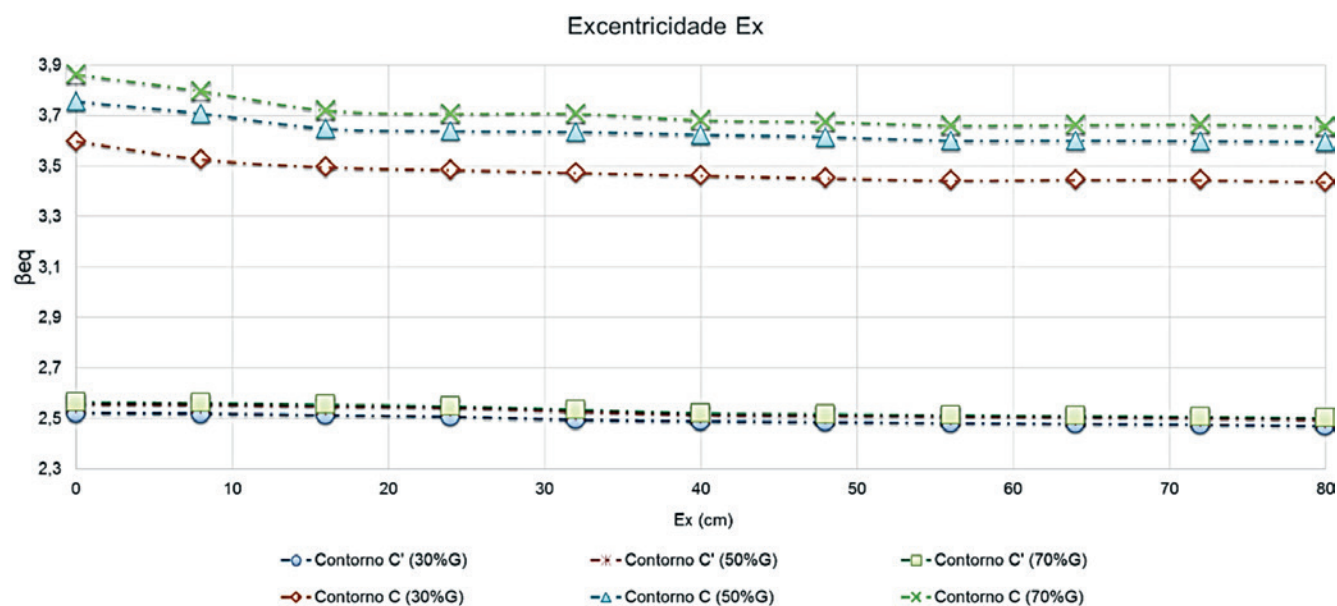


Figura 10

Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar retangular considerando a variação da excentricidade e_x

devido a maior variabilidade das solicitações provenientes de ações acidentais.

O índice β_{eq} do contorno C' permaneceu constante quando submetido a modificação das variáveis excentricidade da carga e , resistência do concreto f_{ck} e espessura da laje h . Esse comportamento ressalta a adequada calibração desta equação. O contorno C mostrou-se mais sensível à variação destes parâmetros.

É importante ressaltar que o resultado $\beta_{eq} = 2,5$, evidente em todos os casos simulados para a formulação do contorno C' , indica uma probabilidade de falha mais alta que a desejada. Comparando-o com a Tabela 1, este valor permanece abaixo do esperado $\beta = 3,0$ e com a mesma magnitude do previsto para flexão de lajes (proposto por Nowak [13]). Contudo, vale lembrar que o fenômeno da punção está associado a ruptura frágil da estrutura e

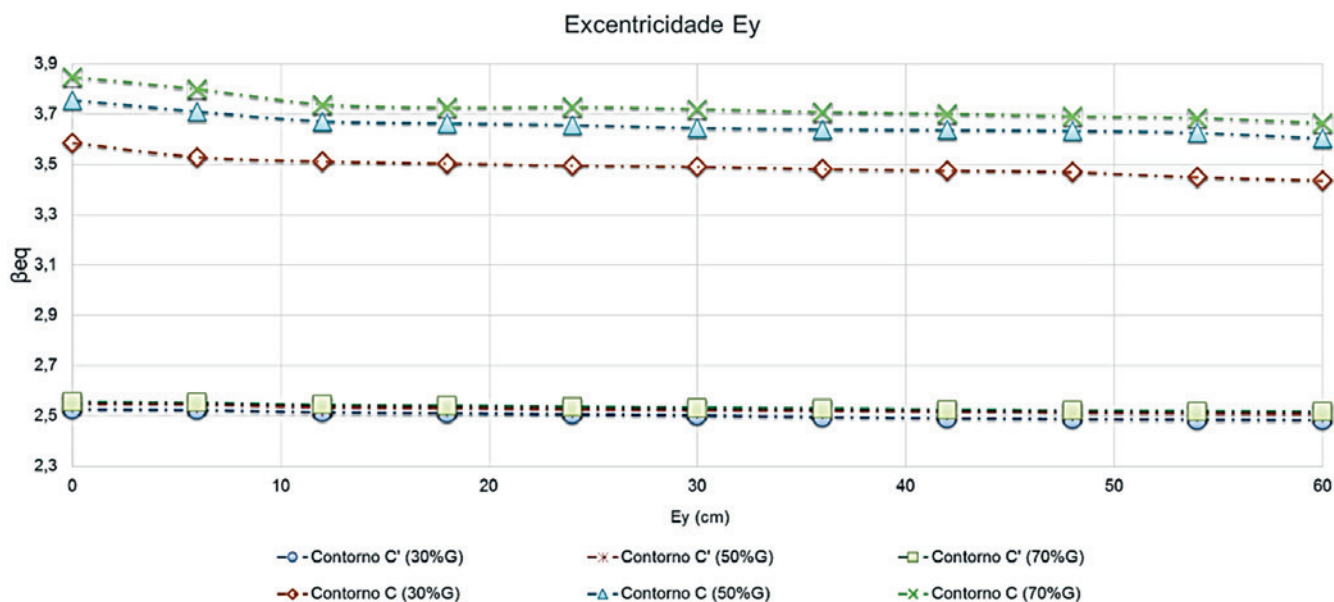


Figura 11 Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar retangular considerando a variação da excentricidade e_y .

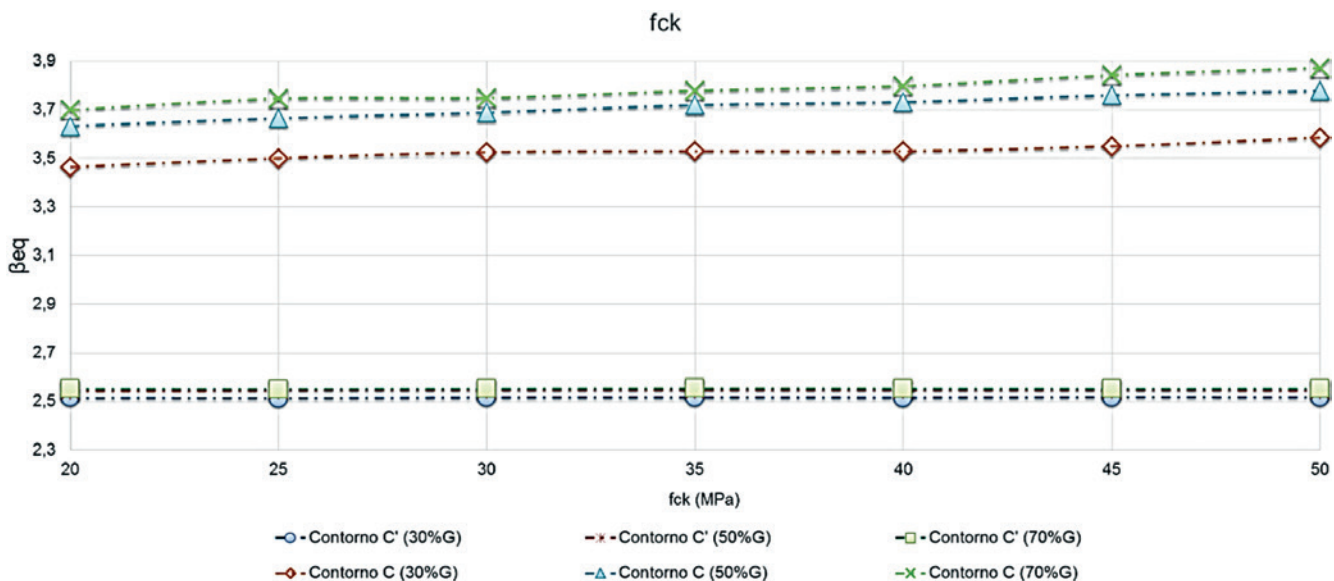


Figura 12 Resultados do índice de confiabilidade β_{eq} para pilar retangular considerando variação do f_{ck} .

o ideal seria obtermos probabilidades de falha menores nas formulações de punção quando comparadas com as probabilidades provenientes de casos de flexão.

Portanto, é interessante destacar a necessidade de armadura obrigatória de punção nos casos onde a estabilidade global da estrutura dependa da resistência a punção da laje (prescrita no item 19.5.3.5 da NBR6118:2014), situação que promove, em princípio, a redução da probabilidade de falha.

4. Conclusões

Este artigo apresentou um estudo comparativo da segurança de lajes lisas sem armadura de cisalhamento e submetidas a punção, segundo formulação da norma brasileira para projeto estrutural.

Os resultados indicam que a confiabilidade da formulação proposta para o contorno C obtém segurança razoável nas situações avaliadas, contendo o índice β_{eq} sensível a variação da espessura da laje, da resistência do concreto e da excentricidade da carga, cujo valor mínimo se encontra em torno de 3,4 e aceitável nos padrões da norma brasileira.

Por outro lado, o contorno C' apresentou índice de confiabilidade β_{eq} mais baixo em todos os casos simulados, e consequentemente, probabilidade de falha significativa. Esta situação pode sugerir a necessidade de revisar a norma, seja com a adoção de armadura mínima para resistência a punção, seja com a redução da tensão resistente τ_{Rd1} , no Estado Limite Último.

Consideramos que tais resultados são ainda prematuros e indicam a necessidade de estudos mais aprofundados no tema. Sugerimos para próximos trabalhos ampliar os casos de verificação da confiabilidade existente na formulação do contorno C' e incluir lajes lisas contendo armadura de punção, pois a presença da armadura pode (em princípio) reduzir a probabilidade de falha a níveis aceitáveis.

5. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto armado, NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [2] INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO. Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1 – Procedimento NBR 6118:2003 – Projeto de estruturas de concreto - procedimento, São Paulo: IBRACON, p227-56, 2006.
- [3] FUSCO, P. B. Fundamentos estatísticos da segurança das estruturas. São Paulo: Edusp / McGraw-Hill do Brasil, 274 p, 1977.
- [4] MELGES, J. L. P., Análise Experimental da Punção em Lajes de Concreto Armado e Protendido, São Carlos, 414 p, 2001.
- [5] REGAN, P. E. Shear combs reinforcement against punching. *The Structural Engineer*, 4, p76-84, 1985.
- [6] SCHNEIDER, J. Introduction to Safety and Reliability of Structures. Zurich: IABSE/AIPC/IVBH, 138 p, 1997.
- [7] STUCCHI, F. R.; MORAIS, F. L. Análise probabilística da Segurança de vigas de concreto armado submetida a flexão simples, com uso da teoria da confiabilidade e do método de Monte Carlo. *In: VI Simpósio na EPUSP sobre estruturas de concreto*, São Paulo, 2006.
- [8] CHEUNG, A. B.; Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos, São Carlos, Tese (doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 277 p, 2007.
- [9] FUSCO, P. B.; Técnicas de armar estruturas de concreto. São Paulo: Pini, p.395, 2013.
- [10] STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C.; FRANCO, M. Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 for Slender Members Based on Reliability Analyses, 11th International Conference on Applications of statistics and probability in civil engineering, Zürich, p2671-77, 2011.
- [11] EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building, European Standard ENV 1992-1-1:2004. European Committee for Standardization, Brussels, 226 p, 2004.
- [12] STUCCHI, F. R. ; SANTOS, S. H.; Reliability Based Comparison Between ACI318-05 and NBR6118 - RIEST. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 3, p2, 2007.
- [13] NOWAK, A. S.; RAKOCZY, A. M. M.; Reliability-based Calibration of Design Code for concrete Structures (ACI 318), University of Nebraska, Lincoln, 132 p., 2007.
- [14] SORENSEN, J. D.; Calibration of Partial Safety Factors in Danish Structural Codes. *JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration*, 9 p.
- [15] SANTOS, D. M. ; STUCCHI, F. R. ; BECK, A. T. . Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes. *IBRACON Structures and Materials Journal*, v. 7, p. 723-46, 2014.
- [16] FABER, M. H.; Engineering Risk and Reliability Assessment to Enhance Societal Decision Making. 11th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, ETH Zurich, Switzerland, 2011.
- [17] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION 2002, "EN 1990 - Eurocode 1: Basis of Structural Design," 2002.
- [18] STUCCHI, F.R.; KNAPP, L.M. Punção em lajes. *In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto*, 3., São Paulo. Anais. p209-32, 1993.
- [19] JCSS - JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. Probabilistic Model Code. Available in: <http://www.jcss.byg.dtu.dk/>, 2002.

Reliability of partially encased steel-concrete composite columns under eccentric loading

Confiabilidade de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos em flexo-compressão



M. F. PEREIRA^a
margot.fabiana@gmail.com

A. T. BECK^a
atbeck@sc.usp.br

A. L. H. C. EL DEBS^a
analucia@sc.usp.br

Abstract

The Brazilian design code for composite buildings (NBR8800) has never been subject to a reliability-based calibration of the partial factors used in design. As a consequence, the level of structural safety achieved by using these factors is, in general, unknown. This paper presents a study of the reliability of partially encased steel-concrete composite columns, subject to compression and bending. Literature statistics are used to quantify uncertainty in strength of structural materials and in loads. Reliability indexes are evaluated, via FORM, for two ratios between dead and live loads, and for some values of load eccentricity. It was found that larger load eccentricity leads to a reduction in reliability indexes. These values are larger than minimum values recommended in international design codes; hence one concludes that design of such columns using NBR8800 leads to acceptable safety levels.

Keywords: reliability, composite column, structural safety.

Resumo

A norma brasileira que embasa o projeto estrutural de edifícios contendo elementos mistos (NBR8800) nunca passou pelo processo de calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança utilizados em projeto. Como consequência, o nível de segurança obtido com o uso destes coeficientes é, em geral, desconhecido. Este trabalho apresenta um estudo da confiabilidade estrutural de pilares mistos de aço-concreto, parcialmente revestidos e submetidos à flexo-compressão. Estatísticas da literatura são utilizadas para caracterizar as incertezas nas propriedades dos materiais constituintes e nas ações. Índices de confiabilidade (β) são avaliados, via FORM, para duas razões entre ação permanente e ação variável, e para alguns valores de excentricidade da ação vertical. Verifica-se que o índice de confiabilidade dos pilares mistos diminui com o aumento da excentricidade de projeto. Estes valores estão acima de índices de confiabilidade mínimos sugeridos em normas internacionais, o que sugere que o projeto utilizando a norma NBR8800 resulta em colunas mistas seguras.

Palavras-chave: confiabilidade; pilares mistos; segurança estrutural.

^a Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introduction

The demand for fast and economical constructive systems in engineering pushes the advancement of composite structures such as steel-concrete composites. In comparison to usual reinforced concrete, steel-concrete composite construction reduces or eliminates the need for form-work, reduces material consumption and workmanship, and increases dimensional precision of structural elements. Fabrication of steel-concrete composites can be industrialized, with elements assembled in place at the construction site. In spite of the benefits above, lack of deeper knowledge by design engineers restricts greater employment. Only in 2008, steel-concrete composite construction was normalized in Brazil, with the advent of NBR 8800 [1].

Modern codes for the design of buildings are based on limit states, where partial safety factors are used to establish an appropriate margin of safety w.r.t. each of the main sources of uncertainty in design: the structural loads, and the strength of materials. Partial safety factors ensure an adequate level of safety for the designed structures. However, Brazilian design codes have never been subject to the process of reliability-based calibration of partial safety factors, as the equivalent foreign codes (ACI 318 [2], EN 1992 [3], EN 1994 [4], FIB [5]). The calibration process for NBR 8800 was studied in [6], but the suggested safety factors were never incorporated in the actual code. In the specific case of composite structures, only isolated evaluations of safety factors are found in the literature [7-11]. The main objective of this work is to study the safety of partially-encased steel-concrete composite columns (Figure 1), submitted to compressive bending, and designed according to NBR 8800 [1].

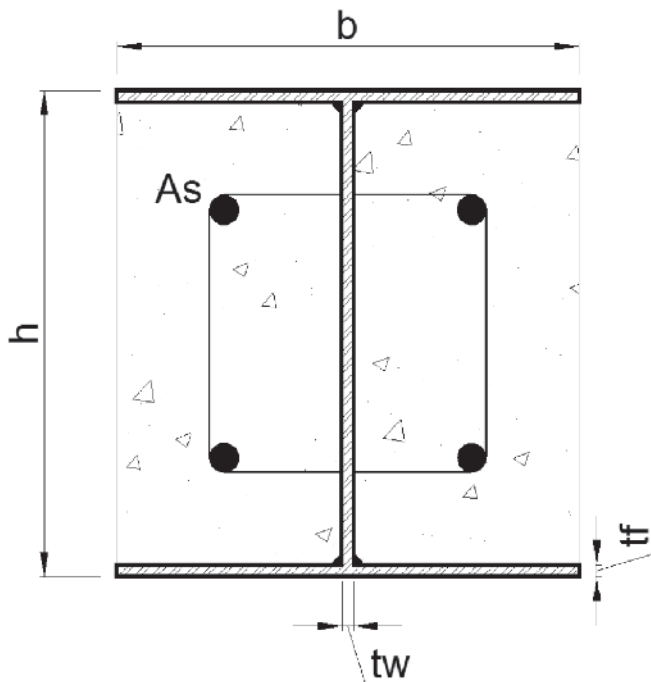


Figure 1
Cross-section of partially encased steel-concrete composite column

Table 1

Concrete mix designs used in the study

Strength			Load combination Dead (D) + Live (L) 1,40D+1,5L
Steel	Concrete	Reinforcement	
1,1	1,4	1,15	

2. Design codes for steel and concrete buildings

Design of steel-concrete composite elements using NBR 8800 [1] is based on safety criteria defined in NBR 8681 [12] and employs design loads defined in specific codes [13]. Design codes for buildings in Brazil use the limit state method, where partial safety factors are employed to warrant minimal safety levels during the useful life of the structure. Hence, for each undesirable state of the structure, either in terms of serviceability or ultimate failure, one limit state function is written. Based on limit states, design equations are written, such as:

$$R_d \geq S_d \quad (1)$$

where:

R_d represents the design strength;

S_d represents the effects of design loads.

Design values for loads and strengths are obtained from representative (characteristic or nominal) values, which are multiplied by partial safety factors. Load effects have to be evaluated, considering the influence of all loads with significant effects [1], in load combinations which have non-negligible probability of occurring simultaneously (Table 1).

Following NBR 8800 [1], the capacity of composite columns subject to combined compression bending, w.r.t. one or two symmetry axes, can be evaluated in two ways: Model I is the most precise, Model II is the simplified version. Both models consider interaction diagrams, which simplify the real bending moment versus axial load interaction diagram.

Model I is similar to the model for isolated steel columns, adding to it only the influence of concrete between the flanges of the steel beam. The interaction diagram between axial load and bending moment is composed of two straight lines, as illustrated in Figure 2a. In Model II (Figure 2b), the interaction diagram is composed of three straight lines, similar to EUROCODE 4 [4]. In both models, geometrical non-linearity is considered by adding a complementary bending moment, due to geometrical imperfections.

The main equations for designing composite columns according to NBR 8800 [1] are presented in this section. Details can be found in [1]. The strength of composite columns is given by:

$$N_{Rd} = \chi(\lambda) n \left(\frac{f_y n A_a}{\gamma_a} + \alpha_1 \frac{f_c n A_c}{\gamma_c} + \frac{f_s n A_s}{\gamma_s} \right) \quad (2)$$

where f_y is the steel tensile yield strength, f_c is the concrete compressive strength, f_s is the reinforcement steel tensile yield strength, A_a , A_c e A_s are the cross-sectional areas of the steel beam, the concrete block and the reinforcement steel, respectively. Partial safety coefficients on structural steel, concrete and reinforcement are given by γ_a , γ_c and γ_s , respectively. Coefficient α_1 is a constant value, given as 0.85 for partially encased steel-concrete composite columns. Factor χ (λ) takes into account the slenderness factor of the column (λ), and is given by:

$$\chi(\lambda) = \begin{cases} 0,658\lambda^2 & \text{if } \lambda \leq 1,5 \\ \frac{0,877}{\lambda^2} & \text{if } \lambda \geq 1,5 \end{cases} \quad (3)$$

In this work, Model II of NBR 8800 [1] is used. The interaction diagram for Model II is given by:

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1,0 \quad (4)$$

where μ_x and μ_y represent interaction factors between bending moment and axial load. For each of the considered axes, one has $M_c = 0,9M_{pl,Rd}$, where $M_{pl,Rd}$ is given by:

$$M_{pl,Rd} = f_{yd}(Z_a - Z_{an}) + 0,5f_{cd1}(Z_c - Z_{cn}) + f_{sd}(Z_s - Z_{sn}) \quad (5)$$

When employing these models, one has to respect the code-specified limits of applicability, such as double-symmetric cross-sections, and other items described in Table 2. For situations out of this scope, EUROCODE 4 [4] presents a general design methodology.

Table 2
Application limits of NBR 8800

Item	Recommendation
Column slenderness λ	$\lambda < 2,0$
Cross-section aspect ratio	$0,2 \leq \frac{h_c}{b_c} \leq 5,0$
Local instability	$\frac{b_f}{t} \leq 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ partially encased columns

3. Analysis method

The strength of a steel-concrete composite column depends on the strengths of the composing materials, as well as on geometrical cross-sectional characteristics, both associated to physical uncertainty. In this paper, we denote by \mathbf{x}_R the vector that contains the random variables which affect strength of the column. These variables are assumed time-invariant, i.e, strength degradation in time is not considered. For a given realization \mathbf{x}_R , and for a specified load eccentricity, column strength is obtained from the interaction curve, which yields axial and bending loads capacities (resistance). The actual interaction curve is parabolic in shape, but following Model II of NBR 8800, the parabolic capacity curve is approximated by three straight lines, as shown in Figure 2.

3.1 Limit state equations

In this paper, we use an adaptation of the method developed by Hong & Zhou [14] for reinforced concrete columns. The axial capacity of the composite column is written as $P_R = p_R(\mathbf{x}_R)$, and

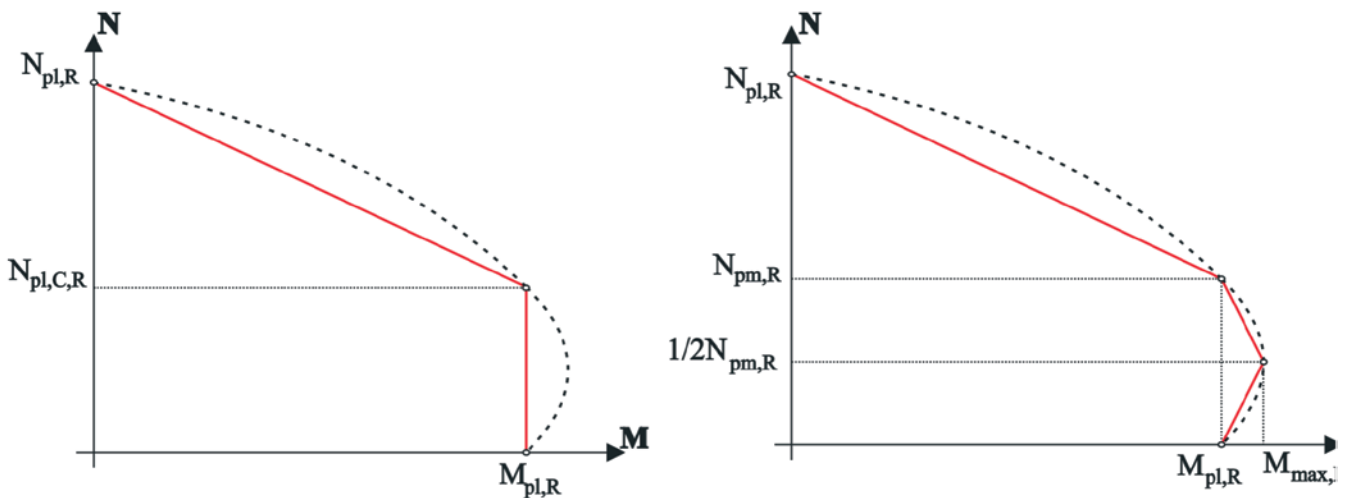


Figure 2
Axial load x bending moment interaction curves for a) Model I and b) Model II (4)

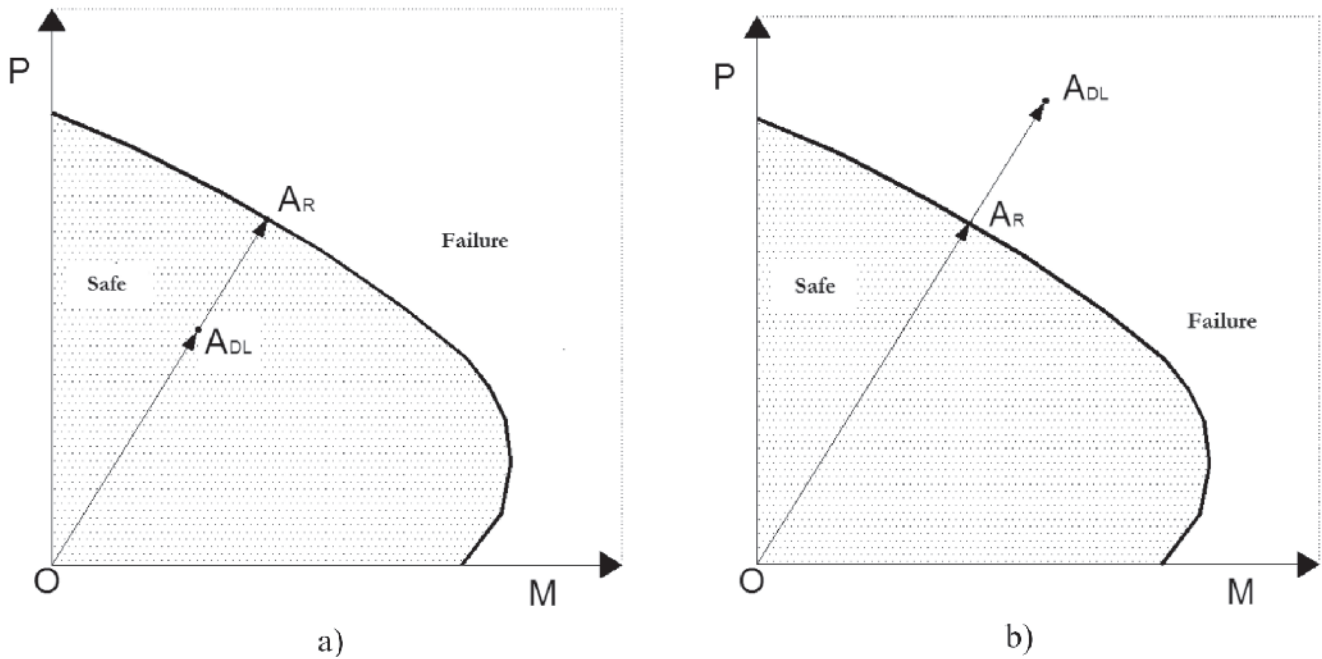


Figure 3
Interaction diagrams and limit state functions for eccentric column loading

the bending moment capacity is $M_R = m_R(X_R)$. The ordinated pairs $A_R = (P_R, M_R)$ form a curve that separates the survival and failure domains.

We denote by X_{DL} the vector containing the load effects acting on the column. Dead (D) and live loads (L) are considered, such that $X_{DL} = \{D, L, M_D, M_L\}$. M_D and M_L represent the bending moments resulting from dead and live loads, respectively. Hence, for a given eccentricity, point A_{DL} is the combined effect of axial load and bending moment, for all actions. In this setting, failure occurs when the segments $\overline{OA_{DL}} > \overline{OA_R}$, that is, when vector A_{DL} enters the failure domain (Figure 3).

With these preliminaries, the limit state equation $g(X_R, X_{DL})$ can be written by comparing the segments $\overline{OA_R}$ and $\overline{OA_{DL}}$:

$$g(X_R, X_{DL}) = \left[P_R^2 + (M_R / h)^2 \right]^{1/2} - \left[(D + L)^2 + ((M_D + M_L) / h)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

The failure probability can be evaluated by means of well-known methods such as FORM, SORM or Monte Carlo Simulation. The First Order Reliability Method (FORM) is used in this paper.

3.2 Model error

One relevant source of uncertainty in structural reliability problems is the model error. This is a measure of the ratio between the strength of a structural element, a given by a simplified calculation model, and the actual strength, as tested. For steel-concrete composite columns under centric axial load, some information on mod-

el errors exist [7, 8, 14]. However, our literature survey resulted in no such results for eccentric loading.

Some experimental results obtained by the authors, regarding compressive-bending of short and slender columns, have shown that the NBR 8800 [1] model is quite conservative, especially for large slenderness columns. Figure 4 illustrates the capacity of intermediate-slender and short columns, in comparison with the code model. The experimental results are close to the theoretical model, and show small variability. The NBR 8800 models are

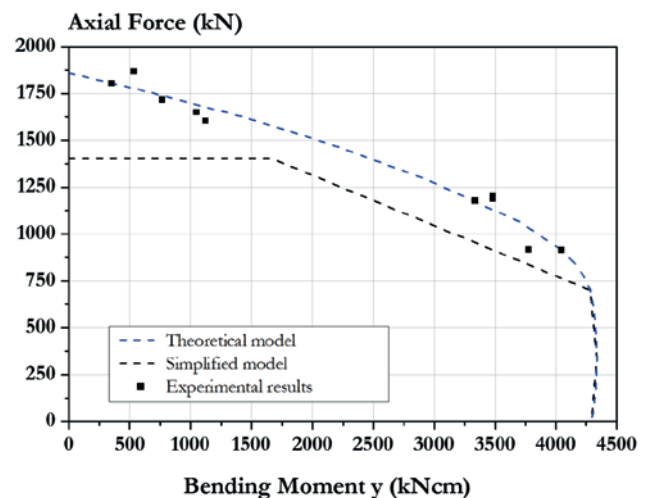


Figure 4
Experimental results and design curves following NBR 8800

Table 3
Cross-section characteristics of studied column

Variable	Nominal	Mean/nominal	COV	Distribution
Concrete compressive strength f_c	50 MPa	1.2	0.12	Normal
Steel yield strength f_y	300 MPa	1.2	0.04	Normal
Reinforcing steel yield strength f_s	600 MPa	1.0	-	Deterministic
Steel elasticity modulus E	200 GPa	1.0	-	Deterministic
Cross-section height h	152 mm	1.0	-	Deterministic
Flange width b	152 mm	1.0	-	Deterministic
Web thickness t_w	5.8 mm	1.0	-	Deterministic
Flange thickness t_f	6.6 mm	1.0	-	Deterministic
Reinforcement area	2.01 cm ²	1.0	-	Deterministic

conservative w.r.t. experimental results, especially the model that takes imperfections into account. With this limited analysis, we intend to show that the NBR 8800 model presents small bias and small variability; hence the effect of such a model error in the following reliability analysis is limited. Due to the small number of tested specimens, however, it was not possible for us to obtain a statistical characterization of the NBR 8800 model error for eccentrically loaded steel-concrete composite columns.

4. Numerical analyses and results

The reliability of steel-concrete composite columns was investigated, with column cross-section as presented in Figure 1. The reduced slenderness factor is 0.41. Geometrical and mechanical characteristics of the studied column are presented in Table 3:

characteristic concrete strength is 50 MPa, and reinforcement is CA-50. Table 3 also presents the statistical data on the considered random variables. The following is also relevant:

- a) Uncertainties associated to cross-section dimensions were discontinued, as their effects on structural safety are generally small;
- b) The data shown in Table 3 was obtained either by actual testing or taken from the literature [15].

In the usual design condition, the structural element is designed to support a specified load. In the current reliability analysis, however, it is easier but equivalent to adopt an inverse procedure: given a cross-section and slenderness, the admissible loading is designed following code specifications (Eq. 1). The same admissible loading can be obtained from different ratios between dead and live loads, hence the life-to-dead load ratio ($\alpha = L_n/D_n$) also has to be defined. So-called heavy structures have ($\alpha << 1.0$), whereas light structures

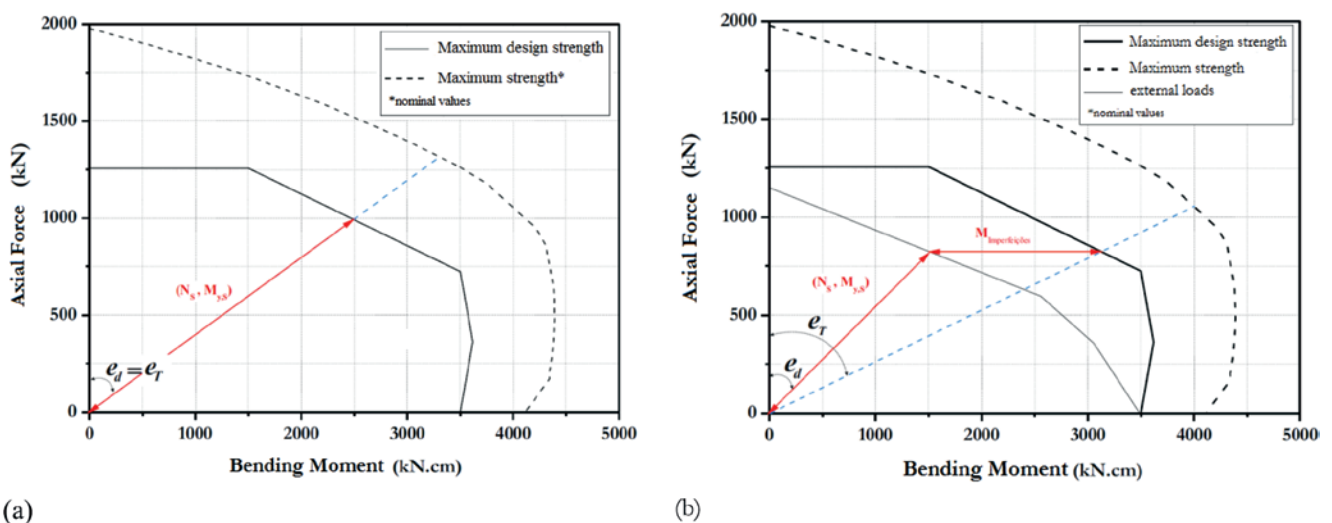


Figure 5
Analysis strategies A) – without – and B) with – consideration of additional eccentricity due to column imperfections

Table 4
Characterization of random loading (16)

Variable	Nominal	Mean/nominal	COV	Distribution
Axial dead load	1.03	0.08	Normal	Normal
Bending moment due to dead load	1.03	0.08	Normal	Normal
Axial live load (50-year extreme)	1.00	0.18	Gumbel	Deterministic
Bending moment due to life load (50-year extreme)	1.00	0.18	Gumbel	Deterministic

have ($\alpha \geq 1.0$). In this paper, two life-to-dead load ratios are considered, $\alpha=0.25$ and $\alpha=1.0$. Since eccentric loading is considered, the same ratio is admitted between nominal values of bending moments (M_{Dn} and M_{Ln}).

The design eccentricity is given by:

$$e_{design} = \frac{(1,4M_{Dn} + 1,5M_{Ln})}{(1,4D_n + 1,5L_n)} \quad (7)$$

With the cross-section, the load ratio and the design eccentricity specified, one finds the nominal values of loading variables (D_n , L_n , M_{Dn} and M_{Ln}). From the nominal loads, the probability distributions of random loads are re-constructed (Tabela 4), following Nowak [16]. The existence of correlation between axial loads (D_n and L_n) and bending moments (M_{Dn} and M_{Ln}) is not fully addressed in the literature. Clearly, there is some positive correlation, because bending moments are in part caused by load eccentricity. However, correlation is not perfect, because bending moments are also caused by

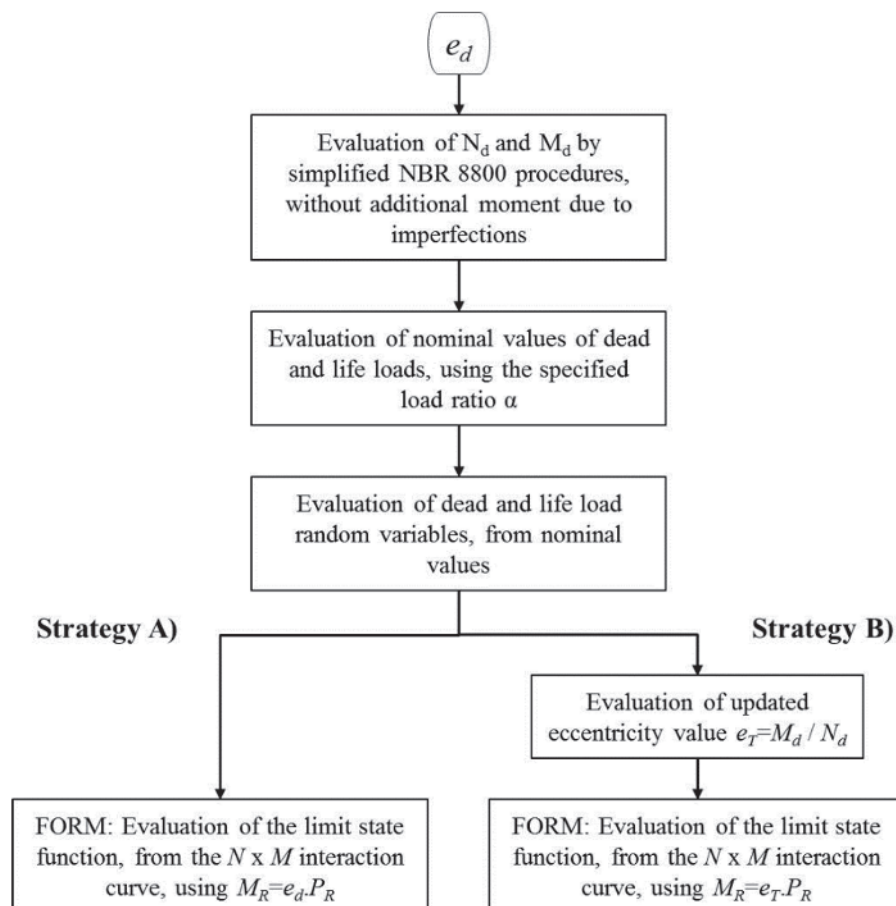


Figure 6
Fluxograms for analysis strategies: a) A and b) B

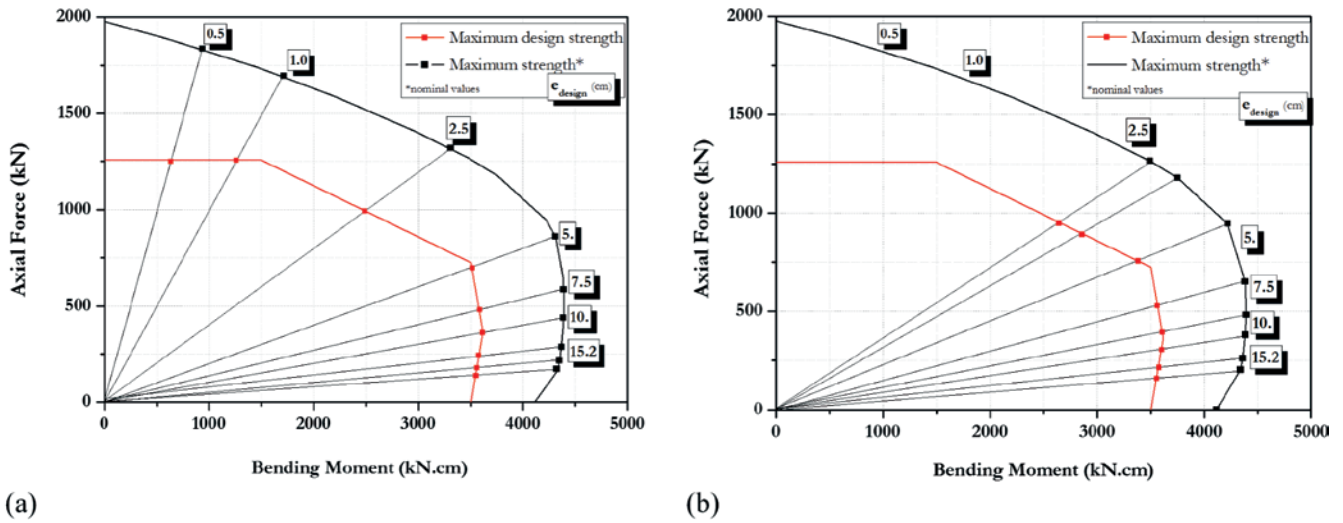


Figure 7
Axial load x versus bending moment diagrams for analysis strategies: a) A and b) B

straightness imperfections, for instance. In this work, we assume a linear correlation coefficient of 0.5.

The analysis procedure is based in Hong and Zhou [4], and is given in four steps:

1. Determination of design values for axial loads and bending moments, following Table 3, using two procedures based on Model II of NBR 8800: Strategy A), without consideration of imperfections; Strategy B) considering additional moments due to imperfections [1] (Figure 5);
2. Evaluation of nominal load values (L_n , D_n , M_{Ln} and M_{Dn}), for the

chosen load ratio α , and using Table 1;

3. Construction of loading random variables, from nominal values (step 2), and using Table 4;
4. Evaluation of reliability indexes by FORM and Eq. (6).

The procedure is illustrated by a fluxogram in Figure 6.

Figure 7 shows, for the two strategies considered in this work, the normal force x bending moment interaction diagrams for the studied column. The curve “Maximum design strength” presents ordinated pairs obtained in Step 1, for different values of design eccentricity, but reduced by the partial safety coefficients. The curve

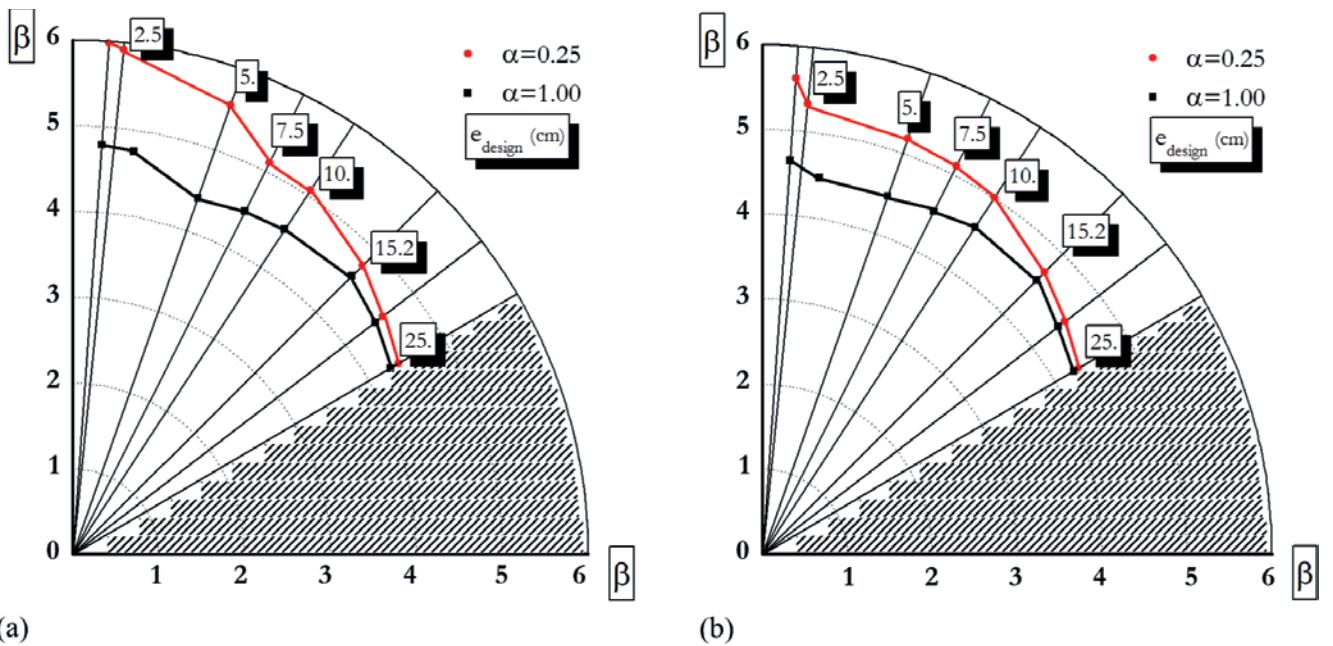


Figure 8
Reliability index diagrams for analysis strategies: a) A and b) B

Table 5
Reliability indexes β

Design eccentricity	Relative eccentricity	Reliability indexes α			
		Strategy A		Strategy B (with secondary eccentricity)	
$e_{design} \cdot e_{design}$ (cm)	e/h	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 1.00$	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 1.00$
1.0	0.007	5.98	4.79	5.62	4.65
2.5	0.015	5.92	4.75	5.33	4.48
5.0	0.035	5.55	4.40	5.18	4.46
7.5	0.050	5.11	4.48	5.11	4.51
10.0	0.065	5.07	4.52	5.01	4.59
15.2	0.100	4.76	4.59	4.69	4.56
25.0	0.165	4.40	4.44	4.31	4.25

“Maximum strength” represents the nominal values that this ordinated pair could achieve without partial safety factors. In Strategy B), the additional eccentricity due to imperfections is considered, leading to a total eccentricity.

Reliability indexes β obtained for two load ratios and eighth design eccentricities are shown in Figure 8. One can observe that, for both modelling strategies adopted (A and B) reliability indexes are of the same order, slightly larger values for the case where additional eccentricities are disconsidered. For both cases, reliability indexes β decrease as the design eccentricity increases. Since design procedures are based primarily on axial compression, this result makes sense. In spite of the reliability index reduction for larger eccentricity, results are always above $\beta=4$ (Table 5). These reliability indexes would be a little smaller if model error had been taken into account. Model errors for columns generally vary w.r.t. slenderness [7,8], and we also assume that they would change following load eccentricity.

Results also show that reliability index β are reduced when the life-to-dead load ratio ($\alpha = L_n/D_n$) increases; this is expected, since coefficients of variation of the life load are larger than those for the dead load. Hence, when α is increased, problem uncertainty increases, making reliability indexes smaller.

One of the sub-products of a reliability analysis by FORM are the sensibility coefficients, which measure the relative contribution of each random variable towards the calculated failure probabilities ($\sum(\alpha_i)^2=1$). Figure 9 shows sensibility coefficients obtained in analysis Strategy B). It can be observed that the relative contribution of random variables change, as design eccentricity e_{design} changes. As design eccentricity increases, concrete strength becoming less relevant, and steel reinforcement becomes the relevant variable, with $\alpha_i = 0,559$ (Figure 9). Similar behavior was observed for Strategy A).

5. Concluding remarks

This paper investigated the safety of partially encased steel-

concrete composite columns, designed according to NBR 8800, and submitted to eccentric loading. The safety was evaluated by means of structural reliability theory, having the reliability index as metric. It was found out that:

- Column reliability depends on load eccentricity, and reduces as eccentricity increases;
- When additional load eccentricity due to imperfections was considered, mean reliability indexes β were found as 5.03 and 4.50, for live-to-death load ratios of 0.25 and 1.0, respectively. When additional eccentricity was disconsidered, reliability indexes were 5.26 and 4.57, respectively.
- Design of composite columns following NBR8800 leads to acceptable levels of safety, even under significant load eccentricity; model errors, however, were not considered.
- The collection of more experimental data on the strength of composite steel-concrete columns under eccentric loading is recommended, in order to allow for a comprehensive description of model errors.

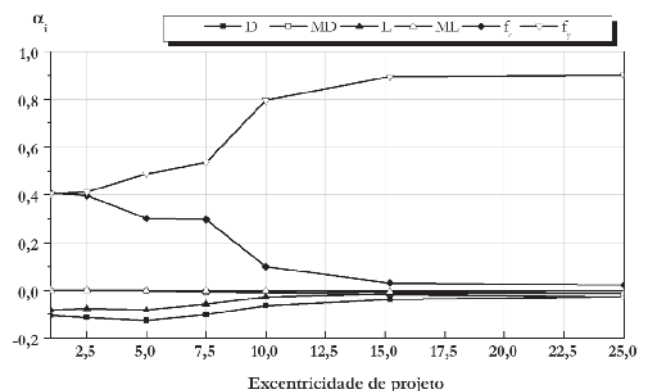


Figure 9
Sensibility factors for random variables in strategy B), $\alpha = 0.25$

6. Nomenclature

A_a	– Steel cross-section area
A_c	– Concrete cross-section area
A_s	– Reinforcing steel cross-section area
b_c	– Width of concrete cross-section
b_f	– Flange width
E	– Elasticity modulus for steel
f_{cd}	– Design strength for concrete in compression
f_{yd}	– Design strength of steel yielding
f_{sd}	– Design strength of reinforcement steel yielding
h_c	– Height of concrete cross-section
$M_{tot,Sd}$	– Total design bending moments
$M_{pl,Rd}$	– Plastication moment
$N_{pl,Rd}$	– Design axial strength for cross-section plastification
t	– Thickness of steel
Z	– Plastic modulus of cross-section
λ	– Slenderness factor
μ	– Interaction factor
χ	– Strength reduction factor due to slenderness

7. Acknowledgments

The authors acknowledge funding of this research project by FAPESP – São Paulo State Research Founding Agency (Grant nº 2014/12694-0).

8. References

- [1] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] American Concrete Institute. ACI 318R-95: building code requirements for structural concrete. Farmington Hills; Detroit, 1995.
- [3] Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-2: Design of concrete structures. General rules. Structural fire design, Brussels, 2004.
- [4] Comité Européen de Normalisation. EN 1994-1-1: Design of composite steel and concrete structures. General rules and rules for buildings, Brussels, 2004.
- [5] Comité Euro-international du Béton. CEB-FIB Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [6] Beck AT, Souza Jr. AC, 2010: A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes. J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering 32, 119 - 127.
- [7] Oliveira WLA, Beck AT, Debs ALHC, 2008: Safety evaluation of circular concrete-filled steel columns designed according to Brazilian building code NBR 8800:2008. IBRACON Structures and Materials Journal 1, 212 - 236.
- [8] Beck AT, Oliveira WLA, DeNardim S, EIDebs ALHC, 2009: Reliability-based evaluation of design code provisions for circular concrete-filled steel columns. Engineering Structures 31, 2299-2308.
- [9] Vincent R, Tremblay R. "An Innovative Partially Composite Column System for High-Rise Buildings", Proceedings, North American Steel Construction Conf., Fort Lauderdale, Florida, 30-3 – 30-17, 2001.
- [10] Chicoine T, Tremblay R, Massicotte B. "Long-term Behavior and Strength of partially encased composite columns made with built-up steel shapes", Journal of Structural Engineering, Canada, 129(2), 141-150, 2003.
- [11] Tremblay R, Chicoine T, Massicotte B. "Design equation for the capacity of partially encased non-columns" Proceedings, Composite Construction in steel and concrete IV, ASCE, Reston, Virginia, 2002.
- [12] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 8681:2003: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003. (versão corrigida: 2004).
- [13] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6120:1980: cargas para cálculo de estruturas de edificações – procedimento. Rio de Janeiro, 1980 (versão corrigida: 2000).
- [14] Hong, H.P. and Zhou, W. 1999. Reliability evaluation of RC columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, No. 7, pp. 784-790. Melchers, 1999.
- [15] Nowak, A. S.; Szerszen, M. Calibration of design code for buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical models for resistance. ACI structural Journal, New York, v. 100, n. 3, p. 377-382, 2003.

Reliability of partially encased steel-concrete composite columns under eccentric loading

Confiabilidade de pilares mistos aço-concreto parcialmente revestidos em flexo-compressão



M. F. PEREIRA^a
margot.fabiana@gmail.com

A. T. BECK^a
atbeck@sc.usp.br

A. L. H. C. EL DEBS^a
analucia@sc.usp.br

Abstract

The Brazilian design code for composite buildings (NBR8800) has never been subject to a reliability-based calibration of the partial factors used in design. As a consequence, the level of structural safety achieved by using these factors is, in general, unknown. This paper presents a study of the reliability of partially encased steel-concrete composite columns, subject to compression and bending. Literature statistics are used to quantify uncertainty in strength of structural materials and in loads. Reliability indexes are evaluated, via FORM, for two ratios between dead and live loads, and for some values of load eccentricity. It was found that larger load eccentricity leads to a reduction in reliability indexes. These values are larger than minimum values recommended in international design codes; hence one concludes that design of such columns using NBR8800 leads to acceptable safety levels.

Keywords: reliability, composite column, structural safety.

Resumo

A norma brasileira que embasa o projeto estrutural de edifícios contendo elementos mistos (NBR8800) nunca passou pelo processo de calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança utilizados em projeto. Como consequência, o nível de segurança obtido com o uso destes coeficientes é, em geral, desconhecido. Este trabalho apresenta um estudo da confiabilidade estrutural de pilares mistos de aço-concreto, parcialmente revestidos e submetidos à flexo-compressão. Estatísticas da literatura são utilizadas para caracterizar as incertezas nas propriedades dos materiais constituintes e nas ações. Índices de confiabilidade (β) são avaliados, via FORM, para duas razões entre ação permanente e ação variável, e para alguns valores de excentricidade da ação vertical. Verifica-se que o índice de confiabilidade dos pilares mistos diminui com o aumento da excentricidade de projeto. Estes valores estão acima de índices de confiabilidade mínimos sugeridos em normas internacionais, o que sugere que o projeto utilizando a norma NBR8800 resulta em colunas mistas seguras.

Palavras-chave: confiabilidade; pilares mistos; segurança estrutural.

^a Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

1. Introdução

A demanda por sistemas construtivos rápidos e econômicos coloca os elementos mistos em destaque na indústria da construção civil, já que possuem vantagens construtivas e estruturais. Comparando-se as estruturas mistas com estruturas de concreto armado, verifica-se a possibilidade de redução ou dispensa de formas e escoramentos, redução de custos com materiais e mão de obra e aumento da precisão dimensional dos elementos. Os elementos mistos também podem ser facilmente pré-fabricados industrialmente, restando apenas as etapas de içamento e montagem para realização in-loco.

Entretanto, a falta de conhecimento das possibilidades de elementos mistos pelos engenheiros projetistas inibe uma maior utilização. Foi somente em 2008 que os elementos mistos obtiveram um embasamento normativo mais apropriado, com a NBR 8800 [1]. Os códigos normativos brasileiros para projeto de estruturas de edifícios são baseados no método dos estados limites, no qual coeficientes parciais de segurança são utilizados para estabelecer uma margem de projeto em relação a cada uma das maiores fontes de incerteza em projeto: as ações e as resistências dos materiais. Estes coeficientes têm o papel de garantir um nível de segurança adequado à estrutura projetada. Entretanto, as normas brasileiras de projeto estrutural, e em particular a NBR8800, nunca passaram pelo processo de calibração, baseada em confiabilidade, dos coeficientes parciais de segurança, tais quais suas equivalentes estrangeiras (ACI 318 [2], EN 1992 [3], EN 1994 [4], FIB [5]). O processo de calibração da norma NBR 8800 foi estudado em [6], mas os coeficientes sugeridos nunca foram incorporados à norma.

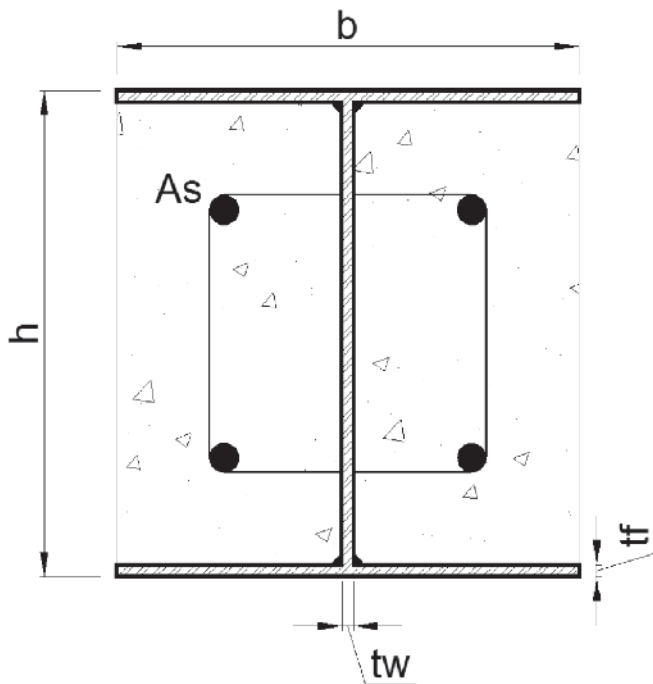


Figura 1
Seção transversal de pilar misto parcialmente revestido

Tabela 1

Coefficientes parciais de ações e resistência de acordo com a NBR 8800

Resistência			Combinação de ações Dead (D) + Live (L) 1,40D+1,5L
Aço	Concreto	Armadura	
1,1	1,4	1,15	

No caso específico dos elementos mistos, cuja normatização é recente, apenas algumas avaliações isoladas do nível de confiabilidade dos elementos são encontradas na literatura [7-11]. O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma avaliação do nível de confiabilidade estrutural de pilares mistos parcialmente revestidos (Figura 1), submetidos a flexo-compressão, e projetados segundo os procedimentos previstos pela NBR 8800 [1].

2. Normas de projeto de estruturas de aço e concreto de edifícios

O projeto de elementos mistos através dos procedimentos contemplados pela NBR 8800 [1] utiliza os critérios de segurança definidos na NBR 8681 [12] e valores de ações definidos em normas específicas [13].

Os códigos normativos de projeto de estruturas de edifícios nacionais utilizam o método dos estados limites para garantir que as estruturas atendam aos requisitos básicos durante a vida útil. Assim, para cada estado indesejável da estrutura, em termos de segurança ou de serviço, uma equação de estado limite é escrita. Os estados limites últimos estão relacionados com a segurança da estrutura, quando sujeita às combinações mais desfavoráveis das ações previstas, e podem ser equacionados por desigualdades do tipo:

$$R_d \geq S_d \tag{1}$$

onde:

R_d representa os valores de cálculo dos correspondentes esforços resistentes obtidos pelos procedimentos normativos;

S_d representa os valores de cálculo dos esforços atuantes, obtidos com base nas combinações últimas de ações aplicáveis.

Os valores de cálculo das ações e resistência são obtidos a partir dos valores representativos, multiplicando-os pelos coeficientes parciais de ponderação. Em seguida, os esforços atuantes devem ser avaliados, considerando a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a estrutura [1], com combinações de ações que têm probabilidades não desprezáveis de atuarem simultaneamente (Tabela 1).

A determinação da capacidade resistente de pilares mistos submetidos ao efeito combinado de força axial de compressão e momento fletor, em relação a um ou aos dois eixos de simetria, podem ser obtidos, segundo a NBR 8800 [1], por meio de um modelo de cálculo simplificado, denominado Modelo de cálculo I, ou um modelo mais rigoroso, denominado Modelo de cálculo II. Ambos modelos consideram diagramas de interação, que simplificam a curva real de interação momento fletor vs. normal.

O modelo de cálculo I é análogo ao cálculo de pilares de aço isolados, incluindo apenas a influência do concreto entre as mesas do perfil de aço. A curva de interação entre força normal e o momento fletor é composta por duas retas como indicado na Figura 2a. Já no Modelo de cálculo II, (Figura 2b), a curva de interação é formada por três retas, as quais delimitam a região segura. Este modelo de cálculo é similar ao apresentado pelo EUROCODE 4 [4]. Em ambos modelos (I e II) a não linearidade geométrica na análise do pilar é considerada por meio da adição de um momento fletor complementar devido às imperfeições.

As principais equações do dimensionamento de pilares mistos parcialmente revestidos, segundo a NBR 8800 [1], são apresentadas nesta seção. Detalhes das formulações podem ser encontrados em [1]. A força normal resistente de projeto do pilar misto é dada pela Equação 2.

$$N_{Rd} = \chi(\lambda) n \left(\frac{f_y n A_a}{\gamma_a} + \alpha_1 \frac{f_c n A_c}{\gamma_c} + \frac{f_s n A_s}{\gamma_s} \right) \quad (2)$$

onde f_y é a tensão de escoamento do aço do perfil, f_c é a resistência a compressão do concreto, f_s é a tensão de escoamento do aço da armadura, A_a , A_c e A_s são as áreas do perfil metálico, do bloco de concreto e armaduras, respectivamente. Os coeficientes parciais de segurança do aço estrutural, do concreto e aço das armaduras são representados, respectivamente, por γ_a , γ_c e γ_s . O coeficiente α_1 é um valor constante considerado como 0.85 para pilares mistos parcialmente revestidos.

Finalmente, $\chi(\lambda)$ representa o fator de redução, dado em função do índice de esbelteza (λ) como indicado na equação (3).

$$\chi(\lambda) = \begin{cases} 0,658, \lambda^2 & \text{if } \lambda \leq 1,5 \\ \frac{0,877}{\lambda^2} & \text{if } \lambda \geq 1,5 \end{cases} \quad (3)$$

Neste trabalho optou-se por realizar as análises utilizando o Mo-

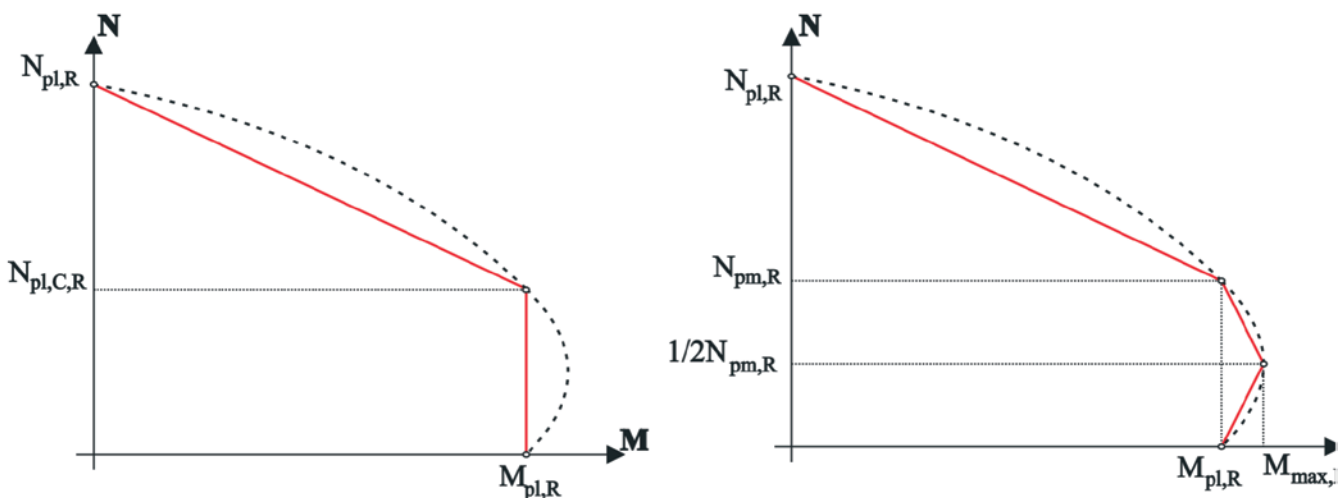


Figura 2
Curva de interação Momento vs. Normal para a) Modelo I b) Modelo II (4)

Tabela 2

Limites de aplicabilidade da NBR 8800

Item	Prescrição
Limite de índice de esbelteza λ	$\lambda < 2,0$
Dimensões da seção transversal	$0,2 \leq \frac{h_c}{b_c} \leq 5,0$
Instabilidade local	$\frac{b_f}{t} \leq 1,49 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$ Pilares parcialmente revestidos

delo de cálculo II, cuja curva de interação é representada pela Equação (4), onde μ_x e μ_y representam fatores de interação entre momento fletor e normal.

$$\frac{M_{x,tot,Sd}}{\mu_x M_{c,x}} + \frac{M_{y,tot,Sd}}{\mu_y M_{c,y}} \leq 1,0 \quad (4)$$

onde, para cada um dos eixos considerados, tem-se $M_c = 0,9 M_{pl,Rd}$, sendo $M_{pl,Rd}$ calculado pela Equação (5).

$$M_{pl,Rd} = f_{yd} (Z_a - Z_{an}) + 0,5 f_{cd1} (Z_c - Z_{cn}) + f_{sd} (Z_s - Z_{sn}) \quad (5)$$

Para fazer uso desses modelos, deve-se respeitar os limites de aplicabilidade do referido código normativo, como seções duplamente simétricas e outros itens citado na Tabela 2. Para casos que não respeitam estes limites, o EUROCODE 4 [4] apresenta o método geral de projeto.

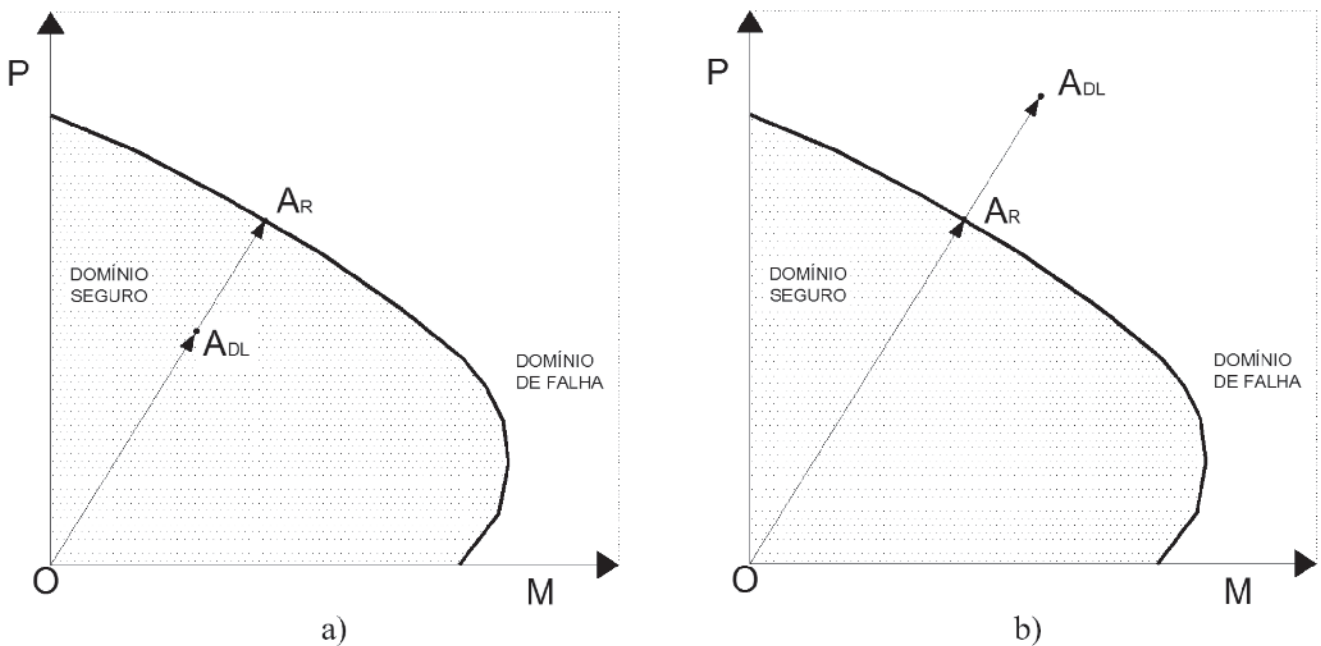


Figura 3 Diagrama de interação e equação de estado limite

3. Método de análise

Como visto, a resistência de um pilar misto depende das propriedades dos materiais e das características geométricas da seção transversal, porém tanto o comportamento do material como a geometria possuem incertezas.

Denomina-se por X_R o vetor das variáveis aleatórias que afetam a resistência da estrutura. Considera-se que estas variáveis sejam independen-

tes do tempo, isto é, que não haja degradação da resistência ao longo do tempo. Para um dado valor de X_R , a capacidade resistente do pilar pode ser avaliada pela curva de interação formada pelas coordenadas da força axial e momento fletor resistente para diferentes valores de excentricidade. Devido a relação existente entre força normal e momento fletor essa curva apresenta formato parabólico, mas como já comentado é possível utilizar curvas simplificadas composta por retas (Figura 2).

3.1 Equação de estado limite

Neste artigo é utilizada uma adaptação do método desenvolvido por Hong e Zhou [14] para pilares de concreto armado. Considera-se $P_R = p_R(X_R)$ como a representação da capacidade axial do pilar misto e $M_R = m_R(X_R)$ como representação do momento fletor resistente obtidos para um dado valor de X_R , de modo que os pares ordenados, denominado aqui por A_R , formem a curva que separa o domínio seguro do domínio de falha.

Denomina-se por X_{DL} o vetor que contém as variáveis aleatórias relacionadas aos carregamentos atuantes no elemento. Tem-se $X_{DL} = \{D, L, M_D, M_L\}$ onde D e L representam os carregamentos axiais devido a ações permanentes e variáveis, respectivamente, e M_D e M_L representam o momento fletor devido as ações permanentes e variáveis. Logo, o ponto A_{DL} , para o mesmo valor de excentricidade, é o efeito combinado da força axial e momento fletor devido às ações totais atuantes. Fica claro que a falha ocorre quando os segmentos $\overline{OA_{DL}} > \overline{OA_R}$, ou seja, quando o vetor A_{DL} entrar no domínio de falha (Figura 3).

A equação de estado limite $g(X_R, X_{DL})$ pode ser estabelecida com base na comparação do comprimento dos segmentos $\overline{OA_R}$ e $\overline{OA_{DL}}$:

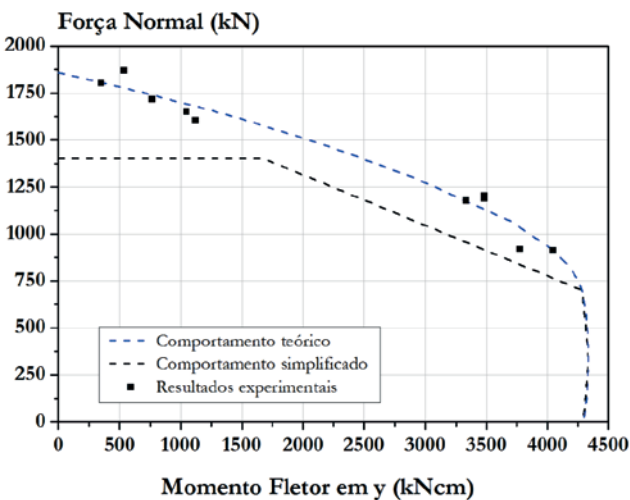


Figura 4 Resultados experimentais e resistência teórica segundo NBR 8800

Tabela 3

Características da seção transversal do pilar

Variável	Nominal	Média/nominal	COV	Tipo de distribuição
Resistência à compressão do concreto f_c	50 MPa	1.2	0.12	Normal
Tensão de escoamento do aço do perfil f_y	300 MPa	1.2	0.04	Normal
Tensão de escoamento do aço da armadura f_s	600 MPa	1.0	-	Determinístico
Módulo de elasticidade do aço E	200 GPa	1.0	-	Determinístico
Altura total da seção h	152 mm	1.0	-	Determinístico
Largura da mesa b	152 mm	1.0	-	Determinístico
Espessura da alma t_w	5.8 mm	1.0	-	Determinístico
Espessura da mesa t_f	6.6 mm	1.0	-	Determinístico
Área total de armadura	2.01 cm ²	1.0	-	Determinístico

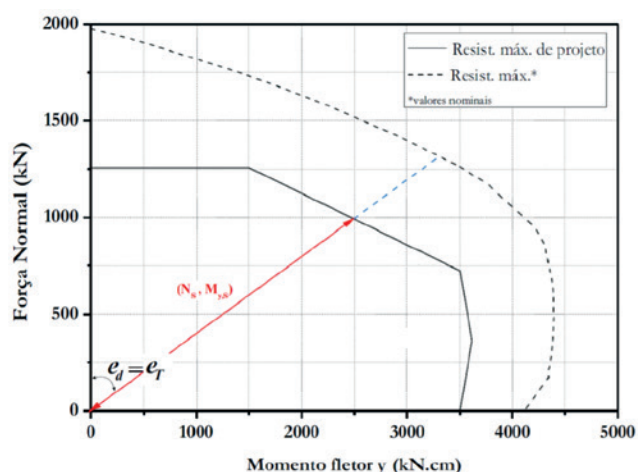
$$g(X_R, X_{DL}) = \left[P_R^2 + (M_R / h)^2 \right]^{1/2} - \left[(D + L)^2 + ((M_D + M_L) / h)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

Com isto, a probabilidade de falha pode ser avaliada por meio de qualquer método de análise da confiabilidade estrutural, como FORM, SORM ou Simulação de Monte Carlo. Neste trabalho optou-se por utilizar o método FORM.

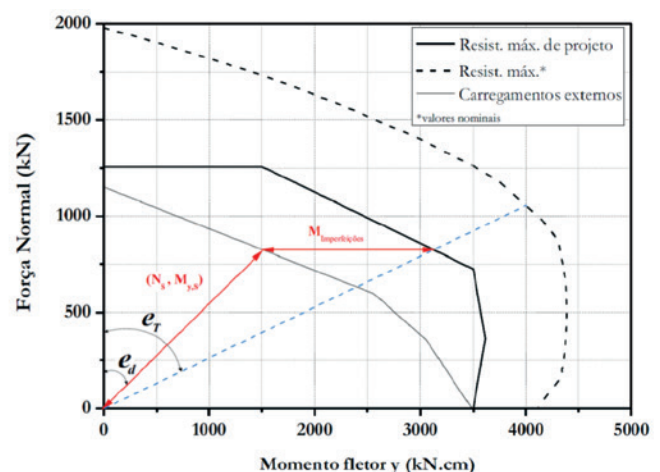
3.2 Erro de modelo

Uma fonte de incertezas relevante em problemas de confiabilidade estrutural é o chamando erro de modelo. Trata-se de uma medida da

diferença ou razão entre a capacidade resistente de um elemento estrutural, obtida através de ensaios, e a capacidade resistente prevista através de modelos de cálculo. Para o caso de pilares mistos sob carga centrada, existe na literatura informação abundante sobre erros de modelo [7, 8, 14]. No entanto, o mesmo não ocorre para o caso de carga excêntrica. Nossa busca na literatura mostrou-se infrutífera. Alguns resultados experimentais obtidos pelos autores, por ensaios de flexo-compressão em pilares curtos e esbeltos, demonstraram que o modelo da norma NBR 8800 [1] é bastante conservador para algumas situações, principalmente para maiores índices de esbeltez. A Figura 4 apresenta os resultados de capacidade resistente obtido para pilares medianamente esbeltos e curtos. Observa-se que os resultados experimentais apresentam pequena variabilidade, e estão próximos da curva que representa o modelo mecânico. Observa-se que os modelos de norma são



(a)



(b)

Figura 5

Estratégias de análise A) sem – e B) com – consideração da excentricidade adicional devido às imperfeições

Tabela 4
 Informações estatística para os carregamentos (16)

Carregamento	Media/nominal	COV	Distribuição
Força axial permanente	1.03	0.08	Normal
Momento fletor permanente	1.03	0.08	Normal
Força axial variável (extremo de 50 anos)	1.00	0.18	Gumbel
Momento fletor variável (extremo de 50 anos)	1.00	0.18	Gumbel

conservadores em relação aos resultados experimentais, especialmente o modelo que leva em conta imperfeições. Para cargas de pequena excentricidade, os valores normativos são especialmente conservadores. Já para maiores excentricidades, a variável erro de modelo apresenta média menor. Com esta análise, busca-se mostrar que o erro de modelo, em relação ao modelo mecânico, tem média próxima de um e pequeno desvio-padrão. Isto significa que esta variável teria efeito limitado na análise de confiabilidade que segue. Em função do pequeno número de exemplares físicos ensaiados, mostrou-se inviável caracterizar estatisticamente a variável erro de modelo, para incluí-la na análise.

4. Análise numérica e resultados

Foi avaliada a confiabilidade de pilares mistos com seção transversal conforme a Figura 1, considerando um pilar com índice de esbelteza reduzido de 0,41. As características geométricas e mecânicas necessárias para definição da capacidade resistente do pilar misto avaliado são apresentadas na Tabela 3: trata-se de um pilar composto por concreto com resistência nominal de 50 MPa e armação CA-50. Além disso, a Tabela 3 traz as informações estatísticas correspondentes. Vale salientar que para as variáveis adotadas como determinísticas os valores indicados na Tabela

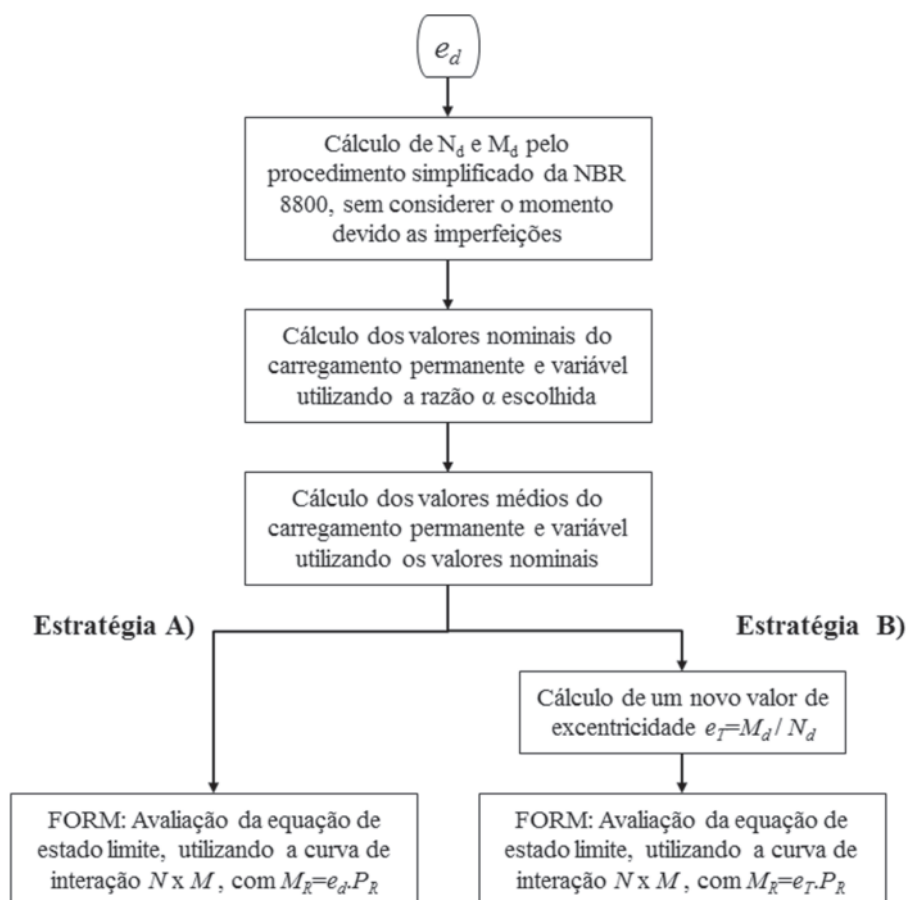


Figura 6
 Fluxogramas para as estratégias de análise

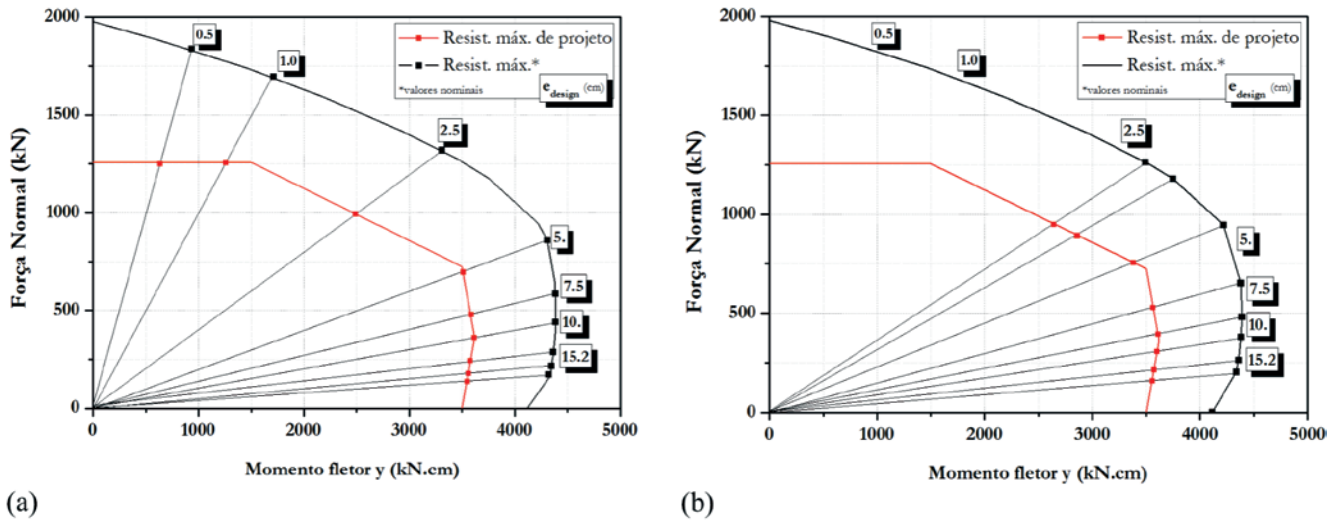


Figura 7

Diagramas esforço normal x momento fletor para as estratégias de análise: a) A e b) B

3 correspondem aos valores obtidos por ensaios laboratoriais de caracterização dos materiais. Alguns aspectos da análise devem ser salientados:

- a) incertezas associadas às dimensões da seção transversas foram negligenciadas, pois seus efeitos na confiabilidade estrutural são usualmente baixos;
- b) as informações estatísticas assumidas para as variáveis aleatórias foram retiradas da literatura [15].

Na condição usual de projeto, dado o carregamento, o elemento estrutural é dimensionado de forma a suportar este carregamen-

to. Em análise de confiabilidade, é mais fácil, mas equivalente, adotar um processo inverso: dada uma seção transversal mista aço-concreto, “projeta-se” o carregamento admissível, segundo a norma (Eq. 1). Um mesmo carregamento admissível, ou de projeto, pode ser obtido a partir de diferentes combinações entre ação permanente e ação variável. Neste trabalho, denota-se por α a razão entre os valores nominais das ações variáveis e das ações permanentes ($\alpha = L_v/D_p$). Esta razão caracteriza as estruturas ditas pesadas ($\alpha \ll 1.0$) e as estruturas leves ($\alpha \geq 1.0$). Neste trabalho, são considerados dois valores, $\alpha=0.25$ e $\alpha=1.0$. Como se trata de

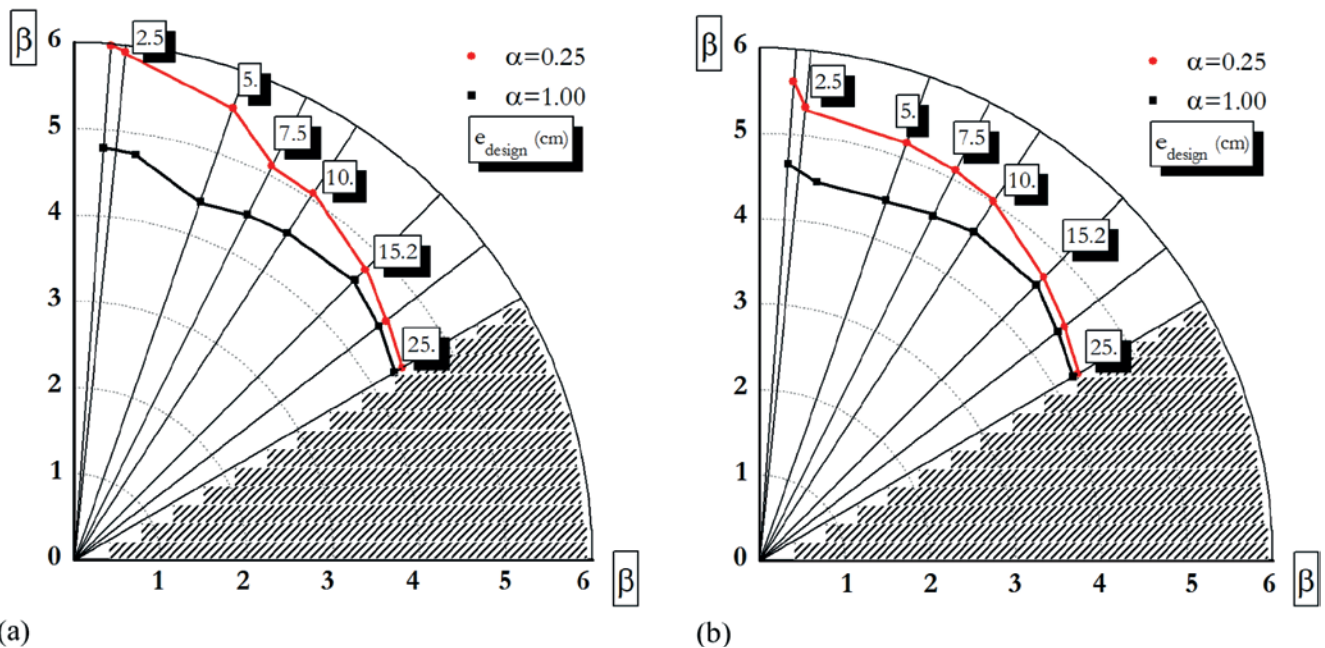


Figura 8

Índices de confiabilidade para as estratégias a) A e b) B

Tabela 5
Índices de confiabilidade

Excentricidade de projeto	Excentricidade relativa	Índice de confiabilidade β			
		Estratégia A		Estratégia B (com excentricidade adicional devido a imperfeições)	
$e_{design} \cdot e_{design}$ (cm)	e/h	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 1.00$	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 1.00$
1.0	0.007	5.98	4.79	5.62	4.65
2.5	0.015	5.92	4.75	5.33	4.48
5.0	0.035	5.55	4.40	5.18	4.46
7.5	0.050	5.11	4.48	5.11	4.51
10.0	0.065	5.07	4.52	5.01	4.59
15.2	0.100	4.76	4.59	4.69	4.56
25.0	0.165	4.40	4.44	4.31	4.25

pilares sob carga excêntrica, a mesma razão é admitida entre os valores nominais dos momentos fletores (M_{Dn} e M_{Ln}). O valor da excentricidade de projeto é dado por:

$$e_{design} = \frac{(1,4M_{Dn} + 1,5M_{Ln})}{(1,4D_n + 1,5L_n)} \quad (7)$$

Definida a seção transversal, a razão de carregamento e a excentricidade de projeto, encontra-se os valores nominais dos carregamentos (D_n , L_n , M_{Dn} e M_{Ln}). A partir destes valores são construídas as distribuições de probabilidade associadas as ações (Tabela 4), conforme Nowak [16].

A correlação entre as variáveis aleatórias esforço axial (D_n e L_n) e momento fletor (M_{Dn} e M_{Ln}) não é uma questão bem elucidada na literatura. É evidente que existe uma correlação positiva entre estas variáveis, porém não se pode afirmar que haja uma correlação perfeita, pois nem sempre os momentos fletores são originados de excentricidades reais no esforço axial. Assim, neste trabalho op-

tou-se por considerar um coeficiente de correlação linear de 0.5. O procedimento de análise baseado em Hong e Zhou [4] segue quatro passos:

1. Determinação da força axial de projeto e momento fletor de projeto do pilar misto com as características da Tabela 3 utilizando duas abordagens: Estratégia A - os procedimentos do Modelo II da NBR 8800 sem a consideração de imperfeições e Estratégia B - o Modelo II com a consideração de um momento adicional devido às imperfeições [1] (Figura 5);
2. Cálculo dos valores de L_n , D_n , M_{Ln} e M_{Dn} utilizando a razão α escolhida e o carregamento apresentado na Tabela 1;
3. Cálculo dos valores médios do carregamento permanente e variável utilizando os valores nominais (passo 2) e as razões apresentadas na Tabela 4;
4. Cálculo do índice de confiabilidade β utilizando o FORM e a equação (6).

Este procedimento para cada uma das estratégias é mostrado por meio de um fluxograma na Figura 6.

A Figura 7 apresenta, para as duas estratégias abordadas neste trabalho, o diagrama de iteração Força Normal vs. Momento fletor para o pilar avaliado. A curva “Resistência máxima de projeto” representa os pares ordenados obtidos no passo 1, para diferentes valores de excentricidades de projeto, mas reduzidos pelos coeficientes parciais de segurança. Já a curva “Resistência Máxima” representa os valores (nominais) que este par ordenado poderia atingir se não houvesse os fatores parciais de segurança. Vale salientar que na estratégia B ao se adotar um valor adicional de momento fletor devido às imperfeições modifica-se a excentricidade inicial, a qual passa a ter um valor maior, denominado excentricidade total.

Os índices de confiabilidade β obtidos para as duas razões de carregamento e para oito valores da excentricidade de projeto são apresentados na Figura 8. É possível observar que, apesar das diferenças nos procedimentos de análise adotados nas estratégias A e B, os índices de confiabilidade β resultaram da mesma ordem de grandeza, com valores ligeiramente maiores para a estratégia A, que não leve em conta as imperfeições geométricas.

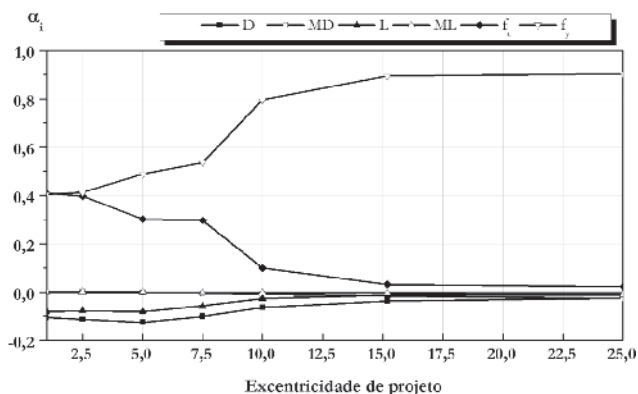


Figura 9
Fatores de sensibilidade das V.A.s do problema, estratégia B, $\alpha = 0.25$

Para as duas análises realizadas, observa-se que os valores de β diminuem à medida que o valor da excentricidade de projeto aumenta. Como os procedimentos de cálculo de pilares consideram predominantemente os esforços axiais de compressão, este resultado é coerente. Outro aspecto observado refere-se ao fato de, apesar da diminuição do índice de confiabilidade β , este se mantém acima de 4 para qualquer valor de excentricidade (Tabela 5). Este resultado pode ser uma consequência de não se ter considerado o efeito dos erros de modelo. Erros de modelo costumam variar em função da esbelteza do pilar [7,8] e, supõe-se, devem variar em função da excentricidade do carregamento.

Os resultados também mostram que os valores de β aumentam com a diminuição da relação entre ações variáveis e permanentes (relação α). Este resultado é esperado, pois os coeficientes de variação da ação permanente são menores que da ação variável. Portanto, quando a parcela de ação permanente aumenta, diminui a incerteza do problema, e aumentam os índices de confiabilidade. Um dos sub-produtos de uma análise de confiabilidade via FORM são os coeficientes de sensibilidade, que medem a importância, ou contribuição relativa, de cada uma das variáveis aleatórias ($\sum(\alpha)^2=1$). A Figura 9 apresenta os coeficientes de sensibilidade obtidos pela estratégia b). Verifica-se que a contribuição relativa de cada uma das variáveis varia com o valor de e_{design} adotado, aumentando a contribuição relacionada com o momento fletor e diminuindo a relacionada com a força axial. Além disso, com o aumento da excentricidade, a variável aleatória de resistência do aço passa a comandar a probabilidade de falha, chegando a um valor de $\alpha_i = 0,559$ (Figura 9). Comportamento similar foi observado para a estratégia de análise A.

5. Conclusões

Este trabalho buscou avaliar a segurança de colunas mistas de aço e concreto parcialmente revestidas, projetadas segundo a norma NBR 8800, e sujeitas a carregamento excêntrico. A segurança foi avaliada através da teoria de confiabilidade estrutural, e medida em termos do índice de confiabilidade β . Verificou-se que:

- A confiabilidade dos pilares está relacionada com o valor de excentricidade de projeto, diminuindo à medida que esta aumenta;
- O valor médio encontrado para o índice de confiabilidade β pela Estratégia A é igual a 4,57 para carregamentos com razão entre ações variáveis e ações permanentes igual a 1, e índice de confiabilidade médio de 5,26 para razão de carregamento igual a 0,25. Já para a estratégia B estes valores são 4,50 e 5,03; respectivamente;
- O projeto utilizando os coeficientes parciais de segurança preconizados na Norma Brasileira NBR8800 levam a níveis aceitáveis de segurança, mesmo com grande excentricidade;
- Sugere-se a coleta e realização de mais resultados experimentais para a caracterização estatística da variável erro de modelo, para o caso de pilares mistos sujeitos a cargas excêntricas.

6. Nomenclatura

A_a	– Área de aço
A_c	– Área de concreto
A_s	– Área da seção transversal da armadura
b_c	– Largura da seção de concreto

b_f	– Largura da mesa
E	– Módulo de elasticidade do aço
f_{cd}	– Resistência de cálculo do concreto à compressão
f_{yd}	– Resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{sd}	– Resistência de cálculo ao escoamento do aço da armadura
h_c	– Altura da seção de concreto
$M_{tot,Sd}$	– Momentos fletores solicitantes de cálculo totais
$M_{pl,Rd}$	– Momento de plastificação
$N_{pl,Rd}$	– Força axial resistente de cálculo da seção transversal à plastificação total
t	– Espessura da chapa de aço
Z	– Módulo de resistência plástico
λ	– Índice de esbelteza
μ	– Fator de interação
χ	– Fator de redução calculado de acordo com o índice de esbelteza

7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP e processo nº 2014/12694-0, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo auxílio financeiro.

8. Referências bibliográficas

- [1] Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, Rio de Janeiro, 2008.
- [2] American Concrete Institute. ACI 318R-95: building code requirements for structural concrete. Farmington Hills; Detroit, 1995.
- [3] Comité Européen de Normalisation. EN 1992-1-2: Design of concrete structures. General rules. Structural fire design, Brussels, 2004.
- [4] Comité Européen de Normalisation. EN 1994-1-1: Design of composite steel and concrete structures. General rules and rules for buildings, Brussels, 2004.
- [5] Comité Euro-international du Béton. CEB-FIB Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [6] Beck AT, Souza Jr. AC, 2010: A first attempt towards reliability-based calibration of Brazilian structural design codes. J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering 32, 119 - 127.
- [7] Oliveira WLA, Beck AT, Debs ALHC, 2008: Safety evaluation of circular concrete-filled steel columns designed according to Brazilian building code NBR 8800:2008. IBRACON Structures and Materials Journal 1, 212 - 236.
- [8] Beck AT, Oliveira WLA, DeNardim S, ElDebs ALHC, 2009: Reliability-based evaluation of design code provisions for circular concrete-filled steel columns. Engineering Structures 31, 2299-2308.
- [9] Vincent R, Tremblay R. "An Innovative Partially Composite Column System for High-Rise Buildings", Proceedings, North American Steel Construction Conf., Fort Lauderdale, Florida, 30-3 – 30-17, 2001.

- [10] Chicoine T, Tremblay R, Massicotte B. "Long-term Behavior and Strength of partially encased composite columns made with built-up steel shapes", *Journal of Structural Engineering, Canada*, 129(2), 141-150, 2003.
- [11] Tremblay R, Chicoine T, Massicotte B. "Design equation for the capacity of partially encased non-columns" *Proceedings, Composite Construction in steel and concrete IV, ASCE, Reston, Virginia, 2002.*
- [12] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 8681:2003: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003. (versão corrigida: 2004).
- [13] Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6120:1980: cargas para cálculo de estruturas de edificações – procedimento. Rio de Janeiro, 1980 (versão corrigida: 2000).
- [14] Hong, H.P. and Zhou, W. 1999. Reliability evaluation of RC columns, *Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 125, No. 7, pp. 784-790. Melchers, 1999.*
- [15] Nowak, A. S.; Szerszen, M. Calibration of design code for buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical models for resistance. *ACI structural Journal, New York, v. 100, n. 3, p. 377-382, 2003.*

Applications of a LITS semi-empirical model in plain and reinforced concrete members subjected to a uniaxial compressive load

Aplicações de um modelo semiempírico para o cálculo da fluência transiente em estruturas de concreto simples e armado submetidas a uma força de compressão centrada



T. E. T. BUTTIGNOL ^a
buttignol@hotmail.com

Abstract

This paper describes a LITS (Load Induced Thermal Strain) semi empirical model and two practical applications in simple and reinforced concrete members. The model allows a preliminary and straightforward quantification of the total strain of concrete structures submitted to heating and a sustained compressive load, without the need to use complex numerical analyses. The model takes into account the effect of the thermal expansion restraint due to the boundary conditions (temperature and compressive load) and can be adopted for several types of concretes (conventional, high strength and ultra high performance). In the first example, the total deformations of simple concrete specimens from KHOURY (2006) are determined. In the second example, the total displacement of a reinforced concrete column from SCHNEIDER et al (1994) is calculated. A comparison between the results of the model and the experimental values demonstrated the reliability of the semi-empirical model to obtain a preliminary quantification of the total deformations of concrete.

Keywords: high temperature, transient creep, concrete, design procedures.

Resumo

Este artigo descreve um modelo semiempírico para o cálculo da fluência transiente em concretos simples e armado submetidos a uma força de compressão durante o aquecimento, baseado no conceito de LITS (Load Induced Thermal Strain) ou deformação térmica induzida pelo carregamento. A partir do modelo, é possível a quantificação preliminar da deformação específica total do concreto submetido à alta temperatura sem a necessidade de utilização de complexas análises numéricas. O modelo leva em consideração o efeito de restrição da expansão térmica devido às condições de contorno (temperatura e força de compressão) e pode ser aplicado a diversos tipos de concreto, do convencional ao de alta resistência e ultra-alto desempenho. Dois exemplos práticos de aplicação são apresentados. No primeiro caso, é determinada a deformação específica total de corpos-de-prova em concreto simples previamente analisados por KHOURY (2006). No segundo exemplo é calculado o deslocamento total de um pilar em concreto armado investigado por SCHNEIDER ET AL (1994). A comparação dos resultados com os valores experimentais demonstraram a viabilidade do modelo para a determinação preliminar da deformação específica total de estruturas de concreto submetidas a uma força de compressão constante durante o incêndio.

Palavras-chave: alta temperatura, fluência transiente, concreto, técnicas de projeto.

^a Universidade Presbiteriana Mackenzie, Campinas, SP, Brasil;
^a Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introduction and justification

One of the main problems of transient creep analysis is the fact that the viscous behavior cannot be measured directly from experimental tests in the laboratory. This is due the fact that transient creep is coupled with thermal (expansion and shrinkage) and mechanical (recoverable and irrecoverable) strains. In EUROCODE 2 (2004) transient creep is implicitly taken into account. It can be determined indirectly, for example, by means of LITS (Load Induced Thermal Strain), as described in Khoury (KHOURY et al., 1984; KHOURY et al., 1985; KHOURY, 2006a; KHOURY, 2006b). LITS is computed by the difference between the total strain, measured in loaded specimens, and the thermal strain, measured in unloaded specimens, subtracting the initial elastic deformation at 20°C. LITS concept was adopted in BUTTIGNOL (2016) to determine a new LITS semi-empirical model. In this paper, two practical applications of the semi-empirical model in concrete members subjected to a sustained uniaxial compressive load are presented.

It is important to underline that the principle of superposition is not always valid for concrete structures submitted to both a sustained compressive load and high temperatures. In this case, the sum of the thermal and mechanical strain components, obtained from independent numerical analyzes, could lead to completely different results from the total deformation measured in experimental tests. In the 1970's, ANDENBERG e THELANDERSSON (1976) performed an extensive experimental campaign with plain concrete specimens at high temperature. The authors demonstrated that the value of the total deformation of a previously loaded specimen is different from a specimen loaded immediately after heating. This difference can be attributed mainly to the effect of the boundary conditions: thermal expansion restraint imposed by the applied compressive load during heating.

A numerical analysis can be performed applying the boundary conditions and concrete thermomechanical properties in a mesoscopic level in order to correctly take into account the thermal effects and the loading conditions. Alternatively, empirical models, assuming implicitly the boundary conditions, can be applied. Different empirical models, proposed by distinct researchers, can be found in literature (TERRO, 1998; SCHNEIDER, 1986; TAO et al, 2013; ANDENBERG and THELANDERSSON, 1976). However, the models are calibrated considering a relatively small variety of concrete types, thus, limiting the range of their applications.

The great advantage of the LITS semi-empirical model (BUTTIGNOL, 2016) is the fact that it can be adopted for different types of concrete (conventional, high and ultra-high performance) to obtain a straightforward and preliminary quantification of concrete total deformation in concrete members submitted to high temperatures. The model can be an auxiliary tool to support design engineers in the evaluation of concrete deformations in a fire scenario.

2. Conceptual framework of transient creep

At room temperature creep occurs in concrete members submitted to a sustained load. It is the result of concrete relaxation (break and restoration of the links in the microstructure of the cement

paste). The continuous break and restoration of calcium-silicate-hydrates (CSH) due to fluid transport mechanisms (moisture diffusion) lead to concrete microprestress relaxation and, as a result, to an increase in the total deformation. Up to approximately 80°C, no changes in creep fundamentals are noticed, although, at this temperature level, creep value is twice the one observed at 20°C. At 100°C, all the free water the concrete is evaporated and the main mechanism of creep activation is due to concrete dehydration (CSH physical and chemical water loss). At this stage, concrete viscous deformation during heating is usually defined as transient creep. Beyond 400°C, an acceleration of transient creep (increase of deformation) occurs due to the progressive degradation of the coarse aggregates.

Transient creep is quasi-instantaneous, since CSH dehydration (chemical bond breakages and water evaporation) occurs due to the effect of high temperatures in the cement paste. Immediately after heating, when the temperature stabilizes, transient creep continues to develop due to thermal differentials.

According to SABEUR et al. (2008), up to 400°C, concrete dehydration is the main mechanism of activation of transient creep.

TAO et al. (2013) sustain that the two most important mechanisms of transient creep activation are the CSH dehydration and portlandite decomposition.

SABEUR and MEFTAH (2008) distinguish transient creep in two components: drying creep, due to free water evaporation at approximately 100°C, and dehydration creep, due to CSH physical and chemical water loss.

MINDEGUIA et al. (2006) measured concrete radial displacements, concluding that transient creep virtually is not activated in this direction.

GILLEN (1981) states that transient creep is highly affected by water/cement (w/c) ratio at temperatures around 110°C.

According to KHOURY (2006b), LITS is absent in concrete structures during a second heating cycle, up to the maximum temperature achieved in the first cycle.

MINDEGUIA et al. (2013) support that in concrete members submitted to a previous heating, transient creep appears only at temperatures higher than those reached by the preheated specimen.

KHOURY (2006a) affirms that LITS is developed at the cement paste level and, thus, it is insensitive to the aggregate type up to 450°C. Moreover, concrete thermal stability depends specifically on the type of aggregate. In agreement with that, MINDEGUIA et al. (2013) state that transient creep is influenced by the nature of the aggregates at temperatures beyond 300°C.

During the cooling phase, no significant sign of transient creep or shrinkage was observed by KHOURY (2006b). The action of the compressive load restrained cracking propagation and other expansive deformations.

SABEUR and COLINA (2014) observed the separation of the cement paste from the aggregates during cooling due to the effect of microcracking. This result was attributed to the absence of transient creep during cooling.

According to SABEUR and COLINA (2014), transient creep is inversely proportional to the w/c ratio, which is directly related to concrete permeability.

In the experimental tests carried out by SABEUR and COLINA (2014), up to 220°C, the smallest values of transient creep were

measured in conventional concrete, followed by high-strength concrete and high-performance concrete.

The incorporation of polypropylene (PP) fibers (WU et al, 2010; HUISMANN et al., 2012; e TAO et al., 2013) increases transient creep due to microcracking effect (increase of concrete porosity due to fibers melting).

3. Description of the LITS semi-empirical model (BUTTIGNOL, 2016)

The semi-empirical model recognizes concrete as a heterogeneous biphasic material (aggregates + matrix) and defines LITS as the sum of thermomechanical and thermochemical strains. The former is developed in the bulk concrete (aggregates and cement paste) and it is the result of microcracking, aggregates degradation and thermal expansion restraint imposed by the compressive load. Microcracking occurs due to thermal mismatch (aggregates expansion and cement paste shrinkage) beyond 150°C. The coarse aggregates are responsible for LITS acceleration after 400°C due to chemical transformations (especially quartz α - β phase transformation at 573°C), fracture and decomposition of the material. The thermochemical strain is seated in the cement paste and, thus, it is insensitive to the type of aggregate. Its main mechanisms of activation are the free water evaporation (drying creep) around 100°C and CSH physical and chemical water loss (dehydration creep) beyond 150°C.

Drying creep is highly affected by hygrothermal conditions before heating. A concrete submitted to thermal curing exhibits no drying creep. Dehydration creep is the main mechanism of transient creep up to 400°C, from which point, the behavior of the aggregates becomes increasingly important.

The semi-empirical model is defined in terms of specific LITS (1/MPa) or $J_{LITS}(\theta)$, as shown in Equation 1, where: $q_{tm}(\theta)$ is the thermomechanical function for siliceous, calcareous and basalt aggregate type, in 10³/MPa (Equation 2); $q_{tc}(\theta)$ is the thermochemical function in 10⁻³/MPa (Equation 3); β_{tm} is the variable dependent on the quantity of aggregates (c.agg.) and binder (Equation 4); β_{tc} is the variable dependent on the quantity of binder (equation 5). The temperature is given in °C. The quantities of aggregates and binder are given in kg.

$$J_{LITS}(\theta) = \beta_{tm} \times q_{tm}(\theta) + \beta_{tc} \times q_{tc}(\theta) \quad (1)$$

$$q_{tm}(\theta) = (-5.26 \times 10^{-5} \times \theta - 9.73 \times 10^{-7} \times \theta^2 + 3.23 \times 10^{-9} \times \theta^3 - 4.42 \times 10^{-12} \times \theta^4) \quad (2)$$

$$q_{tc}(\theta) = -\exp(\theta^{0.31}) \times 0.156^5 \quad (3)$$

$$\beta_{tm} = \ln\left(1 + \left(\frac{cagg}{binder}\right)^3\right) \quad (4)$$

$$\beta_{tc} = \ln\left(\frac{binder}{100}\right) \quad (5)$$

Total LITS (in mm/m) is calculated according to Equation 6 and LITS coefficient (ϕ_{LITS}) is determined according to Equation 7, where: σ is the compressive stress level (P/A) in MPa; E_{ci} is the initial tangent modulus of elasticity.

$$LITS = J_{LITS}(\theta) \times \sigma \quad (6)$$

$$\phi_{LITS} = J_{LITS}(\theta) \times E_{ci} \quad (7)$$

It is important to mention that recycled aggregates are decomposed approximately at 400°C, while siliceous and calcareous aggregates are stable up to 1200°C. In order to take into account the behavior of the different aggregate types (calcareous, siliceous, basalt, recycled), two thermomechanical functions were derived. The thermomechanical function for recycled aggregates is described in Equation 8 and for the other types of aggregates is shown in Equation 2.

$$q_{tm,recycled}(\theta) = (-3.5 \times 10^{-7} \times \theta^2 + 1.7 \times 10^{-9} \times \theta^3 - 1.3 \times 10^{-11} \times \theta^4 + 2.4 \times 10^{-14} \times \theta^5) \quad (8)$$

4. Practical applications of the semi-empirical model

In this section, two practical examples of application of the semi-empirical model are analyzed. In the first case, KHOURY (2006) experimental results of plain concrete specimens, considering a heating rate of 1 °C/min and a maximum temperature of 600°C, are compared with the semi-empirical model (BUTTIGNOL, 2016). In this case, due to the low heating rate, a small thermal gradient is developed in the bulk concrete. Hence, concrete total deformation can be defined as the sum of LITS, the thermal strain and the initial elastic strain at 20°C, as is shown in Equation 10.

In the second example, the total displacement of a reinforced concrete (RC) column under fire, previously analyzed in SCHNEIDER (1994), is calculated. In this case, it is not possible to apply directly the semi-empirical model due to concrete thermal differentials (self-equilibrated stresses) and the compatibility between concrete and steel bars deformation (transient creep effects in concrete are absent in steel). As a result, the semi-empirical model was incorporated in a numerical model to find the solution, as is described below.

4.1 Numerical model

Concrete total deformation under a fire scenario can be defined in terms of LITS, as is shown in Equations 9 and 10, where: ε^t is the total deformation; ε^{th} is the thermal strain; $\varepsilon_{ci}(\theta = 20^\circ \text{C})$ is the initial elastic strain at room temperature.

$$LITS = \varepsilon^t - \varepsilon^{th} - \varepsilon^{el}(\theta = 20^\circ \text{C}) \quad (9)$$

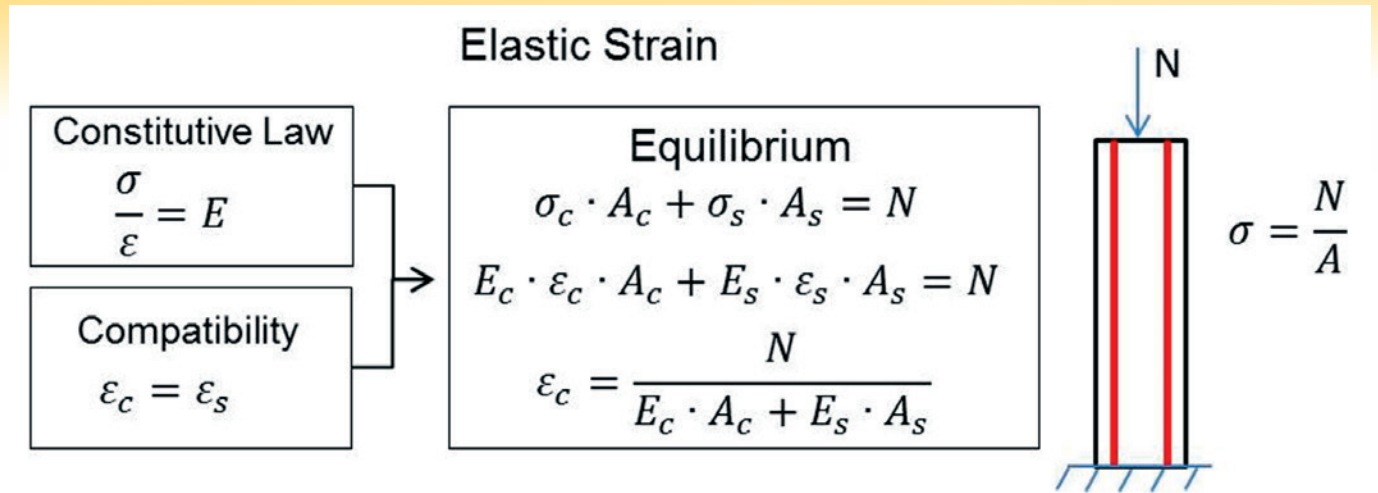


Figure 1
Compatibility between concrete and steel bars deformation

$$\varepsilon^t = LITS + \varepsilon^{th} + \varepsilon^{el} \quad (\theta = 20^\circ C) \quad (10)$$

Concrete and steel plastic strains (irrecoverable deformation) are not taken into account in the analyses carried out in this paper, despite the recognition of their importance and effects to concrete

total deformation. They can be included in numerical models by properly defining the materials thermomechanical properties and a damage model that takes into account concrete physical-chemical transformations at high temperatures. This is out of the scope of this paper.

In the first case, the specimens are submitted to a low heating

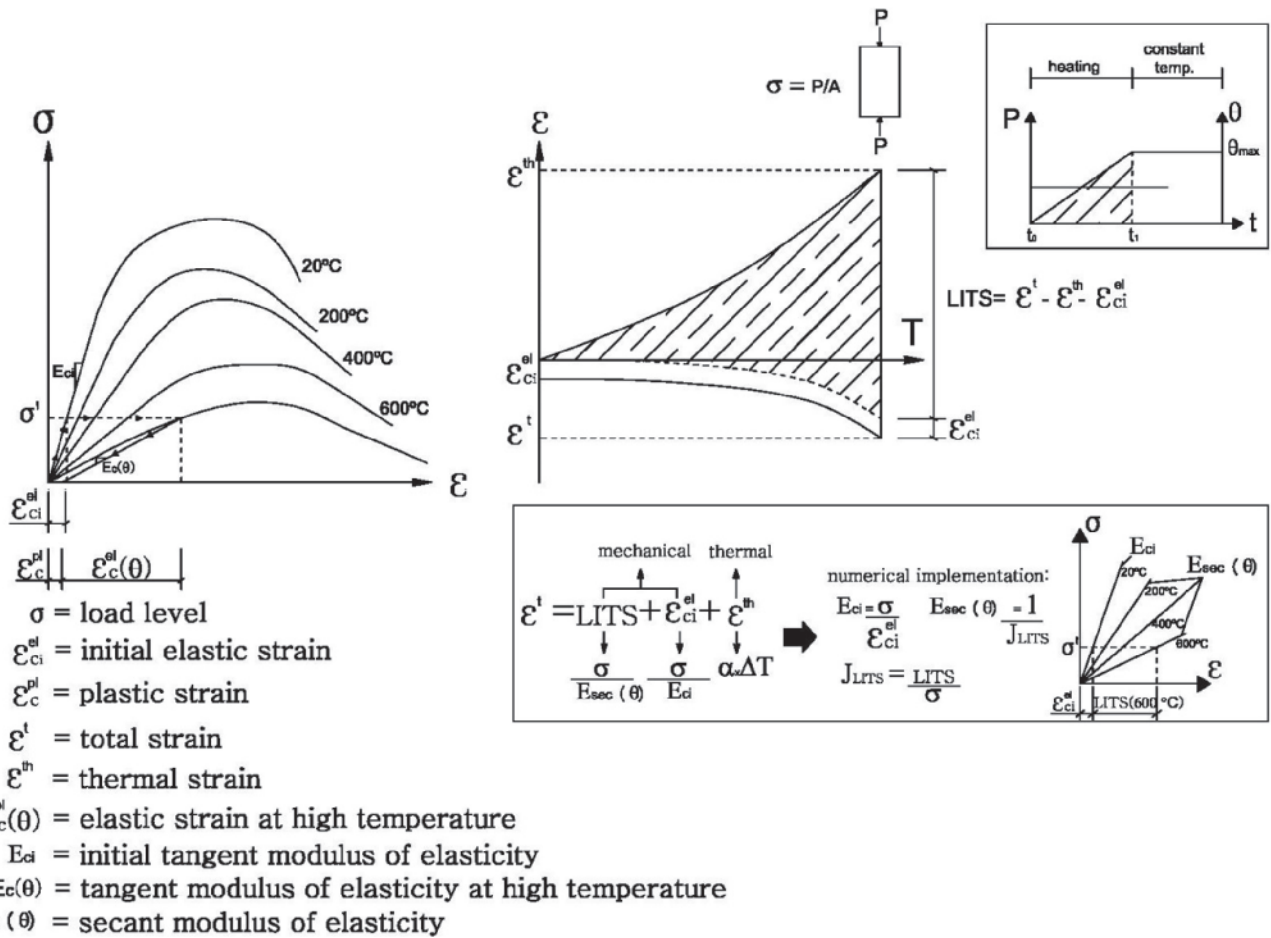


Figure 2
Fictitious linear-elastic model (secant modulus of elasticity) adopted in the finite element software Abaqus 2D

Table 1
Concrete mix design (kg/m^3) (Khoury, 2006)

Cement	Fine agregastes	Coarse agregastes	Water
415	750	1120	187

rate ($1^\circ\text{C}/\text{min}$), which generates self-equilibrated stresses of small magnitude. Besides, a maximum compressive load of $0,20f_c$ is applied, together with a maximum temperature of 600°C , which keep the specimen mainly in a viscoelastic regime.

In the second case, a RC column is submitted to a standard fire curve (Equation 11), inducing relatively high values of self-equilibrated stresses. Moreover, concrete sections close to the borders are exposed to very high temperatures ($\theta > 1000^\circ\text{C}$), which lead to high plastic deformations. Hence, further and more rigorous analyzes should be carried out to have a better approximation of the results. The compatibility between concrete and steel bars deformation is shown in Figure 1.

The steel bars, although subjected to thermal creep, do not manifest transient creep. The latter is characterized by the quasi-instantaneous deformation that occurs in concrete members subjected to a sustained compressive load during heating. The increase of temperature leads to free water evaporation (drying creep) and CSH dehydration (microstress relaxation in the nanostructure of the cement paste).

The finite element software Abaqus 2D was used to calculate the total displacement of the RC column. In order to do so, a fictitious linear-elastic model incorporating LITS semi-empirical model was adopted, as is described in Figure 2. The initial modulus of elasticity was determined from the elastic strain at 20°C ($E_{ci} = \sigma / \varepsilon_{ci}^{el}$). The secant modulus of elasticity is dependent of the temperature and was determined from the specific LITS (semi-empirical model): $E_{sec}(\theta) = 1 / J_{LITS}$.

The same approach (numerical model) was adopted to calculate the total deformation of plain concrete specimens from KHOURY

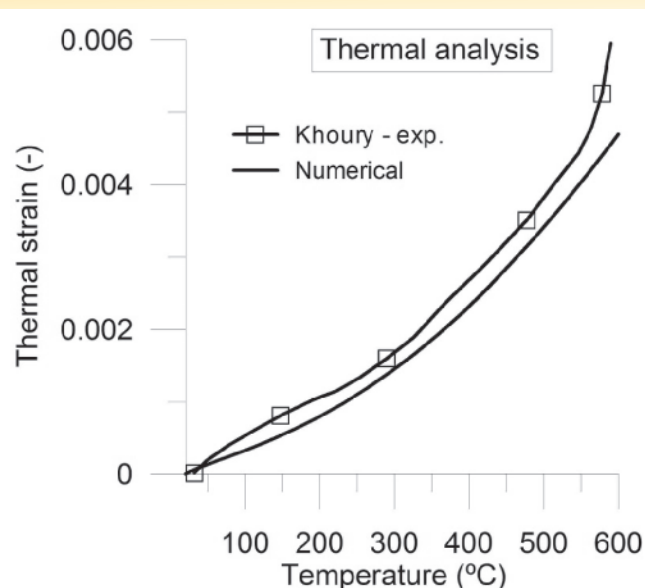


Figure 3

Comparison between numerical and experimental thermal strain values

(2006). The numerical results were compared both with the experimental values and the ones obtained from Equation 10, applying directly the semi-empirical model (Equation 6).

4.2 Total deformation of plain concrete specimens

The total deformation of plain concrete specimens with $75\text{ mm} \times 100\text{ mm}$, submitted to a heating rate of $1^\circ\text{C}/\text{min}$, up to a maximum temperature of 600°C , is determined and compared with the experimental results obtained from KHOURY (2006). The specimens have a compressive strength of 61 MPa and a modulus of elasticity equal to 47 GPa .

Concrete mix design is shown in Table 1.

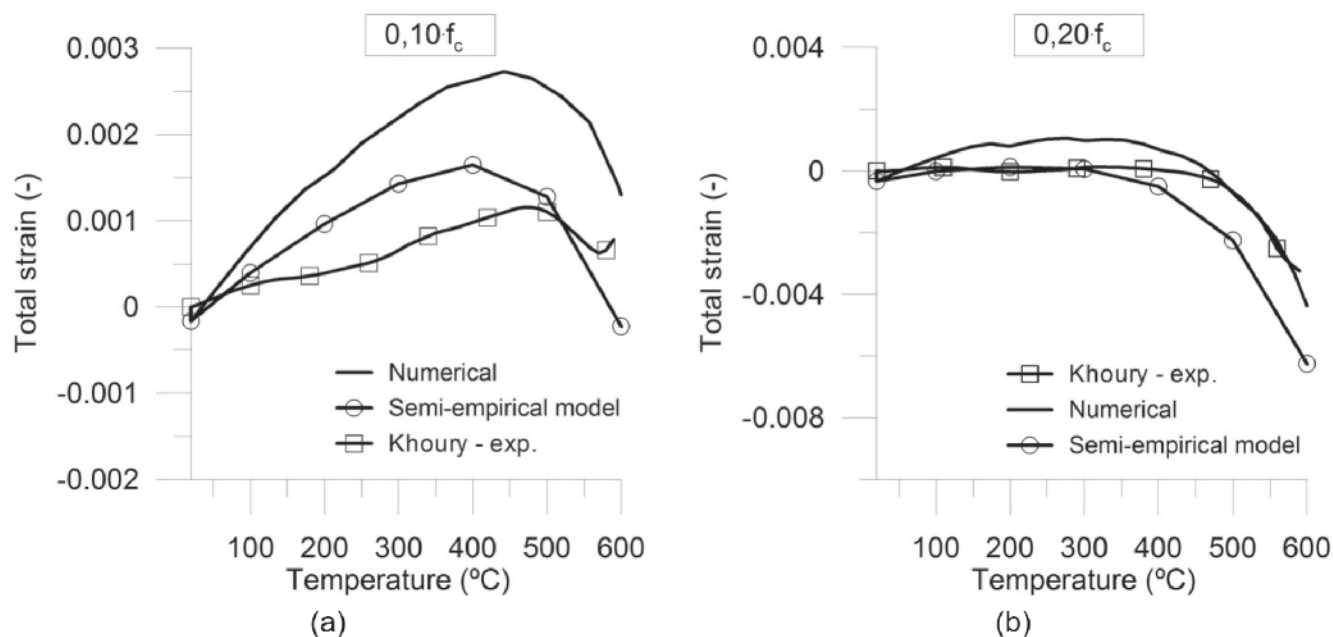


Figure 4

Comparison between the experimental values and the results obtained using the semi-empirical model for a load level respectively equal to: a) $0,10f_c$; b) $0,20f_c$

Table 2

Mechanical properties of the materials (Schneider, 1994)

	Concrete		Steel
f_{ck}	50 MPa	f_{yk}	375,9 MPa
E_{ci}	35 GPa	E_s	208 GPa

Concrete thermal strain was calculated using Abaqus 2D, assuming a coefficient of thermal expansion equal to $1,0 \times 10^{-5} 1/^\circ C$. A comparison between the numerical and experimental results is shown in Figure 3.

The total deformation was calculated both according to Equation 10, using the semi-empirical model (Equations 1 and 6) and by means of a numerical analysis, as described in subsection 4.1. The results, for a sustained load equal to a $0,10f_c$ and $0,20f_c$, are shown in Figure 4, together with KHOURY (2006) experimental values.

The results demonstrate a good approximation between the experimental values and the ones obtained from the semi-empirical model. It is worth mentioning that LITS variation, as function of the load level, is not perfectly linear, as is assumed in the semi-empirical model. Besides, the variation between the values obtained from Equation 10 and from the numerical analysis is mainly due to the fact that the numerical model takes into account the thermal differentials inside the specimen, which is completely disregarded by the semi-empirical model. In this particular case, due to the low heating rate, this difference is small and does not have a significant influence in the results.

4.3 Total displacement of a RC column

The total displacement of a RC column subjected to a sustained compressive load and exposed to fire (SCHNEIDER, 1994) is computed using the semi-empirical model, according to the procedures described in subsection 4.1 (numerical analysis).

The column is reinforced with four steel bars with 16 mm diameter, concrete cover of 40 mm and stirrups of 6 mm diameter. The column cross-section is equal to 300 mm x 300 mm, with an effective height (area exposed to fire) of 1200 mm. The materials mechanical properties (Table 2), concrete mix design (Table 3) and the column characteristics (geometry and reinforced bars) were obtained from SCHNEIDER et al (1994).

The standard fire curve adopted by SCHNEIDER et al (1994), assuming an overall fire duration of 180 minutes, is shown in Equation 11, where: θ is the temperature in $^\circ C$; t is the time in minutes.

$$\theta = 460 \times t^{\frac{1}{6}} + 20 \tag{11}$$

Table 3

Concrete mix design (kg/m^3) (Schneider, 1994)

Cement	Fine aggregates	Coarse aggregates	Water	Superplasticizers
500	673	1067	175	8,0

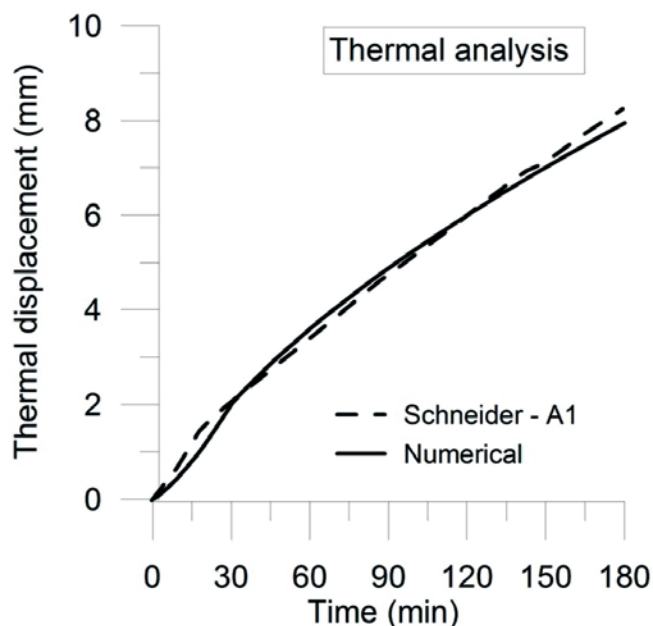


Figure 5
Thermal displacement values of a RC column

The thermal strain (ϵ^{th}) was obtained by means of a numerical analysis carried out in Abaqus 2D. In this case, the same coefficient of thermal expansion ($\alpha = 1,0 \times 10^{-5} 1/^\circ C$) was adopted both for concrete and steel. The comparison between the experimental (Schneider – A1) and numerical results is shown in Figure 5.

The total displacement was determined for two different load levels: $0,15f_c$ e $0,30f_c$. The numerical results were compared with the experimental values (SCHNEIDER et al, 1994) in terms of displacement versus time as is shown in Figure 6. Two nominally identical tests for each load level were performed by SCHNEIDER et al (1994): “B1” and “B2” for a compressive load equal to $0,15f_c$; “B3” and “B4” for a compressive load equal to $0,30f_c$.

From the results, one can observe a reasonable approximation between the experimental values and the ones obtained using the semi-empirical model. It is worth noting that the numerical model adopted in the analyzes completely neglects the plastic deformations developed during heating, which are mainly concentrated in the areas close to the external surface due to the high temperature level reached in these regions ($\theta > 1000^\circ C$).

5. Conclusions

The main advantage of the model described in this paper (BUTTI-GNOL, 2016) is that it can be adopted for different types of

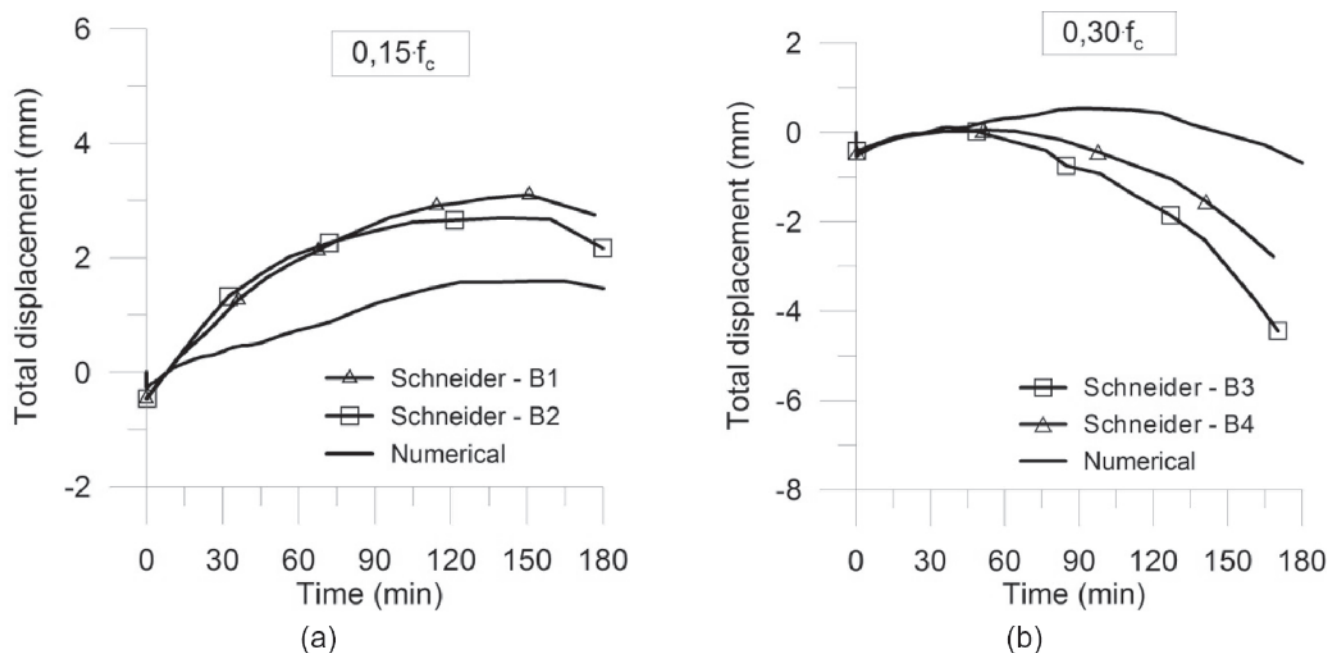


Figure 6
Total displacements of a RC column considering a load level equal to: a) $0,15f_c$; b) $0,30f_c$

concrete (conventional, high and ultra-high performance) to perform a preliminary analysis of concrete members submitted to a fire scenario. The model allows a straightforward quantification of the total deformation without the need to recur to complex numerical models, based on the materials thermomechanical properties and the boundary conditions.

The semi-empirical model was applied to calculate the total deformation of plain concrete specimens from KHOURY (2006) and the total displacement of a RC column from SCHNEIDER et al (1994). The comparison between the experimental and semi-empirical model results demonstrated the reliability of the proposed model.

6. Acknowledgements

The author would like to acknowledge CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) for its financial support of this work through a PhD research scholarship.

7. Bibliography

- [1] EN 1992-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-2 - General rules - Structural Fire Design. British Standards, 2004.
- [2] ANDENBERG, Y. e THELANDERSSON, J.. Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures. Technical report, Lund Institute of Technology, 1976.
- [3] BUTTIGNOL, T. E. T. On the Load Induced Thermal Strain for Plain and Steel Fiber Reinforced Concrete Subjected to Uniaxial Loading. PhD thesis, Politecnico di Milano, 2016.
- [4] GILLEN, M.. Short-term Creep of Concrete at Elevated Temperatures. *Fire and Materials*, vol. 5, nº 4, pp. 142-148, 1981.
- [5] HUISMANN, S; WEISE, F.; MENG, B. e SCHNEIDER, U.. Transient strain of high strength concrete at elevated temperatures and the impact of polypropylene fibers. *Materials and Structures*, nº 45, pp. 793-801, 2012.
- [6] KHOURY, G. A.; SULLIVAN, P. J. E. e GRAINGER, B. N.. Radial temperature distributions within solid concrete cylinders under transient thermal states. *Magazine of Concrete Research*, vol. 36, pp. 146-156, 1984.
- [7] KHOURY, G. A.; GRAINGER, B. N. e SULLIVAN, P. J. E.. Strain of concrete during first heating to 600°C under load. *Magazine Concrete Research*, nº 37, pp. 195-215, 1985.
- [8] KHOURY, G. A.. Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 1: strain over two cycles, during first heating and at subsequent constant temperature. *Magazine of Concrete Research*, nº 6, pp. 367-385, 2006a.
- [9] KHOURY, G.. Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 3: isolation of strain components and strain model development. *Magazine of Concrete Research*, nº 7, pp. 421-435, 2006b.
- [10] MINDEGUIA, J.-C., PIMIENTA, P.; HAGER, I.; LA BORDERIE, B. e CARRE, H.. Experimental study of transient thermal strain and creep of an ordinary concrete at high temperatures. Fourth International Workshop - Structures in Fire, Aveiro, Portugal, 2006.
- [11] MINDEGUIA, J.-C.; HAGER, I.; PIMIENTA, P.; CARRÉ, H. e LA BORDERIE, C.. Parametrical study of transient thermal strain of ordinary and high performance concrete. *Cement and Concrete Research*, nº 48, pp. 40-52, 2013.

- [12] SABEUR, H e MEFTAH, F.. Dehydration creep of concrete at high temperatures. *Materials and Structures*, vol. n. 3, pp. 17-30, 2008.
- [13] SABEUR, H.; MEFTAH, F.; COLINA, H. e PLATRET, G.. Correlation between transient creep of concrete and its dehydration. *Magazine of Concrete Research*, n° 3, pp. 157-163, 2008.
- [14] SABEUR, H. e COLINA, H.. Effect of heating–cooling cycles on transient creep strain of high performance, high strength and ordinary concrete under service and accidental conditions. *Materials and Structures*, 2014.
- [15] SCHNEIDER, U; MORITA, T.; FRANSSEN, J-C. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack. *Fire Safety Science – Proceedings of the 4th International Symposium*, pp. 1101-1112, 1994.
- [16] TAO, J.; LIU, X.; YUAN, Y. e TAERWE, L.. Transient strain of self-compacting concrete loaded in compression heated to 700°C. *Materials and Structures*, n° 46, pp. 191-201, 2013.
- [17] WU, B., et. al.. Creep Behavior of High-Strength Concrete with Polypropylene Fibers at Elevated Temperatures. *ACI Materials Journal*, March-April, pp. 176-184, 2010.

Applications of a LITS semi-empirical model in plain and reinforced concrete members subjected to a uniaxial compressive load

Aplicações de um modelo semiempírico para o cálculo da fluência transiente em estruturas de concreto simples e armado submetidas a uma força de compressão centrada



T. E. T. BUTTIGNOL ^a
buttignol@hotmail.com

Abstract

This paper describes a LITS (Load Induced Thermal Strain) semi empirical model and two practical applications in simple and reinforced concrete members. The model allows a preliminary and straightforward quantification of the total strain of concrete structures submitted to heating and a sustained compressive load, without the need to use complex numerical analyses. The model takes into account the effect of the thermal expansion restraint due to the boundary conditions (temperature and compressive load) and can be adopted for several types of concretes (conventional, high strength and ultra high performance). In the first example, the total deformations of simple concrete specimens from KHOURY (2006) are determined. In the second example, the total displacement of a reinforced concrete column from SCHNEIDER et al (1994) is calculated. A comparison between the results of the model and the experimental values demonstrated the reliability of the semi-empirical model to obtain a preliminary quantification of the total deformations of concrete.

Keywords: high temperature, transient creep, concrete, design procedures.

Resumo

Este artigo descreve um modelo semiempírico para o cálculo da fluência transiente em concretos simples e armado submetidos a uma força de compressão durante o aquecimento, baseado no conceito de LITS (Load Induced Thermal Strain) ou deformação térmica induzida pelo carregamento. A partir do modelo, é possível a quantificação preliminar da deformação específica total do concreto submetido à alta temperatura sem a necessidade de utilização de complexas análises numéricas. O modelo leva em consideração o efeito de restrição da expansão térmica devido às condições de contorno (temperatura e força de compressão) e pode ser aplicado a diversos tipos de concreto, do convencional ao de alta resistência e ultra-alto desempenho. Dois exemplos práticos de aplicação são apresentados. No primeiro caso, é determinada a deformação específica total de corpos-de-prova em concreto simples previamente analisados por KHOURY (2006). No segundo exemplo é calculado o deslocamento total de um pilar em concreto armado investigado por SCHNEIDER ET AL (1994). A comparação dos resultados com os valores experimentais demonstraram a viabilidade do modelo para a determinação preliminar da deformação específica total de estruturas de concreto submetidas a uma força de compressão constante durante o incêndio.

Palavras-chave: alta temperatura, fluência transiente, concreto, técnicas de projeto.

^a Universidade Presbiteriana Mackenzie, Campinas, SP, Brasil;
^a Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introdução e justificativa

O principal problema encontrado na análise da fluência à alta temperatura é que o comportamento viscoso não pode ser determinado diretamente por meio de ensaios em laboratório, uma vez que a fluência transiente é indissociável experimentalmente das deformações de origem térmica (expansão e contração) e mecânica (elástica e plástica). Dessa forma, ela é determinada indiretamente, por exemplo, através do conceito de LITS ou deformação térmica induzida pelo carregamento (KHOURY et al., 1984; KHOURY et al., 1985; KHOURY, 2006a; KHOURY, 2006b). LITS é definida como a diferença entre a deformação específica de origem térmica (determinada em espécimes sem carregamento) e a deformação específica total (determinada em espécimes carregadas uniaxialmente à compressão antes do aquecimento), subtraindo-se a deformação elástica inicial a 20 °C. Este conceito é utilizado neste artigo para a determinação de um novo modelo semiempírico de fluência transiente.

Além disso, em estruturas de concreto submetidas à alta temperatura, sob a ação de um carregamento constante, o princípio da superposição dos efeitos não é sempre válido, visto que a soma das deformações térmicas e mecânicas, obtidas por meio de análise térmica independente da análise mecânica, pode levar a resultados completamente diferentes da deformação específica total obtida por meio de ensaios experimentais. Nos anos 1970, ANDENBERG e THELANDERSSON (1976) conduziram uma extensa pesquisa experimental, demonstrando que um concreto carregado previamente à compressão, antes do aquecimento, apresenta uma deformação específica total final diferente da obtida por um concreto carregado após a estabilização da temperatura. A diferença principal diz respeito ao efeito das condições de contorno que, no caso de concretos pré-carregados, leva à restrição da expansão do material.

Para levar em consideração corretamente os efeitos da temperatura e do carregamento no dimensionamento estrutural do concreto à alta temperatura, uma análise numérica deve ser adotada aplicando corretamente as condições de contorno e as propriedades termomecânicas do concreto em nível mesoscópico (BUTTIGNOL, 2016). Alternativamente, pode-se empregar modelos empíricos que consideram de forma implícita o efeito das condições de contorno. Na literatura, existem diversos modelos de fluência transiente (TERRO, 1998; SCHNEIDER, 1986; TAO et al, 2013; ANDENBERG e THELANDERSSON, 1976). No entanto, eles são calibrados a partir de poucos ensaios experimentais que não abrangem todos os tipos de concreto, limitando, dessa forma, a sua utilização. Em relação às normas de projeto, no EUROCODE 2 (2004), a fluência transiente é definida implicitamente no modelo de cálculo, que é baseado em resultados experimentais.

A grande vantagem do modelo semiempírico, originalmente descrito em BUTTIGNOL (2016), é que ele pode ser utilizado para diversos tipos de concreto (convencional, alta resistência e ultra alto desempenho), podendo ser adotado para uma análise preliminar da deformação específica total do concreto em estruturas submetidas ao fogo, auxiliando o engenheiro projetista a obter um dimensionamento mais preciso.

2. Definição de fluência transiente

A fluência em temperatura ambiente ocorre devido à aplicação de um carregamento constante ao longo do tempo que induz a um comportamento viscoso (deformação lenta) do concreto em função do efeito de relaxação do material no nível microscópico. A contínua quebra e restauração das moléculas de cálcio-silicato-hidratado (CSH), devido ao fenômeno de transporte de água no interior dos vazios do concreto em função da evaporação, provoca uma relaxação das microtensões e, conseqüentemente, um aumento da deformação. É importante mencionar que, até 80 °C, não há uma mudança dos fundamentos da fluência. No entanto, com o aumento da temperatura, ocorre uma aceleração da fluência, que, a 80 °C, é aproximadamente duas vezes maior do que a 20 °C. A partir de 100 °C, os mecanismos da fluência se alteram e a temperatura passa a ter um papel fundamental. Nesta temperatura, toda a água livre do concreto é perdida por evaporação e o principal mecanismo da fluência é devido à desidratação do concreto, ou seja, a perda de água física e quimicamente associada às moléculas de CSH.

Durante a fase de aquecimento do concreto, a deformação de origem viscosa é definida como fluência transiente. O seu principal mecanismo de ativação é devido à desidratação do concreto. Acima de 400 °C, a progressiva degradação dos agregados leva a uma aceleração da fluência transiente (aumento da deformação). A fluência transiente é quase instantânea, visto que a quebra das ligações químicas das moléculas de CSH ocorre devido à ação induzida pelas elevadas temperaturas na matriz de cimento. Imediatamente após o aquecimento, após a estabilização da temperatura, a fluência transiente continua a se manifestar devido ao gradiente de temperatura existente no interior da massa de concreto. A seguir são apresentadas algumas conclusões de diferentes pesquisadores sobre a fluência transiente.

De acordo com SABEUR et al. (2008), a desidratação do concreto é o principal mecanismo de ativação da fluência transiente até 400 °C. TAO et al. (2013) afirmam que os dois mecanismos mais importantes para a ativação da fluência transiente são a desidratação do CSH e a decomposição da portlandita.

SABEUR e MEFTAH (2008) dividem a fluência transiente em fluência por secagem (devido à evaporação de água livre presente nos vazios do concreto) e fluência por desidratação (devido à perda de água física e quimicamente associada às moléculas de CSH).

MINDEGUIA et al. (2006) monitorou os deslocamentos radiais de corpos-de-prova submetidos ao fogo, concluindo que a fluência praticamente não é ativada nesta direção.

GILLEN (1981) afirma que a fluência transiente é fortemente influenciada pela relação água-cimento em temperaturas ao redor de 110 °C.

Segundo KHOURY (2006b), a LITS é ausente em estruturas de concreto durante o segundo ciclo de aquecimento até a máxima temperatura atingida anteriormente.

De acordo com MINDEGUIA et al. (2013), a fluência transiente surge somente em concretos com temperaturas maiores do que a máxima atingida durante a fase de pré-aquecimento.

KHOURY (2006a) afirma que a LITS se desenvolve na pasta de cimento e, portanto, é insensível ao tipo de agregado até 450 °C.

Além disso, a estabilidade térmica do concreto depende especificamente do tipo de agregado, uma vez que a sua resistência à ruptura, devido à ação da temperatura, varia de acordo com o tipo de agregado. Em conformidade com isso, MINDEGUIA et al. (2013) afirmam que a fluência transiente é influenciada pela natureza dos agregados em temperaturas acima de 300 °C.

A partir de resultados experimentais, KHOURY (2006b) não observou nenhum sinal significativo de fluência transiente ou retração do concreto durante a fase de resfriamento. A ação da força de compressão restringiu o desenvolvimento da fissuração e outras deformações de origem expansiva.

SABEUR e COLINA (2014) observaram a separação da pasta de cimento dos agregados durante a fase de resfriamento do concreto devido ao desenvolvimento de microfissuras. O resultado foi atribuído à ausência de fluência transiente durante o resfriamento. De acordo com SABEUR e COLINA (2014), a fluência transiente é inversamente proporcional à relação água-cimento, que é diretamente relacionada com a permeabilidade do concreto.

Resultados de ensaios experimentais até 220 °C realizados por SABEUR e COLINA (2014) demonstraram que o concreto comum apresentou os menores valores de fluência, seguidos pelo concreto de alta-resistência e de alto-desempenho, o qual apresentou os maiores valores.

A adição de fibras de polipropileno (WU et al., 2010; HUISMANN et al., 2012; e TAO et al., 2013) aumenta a fluência transiente devido ao efeito de microfissuração (aumento da porosidade do concreto devido ao derretimento das fibras).

3. Descrição do modelo semiempírico de fluência transiente (BUTTIGNOL, 2016)

O modelo semi-empírico reconhece o concreto como um material heterogêneo bifásico (agregados + matriz de cimento) e define a deformação térmica induzida pelo carregamento (LITS) como a soma de deformações termomecânicas e termoquímicas. A primeira é desenvolvida na massa de concreto (agregados e pasta de cimento) e é resultado da microfissuração, degradação dos agregados e restrição à expansão térmica devido à força de compressão aplicada. A microfissuração ocorre devido à incompatibilidade térmica entre a expansão dos agregados e a contração da matriz de cimento acima de 150 °C. Os agregados são responsáveis pela aceleração da fluência em temperaturas acima de 400 °C devido a transformações químicas (especialmente a mudança de fase α - β a 573 °C), fratura e decomposição do material.

As deformações de origem termoquímica se originam na matriz de cimento e são, portanto, insensíveis ao tipo de agregado. Os seus principais mecanismos de ativação são a evaporação de água livre nos vazios do concreto (fluência por secagem) que ocorrem a 100 °C e a perda de água física e quimicamente associada às moléculas de CSH (fluência por desidratação) acima 150 °C.

A fluência por secagem é fortemente afetada pelas condições higrométricas existentes antes do aquecimento. Um concreto submetido a uma cura em autoclave (pré-secagem) não exibe fluência por secagem. Já a desidratação é o mecanismo principal da fluência transiente até aproximadamente 400 °C, quando o comportamento dos agregados começa a se tornar crescentemente

importante, eventualmente superando a desidratação como o mecanismo principal de fluência.

O modelo semiempírico é definido em termos de LITS por unidade de tensão (1/MPa) ou $J_{LITS}(\theta)$, como descrito na equação 1, em que: $q_{tm}(\theta)$ é a função termomecânica para agregados do tipo basalto, calcário e sílica, em 10^3 /MPa (equação 2); $q_{tc}(\theta)$ é a função termoquímica em 10^{-3} /MPa (equação 3); β_{tm} é a variável dependente da quantidade dos agregados ("c.agg.") e dos aglomerantes (equação 4); β_{tc} é a variável dependente do aglomerante ("binder") (equação 5). A temperatura é dada em °C e as quantidades de agregados e aglomerantes ("binder") são dadas em kg.

$$J_{LITS}(\theta) = \beta_{tm} \times q_{tm}(\theta) + \beta_{tc} \times q_{tc}(\theta) \quad (1)$$

$$q_{tm}(\theta) = (-5.26 \times 10^{-5} \times \theta - 9.73 \times 10^{-7} \times \theta^2 + 3.23 \times 10^{-9} \times \theta^3 - 4.42 \times 10^{-12} \times \theta^4) \quad (2)$$

$$q_{tc}(\theta) = -\exp(\theta^{0.31}) \times 0.156^5 \quad (3)$$

$$\beta_{tm} = \ln\left(1 + \left(\frac{c_{agg}}{binder}\right)^3\right) \quad (4)$$

$$\beta_{tc} = \ln\left(\frac{binder}{100}\right) \quad (5)$$

A LITS total (em mm/m) é calculada de acordo com a equação 6 e o coeficiente de fluência (Φ_{LITS}) é determinado conforme a equação 7, em que: σ é a pressão (F/A) de compressão aplicada em MPa; E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial.

$$LITS = J_{LITS}(\theta) \times \sigma \quad (6)$$

$$\Phi_{LITS} = J_{LITS}(\theta) \times E_{ci} \quad (7)$$

É importante mencionar que os agregados reciclados se decompõem a uma temperatura aproximada de 400 °C, enquanto os agregados a base de sílica e calcário se mantêm estáveis a temperaturas de até 1200 °C. De modo a levar em consideração o comportamento de diferentes tipos de agregados (reciclado, sílica, calcário, basalto), duas funções termomecânicas distintas foram obtidas. Para agregados reciclados, a função termomecânica é descrita na equação 8, enquanto que para os outros tipos de agregados citados, é definida de acordo com a equação 2.

$$q_{tm,recycled}(\theta) = (-3.5 \times 10^{-7} \times \theta^2 + 1.7 \times 10^{-9} \times \theta^3 - 1.3 \times 10^{-11} \times \theta^4 + 2.4 \times 10^{-14} \times \theta^5) \quad (8)$$

Deformação elástica

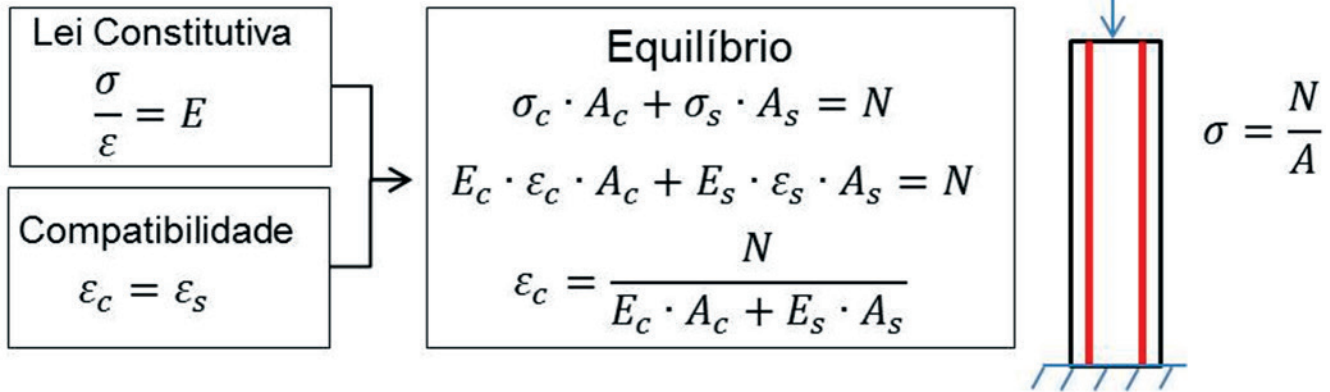


Figura 1 Compatibilidade de deformações entre concreto e aço no pilar

4. Exemplos de cálculo

Dois casos particulares são analisados. No primeiro exemplo, os resultados experimentais de KHOURY (2006) em corpos-de-prova de concreto simples, submetidos a uma taxa de aquecimento de 1 °C/min e a uma temperatura máxima de 600 °C, são comparados

com o modelo semiempírico proposto em BUTTIGNOL (2016). Nesse caso, devido à baixa taxa de aquecimento, há um pequeno diferencial térmico e, conseqüentemente, a deformação específica total pode ser definida como o resultado da soma simples das deformações de origem térmica, elástica e da LITS. No segundo exemplo, é calculado o deslocamento total de um pilar

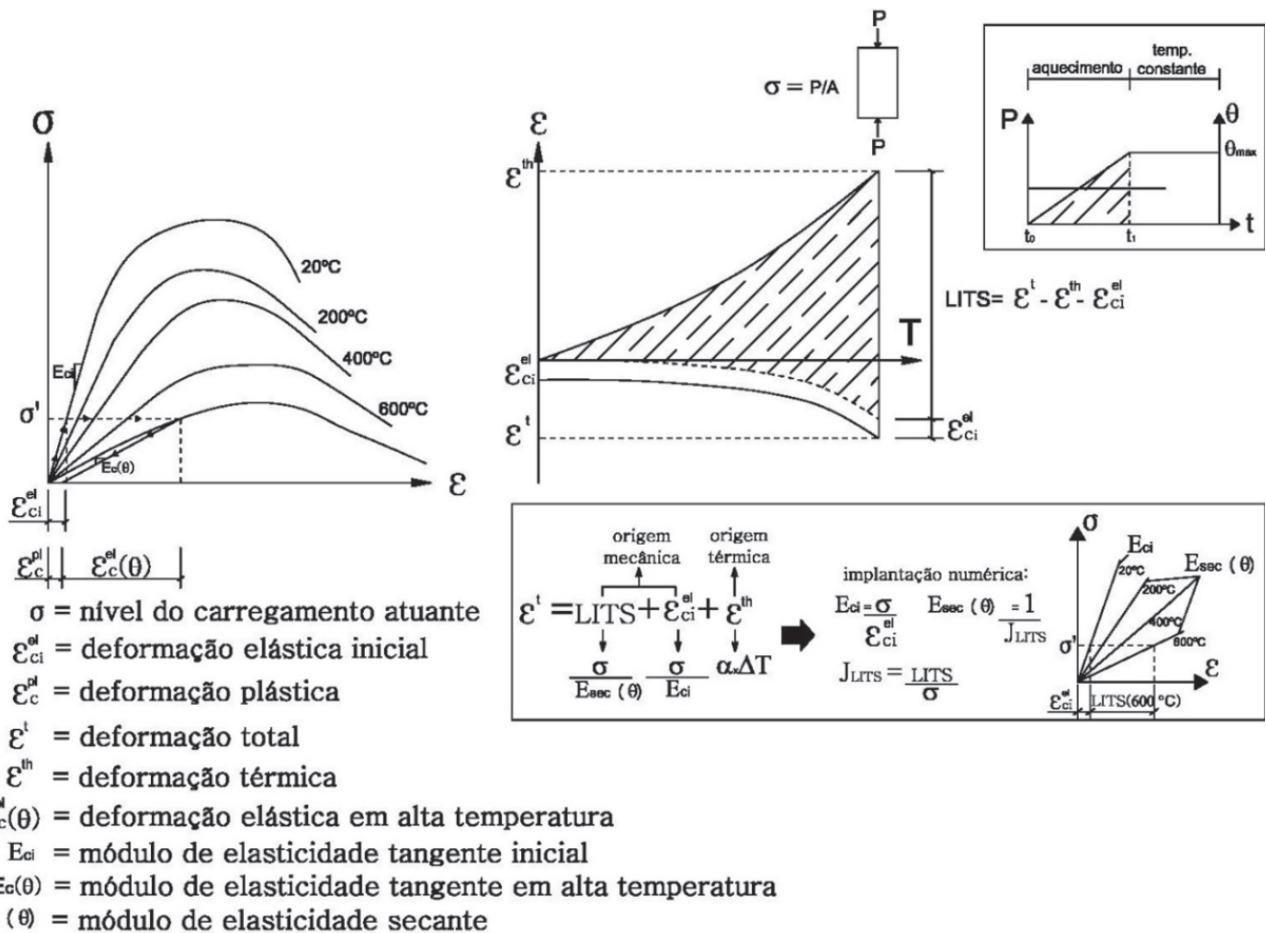


Figura 2 Modelo elástico-linear fictício (módulo de elasticidade secante) adotado no programa de elementos finitos Abaqus 2D

de concreto armado sob a ação do fogo. Nesse caso, não é possível aplicar o modelo semiempírico diretamente devido ao gradiente térmico do concreto (tensões autoequilibradas) e as diferenças de deformações entre o concreto e o aço durante o aquecimento. Dessa forma, deve-se utilizar o modelo semiempírico incorporado a um modelo numérico para a solução do problema, como descrito abaixo.

4.1 Modelo numérico

A deformação específica total do concreto sob a ação do fogo pode ser definida a partir do conceito de LITS, como mostram as equações 9 e 10, em que: ε^t é a deformação específica total; ε^{th} é a deformação térmica específica; ε_{el}^e ($\theta = 20^\circ\text{C}$) é a deformação elástica à temperatura ambiente.

$$LITS = \varepsilon^t - \varepsilon^{th} - \varepsilon_{el}^e \quad (\theta = 20^\circ\text{C}) \quad (9)$$

$$\varepsilon^t = LITS + \varepsilon^{th} + \varepsilon_{el}^e \quad (\theta = 20^\circ\text{C}) \quad (10)$$

A deformação plástica (permanente) não é considerada nesse trabalho, apesar de se reconhecer a sua importância e os seus efeitos sobre a deformação específica total do concreto. Ela pode ser incluída em análises numéricas a partir da correta definição das propriedades termomecânicas dos materiais e de um modelo de dano no qual sejam consideradas as transformações físico-químicas originadas no concreto sob a ação de altas temperaturas. Esse caso foge do objetivo desse artigo.

Cabe citar que no primeiro caso analisado, os espécimes são submetidos a uma baixa taxa de aquecimento ($1^\circ\text{C}/\text{min}$), que geram tensões autoequilibradas de pequena magnitude. Além disso, é aplicado um carregamento máximo de $0,20f_c$ e uma temperatura máxima de 600°C , que mantém o concreto majoritariamente no regime visco-elástico. Já no segundo exemplo, o pilar é submetido à ação do fogo (curva de incêndio de acordo com a Equação 11), induzindo tensões autoequilibradas relativamente altas. Ademais, as seções próximas às bordas são expostas a elevadas temperaturas ($\theta > 1000^\circ\text{C}$) que ocasionam grandes deformações de origem plástica. Dessa forma, uma análise posterior mais criteriosa deve ser realizada para um cálculo mais aproximado das deformações totais do concreto.

No caso do pilar de concreto armado, é necessário realizar a compatibilização entre as deformações do concreto e do aço, como descrito na Figura 1.

Além disso, para o cálculo da LITS atuante no pilar, deve-se atentar para o fato de que o aço, apesar da ocorrência de fluência térmica, não apresenta fluência transiente. Esta é definida como a deformação específica quase instantânea que ocorre no concreto

Tabela 1

Traço de concreto (kg/m^3) (Khoury, 2006)

Cimento Portland	Agregados miúdos	Agregados graúdos	Água
415	750	1120	187

sob a ação de um carregamento constante. O aumento da temperatura provoca a evaporação da água livre a 100°C (fluência por secagem devido ao efeito de difusão) e, posteriormente, acima de 150°C , à perda da água física e quimicamente aderida às moléculas de CSH, levando ao efeito de relaxação das microtensões na matriz de cimento e aumento da deformação específica total. No caso em tela, foi utilizado o programa de elementos finitos Abaqus 2D para a determinação do deslocamento total do pilar. Para tanto, foi adotado um modelo numérico elástico-linear fictício a partir do modelo semiempírico, conforme descrito na Figura 2. Nesse caso, foi utilizado o módulo de elasticidade secante, variável em função da temperatura e calculado a partir da soma das contribuições da deformação elástica inicial a 20°C ($\varepsilon_{ci}^{el} = \sigma / E_{ci}$) e da fluência transiente, obtida a partir do modelo semiempírico (LITS). O mesmo modelo foi utilizado para o cálculo das deformações totais dos corpos-de-prova de concreto simples. Os resultados numéricos foram comparados com os valores experimentais de KHOURY (2006) e com os resultados obtidos diretamente a partir do modelo semiempírico (Equação 10).

4.2 Deformação específica total de espécimes em concreto simples

A deformação específica total de corpos-de-prova cilíndricos com dimensões de $75\text{ mm} \times 100\text{ mm}$, submetidos a uma taxa de aquecimento de $1^\circ\text{C}/\text{min}$ até uma temperatura máxima de 600°C , é calculada e comparada com os resultados experimentais obtidos por KHOURY (2006). O traço do concreto, com resistência característica à compressão de 61 MPa e módulo de elasticidade de 47 GPa , é mostrado na Tabela 1.

A deformação térmica específica foi calculada a partir do programa de elementos finitos Abaqus 2D, assumindo um coeficiente de expansão térmica para o concreto de $1,0 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$. Na Figura 3 é

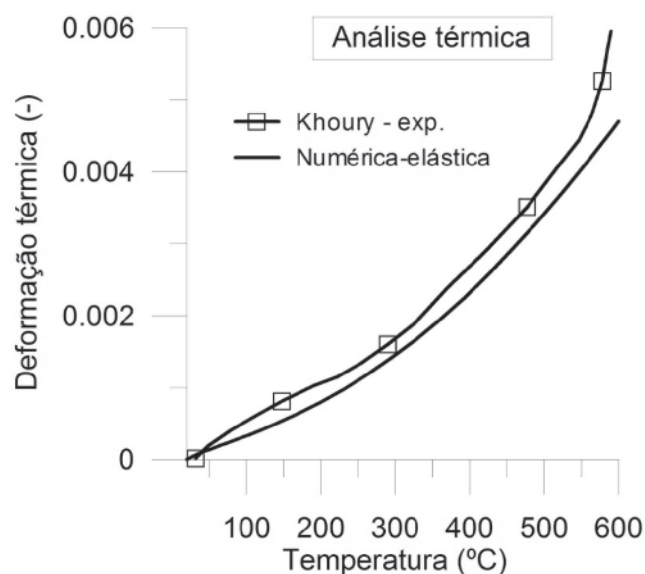


Figura 3

Comparação entre o valor numérico e experimental da deformação térmica específica

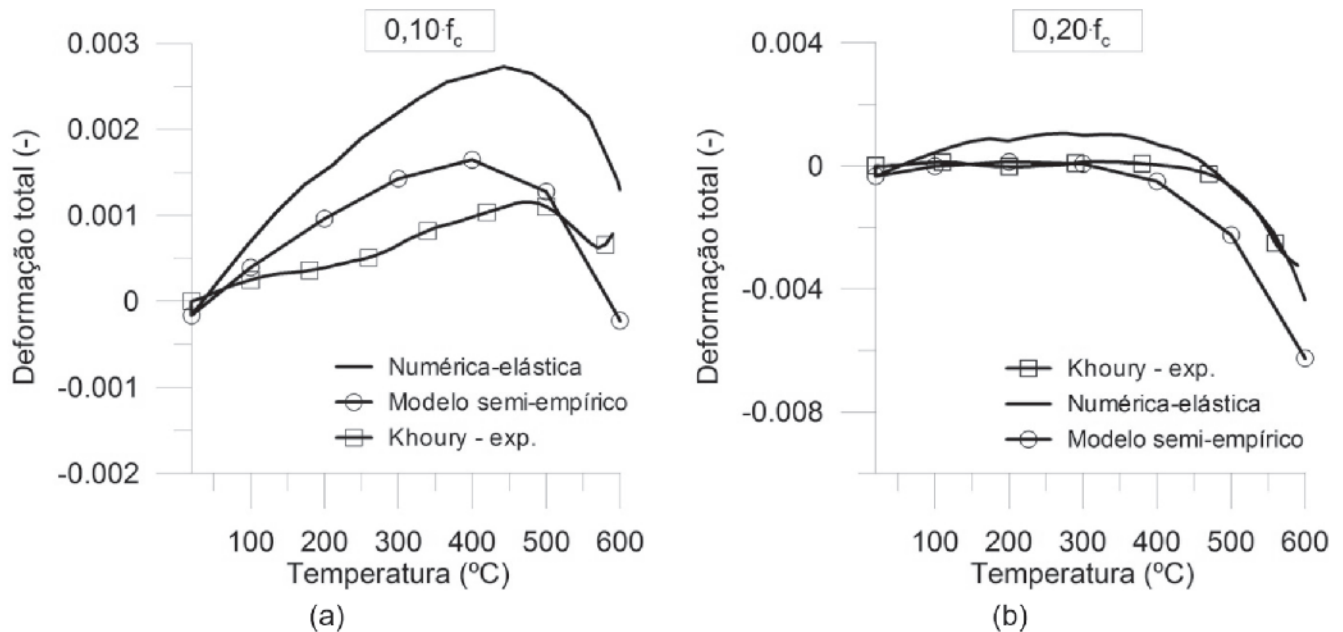


Figura 4
Deformação específica total para um carregamento igual a: a) 0,10fc; b) 0,20fc

mostrada a comparação entre o resultado numérico e experimental. A deformação específica total foi calculada diretamente por meio da Equação 10 (modelo semiempírico) e através de análise numérica, como descrito no item 4.1. Os resultados obtidos, para um carregamento constante igual a 0,10fc e 0,20fc, foram comparados com os valores experimentais de KHOURY (2006), como mostrado na Figura 4.

Os resultados demonstram uma boa aproximação entre os valores experimentais e os obtidos a partir do modelo semiempírico. É importante mencionar que a variação da LITS em função do carregamento não é perfeitamente linear, como assumido no modelo. Além disso, a variação entre os valores obtidos através da Equação 10 e os da análise numérica se deve principalmente ao fato de que a análise numérica leva em consideração a variação da temperatura no interior do corpo-de-prova, o que é desprezado pelo método direto (Equação 10). Neste caso em particular, devido à baixa taxa de aquecimento, essa diferença pode ser negligenciada.

Tabela 2
Especificações dos materiais (Schneider, 1994)

	Concreto		Aço
f_{ck}	50 MPa	f_{yk}	375,9 MPa
E_{ci}	35 GPa	E_s	208 GPa

Tabela 3
Traço do concreto (kg/m³) (Schneider, 1994)

Cimento Portland	Agregados miúdos	Agregados graúdos	Água	Superplastificantes
500	673	1067	175	8,0

4.3 Deslocamento total de um pilar de concreto armado

O deslocamento de um pilar de concreto armado submetido a uma força de compressão centrada e exposto à ação do fogo (SCHNEIDER, 1994) é determinado a partir da utilização do modelo semiempírico proposto por BUTTIGNOL (2016), de acordo o procedimento numérico descrito no item 4.1.

O pilar é reforçado com quatro barras de aço de 16 mm com cobertura de 40 mm e estribos de 6 mm. A seção transversal é de 300 mm x 300 mm, com altura efetiva de 1200 mm (altura da seção exposta ao fogo). As propriedades mecânicas dos materiais (Tabela 2), o traço do concreto (Tabela 3) e as características do pilar (geometria e armadura de reforço) foram obtidos em SCHNEIDER et al (1994).

A curva de incêndio adotada por SCHNEIDER et al (1994), para uma duração total de 180 minutos, é mostrada na Equação 11, em que: θ é a temperatura em °C; t é o tempo em minutos.

$$\theta = 460 \times t^{\frac{1}{6}} + 20 \quad (11)$$

A deformação específica de origem térmica (ϵ^{th}) foi obtida a partir de análise numérica no programa de elementos finitos Abaqus

2D, no qual foi assumido o mesmo coeficiente de expansão térmica ($\alpha = 1,0 \times 10^{-5} 1/^\circ C$) para o concreto e o aço. A comparação do resultado numérico com o valor experimental (Schneider – A1) é mostrada na Figura 5.

O deslocamento total, sob ação de uma força constante durante o aquecimento, foi determinado para dois níveis distintos de carregamento: $0,15f_c$ e $0,30f_c$. Os resultados numéricos foram comparados com os valores experimentais obtidos por SCHNEIDER et al (1994) em termos de deslocamento total x tempo, como apresentado na Figura 6. Dois ensaios nominalmente idênticos para cada nível de carregamento foram realizados: “B1” e “B2” para uma força de compressão constante igual a $0,15f_c$; “B3” e “B4” para uma força de compressão constante igual a $0,30f_c$.

A partir dos resultados, pode-se notar uma aproximação razoável entre os valores calculados a partir do modelo semiempírico (análise numérica) e os resultados experimentais. Cabe destacar que o modelo numérico adotado negligencia as deformações de origem plástica que se desenvolvem durante o aquecimento e que se concentram principalmente na região externa do pilar devido ao elevado nível de temperatura atingido ($\theta > 1000^\circ C$) nessa região.

5. Conclusões

Um novo modelo semiempírico de fluência transiente, definido a partir do conceito de deformação térmica induzida pelo carregamento ou LITS (Load Induced Thermal Strain), foi apresentado. A sua principal vantagem é que ele pode ser adotado para uma análise preliminar da deformação específica total do concreto em estruturas submetidas ao fogo, sem necessidade de utilização de complexos modelos numéricos baseados nas propriedades termomecânicas do material e condições de contorno, e que devem

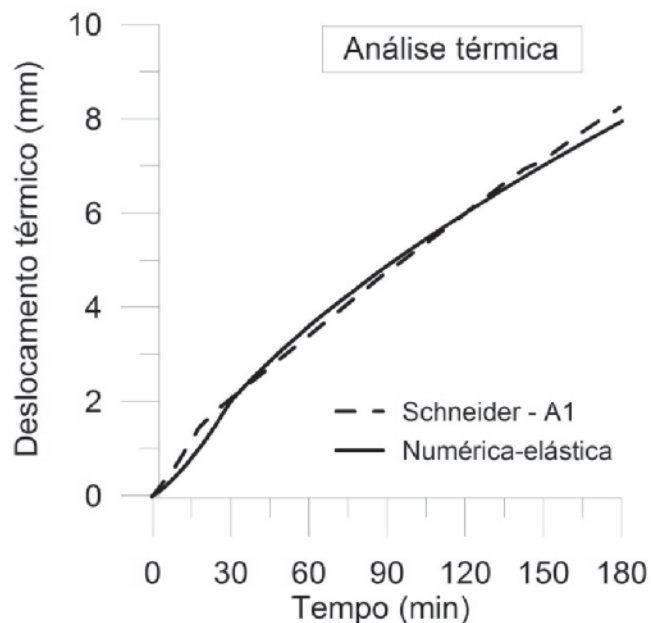


Figura 5
Comparação entre o valor numérico e experimental da variação térmica de pilar submetido à ação do fogo

considerar a interação entre as deformações de origem mecânica, térmica e viscosa em nível mesoscópico (BUTTIGNOL, 2016). O modelo foi aplicado para o cálculo das deformações de corpos-de-prova em concreto simples e deslocamentos de pilares de

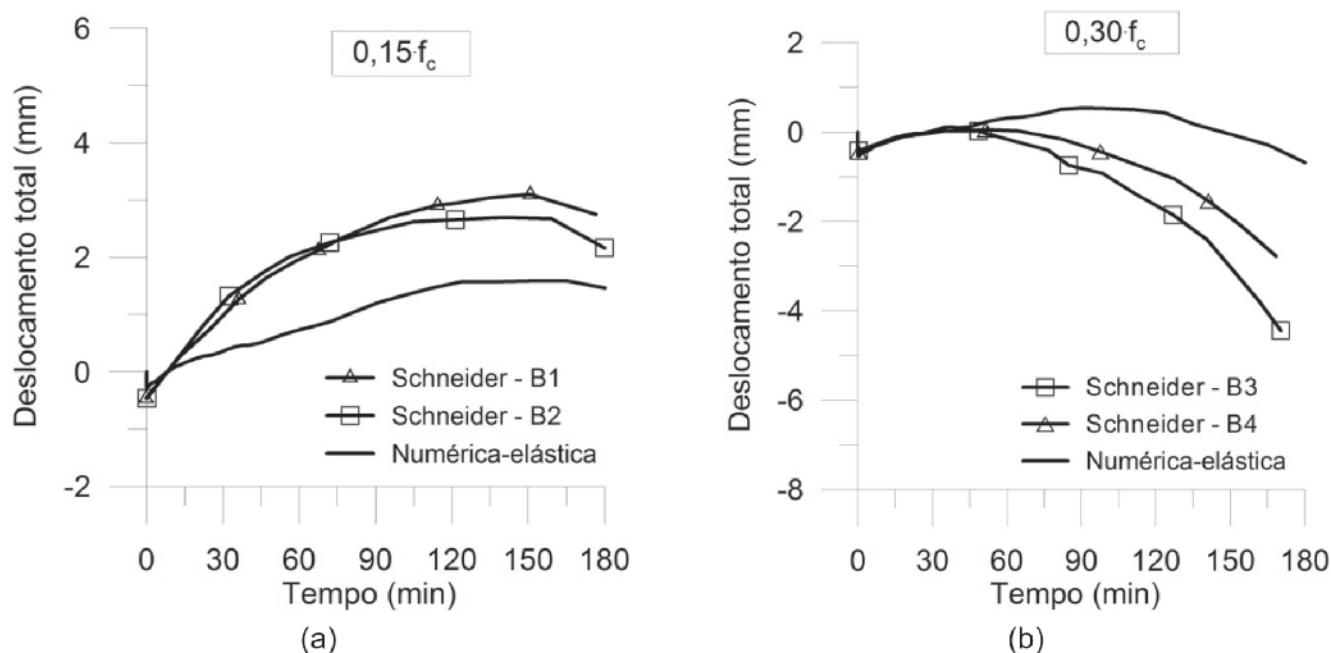


Figura 6
Deslocamento total do pilar para um carregamento igual de: a) $0,15f_c$; b) $0,30f_c$

concreto armado. A comparação entre os resultados obtidos com os valores experimentais de KHOURY (2006) e SCHNEIDER et al (1994) demonstraram a viabilidade do modelo proposto.

6. Agradecimentos

O autor agradece ao CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa Tecnológicas) pelo apoio financeiro para a execução da pesquisa por meio de uma bolsa de doutorado pleno no exterior [202401/2012-0].

7. Bibliografia

- [1] EN 1992-1. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1-2 - General rules - Structural Fire Design. British Standards, 2004.
- [2] ANDENBERG, Y. e THELANDERSSON, J.. Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures. Technical report, Lund Institute of Technology, 1976.
- [3] BUTTIGNOL, T. E. T. On the Load Induced Thermal Strain for Plain and Steel Fiber Reinforced Concrete Subjected to Uniaxial Loading. PhD thesis, Politecnico di Milano, 2016.
- [4] GILLEN, M.. Short-term Creep of Concrete at Elevated Temperatures. *Fire and Materials*, vol. 5, nº 4, pp. 142-148, 1981.
- [5] HUISMANN, S; WEISE, F.; MENG, B. e SCHNEIDER, U.. Transient strain of high strength concrete at elevated temperatures and the impact of polypropylene fibers. *Materials and Structures*, nº 45, pp. 793-801, 2012.
- [6] KHOURY, G. A.; SULLIVAN, P. J. E. e GRAINGER, B. N.. Radial temperature distributions within solid concrete cylinders under transient thermal states. *Magazine of Concrete Research*, vol. 36, pp. 146-156, 1984.
- [7] KHOURY, G. A.; GRAINGER, B. N. e SULLIVAN, P. J. E.. Strain of concrete during first heating to 600°C under load. *Magazine Concrete Research*, nº 37, pp. 195-215, 1985.
- [8] KHOURY, G. A.. Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 1: strain over two cycles, during first heating and at subsequent constant temperature. *Magazine of Concrete Research*, nº 6, pp. 367-385, 2006a.
- [9] KHOURY, G.. Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 3: isolation of strain components and strain model development. *Magazine of Concrete Research*, nº 7, pp. 421-435, 2006b.
- [10] MINDEGUIA, J.-C., PIMIENTA, P.; HAGER, I.; LA BORDERIE, B. e CARRE, H.. Experimental study of transient thermal strain and creep of an ordinary concrete at high temperatures. *Fourth International Workshop - Structures in Fire*, Aveiro, Portugal, 2006.
- [11] MINDEGUIA, J.-C.; HAGER, I.; PIMIENTA, P.; CARRÉ, H. e LA BORDERIE, C.. Parametrical study of transient thermal strain of ordinary and high performance concrete. *Cement and Concrete Research*, nº 48, pp. 40-52, 2013.
- [12] SABEUR, H e MEFTAH, F.. Dehydration creep of concrete at high temperatures. *Materials and Structures*, vol. n. 3, pp. 17-30, 2008.
- [13] SABEUR, H.; MEFTAH, F.; COLINA, H. e PLATRET, G.. Correlation between transient creep of concrete and its dehydration. *Magazine of Concrete Research*, nº 3, pp. 157-163, 2008.
- [14] SABEUR, H. e COLINA, H.. Effect of heating-cooling cycles on transient creep strain of high performance, high strength and ordinary concrete under service and accidental conditions. *Materials and Structures*, 2014.
- [15] SCHNEIDER, U; MORITA, T.; FRANSSEN, J.-C. A Concrete Model Considering the Load History Applied to Centrally Loaded Columns Under Fire Attack. *Fire Safety Science – Proceedings of the 4th International Symposium*, pp. 1101-1112, 1994.
- [16] TAO, J.; LIU, X.; YUAN, Y. e TAERWE, L.. Transient strain of self-compacting concrete loaded in compression heated to 700°C. *Materials and Structures*, nº 46, pp. 191-201, 2013.
- [17] WU, B., et. al.. Creep Behavior of High-Strength Concrete with Polypropylene Fibers at Elevated Temperatures. *ACI Materials Journal*, March-April, pp. 176-184, 2010.

Statistical analysis of the second order effects variation with the stories height of reinforced concrete buildings

Análise estatística da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios de concreto armado

D. M. OLIVEIRA ^a
danielle@demc.ufmg.br

N. A. SILVA ^b
ney@dees.ufmg.br

C. C. RIBEIRO ^a
ccrstar@demc.ufmg.br

S. E. C. RIBEIRO ^a
sidnea@ufmg.br

Abstract

In this paper the simplified method to evaluate final efforts using γ_z coefficient is studied considering the variation of the second order effects with the height of the buildings. With this purpose, several reinforced concrete buildings of medium height are analyzed in first and second order using ANSYS software. Initially, it was checked that the γ_z coefficient should be used as magnifier of first order moments to evaluate final second order moments. Therefore, the study is developed considering the relation (final second order moments/ first order moments), calculated for each story of the structures. This moments relation is called magnifier of first order moments, " γ ", and, in the ideal situation, it must coincide with the γ_z value. However, it is observed that the reason γ / γ_z varies with the height of the buildings. Furthermore, using an statistical analysis, it was checked that γ / γ_z relation is generally lower than 1,05 and varies significantly in accordance with the considered building and with the presence or not of symmetry in the structure.

Keywords: reinforced concrete, second order effects, γ_z coefficient.

Resumo

Neste trabalho o processo simplificado de obtenção dos esforços finais utilizando o coeficiente γ_z é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Com este objetivo, diversos edifícios de médio porte em concreto armado são processados em primeira e segunda ordem utilizando o programa ANSYS. Inicialmente, mostra-se que o coeficiente γ_z deve ser utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem para a obtenção dos momentos finais. Assim, o estudo é conduzido considerando a relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, calculada para cada pavimento das estruturas. Esta relação entre os momentos é denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, " γ ", e, na situação ideal, deve coincidir com o valor de γ_z . Entretanto, observa-se que a razão γ / γ_z varia ao longo da altura dos edifícios. Além disso, mostra-se, por meio de uma análise estatística, que a relação γ / γ_z apresenta-se geralmente inferior a 1,05 e varia significativamente de acordo com o edifício considerado e a presença ou não de simetria na estrutura.

Palavras-chave: concreto armado, efeitos de segunda ordem, coeficiente γ_z .

^a Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept^o de Engenharia de Materiais e Construção, Belo Horizonte, MG, Brasil;
^b Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept^o de Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, MG, Brasil.

1. Introduction

The intense process of verticalization of constructions and the technological evolution seen in the engineering field and in computational systems in the last years has enabled buildings to be slenderer. In these cases, the action of wind may produce significant effects, generating additional forces when simultaneously applied with other actions present in the structure. Therefore, the structure shall be designed taking into account the assessment of the global stability of the building. In reinforced concrete structures, this assessment can be made using the α instability parameter and γ_z coefficient as provisioned by NBR 6118:2014 [1].

The α instability parameter is a horizontal displacement measure of the structure, assessing its sensibility to the second order effects. Above a certain limit of α , the structure is then classified as sway structure, which then makes it necessary to take into consideration additional efforts that materialize in the deformed configuration.

Similarly to the α instability parameter, the γ_z coefficient can be used to classify structures (non-sway or sway structures). However, the γ_z coefficient goes beyond the α instability parameter as it can also be used to assess final efforts that include second order effects, provided that its value is not over a certain limit.

Even though, as the γ_z coefficient presents a single value for the entire structure, using it may result in underestimated final efforts for some stories, and overestimated for others. This is because the second order effects undergo variations along the height of the building, as stated in several studies (Carmo [2], Lima & Guarda [3] and Oliveira [4]).

Within such context, this study intends to assess the simplified process of calculating final efforts using the γ_z coefficient considering the variation of second order effects along the height of the building. With that objective in mind, a statistical analysis will be made on the results obtained by Oliveira et al. [5], who analyzed in first and second orders several different medium-sized reinforced concrete buildings using software ANSYS [6].

2. Second order effects and classification of structures

NBR 6118:2014 [1] distinguishes the following second order effects as follows:

- global effects: second order effects introduced by horizontal displacements of structural joints, when subject to vertical and horizontal loads;
- local effects: happening in structural bars when the respective axis are no longer straight;
- localized effects: happening in wall-like columns, in regions with non-linearity greater than that of the column axis as a whole.

Also accordingly with NBR 6118:2014 [1], the structure should be classified as a non-sway structure when global second order effects are less than 10% of the respective first order efforts, which may then be neglected. Otherwise (global second order effects greater than 10% of first order effects) it is classified as a sway structure.

It is worth noting that the non-consideration of second order global effects does not imply in non-consideration of local and localized effects, since global stability does not guarantee local stability and

vice-versa. Therefore, both in non-sway structures and in sway structures, it is compulsory to take into consideration both local and localized second order effects. In this study, as it is related exclusively to second order global effects, they will be referred to only as second order effects.

Therefore, considering the bending moments, for example, a structure will be classified as a non-sway structure if:

$$M_{2d} \leq 1.1M_{1d} \quad (1)$$

where as:

- M_{2d} is total design moment that includes second order effects;
- M_{1d} is the first order design moment.

However, this is not the verification that is put into practice, since it would be necessary to realize a second order analysis, which is often only desirable to sway structures.

Thus, it is indeed useful to find processes that enable the classification of structures with only the first order analysis results. So, when a structure is classified as sway structure, the designer will be able to choose between making it stiff and classifying it as a non-sway structure, or making a second order analysis.

Different parameters have been proposed, some determined from critical loads, others in function of the stiffness of stories. Among these, of note is the γ_z coefficient, presented by Franco & Vasconcelos [7].

3. γ_z Coefficient

When making a linear analysis of horizontal and vertical actions, the first order moment M_1 can be calculated in relation to the structure basis, as well as the horizontal displacements of the structure joints. These displacements, in combination with vertical forces, lead to an increased number of ΔM_2 moments, thus causing new displacements. This process occurs successively along several different stages, or iterations, generating an increased number of shorter moments. If the structure is stable, these increases will decrease until they become practically negligible. With the several increases in moments, the final moment M_2 is then determined, thus including the second order moment:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j \quad (2)$$

j means the number of iterations.

When admitting that the moments $M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_j$ constitute a geometric progression, the ratio is given by:

$$r = \frac{\Delta M_2}{M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} < 1 \quad (3)$$

and it can be written:

$$M_2 = \left(1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1}\right)M_1 \quad (4)$$

When j is tended to infinity, the equation (4) is like:

$$M_2 = \frac{1}{1-r} \cdot M_1 \quad \text{or} \quad M_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_1}} \cdot M_1 \quad (5)$$

Naming γ_z as the factor that magnifies the first order moment and using design values, one obtains:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (6)$$

The γ_z coefficient can, then, be calculated from a linear analysis, determining the first order moment M_{1d} and the moments increase ΔM_d . NBR 6118:2014 [1] states that a linear analysis of first order must be realized by reducing the stiffness of structural elements (to consider the physical non-linearity in approximation) and that the γ_z coefficient is valid for reticulated structures of at least 4 stories. According to França [8] apud Bueno [9], this limitation of the number of stories is related to the lack of studies on the non-linearity approximation for low reticulated structures since this directly influences the values of displacements that will generate additional effects to the structure. The more these values are closer to real displacements, the better the prediction of effort amplification will be.

According to NBR 6118:2014 [1], for each combination of loads, the γ_z value can be obtained with the equation:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (7)$$

Where as:

- $M_{1,tot,d}$: moment of tipping, that is, the sum of the moment of all horizontal forces, with design values, in relation to the base of the structure.

- $\Delta M_{tot,d}$: is the sum of the products of all the vertical forces acting on the structure, with design values, by the horizontal displacements of their respective points of application.

Remembering that the second order effects can be neglected provided that they do not represent an increase greater than 10% of the respective first order effects, a structure may be classified as non-sway if its $\gamma_z \leq 1.1$.

It is important to note that, obviously, the lesser the value of the γ_z coefficient, the more stiff the structure is, which is easily verified with the analysis of the equation [7]. If the horizontal displacements of the structure are in fact large, so that the increase in moments $\Delta M_{tot,d}$ becomes approximately equal to moment $M_{1,tot,d}$, that is, $\Delta M_{tot,d} / M_{1,tot,d} \cong 1$, the γ_z coefficient is tended to infinity. This would be the case of an infinitely flexible structure. On the other hand, for an infinitely stiff structure, that is, one that does not displace under loads action, $\Delta M_{tot,d}$ would be null and, consequently, the γ_z coefficient would be equal to 1.

Lacerda et al. [10] conducted a study on global stability determining the α parameter of instability and the γ_z coefficient for a reinforced concrete building, analyzing it with and without its rigid core in the central area. Based on the assessments made, the authors found that the utilization of rigid cores significantly influences the global stability of the structures, mainly in tall buildings. Additionally, as the rigid core enables a reduction in cross sections of the other structural elements that constitute the building, it could also be used in buildings that are not so slender.

Freitas [11], in his study about the assessment of global stability of buildings with and without bracing elements, adds that in addition to rigid core, other solutions also contribute to structural stiffness, such as frames formed by beams and columns, and a concrete wall system.

Freitas et al. [12] calculated the values of α and γ_z by simulating a building with the structural modeling software CAD/TQS. Two structural solutions were adopted: one without wall-like columns and another one with wall-like columns. The γ_z values obtained from models without wall-like columns were greater than from those with wall-like columns. Additionally, the variation of stresses on the columns of models with wall-like columns produced a small difference between the γ_z results obtained. For the models without wall-like columns, the variation of stresses on the columns significantly altered γ_z values. Eventually, the authors concluded that the variation of the stress on columns is not a decisive factor to obtain acceptable γ_z values but, instead, it is the presence of elements that collaborate with bending stiffness. In this study, the authors opted to use wall-like columns. However, alternatives can also be used, like high stiffness beams, reinforced concrete structural walls, increase of the columns sections in the direction of less rigidity of the structure.

Passos et al. [13] studied the global stability of slender buildings composed by flat slabs, with slenderness approximately one to six, modeling the building with non-adherent prestressed and waffle slabs. Among factors that enable reductions in the γ_z coefficient are: the increase of thickness in prestressed slabs, and the increase of the waffle slabs cover, the reduction of ceiling height between stories in the models and the application of a greater value of the coefficient that considers physical non-linearity in the prestressed slabs. Similar conclusions were found by Feitosa & Alves [14], as they noted that the increase of the thickness of prestressed slabs contributes significantly to the building's global stability. When the building is not built with beams, the consideration of the slabs as a resistant element to horizontal efforts becomes even more relevant.

It is worth noting that the γ_z coefficient is not used only to assess global stability of the structure, rating it as non-sway or sway. The γ_z also can be employed to estimate final efforts, which include second order efforts, provided that its value is not beyond a certain limit. According to NBR 6118:2014 [1], final efforts that include second order effects can be assessed based on additional increases of horizontal forces from the load combination considered as $0.95\gamma_z$, provided that γ_z is not higher than 1.3. However, according to NBR 6118:2000 [15] Review Project, final effort values could be obtained by multiplying the first order moments by $0.95\gamma_z$, also under the condition that $\gamma_z \leq 1.3$. It can then be noted once considered an increasing factor of first order moments, γ_z became the increasing coefficient of horizontal actions.

According to Moncayo [16], when applying γ_z as an effort magnifier to obtain second order efforts generates much better results than when applying $0.95 \gamma_z$.

Franco & Vasconcelos [7] understand that a good estimate of second order results analysis can be obtained when using γ_z as the magnifier of first order moments.

In this study an efficiency analysis of the γ_z coefficient will be initially made considering it a magnifier of first order efforts (not only of bending moments, but also of axial and shear forces) and also a magnifier of horizontal actions, with the goal to obtain final efforts, which include second order efforts. Next, the increasing process considered the most efficient will be studied taking in consideration the variation of second order effects along the building height based on a statistical analysis of the results obtained.

4. Measurements and statistical tests

Data collection represents only the initial stage of a statistical analysis that will transform them into a significant set of measurements, thus validating the scientific research.

Several measurements may be used to describe a set of data, among them: mean and median (central tendency measures); standard deviation, coefficient of variation, minimum and maximum (variability measures).

Graphic presentations such as boxplot charts and histograms are useful to increase data legibility. Histograms are used to showcase continuous measures, mainly in terms of intervals. Boxplots show simultaneously a series of aspects regarding distribution, as mean, median, minimum and maximum.

It important to note that, according to Levin et al. [17], the descriptive approach does not constitute the main goal in decision making and most researchers are attentive to hypothesis tests, which are in general related to the differences between groups.

Kruskal-Wallis tests may be used to compare three or more groups. So, two hypotheses must be initially defined, null and alternative hypotheses. The null hypothesis (H_0) establishes that several groups do not significantly differ, whereas, accordingly with the alternative hypothesis (H_1), there are significant differences between some or all groups.

The Kruskal-Wallis test involves the determination of a statistics, H , that has to be compared with a table critical value. Based on this comparison, one may decide between rejecting the null hypothesis or not.

Statistics H can be calculated as follows:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_{iT}^2}{n_i} - 3(N+1) \quad (8)$$

where:

- N is the total number of observations;
- a is the number of samples;
- n_i represents the number of observations from sample i ;
- R_{iT} is the total of the sample posts i . For calculating R_{iT} , all N observations must be ordered from smaller to largest, and the smaller will be attributed post 1, the next one post 2, and so on, until the

largest observation is attributed post N . Finally, the R_{iT} value is then obtained by summing the posts related to sample i .

The null hypothesis shall be rejected if:

$$H \geq \chi_{\alpha, a-1}^2 \quad (9)$$

whereas $\chi_{\alpha, a-1}^2$ is the critical table value (it can be found, for instance, in Werkema & Aguiar [18]), correspondingly to a certain α significance level and with $a-1$ degrees of freedom. The α significance level represents a probability to reject the null hypothesis when it is true. Therefore, the smaller the α value is, the larger will be the confidence in the decision to reject H_0 . Conventionally $\alpha = 0.05$ is adopted, which means that there is a probability that H_0 equal to 5% will be rejected when it is true. It is worth noting that, in several different situations, it may be convenient to make a test of hypothesis by means of a comparison between the α significance level and the p value, which indicates the weight of the evidence as opposed to H_0 . If p is small, there is a strong evidence to reject the null hypothesis. In general, it can be written:

- $p < \alpha \Rightarrow H_0$ is rejected;

- $p \geq \alpha \Rightarrow H_0$ is not rejected.

The p value can be obtained through tables or, in more complex cases, utilizing statistical programs. More details regarding how to obtain p values can be found in Montgomery & Runger [19].

In order to compare pairs of groups, one can use the Mann-Whitney test. This test, similarly to the Kruskal-Wallis test, is based on the definition of two hypotheses and in the comparison of a statistics calculated with a critical table value. So, the null hypothesis (H_0) establishes that there are no significant differences between the two groups, whereas, according to alternative hypothesis (H_1), the groups differ significantly.

In the case of samples with sizes greater than eight, the null hypothesis will be rejected if:

$$|z_0| > z_{\alpha/2} \quad (10)$$

where, z_0 is the statistics to be compared with the critical table value $z_{\alpha/2}$, found in Werkema et al. [20] and Montgomery & Runger [19], among others.

z_0 can be calculated using the following:

$$z_0 = \frac{w_1 - \mu_{w1}}{\sigma_{w1}} \quad (11)$$

where:

- w_1 the sum of the posts in the smaller sample;
- μ_{w1} is the distribution mean of w_1 , calculated with:

$$\mu_{w1} = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \quad (12)$$

where n_1 and n_2 are the number of observations from the smaller and the largest samples, respectively;

- σ_{w1} is the standard deviation of w_1 distribution, defined like:

$$\sigma_{w1} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad (13)$$

5. Numerical applications

In order to conduct the study, the results obtained by Oliveira et al. [5] will be analyzed and complemented. The above mentioned authors processed in first and second order using software ANSYS [6], ten medium-sized reinforced concrete buildings, whose main characteristics are depicted in table [1]. Tridimensional models were used, representing columns and beams by means of bar element "beam 4", which shows six degrees of freedom at each node: three translations and three rotations, in directions X, Y e Z.

As described by Oliveira et al. [5], the buildings were processed considering both vertical actions (composed by permanent loads and accidental loads) and horizontal actions (corresponding to the action of wind, in directions parallel to axes X and Y). The coefficients applied to the actions were determined based on the ultimate normal combination that considers the wind as a main variable action, being determined according to NBR 6118:2014 [1].

The processing of structures in second order was made by means of a non-linear geometric analysis considering the physical non-linearity in a simplified manner through the reduction of stiffness of structural elements (values equal to $0.8 I_c$ were adopted for columns and $0.4 I_c$ for beams, whereas I_c is the inertia moment of the gross concrete section).

5.1 Values obtained for the γ_z coefficient

Initially, with the results from the first order analysis, γ_z coefficients were calculated for all buildings in directions X and Y. Table [2]

shows the values obtained, along with the classification of structures, in both directions.

5.2 Assessment of γ_z as magnifier of first order efforts (bending moments, axial and shear forces) to calculate final efforts

For all stories of buildings, the relation between the efforts obtained through second and first order analyses in directions X and Y were calculated based on processing structures in first and second orders for the vertical actions acting simultaneously with horizontal actions. Only really relevant efforts were taken into account in structural dimensioning: bending moments and axial forces for columns; bending moments and shear moments for beams.

Table [3] presents the average results for stories and γ_z values for all buildings in both directions. Therefore, when making a comparative analysis between the increases undergone by first order efforts, considering second order effects and the increases predicted by the γ_z coefficient, it can be noted that:

- for the axial force in columns and the shear force in beams, the average increases are very small (between 1% and 4%), lower than those predicted by γ_z . Therefore, increasing these forces with the γ_z coefficient is not necessary, even for high γ_z values (such as, for example, in the case of building II in direction X);
- the average increases obtained in the bending moment of columns and beams present good proximity in relation to γ_z . For the bending moment of columns, the greater difference between the average increases and those predicted by γ_z correspond to 6% (building III, direction Y), in favor of safety. As to the bending moment of beam, the maximum difference, corresponding to the increase obtained for building I in direction X, is around 6.7%, also in favor of safety. Considering exclusively those cases in which increases by γ_z would be against safety, maximum differences can be noted below 5% for the moment in columns (building III, direction X), and below 4% for the moment in beams (building II, direction Y).

Table 1
Main characteristics of analyzed buildings

Building	N° of stories	Ceiling height (m)	N° of slabs	N° of beams	N° of columns	f_{ck} (MPa)
I	16	2.90	8	8	15	20
II	18	2.55	11	21	16	30
III	20	2.75	9	10	15	45
IV	30	2.85	4	6	9	20
V	22	2.75	11	20	22	65
VI	15	2.90	9	8	16	25
VII	18	2.88	10	11	16	25
VIII	18	2.70	17	31	28	25
IX	20	2.56	12	27	14	30
X	20	2.90	6	9	12	25

Table 2
Values of γ_z coefficients and classification of structures

Building	Direction	γ_z	Classification
I	X	1.19	Sway structure
	Y	1.14	Sway structure
II	X	1.32	Sway structure
	Y	1.16	Sway structure
III	X	1.06	Non-sway structure
	Y	1.32	Sway structure
IV	X = Y	1.30	Sway structure
V	X	1.17	Sway structure
	Y	1.28	Sway structure
VI	X = Y	1.21	Sway structure
VII	X	1.27	Sway structure
	Y	1.14	Sway structure
VIII	X	1.30	Sway structure
	Y	1.22	Sway structure
IX	X	1.31	Sway structure
	Y	1.29	Sway structure
X	X	1.30	Sway structure
	Y	1.22	Sway structure

The chart in figure [1] lists γ_z coefficients correspondingly to all buildings in both directions with average values of the relation (second order moment/first order moment), for columns and beams,

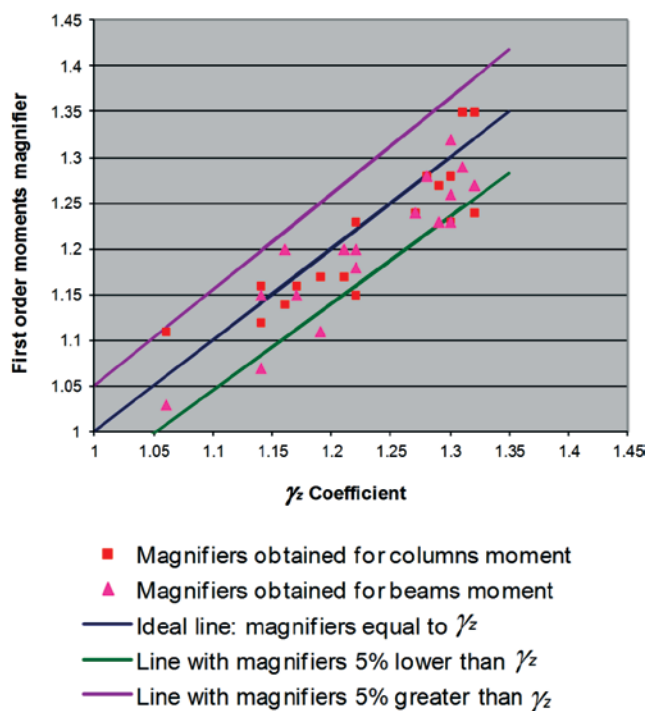


Figure 1
Relation between magnifiers of first order moments and γ_z coefficients

respectively. In this chart first order moments magnifier is the name given to the relation between the moments since it represents the values the first order moments should be multiplied by to obtain the final moments, which include the second order effects. Therefore, a specific magnifier is corresponding to each γ_z coefficient, as indicated in table [3] (3rd, 5th, and 7th columns). The closer they are to γ_z values and to the obtained magnifier, the greater γ_z efficiency is as first order moments magnifier to determine final moments.

It can be seen in figure [1] that, as previously noted, in both cases of columns and of beams, first order moments magnifiers differences are not very significant (that is, they are always below 5%) when compared to γ_z . That can be promptly noted in the proximity of the points in relation to the line called "ideal", which corresponds to values equal to the magnifier obtained and the γ_z coefficient. Additionally, it can be observed that the majority of points is found below the "ideal" line, which means that the magnifier obtained is lower than γ_z , and, consequently, in these cases magnifying the first order moments by γ_z would favor safety. It is worth noting that this magnifying proved to be against safety in only 28% of the cases for the moment in columns and 17% of the cases for the moment in beams, as can be verified by the small number of points above the "ideal" line.

Therefore, initially, obtaining final moments (first order + second order) based on magnifying first order moments by γ_z can be seen as satisfactory. However, it is important to note that this study was conducted in structures that feature maximum γ_z values around 1.3, that is, for these the simplified process of evaluation of final efforts utilizing γ_z coefficient is still valid, according to NBR 6118:2014 [1]. Moreover, average increases of structures as a whole were considered, not taking into account the variation of second order effects with the building story height. This variation will be detailed in item 5.4.

5.3 Assessment of γ_z as magnifier of horizontal actions to obtain final efforts

With the goal to assess the performance of γ_z as a horizontal action magnifier to obtain final efforts, the buildings were analyzed in first and second orders, regarding vertical actions acting simultaneously with horizontal actions. However, the processing of structures in first order was made with horizontal actions that were additionally magnified by $0.95\gamma_z$. It was then calculated the relation between the efforts obtained by the analysis in second order and in first order, for all building stories in both directions. The average values of stories are shown in table [4].

It is important to mention that the effort values obtained in the first order analysis should, in this case, represent the final values of the efforts (first order + second order), since they were determined with horizontal actions additionally magnified by $0.95\gamma_z$. Therefore, the relation between efforts obtained through the analysis in second and first order should be equal to 1.0, that is, at least close to this value. In fact, this occurs both for axial force in columns and for shear force in beams, as can be observed in table [4]. However, such relations already presented values close to 1.0 even when the first order analysis was made without additionally magnifying horizontal actions by $0.95\gamma_z$, which can be seen in table [3]. Therefore, it can be said that for the axial force in columns and for shear force in beams, the first order analyses made with or without additionally magnifying the horizontal actions by $0.95\gamma_z$ provide practically the same results. Also in table [4], it can be seen that for bending moments in columns and beams the average relations between results in second and first orders present, in general, values that are distant from

1.0, reaching pretty significant values, such as, in the case of building IX, direction X (equal to 1.25 and 1.28 for columns and beams, respectively). It is worth observing that the differences between moments obtained in second and first order analyses go above 10% in 94% of the cases for columns, and in 83% for beams. Consequently, obtaining final moments based on additionally magnifying horizontal actions by $0.95\gamma_z$ does not comply with good results. Finally, it can be observed that, for the buildings analyzed in this study, the simplified process of final efforts assessment that uses coefficient as a first order moments magnifier (and not as a horizontal actions magnifier), provides results that are close to those obtained in second order analyses. It is important to note that, as said in item 5.2, it is not necessary to magnify axial force in columns and shear force in beams by γ_z coefficient, since for these efforts the first and second order values obtained are practically the same.

5.4 Studying second order effects variations in relation to building story heights

In this item, the simplified final efforts assessment method using γ_z coefficient is studied taking into consideration the variation of second order effects along the buildings' heights. This study considers the magnifying process that provided results closer to those obtained with a second order analysis, according to items 5.2 and 5.3. Consequently, the γ_z coefficient is considered a first order moments magnifier for determining final moments, based on the principle that axial force in columns and shear force in beams are obtained directly with the first order analysis.

The study under analysis is made comparing, for each story of the

Table 3
 γ_z coefficients and average values of ratio (second order effort / first order effort)

Building	Direction	γ_z	Columns		Beams	
			Axial force	Bending moment	Shear force	Bending moment
I	X	1.19	1.01	1.17	1.01	1.11
	Y	1.14	1.01	1.16	1.01	1.07
II	X	1.32	1.01	1.35	1.02	1.27
	Y	1.16	1.02	1.14	1.03	1.20
III	X	1.06	1.02	1.11	1.03	1.03
	Y	1.32	1.02	1.24	1.04	1.27
IV	X = Y	1.30	1.03	1.23	1.03	1.23
V	X	1.17	1.02	1.16	1.03	1.15
	Y	1.28	1.03	1.28	1.01	1.28
VI	X = Y	1.21	1.02	1.17	1.03	1.20
VII	X	1.27	1.02	1.24	1.04	1.24
	Y	1.14	1.03	1.12	1.04	1.15
VIII	X	1.30	1.02	1.28	1.03	1.32
	Y	1.22	1.02	1.23	1.03	1.20
IX	X	1.31	1.01	1.35	1.02	1.29
	Y	1.29	1.01	1.27	1.02	1.23
X	X	1.30	1.02	1.28	1.03	1.26
	Y	1.22	1.02	1.15	1.03	1.18

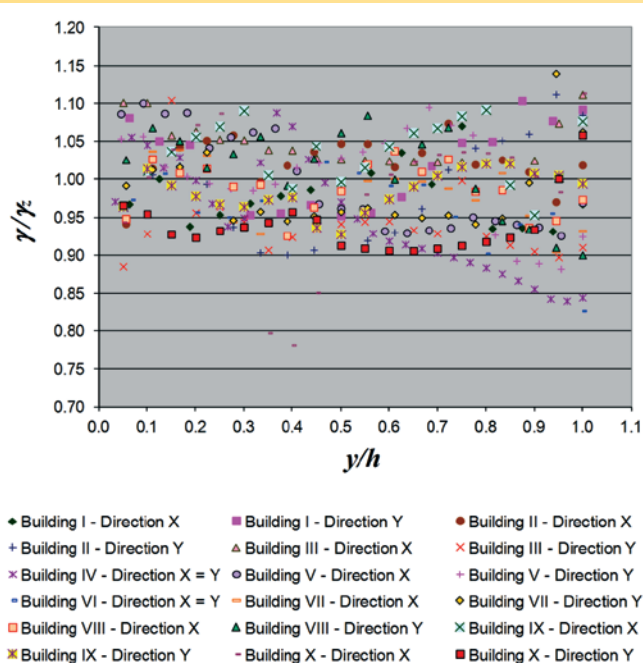


Figure 2
Variation of the γ / γ_z ratio along the building height in both directions for columns

structure, the increases experienced by the first order moments, when considering the second order effects, and those increases

Table 4
Average values of ratio (second order effort / first order effort obtained with horizontal actions additional magnified by $0.95 \gamma_z$)

Building	Direction	Columns		Beams	
		Axial force	Bending moment	Shear force	Bending moment
I	X	1.01	1.15	1.01	1.08
	Y	1.01	1.14	1.02	1.05
II	X	1.01	1.22	1.02	1.29
	Y	1.02	1.12	1.03	1.20
III	X	1.02	1.11	1.02	1.03
	Y	1.02	1.18	1.03	1.24
IV	X = Y	1.03	1.15	1.03	1.18
V	X	1.02	1.14	1.03	1.14
	Y	1.03	1.17	1.00	1.19
VI	X = Y	1.02	1.09	1.03	1.14
VII	X	1.02	1.14	1.04	1.20
	Y	1.03	1.11	1.04	1.13
VIII	X	1.02	1.17	1.03	1.33
	Y	1.02	1.16	1.02	1.17
IX	X	1.01	1.25	1.02	1.28
	Y	1.01	1.19	1.03	1.20
X	X	1.02	1.16	1.01	1.22
	Y	1.02	1.11	1.03	1.16

predicted by the γ_z coefficient. So, the relation between the moments obtained with second order and first order analyses (for columns and beams, respectively), along all buildings' heights for directions X and Y, is considered. This relation between moments can be denominated first order moments magnifier, " γ ", since, as commented in item 5.2, it represents the value by which the first order moments are to be multiplied to obtain final moments, which include second order effects. In the ideal situation, in which magnifying first order moments by γ_z provides final moments with a precision of 100%, γ and γ_z values must coincide as to every story in the buildings, that is, $\gamma / \gamma_z = 1$ all along the height. Based on the considerations presented, figures [2] and [3] charts were made and represent the variation of the γ / γ_z ratio along the height of all buildings, in both directions, for columns and beams, respectively. In these charts, the axis of abscissas corresponds to the relation y/h , where y represents the story height and h the total height of the structure.

Figures [2] and [3] show that most of γ / γ_z values seem to be, approximately, between 0.90 and 1.10, for both columns and beams. It can also be noted that it is not possible to precisely assess the variation and distribution of γ / γ_z by simply observing figures [2] and [3]. Consequently, for a better assessment of the obtained results, a statistical analysis will be made using software MINITAB [21].

5.4.1 Statistical analysis

Initially, the central tendency measures (mean and median) and variability measures (standard deviation, coefficient of variation,

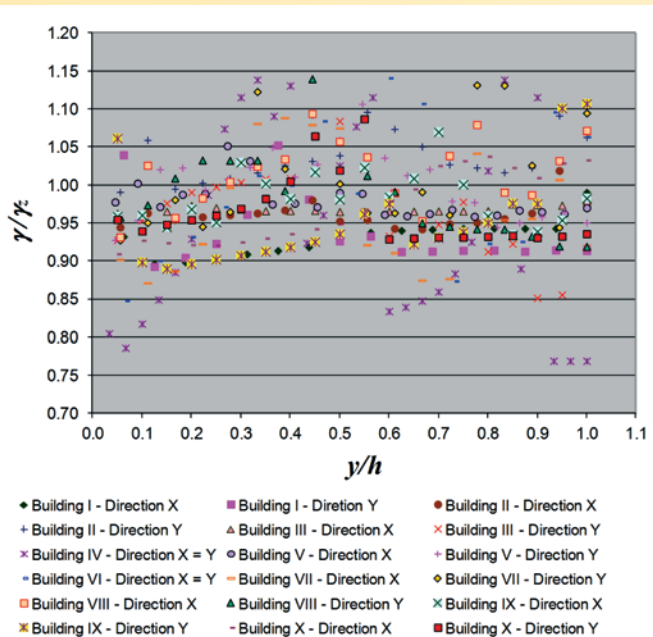


Figure 3
Variation of the γ / γ_z ratio along the building height in both directions for beams

minimum and maximum) were calculated for the variable involved in the study, the γ / γ_z ratio. The results obtained are shown in table [5]. The histograms presented in figures [4] and [5], respectively corresponding to columns and beams, were made to provide a graphic view of the γ / γ_z variable.

In table [5] it can be observed that the γ / γ_z ratio ranges from 0.77 (or 0.78) to 1.14, with a mean lower than 1.0, both for columns and beams. It is shown that approximately 50% of the γ / γ_z values are lower than 0.990 for columns and 0.970 for beams. Additionally, the γ / γ_z variability may be considered small since the coefficients of variation obtained range from 6% to 7%. It is important to note that the coefficient of variation is a measure that expresses variability in relative terms, comparing the standard deviation with the mean,

Table 5
Basic descriptive measurements for γ / γ_z variable

Variable	Sample size (n)	Mean	Standard deviation	Coefficient of variation (%)	Minimum	Median	Maximum
γ / γ_z columns	349	0.988	0.060	6.120	0.780	0.990	1.140
γ / γ_z beams	349	0.975	0.065	6.720	0.770	0.970	1.140

Table 6
Results of Kruskal-Wallis test for columns and beams (verifying differences per buildings)

Item	Columns	Beams
H	30.005	48.386
$\chi^2_{0,05,9}$	16.92	16.92
p	0.000	0.000
α	0.05	0.05
Conclusion	H_0 rejected	H_0 rejected

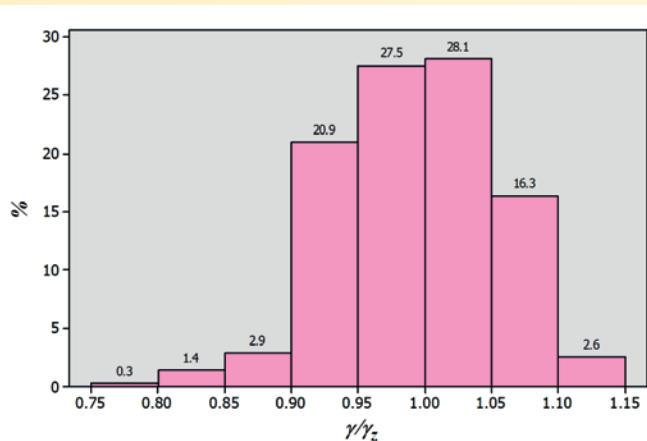


Figure 4
Histogram for the γ / γ_z variable correspondent to columns

and may be considered small when it is not above 30%.

In observing the histograms in figures [4] and [5], it can be seen that the γ / γ_z values are lower than 1.05 in 81% of the cases for columns and in 87% for beams. This means that for the most part of the situations, magnifying first order moments by γ_z would provide a maximum error opposing to safety lower than 5%. It can also be noted that, in the case of columns, frequencies are greater for γ / γ_z values ranging from 0.95 to 1.05. As to beams, the frequency is higher within a $0.95 \leq \gamma / \gamma_z < 1.00$ interval. Also of note is the fact that only approximately 7% of the γ / γ_z values for columns, and 12% for beams, are out of a $0.90 \leq \gamma / \gamma_z < 1.10$ interval.

The Kruskal-Wallis test was adopted to assess whether the γ / γ_z ratio varies significantly in accordance with the building, or whether the results obtained for different buildings could be similar. Table [6] presents the results for both columns and beams. Statistics H are observed to be higher than $\chi^2_{0,05,9}$ critical values and, then, the null hypothesis H_0 must be rejected in favor of alternative hypothesis H_1 . Therefore, it is possible to conclude that there are significant differences in the value obtained for the γ / γ_z ratio, both

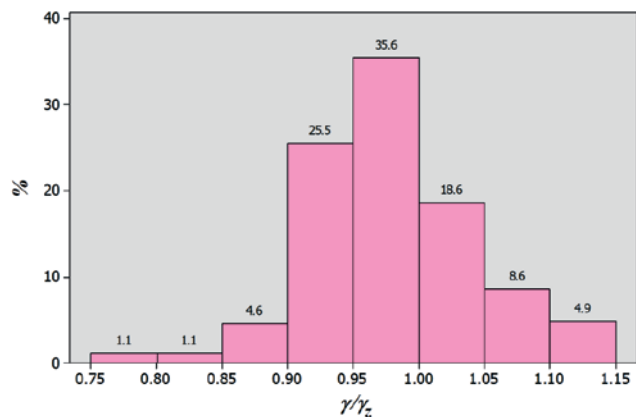


Figure 5
Histogram for the γ / γ_z variable correspondent to beams

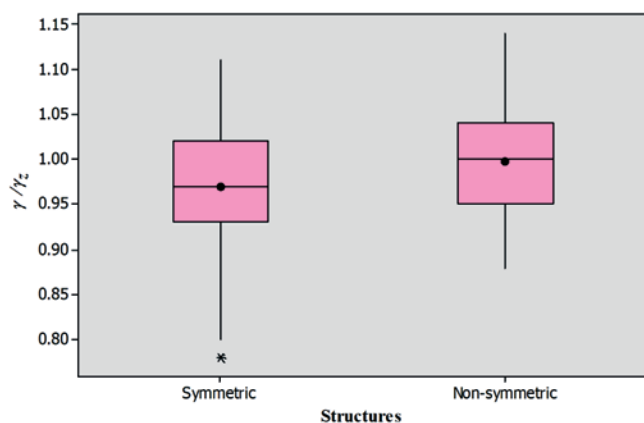


Figure 6
Boxplot for the γ / γ_z variable stratified by structure symmetry, corresponding to columns

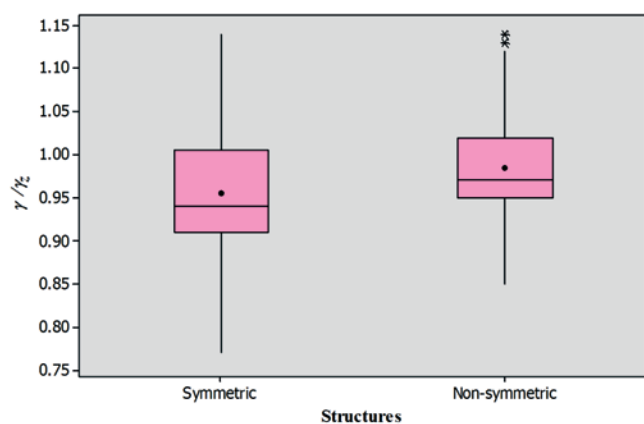


Figure 7
Boxplot for the γ / γ_z variable stratified by structure symmetry, corresponding to beams

for columns and beams, in accordance with the building being analyzed. The same conclusion can be made observing that p is lower than the level of significance $\alpha = 0.05$.

It is also interesting to study the distribution of γ / γ_z taking in consideration a possible symmetry of the structure. So, the structures were divided into two groups: the group of “symmetric” structures (constituted by double symmetry buildings), and the group of “non-symmetric” structures (remaining buildings). Boxplots shown in figures [6] and [7] were then constructed correspondingly to columns and beams, respectively. In these charts, the horizontal segment located inside the rectangle represents the median, the circle represents the mean, and the asterisks correspond to discrepant observations, named outliers.

In figure [6] boxplot, it can be noted that for columns the γ / γ_z ratio ranges from 0.78 to 1.11, in “symmetric” structures, and from 0.88 to 1.14 in “non-symmetric” structures. It can also be observed that “non-symmetric” structures feature greater mean and median than the “symmetric” ones, which, in turn, show results with greater variability. It is worth mentioning that in double symmetry buildings, 75% of the results were lower 1.02; this value increases to 1.04 in “non-symmetric” structures. The presence of an outlier for “symmetric” structures corresponding to $\gamma / \gamma_z = 0.78$ is verified.

When analyzing figure [7] boxplot, regarding beams, it can be noted that the values obtained for the γ / γ_z ratio are ranging from 0.77 to 1.14 for “symmetric” structures, and from 0.85 to 1.14 for the “non-symmetric” ones. As seen in the case of columns, “symmetric” structures present greater variability, though featuring mean and median lower than the “non-symmetric” ones. Additionally, in both groups of buildings at least 75% of the results are lower than 1.02. It is important to explain that “non-symmetric” structures presented two discrepant observations relative to γ / γ_z values equal to 1.13 and 1.14.

A Mann-Whitney test was made with the goal of verifying if there are statistical evidences that “symmetric” structures are different from “non-symmetric” structures, in relation to the γ / γ_z value obtained. The results for columns and beams are shown in table [7]. In this table, by comparing $|z_0|$ and $Z_{0,025}$ (or between p and α), it was verified that null hypothesis H_0 must be rejected in both cases. Consequently, it can be said that there are relevant differences in variable γ / γ_z in function of the structure considered (“symmetric” or “non-symmetric”), i.e. the existence or non-existence of symmetry significantly influences the γ / γ_z value.

6. Final considerations

In this study, a simplified process of final moments assessment using γ_z coefficient as magnifier for first order moments was analyzed taking in consideration the variation of second order effects along building heights. For the analysis, a γ / γ_z ratio was determined, with “ γ ” being denominated first order moments magnifier (relation between moments obtained by analysis in second and first order for columns and beams along the height of buildings).

It was observed that the γ / γ_z ratio ranged from 0.77 (or 0.78) to 1.14 (means and medians obtained lower than 1.0), and that nearly 90% of all values were found to be within the $0.90 \leq \gamma / \gamma_z < 1.10$ interval, for both columns and beams. Additionally, in 81% of the cases for columns, and in 87% for beams, the γ / γ_z ratio was lower

Table 7
Results of Mann-Whitney test for columns and beams
(verifying differences per “symmetric” x “non-symmetric” structures)

Item	Columns	Beams
$ Z_0 $	3.690	4.817
$Z_{0,025}$	1.96	1.96
p	0.000	0.000
α	0.05	0.05
Conclusion	H₀ rejected	H₀ rejected

than 1.05, indicating that, in most cases, magnifying first order moments by γ_z would provide a maximum error lower than 5% opposing to safety.

Hypothesis tests (Kruskal-Wallis and Mann-Whitney) were made to assess if the γ/γ_z ratio varies significantly in accordance with the building and the type of structure (“symmetric” and “non-symmetric”). However, it is important to note that the hypothesis tests show whether the groups differ or not from a statistical point of view, that is, whether the differences obtained between samples are or are not “statistically significant”. Then, the right interpretation of the results of the tests must be made by the researcher based on previous knowledge and observing if the “statistical significance” in fact represents a “practical significance”, or as defined by Montgomery & Runger [19], an “engineering significance”. Based on these considerations and on the statistic study conducted, it can be stated that:

- there are significant differences in the value obtained for the γ/γ_z ratio in accordance with the building analyzed, both for columns and for beams. This result is reasonable, as the safety related to the simplified method of assessment of final moments using the γ_z coefficient will be greater in “well-behaved” buildings (i.e., those that do not feature very discrepant ceiling heights or abrupt changes of inertia between stories, for example), for which the hypothesis formulated in the development of the method (that successive displacements form a geometric progression) is indeed valid. Hence, in these cases, the γ/γ_z ratio shall be smaller or equal to 1. On the other hand, for “less well-behaved” buildings, the hypothesis adopted is applicable with greater errors, consequently, the real magnifier γ tends to be greater than the γ_z value calculated, as explained by Vasconcelos [22];

- “symmetric” structures proved to be different from “non-symmetric” structures in regard to the γ/γ_z value obtained, both for columns and for beams. Additionally, for “non-symmetric” structures, mean and median values of the γ/γ_z variable were found to be greater than those from “symmetric” structures. These are predictable facts, since the presence or the lack of symmetry influences behavior of structures and, consequently, the γ/γ_z value, as explained before, tends to be smaller for symmetric “well-behaved” buildings. In brief, the conclusion that the γ/γ_z ratio varies significantly in accordance with the building and with the type of structure (“symmetric” or “non-symmetric”) is coherent, indicating that safety related to the simplified process of assessing final moments using γ_z

coefficient is not the same for all cases, but it depends on specific characteristics of the buildings that promote greater or smaller proximity to the hypothesis formulated during the development of the method.

Therefore, it is here suggested for new researches, the study of the γ_z coefficient efficiency as a magnifier of first order moments in structures that present irregularities in geometry, as for instance, changes in inertia and ceiling heights between stories.

7. Bibliographical references

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, versão corrigida, 2014.
- [2] CARMO, R.M.S. Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.
- [3] LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente γ_z na análise da estabilidade global de edifícios altos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*, 1999.
- [4] OLIVEIRA, D.M. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.
- [5] OLIVEIRA, D.M.; SILVA, N.A.; OLIVEIRA, P.M.; RIBEIRO, C.C. Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the γ_z and B_2 coefficients. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 7, n. 3, p. 329-348, jun. 2014.
- [6] ANSYS Inc. Ansys Release 9.0 – Theory Reference, 2004.
- [7] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323, 1991.
- [8] FRANÇA, R.L.S. São Paulo, 23 out 2012. Entrevista concedida a Mônica Maria Emerenciano Bueno apud BUENO, M.M.E. Estudo de valores aproximados de rigidez equivalente para vigas e pilares para análises não-lineares globais em estruturas de concreto armado de pequeno porte. Brasília. Tese (Doutorado) – Faculdade de Tecnologia da Univer-

- cidade de Brasília, 2014.
- [9] BUENO, M.M.E. Estudo de valores aproximados de rigidez equivalente para vigas e pilares para análises não-lineares globais em estruturas de concreto armado de pequeno porte. Brasília. Tese (Doutorado) – Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2014.
- [10] LACERDA, M.M.S.; FLORÊNCIO, A.C.; SILVA, W.A.; DELALIBERA, R.G. Avaliação dos critérios para análise da estabilidade global em edifícios de concreto armado: estudo de caso. Revista Eletrônica de Engenharia Civil, v. 9, n. 2, p. 24-37, out. 2014.
- [11] FREITAS, F.C. Avaliação da estabilidade global de edifícios com e sem elementos de contraventamento. Vitória. Dissertação (Mestrado) – Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, 2015.
- [12] FREITAS, F.C.; LUCHI, L.A.R; FERREIRA, W.G. Global stability analysis of structures and actions to control their effects. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 9, n. 2, p. 192-213, abr. 2016.
- [13] PASSOS, V.M.; FEITOSA, L.A; ALVES, E.C.; AZEVEDO, M.S. Analysis of instability of tall buildings with prestressed and waffle slabs. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 9, n. 2, p. 244-262, abr. 2016.
- [14] FEITOSA, L.A; ALVES, E.C. Study of global stability of tall buildings with prestressed slabs. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, v. 8, n. 2, p. 196-224, abr. 2015.
- [15] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2000.
- [16] MONCAYO, W.J.Z. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.
- [17] LEVIN, J.; FOX, J.A.; FORDE, D.R. Estatística para ciências humanas. 11.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.
- [18] WERKEMA, M.C.C.; AGUIAR, S. Otimização estatística de processos: como determinar a condição de operação de um processo que leva ao alcance de uma meta de melhoria. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.9), 1996.
- [19] MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 2003.
- [20] WERKEMA, M.C.C.; DRUMOND, F.B.; AGUIAR, S. Análise de variância: comparação de várias situações. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.6), 1996.
- [21] MINITAB Inc. Minitab Statistical Software, Release 14 for Windows, 2003.
- [22] VASCONCELOS, A.C. Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do γ_z para determinação dos efeitos de 2ª ordem?. In: SIMPÓSIO DE ATUALIZAÇÃO SOBRE A NOVA NB-1, Belo Horizonte, 2002.

Statistical analysis of the second order effects variation with the stories height of reinforced concrete buildings

Análise estatística da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios de concreto armado

D. M. OLIVEIRA ^a
danielle@demc.ufmg.br

N. A. SILVA ^b
ney@dees.ufmg.br

C. C. RIBEIRO ^a
ccrstar@demc.ufmg.br

S. E. C. RIBEIRO ^a
sidnea@ufmg.br

Abstract

In this paper the simplified method to evaluate final efforts using γ_z coefficient is studied considering the variation of the second order effects with the height of the buildings. With this purpose, several reinforced concrete buildings of medium height are analyzed in first and second order using ANSYS software. Initially, it was checked that the γ_z coefficient should be used as magnifier of first order moments to evaluate final second order moments. Therefore, the study is developed considering the relation (final second order moments/ first order moments), calculated for each story of the structures. This moments relation is called magnifier of first order moments, " γ ", and, in the ideal situation, it must coincide with the γ_z value. However, it is observed that the reason γ / γ_z varies with the height of the buildings. Furthermore, using an statistical analysis, it was checked that γ / γ_z relation is generally lower than 1,05 and varies significantly in accordance with the considered building and with the presence or not of symmetry in the structure.

Keywords: reinforced concrete, second order effects, γ_z coefficient.

Resumo

Neste trabalho o processo simplificado de obtenção dos esforços finais utilizando o coeficiente γ_z é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Com este objetivo, diversos edifícios de médio porte em concreto armado são processados em primeira e segunda ordem utilizando o programa ANSYS. Inicialmente, mostra-se que o coeficiente γ_z deve ser utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem para a obtenção dos momentos finais. Assim, o estudo é conduzido considerando a relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, calculada para cada pavimento das estruturas. Esta relação entre os momentos é denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, " γ ", e, na situação ideal, deve coincidir com o valor de γ_z . Entretanto, observa-se que a razão γ / γ_z varia ao longo da altura dos edifícios. Além disso, mostra-se, por meio de uma análise estatística, que a relação γ / γ_z apresenta-se geralmente inferior a 1,05 e varia significativamente de acordo com o edifício considerado e a presença ou não de simetria na estrutura.

Palavras-chave: concreto armado, efeitos de segunda ordem, coeficiente γ_z .

^a Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept^o de Engenharia de Materiais e Construção, Belo Horizonte, MG, Brasil;
^b Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Dept^o de Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, MG, Brasil.

1. Introdução

O intenso processo de verticalização das construções e a evolução tecnológica na área de engenharia e de sistemas computacionais nos últimos anos têm levado a edifícios cada vez mais esbeltos. Nestes casos, a ação do vento pode produzir efeitos significativos, gerando esforços adicionais quando são aplicadas simultaneamente as demais ações atuantes na estrutura, a qual, portanto, deve ser projetada levando-se em conta a avaliação da estabilidade global. Em estruturas de concreto armado, esta avaliação pode ser realizada com o auxílio do parâmetro de instabilidade α e do coeficiente γ_z , apresentados na NBR 6118:2014 [1]. O parâmetro de instabilidade α constitui uma medida da deslocabilidade horizontal da estrutura, avaliando sua sensibilidade aos efeitos de segunda ordem. Acima de um determinado limite de α , a estrutura é classificada como de nós móveis, tornando necessária a consideração dos esforços adicionais que surgem na configuração deformada. Analogamente ao parâmetro de instabilidade α , o coeficiente γ_z pode ser utilizado para classificar as estruturas (nós fixos ou móveis). Porém o coeficiente γ_z vai além do parâmetro de instabilidade α , uma vez que ele também pode ser utilizado para avaliar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que seu valor não ultrapasse um determinado limite.

Porém, como o coeficiente γ_z apresenta um valor único para toda a estrutura, a sua utilização pode resultar em esforços finais subestimados em alguns pavimentos, e superestimados em outros. Isto porque os efeitos de segunda ordem sofrem variações ao longo da altura do edifício, como constatado em diversos estudos (Carmo [2], Lima & Guarda [3] e Oliveira [4]).

Dentro deste contexto, busca-se neste trabalho avaliar o processo simplificado de obtenção dos esforços finais utilizando o coeficiente γ_z levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Com este objetivo, será realizada uma análise estatística dos resultados obtidos por Oliveira et al. [5], que analisaram em primeira e segunda ordem diversos edifícios de médio porte em concreto armado utilizando o “software” ANSYS [6].

2. Efeitos de segunda ordem e classificação das estruturas

A NBR 6118:2014 [1] distingue os seguintes efeitos de segunda ordem:

- efeitos globais: esforços de segunda ordem introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a ações verticais e horizontais;
- efeitos locais: surgem nas barras da estrutura, como um lance de pilar, quando os respectivos eixos deixam de ser retilíneos;
- efeitos localizados: surgem em pilares parede (simples ou compostos), em regiões com não retilineidade maior do que a do eixo do pilar como um todo.

Ainda de acordo com a NBR 6118:2014 [1], a estrutura pode ser classificada como de nós fixos se os efeitos globais de segunda ordem forem inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem, podendo ser desprezados. Caso contrário (efeitos globais de segunda ordem superiores a 10% dos de primeira ordem) a estrutura é classificada como de nós móveis.

Vale ressaltar que a não consideração dos efeitos globais de segunda ordem não implica na não consideração dos efeitos locais e localizados, já que a estabilidade global não garante a estabilidade local, e vice-versa. Sendo assim, tanto nas estruturas de nós fixos quanto nas estruturas de nós móveis, é obrigatório levar em conta os efeitos locais e localizados de segunda ordem. Neste trabalho, como o estudo relaciona-se apenas aos efeitos globais de segunda ordem, eles serão denominados simplesmente de efeitos de segunda ordem.

Portanto, considerando os momentos fletores, por exemplo, uma estrutura será classificada como de nós fixos se:

$$M_{2d} \leq 1,1M_{1d} \quad (1)$$

sendo que:

- M_{2d} é o momento de cálculo total, que inclui os efeitos de segunda ordem;

- M_{1d} é o momento de cálculo de primeira ordem.

No entanto, não é esta a verificação que é feita na prática. Isto porque seria necessário realizar uma análise de segunda ordem, que muitas vezes só é desejável para estruturas de nós móveis.

Dessa forma, é extremamente útil que se encontrem processos que permitam, apenas com os resultados da análise de primeira ordem, classificar as estruturas. Assim, o projetista estará apto a escolher, no caso de uma estrutura de nós móveis, entre enrijecê-la e torná-la de nós fixos ou realmente realizar a análise de segunda ordem.

Diferentes parâmetros já foram propostos, alguns determinados a partir de cargas críticas, outros em função da rigidez dos pavimentos. Entre eles, merece destaque o coeficiente γ_z , apresentado por Franco & Vasconcelos [7].

3. Coeficiente γ_z

Realizando-se uma análise linear para as ações horizontais e verticais, podem ser calculados o momento de primeira ordem M_1 em relação à base da estrutura, bem como os deslocamentos horizontais de seus nós. Estes deslocamentos, combinados com as forças verticais, provocam o aparecimento de acréscimos de momentos ΔM_2 , acarretando novos deslocamentos. Este processo ocorre sucessivamente ao longo de várias etapas, ou iterações, gerando acréscimos de momentos cada vez menores. Se a estrutura for estável, estes acréscimos diminuem até se tomarem praticamente nulos. Com os diversos acréscimos de momentos, determina-se o momento final M_2 , que inclui o de segunda ordem:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_j \quad (2)$$

sendo j o número de iterações.

Admitindo-se que os momentos $M_1, \Delta M_2, \Delta M_3, \dots, \Delta M_j$ constituam uma progressão geométrica, a razão é dada por:

$$r = \frac{\Delta M_2}{M_1} = \frac{\Delta M_3}{\Delta M_2} = \dots = \frac{\Delta M_j}{\Delta M_{j-1}} < 1 \quad (3)$$

e pode-se escrever:

$$M_2 = (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{j-1})M_1 \quad (4)$$

Quando j tende ao infinito, a equação (4) fica:

$$M_2 = \frac{1}{1-r} \cdot M_1 \quad \text{ou} \quad M_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_1}} \cdot M_1 \quad (5)$$

Denominando-se γ_z o fator que majora o momento de primeira ordem, e utilizando-se valores de cálculo, obtém-se:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} \quad (6)$$

O coeficiente γ_z pode, então, ser calculado a partir de uma análise linear, determinando-se o momento de primeira ordem M_{1d} e o acréscimo de momentos ΔM_d . A NBR 6118:2014 [1] acrescenta que a análise linear de primeira ordem deve ser realizada reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais (para considerar a não-linearidade física de forma aproximada) e que o coeficiente γ_z é válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares. Segundo França [8] apud Bueno [9], esta limitação do número de pavimentos relaciona-se à carência de estudos sobre a consideração aproximada da não-linearidade para estruturas reticuladas baixas, pois isto têm influência direta nos valores de deslocamentos que irão gerar os efeitos adicionais na estrutura. Quanto mais estes valores se aproximarem dos deslocamentos reais, melhor será a previsão da ampliação de esforços gerada.

De acordo com a NBR 6118:2014 [1], para cada combinação de carregamento, o valor de γ_z pode ser obtido pela equação:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (7)$$

sendo:

- $M_{1,tot,d}$: momento de tombamento, ou seja, soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura.

- $\Delta M_{tot,d}$: soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação.

Lembrando-se que os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados desde que não representem acréscimo superior a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem, uma estrutura poderá ser classificada como de nós fixos se seu $\gamma_z \leq 1,1$.

É importante mencionar que, obviamente, quanto menor é o valor do coeficiente γ_z , mais rígida é a estrutura, o que é facilmente constatado pela análise da equação [7]. Se os deslocamentos horizontais da estrutura forem bastante

grandes, de forma que o acréscimo de momentos $\Delta M_{tot,d}$ se torne aproximadamente igual ao momento $M_{1,tot,d}$ ou seja, $\Delta M_{tot,d} / M_{1,tot,d} \cong 1$, o coeficiente γ_z tenderá ao infinito. Este seria o caso de uma estrutura infinitamente flexível. Por outro lado, para uma estrutura infinitamente rígida, isto é, que não se deslocasse sob a ação do carregamento, a parcela $\Delta M_{tot,d}$ seria nula, e, conseqüentemente, o coeficiente γ_z seria igual a 1.

Lacerda et al. [10] realizaram um estudo sobre a estabilidade global determinando o parâmetro de instabilidade α e o coeficiente γ_z para um edifício de concreto armado, analisado com e sem núcleo rígido em sua região central. A partir das avaliações realizadas os autores constataram que a utilização de núcleos-rígidos influencia significativamente a estabilidade global das estruturas, principalmente em edifícios altos. Além disso, como o núcleo rígido permite a redução das seções transversais dos demais elementos estruturais constituintes da edificação, ele também poderia ser utilizado em edifícios menos esbeltos.

Freitas [11] acrescenta, em seu estudo sobre avaliação da estabilidade global de edifícios com e sem elementos de contraventamento, que, além do núcleo rígido, outras soluções também contribuem para a rigidez da estrutura, como pórticos formados por vigas e pilares e sistema de paredes de concreto.

Freitas et al. [12] calcularam os valores de α e γ_z por meio da simulação de um edifício no "software" de modelagem estrutural CAD/TQS. Foram adotadas duas soluções estruturais: uma sem pilar parede e outra com pilar parede. Os valores de γ_z obtidos para os modelos calculados sem pilar parede se apresentaram superiores aos dos modelos com pilar parede. Além disso, a variação de tensões nos pilares dos modelos com pilar parede produziu pequena diferença entre os resultados de γ_z obtidos. Para os modelos sem pilar parede, a variação da tensão nos pilares alterou significativamente os valores de γ_z . Finalmente, os autores concluíram que a variação da tensão dos pilares não é o fator decisivo na obtenção de valores de γ_z aceitáveis, e sim a presença de elementos que colaborem com aumento da rigidez a flexão. No estudo optou-se pelo uso de pilares parede, porém os autores ressaltam que podem também ser utilizados vigas com rigidez elevada, paredes estruturais em concreto armado e aumento da seção dos pilares na direção de menor rigidez da estrutura.

Passos et al. [13] estudaram a estabilidade global de edificações esbeltas compostas por lajes planas, com ordem de esbelteza de um para seis, por meio da modelagem de uma edificação com lajes protendidas não-aderentes e lajes nervuradas. Entre os fatores que possibilitaram reduções no coeficiente γ_z , estão: o aumento da espessura das lajes protendidas e o aumento da capa das lajes nervuradas, a redução do pé direito entre os pavimentos nos modelos e a aplicação de um valor maior do coeficiente que considera a não linearidade física nas lajes protendidas. Conclusões semelhantes foram obtidas por Feitosa & Alves [14], que observaram que o aumento da espessura das lajes protendidas contribui significativamente para a estabilidade global da edificação. Sendo a edificação desprovida de vigas, a consideração das lajes como elemento resistente aos esforços horizontais torna-se ainda mais relevante. Vale ressaltar que o coeficiente γ_z não é utilizado apenas para avaliar a estabilidade global da estrutura, classificando-a como de nós fixos ou móveis. Ele também pode ser empregado para estimar os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, desde que

seu valor não ultrapasse um determinado limite. Segundo a NBR 6118:2014 [1], os esforços finais, que incluem os de segunda ordem, podem ser avaliados a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95\gamma_z$, desde que γ_z não ultrapasse 1,3. Porém, de acordo com o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000 [15], os valores finais dos esforços poderiam ser obtidos multiplicando-se os momentos de primeira ordem por $0,95\gamma_z$, também com a condição de que $\gamma_z \leq 1,3$. Nota-se então que o γ_z , antes majorador dos momentos de primeira ordem, passou a ser o coeficiente majorador das ações horizontais.

Segundo Moncayo [16], a utilização de γ_z como majorador de esforços para a obtenção dos esforços de segunda ordem gera resultados muito melhores que o emprego de $0,95 \gamma_z$.

Franco & Vasconcelos [7] consideram que pode-se obter uma boa estimativa dos resultados da análise de segunda ordem utilizando γ_z como majorador dos momentos de primeira ordem.

Neste trabalho inicialmente será realizada uma avaliação da eficiência do coeficiente γ_z como majorador dos esforços de primeira ordem (não só dos momentos fletores, mas também das forças normais e cortantes) e como majorador das ações horizontais, para a obtenção dos esforços finais, que incluem os de segunda ordem. Em seguida, o processo de majoração considerado mais eficiente será estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios, por meio de uma análise estatística dos resultados obtidos.

4. Medidas e testes estatísticos

A coleta de dados representa apenas a etapa inicial de uma análise estatística, a qual busca transformá-los em um conjunto de medidas significativo, validando a pesquisa científica.

Diversas medidas podem ser usadas para descrever um conjunto de dados, entre elas: média e mediana (medidas de tendência central); desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo (medidas de variabilidade).

Apresentações gráficas, como histogramas e gráficos do tipo *box-plot*, são úteis para aumentar a legibilidade dos dados. Histogramas são utilizados para exibir medidas contínuas, principalmente em termos de intervalo. *Boxplots* (diagramas de caixa) exibem simultaneamente uma série de aspectos a respeito da distribuição, como média, mediana, mínimo e máximo.

Vale ressaltar que, segundo Levin et al. [17], a abordagem descritiva não constitui a principal meta da tomada de decisão, estando a maior parte dos pesquisadores atentos aos testes de hipóteses, as quais geralmente estão relacionadas a diferenças entre grupos. Para a comparação de três ou mais grupos pode ser empregado o teste de Kruskal-Wallis. Assim, inicialmente, devem ser definidas duas hipóteses, as denominadas hipóteses nula e alternativa. A hipótese nula (H_0) estabelece que os diversos grupos não diferem significativamente enquanto que, segundo a hipótese alternativa (H_1), existem diferenças significativas entre alguns ou todos os grupos.

O teste de Kruskal-Wallis envolve a determinação de uma estatística, H , que deve ser comparada com um valor crítico tabelado. Com base nesta comparação, pode-se decidir entre rejeitar ou não a hipótese nula.

A estatística H pode ser calculada como:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^a \frac{R_{iT}^2}{n_i} - 3(N+1) \quad (8)$$

onde:

- N é o número total de observações;
- a é o número de amostras;
- n_i representa o número de observações da amostra i ;
- R_{iT} é o total dos postos da amostra i . Para o cálculo de R_{iT} , deve-se ordenar todas as N observações, da menor para a maior, e atribuir à menor observação o posto 1, à próxima menor o posto 2, e assim sucessivamente, até que seja atribuído à maior observa-

Tabela 1

Características principais dos edifícios analisados

Edifício	Nº de pavimentos	Pé-direito (m)	Nº de lajes	Nº de vigas	Nº de pilares	f_{ck} (MPa)
I	16	2,90	8	8	15	20
II	18	2,55	11	21	16	30
III	20	2,75	9	10	15	45
IV	30	2,85	4	6	9	20
V	22	2,75	11	20	22	65
VI	15	2,90	9	8	16	25
VII	18	2,88	10	11	16	25
VIII	18	2,70	17	31	28	25
IX	20	2,56	12	27	14	30
X	20	2,90	6	9	12	25

ção o posto N . Finalmente, o valor de R_{iT} é então obtido somando-se os postos relativos à amostra i .

A hipótese nula deverá ser rejeitada se:

$$H \geq \chi_{\alpha, a-1}^2 \quad (9)$$

sendo $\chi_{\alpha, a-1}^2$ o valor crítico tabelado (podendo ser encontrado, por exemplo, em Werkema & Aguiar [18]), correspondente à um determinado nível de significância α e com $a-1$ graus de liberdade. O nível de significância α representa a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela for verdadeira. Portanto, quanto menor for o valor de α , maior será a confiança na decisão de rejeitar H_0 . Convencionalmente adota-se $\alpha = 0,05$, o que significa que há uma probabilidade de rejeitar erroneamente H_0 igual a 5%. Vale mencionar que, em diversas situações, torna-se conveniente realizar um teste de hipóteses por meio da comparação entre o nível de significância α e o denominado valor p , que indica o “peso” da evidência contra H_0 . Se p for pequeno, existe uma forte evidência para se rejeitar a hipótese nula. De forma geral, pode-se escrever:

- $p < \alpha \Rightarrow$ rejeita-se H_0 ;

- $p \geq \alpha \Rightarrow$ não rejeita-se H_0 .

O valor p pode ser obtido através de tabelas, ou, nos casos mais complexos, utilizando programas estatísticos. Maiores detalhes relativos à obtenção de p podem ser encontrados em Montgomery

& Runger [19].

Para comparar pares de grupos pode ser usado o teste de Mann-Whitney. Este teste, analogamente ao teste de Kruskal-Wallis, baseia-se na definição de duas hipóteses e na comparação de uma estatística calculada com um valor crítico tabelado. Assim, a hipótese nula (H_0) estabelece que não existem diferenças significativas entre os dois grupos enquanto que, segundo a hipótese alternativa (H_1), os grupos diferem significativamente.

No caso de amostras com tamanhos superiores a oito, a hipótese nula será rejeitada se:

$$|z_0| > z_{\alpha/2} \quad (10)$$

sendo z_0 a estatística a ser comparada com o valor crítico tabelado $z_{\alpha/2}$, encontrado em Werkema et al. [20] e Montgomery & Runger [19], entre outros.

Pode-se calcular z_0 por meio da seguinte expressão:

$$z_0 = \frac{w_1 - \mu_{w1}}{\sigma_{w1}} \quad (11)$$

onde:

- w_1 é a soma dos postos na amostra menor;

Tabela 2

Valores dos coeficientes γ_z e classificação das estruturas

Edifício	Direção	γ_z	Classificação
I	X	1,19	Estrutura de nós móveis
	Y	1,14	Estrutura de nós móveis
II	X	1,32	Estrutura de nós móveis
	Y	1,16	Estrutura de nós móveis
III	X	1,06	Estrutura de nós fixos
	Y	1,32	Estrutura de nós móveis
IV	X = Y	1,30	Estrutura de nós móveis
V	X	1,17	Estrutura de nós móveis
	Y	1,28	Estrutura de nós móveis
VI	X = Y	1,21	Estrutura de nós móveis
VII	X	1,27	Estrutura de nós móveis
	Y	1,14	Estrutura de nós móveis
VIII	X	1,30	Estrutura de nós móveis
	Y	1,22	Estrutura de nós móveis
IX	X	1,31	Estrutura de nós móveis
	Y	1,29	Estrutura de nós móveis
X	X	1,30	Estrutura de nós móveis
	Y	1,22	Estrutura de nós móveis

- μ_{w1} é a média da distribuição de w_r , dada por:

$$\mu_{w1} = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \quad (12)$$

sendo n_1 e n_2 os números de observações das amostras menor e maior, respectivamente;

- σ_{w1} é o desvio padrão da distribuição de w_r , definido como:

$$\sigma_{w1} = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}} \quad (13)$$

5. Aplicações numéricas

Para conduzir o estudo, serão analisados os resultados obtidos por Oliveira et al. [5], complementando-os. Os referidos autores processaram em primeira e segunda ordem, utilizando o “software” ANSYS [6], dez edifícios de médio porte em concreto armado, cujas principais características encontram-se na tabela [1]. Foram utilizados modelos tridimensionais, representando os pilares e vi-

gas por meio do elemento de barra “beam 4”, que apresenta seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções X, Y e Z.

Como descrito por Oliveira et al. [5], os edifícios foram processados considerando ambas as ações verticais (compostas pelas cargas permanentes e pela carga acidental ou sobrecarga) e horizontais (correspondentes à ação do vento, nas direções paralelas aos eixos X e Y). Os coeficientes aplicados às ações foram definidos a partir da combinação última normal que considera o vento como a ação variável principal, sendo determinados conforme a NBR 6118:2014 [1]. O processamento das estruturas em segunda ordem foi realizado por meio de uma análise não linear geométrica, considerando a não-linearidade física de forma simplificada através da redução de rigidez dos elementos estruturais (foram adotados os valores iguais a $0,8 I_c$ para os pilares e $0,4 I_c$ para as vigas, sendo I_c o momento de inércia da seção bruta de concreto).

5.1 Valores obtidos para o coeficiente γ_z

Inicialmente, com os resultados da análise em primeira ordem, foram calculados os coeficientes γ_z para todos os edifícios, nas direções X e Y. A tabela [2] apresenta os valores obtidos, juntamente com a classificação das estruturas, em ambas as direções.

Tabela 3

Coefficientes γ_z e valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem)

Edifício	Direção	γ_z	Pilares		Vigas	
			Força normal	Momento fletor	Força cortante	Momento fletor
I	X	1,19	1,01	1,17	1,01	1,11
	Y	1,14	1,01	1,16	1,01	1,07
II	X	1,32	1,01	1,35	1,02	1,27
	Y	1,16	1,02	1,14	1,03	1,20
III	X	1,06	1,02	1,11	1,03	1,03
	Y	1,32	1,02	1,24	1,04	1,27
IV	X = Y	1,30	1,03	1,23	1,03	1,23
V	X	1,17	1,02	1,16	1,03	1,15
	Y	1,28	1,03	1,28	1,01	1,28
VI	X = Y	1,21	1,02	1,17	1,03	1,20
VII	X	1,27	1,02	1,24	1,04	1,24
	Y	1,14	1,03	1,12	1,04	1,15
VIII	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,32
	Y	1,22	1,02	1,23	1,03	1,20
IX	X	1,31	1,01	1,35	1,02	1,29
	Y	1,29	1,01	1,27	1,02	1,23
X	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,26
	Y	1,22	1,02	1,15	1,03	1,18

5.2 Avaliação do γ_z como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem (momentos fletores, forças normais e cortantes) para a obtenção dos esforços finais

A partir do processamento das estruturas em primeira e segunda ordem, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, foi calculada, para todos os pavimentos dos edifícios, a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem, nas direções X e Y.

Foram levados em conta apenas os esforços realmente relevantes no dimensionamento estrutural: momentos fletores e forças normais para os pilares; momentos fletores e forças cortantes para as vigas.

A tabela [3] apresenta os resultados médios dos pavimentos e os valores de γ_z para todos os edifícios, em ambas as direções. Assim, realizando uma análise comparativa entre os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente γ_z , observa-se que:

- para a força normal nos pilares e a força cortante nas vigas, os acréscimos médios são muito pequenos (entre 1% e 4%), bem inferiores aos previstos pelo γ_z . Dessa forma a majoração dessas forças pelo coeficiente γ_z não se faz necessária, mesmo para altos valores deste (como ocorre, por exemplo, no caso do edifício II, na direção X);
- os acréscimos médios obtidos no caso do momento fletor nos pilares e nas vigas apresentam boa proximidade em relação ao γ_z . Para o momento fletor nos pilares, a maior diferença entre os acréscimos médios e os previstos pelo γ_z vale cerca de 6% (edifício III, direção Y), a favor da segurança. Quanto ao momento fletor nas vigas, a máxima diferença, correspondente ao acréscimo obtido para o edifício I, na direção X, é da ordem de 6,7%, também a favor da segurança. Considerando apenas os casos em que a majoração por γ_z estaria contra a segurança, observam-se diferenças máximas inferiores a 5%, para o momento nos pilares (edifício III, direção X), e a 4%, para o momento nas vigas (edifício II, direção Y).

O gráfico representado na figura [1] relaciona os coeficientes γ_z , correspondentes a todos os edifícios e em ambas as direções, com os valores médios da relação (momento em segunda ordem/momento em primeira ordem), para os pilares e vigas, respectivamente. Neste gráfico, a relação entre os momentos é denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, uma vez que representa o valor pelo qual os momentos de primeira ordem devem ser multiplicados para que se obtenham os momentos finais, que incluem os de segunda ordem. Assim, para cada coeficiente γ_z , corresponde um determinado majorador, conforme a tabela [3] (3ª, 5ª e 7ª colunas). Quanto mais próximos estiverem os valores de γ_z e do majorador obtido, maior é a eficiência do γ_z como majorador dos momentos de primeira ordem para a determinação dos momentos finais.

Observa-se na figura [1] que, como já comentado, tanto no caso dos pilares quanto no caso das vigas, os majoradores dos momentos de primeira ordem apresentam diferenças pouco significativas (isto é, quase sempre inferiores a 5%) quando comparados ao γ_z . Isto é facilmente constatado pela proximidade dos pontos

em relação à reta denominada “ideal”, que corresponde a valores iguais para o majorador obtido e o coeficiente γ_z . Além disso, nota-se que a grande maioria dos pontos encontra-se abaixo da reta “ideal”, o que significa que o majorador obtido é inferior a γ_z , e, portanto, nestes casos, a majoração dos momentos de primeira ordem por γ_z estaria a favor da segurança. Vale ressaltar que esta majoração se mostraria contra a segurança em apenas 28% dos casos para o momento nos pilares e 17% dos casos para o momento nas vigas, como pode ser verificado pelo pequeno número de pontos situados acima da reta “ideal”.

Portanto, a princípio, a obtenção dos momentos finais (primeira ordem + segunda ordem) a partir da majoração dos momentos de primeira ordem por γ_z mostra-se satisfatória. Porém, ressalta-se que o estudo foi realizado para estruturas que apresentam valores máximos de γ_z da ordem de 1,3, ou seja, para as quais, segundo a NBR 6118:2014 [1], o processo simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente γ_z ainda é válido. Além disso, foram considerados os acréscimos médios das estruturas como um todo, sem levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios. Esta variação será estudada de forma detalhada no item 5.4.

5.3 Avaliação do γ_z como coeficiente majorador das ações horizontais para a obtenção dos esforços finais

Com o objetivo de avaliar o desempenho do γ_z como majorador das ações horizontais para a obtenção dos esforços finais, os edifícios foram submetidos à análises em primeira e segunda ordem, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais. Porém, o processamento das estruturas em primeira ordem

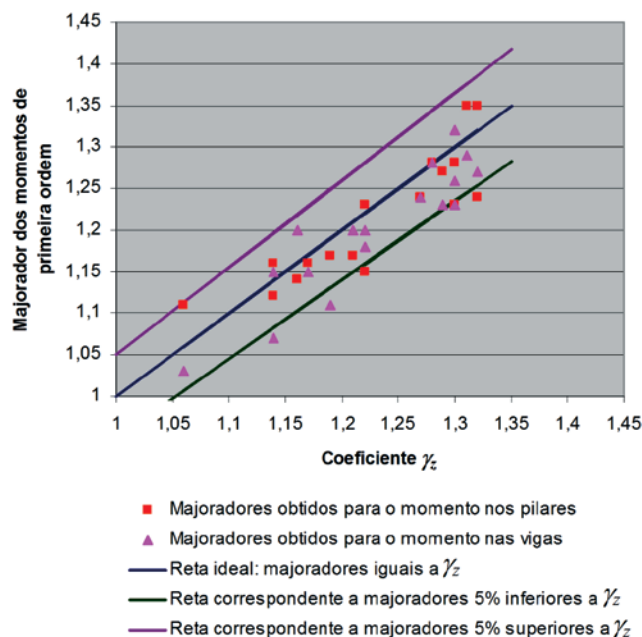


Figura 1
Relação entre os majoradores dos momentos de primeira ordem e os coeficientes γ_z

foi realizado com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95\gamma_z$. Calculou-se, então, a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem, para todos os pavimentos dos edifícios, em ambas as direções. Os valores médios dos pavimentos estão apresentados na tabela [4].

É importante mencionar que os valores dos esforços obtidos na análise em primeira ordem deveriam, neste caso, representar os valores finais dos esforços (primeira ordem + segunda ordem), uma vez que eles foram determinados com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95\gamma_z$. Portanto, a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem deveria ser igual a 1,0, ou, ao menos, próxima deste valor. De fato, isto ocorre para a força normal nos pilares e para força cortante nas vigas, como pode ser observado na tabela [4]. Porém, tais relações já apresentavam valores próximos de 1,0 mesmo realizando a análise em primeira ordem sem a majoração adicional das ações horizontais por $0,95\gamma_z$, o que pode ser verificado na tabela [3]. Assim, pode-se afirmar que, para a força normal nos pilares e para força cortante nas vigas, as análises em primeira ordem realizadas com ou sem a majoração adicional das ações horizontais por $0,95\gamma_z$ fornecem praticamente os mesmos resultados.

Ainda na tabela [4], nota-se que, para os momentos fletores nos pilares e nas vigas, as relações médias entre os resultados em segunda e em primeira ordem apresentam-se, de forma geral, bem distantes de 1,0, chegando a atingir valores bastante significativos, como por exemplo, no caso do edifício IX, direção X (iguais a 1,25 e 1,28 para os pilares e vigas, respectivamente). Vale comentar que as diferenças entre os momentos obtidos nas análises em segunda e em primeira ordem ultrapassam o valor de 10%

em 94% dos casos para os pilares e em 83% dos casos para as vigas. Dessa forma, a obtenção dos momentos finais a partir da majoração adicional das ações horizontais por $0,95\gamma_z$ não conduz a bons resultados.

Finalmente, pode-se considerar que, para os edifícios estudados neste trabalho, o processo simplificado de avaliação dos esforços finais que utiliza o coeficiente γ_z como majorador dos momentos de primeira ordem (e não das ações horizontais) fornece resultados bem próximos daqueles obtidos a partir da análise em segunda ordem. Vale ressaltar que, como comentado no item 5.2, a majoração da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas pelo coeficiente γ_z não se faz necessária, uma vez que, para estes esforços, os valores obtidos em primeira e em segunda ordem são praticamente os mesmos.

5.4 Estudo da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios

No presente item, o método simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente γ_z é estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Este estudo é realizado considerando o processo de majoração que forneceu resultados mais próximos daqueles obtidos a partir da análise em segunda ordem, conforme os itens 5.2 e 5.3. Assim, o coeficiente γ_z é considerado majorador dos momentos de primeira ordem, para a determinação dos momentos finais, partindo-se do princípio que a força normal nos pilares e a força cortante nas vigas são obtidas diretamente da análise em primeira ordem.

Tabela 4

Valores médios da relação (esforço em segunda ordem/ esforço em primeira ordem obtido com as ações horizontais adicionalmente majoradas por $0,95\gamma_z$)

Edifício	Direção	Pilares		Vigas	
		Força normal	Momento fletor	Força cortante	Momento fletor
I	X	1,01	1,15	1,01	1,08
	Y	1,01	1,14	1,02	1,05
II	X	1,01	1,22	1,02	1,29
	Y	1,02	1,12	1,03	1,20
III	X	1,02	1,11	1,02	1,03
	Y	1,02	1,18	1,03	1,24
IV	X = Y	1,03	1,15	1,03	1,18
V	X	1,02	1,14	1,03	1,14
	Y	1,03	1,17	1,00	1,19
VI	X = Y	1,02	1,09	1,03	1,14
VII	X	1,02	1,14	1,04	1,20
	Y	1,03	1,11	1,04	1,13
VIII	X	1,02	1,17	1,03	1,33
	Y	1,02	1,16	1,02	1,17
IX	X	1,01	1,25	1,02	1,28
	Y	1,01	1,19	1,03	1,20
X	X	1,02	1,16	1,01	1,22
	Y	1,02	1,11	1,03	1,16

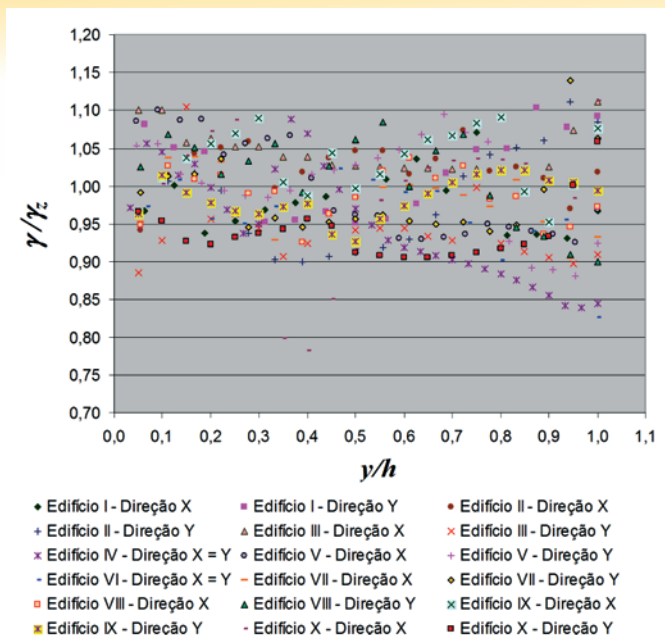


Figura 2
Variação da razão γ / γ_z ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para os pilares

O estudo a ser realizado baseia-se na comparação, para cada pavimento da estrutura, entre os acréscimos sofridos pelos momentos de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente γ_z . Assim, considera-se a relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem (para os pilares e vigas, respectivamente), ao longo da altura de todos os edifícios, para as direções X e Y. Esta relação entre os momentos pode ser denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, “ γ ”, uma vez que, como já comentado no item 5.2, representa o valor pelo qual os momentos de primeira ordem devem ser multiplicados para que se obtenham os momentos finais, que incluem os de segunda ordem. Na situação ideal, na qual a majoração dos momentos de primeira ordem por γ_z fornece os momentos finais com 100% de precisão, os valores de γ e γ_z devem coincidir para todos os pavimentos dos edifícios, isto é, $\gamma / \gamma_z = 1$ ao longo de toda a altura. Tendo em vista as considerações apresentadas, foram construídos os gráficos mostrados nas figuras [2] e [3], que representam a variação da razão γ / γ_z ao longo da altura de todos os edifícios, em ambas as direções, para os pilares e vigas, respectivamente. Nestes gráficos, o eixo das abscissas corresponde à relação y/h , onde y representa a altura do pavimento considerado e h é a altura total da estrutura.

Verifica-se nas figuras [2] e [3] que a maior parte dos valores de γ / γ_z parece estar situada entre, aproximadamente, 0,90 e 1,10, tanto no caso dos pilares quanto no caso das vigas. Constatase

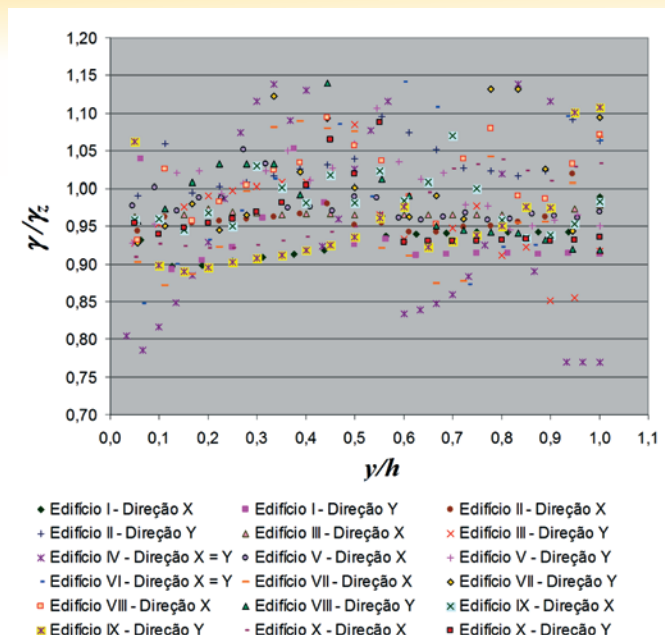


Figura 3
Variação da razão γ / γ_z ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para as vigas

também que não é possível avaliar com precisão a variação e a distribuição de γ / γ_z a partir da simples observação das figuras [2] e [3]. Assim, para uma melhor avaliação dos resultados obtidos, será realizada uma análise estatística, utilizando o “software” MINITAB [21].

5.4.1 Análise estatística

Inicialmente foram calculadas as medidas de tendência central (média e mediana) e de variabilidade (desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo) para a variável envolvida no estudo, a relação γ / γ_z . Os resultados obtidos encontram-se na tabela [5]. Para visualizar graficamente a distribuição da variável γ / γ_z foram construídos os histogramas apresentados nas figuras [4] e [5], correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente. Nota-se na tabela [5] que a relação γ / γ_z varia de 0,77 (ou 0,78) a 1,14, sendo a média obtida inferior a 1,0, tanto para os pilares quanto para as vigas. Verifica-se também que aproximadamente 50% dos valores de γ / γ_z são menores que 0,990 no caso dos pilares e 0,970 no caso das vigas. Além disso, pode-se considerar pequena a variabilidade de γ / γ_z , uma vez que os coeficientes de variação obtidos encontram-se entre 6% e 7%. Vale comentar que o coeficiente de variação é uma medida que expressa a variabilidade em termos relativos, comparando o desvio padrão com a média, e pode ser considerado pequeno quando não ultrapassa 30%.

Tabela 5
Medidas descritivas básicas para a variável γ / γ_z

Variável	Tamanho da amostra (n)	Média	Desvio padrão	Coefficiente de variação (%)	Mínimo	Mediana	Máximo
γ / γ_z pilares	349	0,988	0,060	6,120	0,780	0,990	1,140
γ / γ_z vigas	349	0,975	0,065	6,720	0,770	0,970	1,140

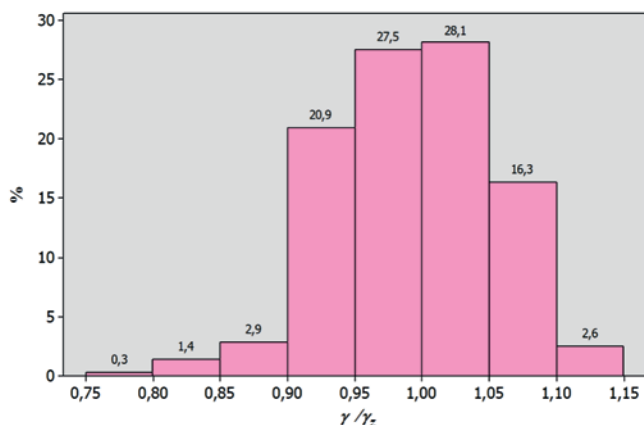


Figura 4
Histograma para a variável γ / γ_z correspondente aos pilares

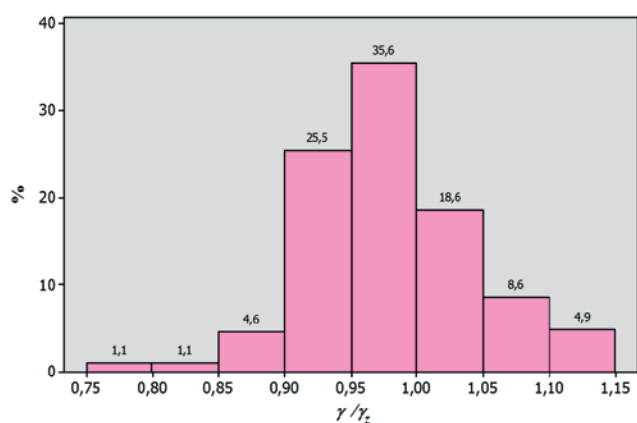


Figura 5
Histograma para a variável γ / γ_z correspondente às vigas

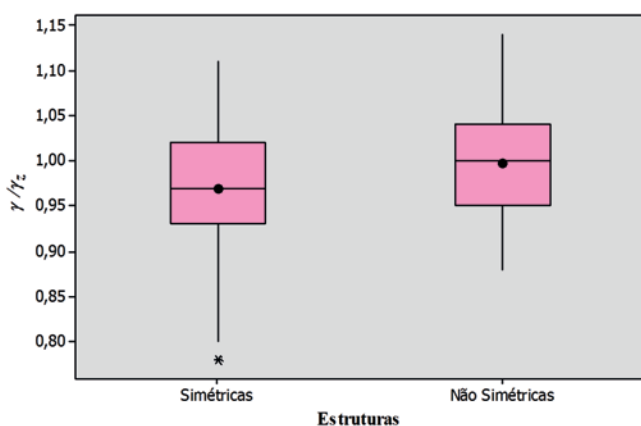


Figura 6
Boxplot para a variável γ / γ_z estratificado pela simetria das estruturas, correspondente aos pilares

Observando os histogramas das figuras [4] e [5], verifica-se que a razão γ / γ_z apresenta valor inferior a 1,05 em 81% dos casos para os pilares e em 87% dos casos para as vigas. Isto significa que, para a maior parte das situações, a majoração dos momentos em primeira ordem por γ_z forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%. Constata-se também que, no caso dos pilares, as freqüências são maiores para valores de γ / γ_z situados entre 0,95 e 1,05. Para as vigas, a freqüência é mais alta no intervalo $0,95 \leq \gamma / \gamma_z < 1,00$. Ressalta-se ainda que apenas cerca de 7% dos valores de γ / γ_z no caso dos pilares e 12% no caso das vigas encontram-se fora do intervalo $0,90 \leq \gamma / \gamma_z < 1,10$.

Buscando avaliar se a relação γ / γ_z varia significativamente de acordo com o edifício, ou se os resultados obtidos para os diversos edifícios poderiam ser considerados semelhantes, foi realizado o teste de Kruskal-Wallis. Na tabela [6] estão apresentados os resultados para os pilares e vigas. Observa-se que as estatísticas H mostram-se superiores aos valores críticos $\chi_{0,05,9}^2$ e, portanto, deve-se rejeitar a hipótese nula H_0 em favor da hipótese alternativa H_1 . Dessa forma é possível concluir que, tanto para os pilares quanto para as vigas, existem diferenças significativas no valor obtido para a relação γ / γ_z de acordo com o edifício analisado. Pode-se chegar a esta mesma conclusão notando que p é inferior ao nível de significância $\alpha = 0,05$.

É interessante também estudar a distribuição da variável γ / γ_z levando em conta a possível simetria da estrutura. Assim, as estruturas foram divididas em dois grupos: o grupo das estruturas “simétricas” (constituído apenas pelos edifícios duplamente simétricos) e o grupo das estruturas “não simétricas” (constituído pelos demais edifícios). Foram, então, construídos os *boxplots* mostrados nas figuras [6] e [7], correspondentes aos pilares e às vigas, respectivamente. Nestes gráficos, o segmento horizontal localizado no interior do retângulo representa a mediana, o círculo representa a média e os asteriscos correspondem às observações discrepantes, denominadas “outliers”.

Nota-se no *boxplot* da figura [6] que, para os pilares, a relação γ / γ_z varia entre 0,78 e 1,11, no caso das estruturas “simétricas”, e entre 0,88 e 1,14, considerando as estruturas “não simétricas”. Observa-se também que as estruturas “não simétricas” apresentam maiores média e mediana que as “simétricas” e estas, por sua vez, possuem resultados com maior variabilidade. Vale ressaltar que nos edifícios duplamente simétricos, 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,02; este valor aumenta para 1,04 no caso das estruturas “não simétricas”. Constata-se ainda a presença de um “outlier” para as estruturas “simétricas”, correspondente a $\gamma / \gamma_z = 0,78$.

Analisando o *boxplot* da figura [7], correspondente às vigas, observa-se que os valores obtidos para a relação γ / γ_z estão situados entre 0,77 e 1,14, para as estruturas “simétricas”, e entre 0,85 e 1,14, considerando as estruturas “não simétricas”. Verifica-se também que, como ocorre no caso dos pilares, as estruturas “simétricas” apresentam maior variabilidade, porém menores média e mediana que as “não simétricas”. Além disso, em ambos os grupos de edifícios, pelo menos 75% dos resultados mostram-se inferiores a 1,02. Vale comentar que as estruturas “não simétricas” apresentam duas observações discrepantes, correspondentes a valores de γ / γ_z iguais a 1,13 e 1,14.

Com o objetivo de verificar se existem evidências estatísticas de

que as estruturas “simétricas” sejam diferentes das estruturas “não simétricas”, em relação ao valor de γ / γ_z obtido, foi realizado o teste de Mann-Whitney. Os resultados para os pilares e vigas estão apresentados na tabela [7]. Nesta tabela, verifica-se, por meio da comparação entre os valores de $|Z_0|$ e de $Z_{0,025}$ (ou entre p e α), que a hipótese nula H_0 deve ser rejeitada em ambos os casos. Assim, pode-se afirmar que, tanto para os pilares quanto para as vigas, existem diferenças relevantes na variável γ / γ_z de acordo com o tipo de estrutura considerada (“simétricas” ou “não simétricas”), ou seja, a presença ou não de simetria influencia significativamente o valor de γ / γ_z .

6. Considerações finais

Neste trabalho o processo simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente γ_z como majorador dos momentos de primeira ordem foi estudado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Para conduzir o estudo, foi definida a relação γ / γ_z , sendo “ γ ” denominado de majorador dos momentos de primeira ordem (relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, para os pilares e vigas, ao longo da altura dos edifícios). Observou-se que a razão γ / γ_z variou de 0,77 (ou 0,78) a 1,14, (sendo as médias e medianas obtidas inferiores a 1,0), e que cerca de 90% dos valores encontravam-se dentro do intervalo $0,90 \leq \gamma / \gamma_z < 1,10$, tanto para os pilares quanto para as vigas. Além disso, em 81% dos casos para os pilares e em 87% dos casos para as vigas a razão γ / γ_z apresentou-se inferior a 1,05, indicando que,

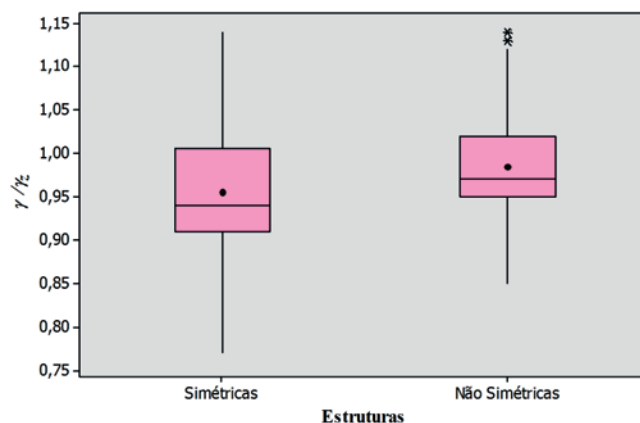


Figura 7

Boxplot para a variável γ / γ_z estratificado pela simetria das estruturas, correspondente às vigas

para a maior parte das situações, a majoração dos momentos em primeira ordem por γ_z forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%.

Foram realizados testes de hipóteses (testes de Kruskal-Wallis e Mann-Whitney) para avaliar se a relação γ / γ_z varia significativamente de acordo com o edifício e tipo de estrutura (“simétricas” ou “não simétricas”). No entanto, vale comentar que os testes de hipóteses indicam se os diversos grupos diferem ou não do ponto de vista estatístico, ou seja, se as diferenças obtidas entre as

Tabela 6

Resultados do teste de Kruskal-Wallis para os pilares e vigas (verificação de diferenças por edifícios)

Item	Pilares	Vigas
H	30,005	48,386
$\chi^2_{0,05,9}$	16,92	16,92
p	0,000	0,000
α	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se H_0	Rejeita-se H_0

Tabela 7

Resultados do teste de Mann-Whitney para os pilares e vigas (verificação de diferenças por estruturas: “simétrica” x “não simétrica”)

Item	Pilares	Vigas
$ Z_0 $	3,690	4,817
$Z_{0,025}$	1,96	1,96
p	0,000	0,000
α	0,05	0,05
Conclusão	Rejeita-se H_0	Rejeita-se H_0

amostras são ou não “estatisticamente significantes”. Dessa forma, a correta interpretação dos resultados dos testes deve ser feita pelo pesquisador, com base em conhecimentos prévios e observando se a “significância estatística” realmente representa uma “significância prática”, ou, como define Montgomery & Runger [19], uma “significância de engenharia”. Tendo em vista estas considerações pode-se afirmar, a partir do estudo estatístico realizado, que:

■ existem diferenças significativas no valor obtido para a relação γ/λ_z de acordo com o edifício analisado, tanto para os pilares quanto para as vigas. Este resultado é razoável, uma vez que a segurança relacionada ao método simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente γ_z será maior em edifícios “mais comportados” (isto é, que não apresentem péssimos muito discrepantes ou mudanças bruscas de inércia entre pavimentos, por exemplo), para os quais a hipótese formulada no desenvolvimento do método (de que os deslocamentos sucessivos formam uma progressão geométrica) realmente é válida. Nestes casos, portanto, a relação γ/λ_z deverá ser menor ou igual a 1. Por outro lado, para estruturas “menos comportadas” a hipótese adotada se aplica com maiores erros, e, dessa forma, o real majorador γ tende a ser maior que o valor de γ_z calculado, como explica Vasconcelos [22];

■ as estruturas “simétricas” mostraram-se diferentes das estruturas “não simétricas”, em relação ao valor de γ/λ_z obtido, tanto para os pilares quanto para as vigas. Além disso, para as estruturas “não simétricas”, os valores médios e medianos da variável γ/λ_z apresentaram-se superiores aos das “simétricas”. Estes fatos são previsíveis, pois a presença ou não de simetria influencia o comportamento das estruturas e, conseqüentemente, o valor de γ/λ_z , que, como explicado anteriormente, tende a ser menor para edifícios simétricos, ou seja, “mais comportados”.

Em suma, a constatação de que a relação γ/λ_z varia significativamente de acordo com o edifício e tipo de estrutura (“simétricas” ou “não simétricas”) mostra-se coerente, indicando que a segurança relacionada ao processo simplificado de avaliação dos momentos finais utilizando o coeficiente γ_z não é a mesma em todos os casos, mas depende de características particulares dos edifícios que promovem maior ou menor proximidade da hipótese formulada no desenvolvimento do método.

Sendo assim, sugere-se, como novas pesquisas, estudar a eficiência do coeficiente γ_z como majorador dos momentos de primeira ordem no caso de estruturas que apresentam irregularidades na geometria, como, por exemplo, mudanças de inércia e de péssimos entre os pavimentos.

7. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, versão corrigida, 2014.
- [2] CARMO, R.M.S. Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.
- [3] LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente γ_z na análise da estabilidade global de edifícios altos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*, 1999.
- [4] OLIVEIRA, D.M. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.
- [5] OLIVEIRA, D.M.; SILVA, N.A.; OLIVEIRA, P.M.; RIBEIRO, C.C. Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the γ_z and B_2 coefficients. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 7, n. 3, p. 329-348, jun. 2014.
- [6] ANSYS Inc. Ansys Release 9.0 – Theory Reference, 2004.
- [7] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323, 1991.
- [8] FRANÇA, R.L.S. São Paulo, 23 out 2012. Entrevista concedida a Mônica Maria Emerenciano Bueno apud BUENO, M.M.E. Estudo de valores aproximados de rigidez equivalente para vigas e pilares para análises não-lineares globais em estruturas de concreto armado de pequeno porte. Brasília. Tese (Doutorado) – Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2014.
- [9] BUENO, M.M.E. Estudo de valores aproximados de rigidez equivalente para vigas e pilares para análises não-lineares globais em estruturas de concreto armado de pequeno porte. Brasília. Tese (Doutorado) – Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, 2014.
- [10] LACERDA, M.M.S.; FLORÊNCIO, A.C.; SILVA, W.A.; DELALIBERA, R.G. Avaliação dos critérios para análise da estabilidade global em edifícios de concreto armado: estudo de caso. *Revista Eletrônica de Engenharia Civil*, v. 9, n. 2, p. 24-37, out. 2014.
- [11] FREITAS, F.C. Avaliação da estabilidade global de edifícios com e sem elementos de contraventamento. Vitória. Dissertação (Mestrado) – Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, 2015.
- [12] FREITAS, F.C.; LUCHI, L.A.R.; FERREIRA, W.G. Global stability analysis of structures and actions to control their effects. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 9, n. 2, p. 192-213, abr. 2016.
- [13] PASSOS, V.M.; FEITOSA, L.A.; ALVES, E.C.; AZEVEDO, M.S. Analysis of instability of tall buildings with prestressed and waffle slabs. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 9, n. 2, p. 244-262, abr. 2016.
- [14] FEITOSA, L.A.; ALVES, E.C. Study of global stability of tall buildings with prestressed slabs. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v. 8, n. 2, p. 196-224, abr. 2015.
- [15] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2000.
- [16] MONCAYO, W.J.Z. Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.
- [17] LEVIN, J.; FOX, J.A.; FORDE, D.R. Estatística para ciências humanas. 11.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.

- [18] WERKEMA, M.C.C.; AGUIAR, S. Otimização estatística de processos: como determinar a condição de operação de um processo que leva ao alcance de uma meta de melhoria. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.9), 1996.
- [19] MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 2003.
- [20] WERKEMA, M.C.C.; DRUMOND, F.B.; AGUIAR, S. Análise de variância: comparação de várias situações. Belo Horizonte, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais (Série Ferramentas da Qualidade, vol.6), 1996.
- [21] MINITAB Inc. Minitab Statistical Software, Release 14 for Windows, 2003.
- [22] VASCONCELOS, A.C. Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do γ_z para determinação dos efeitos de 2ª ordem?. In: SIMPÓSIO DE ATUALIZAÇÃO SOBRE A NOVA NB-1, Belo Horizonte, 2002.

Analysis of reinforced concrete structures through the ultrasonic pulse velocity: technological parameters involved

Análise de estruturas de concreto armado através da velocidade de propagação do pulso ultrassônico: estudo de parâmetros tecnológicos intervenientes

D.S. ADAMATI ^a
deisesadamatti@hotmail.com

A. LORENZI ^a
alexandre.lorenzi@ufrgs.br

J. A. CHIES ^a
josuechies@gmail.com

L.C.P. SILVA FILHO ^a
lcarlos66@gmail.com

Abstract

Application of Nondestructive Testing (NDT) is an interesting strategy to monitor reinforced concrete structures conditions, especially when occur problems like admixture errors, mixing problems, conveying or placing of concrete . Among the NDT methods applicable to concrete, the Ultrasonic Pulse Velocity has been used in various fields of civil engineering due to the ease of operation, low cost, test velocity and that using this test normally do not need repair the surface analyzed. This work aims to study the influence that certain technological variables have on the results obtained through the UPV. Two concrete elements were cast at the laboratory. One element with reinforcement and another without reinforcement. Inside these elements were introduced objects to reproduce possible concrete damages. To facilitate the analysis the results are represent through several images generated by an image software and an statistical analysis software. This study confirm that the correct choice of test parameters is crucial to have a right interpretation.

Keywords: nondestructive testing, ultrasonic pulse velocity, reinforced concrete structures.

Resumo

A aplicação de Ensaios Não Destrutivos (END) é uma estratégia interessante para monitorar o estado de conservação das estruturas de concreto armado, principalmente quando ocorrem erros de dosagem, problemas na mistura, transporte ou lançamento do concreto. Dentre os métodos de END, aplicáveis ao concreto, o método de ensaio da Velocidade de Propagação do Pulso Ultrassônico (VPU) vem sendo utilizado comumente em diversas áreas da Engenharia Civil, devido à facilidade da operação, ao seu baixo custo, à rapidez na execução dos testes e à ausência de danos ao material analisado. Este trabalho visa estudar a influência que determinadas variáveis tecnológicas exercem sobre os resultados obtidos através dos ensaios de VPU. Foram moldados em laboratório dois elementos de concreto, com dimensões próximas a estruturas reais. Um elemento com armadura nas duas faces e outro sem armadura, nos quais foram introduzidos objetos para reproduzir possíveis falhas de concretagem. De modo a facilitar a análise dos dados, os resultados são apresentados por meio de imagens geradas através de programas computacionais e análises estatísticas. Através deste estudo verificou-se que a escolha dos parâmetros de ensaios é fator crucial para que se tenha uma interpretação correta dos resultados.

Palavras-chave: ensaios não destrutivos, velocidade de propagação do pulso ultrassônico, estruturas de concreto armado.

^a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Programa de Pós Graduação em Ciência e Tecnologias de Materiais (PPGEM), Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais (LEME), Porto Alegre, RS, Brasil.

1. Introduction

The use of construction materials is intertwined with the proper history of the civilization, because it was necessary to men to serve themselves to survive and to satisfy their necessities of shelter and comfort [1]. Many of the buildings in reinforced concrete which form the civil infrastructure are approaching the end of its useful life. Consequently, there is a growing concern about its state of decay and security [2]. In the current scenario, in which the effective product quality requirements are reinforcing, is of vital importance to the development of alternatives that allow, effectively, evaluate the quality "in loco" of concrete structures. The application of NDT, in this panorama, ends up being in an attractive and vital strategy to assess and monitor the condition and characteristics of important structures, especially when they fail, or suffer from errors of dosing, mixing, transport and release of concrete.

Amongst NDT methods used worldwide, which involves the measurement of the UPV is one of the most promising, for simplicity, low cost and good performance. In the literature there are many references to it, being common to description of curves of correlation that seek to correlate the UPV with compressive strength, since both these results are affected by the amount and size of existing voids in the material.

Exactly for this potentiality, the UPV has been the most investigated NDT in research in Structural Tests and Materials Laboratory of the Federal University of Rio Grande do Sul (LEME/UFRGS). In various research work conducted, on the field and in the laboratory, a technique of UPV was developed, mapping with indirect readings, and confirmed that the method, when properly employed, can offer ease of implementation, fast and suitable fault detection capability [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. Several researches related to UPV and concrete. To evaluate the degradation of mechanical properties of concrete and mortar [10], examined the influence of the presence of reinforcement in estimating the depth of surface cracks [11], tested the ability of monitoring reinforced concrete structures [12], evaluated the relationship with compressive strength [13] and to generate sophisticated models for the same, with use of Artificial Neural Network techniques [2].

Despite the contribution of information brought by these studies, doubts about the accuracy of the results, especially when they are necessary interpretations of data from field tests, without standardized conditions. This work has been designed aiming to help reduce existing doubts regarding the use and operation of the ultrasound equipment in field situations, despite many researches developed in laboratory, with test specimens, demonstrate a good ability to fault detection of concreting and estimation of compressive strength of concrete. This is because some variables will interfere with results, differently, especially when used in elements with dimensions close to the real.

The objective proposed for the research is to study the influence that some relevant technological variables exert on the results obtained through tests of UPV. The present work focuses on finding out what limitations of the UPV readings and what degree of interference of the same on the results, when in real conditions. For the development of research, two concrete elements called wall 1 and wall 2 were shaped in laboratory, with dimensions close to real structures. One element is without reinforcement (wall 1) and the

other is with reinforcement on both sides (wall 2), in which objects were introduced to play possible failures of concrete.

The current standardization and articles do not express clearly and objectively the ability of fault detection and interpretation of the results obtained in the readings with the UPV tests, both 'in situ' as in lab environment. Therefore, it is necessary to carry out experiments that might generate correlation factors to enable and enhance the confidence of the UPV test results. Thus, this study seeks to mitigate issues concerning different technological variables, providing a better understanding of the results obtained through the trials of UPV in concrete structures.

2. Nondestructive testing

NDT methods are those that do not cause damage to the element being tested or leave only small lesions that can be repaired easily after the test, not provoking, thus, significant loss of strength or performance of the element. In the case of new structures, these tests can be used for monitoring the strength evolution and to clarify doubts about the quality of the concrete. In existing structures, they aim to evaluate the integrity of the structure. According to Evangelista [14], there are some properties of concrete that can be evaluated with the use of NDT, among them we can mention: density, modulus of elasticity and compressive strength. The surface hardness, absorption, permeability, moisture conditions, the location of the reinforcement, the existence of gaps and cracking can also be investigated.

The TCS-17 document, from the International Atomic Energy Agency [15], points out several specific situations associated with the civil construction, in which the use of NDT methods can be considered attractive:

- quality control in precast or construction in situ;
- removing uncertainties about the acceptability of the material supplied owing to apparent non-compliance with specification;
- confirming or negating doubt concerning the workmanship involved in batching, mixing, placing, compacting or curing of concrete;
- monitoring of strength development in relation to formwork removal, cessation of curing, prestressing, load application or similar purpose;
- location and determination of the extent of cracks, voids, honeycombing and similar defects within a concrete structure;
- determining the concrete uniformity, possibly preliminary to core cutting, load testing or other more expensive or disruptive tests;
- determining the position, quantity or condition of reinforcement increasing the confidence level of a smaller number of destructive tests;
- determining the extent of concrete variability in order to help in the selection of sample locations representative of the quality to be assessed;
- confirming or locating suspected deterioration of concrete resulting from such factors as overloading, fatigue, external or internal chemical attack or change, fire, explosion, environmental effects;
- assessing the potential durability of the concrete;
- monitoring long term changes in concrete properties;
- providing information for any proposed change of use of a structure for insurance or for change of ownership.

Kumar and Santhanam [16] claim that, today, the main objective of the use of NDT in construction is associated, in most cases, to the location and the importance of failures and defects in structures of hardened concrete. Valluzzi et al. [17], consider the application of these methods very useful for more complex diagnostic programs, as this allows identification of regions where the presence of deficiencies is more likely. Breysse et al. [18] also point out that some performance loss or deterioration of the safety level of the material induces significant maintenance costs. According to Lorenzi [12], several of these test methods are efficient and accurate, among which the UPV test combines flexibility, low cost, great capacity for detection and good capability of providing concrete information, being a pretty method used for the analysis of concrete structures.

2.1 Factors involved in the propagation of ultrasonic pulse velocity

The Brazilian standard NBR 8802 [19], prescribes that several factors influence on the results of determination of ultrasonic wave propagation velocity, highlighting the main ones:

The size and shape of the element does not affect the velocity of propagation. However, the equation used to calculate the velocity of ultrasound in solid material is valid only for infinite dimensions. This condition, in practice, is satisfied if the side dimension of the element under consideration is, at least, equal to the wavelength of the transmitted pulse. Below this length, the accuracy of the results reduces. The pulse velocity are usually not affected by the wave path length, as long as it's not too small. In this case, the heterogeneous nature of the concrete becomes important. Physical limitations on the time meter equipment can also introduce errors, in which small path lengths are involved. In previous studies, it was concluded that the measured velocity decreases with the increase in the wave path length.

Several technical standards indicate special care with the surface of the concrete, in order to keep it smooth and clean, and to achieve the perfect coupling of the transducers in the concrete. Following the NBR 8802 [19] presents procedures in case of necessity of settlement of the surface by mechanical process or with the use of cement paste, plaster or resin epoxy, in minimum thickness as possible.

According to Lorenzi et al. [12], very rough surfaces or the ones that have received any finish should be avoided, because the properties of concrete in the main layer are not necessarily the same of its interior. For curved surfaces, Chung and Law [20], indicate the use of dry-point-of-contact transducers.

Studies by Hamassaki [21], Carcaño and Pereyra [22], indicate that the aggregate type variation affects the velocity of the pulse to concretes with compressive strength similar. In studies with the use of limestone gravel. Carcaño and Pereyra [22] found that measures of UPV values for a same level of compressive strength of concrete were higher for households who have better physical properties in terms of density, absorption and resistance to wear. In studies conducted about the influence of the maximum size of coarse aggregate on UPV. Evangelista [14] found that, in a series of maximum diameter (D_{max}) of 19 mm, the UPV 2.5% were 11% higher than the series with $D_{max} = 9.5$ mm, in which was kept the proportion of aggregates in the concrete series, in order to avoid any interference from the variation of the amount of aggregate.

Rodrigues e Figueiredo [23] also noted this effect in studies with concrete cylindrical specimens (15 cm x 30 cm), in which were produced two similar concrete using coarse aggregate with different densities. They concluded that the molded concrete with aggregate of higher density showed higher values of UPV than those framed with coarse aggregate of lower density. Elvery and Ibrahim [24] claim that the correlation between compressive strength and expressive influence by UPV undergoes variations in quantity of aggregates in concrete due to the elastic modulus of the aggregate exceeds the value of the cement paste. With increased volume of aggregate in concrete, keeping the other parameters constant, the velocity of the pulse tends to be greater.

Some studies indicate that, in the first 24 hours, the UPV in concrete is influenced by the cement type. However, in his study with concretes with ordinary portland cement (CP III) and high initial resistance (CP V), there are no difference was observed between the values of the UPV in tests aged three or more days [14].

According to Costa [25], there are some factors that can interfere with the result of the test, including the nature of couplant material. It should be understood as couplant the materials that apply to areas of transducers before putting them in contact with the concrete. Its function is to promote the homogenization of the concrete surface, which will receive the transducers and prevent the penetration of air during the test.

Because the ultrasound machine does not have automated use, and depends on the human sensitivity, the NM 58:1996 [26] points out that the test must be carried out by experienced personnel in the application of this technique. The work plan, the analysis and interpretation of results shall be carried out by responsible and qualified professional.

In case of the concrete do not present any reinforcement, cracks or voids, sound waves travel the shortest path. If there are reinforcement located parallel to the path of the waves, depending on the proximity of the transducers, the waves can use part through concrete and part through the steel [14].

According to Naik et al. [27], in reinforced concrete the pulse velocity is higher than that of simple concrete of same composition, reaching a value around 40% to 70% higher, approaching the order of 5900 m/s in steel, to a solid medium and infinity. Medeiros [28], asserts that steel bars parallel to the direction of the readings with the ultrasound by indirect transmission mode can influence the results of UPV tests. The presence of faults, cracks or voids within concrete cause the obstruction of incident wave propagation path, moving it through the outskirts of the defect, resulting in longer propagation. This effect can be used to locate defects larger than 100 mm in diameter or depth, since minor defects do not usually cause significant effects on the propagation time [29].

According to Evangelista [14], there is a minimum length for waves propagation in order to avoid the transducers stay very close, because, in this last case, the results would be significantly influenced by the concrete heterogeneity. For the analysis of concrete structures, transducers are suitable with frequencies between 20 and 150 kHz, being the most used the 54kHz, available commercially in several countries. The choice of transducer frequency stems from the size of the structural element being investigated. However, the connection between the concrete and the transducer is a critical point of the method, as well as the interpretation of the results, which can become a difficult task.

3. Materials e methods

In order to identify and quantify the influence of certain variables on the results of UPV, the experimental program searched to inquire how these tests on two elements made of concrete behave (called walls 1 and 2), inside of which were introduced voids (concrete failures) artificially (Figure 1). The development of the research took place at the Structural Tests and Materials Laboratory of the Federal University of Rio Grande do Sul (LEME/UFRGS), involving the use of a sample set shaped and evaluated by the technical team of the lab. For the production of these elements, materials were used with specific features, described below.

3.1 Molds

To make the molds, plywood laminated was used, in order to represent a real structure. It was decided to produce the molds horizontally, facilitating the concreting of the elements. On the surface in contact with the compensated, a sufficiently smooth face was gotten, simulating surfaces like curtains, slabs, pillars and beams. On the other side, which was unwarped, a rough surface, which simulates foundation blocks, floors and any surface that does not present an ideal finish for readings with ultrasound. Figures 2 (a) and (b) illustrate, respectively, the molds without reinforcement and with reinforcement, used for making up the walls.

The dimensions were defined in 1.70 m x 1.70 m x 0.60 m, thus enabling different distances between transducers, since small readings until the maximum distance possible for an operator to get work ergonomically correct.

The molds have a depth of 60 cm, in order to simulate robust elements, making it possible to evaluate the ability of ultrasound machine to intercept failure of concrete at different depths.

3.2 Concrete

Concrete was dosed in central batching plant, transported via

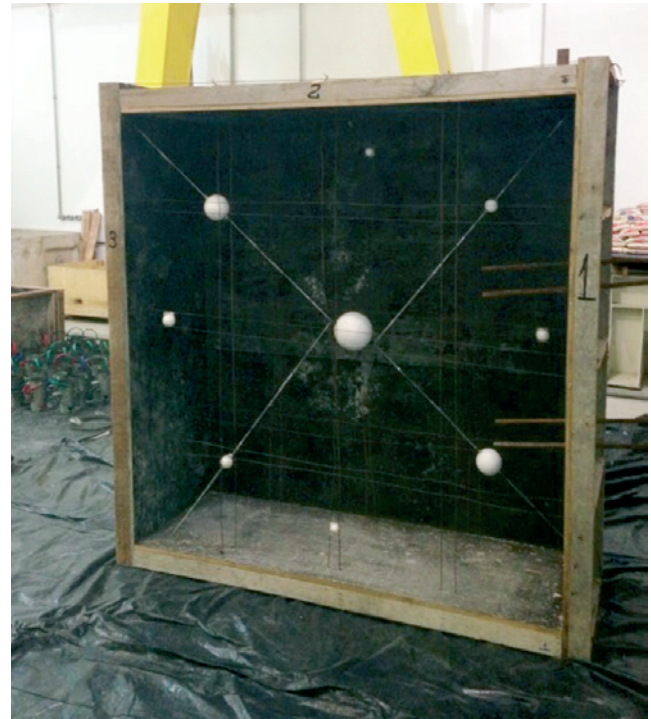


Figure 1
Position of styrofoam balls

mixer truck to make walls. The characteristic resistance to compression (f_{ck}) was set at 30 MPa, for being a fairly usual resistance in many construction sites.

3.3 Reinforcement

Most concrete structures have reinforcement. So, in order to evaluate the influence of these on UPV readings, two steel meshes were



Figure 2
(a) wall without reinforcement (b) wall with reinforcement

used, with density of relatively high reinforcement, composed of structural steel bars of type CA-50 12.5 mm diameter, and spacing of 15 cm.

3.4 Voids

The presence of voids causes the delay of waves, because of the low velocity of sound in air. The interpretation is based on the fact that the time of propagation of ultrasonic pulses can be correlated with the density of the material.

To represent the existence of voids and failures of concrete, styrofoam balls were used with dimensions varying between 5, 10 and 15 cm, in different positions within the walls. The use of styrofoam is justified because of its density, which is quite lower than the concrete, not allowing the penetration of cement paste inside. All the styrofoam balls were fixed with nylon cord, so that each one remains on its place, avoiding the interference of one over the other.

3.5 Concreting of elements

A vibrator needle type was used to concrete. The launch time of concrete was 2 hours. Due care was taken to avoid the displacement of voids (styrofoam balls). In figures 3 (a) and (b) are presented, respectively, the concreting of the element without reinforcement and the concreting of the element with reinforcement.

At the time of concreting, temperature and moisture conditions were 13 C and 70% humidity. After the release of total concrete, the elements remained stored inside the lab, in a covered place, well ventilated and no exposure to weather direct action.

3.6 Influence of technological variables in the tests

There are several variables that influence the NDT results for concrete in determining the UPV. For this research, technological variables chosen are as follows:

3.6.1 Transducers distance

In the tests to determine the UPV, measurements are performed with the variation of the distance between the transducers (grid). Considering the distances between the various measuring points in the tests, carried out with the use of the method of indirect reading, sought to identify whether there is a correlation between the mesh refinement and the ability of voids detection through the UPV method. For this, we used, distances of 25, 50 and 75 cm.

3.6.2 Reinforcement presence

It was sought to verify the influence reinforcement in these essays and quantify it.

3.6.3 Operators

Due to the fact the NBR 8802 [19] indicate that the coupling and the pressure between the surfaces of the transducers must be considered satisfactory, we analyzed the influence of using the ultrasound machine with two operators. These was doing to identify if there is difference between the pressures applied by each operator, whereas UPV tests still depend on the human operation, not being automatized tests. Large structures require several operators running measurements simultaneously, since there is a large number of points needed, what justifies this analysis.

3.6.4 Surface conditions

In the blocks, it was formed a smooth surface and other rough, to analyze what is the influence of this variable in both walls.

3.7 Reading processes

To start the UPV readings, it was expected the minimum time of 28 days since the concreting, so as to minimize the influence of the variation of re-

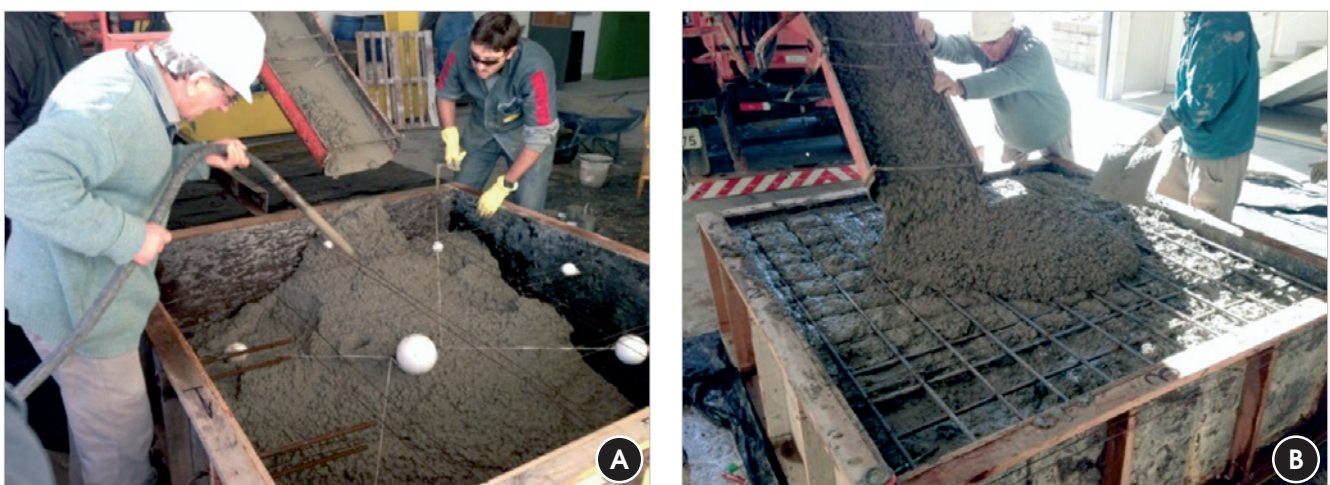


Figure 3
(a) concrete molds without reinforcement and (b) concrete molds with reinforcement

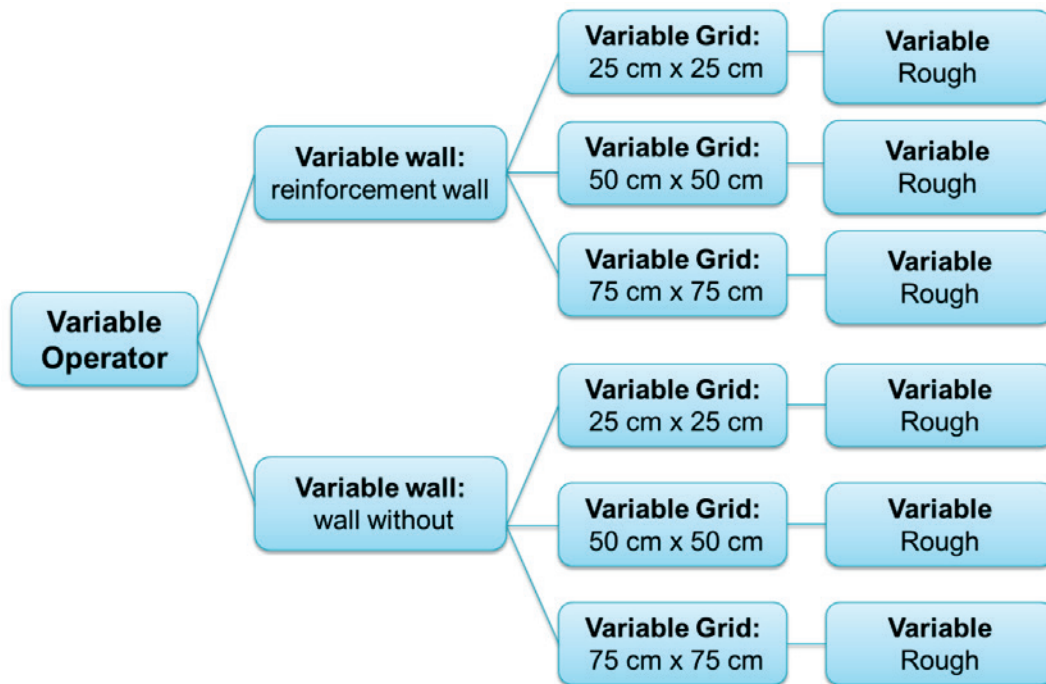


Figure 4
Reading processes

sistance of concrete in the UPV measures. Indirect readings were made as NBR 8802 guidelines [19]. For the coupling of transducers, it was used gel. In Figure 4, are shown the combinations of the readings performed. According to the process of readings presented, the two walls with horizontal, vertical and diagonal readings around each point have been mapped. These readings were grouped to-

gether, creating what's called reading quadrants.

At the time of carrying out the tests, predetermined points were used to locate accurately on a map, how long the wave takes to traverse the path between the transmitter-transducer and the transducer-receiver in accordance with their respective coordinate on the structure analyzed. Figure 5 shows how to

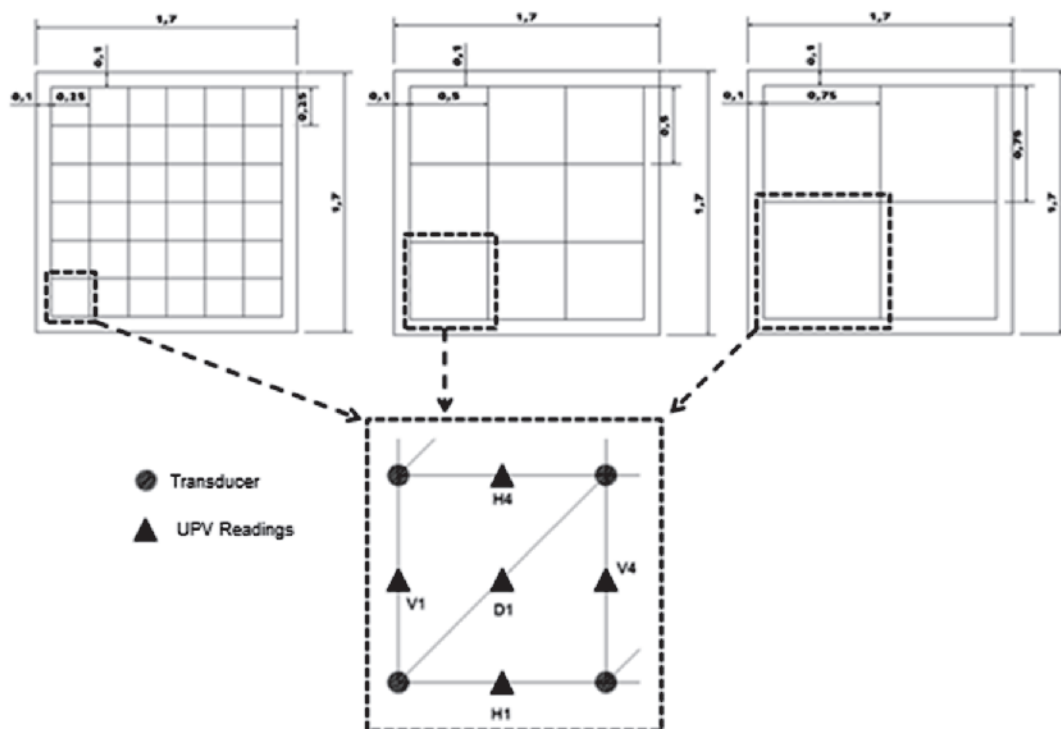


Figure 5
Reading procedure

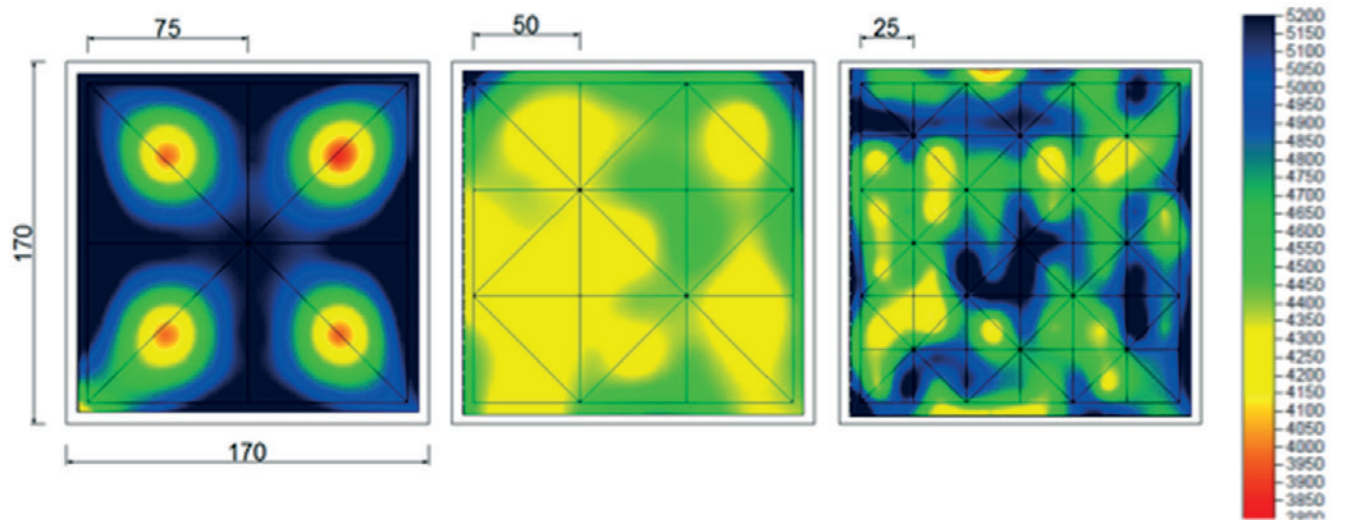


Figure 6
(a) 75 x 75 cm Grid (b) Grid 50 x 50 cm and (c) Grid 25 x 25

obtain a set of reading positioned from a selected grid. With the UPV values obtained, velocity variations were mapped graphically through computer image generator program. Later, statistical analysis are suitable was performed for the validation of the method.

4. Result analysis

The analysis of results obtained from the tests will be presented. Initially, the results of axial compressive strength tests performed on the control specimens are presented. Then, are highlighted the results regarding questions about technological variables, which are divided into effects of grid size, the presence of reinforcement,

the operator and the superficial roughness. In the end, the interference that the presence of faults in the concrete, possibly generated in the results.

4.1 Axial compressive strength of bodies-of-proof control

For the control of the concrete used on the walls, were tested 6 bodies-of-evidence of 10 x 20 cm for each block. The result of compressive strength reached average value of 50 Mpa, with a coefficient of variation of 5%. As can be seen, the concrete obtained superior resistance to fck specified, which was 30 MPa. However, the results obtained, even different specification, did not hamper the search.

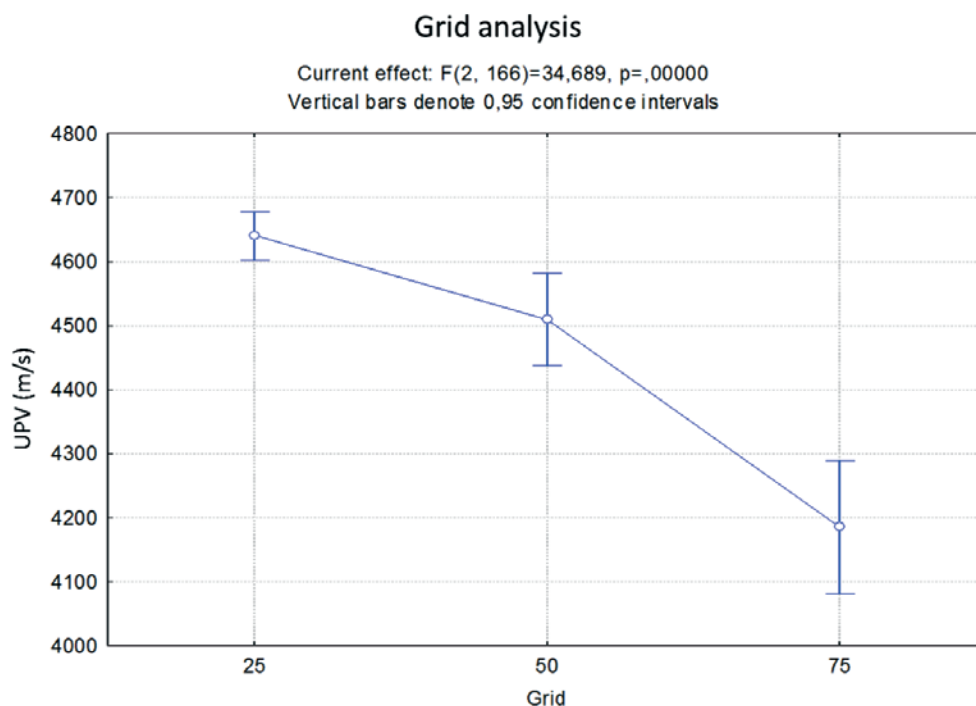


Figure 7
Influence of different grids

4.2 Analysis of the effect of technological variables studied

The UPV readings were initiated to 28 days after the concreting and lasted about a week. Initially, many data were taken, so that it could be evaluated the effect of each of the technological variables selected for the study. In Figures 6, 8, 10, 12 and 14 it is possible to see clearly the hottest regions (in red), which indicate lower values of UPV, and colder regions (in blue), which indicate UPV zones with higher values. To allow the comparison between two concrete elements used in this research, the variables were analyzed from the results obtained by the experienced operator (presence of reinforcement, roughness and presence of failures). Except in this case the operator variable, which was performed by two different operators, one with experience in testing and another in training phase.

4.2.1 Grid size

As discussed in item 3, three mesh spacing were used to determine changes in the type of response obtained through the mapping of the data in relation to the defect identification. In Figures 6 (a), (b) and (c), can be verified, respectively, the images generated in grid of 75 cm, 50 cm and 25 cm, which were held on the wall without reinforcement and on a smooth face. In the grid of 25 cm is gotten a total of 120 readings, on the grid of 50 cm, 33 readings, and 75 cm grid, 20 readings, all indirect ones.

As it can be seen, the image generated with 25 cm reading grid enabled better representation of different regions, more defined regions when compared to images obtained with readings of 50 cm and 75 cm. In this way, to the analysis of the effects of different variables it was used the grid of 25 cm reading.

The UPV values obtained were between 4300 and 4800 m/s, corresponding to concretes of excellent quality. In general, the choice of the grid significantly influences the interpretation of possible regions committed to a massive concrete. However, this interpretation and the choice of grid are strongly related to the magnitude of the problem to be found. More refined grids have the ability to de-

tect more sensible defects. When the diagnosis of a structure is the most significant extension search, less refined grids are already sufficient and facilitate both the execution of the tests and their analyses. To highlight the differences between grids presented in Figure 6, a statistical analysis was performed through variance (ANOVA), with the aim of comparing the UPV obtained for the different grids. Figure 7 graphically presents the results obtained.

It is possible to observe that the analysis gives us a probability close to zero (with a significance level of 95%), showing that the differences of UPV are significant, when you change the distance between the transducers. With the increase in the grid, it shows a tendency of reduction of the UPV, independent of the presence or absence of reinforcement. This result highlights the importance of maintaining the same distance between transducers, when carried out a survey of the homogeneity of a concrete structure. The mixing of distances within the same structure is not indicated, since it can put at risk the analyses, and may generate wrong interpretations, from velocity reduction with increasing distance, and not a region necessarily suspect.

4.2.2 Presence of reinforcement

Although several authors have studied the influence of the presence of reinforcement in the UPV, the differential of this study is to present elements in size and very close to those used daily in construction sites.

Figures 8 (a) and (b) are, respectively, the images generated from reinforcement walls and walls without presence of reinforcement. Analyzing visually the images, it is possible to see some differences in coloration. These differences, although represent only a sharp reduction, are significant in the average of the velocity obtained with presence of reinforcement.

This behavior is not only contrary to what some authors claim, but is also contrary to the initial hypothesis of this research. About the homogeneity of the walls, the presence of reinforcement does not harm the interpretation of images, since the mapping of regions with different velocity was similar in both settings.

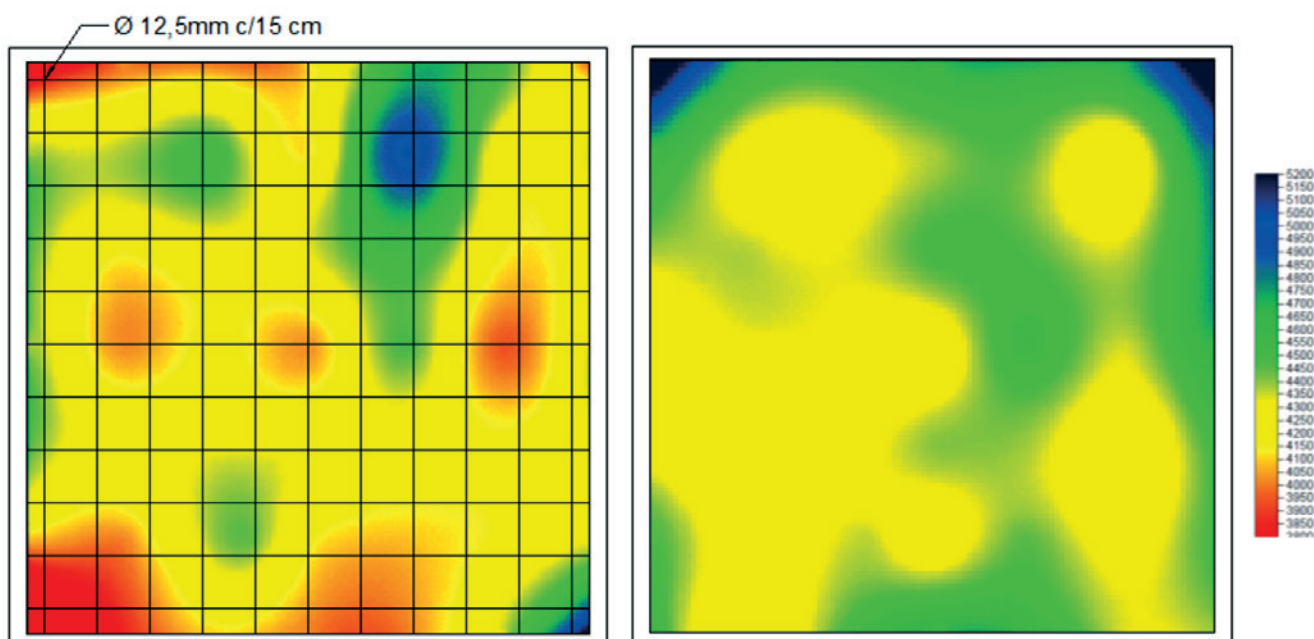


Figure 8

(a) images generated on the wall with reinforcement (b) images generated on the wall without reinforcement

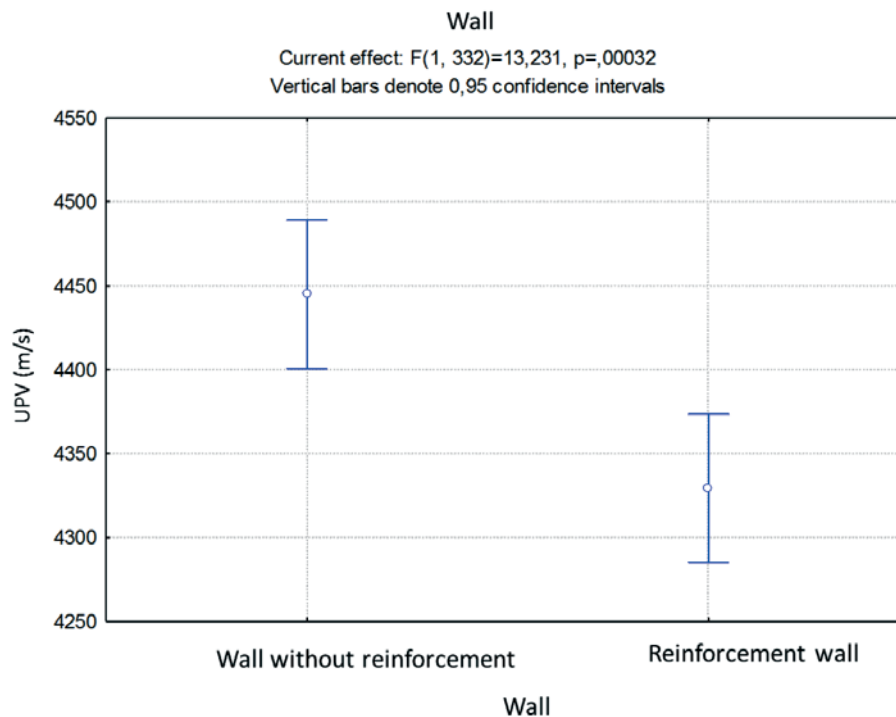


Figure 9
Influence of the presence of reinforcement

Figure 9 presents the statistical analysis that evaluates the significance of the presence of reinforcement in the analysis of UPV. It can be observed in the chart above, a slight tendency for the velocity on the wall without reinforcement being larger than on the wall with the presence of reinforcement. When all data were subjected to statistical analysis, the presence of reinforcement used led to significant changes in UPV, reduced UPV with 95% significance level.

4.2.3 Operator

A comparisons concerning the use of the ultrasound machine for

different operators was also held. This factor is relevant, because the field analyses demand often several operators working simultaneously. Figure 10 shows two images generated from velocity of two operators, one with experience in previous works and another on training phase, Figure 9 (a) and (b). Both readings were performed on the wall without presence of reinforcement. Analyzing Figure 9, it can observed that when the readings are made by experienced operator, the image shows more regular, both in colors as the average of the velocity. In the case of the inexperienced operator, were generated lower velocity and regions that could be interpreted as having problems inside the concrete.

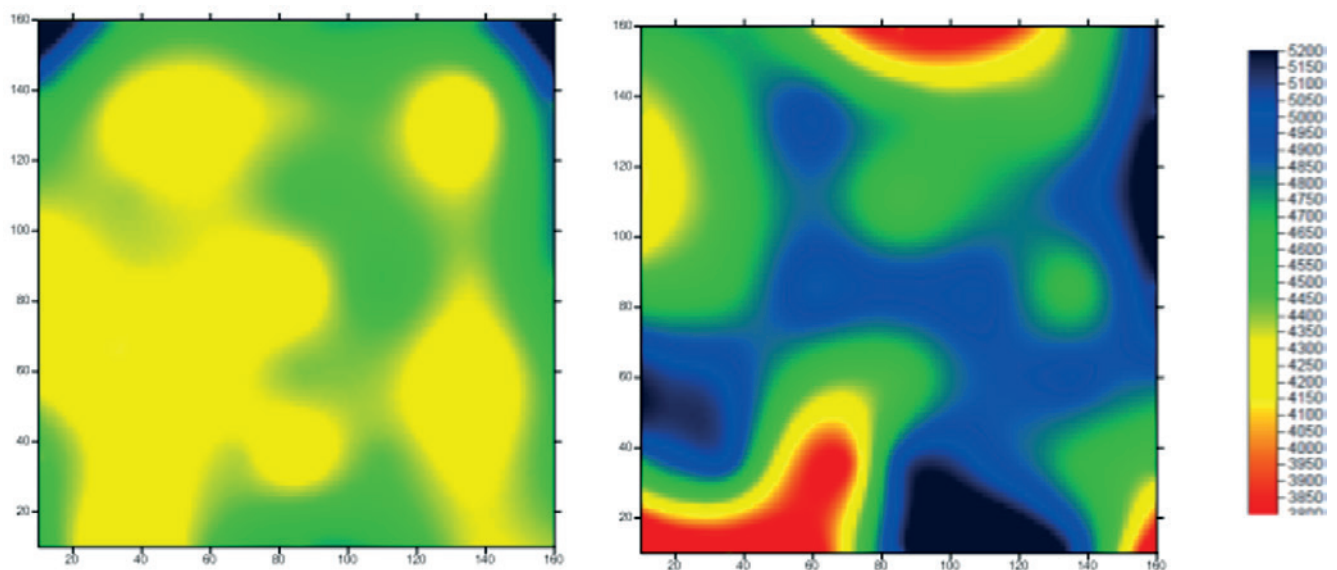


Figure 10
(a) images generated from the wall, with experienced operator (B) images generated from the wall with operator training phase

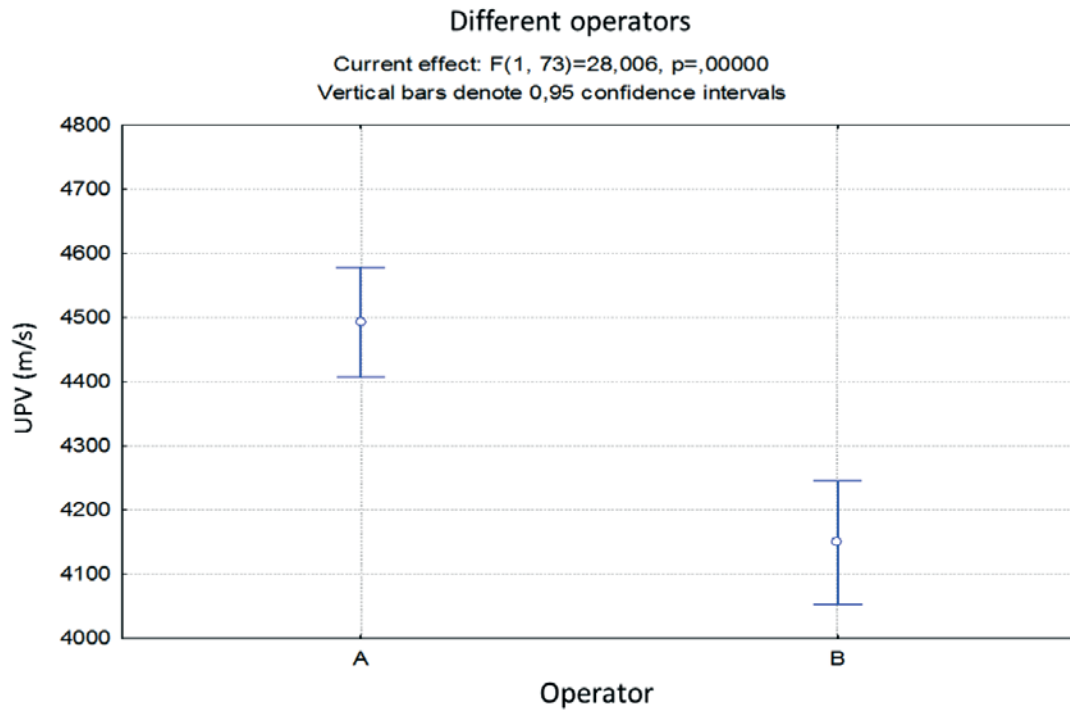


Figure 11
Influence of different operators

To prove this fact, Figure 10 presents the statistical analysis made from all velocity obtained by each of the operators in analysis of the same wall.

The analysis of Figure 11 proves exactly what had already been checked in the interpretations of the images generated by the computer program, in which the inexperienced operator obtained velocity significantly below those of experienced operator, generating differences in average of 300 m/s. From this, it is possible to conclude that it is of the utmost importance, for future work in the field, the training team that will perform these jobs. This training should

not be limited only to the team that will run the test, but must contemplate, as well, the team that will interpretate the results. As it can be seen, the lack of training of a professional can compromise the analysis of a structure, or part of it, by condemning it, even if this, in fact, is in perfect condition.

4.2.4 Superficial roughness

Another test parameter studied was the roughness of the surface available for UPV readings. Two different roughness were

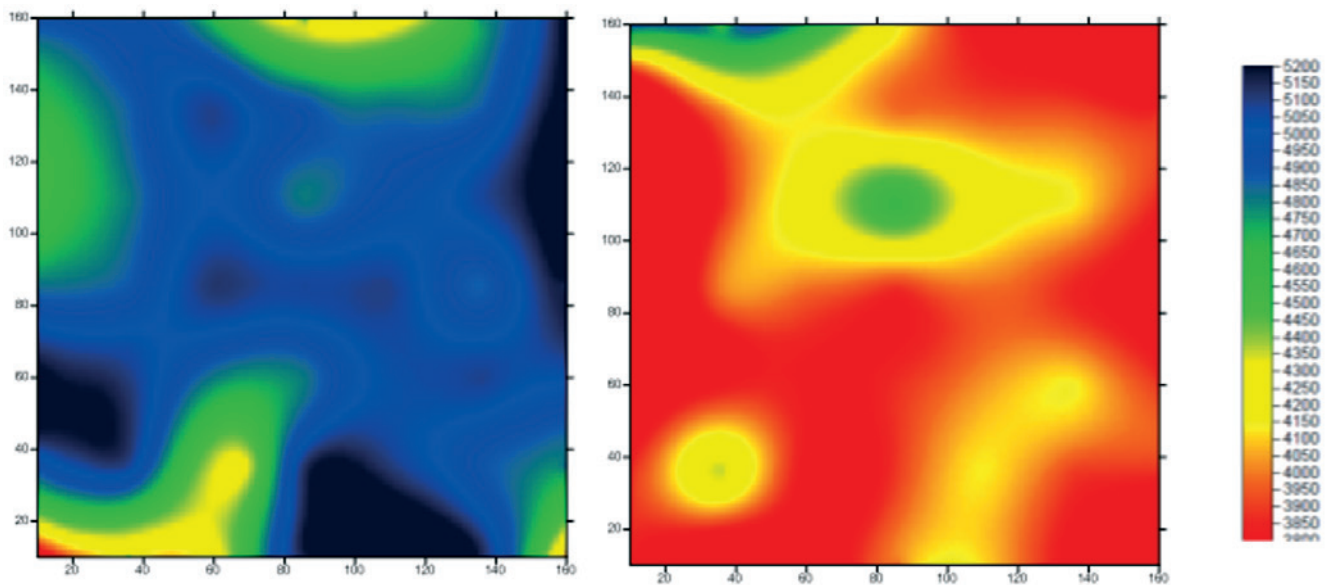


Figure 12
(a) images generated from the wall with smooth surface (b) images generated from the wall with rough surface

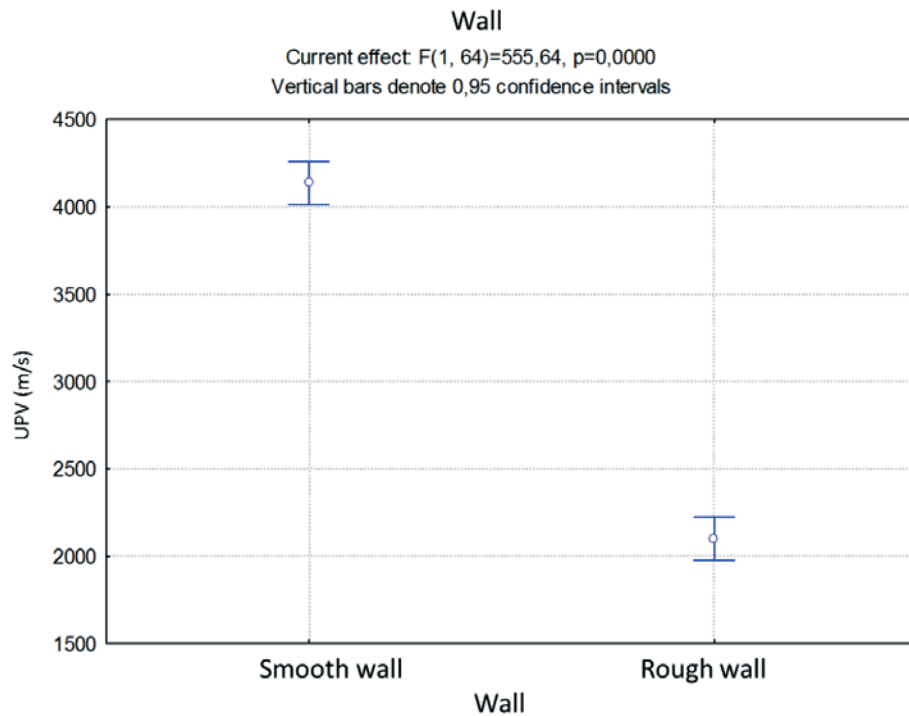


Figure 13
Influence of different surfaces

studied, one favourable for tests for been smooth, and the other with enough roughness, however, more found in situations of in situ inspections. Figures 12 (a) and (b) show the influence of smooth and rough surfaces, respectively.

It can be observed that the readings performed by a single operator, in the same structure, but with different surface roughness, are significantly different. With the image generated from the velocity

obtained in rough surface, it can be concluded that this setting nullifies any interpretation, due to any noise caused by these irregularities in the propagation of UPV. Figure 13 presents graphically the proof of this effect.

It can be concluded, from the chart, that the roughness on the surface of the concrete influences significantly the UPV values, decreasing them. It is concluded that, in situations where readings

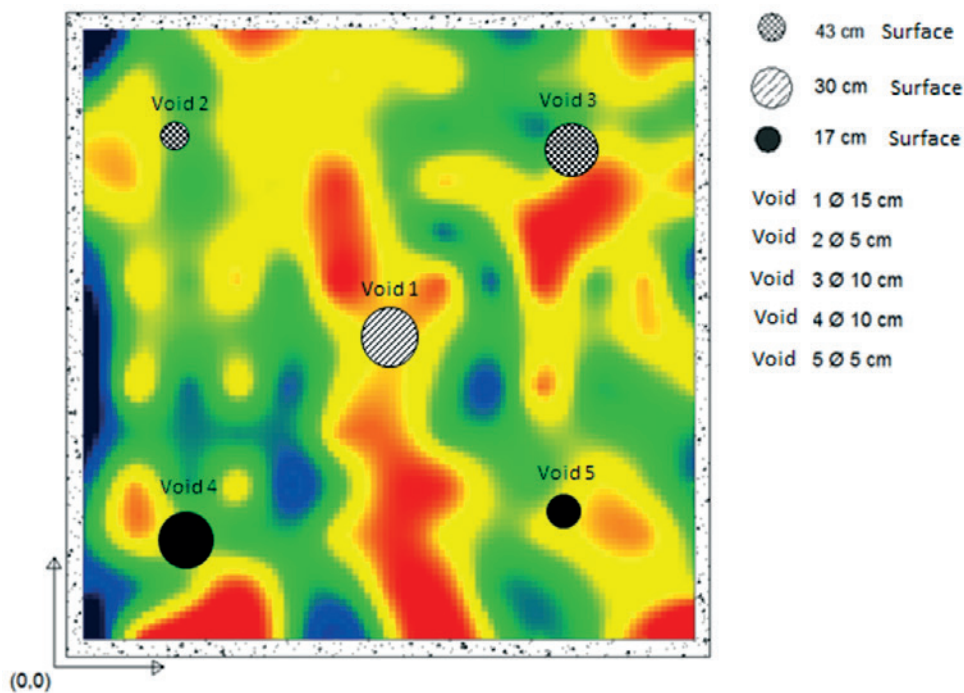


Figure 14
Image generated through a combination of parameters to identify voids

are made under these conditions, it is imperative that the regularization of the parsed structure, by means of mechanical wear, especially at the points where the transducers come into contact with the surface.

4.3 Identification of possible failures

Regarding the location of voids inside the concrete, one of the several variables studied, Figure 14 presents the image obtained by combination of parameters that showed greater ability to detect voids. The image presented is the result of the analysis of a wall without reinforcement, tested by a skilled operator, in a grid of 25 cm and smooth face.

It is evidenced that there is a region with velocity below the overall average, exactly in the center of the wall, where it was introduced a considerable void, compared to the size of the analyzed element, represented in Figure 14 for void 1. Due to the size of the void (15 cm), regions above and below it had affected UPV readings, as can be seen.

The advantage of using a finer grid is exactly the location closely to the defects. Minor defects can also be located through this setting, but not with the same accuracy that occurs with the void 1, located in the center. This is the case of the voids 3 and 4, in which the image shows areas with lower average velocity, even though the styrofoam balls have been displaced from its original position during concreting. The void 5 was identified with precision, although the image shows not clearly this difference in velocity. The void 2 was the only defect that the method failed to detect, probably through a combination of reduced size and depth it was in. Despite some uncertainties, the analysis by generating images indicates some trends similar to those that would have been produced during the investigation of a real structure.

In that way, there is the guarantee that, with the support of the appropriate tool to perform the analysis, it is possible to see the concrete areas in which there are differences in uniformity. However, it must be taken into account the size of the concrete surface that will be analyzed, to determine the size of the meshed test to the size of the surface and the magnitude of the heterogeneities to be located. With this investigation, it becomes feasible to infer the detection capability of heterogeneities in the concrete of actual structures, through the use of UPV, combined with the generation of a suitable software, confirming thus the potential use of UPV in the case of inspection of structures.

5. Conclusions

This work aimed to analyze the influences that various parameters produced in the test results of UPV. In these trials, were verified as operational variables: differences of grids, operators with different experience levels, different surfaces, and the presence or absence of reinforcement.

Analyzing and comparing the results obtained from tests, it can be concluded that:

- the choice of a reading grid will depend on the size of the element and the significance of the size of the defect in its interior. In the situation under consideration, the size of the grid had significant influence on the readings, and the more refined grid

(25 cm) presented the best results regarding average velocity and the interpretation of images.

- it was found that the presence of reinforcement changed significantly the average velocity obtained by reducing velocity, being in disagreement with what has been published by many authors.
- the operator's experience proved to be the most important and significant variable in the analysis, since the lack of training can lead to erroneous interpretations, in order that the operator is essential to the carrying out of the trials.

A careful choice of parameters enables complete interpretation of the quality of concrete structures. For the localization of voids, the composition of the wall parameters without reinforcement, smooth face, grid 25 cm and experienced operator was that one that presented in more clear and objective regions, in fact, contained defects inside.

The UPV test presents several advantages for the assessment of structures. However, the choice of test parameters is the key factor for a correct interpretation and without mistakes. It is important to note that all the conclusions reached at this work relate exclusively to the studied element.

Physically, there must be a relation between compactness and resistance to compression. The complex and heterogeneous nature of the concrete makes the modeling of the relation an arduous task. A large number of variables, potentially, affect the compactness results correlation, obtained via ultrasonic pulse, and compressive strength of concrete. The analysis of the data obtained by UPV allows to obtain parameters for assessing the characteristics of concrete structures. The crucial point to use the UPV for analysis of concrete structures is the interpretation of the results obtained.

The lack of knowledge about the real situation in which a structure is, is a complicating factor when intervening damaged structures or under suspicion. The lack of information in a situation of emergency character, can make conservative decisions, increasing the scope and complexity of the interventions envisaged, increasing costs or generating additional disorders to its users. The use of the UPV may assist in decision making and establishing intervention strategies.

In general, the case studies reinforce the idea that the use of UPV are useful tools for the analysis of structures. It is confirmed the idea that they have great potential for use in the case of inspection of structures. Its usage allows to get important information to the characterization of the concrete, as well as data on the uniformity and quality of the structure.

This study indicates that UPV tests are sensitive tools to variations of uniformity and density, and can therefore provide important data for decision making regarding the concrete structures. Upon the execution of UPV tests it is possible to contribute to the control of the quality of concrete structures. In this way, it can be inferred that the UPV application is very useful for mapping studies of variations of homogeneity of a structure.

References

- [1] ISAIA, G.C., O Concreto: da Era Clássica à Contemporânea. In: ISAIA, G. C. (Editor), Concreto: Ensino, Pesquisa e Realizações. São Paulo: IBRACON, 2005. cap.1, vol.1, p.1-44.
- [2] LORENZI, A. Aplicação de redes neurais artificiais para estimativa da resistência à compressão do concreto a partir

- da velocidade de propagação do pulso ultra-sônico, Porto Alegre, 2009, Tese (doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia, 196p.
- [3] LORENZI, A.; CAETANO, Luciane Fonseca ; CAMPAGNOLO, João Luiz ; SILVA FILHO, Luiz Carlos Pinto da . An investigation of the suitability of different NDT test methods to detected voids of concrete elements. *E-Journal of Nondestructive Testing and Ultrasonics*, v. 14, p. ID 7698, 2009.
- [5] LORENZI, A.; SILVA FILHO, Luiz Carlos Pinto da ; CAMPAGNOLO, João Luiz ; STRIEDER, Ademar Jose ; QUININO, Uziel Cavalcante de Medeiros ; CAETANO, Luciane Fonseca . Estudos de caso sobre avaliação de estruturas de concreto através da utilização de ensaios não destrutivos. *Revista ALCONPAT*, v. 1, p. 188, 2011.
- [6] LORENZI, A.; SILVA FILHO, Luiz Carlos Pinto da ; CAMPAGNOLO, João Luiz ; CAETANO, Luciane Fonseca . Analyzing two different data processing strategies for monitoring concrete structures using ultrasonic pulse velocity. *Revista ALCONPAT*, v. 2, p. 192, 2012.
- [7] LORENZI, A.; SILVA FILHO, L. C. P. ; CAETANO, Luciane Fonseca ; CHIES, J. A. . Investigation of the Potential for Evaluation of Concrete Flaws Using Nondestructive Testing Methods. *ISRN Civil Engineering*, v. 2014, p. 1-8, 2014.
- [8] LORENZI, A.; CAETANO, Luciane Fonseca ; CAMPAGNOLO, João Luiz ; LORENZI, L. S. ; SILVA FILHO, L. C. P. . Application of Ultrasonic Pulse Velocity to Detect Concrete Flaws. *E-Journal of Nondestructive Testing and Ultrasonics*, v. 11, 2015, p. 18430, 2015.
- [9] CHIES, J. A. ; ADAMATTI, D. S. ; LORENZI, A. ; SILVA FILHO, L. C. P. . Detecção de Falhas em Estruturas de Concreto através de Ensaios Ultrassônicos. In: 57° Congresso Brasileiro do Concreto, 2015, Bonito. Anais do 57° Congresso Brasileiro do Concreto. São Paulo: IBRACON, 2015.
- [10] NOGUEIRA, C. L., Ensaios Não Destrutivos: Novas Ferramentas para Inspeção de Obras Públicas. In: VI SINAOP – VI SIMPÓSIO NACIONAL DE AUDITORIA EM OBRAS PÚBLICAS. Anais... ,Florianópolis: 2001.
- [11] MEDEIROS, A., PADARATZ, I.J., PINTO, R.C.A., Influência da Presença de Armaduras na Estimativa da Profundidade de Fissuras Superficiais em Concreto Armado através do Ultra-som. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais..., São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 14p. 1 CD-ROM.
- [12] LORENZI, A., SILVA FILHO, L.C.P., CAETANO, L.F., LORENZI, L.S., Monitoramento de Estruturas de Concreto através de Ensaios de Velocidade de Propagação do Pulso Ultra-sônico. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais..., São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 13p. 1 CD-ROM.
- [13] BARBOSA, M.T.G., MENDES, L.O., COURA, C.G., Resistência à Compressão do Concreto x Velocidade de Propagação de Pulso Ultrassônico – Estudo de Caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais... São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 16p. 1 CD-ROM.
- [14] EVANGELISTA, A. C. J., Avaliação da Resistência do Concreto usando Diferentes Ensaios Não Destrutivos. 2002. 219p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- [15] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. IAEA-TCS-17: Guidebook on Non-Destructive Testing of Concrete Structures. Viena: 2002, 231 p.
- [16] KUMAR, S. A., SANTHANAM, M., Detection of Concrete Damage Using Ultrasonic Pulse Velocity Method. In: NATIONAL SEMINAR ON NON-DESTRUCTIVE EVALUATION, 2006, Hyderabad. Proceedings... Hyderabad: Indian Society for Non-Destructive Testing. Disponível em: <<http://www.ndt.net>> . Acesso em: 18/07/2007.
- [17] VALLUZZI, M. R., DA PORTO, F., CASARIN, F., MONTEFORTE, N., MODENA, C., A Contribution to the Characterization of Masonry Typologies by using Sonic Waves Investigations. In: NON-DESTRUCTIVE TESTING IN CIVIL ENGINEERING (NDTCE'09), 2009, Nantes. Proceedings... Paris: Confédération Française pour les Essais Non Destructifs, 2009. 6p.
- [18] BREYSSE, D., SOUTSOS, M., FELICETTI, R., KRAUSE, M., LATASTE, J., MOCZKO, A., How to improve the quality of concrete assessment by combining several NDT measurements. In: NON-DESTRUCTIVE TESTING IN CIVIL ENGINEERING (NDTCE 2009), 2009, Nantes. Proceedings... Paris: Confédération Française pour les Essais Non Destructifs, 2009. Disponível em: <<http://www.ndt.net>>. Acesso em: 18 ago. 2013.
- [19] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 8802: Concreto Endurecido – Determinação da Velocidade de Propagação da Onda Ultra-sônica: Método de Ensaio. Rio de Janeiro: 2013.
- [20] CHUNG, H. W., LAW, K.S., Diagnosing in situ Concrete by Ultrasonic Pulse Technique. *Concrete International*. [s.l.], n. 05, p.42-49, 1983.
- [21] HAMASSAKI, L. T., Utilização do ultra-som em concreto. 1986. 108p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.
- [22] CARCAÑO, R. S.; PEREYRA, J.B. The influence of the physical properties of aggregates on the ultrasound pulse technique in predicting the compressive strength of concrete. *Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia*, Vol. 26, No. 1, 2003.
- [23] RODRIGUES, G. S. S.; FIGUEIREDO, E. I. P. Módulo de deformação do concreto pelo método ultrassônico; Estudo da Correlação. In: 46° Congresso Brasileiro do Concreto, Florianópolis, 2004. Anais..., IBRACON, Florianópolis, 2004, pp. II 1309-1324.
- [24] ELVERY, R. H.; IBRAHIM, L. A. M. Ultrasonic assessment of concrete strength at early ages. *Megazine of Concrete Research*, Dec., 1976, pp 181-190.
- [25] COSTA, M. R., A importância do material acoplante no ensaio de ultrassonografia. 2013. Disponível em: <http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/191/a-importancia-do-material-acoplante-no-ensaio-de-ultrassonografia--286986-1.aspx>. Acesso em: 15/06/ 2013.

- [26] COMITÉ MERCOSUL DE NORMALIZACION, NM 58: Hormigón endurecido – Determinación de la velocidad de propagación de pulsos ultrasónicos. São Paulo: 1996.
- [27] NAIK, T. R.; MALHOTRA, V. M.; POPOVICS, J. S., The Ultrasonic Pulse Velocity Method, CRC handbook on nondestructive testing of concrete, Tarun R. Naik and V M Malhotra eds, CRC Press, pp 169-189, 2004.
- [28] MEDEIROS, A. Aplicação do ultra-som na estimativa da profundidade de fendas superficiais e na avaliação da eficácia de injeções em elementos de concreto armado. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.
- [29] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. BSI 1881 - Part 203: Recommendations for measurement of velocity of ultrasonic pulses in concrete. London: 1986. 20 p.

Analysis of reinforced concrete structures through the ultrasonic pulse velocity: technological parameters involved

Análise de estruturas de concreto armado através da velocidade de propagação do pulso ultrassônico: estudo de parâmetros tecnológicos intervenientes

D.S. ADAMATI ^a
deisesadamatti@hotmail.com

A. LORENZI ^a
alexandre.lorenzi@ufrgs.br

J. A. CHIES ^a
josuechies@gmail.com

L.C.P. SILVA FILHO ^a
lcarlos66@gmail.com

Abstract

Application of Nondestructive Testing (NDT) is an interesting strategy to monitor reinforced concrete structures conditions, especially when occur problems like admixture errors, mixing problems, conveying or placing of concrete . Among the NDT methods applicable to concrete, the Ultrasonic Pulse Velocity has been used in various fields of civil engineering due to the ease of operation, low cost, test velocity and that using this test normally do not need repair the surface analyzed. This work aims to study the influence that certain technological variables have on the results obtained through the UPV. Two concrete elements were cast at the laboratory. One element with reinforcement and another without reinforcement. Inside these elements were introduced objects to reproduce possible concrete damages. To facilitate the analysis the results are represent through several images generated by an image software and an statistical analysis software. This study confirm that the correct choice of test parameters is crucial to have a right interpretation.

Keywords: nondestructive testing, ultrasonic pulse velocity, reinforced concrete structures.

Resumo

A aplicação de Ensaios Não Destrutivos (END) é uma estratégia interessante para monitorar o estado de conservação das estruturas de concreto armado, principalmente quando ocorrem erros de dosagem, problemas na mistura, transporte ou lançamento do concreto. Dentre os métodos de END, aplicáveis ao concreto, o método de ensaio da Velocidade de Propagação do Pulso Ultrassônico (VPU) vem sendo utilizado comumente em diversas áreas da Engenharia Civil, devido à facilidade da operação, ao seu baixo custo, à rapidez na execução dos testes e à ausência de danos ao material analisado. Este trabalho visa estudar a influência que determinadas variáveis tecnológicas exercem sobre os resultados obtidos através dos ensaios de VPU. Foram moldados em laboratório dois elementos de concreto, com dimensões próximas a estruturas reais. Um elemento com armadura nas duas faces e outro sem armadura, nos quais foram introduzidos objetos para reproduzir possíveis falhas de concretagem. De modo a facilitar a análise dos dados, os resultados são apresentados por meio de imagens geradas através de programas computacionais e análises estatísticas. Através deste estudo verificou-se que a escolha dos parâmetros de ensaios é fator crucial para que se tenha uma interpretação correta dos resultados.

Palavras-chave: ensaios não destrutivos, velocidade de propagação do pulso ultrassônico, estruturas de concreto armado.

^a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Programa de Pós Graduação em Ciência e Tecnologias de Materiais (PPGEM), Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais (LEME), Porto Alegre, RS, Brasil.

1. Introdução

A utilização de materiais de construção se confunde com a própria história da civilização, porque foi necessário ao homem servir-se deles para sobreviver e satisfazer suas necessidades de abrigo e conforto [1]. Muitas das construções em concreto armado que formam a infraestrutura civil estão se aproximando do final de sua vida útil de projeto. Conseqüentemente, existe uma preocupação crescente sobre seu estado de deterioração e segurança [2]. No atual cenário, em que as exigências de qualidade estão se firmando, é de vital importância o desenvolvimento de alternativas que permitam, de forma eficaz, avaliar a qualidade das estruturas de concreto. A aplicação de (END) é uma estratégia interessante para monitorar o estado dessas estruturas, principalmente quando ocorrem falhas, erros de dosagem, mistura, transporte e lançamento do concreto.

Dentre os END mundialmente utilizados, o método de VPU foi desenvolvido tendo como objetivo principal a obtenção de curvas de correlação entre a VPU no concreto e a sua resistência à compressão. Todavia a técnica de mapeamento de VPU tem sido amplamente utilizada, devido à sua facilidade de execução, rapidez e excelente capacidade de detecção de falhas, fatores que permitem efetuar uma varredura completa e adequada do concreto. Desta forma, diversas pesquisas relacionadas ao concreto utilizam os ensaios de VPU para avaliação, por exemplo, da degradação das propriedades mecânicas do concreto e da argamassa [3], da influência da presença de armaduras na estimativa da profundidade de fissuras superficiais [4], para monitoramento de estruturas de concreto armado [5], para avaliação da resistência à compressão [6] e para avaliar a resistência do concreto através de Rede Neurais Artificiais[2].

Apesar dos diversos estudos realizados sobre os ensaios de VPU, ainda existe uma série de dúvidas sobre a acurácia dos resultados do ensaios em inspeção em campo. Este trabalho busca a elucidação de dúvidas existentes quanto ao uso e operação do equipamento de ultrassom em situações de campo, apesar de muitas pesquisas desenvolvidas em laboratório, com corpos-de-prova, demonstrarem uma boa capacidade de detecção de falhas de concretagem e estimativa de resistência à compressão do concreto. Este fato ocorre, porque algumas variáveis irão interferir nos resultados, de maneira distinta, principalmente quando utilizadas em elementos com dimensões próximas às reais.

O objetivo desta investigação consiste em apresentar o resultado de uma pesquisa experimental que visa estudar a influência que as variáveis tecnológicas exercem sobre os resultados obtidos por meio de ensaios de VPU. O presente trabalho está focado em descobrir quais as limitações das leituras de VPU e qual o grau de interferência das mesmas nos resultados, quando em condições reais. Para o desenvolvimento da pesquisa, foram moldados em laboratório dois elementos de concreto denominados parede 1 e parede 2, com dimensões próximas a estruturas reais. Têm-se um elemento sem armadura (parede 1) e outro com armadura nas duas faces (parede 2), nos quais foram introduzidos objetos para reproduzir possíveis falhas de concretagem.

A normatização vigente e os artigos publicados não expressam de forma clara e objetiva a capacidade de detecção de falhas e a posterior interpretação dos resultados obtidos nas leituras com o

aparelho de ultrassom, tanto *in situ* quanto em ambiente de laboratório. Sendo assim, torna-se necessário a realização de experimentos que possam gerar fatores de correlação para viabilizar e potencializar a confiança dos resultados de testes de VPU. Desta forma, busca-se com este estudo mitigar questões relativas as diferentes variáveis tecnológicas, proporcionando uma melhor compreensão dos resultados obtidos através dos ensaios de VPU em estruturas de concreto.

2. Ensaios não destrutivos

Ensaios considerados não destrutivos são aqueles que não causam nenhum dano ao elemento ensaiado ou deixam pequenos danos para serem reparados após o ensaio, não provocando, assim, perda da capacidade resistente do elemento. No caso de estruturas novas, esses ensaios podem ser empregados para monitoramento da evolução da resistência e para esclarecer dúvidas sobre a qualidade do concreto. Em estruturas já existentes, visam a avaliar a integridade da estrutura. Segundo Evangelista [7], existem algumas propriedades do concreto que podem ser avaliadas com o uso de END, dentre elas podemos citar: massa específica, módulo de elasticidade e resistência à compressão. Também pode ser investigada a dureza superficial, a absorção, a permeabilidade, as condições de umidade, a localização das armaduras, a existência de vazios e a fissuração.

O documento TCS-17, da Agência Internacional de Energia Atômica [8], aponta várias situações específicas associadas à construção civil, nas quais a utilização de métodos de END pode ser considerado atraente:

- Controle tecnológico em pré-moldados ou construções *in situ*;
- aceitação ou rejeição de materiais fornecidos;
- esclarecimento de dúvidas a respeito da mão de obra nas fases de mistura, lançamento, compactação ou cura do concreto, transporte etc.;
- monitoramento do desenvolvimento da resistência, visando à remoção de formas, duração da cura, aplicação de protensão ou de cargas, remoção de escoramento etc.;
- localização e determinação da extensão de fissuras, vazios e falhas de concretagem;
- determinação da posição, do diâmetro ou das condições das armaduras;
- determinação da uniformidade do concreto;
- aumento do nível de confiança de um pequeno número de ensaios destrutivos;
- verificação da deterioração do concreto resultante de sobrecarga, fadiga, fogo, ataque do meio ambiente etc.;
- avaliação do potencial de durabilidade do concreto;
- monitoramento das mudanças das propriedades do concreto no decorrer do tempo;
- fornecimento de informações para mudanças de utilização da estrutura.

Kumar e Santhanam [9] afirmam que, hoje, o objetivo principal do emprego de técnicas de END na construção civil está associado, na maioria das vezes, à localização e à avaliação da importância de falhas e defeitos em estruturas de concreto endurecido. Já Valluzzi et al. [10], consideram a aplicação desses métodos muito útil para programas de diagnóstico mais complexos, pois

isso possibilita a identificação de regiões onde a presença de deficiências é mais provável. Breysse et al. [11] também lembram que alguma perda de desempenho ou deterioração do nível de segurança do material induz custos de manutenção importantes. Segundo Lorenzi [5], vários destes métodos de ensaio são eficientes e precisos, dentre os quais o ensaio de VPU alia flexibilidade, baixo custo, grande capacidade de detecção e boa capacidade de fornecimento de informações sobre o concreto, sendo um método bastante utilizado para a análise de estruturas de concreto.

2.1 Fatores intervenientes na propagação da velocidade do pulso ultrassônico

A norma brasileira NBR 8802 [12], prescreve que vários fatores influenciam nos resultados de determinação da velocidade de propagação de onda ultrassônica, destacando os principais:

O tamanho e a forma do elemento não afetam a velocidade de propagação. No entanto, a equação utilizada para calcular a velocidade do ultrassom em materiais sólidos é válida somente para dimensões infinitas. Esta condição, na prática, fica atendida se a dimensão lateral do elemento em estudo for, pelo menos, igual ao comprimento de onda do pulso transmitido. Valores inferiores a esse comprimento reduzirão a precisão dos resultados.

As velocidades de pulso geralmente não são afetadas pelo comprimento do percurso da onda, desde que não seja excessivamente pequeno. Neste caso, a natureza heterogênea do concreto se torna importante. Limitações físicas no equipamento medidor de tempo podem também introduzir erros, em que pequenos comprimentos de percurso são envolvidos. Em estudos anteriores, concluiu-se que a velocidade medida diminui com o aumento do comprimento do percurso da onda.

Várias Normas técnicas indicam cuidados especiais com a superfície do concreto, a fim de conservá-la lisa e limpa, objetivando-se conseguir o acoplamento perfeito dos transdutores no concreto. Seguindo a NBR 8802 [12] apresenta procedimentos para o caso da necessidade de regularização da superfície por processo mecânico ou com o emprego de pasta de cimento, gesso ou resina epóxi, em espessura mínima possível.

Segundo Lorenzi et al. [5], devem ser evitadas superfícies muito rugosas ou que tenham recebido algum acabamento, pois as propriedades do concreto na camada principal não são necessariamente as mesmas do seu interior. Para superfícies curvas, Chung e Law [13], indicam o emprego de transdutores de ponto de contato seco.

Estudos realizados por Hamassaki [14], Carcaño e Pereyra [15], indicam que a variação do tipo de agregado afeta a velocidade do pulso para concretos com resistência à compressão semelhante. Em estudos com o emprego de brita calcária, Carcaño e Pereyra [16], apuraram que as medidas de valores de VPU para um mesmo nível de resistência à compressão do concreto foram maiores para os agregados que apresentaram melhores propriedades físicas em termos de densidade, absorção e resistência ao desgaste. Nos estudos realizados sobre a influência da dimensão máxima do agregado graúdo na VPU, Evangelista [7], constatou que, em uma série de diâmetro máximo (Dmáx.) de 19 mm, as VPU foram de 2,5% a 11% maiores do que para a série com Dmáx. = 9,5 mm, na qual foi mantida a proporção desses agregados nas séries dos

concretos, a fim de evitar qualquer interferência advinda da variação da quantidade do agregado.

Rodrigues e Figueiredo [16] também constataram esse efeito em seus estudos com corpos-de-prova cilíndricos de concreto (15 cm x 30 cm), nos quais foram produzidos dois concretos semelhantes, utilizando agregado graúdo com densidades diversas. Concluíram que os concretos moldados com agregado de maior densidade apresentaram maiores valores de VPU do que aqueles moldados com agregado graúdo de menor densidade. Elvery e Ibrahim [17] afirmam que a correlação entre a resistência à compressão e VPU sofre influência expressiva pelas variações na quantidade de agregados no concreto, devido ao módulo de elasticidade do agregado ser superior ao da pasta de cimento. Com aumento do volume de agregado no concreto, mantendo-se os demais parâmetros constantes, a velocidade do pulso tende a ser maior.

De acordo com Evangelista [7], alguns estudos indicam que, nas primeiras 24 horas, a VPU no concreto é influenciada pelo tipo de cimento. No entanto, em seu estudo com concretos com cimento Portland comum (CP III) e o de alta resistência inicial (CP V), não se observou grande diferença entre os valores da velocidade do pulso nos ensaios com idade igual ou superior a três dias.

Segundo Costa [18], existem alguns fatores que podem interferir no resultado final do ensaio, dentre eles a natureza do material acoplante. Deve-se entender como acoplante o material que se aplica às superfícies dos transdutores antes de colocá-los em contato com o concreto avaliado. A sua função é promover a homogeneização da superfície de concreto, que receberá os transdutores e evitará a penetração de ar durante o ensaio.

Pelo fato de o aparelho de ultrassom não ter sua utilização automatizada, dependendo da sensibilidade humana, a NM 58:1996 [19] salienta que o ensaio deve ser realizado por pessoal experiente na aplicação desta técnica. O plano de trabalho, a análise e a interpretação dos resultados devem ser realizados por profissional responsável e qualificado.

No caso do concreto não apresentar armaduras, fissuras ou vazios, as ondas sonoras percorrem o menor caminho. Se existem armaduras localizadas paralelamente ao caminho das ondas, dependendo da proximidade dos transdutores, as ondas podem transitar parte através do concreto e parte através do aço [7].

Segundo Naik et al. [20], no concreto armado a velocidade do pulso próxima das armaduras é superior àquela do concreto simples de mesma composição, atingindo um valor em torno de 40% a 70% maior, chegando à ordem de 5900 m/s no aço, para um meio sólido e infinito. Medeiros [21], afirma que barras de aço paralelas à direção das leituras com o ultrassom pelo modo de transmissão indireto podem influenciar nos resultados dos ensaios de VPU. A presença de falhas, fissuras ou vazios no interior do concreto ocasionam a obstrução da trajetória de propagação da onda incidente, deslocando-a através da periferia do defeito, resultando em maior tempo de propagação. Esse efeito pode ser usado para localização de defeitos maiores que 100 mm de diâmetro ou profundidade, já que defeitos menores geralmente não ocasionam efeitos significativos sobre o tempo de propagação[22].

Segundo Evangelista [7], há um comprimento mínimo para propagação das ondas a fim de evitar que os transdutores fiquem muito próximos, pois, neste último caso, os resultados seriam significativamente influenciados pela heterogeneidade do concreto. Para a

análise das estruturas de concreto, são apropriados transdutores com frequências entre 20 e 150 kHz, sendo o mais utilizado o de 54kHz, disponível comercialmente em diversos países. A escolha da frequência do transdutor decorre do tamanho do elemento estrutural a ser investigado. Contudo, a ligação entre o concreto e o transdutor é um ponto crítico do método, bem como a interpretação dos resultados, que pode se tornar uma tarefa difícil.

3. Materiais e métodos

Com o objetivo de identificar e quantificar a influência de determinadas variáveis nos resultados de VPU, o programa experimental buscou averiguar como se comportam esses ensaios em dois elementos confeccionados em concreto (denominados de paredes 1 e 2), no interior dos quais foram introduzidos vazios (falhas de concretagem) de forma artificial (Figura 1). O desenvolvimento da pesquisa se deu nas dependências do Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (LEME/UFRGS), envolvendo a utilização de um conjunto amostral moldado e avaliado pela equipe técnica do laboratório. Para a confecção desses elementos, foram utilizados materiais com características específicas, descritas abaixo.

3.1 Formas

Para confecção dos elementos, foram feitas formas com a utilização de compensado plastificado, de maneira a representar uma estrutura real. Decidiu-se por produzir as formas na horizontal, facilitando a concretagem dos elementos. Na superfície em contato com o compensado, obteve-se uma face bastante lisa, simulando superfícies como: cortinas, fundo de lajes, pilares e vigas. Na outra face, que foi desempenada, obteve-se uma superfície mais rugosa, que simula blocos de fundação, pisos e qualquer superfície que não apresente um acabamento ideal para leituras com ultrassom. As figuras 2(a) e (b) ilustram, respectivamente, as formas sem armadura e com armadura, utilizadas para confecção das paredes.

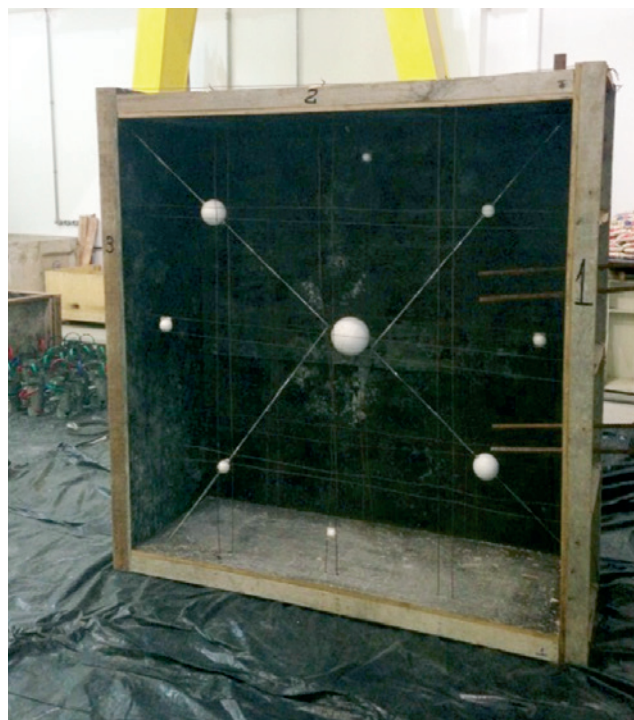


Figura 1
Posição dos elementos de isopor

As dimensões foram definidas em 1,70 m x 1,70 m x 0,60 m, assim possibilitando diferentes distâncias entre transdutores, desde leituras pequenas até a distância máxima possível para um operador conseguir trabalhar de forma ergonomicamente correta.

As formas tem uma profundidade de 60 cm, com o intuito de simular elementos robustos, possibilitando avaliar a capacidade do aparelho de ultrassom de interceptar falhas de concretagem em diferentes profundidades.



Figura 2
(a) Parede sem armadura (b) parede com armadura

3.2 Concreto

Para a confecção das paredes, utilizou-se concreto dosado em central concreteira, transportado através de caminhão betoneira. A resistência característica à compressão (F_{ck}) foi definida em 30 MPa, por ser uma resistência bastante usual em grande parte das obras.

3.3 Armadura

A maior parte das estruturas de concreto possuem armaduras. Assim, com o intuito de avaliar a influência das mesmas sobre as leituras de VPU, foram utilizadas duas malhas de aço com densidade de armadura relativamente alta, composta por barras de aço estrutural do tipo CA-50 com diâmetros de 12,5 mm, e espaçamento de 15 cm.

3.4 Vazios

A presença de vazios causa o retardo das ondas, em função da baixa velocidade do som no ar. A interpretação é baseada no fato de que o tempo de propagação dos pulsos ultrassônicos pode ser correlacionado com a densidade do material.

Para representação da existência de vazios e falhas de concretagem, foram utilizadas esferas de isopor com dimensões que variaram entre 5, 10 e 15 cm, em diferentes posições no interior das paredes. O uso do isopor justifica-se devido à sua densidade, que é bastante inferior à do concreto, não permitindo a penetração de pasta de cimento em seu interior. Todas as esferas de isopor foram fixadas por meio de fio de nylon, para que cada uma permanecesse no local estabelecido, evitando a interferência de uma sobre a outra.

3.5 Concretagem dos elementos

Para a concretagem, foi utilizado um vibrador tipo agulha. O tempo de lançamento do concreto foi de 2 horas. Foram tomados os devidos cuidados para evitar o deslocamento dos vazios (esferas de

isopor). Nas figuras 3(a) e (b), apresentam-se, respectivamente, a concretagem do elemento sem armadura e a concretagem do elemento com armadura.

No momento da concretagem, as condições de temperatura e umidade eram de 13°C e 70% de umidade. Após o lançamento total do concreto, os elementos permaneceram armazenados no interior do laboratório, em local coberto, bem ventilado e sem exposição à ação direta de intempéries.

3.6 Variáveis tecnológicas de influência nos ensaios

Diversas são as variáveis que exercem influência nos resultados dos END para o concreto na determinação da VPU. Para esta pesquisa, as variáveis tecnológicas escolhidas são as seguintes:

3.6.1 Distância entre os transdutores

Nos ensaios de determinação da VPU, serão realizadas medições com a variação da distância entre os transdutores (grid). Considerando as distâncias entre os diversos pontos de medição nos ensaios, realizados com o emprego do método de leitura indireto, buscou-se identificar se existe uma correlação entre o refinamento da malha e a capacidade de detecção de vazios através do método de VPU. Para isso, foram utilizadas, distâncias de 25, 50 e 75 cm.

3.6.2 Presença da armadura

Buscou-se verificar a influência da presença da armadura nestes ensaios e quantificá-la.

3.6.3 Operadores

Devido ao fato de a NBR 8802 [11] indicar que o acoplamento e a pressão entre as superfícies dos transdutores devem ser considerados satisfatórios, analisou-se a influência de operar o aparelho de ultrassom com dois operadores, com o objetivo de identificar



Figura 3

(a) concretagem das formas sem armadura e (b) concretagem das formas com armadura

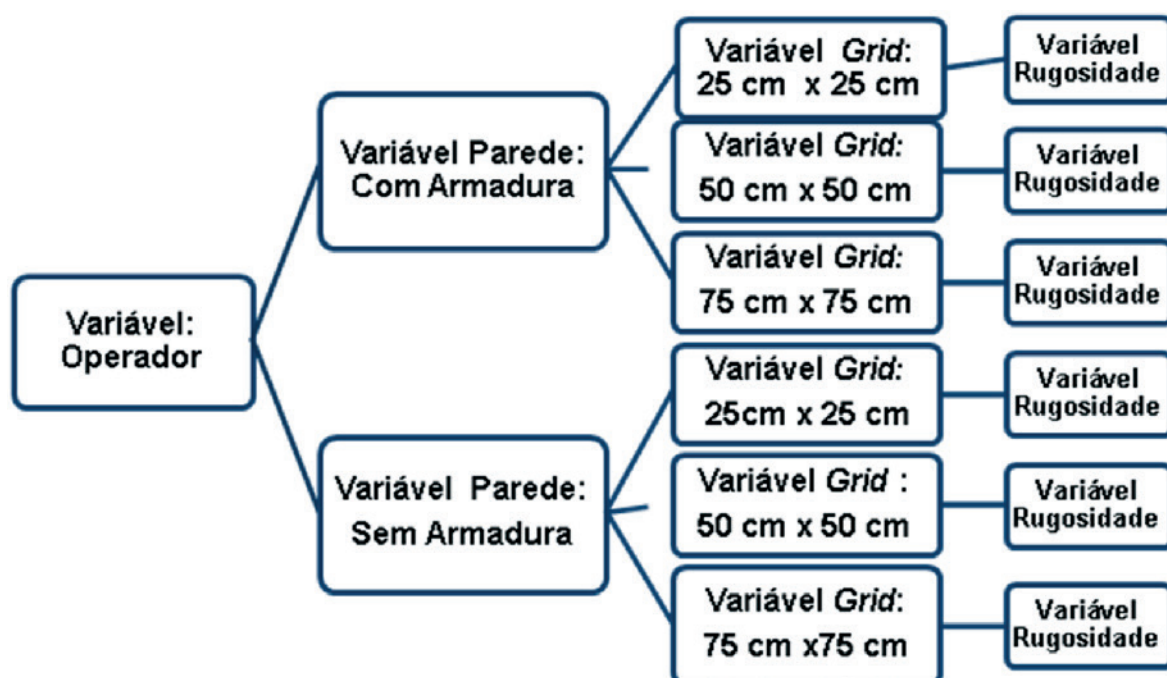


Figura 4
Processo de leituras

se há diferença entre as pressões aplicadas por cada operador, visto que ensaios de VPU ainda dependem da operação humana, não sendo ensaios automatizados. Estruturas de grande porte demandam diversos operadores executando medições simultaneamente, já que existe grande número de pontos necessários, o que justifica esta análise.

3.6.4 Condições da superfície a ser ensaiada

Executou-se os blocos formando uma superfície lisa e outra rugosa, para analisarmos qual a influência desta variável em ambas as paredes.

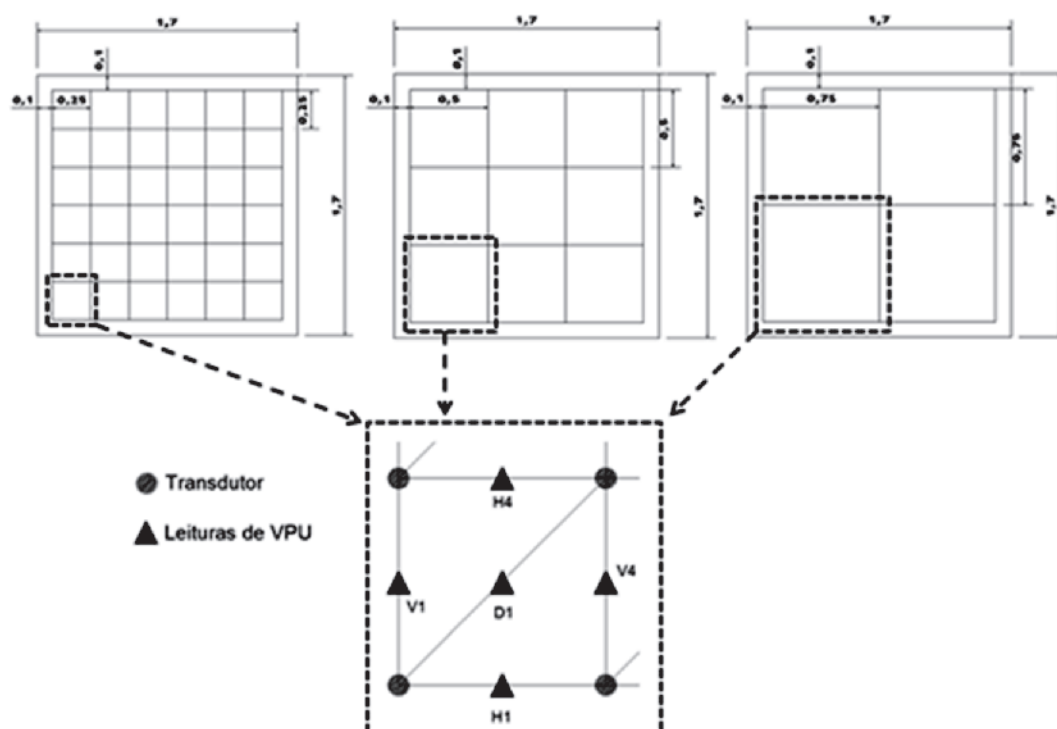


Figura 5
Procedimento de leituras

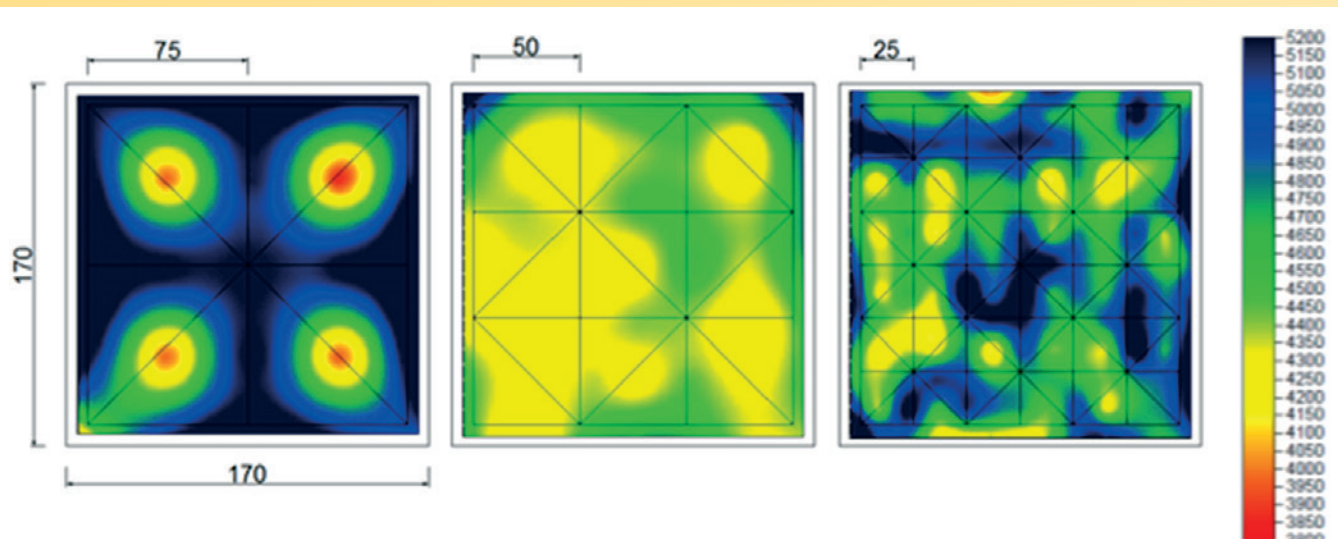


Figura 6
 (a) Grid 75 x 75 cm (b) Grid 50 x 50 cm e (c) Grid 25 x 25 cm

3.7 Processos de leituras

Para iniciar as leituras de VPU, foi esperado o tempo mínimo de 28 dias a partir da concretagem, de forma a minimizar a influência da variação da resistência do concreto nas medidas de VPU. Foram feitas leituras indiretas conforme orientações da NBR 8802 [12]. Para o acoplamento dos transdutores, utilizou-se gel. Na Figura 4, são apresentadas as combinações das leituras realizadas. De acordo com o processo de leituras apresentado, foram mapeadas as duas paredes, com leituras horizontais, verticais e diagonais em torno de cada ponto. Essas leituras foram agrupadas, gerando o que se denominou quadrantes de leitura. No momento da execução dos ensaios, utilizaram-se pontos pré-de-

terminados, para localizar de maneira precisa, em um mapa, o tempo que a onda leva para percorrer o caminho entre o transdutor-emissor e o transdutor-receptor de acordo com sua respectiva coordenada na estrutura analisada. A Figura 5 representa como se obtém um conjunto de leituras posicionadas a partir de um grid selecionado. Com os valores de VPU obtidos, as variações de velocidade foram mapeadas graficamente através de programa computacional gerador de imagens. Posteriormente, foram realizadas análises estatísticas, para a validação do método.

4. Análise dos resultados

Serão apresentadas as análises dos resultados obtidos com os

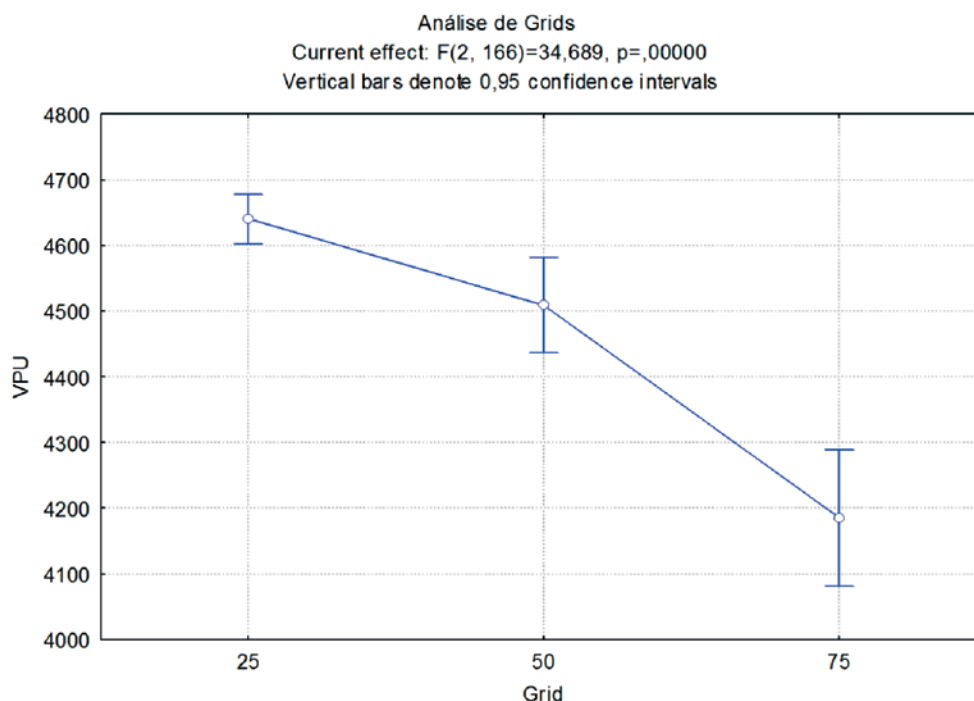


Figura 7
 Influência de diferentes grids

ensaios. Inicialmente, apresentam-se os resultados dos ensaios de resistência à compressão axial realizados nos corpos-de-prova cilíndricos de controle. Em seguida, são destacados os resultados referentes às questões sobre as variáveis tecnológicas, que se dividem em efeitos do tamanho do grid, da presença de armadura, do operador e da rugosidade superficial. Na parte final, é apresentada as interferências que a presença de falhas no concreto, possivelmente gerou nos resultados.

4.1 Resistência à compressão axial dos corpos-de-prova de controle

Para o controle do concreto utilizado na confecção das paredes, foram ensaiados 6 corpos-de-prova de 10x20 cm para cada bloco. O resultado da resistência à compressão atingiu valor médio de 50 Mpa, com um coeficiente de variação de 5%. Como pode ser observado, o concreto obteve resistência superior ao f_{ck} especificado, que era de 30 MPa. Entretanto, os resultados obtidos, mesmo diferentes da especificação, não inviabilizaram a pesquisa.

4.2 Análise do efeito das variáveis tecnológicas estudadas

As leituras de VPU foram iniciadas aos 28 dias a contar da concretagem e duraram cerca de uma semana. Inicialmente, foram efetuadas várias tomadas de dados, para que se pudesse avaliar o efeito de cada uma das variáveis tecnológicas selecionadas para o estudo. Nas figuras 6, 8, 10, 12 e 14 é possível visualizar claramente as regiões mais quentes (em vermelho), que indicam valores inferiores de VPU, e as regiões mais frias (em azul), que indicam zonas de VPU com valores mais elevados.

De forma a possibilitar a comparação entre os dois elementos de concreto utilizados nesta pesquisa, as variáveis foram analisadas a partir dos resultados obtidos pelo operador com experiência (presença de armadura, rugosidade e presença de falhas). Excetua-se neste caso a variável operador, que foi realizada por dois operadores diferentes, um com experiência no ensaio e outro em fase de treinamento.

4.2.1 Tamanho do grid de leitura

Como discutido no item 3, foram utilizados três espaçamentos de malha, visando a determinar mudanças no tipo de resposta obtido por meio do mapeamento dos dados em relação à identificação de defeitos. Nas figuras 6 (a), (b) e (c), podem-se verificar, respectivamente, as imagens geradas nos grid de 75 cm, 50 cm e 25 cm, que foram realizadas na parede sem armadura e com a face lisa.

No grid de 25 cm obtém-se um total de 120 leituras, no grid de 50 cm, 33 leituras, e no grid de 75 cm, 20 leituras, todas indiretas. Como se pode observar, a imagem gerada com grid de leitura de 25 cm possibilitou melhor representação das diferentes regiões, obteve-se regiões mais definidas quando comparadas com as imagens obtidas com leituras de 50 cm e 75 cm. Desta forma, para as análises dos efeitos das diferentes variáveis utilizou-se o grid de leitura de 25 cm.

Os valores da VPU obtidas ficaram compreendidas entre 4300 e 4800 m/s, que correspondem a concretos de excelente qualidade. De maneira geral, a escolha do grid influencia significativamente a interpretação de possíveis regiões comprometidas em um maciço de concreto. Porém, essa interpretação e a escolha do grid são fortemente ligadas à magnitude do problema a ser localizado. Grids mais refinados têm a capacidade de detecção de defeitos mais sensíveis. No entanto, quando o diagnóstico de uma estrutura é a busca de extensões mais significativas, grids menos refinados já são suficientes e facilitam tanto a execução dos ensaios quanto as suas análises. Para evidenciar as diferenças entre grids apresentados pela figura 6, foi realizada uma análise estatística por variância (ANOVA), com o intuito de comparar as VPU obtidas para os diferentes grids propostos. A Figura 7 apresenta graficamente os resultados obtidos.

Podemos observar que a análise nos dá uma probabilidade próxima de zero (com nível de significância de 95%), mostrando que são significativas as diferenças de VPU, quando se altera a distância entre os transdutores. Com o aumento do grid, apresenta-se uma tendência de redução da VPU, independente da presença ou não de armadura. Esse resultado destaca a importância da

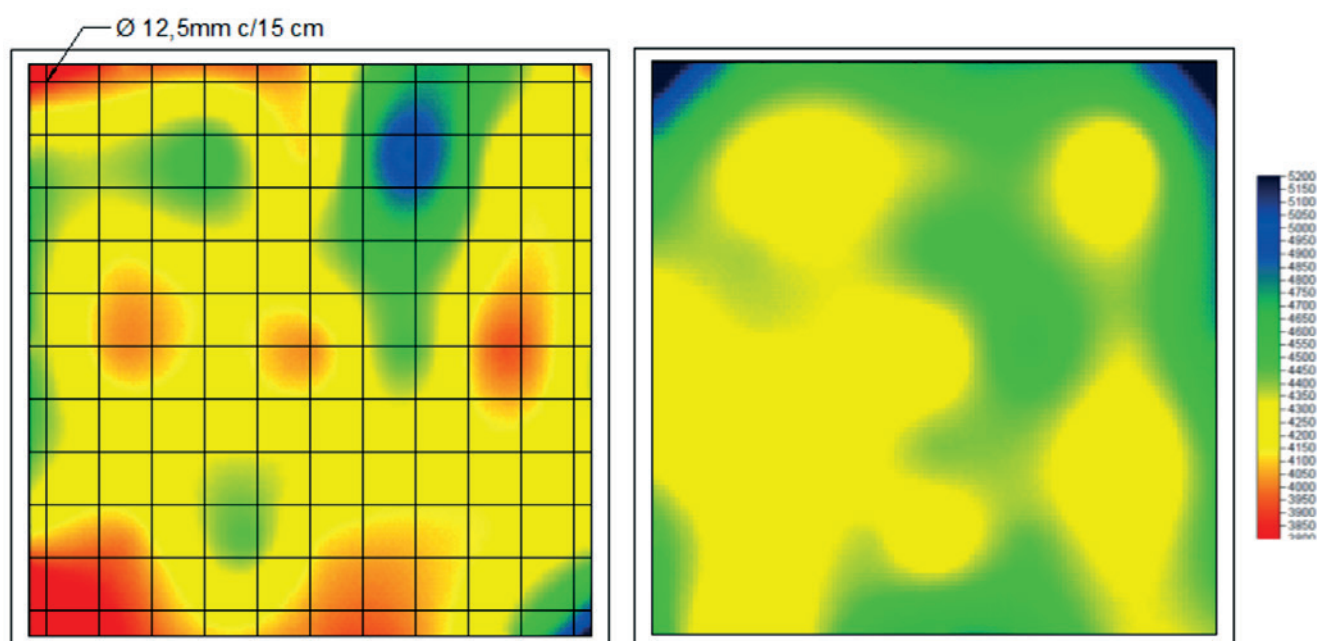


Figura 8

(a) Imagens geradas na parede com armadura (b) Imagens geradas na parede sem armadura

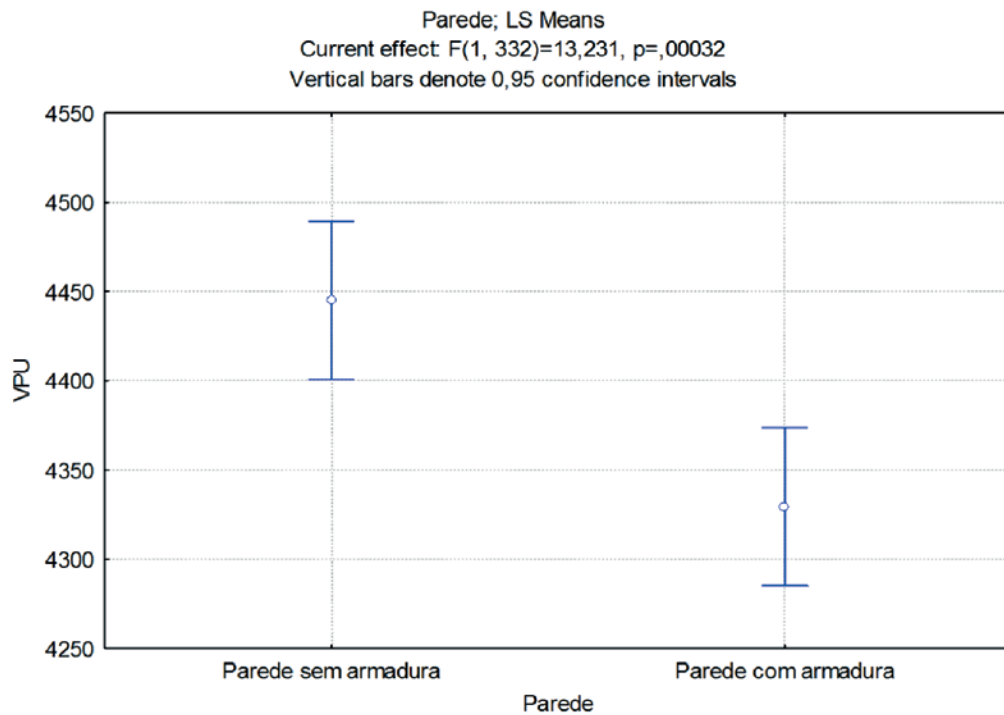


Figura 9
Influência da presença de armadura

manutenção de uma mesma distância entre transdutores, quando estiver sendo realizado um levantamento da homogeneidade de uma estrutura de concreto. A mescla de distâncias dentro de uma mesma estrutura não é indicada, já que pode colocar em risco as análises, podendo gerar interpretações erradas, oriundas da redução da velocidade com o aumento da distância, e não de uma região suspeita necessariamente.

4.2.2 Presença de armadura

Apesar de diversos autores já terem estudado a influência da pre-

sença da armadura na VPU, este trabalho tem como diferencial apresentar elementos em tamanho e taxa bastante próximas das utilizadas diariamente nos canteiros de obra.

As figuras 8(a) e (b) apresentam, respectivamente, as imagens geradas de paredes com armadura e de paredes sem presença de armadura.

Analisando visualmente as imagens, percebem-se algumas diferenças de coloração. Essas diferenças, apesar de representarem apenas uma redução sensível, são significativas na média das velocidades obtidas na parede com presença de armadura.

Esse comportamento não é apenas contrário ao que outros

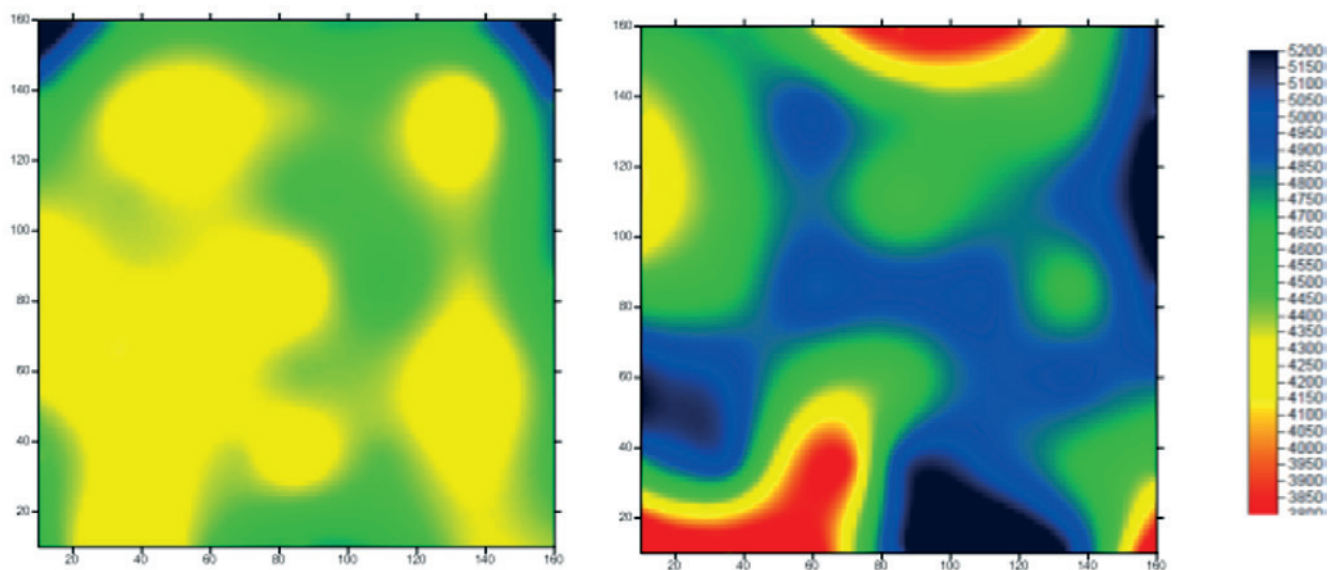


Figura 10
(a) Imagens geradas da parede, com operador com experiência (B) imagens geradas da parede com operador em fase de treinamento

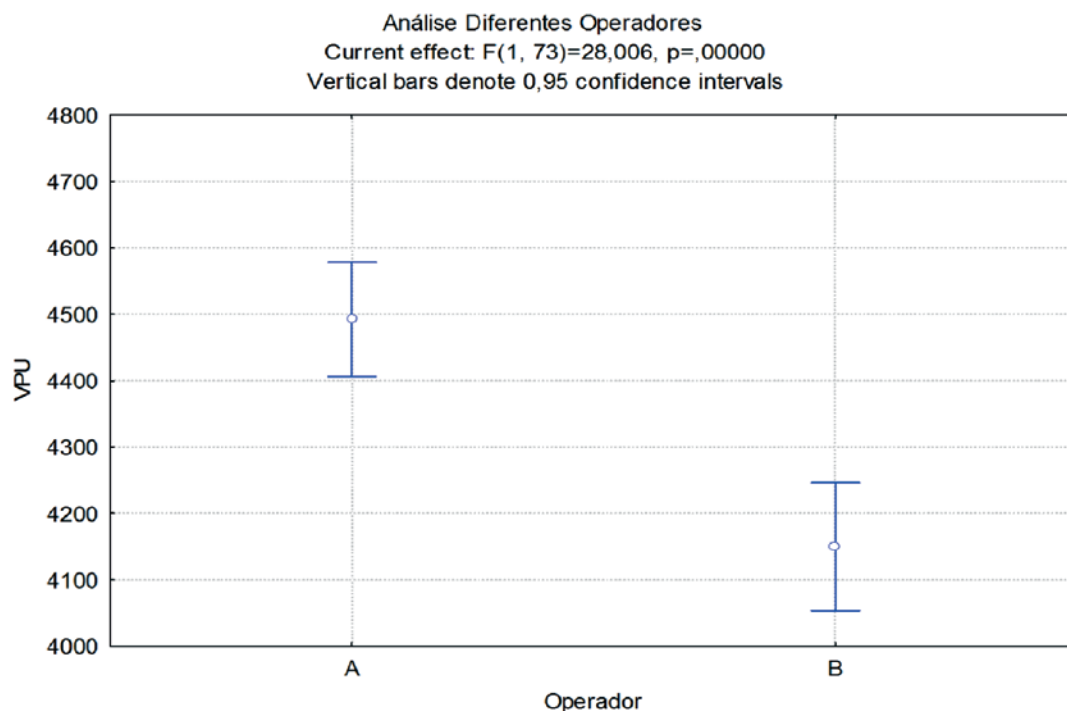


Figura 11
Influência de diferentes operadores

autores afirmam, mas também é contrário à hipótese inicial da presente investigação. Já em relação à homogeneidade das paredes, a presença de armadura não prejudicou a interpretação das imagens, visto que o mapeamento de regiões com diferentes velocidades foi semelhante nas duas configurações propostas. A Figura 9 apresenta a análise estatística que avalia a significância da presença de armadura na análise da VPU.

Podemos observar, a partir do gráfico acima, uma leve tendência de as velocidades na parede sem armadura serem maiores do que na parede com presença de armadura. Logo, quando todos

dados foram submetidos a uma análise estatística, a presença de armadura utilizada acarretou alterações significativas nas VPU, reduziram-se as VPU com nível de 95% de significância.

4.2.3 Operador

Foram realizadas, também, comparações relativas ao uso do aparelho de ultrassom por diferentes operadores. Esse fator é relevante, pois as análises de campo demandam, muitas vezes, diversos operadores trabalhando simultaneamente. A Figura 10

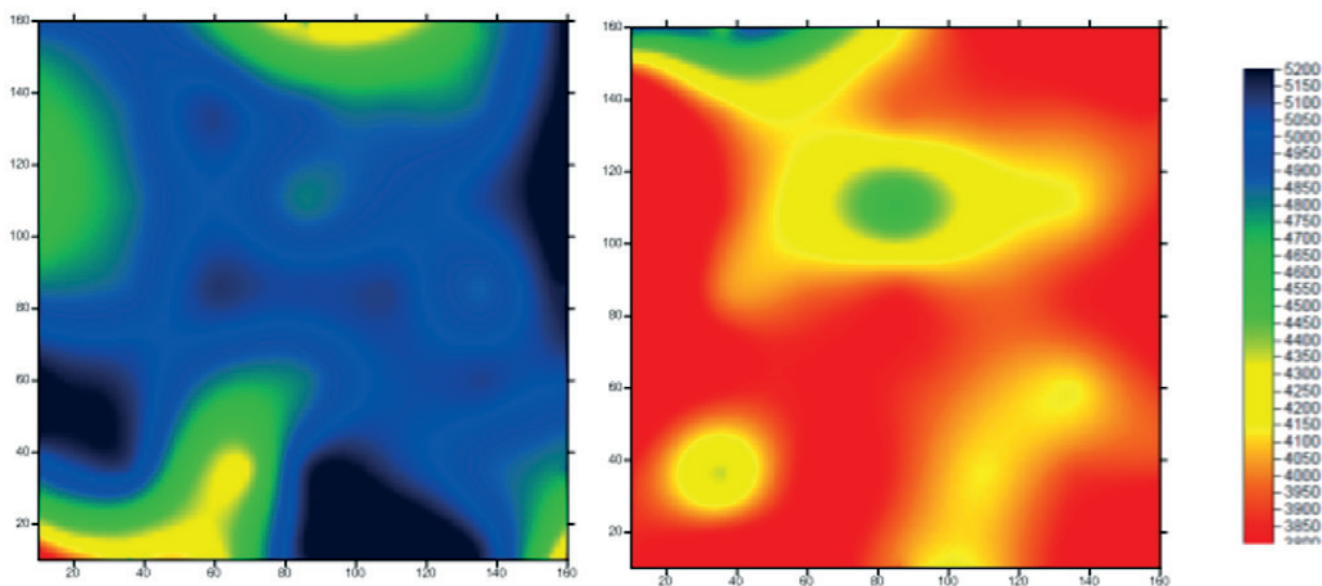


Figura 12
(a) Imagens geradas da parede com superfície lisa (b) Imagens geradas da parede com superfície rugosa

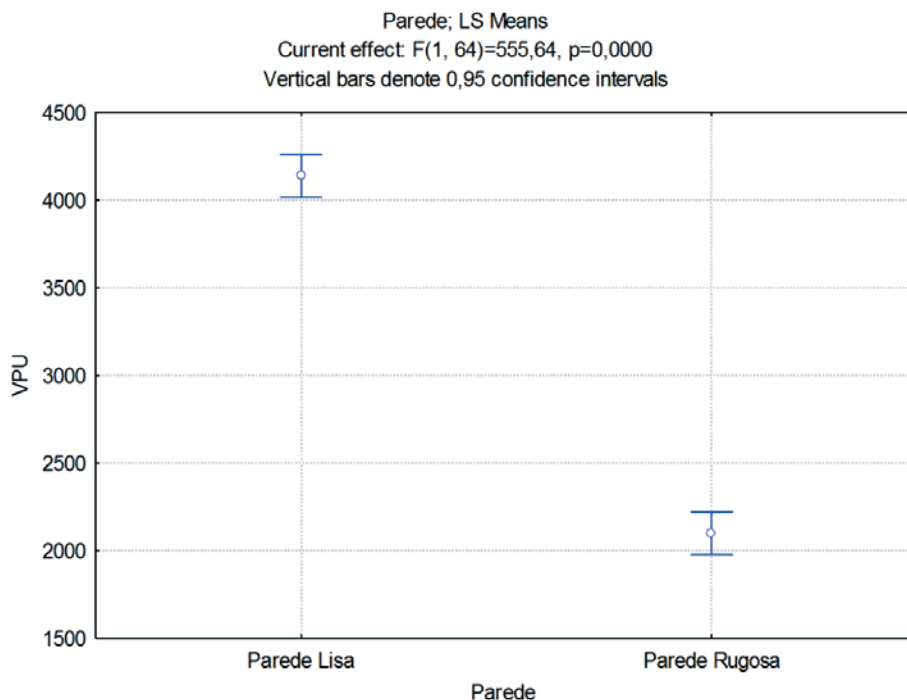


Figura 13
Influência de diferentes superfícies

apresenta duas imagens geradas a partir de velocidades de dois operadores, um com experiência em trabalhos anteriores e outro em fase de treinamento, Figura 9(a) e (b). Ambas as leituras foram realizadas na parede sem presença de armadura.

Analisando a Figura 9, podemos observar que, quando as leituras são feitas pelo operador com experiência, a imagem se mostra bem mais regular, tanto nas cores como na média das velocidades. Já no caso do operador sem experiência, foram geradas ve-

locidades mais baixas e regiões que poderiam ser interpretadas como tendo problemas existentes no interior do concreto. Para comprovar esse efeito, a Figura 10 apresenta a análise estatística feita a partir de todas as velocidades obtidas por cada um dos operadores na análise da mesma parede.

A análise da Figura 11 comprova exatamente o que já havia sido verificado nas interpretações das imagens geradas pelo programa computacional, nas quais o operador sem experiência obteve ve-

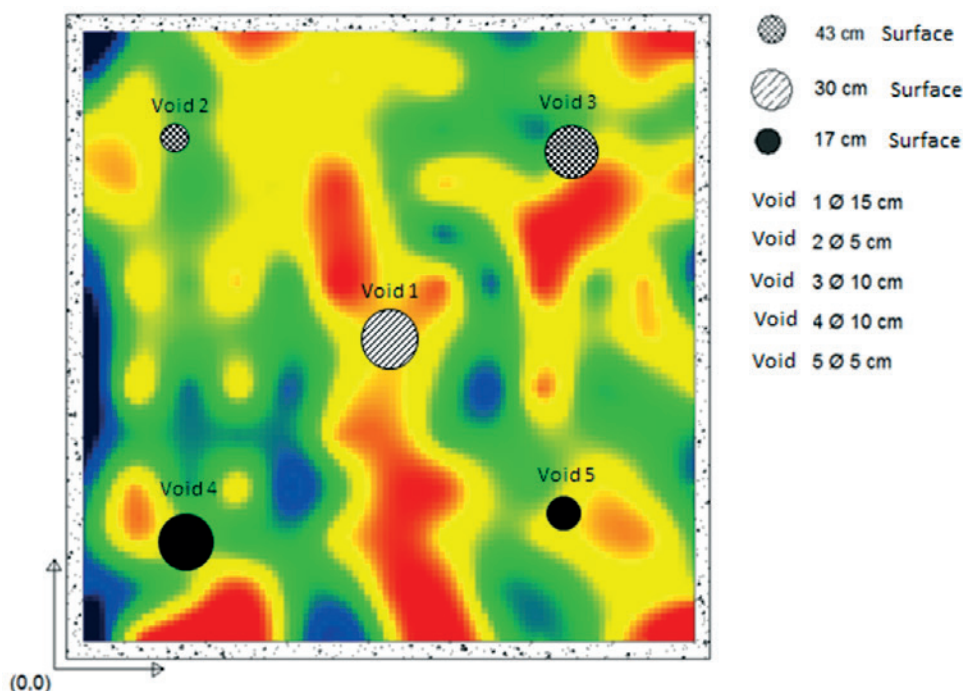


Figura 14
Imagem gerada através de uma combinação de parâmetros para identificação de vazios

locidades significativamente inferiores às do operador com experiência, gerando diferenças em média de 300 m/s. A partir disso, conclui-se que é de suma importância, para futuros trabalhos de inspeção em campo, o treinamento da equipe que irá executar esses trabalhos. Esse treinamento não deve se limitar somente à equipe que executará o ensaio, mas deve contemplar, também, a equipe que interpretará os resultados. Como se pode observar, a falta de treinamento de um profissional pode comprometer a análise de uma estrutura, ou parte dela, condenando-a, mesmo que esta, na realidade, esteja em perfeitas condições.

4.2.4 Rugosidade superficial

Outro parâmetro de ensaio estudado foi a rugosidade da superfície disponível para as leituras de VPU. Foram estudadas duas rugosidades distintas, uma bastante propícia para o ensaio, sendo ela a lisa, e a outra com rugosidade bastante acentuada, porém, mais encontrada em situações de inspeções in situ. As figuras 12(a) e (b) mostram a influência das superfícies lisa e rugosa, respectivamente.

Podemos observar que as leituras executadas por um mesmo operador, na mesma estrutura, porém com rugosidades superficiais distintas, são significativamente diferentes. Com a imagem gerada a partir das velocidades obtidas na superfície rugosa, pode-se concluir que essa configuração inviabiliza qualquer interpretação, devido a todo ruído causado por essas irregularidades na propagação da VPU. A Figura 13 apresenta graficamente a comprovação desse efeito.

Podemos concluir, a partir do gráfico apresentado, que a rugosidade na superfície do concreto influencia significativamente os valores de VPU, causando a redução dos mesmos. Visto isso, conclui-se que, nas situações em que leituras são feitas nestas condições, é imprescindível a regularização da estrutura analisada, através de meios de desgaste mecânico, principalmente nos pontos onde os transdutores entrarão em contato com a superfície.

4.3 Identificação de possíveis falhas

Com relação à localização de vazios no interior do concreto, dentre as diversas variáveis estudadas, a Figura 14 apresenta a imagem obtida através da combinação de parâmetros que apresentaram maior capacidade de detecção de vazios. A imagem apresentada é resultado da análise de uma parede sem armadura, ensaiada por um operador experiente, em um grid de 25 cm e face lisa.

Fica evidenciado que existe uma região com velocidades abaixo da média geral, exatamente no centro da parede, onde foi introduzido um vazio de tamanho considerável, se comparado às dimensões do elemento analisado, representado na Figura 14 pelo vazio 1. Devido ao tamanho do vazio (15 cm), regiões abaixo e acima dele tiveram as leituras de VPU afetadas, como é possível observar.

A vantagem da utilização de um grid mais refinado é exatamente a possibilidade da localização mais aproximada dos defeitos. Defeitos menores também podem ser localizados através dessa configuração, porém não com a mesma exatidão que ocorre com o vazio 1, localizado no centro. Este é o caso dos vazios 3 e 4, nos quais a imagem apresenta regiões com velocidades médias inferiores, mesmo que as esferas de isopor tenham sido deslocadas da posição original durante a concretagem. Já o vazio 5 foi

identificado com precisão, embora a imagem apresente de forma pouco clara essa diferença de velocidades. O vazio 2 foi o único defeito que o método não conseguiu detectar, provavelmente pela combinação entre o tamanho reduzido e a profundidade em que ele se encontrava. Apesar de algumas incertezas, a análise através da geração de imagens indica algumas tendências semelhantes às que teriam sido produzidas durante a investigação de uma estrutura real.

Dessa forma, tem-se a garantia de que, com o auxílio da ferramenta adequada para realizar a análise, consegue-se visualizar regiões do concreto nas quais há diferenças na homogeneidade. Contudo, deve-se levar em conta o tamanho da superfície de concreto que será analisada, para determinar o tamanho da malha de ensaio ao tamanho da superfície e à magnitude das heterogeneidades a serem localizadas. Com esta investigação, torna-se viável inferir a capacidade de detecção de heterogeneidades no concreto de estruturas reais, através da utilização de VPU, combinado com a geração de imagens de um software apropriado, confirmando, assim, o potencial de utilização da VPU nos casos de inspeção de estruturas.

5. Conclusões

Este trabalho teve como objetivo analisar as influências que diversos parâmetros acarretam nos resultados do ensaio de VPU. Nestes ensaios, foram verificadas variáveis operacionais como: diferenças de grids, operadores com níveis de experiência diferenciados, superfícies distintas, e a presença ou não de armadura. Analisando e comparando os resultados obtidos através dos ensaios realizados, pode-se concluir que:

- A escolha do grid de leitura vai depender do tamanho do elemento e da significância da dimensão do defeito em seu interior. Na situação em análise, o tamanho do grid teve influência significativa nas leituras, sendo que o grid mais refinado (25 cm) apresentou os melhores resultados com relação às velocidades médias e à interpretação das imagens.
- Constatou-se que a presença de armadura alterou significativamente as velocidades médias obtidas, reduzindo a velocidade, estando em desacordo com o que já fora publicado por muitos autores.
- A experiência do operador mostrou-se a variável mais importante e significativa nas análises, já que a falta de treinamento do mesmo pode acarretar interpretações errôneas, tendo em vista também que o operador é indispensável para a realização dos ensaios.

A escolha criteriosa de parâmetros de ensaio possibilita uma interpretação completa da qualidade de estruturas de concreto. Para a localização de vazios, a composição dos parâmetros parede sem armadura, face lisa, grid 25 cm e operador com experiência foi a que apresentou de maneira mais clara e objetiva as regiões que, de fato, continham defeitos no interior.

O ensaio de VPU apresenta diversas vantagens para a avaliação de estruturas. Todavia, a escolha dos parâmetros de ensaios é fator determinante para que se tenha uma interpretação correta e sem equívocos. É importante ressaltar que todas as conclusões obtidas nesse trabalho dizem respeito exclusivamente ao elemento estudado.

Fisicamente, sabe-se que deve haver uma relação entre compacidade e resistência à compressão. Todavia, a natureza complexa e heterogênea do concreto torna a modelagem desta relação uma tarefa árdua. Um grande número de variáveis, potencialmente, afeta a correlação de resultados de compacidade, obtidos via pulso ultrassônico, e de resistência à compressão do concreto. A análise dos dados obtidos por VPU permite que se obtenham parâmetros para avaliar as características das estruturas de concreto. O ponto crucial para que se possa utilizar o VPU para a análise de estruturas de concreto é a interpretação dos resultados obtidos.

O desconhecimento da real situação em que se encontra uma estrutura é um fator complicador nas intervenções em estruturas deterioradas ou sob suspeita. A falta de informação, numa situação de caráter emergencial, pode fazer com que se tomem decisões conservadoras, aumentando o escopo e complexidade das intervenções previstas, aumentando custos ou gerando transtornos adicionais para seus usuários. A utilização do VPU pode auxiliar na tomada de decisão e estabelecimento de estratégias de intervenção. De forma geral, os estudos de caso reforçam a idéia de que a utilização de VPU são ferramentas úteis para a análise de estruturas. Confirma-se assim a idéia de que os mesmos têm grande potencial de utilização nos casos de inspeção de estruturas. Seu emprego permite obter indicações importantes para a caracterização do concreto, bem como dados sobre a homogeneidade e a qualidade da estrutura.

O estudo em questão indica que ensaios de VPU são ferramentas sensíveis a variações de homogeneidade e densidade, podendo, portanto, fornecer dados importantes para a tomada de decisão a respeito das estruturas de concreto. Mediante a execução de ensaios de VPU é possível contribuir com o controle da qualidade das estruturas de concreto. Desta forma pode-se inferir que a aplicação de VPU é muito útil para estudos de mapeamento de variações de homogeneidade de uma estrutura. Ou seja, pode-se concluir que, mediante a execução de ensaios de VPU é possível contribuir com o controle da qualidade das estruturas de concreto.

6. Referências bibliográficas

- [1] ISAIA, G.C., O Concreto: da Era Clássica à Contemporânea. In: ISAIA, G. C. (Editor), Concreto: Ensino, Pesquisa e Realizações. São Paulo: IBRACON, 2005. cap.1, vol.1, p.1-44.
- [2] LORENZI, A. Aplicação de redes neurais artificiais para estimativa da resistência à compressão do concreto a partir da velocidade de propagação do pulso ultra-sônico, Porto Alegre, 2009, Tese (doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia, 196p.
- [3] NOGUEIRA, C. L., Ensaios Não Destrutivos: Novas Ferramentas para Inspeção de Obras Públicas. In: VI SINAOP – VI SIMPÓSIO NACIONAL DE AUDITORIA EM OBRAS PÚBLICAS. Anais... ,Florianópolis: 2001.
- [4] MEDEIROS, A., PADARATZ, I.J., PINTO, R.C.A., Influência da Presença de Armaduras na Estimativa da Profundidade de Fissuras Superficiais em Concreto Armado através do Ultra-som. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais..., São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 14p. 1 CD-ROM.
- [5] LORENZI, A., SILVA FILHO, L.C.P., CAETANO, L.F., LORENZI, L.S., Monitoramento de Estruturas de Concreto através de Ensaios de Velocidade de Propagação do Pulso Ultra-sônico. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais..., São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 13p. 1 CD-ROM.
- [6] BARBOSA, M.T.G., MENDES, L.O., COURA, C.G., Resistência à Compressão do Concreto x Velocidade de Propagação de Pulso Ultrassônico – Estudo de Caso. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO (COBRACON 2009), 51, 2009, Curitiba. Anais.... São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2009. 16p. 1 CD-ROM.
- [7] EVANGELISTA, A. C. J., Avaliação da Resistência do Concreto usando Diferentes Ensaios Não Destrutivos. 2002. 219p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- [8] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. IAEA-TCS-17: Guidebook on Non-Destructive Testing of Concrete Structures. Viena: 2002, 231 p.
- [9] KUMAR, S. A., SANTHANAM, M., Detection of Concrete Damage Using Ultrasonic Pulse Velocity Method. In: NATIONAL SEMINAR ON NON-DESTRUCTIVE EVALUATION, 2006, Hyderabad. Proceedings.... Hyderabad: Indian Society for Non-Destructive Testing. Disponível em: <<http://www.ndt.net>> . Acesso em: 18/07/2007.
- [10] VALLUZZI, M. R., DA PORTO, F., CASARIN, F., MONTEFORTE, N., MODENA, C., A Contribution to the Characterization of Masonry Typologies by using Sonic Waves Investigations. In: NON-DESTRUCTIVE TESTING IN CIVIL ENGINEERING (NDTCE'09), 2009, Nantes. Proceedings.... Paris: Confédération Française por lês Essais Non Destructifs, 2009. 6p.
- [11] BREYSSE, D., SOUTSOS, M., FELICETTI, R, KRAUSE, M., LATASTE, J., MOCZKO, A., How to improve the quality of concrete assessment by combining several NDT measurements. In: NON-DESTRUCTIVE TESTING IN CIVIL ENGINEERING (NDTCE 2009), 2009, Nantes. Proceedings.... Paris: Confédération Française pour les Essais Non Destructifs, 2009. Disponível em: <<http://www.ndt.net>>. Acesso em: 18 ago. 2013.
- [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 8802: Concreto Endurecido – Determinação da Velocidade de Propagação da Onda Ultra-sônica: Método de Ensaio. Rio de Janeiro: 2013.
- [13] CHUNG, H. W., LAW, K.S., Diagnosing in situ Concrete by Ultrasonic Pulse Technique. Concrete International. [s.l.], n. 05, p.42-49, 1983.
- [14] HAMASSAKI, L. T., Utilização do ultra-som em concreto. 1986. 108p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.
- [15] CARCAÑO, R. S; PEREYRA, J.B. The influence of the physical properties of aggregates on the ultrasound pulse the-

- nique in predicting the compressive strength of concrete. Rev. Téc. Ing. Univ. Zulia, Vol. 26, No. 1, 2003.
- [16] RODRIGUES, G. S. S.; FIGUEIREDO, E. I. P. Módulo de deformação do concreto pelo método ultrassônico; Estudo da Correlação. In: 46º Congresso Brasileiro do Concreto, Florianópolis, 2004. Anais..., IBRACON, Florianópolis, 2004, pp. II 1309-1324.
- [17] ELVERY, R. H.; IBRAHIM, L. A. M. Ultrasonic assessment of concrete strength at early ages. Magazine of Concrete Research, Dec., 1976, pp 181-190.
- [18] COSTA, M. R., A importância do material acoplante no ensaio de ultrassonografia. 2013. Disponível em: <http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/191/a-importancia-do-material-acoplante-no-ensaio-de-ultrassonografia--286986-1.aspx>. Acesso em: 15/06/ 2013.
- [19] COMITÉ MERCOSUL DE NORMALIZACION, NM 58: Hormigón endurecido – Determinación de la velocidad de propagación de pulsos ultrasónicos. São Paulo: 1996.
- [20] NAIK, T. R.; MALHOTRA, V. M.; POPOVICS, J. S., The Ultrasonic Pulse Velocity Method, CRC handbook on nondestructive testing of concrete, Tarun R. Naik and V M Malhotra eds, CRC Press, pp 169-189, 2004.
- [21] MEDEIROS, A. Aplicação do ultra-som na estimativa da profundidade de fendas superficiais e na avaliação da eficácia de injeções em elementos de concreto armado. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2007.
- [22] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. BSI 1881 - Part 203: Recommendations for measurement of velocity of ultrasonic pulses in concrete. London: 1986. 20 p.

Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames

Modelo de elementos finitos para análise não linear de vigas e pórticos planos de concreto armado



R. S. B. STRAMANDINOLI ^a
renatastramandinoli@hotmail.com

H. L. LA ROVERE ^b
henriettelarovere@gmail.com

Abstract

In this work, a two-dimensional finite element (FE) model for physical and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames, developed by the authors, is presented. The FE model is based on the Euler-Bernoulli Beam Theory, in which shear deformations are neglected. The bar elements have three nodes with a total of seven degrees of freedom. Three Gauss-points are utilized for the element integration, with the element section discretized into layers at each Gauss point (Fiber Model). It is assumed that concrete and reinforcing bars are perfectly bonded, and each section layer is assumed to be under a uniaxial stress-state. Nonlinear constitutive laws are utilized for both concrete and reinforcing steel layers, and a refined tension-stiffening model, developed by the authors, is included. The Total Lagrangean Formulation is adopted for geometric nonlinear consideration and several methods can be utilized to achieve equilibrium convergence of the nonlinear equations. The developed model is implemented into a computer program named ANEST/CA, which is validated by comparison with some tests on RC beams and plane frames, showing an excellent correlation between numerical and experimental results.

Keywords: nonlinear analysis, finite element, reinforced concrete, beams, plane frames.

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um modelo de elementos finitos de barra bidimensional, desenvolvido pelas autoras, para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. A formulação do elemento é baseada na teoria de Euler-Bernoulli, em que se desprezam as deformações por cisalhamento. Os elementos de barra possuem três nós e um total de sete graus de liberdade, sendo utilizados três pontos de Gauss para integração do elemento, com a seção transversal discretizada em camadas em cada ponto de Gauss (Método das Lamelas). Admite-se que o concreto e as barras de armadura têm uma aderência perfeita entre si e considera-se que cada camada da seção está submetida a um estado uniaxial de tensões. São utilizadas leis constitutivas não lineares para as camadas de concreto e de armaduras de aço, incluindo-se um modelo refinado de tension-stiffening desenvolvido pelas autoras. Adota-se a formulação Lagrangeana Total para consideração da não-linearidade geométrica e podem-se utilizar vários métodos para convergência de equilíbrio das equações não lineares. O modelo desenvolvido é implementado em um programa computacional denominado ANEST/CA, o qual é validado em comparação com alguns ensaios de vigas e pórticos planos de concreto armado, observando-se uma ótima correlação entre resultados numéricos e experimentais.

Palavras-chave: análise não linear, elementos finitos, concreto armado, vigas, pórticos planos.

^a Departamento Acadêmico de Construção Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil;
^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introduction

Due to the advance in technology combined with the use of more resistant materials, more complex and slender structures are currently being designed, arising thus the necessity of more elaborated computational methods for structural analysis and design.

In structural analysis of reinforced concrete (RC) structures, the more refined methods should account for the structure nonlinear behavior, due to material nonlinearities (physical nonlinearity), as well as to changes in the deformed shape of the structure (geometric nonlinearity). Among the more refined methods, the Finite Element Method (FEM) stands out as one of the most utilized nowadays, which, for the case of plane structures, can be employed by using either bar or plane elements. Yet only a few computer programs are available for nonlinear finite element analysis of RC structures, and their cost is high in comparison with other programs. Due to this fact, refined finite element (FE) models have been mostly used by researchers, and many researchers opt in developing their own models and computer programs. Although several nonlinear FE models have already been developed, this is still an advanced topic in the scientific-technical community, in view of the difficulty on accurately model the reinforced concrete material, due to cracking of concrete, yielding of steel and the interaction between these materials. Hence, the development of models that combine computational efficiency and good accuracy needs to be more and more incentivized (Silva and Matos [1]). In this work, emphasis is given to the bar element model, as it yields a reduced number of degrees of freedom as compared to plane element models, making viable the analysis of large structures, which is the aim of the research project under way at the Federal University of Santa Catarina (UFSC), with participation of the authors.

The early FE bar models were developed in the 60's, and were limited to the analysis of small members and small structures, using simplified constitutive models. One of the first bar models was the one by Giberson [2], which consisted of a linear elastic element connected by nonlinear springs at its ends, in which predefined moment-rotation relations were utilized. Since then the bar models evolved, particularly with the introduction of the Fiber Model (Kaba and Mahin [3]), which subdivides the element section into overlaid concrete and reinforcement layers, by considering nonlinear constitutive laws for the materials in each layer. Another important contribution to the evolution of this kind of model was the introduction of an internal node at the element midpoint with only one axial degree of freedom. As demonstrated by Chan [4], the inclusion of this third node allows a proper representation of the element flexural stiffness with variation of the neutral axis position, caused by material nonlinearities. Not including this third node imposes a constraint on the element, making it artificially stiffer. Holzer *et al* [5] have used this kind of model for physical and geometric nonlinear analysis of RC beams/columns. Marí [6] has extended this model to a three-dimensional bar element, with a total of thirteen degrees of freedom (six in each external node and one axial degree of freedom in the internal node), by discretizing the element section into filaments, and by taking into account long term effects caused by creep and shrinkage. In the model two Gauss points are utilized to integrate the stiffness matrix and the internal forces vector of the element, with the constitutive matrix being evaluated only at the element midpoint, and by neglecting the tensile contribution of the intact concrete between cracks (tension-stiffening). The geometric

nonlinearity is also considered, by means of the Updated Lagrangian formulation. More recently Marí [7] has improved this model, by including a tension-stiffening model developed by Carreira and Chu [8]. In Brazil, Schulz and Reis [9] have utilized a model similar to the one by Marí [6] to analyze three-dimensional RC frame structures, by considering physical nonlinearity by means of constitutive equations recommended by Design Codes (NBR-6118 and CEB 90), disregarding the tension-stiffening effect, and by considering the Total Lagrangian formulation for geometric nonlinearity. There is also another kind of FE bar model that uses a formulation in terms of forces instead of displacements, as the model by Taucer, Spacone and Filippou [10]. In Brazil this kind of model was utilized by Teixeira and de Souza [11] in the three-dimensional analysis of a reinforced concrete building, by using a computer program named OpenSees from the University of California in Berkeley. This model was validated by comparison with a model that uses a co-rotational formulation and with the method known as P-delta. The concept of co-rotational formulation, which allows that nodes undergo large displacements and rotations, as well as bars display large elongations and curvatures, has been presented by Pimenta [12]. Pimenta and Soler [13] applied this formulation to analyze one RC beam and two RC plane frames, by adopting a compressive constitutive law for concrete similar to the one given in NBR-6118, by neglecting the concrete tensile strength, and by considering the steel as an elastic-perfectly plastic material. A similar model, with a co-rotational coordinate system attached to the element, was utilized by Silva and Matos [1]. The authors utilized the Fiber Model and considered the contribution of concrete between cracks by means of the tension-stiffening model developed by Vecchio and Collins [14]. Pinto [15] and Carvalho [16] have also utilized a co-rotational formulation for physical and geometric nonlinear analysis of RC structures. Further details on the literature review of FE models for the analysis of RC structures can be consulted in Stramandinoli [17].

From this review one can conclude that the models based on the Force Method have presented excellent results, however their computer implementation becomes more difficult, especially in the usual FE programs that utilize a formulation in terms of displacements instead of forces. Regarding the geometric nonlinearity, despite of the co-rotational formulation being more complete, the large displacement with moderate rotations assumption is in general sufficient to represent the behavior of usual RC structures, such as beams and frames, since large displacements and rotations would be incompatible with the structure utilization. Hence, in this work, a two-dimensional bar element model based on the model developed by Marí [6] is presented. The assumption of large displacement with moderate rotations is considered and the Total Lagrangian formulation is utilized, which is easier to be computationally implemented as compared to the co-rotational formulation. The advantage of this model with respect to similar models described above, lies on the inclusion of a novel tension-stiffening model proposed by the authors (Stramandinoli and La Rovere [18]), which presents a tensile constitutive law for the concrete between cracks as a function of the reinforcement ratio of the bar element, whereas in the previously proposed tension-stiffening models - Vecchio and Collins [14], Carreira and Chu [8], etc., the same constitutive law is used independently of the reinforcement ratio. With that the proposed model can represent more realistically the nonlinear behavior of RC structures after cracking. Another advantage is that in the proposed model the constitutive matrix is evaluated along the element at the three integration points (Gauss

points), which allows the use of coarser FE meshes to capture the spread of nonlinearities along the structure. At each Gauss point the element section is discretized into layers, and it is assumed that each layer is under a uniaxial stress-state. The model does not take creep and shrinkage effects into account and it is limited to RC structures with a dominant flexural behavior, where shear deformation is neglected. It should be pointed out that, in those structures where shear effects become important, bar models based on Timoshenko Beam Theory should be used, as for instance the one developed by the authors in Stramandinoli and La Rovere [19], and Stramandinoli [17], or, alternatively, plane finite element models, as, for example, the ones developed by d'Avilla [20], should be employed.

The FE model developed by the authors is presented in Section 2, in the following, and the constitutive equations of the materials utilized are described in Section 3. The model is implemented into a computer program named ANEST/CA, which is validated in comparison with an analytical model developed by another author for the case of geometric nonlinearity for large displacements, and in comparison with experimental tests on beams, by considering physical nonlinearity only, and on plane frames, by considering both nonlinearities, as presented in Section 4. At the end of the work, in Section 5, a few conclusions are extracted.

2. Finite element model

A nonlinear model based on the Finite Element Method with isoparametric formulation where the structure is discretized into bar finite elements, is developed. The Euler-Bernoulli assumption, in which shear deformation is disregarded, is adopted.

The bar finite element utilized has three nodes and a total of seven degrees of freedom (Figure [1]). The two external nodes have three degrees of freedom each: two translations (axial and transversal) and one rotation. The internal node at the element midpoint has only one

axial degree of freedom, similar to the one utilized by Chan [16] and by Mari [2]. Upon inclusion of this node, the horizontal displacement field in the element becomes compatible (see equation 1 ahead, the first term shows a parabolic variation with x , the horizontal axis, as well as the second term due to bending, since $v(x)$ varies cubically with x). This allows the axis x to have an arbitrary position, fixed during the analysis but not necessarily coincident with the line passing by the section centroids, in such a way that the element stiffness can be properly represented upon variation of the neutral axis position, caused by cracking and other material nonlinearities (further details can be found in Stramandinoli [17]).

The numerical integration of the element is performed by means of three Gauss points, and at each point the section is discretized into concrete layers overlaid to longitudinal reinforcement layers (Fiber Model). It is assumed that concrete and reinforcing steel are perfectly bonded, and that each layer is under a uniaxial stress-state. Nonlinear constitutive laws are utilized for the materials, as described in Section 3. Regarding the geometric nonlinearity, the Total Lagrangian Formulation, considering moderate rotations, is utilized.

The element formulation is described in the following, by considering initially linear-elastic material, and in the sequence including physical and geometric nonlinearities.

In all equations along the text, bold-faced characters represent either a vector or a matrix.

2.1 Formulation for linear-elastic material

By considering the Euler-Bernoulli Beam Theory, the displacement field along the element is given by:

$$u(x, y) = u_0(x) - y\theta(x); \text{ in which } \theta = \frac{dv}{dx} \text{ and } v(x, y) = v(x) \quad (1)$$

where u is the longitudinal displacement, u_0 is the longitudinal

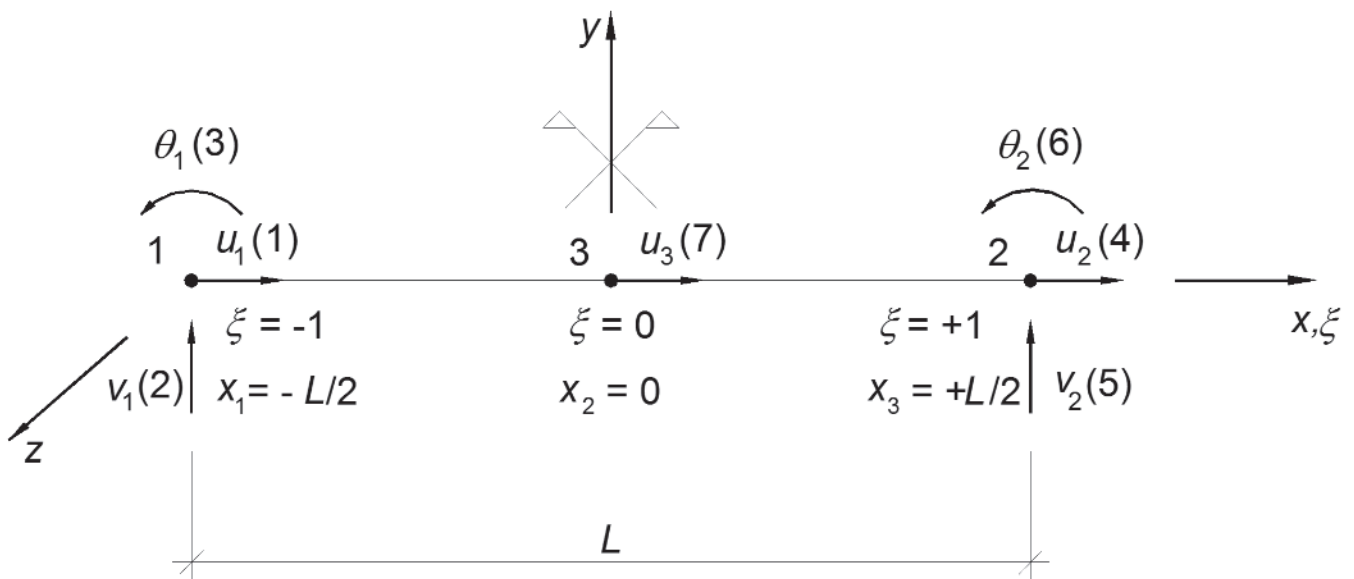


Figure 1 Bar element with 3 nodes and 7 degrees of freedom; cartesian coordinates (x, y, z) and natural coordinate (ξ)

displacement along the reference axis x , v is the transversal displacement and θ is the rotation of the cross-section. The longitudinal strain and stress in the element are:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \tag{2}$$

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \tag{3}$$

where E is the longitudinal modulus of elasticity of the linear-elastic material.

By introducing the natural coordinate $\xi = \frac{x}{L}$, the displacement

field in terms of nodal displacements can be written as:

$$u(\xi, y) = u_0(\xi) - y\theta(\xi) \tag{4}$$

$$u_0(\xi) = N_a u_1 + N_b u_2 + N_c \alpha_1 \tag{5}$$

$$v(\xi) = N_d v_1 + N_e \theta_1 + N_f v_2 + N_g \theta_2 \tag{6}$$

$$\theta(\xi) = \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{2}{L} = \frac{2}{L} [N_d \dot{v}_1 + N_e \dot{\theta}_1 + N_f \dot{v}_2 + N_g \dot{\theta}_2] \tag{7}$$

in which: $\dot{\cdot} = \frac{d}{d\xi}$

and where α_1 is related to the displacement of the internal node, u_3 :

$$u_3(\xi) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \alpha_1 \tag{8}$$

and the interpolation functions $N(\xi)$ are given in the Annex. From the displacement field, the strain in the element can be determined (see details in the Annex). The strain and stress vectors are given by:

$$\varepsilon = \varepsilon_x = \mathbf{B}_L \mathbf{U} \text{ and } \sigma = \sigma_x = \mathbf{D} \varepsilon \tag{9}$$

where \mathbf{U} is the nodal displacement vector; \mathbf{B}_L is the linear matrix that relates strain to nodal displacements, which is obtained from equations (2) and (4) to (7):

$$\mathbf{B}_L = [1 \quad -y] \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-4\xi}{L} \\ 0 & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi-1}{L} & 0 & \frac{-6\xi}{L^2} & \frac{3\xi+1}{L} & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

and $\mathbf{D} = E$ is the constitutive matrix for linear-elastic material, in the uniaxial case.

By applying the Principle of Virtual Work and after some algebraic manipulations (Stramandinoli [17], Cook [21]), the equation that defines the stiffness matrix can be found:

$$\mathbf{k} = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \tag{11}$$

and also the internal forces vector in the element:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{B}_L^T \sigma dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L \mathbf{U} dV \tag{12}$$

The integrals in equations (11) and (12) can be obtained by means of numerical integration, and, in this work, the Gauss integration rules with three integration points are utilized.

Next, a static-condensation procedure is applied to condense out the seventh degree-of-freedom in the element stiffness matrix and in the element force vector, from which the global stiffness matrix and the global internal forces vector of the structure are assembled.

2.2 Formulation including physical nonlinearity only

In order to include physical nonlinearity, besides the Euler-Bernoulli assumption, it is assumed that: the element undergoes small strain and displacements; concrete and steel are homogeneous materials and there is a perfect bond between them; the element cross-section is discretized into layers, by considering that each layer is under a uniaxial stress-state; the tension-stiffening effect occurs in the concrete after cracking; the reinforcing steel is an elastic-plastic material with strain-hardening; the total internal forces at each section are obtained upon superposition of the forces derived from the stresses in the concrete layers to those arising from the stresses in the reinforcement layers.

Upon inclusion of physical nonlinearity, equations (11) and (12) need to be modified, since the stresses and the constitutive matrix vary along the element, $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ and $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\varepsilon)$, therefore an iterative procedure becomes necessary to achieve force equilibrium at each load step. Solution of the nonlinear equilibrium equations can be obtained by means of either the Newton-Raphson methods or the Arc-length method (Stramandinoli [17]). Loads are applied incrementally, and for each load step the internal forces vector and the tangent stiffness matrix of the element are calculated at each iteration of the iterative procedure:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{B}_L^T \sigma(\varepsilon) dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}(\varepsilon) \mathbf{B}_L \mathbf{U} dV \tag{13}$$

where \mathbf{D} is the secant constitutive matrix of the material. It can be demonstrated that the tangent stiffness matrix \mathbf{k}^t is given by (Stramandinoli [2]):

$$\mathbf{k}^t = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{U}} = \int \frac{\partial \mathbf{B}_L}{\partial \mathbf{U}} \sigma dV + \int \mathbf{B}_L^T \frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{U}} dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}^t \mathbf{B}_L dV \tag{14}$$

where \mathbf{D}^t is the tangent constitutive matrix of the material. For comparison with the well-known stiffness matrix (6 × 6) of a linear-elastic plane frame element, the secant stiffness matrix (7 × 7) of the element considering only physical nonlinearity, which contains coupling terms between axial and bending stiffness, is presented in the Annex. In the initial elastic stiffness matrix, these terms become null for the case that the longitudinal axis x of the element passes by the centroid of the section (the first moment of area, S , is zero).

2.3 Formulation including both physical and geometric nonlinearities

Regarding the geometric nonlinearity, the Total Lagrangian Formulation, with the simplification for moderate rotations, is utilized. By considering moderate rotations, equations (1) remain valid, however the strain becomes:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (15)$$

This strain can be separated into two parts, a linear one, ε_L , equivalent to the one given by equation (2), and another one nonlinear, ε_{NL} . Rewriting the strain in matrix notation, it follows:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_x = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL} \quad (16)$$

where:

$$\varepsilon_L = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \quad \text{which is equation (2) presented previously and}$$

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (17)$$

By rewriting equation (6) using matrix notation, it follows:

$$\mathbf{v} = \mathbf{N}\mathbf{U} \quad (18)$$

and its derivative with relation to x becomes:

$$\mathbf{v}_x = \frac{d\mathbf{v}}{dx} = \mathbf{N}_x \mathbf{U} \quad \mathbf{v}_x^T = \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T$$

where

$$\mathbf{N}_x = \left[0 \quad \dot{N}_d \quad \dot{N}_e \quad 0 \quad \dot{N}_f \quad \dot{N}_g \quad 0 \right]; \dot{N} = \frac{dN}{dx}$$

Equation (17) can then be written in the following way:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \mathbf{U} \quad (19)$$

The incremental form of strain is given by:

$$\delta \varepsilon_x = \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \mathbf{U}} \delta \mathbf{U} + \frac{\partial \varepsilon_{NL}}{\partial \mathbf{U}} \delta \mathbf{U} \quad (20)$$

By replacing the expressions that define ε_L , equation (9), and ε_{NL} , equation (19), into the equation (20) above, yields:

$$\delta \varepsilon_x = (\mathbf{B}_L + \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x) \delta \mathbf{U} \quad (21)$$

or else:

$$\delta \varepsilon_x = (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}) \delta \mathbf{U} \quad \text{where} \quad \mathbf{B}_{NL} = \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \quad (22)$$

and where \mathbf{B}_L is the matrix that relates strain with displacements (linear), equivalent to equation (10).

For this case, with both nonlinearities considered in the model, the internal forces vector becomes:

$$\mathbf{r} = \int (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad \text{in which} \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}$$

The tangent stiffness matrix is still given by the expression:

$$\mathbf{k}^t = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{U}} = \int \frac{\partial \mathbf{B}^T}{\partial \mathbf{U}} \boldsymbol{\sigma} dV + \int \mathbf{B}^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{U}} dV \quad (24)$$

But in this case, upon derivation of the terms in equation (24), it leads to:

$$\mathbf{k}^t = \int (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}) dV + \int \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \boldsymbol{\sigma} dV \quad (25)$$

Hence, it follows that the tangent stiffness matrix \mathbf{k}^t is composed of three matrices:

- One matrix \mathbf{k}_0 obtained considering physical nonlinearity, expressed as:

$$\mathbf{k}_0 = \int (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L) dV \quad (26)$$

- Another matrix, usually defined as geometric matrix, \mathbf{k}_g , given by:

$$\mathbf{k}_g = \int \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \boldsymbol{\sigma} dV \quad (27)$$

- And one matrix \mathbf{k}_u caused by initial displacements by considering the structured deformed, which is given by the addition of three components:

$$\mathbf{k}_u = \int (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_{NL}) dV + \int (\mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L) dV + \int (\mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_{NL}) dV \quad (28)$$

If instead of the Total Lagrangian Formulation, the Updated Lagrangian Formulation were utilized, this last matrix would not enter in the formulation, however it would become necessary to update the coordinates in all steps.

For both this case, in which both nonlinearities are considered, and the case of physical nonlinearity only (section 2.2), the stiffness matrix and the internal forces vector are obtained by means of numerical integration, using the Gauss Rules with three integration points along the longitudinal axis. At each Gauss point the constitutive matrix and the stress vector are obtained upon addition of values arising from the concrete and from the reinforcement layers, which in turn are obtained from the nonlinear constitutive equations for uniaxial state, as described in the following Section 3.

After generation of the element stiffness matrix and internal forces vector, a static-condensation procedure is applied to condense out the seventh degree-of-freedom of the element, and the global stiffness matrix and the global internal forces vector of the structure are assembled. Solution of the nonlinear equilibrium equations can be obtained by means of either the Newton-Raphson methods (Cook [21]) – either the tangent or the initial stiffness method, or else the Arc-length method (Riks[22] and Wempner[23]), when the equilibrium path presents a limit point or exhibits snap-through

phenomenon. This nonlinear FE model using bar elements was implemented into a computer program called ANEST/CA, previously named ANALEST (Stramandinoli [17]), developed in FORTRAN 90 language.

3. Uniaxial constitutive equations

3.1 Concrete under compression

For concrete subjected to compression, both the modified Hognestad model and the CEB model can be utilized in the ANEST/CA program, but in this work only the modified Hognestad model, described in the following, was utilized.

The Hognestad [24] model has already been utilized by several authors, showing good results in comparison with experimental tests. In this work this model is modified, using a parabola to describe the compressive stress-strain curve for both the ascending and the descending branch, after the peak:

$$\sigma_c = f_{cm} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (29)$$

where

f_{cm} is the compressive strength of concrete and ε_0 is the corresponding strain.

3.2 Concrete under tension

For concrete under tension, the model proposed by the authors in Stramandinoli and La Rovere [18] is utilized in this work for all examples. In this model, the material is assumed to behave linear-elastically until the tensile strength of concrete is reached, and, beyond cracking, the tension stiffening effect, described by the following equation, is considered:

$$\sigma_{ct} = f_{ct} e^{-\alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right)}; \quad \varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_y \quad (30)$$

$$\sigma_{ct} = 0; \quad \varepsilon > \varepsilon_y \quad (31)$$

where:

f_{ct} is the tensile strength of concrete and ε_{cr} is the corresponding strain; ε_y is the strain value corresponding to yielding of the reinforcement, after which the stress σ_{ct} drops abruptly to zero; α is an exponential decay parameter, which is a function of the reinforcement ratio (ρ) and of the steel-to-concrete modular ratio (n), defined by the equation:

$$\alpha = 0.017 + 0.255(n\rho) - 0.106(n\rho)^2 + 0.016(n\rho)^3 \quad (32)$$

This equation was derived for bars, where the entire member is subjected to tension, and it was validated by comparison with experimental results from reinforced concrete bars subjected to direct tension, using different reinforcement ratios, showing an excellent correlation (Stramandinoli and La Rovere [18]). In order to apply this model to beams, the effective area that corresponds to the

tensile zone in the member section needs to be obtained, which can be estimated using the equation given in the CEB-FIP Model Code 1990 [25]:

$$A_{ef} = 2.5b(h-d) < \frac{b(h-k_x)}{3} \quad (33)$$

where

h is the nominal depth of the beam, d is the effective depth, and k_x is the neutral axis depth.

Recalling that in RC beams under bending, the relationship between nominal and effective depth is usually given by $h-d \cong 0,1h$, the effective area can then be expressed, approximately, as:

$$A_{ef} \cong \frac{bh}{4} \quad (34)$$

This approximate equation will be utilized in this work to calculate the reinforcement ratio in all examples of beams and plane frames, by considering the tension-stiffening effect only in this effective area. In the numerical analyses where the tension-stiffening effect is not considered, the stress drops abruptly to zero in the stress-strain curve, after the tensile strength limit, f_{ct} , is reached.

It should be noted that the tension-stiffening effect is more accentuated for smaller values of the α parameter, which means smaller values of reinforcement ratios, since the α parameter increases with increasing values of ρ and/or n . In order to illustrate this effect and show the influence of the reinforcement ratio on the tension-stiffening model proposed by the authors, a graph of the proposed model upon variation of ($n\rho$) is shown in Figure 2b, in comparison with other tension-stiffening models – the one by Vecchio and Collins [14] and the bilinear model from Figueiras [26], both displayed in Figure 2a, which are independent of the reinforcement ratio.

3.3 Reinforcing steel

It is assumed that the reinforcing steel, under tension and compression, is an elastic-plastic material, modeled by a bilinear stress-strain curve. In order to avoid convergence problems and oscillations in the iterative process, a parabolic curve is fitted between the elastic and plastic branches of the bilinear stress-strain curve, between 0.8 and 1.2 ε_y (La Rovere [27]). Strain hardening of the reinforcing steel may or may not be considered, through the use of a coefficient sh , which is the plastic-to-elastic modular ratio ($sh = 0$ for horizontal threshold, perfectly plastic steel). The ultimate strain is called ε_u and the corresponding stress, f_u .

4. Comparison of results given by the proposed model with analytical and experimental results obtained by other authors

In order to validate the proposed nonlinear model, its numerical results were compared to several analytical and experimental results from examples of reinforced concrete plane structures, available in the literature, by Stramandinoli [17]. Among these, a few examples of beams and plane frames were selected to be presented here,

giving emphasis to structures with dominant flexural behavior. Only one example of plane frame subjected to large displacements was chosen, by considering only geometric nonlinearity, and it will be compared to another analytical model in section 4.3. The other examples – RC beams considering only physical nonlinearity, and RC plane frames considering both nonlinearities, physical and geometric, will be compared to experimental tests.

Regarding the choice of the FE mesh, parametric studies conducted by Stramandinoli [17] in simply-supported beams have shown that, under 4-point bending, in which the central span is subjected to pure bending, the solution obtained using a mesh of 4 elements basically coincided with the one obtained using 24 elements, showing that the model is objective, without mesh dependency. As for the case of beams under a concentrated load applied at mid-span, convergence of the solution was obtained for meshes with at least 10 elements. On the other hand, for a plane frame of one span and one story, fully fixed at the base, a certain mesh dependency was observed, though the load-displacement curves were basically coincident until the peak, the values of ultimate load and corresponding displacement varied a little by refining the mesh up to 20 elements. The author thus recommends that a finer mesh be utilized for plane frames, but imposing a restraint of not employing elements of length less than its cross-section depth, as recommended by Bazant *et al.* [28]. Stramandinoli [17] has also investigated, for several examples, the effect of number of layers used to discretize the element section, concluding that for 10 layers or higher there was no change in the numerical solution, hence in this work 20 concrete layers were adopted in all examples.

In all numerical analyses, the modified Hognestad model was utilized for concrete under compression and the Newton-Raphson method was applied for solution of the nonlinear equations, except for the example in section 4.3, where the Arc-length method was employed.

In the examples of beams and frames tested experimentally, the material properties for concrete and steel measured experimentally were utilized in the numerical model, whenever available (shown in highlight in Tables 1 and 2), otherwise they were estimated using the values and equations recommended by the Brazilian Code for concrete structures, NBR-6118.

4.1 Simply-supported beams tested by Beber

Among the simply-supported beams tested under 4-point bending by Beber [29], two of them, VT1 and VT2, are initially utilized for comparison with the results generated by ANEST/CA program, considering only physical nonlinearity. The two beams are identical, and their geometry and reinforcement, the applied loading, and the mesh utilized in the finite element analysis are all displayed in Figure 3, with dimensions given in cm. The material properties are presented in Table 3. In order to demonstrate the importance of the tension-stiffening effect, a numerical analysis without considering this effect was also performed. Comparison between numerical and experimental results is presented in Figure 4 in terms of a graph “total applied load versus vertical displacement at mid-span”. It can be observed that the FE model could capture very well the ascending branch of the experimental curve obtained in the experimental tests, showing a good

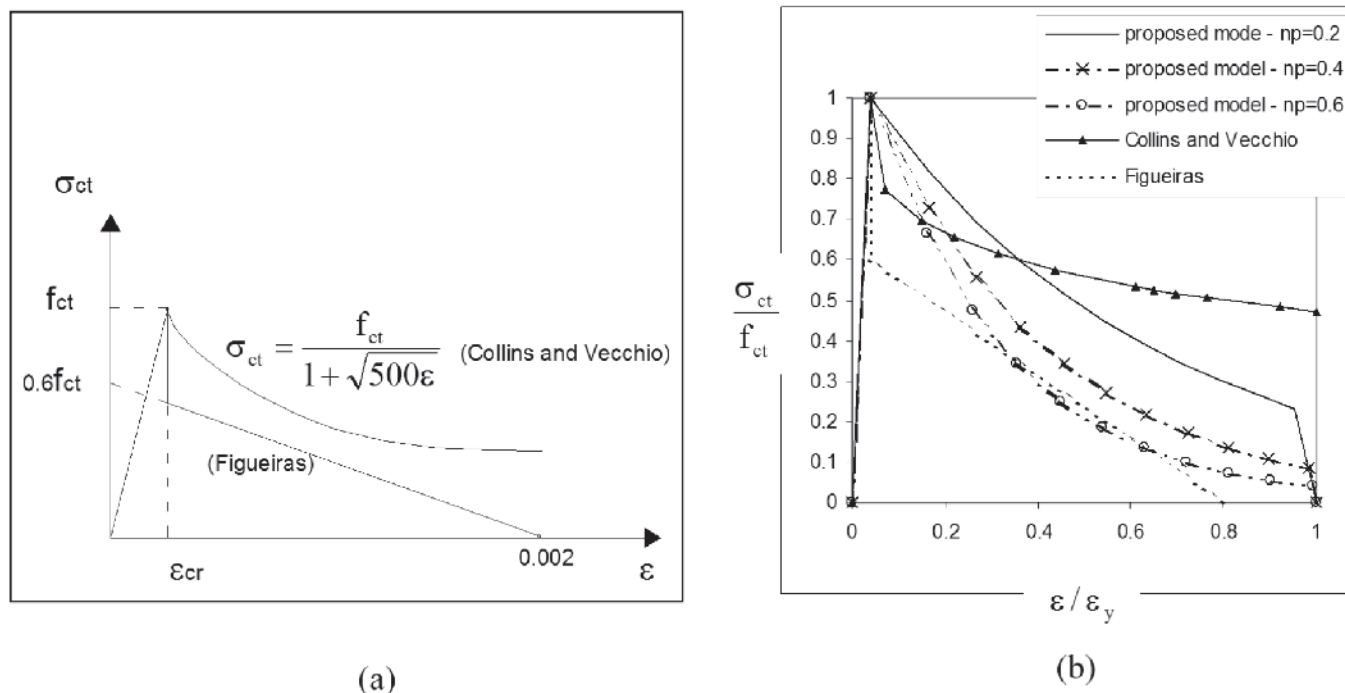


Figure 2 Comparison of tension-stiffening models: (a) Collins and Vecchio (14) and bi-linear model (26); (b) Simplified models and the proposed model for different values of n_p

approximation even after the onset of cracking when the tension-stiffening effect is considered. When such effect is not considered, the numerical model displays a much more flexible behavior than the experimental one, as expected, since this effect is more accentuated in beams with low reinforcement ratio. The onset of yielding of reinforcement was accurately captured by the numerical model, corresponding to a total applied load of 44 kN. However, beyond that, the post-yielding response of the specimens could not be measured experimentally since the instruments have been removed to avoid damage. The ultimate total load measured experimentally was 47 kN, while the numerical value obtained at failure by program ANEST/CA was a bit lower, 46 kN.

4.2 Simply-supported beams tested by Juvandes

Among the beams tested in the experimental program conducted by Juvandes [30], two simply-supported beams under 4-point bending (VB6 and VC3) were selected to be analyzed with ANEST/CA program, by considering only the physical nonlinearity. Beam geometry and reinforcement, loading and FE mesh used in the analyses are shown in Figure 5 (dimensions given in cm), while the material properties are given in Table 1. The numerical analyses were performed with and without considering the tension-stiffening effect, to illustrate the importance of such effect.

Comparison between numerical and experimental results is presented in terms of “total applied load versus vertical displacement at mid-span” graphs in Figures 6 and 7. For beam VB6, it can be

observed from Figure 6 an excellent approximation of the numerical model, considering tension-stiffening, with respect to the experimental test, with the curve obtained numerically basically coinciding with the one obtained experimentally, in the post-cracking and post-yielding ranges. The numerical model was only a little stiffer at the beginning of the elastic range, before the onset of cracking, region more susceptible to instrumentation imprecision, and it predicted very well the ultimate load, with a slightly smaller corresponding displacement.

A more flexible behavior of the numerical model is again observed when the tension-stiffening effect is not considered in the analysis (NO T.S.). For the other beam, VC3, the numerical model considering tension-stiffening reproduced very well the experimental model in the elastic range but, beyond that, for a total load higher than 25 kN, it became slightly stiffer than the experimental model (see Figure 7). The numerical model also predicted well the ultimate load, but showed a corresponding displacement smaller as compared to the experiment. For this particular beam VC3, the differences in the analyses with and without tension-stiffening consideration are smaller because, besides its higher reinforcement ratio, the elastic modulus of concrete is low, resulting in a high value for the modular ratio n , which consequently results in a high value for the α parameter (see Table 1); therefore there is less tension-stiffening effect as compared to the beams analyzed before.

4.3 Plane frame studied by Williams

In order to verify in this work the geometric nonlinearity formulation

Table 1

Material properties used in numerical analysis of beams VT1/VT2/VB6/VC3 (experimental values in bold, calculated or estimated values without bold)

Beam	Concrete			Tension – stiffening				Reinforcing steel			
	f_{cm} (MPa)	f_{tm} (MPa)	ϵ_0	n	ρ_{eff}	$n \rho_{eff}$	α (5 layers)	φ	f_y (MPa)	E_s (GPa)	sh
VT1 / VT2	33.58	2.62	0.0020	6.39	1.50 %	0.096	0.040	6 mm	738	214.83	0.016
VT1 / VT2	33.58	2.62	0.0020	6.39	1.50 %	0.096	0.040	10 mm	565	214.83	0.000
VB6	37.9	2.90	0.0020	5.15	4.60 %	0.240	0.072	3 mm	192	174	0.001
VB6	37.9	2.90	0.0020	5.15	4.60 %	0.240	0.072	8 mm	497	195	0.0042
VC3	20.7	1.60	0.0020	9.00	3.80 %	0.342	0.093	12.5 mm	507	184.6	0.0014

Table 2

Material properties used in numerical analysis of frames (experimental values in bold, calculated or estimated values without bold)

Frame	Concrete					Reinforcing steel				
	f_{cm} (kN/m ²)	f_{tm} (kN/m ²)	$n \rho_{eff}$	α (5 layers)	ϵ_0	f_y (kN/m ²)	E_s (kN/m ²)	ϵ_u	sh	
P2	36500	2814	0.464	0.113	0.0023	293000	20000000	0.01	0.01	
A40	29096	2303	0.443	0.110	0.002	353000	189791000	0.015	0.029	
A60	38955	2974	0.317	0.088	0.002	425406	181797000	0.007	0.063	



Figure 3 Tested beams (VT1 and VT2) geometry and reinforcement; load application and support positions (Beber (29))

of the proposed model, and in view of the lack of examples of experimental testing on RC structures subjected to large displacements (since such tests are of difficult execution), an example of a plane frame composed of two bars slightly inclined and made of hypothetical material is analyzed. This frame was studied by Williams apud Peterson and Petersson [31], and is referred in several works related to this topic. The frame geometry is displayed in Figure 8 and the element properties are: modulus of elasticity $E = 70.735 \text{ GPa}$; cross-sectional area $A = 1.18 \text{ cm}^2$; and moment of inertia $I = 0.0374 \text{ cm}^4$. In the numerical analysis the structure was discretized into 20 ele-

ments of equal length and the material was assumed to be linear-elastic. Firstly the model was applied using the matrices k_g and k_u , and secondly just using the k_g matrix. For solving the nonlinear equations, the Arc-length method was utilized, since the structure presents a critical point. Comparison of both numerical analyses with the one obtained from the analytical model used by Petersson and Petersson [31], expressed in terms of a graph - "load versus vertical displacement at the center of the frame", is shown in Figure 9.

The model with both matrices k_g and k_u could capture the entire response of the structure, including the post-critical range, capturing also the effect known as *snap-through*, with the curve obtained by the numerical model coinciding with the one from the analytical model of Petersson and Petersson [31]. However, when the matrix k_u was not included in the formulation, converge problems arose in the analysis close to the response peak, and it was not possible to capture the response for the complete load history. It should be pointed out, however, that, in many examples of RC plane frames, the model with just the geometric matrix, k_g , is sufficient to obtain good results (Stramandinoli [17]).

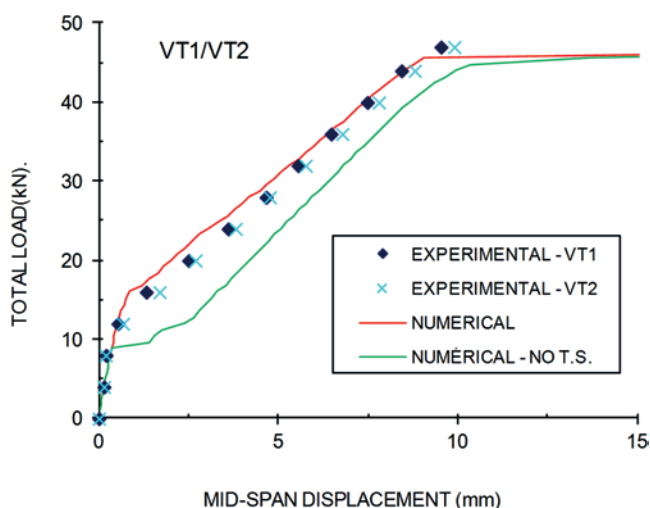


Figure 4 Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for beams VT1/VT2 tested by Beber (29)

4.4 Plane frame tested by Cranston

Cranston, apud Bazant *et al.* [28], has conducted several experimental testing on RC frames hinged at the base, from which one, P2, was selected here for comparison with ANEST/CA program. Several researches have analyzed this frame; besides Bazant *et al.* [17], it can be quoted: Lazaro and Richards [32], Sun *et al.* [33], and Bratina *et al.* [34].

Figure 10 shows the frame geometry, the cross-section of the members, the load application points, the supports, and the mesh utilized to discretize the structure (18 elements) in the numerical analysis. The material properties used in the numerical analysis are given in Table 2.

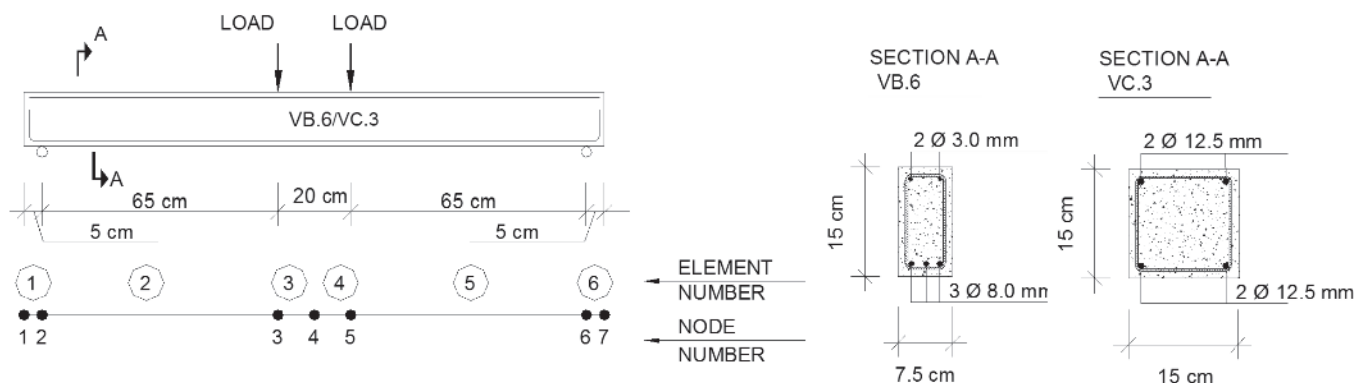


Figure 5
 Tested beams (VB6/VC3) geometry and reinforcement; load application and support positions (Juvandes (30))

Figure 11 illustrates the graph of “total load (kN) versus vertical displacement at mid-span (mm)” for frame P2. From the graph one can realize that the curve obtained using the numerical model basically coincided with the one obtained experimentally until the load peak was reached; the numerical model just showed to be a little stiffer in the post-yielding range of the reinforcement. After reaching the peak resistance of the frame, the experimental curve showed a descending branch, effect known as *softening*. In the numerical analysis (considering tension stiffening), the onset of yielding of the reinforcing steel occurs at mid-span of the horizontal bar for a load $P = 15.7$ kN, whereas, for $P=20.4$ kN, yielding of the rebars initiates at the ends of the horizontal bar and also at the top of the columns. Close to the ultimate load (between 22.2 and 22.3 kN), started the convergence problems, and it was not possible to continue the analysis and capture the post-peak branch, by either using the Arc-length method or the Newton-Raphson method under

displacement control. Such convergence problems are commonly found in analyses considering physical nonlinearity when one or more coefficients in the diagonal of the global stiffness matrix of the structure are close to zero.

4.5 Plane frames tested by Ernst et al.

Ernst *et al.* [35] perform a study on the behavior of RC plane frames, testing several frames hinged at the base, of one span and one story. Among the tested frames, two of them (A40 and A60) were selected for comparison with the numerical model. The frame geometry, the cross-section of the members, and the load application points are displayed in Figure 12. A total of 36 bar elements were used in the structure discretization for the numerical analysis, and the material properties and parameters utilized are shown in Table 2. Figure 13 illustrates the graph of “total load (kN) versus verti-

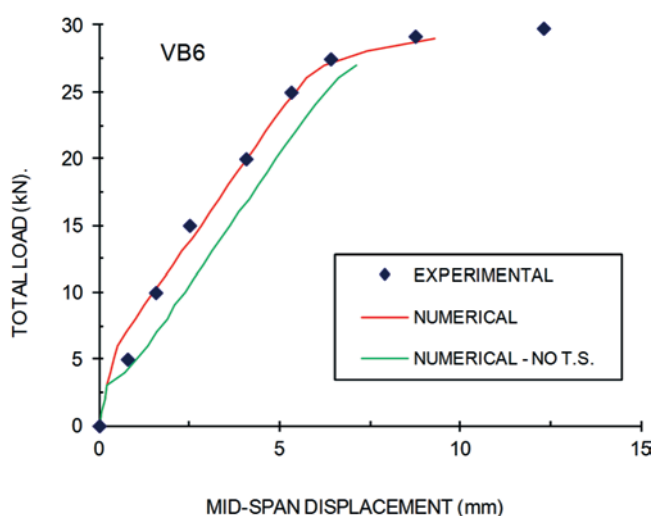


Figure 6
 Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for beam VB6 tested by Juvandes (30)

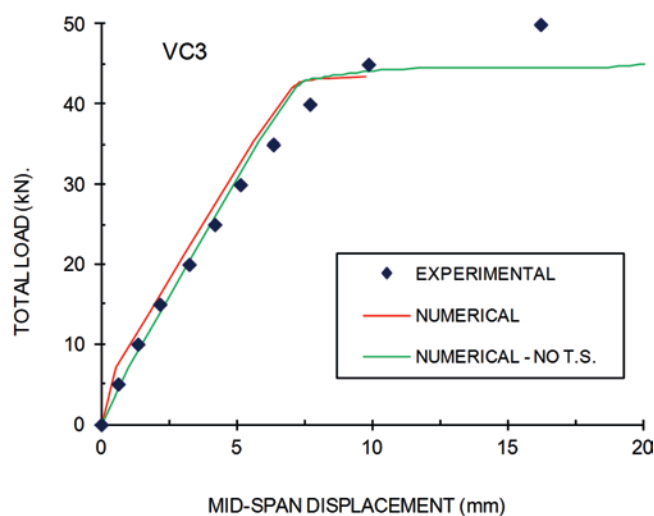


Figure 7
 Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for beam VC3 tested by Juvandes (30)

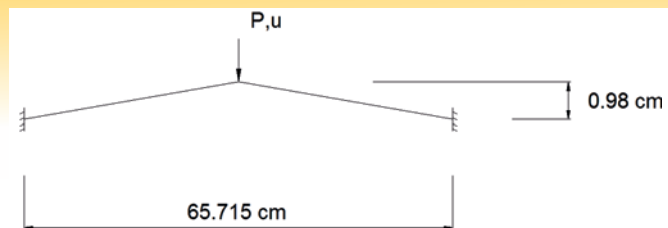


Figure 8
Load application and support positions for Williams' frame (Pettersson and Petersson (31))

cal displacement at mid-span (mm)" for frame A40 and Figure 14 for frame A60. It can be observed from both graphs that the numerical model could capture satisfactorily the behavior of the frames observed in the tests. The numerical model showed to be a little stiffer since the initial elastic range, and this difference increased a little in the post-cracking range. For both frames, the ultimate load obtained numerically was larger than the one obtained experimentally, and for frame A40 the ultimate displacement was somewhat smaller in comparison with the experimental value.

5. Conclusions

A 2D finite element model, using bar elements with seven degrees of freedom for physical and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete structures, was presented in this work. The model was implemented into a computer program named ANEST/CA and

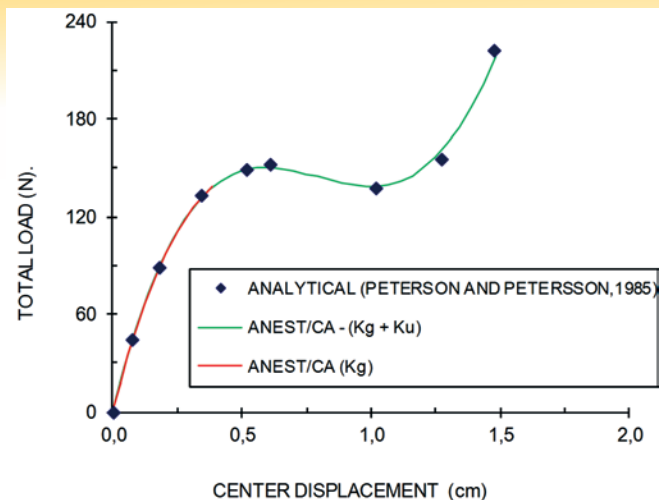


Figure 9
Comparison between numerical (ANEST/CA) and analytical results (Pettersson e Petersson (31)) for Williams' frame

it was verified in comparison with analytical and experimental results obtained by other authors.

Regarding the geometric nonlinearity, the model could capture very well the behavior of linear-elastic structures under large displacements, by using the formulation with matrices k_g and k_u . As far as physical nonlinearity is concerned, comparison between the numerical model and experimental tests for structures with dominant

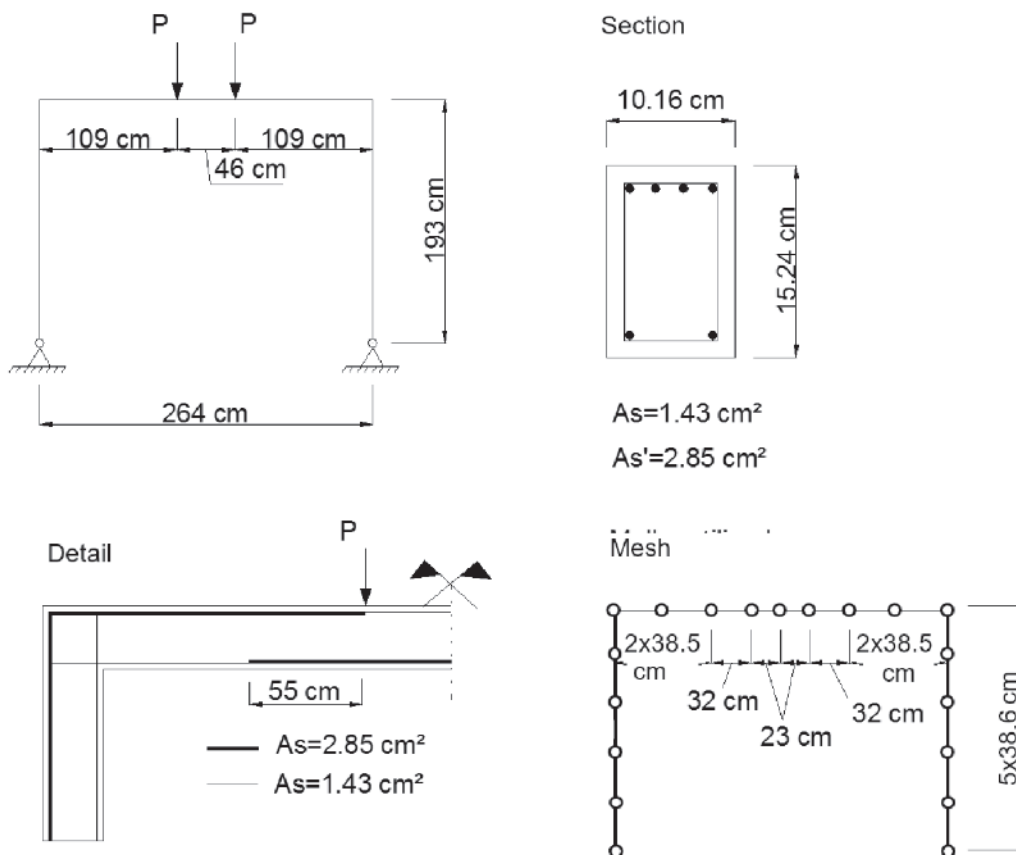


Figure 10
Tested frame (P2) geometry and reinforcement; load application; support positions and mesh used in numerical analysis (Cranston apud Bazant et al. (28))

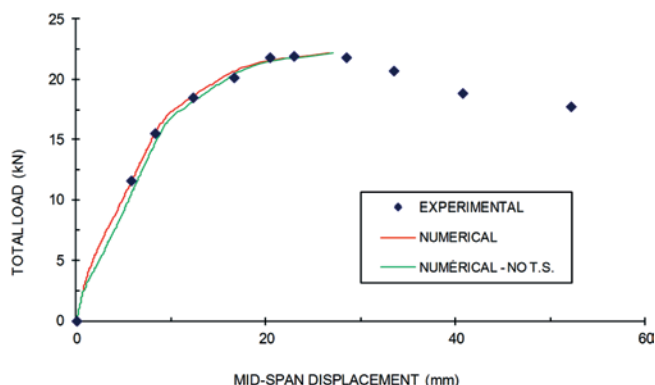


Figure 11

Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for frame P2 tested by Cranston (apud Bazant et al. (28))



Figure 12

Tested frames (A40/A60) geometry and reinforcement; load application and support positions (Ernst et al. (35))

flexural behavior, in terms of load-displacement curves, showed very good agreement for the case of beams and good agreement for the case of plane frames. This work also demonstrated the importance of considering the tension-stiffening effect, especially in beams. Besides the numerical results presented here, the ANEST/CA program can also provide other important information in structural analysis, such as the evolution of cracking and of stress in the concrete and in the reinforcement layers, along the load history (Stramandinoli [17]).

When shear effects become important, in the presence of inclined cracks, another model that takes that into consideration should be employed, as, for instance, the bar model developed by Stramandinoli and La Rovere [19], based on Timoshenko Beam Theory, or, alternatively, plane finite element models using bi-axial constitutive models, as, for example, the ones developed by d'Avilla [20].

The ANEST/CA program was also used for comparison with simplified methods by Junges [36] for the case of beams, by Gelatti [37] for plane frames, and by Junges and La Rovere [38] for the case of continuous beams. The numerical model described here is currently being extended and implemented into ANEST/CA program to allow for the analysis of three-dimensional reinforced concrete structures, by including also the effect of confinement in concrete provided by the stirrups.

6. References

- [1] SILVA, R. M.; MATOS, E. F. Análise não-linear de pórticos planos de edifícios altos em concreto armado considerando a contribuição do concreto tracionado. *In: Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Punta del Este, p. 1-15 Anais CD-ROM, 2000.*
- [2] GIBERSON, M. F. The response of nonlinear multi-story structures subjected to earthquake excitation. PhD Thesis. 1967. 232 p. California Institute of technology, Pasadena, California, USA, 1967.
- [3] KABA, S.; MAHIN, S. A. Refined modeling of reinforced concrete columns for seismic analysis. EERC Report 84-03. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA, 1984.
- [4] CHAN E. C. Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced concrete shells with edge beams. 1982. 361 p. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering and Structural Mechanics). University of California, Berkeley, USA, 1982.
- [5] HOLZER, S.M.; SOMERS, A.E.; BRADSHAW, J.C. Finite response of inelastic RC structures. *Journal of the Structural Division (ASCE)*, v. 105, n. ST1, p. 17-33, 1979.
- [6] MARÍ A.R. Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames. Report, n°. UCB/SESM – 84/12. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, USA, 1984.
- [7] MARÍ A.R. Numerical simulations of the segmental construction of three dimensional concrete frames. *Engineering Structures*, v. 22, p. 585-596, Ed. Elsevier, 2000.
- [8] CARREIRA, D. J.; CHU, K.H. Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. *ACI Journal*, v. 83, n.3, p. 21-28, 1986.

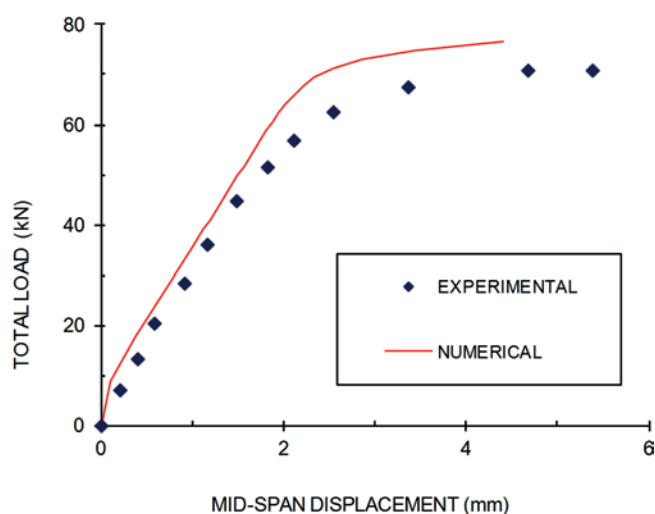


Figure 13

Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for frame A40 tested by Ernst et al. (35)

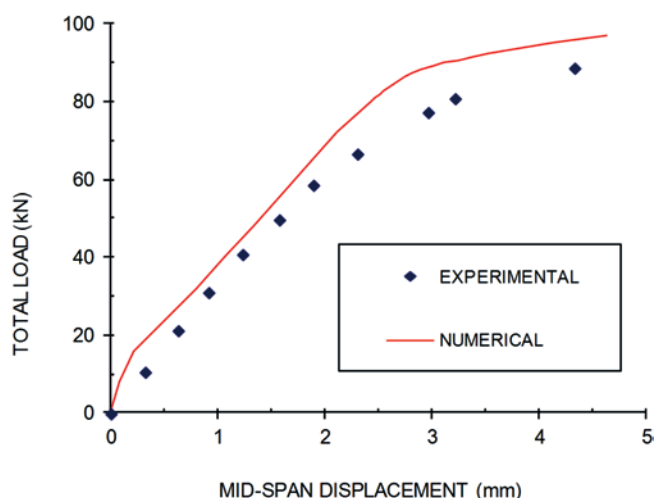


Figura 14

Comparison between numerical (ANEST/CA) and experimental results for frame A60 tested by Ernst et al. (35)

- [9] SCHULZ, M.; REIS, F.J.C. Estabilidade das estruturas de concreto para solicitações combinadas. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. Anais CD-ROM, p. 1-18, São Paulo, 2003.
- [10] TAUCER, F.F.; SPACONE, E.; FILIPPOU, F.C. A fiber beam-column element for seismic analysis of reinforced concrete structures. EERC Report 91/17 - Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA, 1991.
- [11] TEIXEIRA, M. R.; de SOUZA, R.M. Análise não linear física e geométrica de um edifício de múltiplos andares em concreto armado utilizando-se a plataforma OpenSees. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, Anais CD-ROM, p. 1-19, São Paulo, 2003.
- [12] PIMENTA, P. M. Análise não linear de pórticos planos. In: Anais EPUSP, v. 1, n. 1a, p. 563-582, São Paulo, 1988.
- [13] PIMENTA, P.M.; SOLER, J.G.M. Estabilidade de pórticos planos de concreto armado. In: Anais do Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 1, v.2., p. 501-527, São Paulo, 1989.
- [14] VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI Journal, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.
- [15] PINTO, R. S. Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado. 2002. 155 p. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 2002.
- [16] CARVALHO, M. F. M. S. Formulação corrotacional para análise de vigas com elementos finitos. 2010. 71 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2010.
- [17] STRAMANDINOLI, R.S.B. Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. 2007. 189 p. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [18] STRAMANDINOLI, R.S.B. e LA ROVERE, H.L. An Efficient Tension-Stiffening Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members. Engineering Structures v.30, n.7, p.2069-80, Ed. Elsevier, 2008.
- [19] STRAMANDINOLI, R.S.B. e LA ROVERE, H.L. FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation. Engineering Structures v. 35 p. 244-253, Ed. Elsevier, 2012.
- [20] D'AVILA, V. M. R. Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos. 2003. 259 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- [21] COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 3rd ed. Ed. John Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [22] RIKS, E. The application of Newton's method to the problem of elastic stability. Journal of Applied Mechanics, v. 3, p.1060-1065, 1972.
- [23] WEMPNER, G. A. Discrete approximation related to nonlinear theories of solids. International Journal of Solids and Structures, v. 7, p.1581-1599, 1971.
- [24] HOGNESTAD, E. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. Bulletin Series, 399:128 - University of Illinois, Urbana, USA, 1951.
- [25] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [26] FIGUEIRAS, J. A. Practical approach for modelling the nonlinear response of RC shells. Computational Modeling of Reinforced Concrete Structures, p. 217-253, 1986.
- [27] LA ROVERE, H. L. Nonlinear analysis of reinforced concrete masonry walls under simulated seismic loadings. 1990. 200p. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering) - University of California, San Diego, USA, 1990.
- [28] BAZANT, Z. P.; PAN, J.; CABOT, G. P. Softening in reinforced concrete beams and frames. Journal of Structural Engineering (ASCE), v. 113, n. 12, p. 2333-2347, 1987.
- [29] BEBER, A. J. Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono. 1999. 108p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1999.
- [30] JUVANDES, L. F. P. Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de "CFRP". 1999. 400p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, 1999.
- [31] PETERSON, A.; PETERSSON, H. On finite element analysis of geometrically nonlinear problems. Computer Methods in Applied mechanics and Engineering, v. 51, p. 277-286, 1985.
- [32] LAZARO, A.L. e RICHARDS JR, R. Full-range analysis of concrete frames. Journal of the Structural Division (ASCE), v. 99, n. 8, p. 1761-1783, 1973.
- [33] SUN, C. H.; BRADFORD, M. A.; GILBERT, R. I. A reliable numerical method for simulating the post-failure behaviour of concrete frame structures. Computers & Structures, v. 53, n. 3, p. 579-589, 1994.
- [34] BRATINA, S.; SAJE, M.; PLANINC, I. On materially and geometrically non-linear analysis of reinforced concrete planar

frames. *International Journal of Solids and Structures*, v. 41, n. 24-25, p. 7181-7207, 2004.

- [35] ERNST, G. C., *et al.*. Basic reinforced concrete frame performance under vertical and lateral loads. *ACI Journal*, v. 70, n. 4, p. 261-269, 1973.
- [36] JUNGES, E. Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. 2011. 360p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2011.
- [37] GELATTI, F. Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra. 2012. 226p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2012.
- [38] JUNGES, E.; LA ROVERE, H. L. Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams. *Ibracon Structures and Materials Journal*, Volume 10, Number 2 (April 2017), p. 315 - 450.

7. Annex

The interpolation functions $N(\xi)$, as used in section 2.1, are given by:

$$N_a = \frac{(1 - \xi)}{2}$$

$$N_b = \frac{(1 + \xi)}{2}$$

$$N_c = (1 - \xi^2)$$

$$N_d = 1 - \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{1}{4}(\xi + 1)^3$$

$$N_e = \frac{L}{2}(\xi + 1) - \frac{L}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3$$

$$N_f = \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 - \frac{1}{4}(\xi + 1)^3$$

$$N_g = -\frac{L}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3$$

From the displacement field, the strain in the element can be determined, by considering equation (2):

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx}$$

where:

$$\frac{du_0}{dx} = \frac{du_0}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \frac{du_0}{d\xi} = \frac{u_2 - u_1}{L} - \frac{4\xi}{L} \alpha_1$$

and:

$$\frac{d\theta}{dx} = \varphi(\xi) = \frac{d\theta}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{4}{L^2} [N_d \theta_1 + N_e \theta_2 + N_f \theta_3 + N_g \theta_4]$$

in which: $\ddot{\cdot} = \frac{d^2}{d\xi^2}$ and $\varphi(\xi)$ is the curvature.

Hence the curvature can be written as follows:

$$\varphi = \frac{6\xi}{L^2} v_1 + \frac{3\xi - 1}{L} \theta_1 + \frac{-6\xi}{L^2} v_2 + \frac{3\xi + 1}{L} \theta_2$$

And thus equation (2) can be rewritten as:

$$\epsilon_x = [1 \quad -y] \begin{Bmatrix} du_0 \\ dx \\ \varphi \end{Bmatrix} = [1 \quad -y] \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-4\xi}{L} \\ 0 & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi - 1}{L} & 0 & \frac{-6\xi}{L^2} & \frac{3\xi + 1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix}$$

or:

$$\epsilon_x = \mathbf{B}_L \mathbf{U}$$

The secant stiffness matrix of the element, according to section 2.2, is given by:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{ES}{L} & -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{ES}{L} & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{8ES}{L^2} \\ \frac{ES}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{ES}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{4ES}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{ES}{L} & \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{8ES}{L^2} \\ \frac{ES}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{ES}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{4ES}{L} \\ 0 & \frac{8ES}{L^2} & \frac{4ES}{L} & 0 & -\frac{8ES}{L^2} & \frac{4ES}{L} & \frac{16EA}{3L} \end{bmatrix}$$

Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames

Modelo de elementos finitos para análise não linear de vigas e pórticos planos de concreto armado



R. S. B. STRAMANDINOLI ^a
renatastramandinoli@hotmail.com

H. L. LA ROVERE ^b
henriettelarovere@gmail.com

Abstract

In this work, a two-dimensional finite element (FE) model for physical and geometric nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames, developed by the authors, is presented. The FE model is based on the Euler-Bernoulli Beam Theory, in which shear deformations are neglected. The bar elements have three nodes with a total of seven degrees of freedom. Three Gauss-points are utilized for the element integration, with the element section discretized into layers at each Gauss point (Fiber Model). It is assumed that concrete and reinforcing bars are perfectly bonded, and each section layer is assumed to be under a uniaxial stress-state. Nonlinear constitutive laws are utilized for both concrete and reinforcing steel layers, and a refined tension-stiffening model, developed by the authors, is included. The Total Lagrangean Formulation is adopted for geometric nonlinear consideration and several methods can be utilized to achieve equilibrium convergence of the nonlinear equations. The developed model is implemented into a computer program named ANEST/CA, which is validated by comparison with some tests on RC beams and plane frames, showing an excellent correlation between numerical and experimental results.

Keywords: nonlinear analysis, finite element, reinforced concrete, beams, plane frames.

Resumo

Neste trabalho apresenta-se um modelo de elementos finitos de barra bidimensional, desenvolvido pelas autoras, para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. A formulação do elemento é baseada na teoria de Euler-Bernoulli, em que se desprezam as deformações por cisalhamento. Os elementos de barra possuem três nós e um total de sete graus de liberdade, sendo utilizados três pontos de Gauss para integração do elemento, com a seção transversal discretizada em camadas em cada ponto de Gauss (Método das Lamelas). Admite-se que o concreto e as barras de armadura têm uma aderência perfeita entre si e considera-se que cada camada da seção está submetida a um estado uniaxial de tensões. São utilizadas leis constitutivas não lineares para as camadas de concreto e de armaduras de aço, incluindo-se um modelo refinado de tension-stiffening desenvolvido pelas autoras. Adota-se a formulação Lagrangeana Total para consideração da não-linearidade geométrica e podem-se utilizar vários métodos para convergência de equilíbrio das equações não lineares. O modelo desenvolvido é implementado em um programa computacional denominado ANEST/CA, o qual é validado em comparação com alguns ensaios de vigas e pórticos planos de concreto armado, observando-se uma ótima correlação entre resultados numéricos e experimentais.

Palavras-chave: análise não linear, elementos finitos, concreto armado, vigas, pórticos planos.

^a Departamento Acadêmico de Construção Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil;
^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introdução

Devido ao avanço tecnológico e à utilização de materiais mais resistentes, estruturas mais complexas e mais esbeltas vêm sendo projetadas atualmente, surgindo assim a necessidade de métodos computacionais mais elaborados para a análise e projeto estrutural. Para análise estrutural de estruturas de concreto armado (CA), os métodos mais refinados devem levar em conta o seu comportamento não linear, tanto devido aos efeitos de não linearidade dos materiais (não linearidade física) como devido a mudanças da configuração da estrutura (não linearidade geométrica). Entre os métodos mais refinados, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos mais utilizados atualmente, sendo utilizados para estruturas planas tanto elementos de barra como elementos planos. Ainda são poucos os programas comerciais que efetuam análise não linear por elementos finitos de estruturas de CA, sendo o seu custo elevado em comparação com outros programas. Devido a esse fato os modelos refinados de elementos finitos (EF) estão sendo utilizados primordialmente por pesquisadores e acadêmicos, sendo que muitos pesquisadores optam por desenvolverem seus próprios modelos e programas computacionais. Embora vários modelos não lineares de EF já tenham sido desenvolvidos, esse ainda é um tema avançado no meio técnico-científico, tendo em vista a dificuldade de se modelar corretamente o concreto armado, devido à fissuração do concreto, ao escoamento do aço e à interação entre os dois materiais. Sendo assim, o desenvolvimento de modelos que combinem eficiência computacional e boa acurácia deve ser cada vez mais incentivado (Silva e Matos [1]). Neste trabalho dá-se ênfase ao modelo de EF de barra, por resultarem em um número reduzido de graus de liberdade em comparação com o de elementos planos, viabilizando a análise de estruturas maiores, que é o objetivo do projeto de pesquisa em desenvolvimento na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), do qual participam as autoras.

Os primeiros modelos de EF de barra foram desenvolvidos na década de 60 e limitavam-se ao estudo de elementos estruturais e pequenas estruturas, utilizando modelos constitutivos simplificados. Um dos primeiros modelos foi o de Giberson [2], que consistia de um elemento elástico-linear com uma mola não linear em cada uma de suas extremidades, na qual se utilizavam relações momento-rotação pré-definidas. Desde então houve uma evolução dos modelos de barras, particularmente com a combinação da técnica conhecida como Método das Lamelas ou Camadas (*Fiber Model*), Kaba e Mahin [3], que subdivide a seção do elemento em camadas sobrepostas de concreto e de armadura de aço, utilizando-se leis constitutivas não lineares para os materiais em cada camada. Uma outra contribuição importante na evolução desse tipo de modelo foi a introdução de um nó interno no meio do elemento com um grau de liberdade axial, que, conforme demonstrado por Chan [4], permite a correta representação da rigidez à flexão com a variação da altura da linha neutra devido às não linearidades dos materiais. A não inclusão desse nó interno impõe ao elemento uma restrição de deformação, tornando-o artificialmente mais rígido. Holzer *et al* [5] utilizaram esse tipo de modelo para a análise não linear física e geométrica de vigas/columnas de CA. Marí [6] estendeu esse modelo para elemento de barra tridimensional, com um total de treze graus de liberdade (seis em cada nó

externo e um grau de liberdade axial no nó interno), dividindo a seção em filamentos e levando em conta efeitos no tempo como retração e fluência. No modelo utilizam-se dois pontos de Gauss para a integração da matriz de rigidez e vetor de esforços, mas a matriz constitutiva é avaliada apenas no centro do elemento, desprezando-se a contribuição do concreto tracionado entre fissuras (*tension-stiffening*). A não linearidade geométrica também é considerada, utilizando a formulação Lagrangeana Atualizada. Posteriormente, Marí [7] aprimorou esse modelo, incluindo um modelo de *tension-stiffening* desenvolvido por Carreira e Chu [8]. No Brasil, Schulz e Reis [9] utilizaram um modelo semelhante ao de Marí [6] para análise de estruturas reticuladas tridimensionais de CA, considerando a não linearidade física por meio de equações constitutivas recomendadas por normas (NBR-6118 e CEB 90), sem consideração do efeito *tension-stiffening*, e a não linearidade geométrica a partir da formulação Lagrangeana Total. Existem ainda outros tipos de modelo de EF de barra com formulação em termos de forças ao invés de deslocamentos, como no modelo de Taucer, Spacone e Filippou [10]. No Brasil este tipo de modelo foi utilizado por Teixeira e de Souza [11] na análise tridimensional de um edifício de concreto armado, utilizando o programa OpenSees da Universidade de Berkeley, e validando os resultados em comparação com um modelo de formulação corrotacional e com o método P-delta. O conceito de formulação corrotacional, que permite que os nós sofram grandes deslocamentos e rotações, assim como que a barra apresente grandes alongamentos e curvaturas, foi apresentado por Pimenta [12]. Pimenta e Soler [13] aplicam esta formulação para analisar uma viga e dois pórticos de CA, utilizando para o concreto à compressão uma lei constitutiva semelhante à da NBR-6118 e desprezando a sua resistência à tração, e considerando o aço como um material elasto-plástico perfeito. Um modelo semelhante, com um sistema de coordenadas corrotacional solidário ao elemento, foi utilizado por Silva e Matos [1]. Os autores usaram o Método das Camadas e consideraram a contribuição de concreto entre fissuras, adotando o modelo de *tension-stiffening* desenvolvido por Vecchio e Collins [14]. Pinto [15] e Carvalho [16] também utilizaram uma formulação corrotacional para a análise não linear física e geométrica de estruturas de CA. Mais detalhes sobre revisão de literatura de modelos de EF para análise de estruturas de CA podem ser consultados em Stramandinoli [17].

Dessa revisão pode-se concluir que os modelos baseados no Método das Forças têm apresentado ótimos resultados, no entanto a sua implementação computacional torna-se mais difícil, principalmente em programas usuais de elementos finitos que utilizam formulação em termos de deslocamentos ao invés de forças. Com relação à não linearidade geométrica, apesar da formulação corrotacional ser mais completa, a hipótese de grandes deslocamentos e rotações moderadas é em geral suficiente para se aproximar o comportamento das estruturas usuais de CA, tais como vigas e pórticos, pois grandes deslocamentos e rotações seriam incompatíveis com a utilização da estrutura. Assim sendo, apresenta-se neste trabalho um modelo de barra bidimensional baseado no modelo desenvolvido por Marí [6], admitindo-se a hipótese de rotações moderadas e utilizando-se a formulação Lagrangeana Total, que é mais fácil de ser implementada computacionalmente em comparação com a formulação corrotacional. A vantagem do modelo deste trabalho em

relação aos modelos semelhantes, citados acima, está na inclusão de um novo modelo de *tension-stiffening* proposto pelas autoras (Stramandinoli e La Rovere [18]), que apresenta uma lei constitutiva para o concreto tracionado entre fissuras que é função da taxa de armadura no elemento de barra, enquanto que, nos modelos anteriores de *tension-stiffening*, Vecchio e Collins [14], Carreira e Chu [8], etc., a mesma equação constitutiva é utilizada independentemente da taxa de armadura. Com isto o modelo proposto consegue representar mais realisticamente o comportamento não linear das estruturas de CA após a fissuração. Outra vantagem do modelo é que a matriz constitutiva é avaliada ao longo do elemento nos três pontos de integração (Regras de Gauss), o que permite o uso de malhas de EF menos refinadas para capturar o espalhamento das não linearidades na estrutura. Em cada ponto de Gauss a seção é discretizada em camadas, considerando-se que cada camada está submetida a um estado uniaxial de tensões. O modelo não considera os efeitos de fluência e retração e limita-se a estruturas planas de CA com comportamento predominante de flexão, desprezando-se a deformação por cisalhamento. Ressalta-se que, para o caso de estruturas em que o efeito de cisalhamento for importante, devem-se utilizar modelos de barras baseados na Teoria de Viga de Timoshenko, como por exemplo, o modelo desenvolvido pelas autoras em Stramandinoli e La Rovere [19] e Stramandinoli [17], ou então modelos de elementos finitos planos, como, por exemplo, os desenvolvidos por d'Avilla [20].

O modelo de EF desenvolvido pelas autoras é apresentado no item 2 a seguir, sendo as equações constitutivas dos materiais utilizadas descritas no item 3. O modelo é implementado computacionalmente no programa denominado ANEST/CA, sendo validado em comparação com um modelo teórico de outro autor para o caso de não linearidade geométrica com grandes deslocamentos, e com alguns ensaios experimentais de vigas, considerando não linearidade física, e de pórticos planos, considerando ambas não

linearidades, conforme apresentado no item 4. Ao final do trabalho, no item 5, são extraídas algumas conclusões.

2. Modelo de elementos finitos

O modelo não linear desenvolvido é baseado no Método dos Elementos Finitos com formulação isoparamétrica, discretizando-se a estrutura em elementos finitos de barra e admitindo-se a hipótese de Euler-Bernoulli, em que se desprezam as deformações por cisalhamento.

O elemento de barra utilizado tem três nós e sete graus de liberdade (Figura [1]). Os dois nós externos apresentam três graus de liberdade, sendo dois de deslocamentos axial e transversal, e uma rotação. O nó interno, no ponto médio do elemento, apresenta apenas um grau de liberdade de deslocamento axial, semelhante ao utilizado por Chan [4] e Marí [6]. Com isso, o campo de deslocamentos horizontal no elemento fica compatível (ver equação 1 adiante, a primeira parcela passa a variar parabolicamente em relação ao eixo horizontal x , assim como a segunda parcela devido à flexão, pois $v(x)$ varia cúbicamente em relação a x). Isso permite que o eixo x possa ter uma posição arbitrária, fixa durante a análise, mas não necessariamente coincidente com a linha dos centróides das seções, e a rigidez do elemento fica corretamente representada com a variação na posição da linha neutra, provocada pela fissuração e demais não linearidades do concreto armado (mais detalhes em Stramandinoli [17]).

Para integração numérica do elemento são utilizados três pontos de Gauss, sendo em cada ponto a seção discretizada em camadas de concreto e de armadura de aço (Método das Lamelas). Admite-se uma aderência perfeita entre os materiais concreto e aço, e que cada camada está submetida a um estado uniaxial de tensões, utilizando-se leis constitutivas não lineares para os materiais, que serão descritas no item 3. Com relação à não-linearidade geométrica, utiliza-se a simplificação para rotações moderadas, com a Formulação Lagrangeana Total.

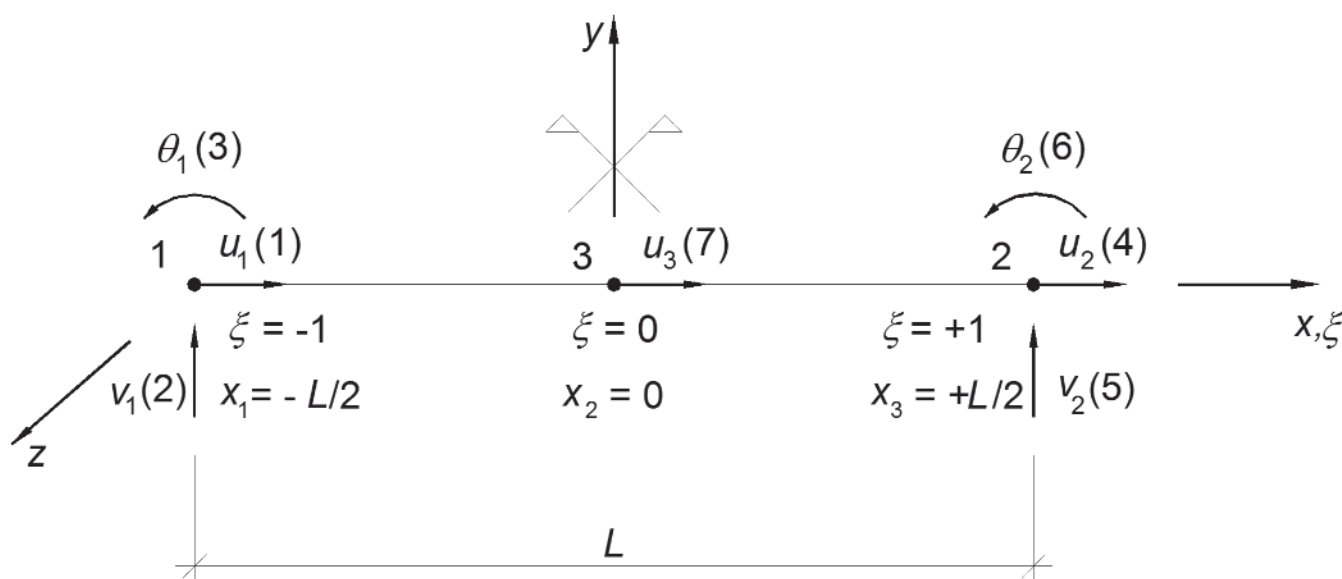


Figura 1 Elemento finito de barra com 3 nós e 7 graus de liberdade, coordenadas cartesianas (x,y,z) e naturais (ξ)

Apresenta-se a seguir a formulação do elemento de barra, inicialmente admitindo-se material elástico-linear e em seguida com a inclusão das não-linearidades, física e geométrica.

Em todas as equações ao longo do texto, as variáveis em negrito representam um vetor ou uma matriz.

2.1 Formulação para material elástico linear

Utilizando a teoria de viga de Euler-Bernoulli, o campo de deslocamentos ao longo do elemento é dado por:

$$u(x, y) = u_0(x) - y\theta(x); \text{ sendo } \theta = \frac{dv}{dx} \text{ e } v(x, y) = v(x) \quad (1)$$

onde \mathbf{U} é o deslocamento longitudinal, \mathbf{U}_0 é o deslocamento longitudinal no eixo de referência, \mathbf{V} é o deslocamento transversal e θ é a rotação da seção transversal.

A deformação específica e tensão longitudinal no elemento são:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \quad (2)$$

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \quad (3)$$

onde E é o módulo de elasticidade longitudinal do material elástico-linear.

Introduzindo a coordenada natural $\xi = \frac{x}{L}$, o campo de deslocamentos

em termos dos deslocamentos nodais pode ser escrito como:

$$u(\xi, y) = u_0(\xi) - y\theta(\xi) \quad (4)$$

$$u_0(\xi) = N_a u_1 + N_b u_2 + N_c \alpha_1 \quad (5)$$

$$v(\xi) = N_d v_1 + N_e \theta_1 + N_f v_2 + N_g \theta_2 \quad (6)$$

$$\theta(\xi) = \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{2}{L} = \frac{2}{L} [N_d \dot{v}_1 + N_e \dot{\theta}_1 + N_f \dot{v}_2 + N_g \dot{\theta}_2] \quad (7)$$

$$\text{em que: } \dot{\cdot} = \frac{d}{d\xi}$$

e onde α_1 está relacionado com o deslocamento do nó interno, u_3 :

$$u_3(\xi) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \alpha_1 \quad (8)$$

e as demais funções de interpolação $N(\xi)$ são dadas no Anexo. A partir do campo de deslocamentos, pode-se determinar a deformação específica no elemento (ver detalhes no Anexo). Os vetores de deformação específica e de tensão são dados por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_x = \mathbf{B}_L \mathbf{U} \text{ e } \boldsymbol{\sigma} = \sigma_x = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (9)$$

onde \mathbf{U} é o vetor de deslocamentos nodais; \mathbf{B}_L é a matriz linear

que relaciona deformações específicas com deslocamentos nodais, obtida a partir das equações (2) e (4) a (7):

$$\mathbf{B}_L = [1 \quad -y] \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-4\xi}{L} \\ 0 & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi-1}{L} & 0 & \frac{-6\xi}{L^2} & \frac{3\xi+1}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\mathbf{D} = E$ é a matriz constitutiva para material elástico-linear, no caso uniaxial.

Aplicando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais e após algumas manipulações algébricas (Stramandinoli [17], Cook [21]), chega-se à equação que define a matriz de rigidez do elemento:

$$\mathbf{k} = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L dV \quad (11)$$

e ao vetor de esforços no elemento:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{B}_L^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D} \mathbf{B}_L \mathbf{U} dV \quad (12)$$

As integrais nas equações (11) e (12) podem ser obtidas por integração numérica, utilizando-se neste trabalho a Regra de Gauss ao longo do eixo longitudinal com três pontos de integração. Em seguida procede-se à condensação estática do sétimo grau de liberdade na matriz de rigidez e no vetor de forças do elemento, a partir dos quais forma-se a matriz de rigidez global e o vetor de forças internas global da estrutura.

2.2 Formulação incluindo apenas a não-linearidade física

Para a formulação incluindo a não linearidade física, além das hipóteses de Euler-Bernoulli, admite-se que: o elemento sofre pequenos deslocamentos e deformações específicas; o concreto e o aço são materiais homogêneos e há aderência perfeita entre eles; a seção transversal dos elementos é discretizada em camadas, admitindo-se que cada camada está submetida a um estado uniaxial de tensão; ocorre o efeito de *tension-stiffening* para o concreto após a fissuração; o aço das armaduras é um material elasto-plástico com encruamento; os esforços totais em cada seção são obtidos superpondo-se os esforços obtidos das resultantes das tensões nas camadas de concreto com as provenientes das tensões nas armaduras de aço.

Com a inclusão da não-linearidade física, as equações (11) e (12) precisam ser modificadas, tendo em vista que as tensões e a matriz constitutiva variam ao longo do elemento, $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\varepsilon)$ e $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\varepsilon)$, sendo assim necessário um processo iterativo para atingir o equilíbrio de forças em cada etapa de carregamento. Para solucionar as equações de equilíbrio não lineares, pode-se utilizar os métodos de Newton-Raphson ou o de Comprimento de Arco (Stramandinoli [17]). As forças são aplicadas incrementalmente, e para cada etapa de carregamento calculam-se o vetor de forças internas e a matriz de rigidez tangente do elemento em cada iteração no processo iterativo:

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{B}_L^T \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{B}_L \mathbf{U} dV \quad (13)$$

onde \mathbf{D} é a matriz constitutiva secante do material. É possível demonstrar que a matriz de rigidez tangente \mathbf{k}^t é dada por (Stramandinoli [2]):

$$\mathbf{k}^t = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{U}} = \int \frac{\partial \mathbf{B}_L}{\partial \mathbf{U}} \boldsymbol{\sigma} dV + \int \mathbf{B}_L^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{U}} dV = \int \mathbf{B}_L^T \mathbf{D}^t \mathbf{B}_L dV \quad (14)$$

onde \mathbf{D}^t é a matriz constitutiva tangente do material. Para fins de comparação com a matriz de rigidez conhecida (6 × 6), de um elemento de pórtico plano elástico-linear, apresenta-se no anexo a matriz de rigidez secante (7 × 7) do elemento considerando-se apenas a não linearidade física, a qual apresenta termos de acoplamento entre rigidez axial e de flexão. Na matriz de rigidez inicial elástica, esses termos se anulam para o caso em que o eixo x do elemento passa pelo centróide da seção (momento estático S é nulo).

2.3 Formulação incluindo a não-linearidade física e geométrica

Com relação à não-linearidade geométrica, utiliza-se a simplificação para rotações moderadas, com a Formulação Lagrangeana Total. Pela teoria de rotações moderadas, as equações (1) continuam válidas, no entanto, a deformação específica passa a ser:

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (15)$$

Esta deformação pode ser separada em duas partes, uma linear, ε_L , equivalente à dada pela equação (2), e outra não linear, ε_{NL} . Reescrivendo-se em notação matricial tem-se:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_x = \boldsymbol{\varepsilon}_L + \boldsymbol{\varepsilon}_{NL} \quad (16)$$

onde:

$$\varepsilon_L = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx} \quad \text{que é a equação (2) vista anteriormente e}$$

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (17)$$

Escrevendo-se a equação (6) sob a forma matricial:

$$\mathbf{v} = \mathbf{N} \mathbf{U} \quad (18)$$

e a da sua derivada em relação a x:

$$v_x = \frac{dv}{dx} = \mathbf{N}_x \mathbf{U} \quad v_x^T = \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T$$

onde

$$\mathbf{N}_x = [0 \quad N_d \quad N_e \quad 0 \quad N_f \quad N_g \quad 0] ; N = \frac{dN}{dx}$$

Pode-se então reescrever a equação (17) na seguinte forma:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \mathbf{U} \quad (19)$$

A forma incremental da deformação específica é dada por:

$$\delta \varepsilon_x = \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \mathbf{U}} \delta \mathbf{U} + \frac{\partial \varepsilon_{NL}}{\partial \mathbf{U}} \delta \mathbf{U} \quad (20)$$

Substituindo-se na equação (20) acima as expressões que definem ε_L , equação (9), e ε_{NL} , equação (19), vem:

$$\delta \varepsilon_x = (\mathbf{B}_L + \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x) \delta \mathbf{U} \quad (21)$$

ou então

$$\delta \varepsilon_x = (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}) \delta \mathbf{U} \quad \text{onde } \mathbf{B}_{NL} = \mathbf{U}^T \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \quad (22)$$

e onde \mathbf{B}_L é a matriz que relaciona deformação específica com deslocamento (linear), equivalente à equação (10).

Para este caso em que ambas as não linearidades são consideradas no modelo, o vetor de forças internas fica sendo:

$$\mathbf{r} = \int (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV \quad \text{em que} \quad (23)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}$$

A matriz de rigidez tangente continua sendo dada pela expressão:

$$\mathbf{k}^t = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{U}} = \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{U}} \boldsymbol{\sigma} dV + \int \mathbf{B}^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \mathbf{U}} dV \quad (24)$$

Só que neste caso, derivando-se os termos da equação (24), chega-se a:

$$\mathbf{k}^t = \int (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L + \mathbf{B}_{NL}) dV + \int \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \boldsymbol{\sigma} dV \quad (25)$$

Assim, tem-se que a matriz de rigidez tangente \mathbf{k}^t é composta de três matrizes:

- Uma matriz \mathbf{k}_0 obtida para a não-linearidade física, que é dada por:

$$\mathbf{k}_0 = \int (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L) dV \quad (26)$$

- Uma matriz que usualmente é definida como matriz geométrica, \mathbf{k}_g , que é dada por:

$$\mathbf{k}_g = \int \mathbf{N}_x^T \mathbf{N}_x \boldsymbol{\sigma} dV \quad (27)$$

- E uma matriz \mathbf{k}_u causada por deslocamentos iniciais ao considerar a estrutura deformada, que é dada pela soma de três componentes:

$$\mathbf{k}_u = \int (\mathbf{B}_L)^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_{NL}) dV + \int (\mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_L) dV + \int (\mathbf{B}_{NL})^T \mathbf{D}^t (\mathbf{B}_{NL}) dV \quad (28)$$

Se ao invés dessa Formulação Lagrangeana Total se utilizasse a Formulação Lagrangeana Atualizada, essa última matriz \mathbf{k}_u não entraria na formulação, no entanto seria necessária

a atualização das coordenadas em todas as etapas.

Tanto para este caso em que se consideram ambas as não linearidades, como para o caso de apenas não linearidade física (item 2.2), a matriz de rigidez e o vetor de forças internas são obtidos por integração numérica utilizando-se a Regra de Gauss ao longo do eixo longitudinal com três pontos de integração, e, em cada ponto de Gauss, para obtenção da matriz constitutiva ou do vetor de tensões, somam-se os valores oriundos das camadas de concreto e os das camadas de armadura, a partir das equações constitutivas não lineares para estado uniaxial, descritas a seguir no item 3. Após a formação da matriz de rigidez do elemento e do vetor de forças, é feita a condensação estática para eliminação do sétimo grau de liberdade do elemento e forma-se a matriz de rigidez global e o vetor de forças internas global da estrutura. Para a solução do sistema de equações não lineares, podem-se utilizar tanto os Métodos de Newton-Raphson (Cook [21]), de rigidez tangente ou rigidez inicial, como o Método do Comprimento de Arco (Riks [22] e Wempner [23]), quando o caminho de equilíbrio apresenta ponto limite ou efeito conhecido como *snap-through*. Esse modelo não linear de elementos finitos de barra foi implementado no programa computacional ANEST/CA, denominado anteriormente de ANALEST (Stramandinoli [17]), desenvolvido na linguagem FORTRAN 90.

3. Equações constitutivas uniaxiais

3.1 Concreto sob compressão

Para o concreto submetido à compressão pode-se utilizar no programa ANEST/CA tanto o modelo de Hognestad modificado como o modelo do CEB, sendo que neste trabalho só se utilizou o modelo de Hognestad modificado descrito abaixo.

O modelo de Hognestad [24] já foi utilizado por diversos autores, apresentando bons resultados em comparação com ensaios experimentais. Neste trabalho esse modelo é modificado, utilizando-se uma parábola para representar a curva tensão-deformação para compressão, tanto para o ramo ascendente quanto para o ramo descendente, após o pico:

$$\sigma_c = f_{cm} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (29)$$

onde f_{cm} é a resistência à compressão do concreto e ε_0 é a deformação específica correspondente.

3.2 Concreto sob tração

Para o concreto sob tração, utiliza-se neste trabalho nas análises de todos os exemplos o modelo proposto pelas autoras em Stramandinoli e La Rovere [18]. Neste modelo considera-se o material elástico-linear até o concreto atingir a resistência à tração, e, após a fissuração, considera-se o efeito de *tension-stiffening*, descrito pela seguinte equação:

$$\sigma_{ct} = f_{ct} e^{-\alpha \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cr}} \right)}; \quad \varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_y \quad (30)$$

$$\sigma_{ct} = 0; \quad \varepsilon > \varepsilon_y \quad (31)$$

onde:

f_{ct} é a resistência à tração do concreto e ε_{cr} é a deformação específica correspondente; ε_y é o valor de deformação específica correspondente ao escoamento da armadura, após o qual a tensão σ_{ct} cai abruptamente para zero; α é um parâmetro de decaimento exponencial, função da taxa de armadura (ρ) e da relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto (n), definido por:

$$\alpha = 0,017 + 0,255(n\rho) - 0,106(n\rho)^2 + 0,016(n\rho)^3 \quad (32)$$

Esta equação foi determinada para tirantes, onde toda a peça está tracionada, tendo sido validada em comparação com resultados experimentais de barras de concreto armado submetidas à tração pura, com diferentes taxas de armadura, observando-se uma excelente correlação (Stramandinoli e La Rovere [18]). Para a aplicação desse modelo em vigas, deve-se obter a área efetiva da zona tracionada, podendo esta ser estimada pela equação fornecida pelo Código Modelo CEB-FIP 1990 [25]:

$$A_{ef} = 2,5b(h-d) < \frac{b(h-k_x)}{3} \quad (33)$$

onde

h é a altura total da viga, d é a altura útil, e k_x é a profundidade da linha neutra.

Como em vigas de CA a relação entre a altura total e a altura útil é usualmente dada por $h-d \cong 0,1h$, a área efetiva é aproximadamente igual a:

$$A_{ef} \cong \frac{bh}{4} \quad (34)$$

Esta equação aproximada será utilizada neste trabalho para calcular a taxa de armadura em todos os exemplos de vigas e pórticos, sendo o efeito de *tension-stiffening* considerado apenas nesta área efetiva. Nas análises numéricas em que não se considerou *tension-stiffening*, no gráfico tensão-deformação a tensão cai abruptamente para zero após atingir o limite de resistência à tração, f_{ct} . Ressalta-se que o efeito de *tension-stiffening* é mais acentuado para valores menores do parâmetro α , ou seja, valores menores de taxa de armadura, pois o parâmetro α aumenta com o aumento de ρ e/ou n . Para se ilustrar esse efeito e mostrar a influência da taxa de armadura no modelo de *tension-stiffening* proposto pelas autoras, mostra-se na Figura 2b o gráfico do modelo proposto, variando-se $(n\rho)$, em comparação com os modelos de *tension-stiffening* de Vecchio e Collins [14] e o modelo bilinear de Figueiras [26], apresentados na Figura 2a, os quais independem da taxa de armadura.

3.3 Aço das armaduras

Admite-se que o aço das armaduras submetido à tração e à compressão é um material elasto-plástico, representando-se o diagrama tensão-deformação por uma curva bilinear. Para se evitar problemas de convergência e oscilações no processo iterativo, adota-se uma curva parabólica de interpolação entre os trechos

retilíneos do regime elástico e plástico, no trecho entre 0,8 e 1,2 ϵ_y , (La Rovere [27]). Pode-se considerar ou não o encruamento do aço (*strain-hardening*), usando-se um coeficiente denominado sh , que é a razão entre os módulos no regime plástico e no regime elástico ($sh = 0$ para patamar horizontal de escoamento). Denomina-se a deformação máxima na ruptura de ϵ_u e a tensão correspondente de f_u .

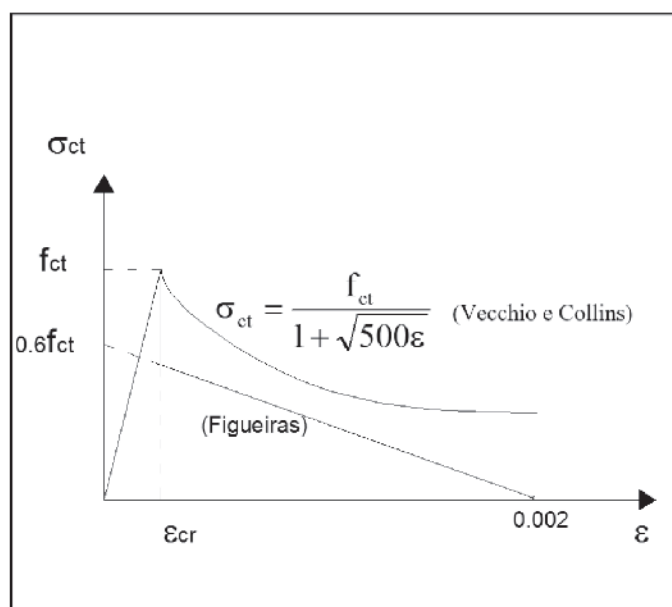
4. Comparações entre resultados do modelo proposto com resultados teóricos e experimentais obtidos por outros autores

Para validar o modelo não linear proposto, foram feitas comparações de seus resultados numéricos com diversos resultados teóricos e experimentais de exemplos de estruturas planas de concreto armado disponíveis na literatura por Stramandinoli [17]. Entre estes, selecionaram-se alguns exemplos de vigas e de pórtico plano para apresentação neste trabalho, dando-se ênfase às estruturas com comportamento predominante de flexão. Escolheu-se um único exemplo de um pórtico plano submetido a grandes deslocamentos, considerando apenas não-linearidade geométrica, a ser comparado com um modelo teórico (item 4.3). Os demais exemplos, de vigas de CA considerando-se a não linearidade física, e de pórticos planos de CA considerando-se ambas não linearidades, física e geométrica, serão comparados com ensaios experimentais.

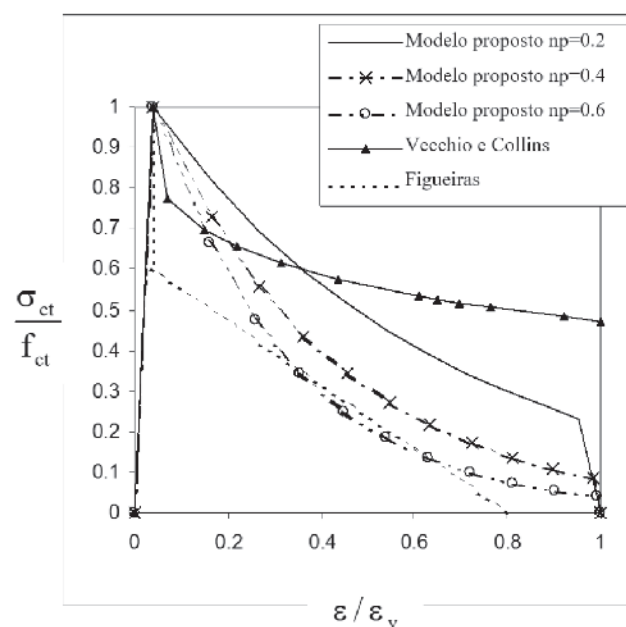
Com relação à escolha da malha de EF, estudos paramétricos

desenvolvidos por Stramandinoli [17] em vigas bi-apoiadas mostraram que, para o caso de flexão a 4 pontos, em que o vão central está submetido à flexão pura, a solução com 4 elementos praticamente coincide com a de 24 elementos, mostrando assim que o modelo é objetivo, sem dependência da malha, e, para o caso de uma carga concentrada aplicada no meio do vão houve convergência da solução para malhas a partir de 10 elementos. Já na análise de um pórtico plano bi-engastado de um vão e um pavimento, houve uma certa dependência da malha, apesar das curvas carga-deslocamentos obtidas serem praticamente coincidentes até o pico, os valores de carga última e deslocamento correspondente variaram um pouco refinando-se a malha até 20 elementos. A autora recomenda assim que se utilize uma malha mais fina para pórticos planos, com a restrição, porém, de não se utilizar elementos com comprimento inferior à altura da sua seção transversal, conforme recomendado por Bazant *et al.* [28]. Stramandinoli [17] também estudou o efeito do número de camadas na discretização da seção em diversos exemplos e concluiu que não havia variação na solução a partir de 10 camadas, assim sendo neste trabalho, em todos os exemplos, foram utilizadas 20 camadas de concreto.

Em todas as análises numéricas utilizou-se o modelo modificado de Hognestad para o concreto sob compressão e o método de Newton-Raphson para solução das equações não lineares, exceto no exemplo do item 4.3 em que se usou o método do Comprimento de Arco. Nos exemplos de vigas e pórticos ensaiados experimentalmente buscou-se utilizar no modelo numérico, quando



(a)



(b)

Figura 2

Comparação entre modelos de tension-stiffening: (a) Vecchio e Collins (1986) e Figueiras (1986); (b) modelo proposto pelas autoras com diferentes valores de n_p em comparação com os modelos simplificados, o de Vecchio e Collins e o de Figueiras, que independem da taxa de armadura ρ

informadas, as propriedades dos materiais concreto e aço medidas experimentalmente (mostradas em negrito nas Tabelas 1 e 2), e, quando não informadas, foram estimadas usando-se valores e equações recomendados pela norma de estruturas de concreto NBR-6118.

4.1 Vigas bi-apoiadas ensaiadas por Beber

Duas das vigas bi-apoiadas ensaiadas por Beber [29] sob flexão a quatro pontos, VT1 e VT2, são utilizadas inicialmente para comparação com os resultados gerados pelo programa ANEST/CA, considerando-se apenas a não linearidade física. Estas vigas são idênticas e sua geometria e armação, carregamento e malha utilizada na análise de elementos finitos estão mostrados na Figura 3, na qual as dimensões estão em cm. As propriedades dos materiais estão apresentadas na Tabela 1. Para mostrar a importância do efeito de *tension-stiffening*, também foi efetuada uma análise numérica sem consideração deste efeito.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada em termos de um gráfico “carga total aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão”, na Figura 4. Observa-se que o modelo de elementos finitos conseguiu representar bem o ramo ascendente da curva obtida dos ensaios experimentais, mostrando uma boa aproximação inclusive após a fissuração, quando o efeito de *tension-stiffening* é considerado. Se este efeito não é considerado, o modelo numérico apresenta um comportamento bem mais flexível do que o modelo experimental, conforme esperado, tendo em vista que esse efeito

é mais acentuado em vigas com baixa taxa de armadura. O início do escoamento da armadura foi capturado corretamente pelo modelo numérico, a uma carga total aplicada de 44 kN, no entanto, após este valor, os instrumentos foram retirados dos ensaios experimentais para não serem danificados, não sendo assim possível se mostrar a curva obtida experimentalmente. A carga última medida nos ensaios foi de 47 kN, enquanto que a obtida pela análise com o programa ANEST/CA foi um pouco menor, 46 kN.

4.2 Vigas bi-apoiadas ensaiadas por Juvandes

Dentre as vigas do trabalho experimental de Juvandes [30], foram escolhidas duas bi-apoiadas submetidas à flexão a quatro pontos (VB6 e VC3) para serem analisadas com o programa ANEST/CA considerando-se apenas a não linearidade física. A geometria das vigas, carregamento, armação e malha de elementos finitos utilizada estão mostrados na Figura 5 (dimensões dadas em cm), e as propriedades dos materiais estão apresentadas na Tabela 1. Foram efetuadas análises numéricas com e sem a consideração do efeito de *tension-stiffening*, para mostrar a importância desse efeito.

A comparação entre os resultados numéricos e experimentais é apresentada em termos de gráficos “carga total aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão” nas Figuras 6 e 7. Para a viga VB6, observa-se da Figura 6 uma excelente aproximação do modelo numérico com consideração de *tension-stiffening* em relação ao ensaio, sendo a curva obtida numericamente

Tabela 1

Propriedades dos materiais e parâmetros usados na análise numérica das vigas VT1/VT2/VB6/VC3 (valores medidos experimentalmente em negrito, calculados ou estimados sem negrito)

Viga	Concreto			Tension - stiffening				Armaduras de aço			
	f_{cm} (MPa)	f_{tm} (MPa)	ϵ_0	n	ρ_{eff}	$n \rho_{eff}$	α (5 camadas)	φ	f_y (MPa)	E_s (GPa)	sh
VT1 e VT2	33,58	2,62	0,0020	6,39	1,50 %	0,096	0,040	6 mm	738	214,83	0,016
VT1 e VT2	33,58	2,62	0,0020	6,39	1,50 %	0,096	0,040	10 mm	565	214,83	0,000
VB6	37,9	2,90	0,0020	5,15	4,60 %	0,240	0,072	3 mm	192	174	0,001
VB6	37,9	2,90	0,0020	5,15	4,60 %	0,240	0,072	8 mm	497	195	0,0042
VC3	20,7	1,60	0,0020	9,00	3,80 %	0,342	0,093	12.5 mm	507	184,6	0,0014

Tabela 2

Propriedades dos materiais e parâmetros usados na análise numérica dos pórticos (valores medidos experimentalmente em negrito, calculados ou estimados sem negrito)

Pórtico	Concreto					Aço			
	f_{cm} (kN/m ²)	f_{tm} (kN/m ²)	$n \rho_{eff}$	α (5 camadas)	ϵ_0	f_y (kN/m ²)	E_s (kN/m ²)	ϵ_u	sh
P2	36500	2814	0,464	0,113	0,0023	293000	20000000	0,01	0,01
A40	29096	2303	0,443	0,110	0,002	353000	189791000	0,015	0,029
A60	38955	2974	0,317	0,088	0,002	425406	181797000	0,007	0,063

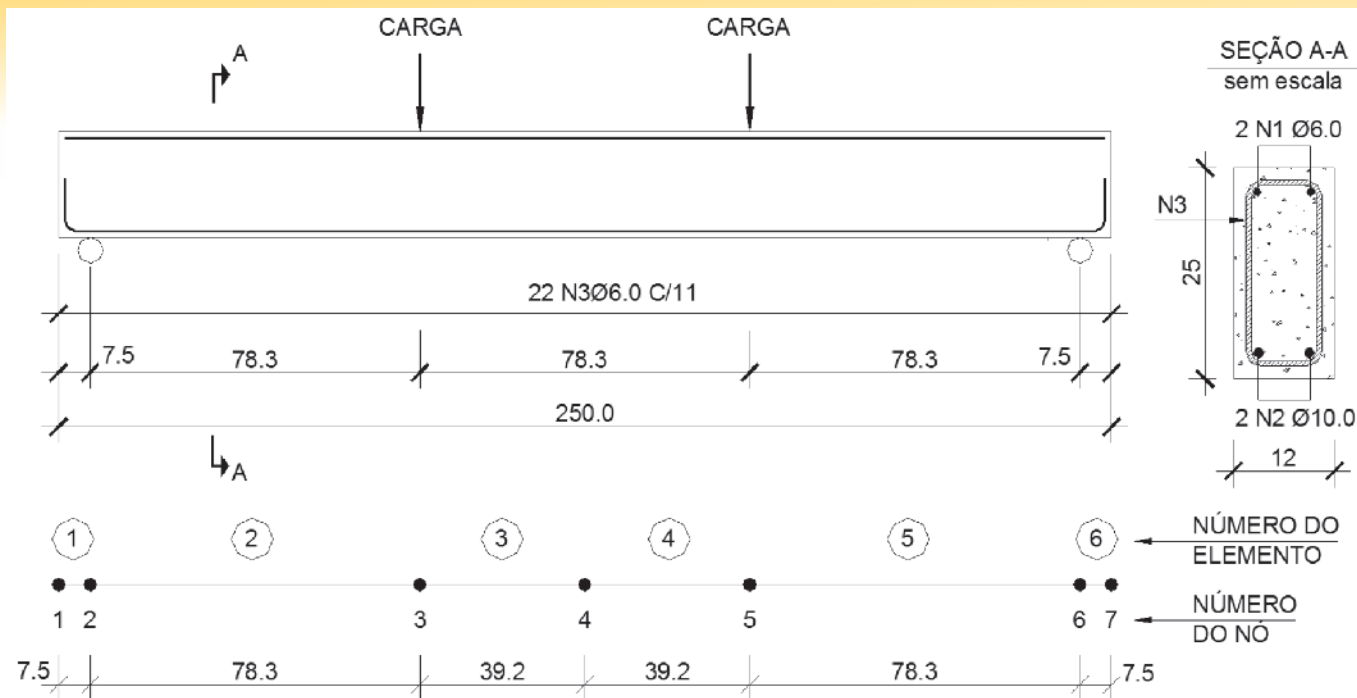


Figura 3 Geometria, carregamento, armação e malha utilizada na análise das vigas VT1 e VT2 ensaiadas por Beber (29)

praticamente coincidente com a experimental nos trechos pós-fissuração e pós-escoamento. O modelo numérico mostrou-se ligeiramente mais rígido apenas no início do trecho elástico, região esta mais suscetível a imprecisões nos ensaios, e aproximou muito bem a carga de ruptura, mas com deslocamento correspondente um pouco menor. Novamente nota-se um comportamento mais flexível do modelo numérico quando o efeito de *tension-stiffening* não é considerado. Já para a viga VC3, o modelo numérico com consideração de *tension-stiffening* apro-

ximou bem o modelo experimental no trecho inicial elástico, mas mostrou-se um pouco mais rígido a partir de uma carga total aplicada de aproximadamente 25 kN (ver Figura 7). A carga de ruptura foi bem aproximada pelo modelo numérico, mas o deslocamento último foi menor. Para esta viga VC3, as diferenças das análises considerando ou não o efeito de *tension-stiffening* são menores, tendo em vista que, além da taxa de armadura ser mais elevada, o baixo valor do módulo de elasticidade do concreto resulta em um valor elevado para a razão modular, η , e consequentemente um valor elevado para o parâmetro α (ver Tabela 1), logo menos efeito de *tension-stiffening* em comparação com as vigas analisadas anteriormente.

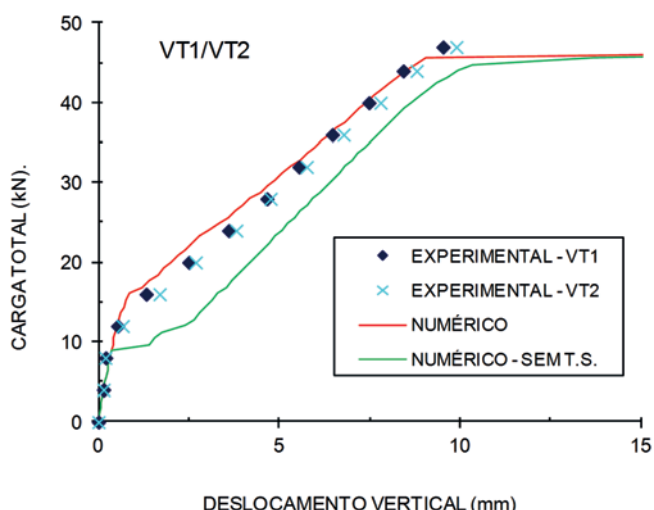


Figura 4 Comparação entre gráficos “carga total versus deslocamento vertical no meio do vão” obtidos da análise numérica com ANEST/CA e análise experimental para as vigas VT1 e VT2 ensaiadas por Beber (29)

4.3 Pórtico plano estudado por Williams

Para verificar a formulação de não-linearidade geométrica do modelo proposto neste trabalho, tendo em vista a dificuldade de se encontrar na literatura ensaios experimentais em estruturas de CA submetidas a grandes deslocamentos, devido à dificuldade de realização desse tipo de ensaio, será utilizado um exemplo teórico de um pórtico plano de material hipotético formado por duas barras levemente inclinadas, estudado por Williams apud Peterson e Petersson [31], o qual pode ser encontrado em várias referências relacionadas ao tema. A geometria do pórtico é apresentada na Figura 8 e as propriedades dos elementos são: módulo de elasticidade $E = 70,735 \text{ GPa}$; área da seção transversal $A = 1,18 \text{ cm}^2$ e momento de inércia $I = 0,0374 \text{ cm}^4$. Na análise numérica discretizou-se a estrutura em 20 elementos de comprimento igual e considerou-se o material elástico-linear. Primeiramente, aplicou-se o modelo com as matrizes k_g e k_u e, posteriormente, apenas com a matriz k_g . Para solução das equações não lineares utilizou-se o Método do Comprimento do Arco, já que esta estrutura apresenta ponto limite. A comparação das duas análises numéricas e a do modelo analítico de Petersson e Petersson [31], em termos de um gráfico “carga versus deslo-

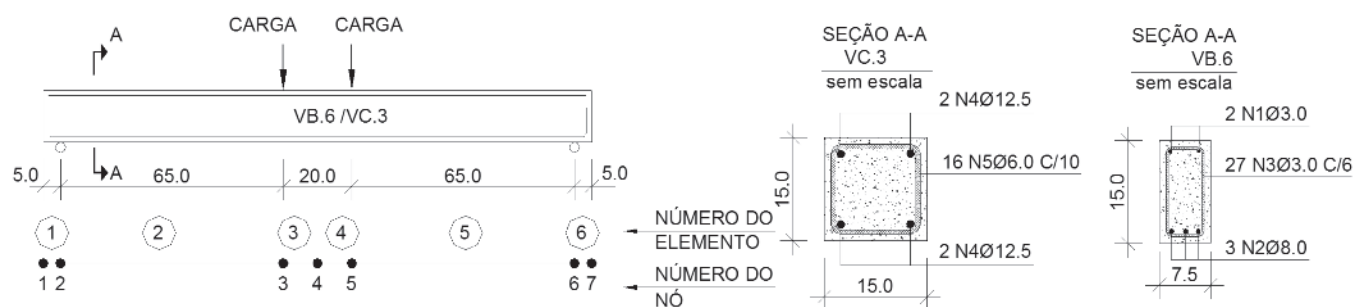


Figura 5

Geometria, carregamento, armação e malha utilizada nas análises das vigas VB6 e VC3 ensaiadas por Juvandes (30)

cimento vertical no centro do pórtico” está mostrada na Figura 9. O modelo com as matrizes k_g e k_u conseguiu capturar a resposta completa da estrutura, inclusive no trecho pós-crítico, capturando o efeito conhecido como *snap-through*, sendo a curva do modelo numérico coincidente com a obtida pelo modelo analítico de Petersson e Petersson [31]. Porém, quando não se considerou a matriz k_u na formulação, obtiveram-se problemas de convergência na análise nas proximidades do pico de resposta, não sendo possível capturar a resposta para toda a história de carregamento. Ressalta-se, no entanto, que em muitos exemplos de pórticos planos de CA o modelo com apenas a matriz geométrica k_g fornece bons resultados (Stramandinoli [17]).

4.4 Pórtico plano ensaiado por Cranston

Cranston apud Bazant *et al.* [28] realizou ensaios experimentais em uma série de pórticos bi-rotulados de CA, e um deles, deno-

minado de pórtico P2, foi escolhido aqui para comparação com o programa ANEST/CA. Vários autores utilizaram este pórtico para análise, além de Bazant *et al.* [17], podendo-se citar Lazaro e Richards [32], Sun *et al.* [33] e Bratina *et al.* [34].

Na Figura 10 é mostrada a geometria do pórtico, seção transversal, posição das cargas, tipo de apoios e malha utilizada para discretização da estrutura (18 elementos) na análise numérica. As propriedades dos materiais utilizados na análise numérica estão apresentadas na Tabela 2.

A Figura 11 ilustra os gráficos “carga total (kN) versus deslocamento vertical no meio do vão (mm)” para o pórtico P2. Analisando o gráfico é possível observar que a curva obtida pelo modelo numérico ficou praticamente coincidente com a curva experimental até se atingir a carga máxima, o modelo numérico apenas mostrou-se um pouco mais rígido no trecho pós-escoamento da armadura. Depois de atingido o pico de resistência do pórtico, houve um amolecimento na resposta experimental, efeito conhecido como

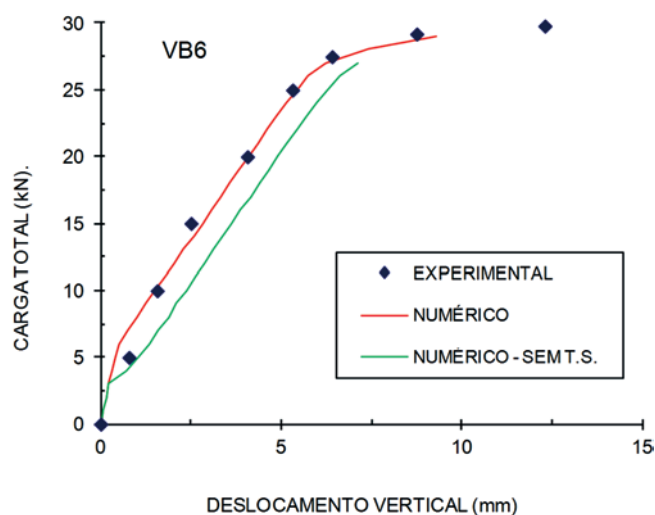


Figura 6

Comparação entre gráficos “carga total versus deslocamento vertical no meio do vão” obtidos da análise numérica com ANEST/CA e análise experimental para a viga VB6 ensaiada por Juvandes (30)

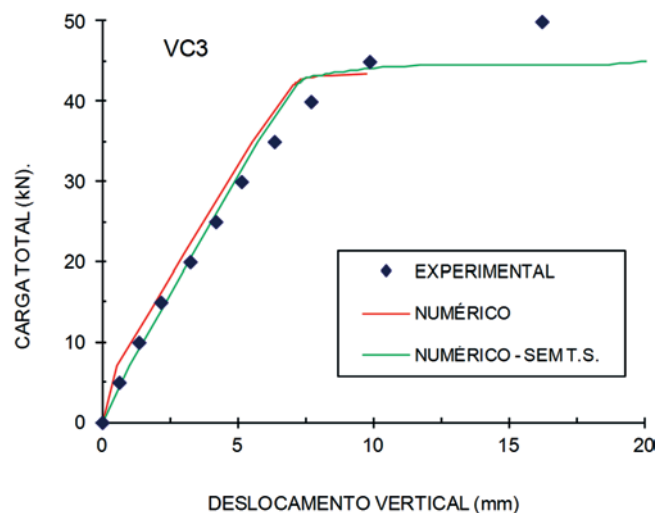


Figura 7

Comparação entre gráficos “carga total versus deslocamento vertical no meio do vão” obtidos de análises numéricas com ANEST/CA e análise experimental para a viga VC3 ensaiada por Juvandes (30)

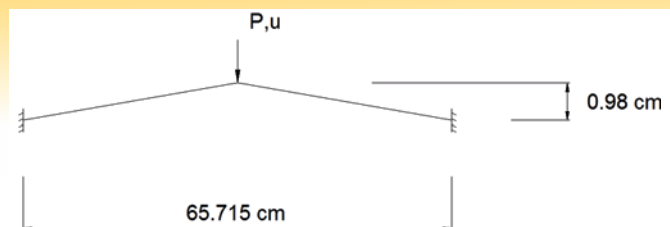


Figura 8
Geometria, apoios e carga aplicada no pórtico de Williams (Pettersson e Pettersson (31))

softening. Na análise numérica (com *tension stiffening*) o aço das armaduras inicia a escoar no meio do vão da barra horizontal para $P = 15,7 \text{ kN}$ e, para $P=20,4 \text{ kN}$, inicia o escoamento nas extremidades dessa barra e no topo dos pilares. Perto da carga última (entre 22,2 e 22,3 kN), iniciam os problemas de convergência, não sendo possível continuar a análise e capturar o trecho pós-pico, mesmo se utilizando o método do Comprimento do Arco ou o método de Newton-Raphson com controle de deslocamentos na solução. É comum ocorrer esses problemas de convergência nas análises considerando não linearidade física perto da carga última, quando um ou mais coeficientes da diagonal da matriz de rigidez global da estrutura são próximos de zero.

4.5 Pórticos planos ensaiados por Ernst et al.

Ernst et al. [35] realizaram um estudo para investigar o comportamento de pórticos planos de CA, ensaiando diversos pórticos bi-articula-

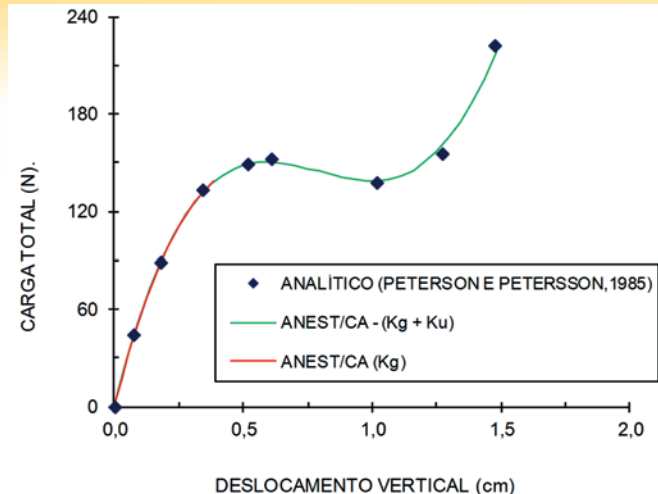
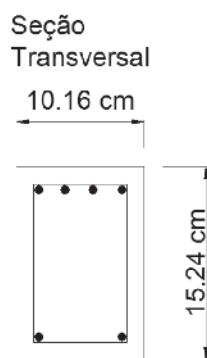
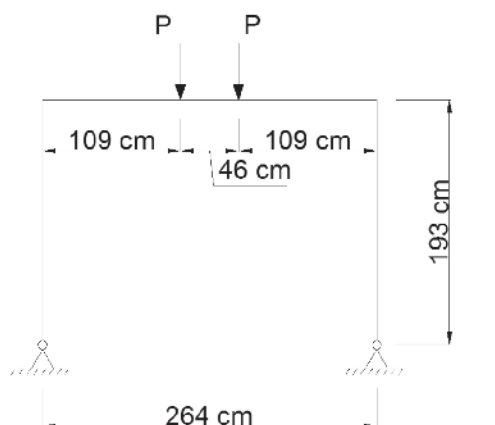
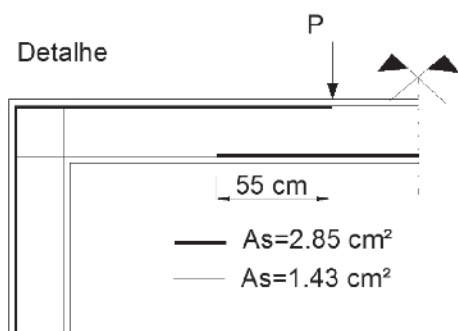


Figura 9
Comparação entre análises numéricas com programa ANEST/CA e modelo analítico de Peterson e Pettersson (31), em termos de gráfico “carga aplicada versus deslocamento vertical no centro” para o pórtico de Williams

dos, de um vão e um pavimento. Dos pórticos ensaiados, dois foram escolhidos para comparação com o modelo numérico (A40 e A60). A geometria dos pórticos, posição das cargas e seção transversal estão mostradas na Figura 12. Foram usados 36 elementos de barra na discretização da estrutura e as propriedades dos materiais e parâ-



$A_s = 1.43 \text{ cm}^2$
 $A_s' = 2.85 \text{ cm}^2$



Malha utilizada

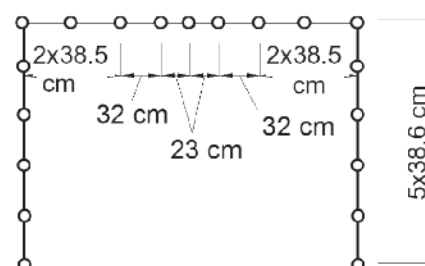


Figura 10
Geometria, cargas, armaduras e malha utilizada na análise numérica do pórtico P2 ensaiado por Cranston (apud Bazant et al. (28))

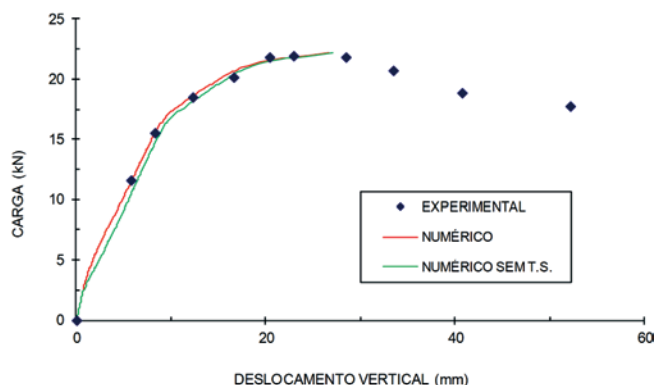


Figura 11

Comparação entre análise numérica com ANEST/CA e análise experimental em termos de gráficos “carga total aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão” para o pórtico P2 ensaiado por Cranston (apud Bazant et al. (28))

metros usados nas análises numéricas estão mostrados na Tabela 2. A Figura 13 ilustra o gráfico “carga total (kN) versus deslocamento vertical no meio do vão (mm)” para o pórtico A40 e a Figura 14 para o pórtico A60. Observa-se dos gráficos que o modelo numérico consegue representar de maneira satisfatória o comportamento dos pórticos obtido nos ensaios. O modelo numérico mostrou-se um pouco mais rígido desde o trecho inicial elástico, aumentando um pouco esta diferença de rigidez após a fissuração. Para ambos os pórticos a carga última obtida no modelo numérico ficou um pouco superior à experimental, e para o pórtico A40 o deslocamento último ficou um pouco menor em relação ao valor experimental.

5. Conclusões

Apresentou-se neste trabalho um modelo de elementos finitos de barra bidimensional com sete graus de liberdade para análise não linear física e geométrica de estruturas planas de concreto armado. O modelo foi implementado em um programa computacional denominado ANEST/CA e foi verificado em comparação com resultados teóricos e experimentais obtidos por outros autores. Com relação à não-linearidade geométrica, o modelo conseguiu re-

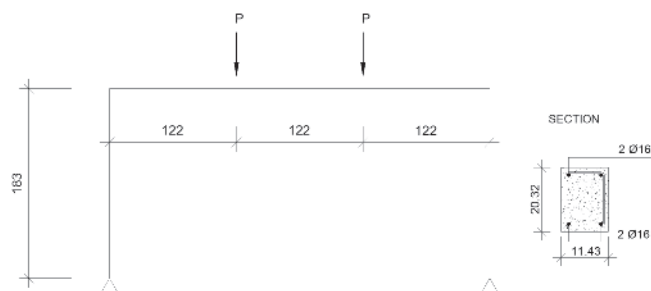


Figura 12

Geometria (dimensões em cm), apoios e carregamento aplicado para os pórticos A40 e A60 ensaiados por Ernst et al. (35)

presentar muito bem o comportamento de estruturas elástico-lineares com grandes deslocamentos, por meio da utilização das matrizes k_g e k_u . No que tange a não-linearidade física, na comparação em termos de curvas carga-deslocamento do modelo numérico com ensaios experimentais, em estruturas com comportamento predominante de flexão, observou-se ótimos resultados do modelo para o caso de vigas e bons resultados para o caso de pórticos planos. Demonstrou-se também no trabalho a importância de se considerar o efeito de *tension-stiffening*, principalmente no caso de vigas. Além dos resultados numéricos apresentados aqui, o programa ANEST/CA fornece outros resultados também importantes numa análise estrutural, tais como a evolução da fissuração e da tensão nas camadas de concreto e armadura ao longo do carregamento (Stramandinoli [17]). Quando os efeitos provocados pelo cisalhamento forem importantes, com a presença de fissuras inclinadas, deve-se utilizar um modelo que os considerem, como, por exemplo, o modelo de barras desenvolvido por Stramandinoli e La Rovere [19], baseado na teoria de viga de Timoshenko, ou então modelos de elementos finitos planos com modelos constitutivos bi-axiais, como, por exemplo, os desenvolvidos por d’Avilla [20]. O programa ANEST/CA também foi utilizado para comparação com métodos simplificados por Junges [36], para o caso de vigas, por Gelatti [37], para pórticos planos, e por Junges e La Rovere [38] para o caso de vigas contínuas. O modelo numérico apresentado neste trabalho está sendo estendido e implementado no programa ANEST/CA para a análise de estruturas tridimensionais de concreto armado, incluindo-se modelos para levar em conta o efeito de confinamento do concreto propiciado pelos estribos.

6. Referências bibliográficas

- [1] SILVA, R. M.; MATOS, E. F. Análise não-linear de pórticos planos de edifícios altos em concreto armado considerando

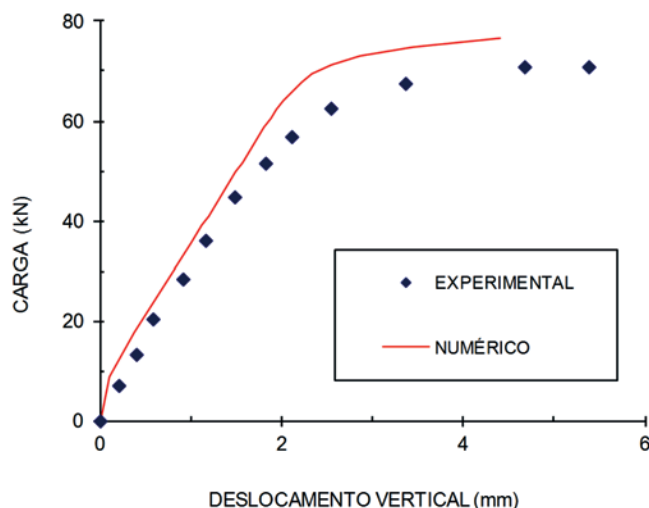


Figura 13

Comparação entre análise numérica com ANEST/CA e análise experimental em termos de gráfico “carga total aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão” para o pórtico A40 ensaiado por Ernst et al. (35)

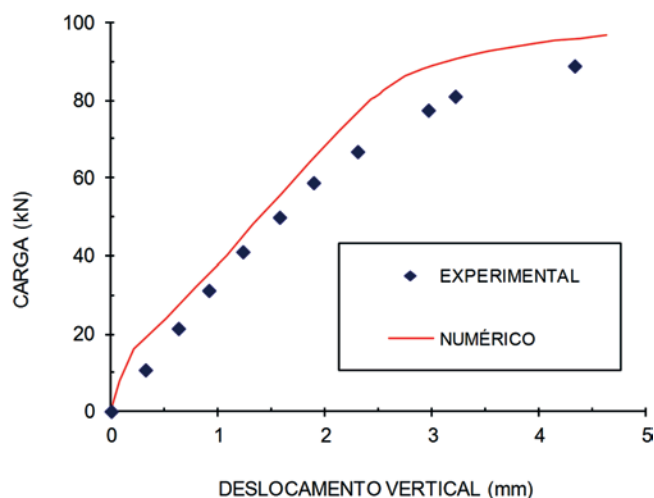


Figura 14

Comparação entre análise numérica com ANEST/CA e análise experimental em termos de gráfico "carga total aplicada versus deslocamento vertical no meio do vão" para o pórtico A60 ensaiado por Ernst et al. (35)

- a contribuição do concreto tracionado. In: Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, Punta del Este, p. 1-15 Anais CD-ROM, 2000.
- [2] GIBERSON, M. F. The response of nonlinear multi-story structures subjected to earthquake excitation. PhD Thesis. 1967. 232 p. California Institute of technology, Pasadena, California, USA, 1967.
- [3] KABA, S.; MAHIN, S. A. Refined modeling of reinforced concrete columns for seismic analysis. EERC Report 84-03. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA, 1984.
- [4] CHAN E. C. Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced concrete shells with edge beams. 1982. 361 p. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering and Structural Mechanics). University of California, Berkeley, USA, 1982.
- [5] HOLZER, S.M.; SOMERS, A.E.; BRADSHAW, J.C. Finite response of inelastic RC structures. Journal of the Structural Division (ASCE), v. 105, n. ST1, p. 17-33, 1979.
- [6] MARÍ A.R. Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames. Report, n°. UCB/SESM – 84/12. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, USA, 1984.
- [7] MARÍ A.R. Numerical simulations of the segmental construction of three dimensional concrete frames. Engineering Structures, v. 22, p. 585-596, Ed. Elsevier, 2000.
- [8] CARREIRA, D. J.; CHU, K.H. Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. ACI Journal, v. 83, n.3, p. 21-28, 1986.
- [9] SCHULZ, M.; REIS, F.J.C. Estabilidade das estruturas de concreto para solicitações combinadas. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. Anais CD-ROM, p. 1-18, São Paulo, 2003.
- [10] TAUCER, F.F.; SPACONE, E.; FILIPPOU, F.C. A fiber beam-column element for seismic analysis of reinforced concrete structures. EERC Report 91/17 - Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, USA, 1991.
- [11] TEIXEIRA, M. R.; de SOUZA, R.M. Análise não linear física e geométrica de um edifício de múltiplos andares em concreto armado utilizando-se a plataforma OpenSees. In: V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, Anais CD-ROM, p. 1-19, São Paulo, 2003.
- [12] PIMENTA, P. M. Análise não linear de pórticos planos. In: Anais EPUSP, v. 1, n. 1a, p. 563-582, São Paulo, 1988.
- [13] PIMENTA, P.M.; SOLER, J.G.M. Estabilidade de pórticos planos de concreto armado. In: Anais do Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, 1, v.2., p. 501-527, São Paulo, 1989.
- [14] VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. ACI Journal, v. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.
- [15] PINTO, R. S. Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado. 2002. 155 p. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 2002.
- [16] CARVALHO, M. F. M. S. Formulação corrotacional para análise de vigas com elementos finitos. 2010. 71 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2010.
- [17] STRAMANDINOLI, R.S.B. Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. 2007. 189 p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [18] STRAMANDINOLI, R.S.B. e LA ROVERE, H.L. An Efficient Tension-Stiffening Model for Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Members. Engineering Structures v.30, n.7, p.2069-80, Ed. Elsevier, 2008.
- [19] STRAMANDINOLI, R.S.B. e LA ROVERE, H.L. FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation. Engineering Structures v. 35 p. 244–253, Ed. Elsevier, 2012.
- [20] D'AVILA, V. M. R. Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos. 2003. 259 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- [21] COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M.E. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. 3rd ed. Ed. Jonh Wiley & Sons, Inc., 1989.
- [22] RIKS, E. The application of Newton's method to the problem of elastic stability. Journal of Applied Mechanics, v. 3, p.1060-1065, 1972.
- [23] WEMPNER, G. A. Discrete approximation related to nonlinear theories of solids. International Journal of Solids and Structures, v. 7, p.1581-1599, 1971.
- [24] HOGNESTAD, E. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. Bulletin Series, 399:128 - University of Illinois, Urbana, USA, 1951.
- [25] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [26] FIGUEIRAS, J. A. Practical approach for modelling the non-

linear response of RC shells. Computational Modeling of Reinforced Concrete Structures, p. 217-253, 1986.

- [27] LA ROVERE, H. L. Nonlinear analysis of reinforced concrete masonry walls under simulated seismic loadings. 1990. 200p. Ph.D. Dissertation (Structural Engineering) - University of California, San Diego, USA, 1990.
- [28] BAZANT, Z. P.; PAN, J.; CABOT, G. P. Softening in reinforced concrete beams and frames. Journal of Structural Engineering (ASCE), v. 113, n. 12, p. 2333-2347, 1987.
- [29] BEBER, A. J. Avaliação do desempenho de vigas de concreto armado reforçadas com lâminas de fibra de carbono. 1999. 108p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1999.
- [30] JUVANDES, L. F. P. Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de “CFRP”. 1999. 400p. Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal, 1999.
- [31] PETERSON, A.; PETERSSON, H. On finite element analysis of geometrically nonlinear problems. Computer Methods in Applied mechanics and Engineering, v. 51, p. 277-286, 1985.
- [32] LAZARO, A.L. e RICHARDS JR, R. Full-range analysis of concrete frames. Journal of the Structural Division (ASCE), v. 99, n. 8, p. 1761-1783, 1973.
- [33] SUN, C. H.; BRADFORD, M. A.; GILBERT, R. I. A reliable numerical method for simulating the post-failure behaviour of concrete frame structures. Computers & Structures, v. 53, n. 3, p. 579-589, 1994.
- [34] BRATINA, S.; SAJE, M.; PLANINC, I. On materially and geometrically non-linear analysis of reinforced concrete planar frames. International Journal of Solids and Structures, v. 41, n. 24-25, p. 7181-7207, 2004.
- [35] ERNST, G. C., *et al.* Basic reinforced concrete frame performance under vertical and lateral loads. ACI Journal, v. 70, n. 4, p. 261-269, 1973.
- [36] JUNGES, E. Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. 2011. 360p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2011.
- [37] GELATTI, F. Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: modelagem por elementos finitos de barra. 2012. 226p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2012.
- [38] JUNGES, E.; LA ROVERE, H. L. Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams. Ibracon Structures and Materials Journal, Volume 10, Number 2 (April 2017), p. 315 - 450.

7. Anexo

As funções de interpolação $N(\xi)$, utilizadas no item 2.1, são dadas por:

$$N_a = \frac{(1 - \xi)}{2}$$

$$N_b = \frac{(1 + \xi)}{2}$$

$$N_c = (1 - \xi^2)$$

$$N_d = 1 - \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{1}{4}(\xi + 1)^3$$

$$N_e = \frac{L}{2}(\xi + 1) - \frac{L}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3$$

$$N_f = \frac{3}{4}(\xi + 1)^2 - \frac{1}{4}(\xi + 1)^3$$

$$N_g = -\frac{L}{4}(\xi + 1)^2 + \frac{L}{8}(\xi + 1)^3$$

A partir do campo de deslocamentos, pode-se determinar a deformação específica, considerando a equação (2):

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{du_0}{dx} - y \frac{d\theta}{dx}$$

onde:

$$\frac{du_0}{dx} = \frac{du_0}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \frac{du_0}{d\xi} = \frac{u_2 - u_1}{L} - \frac{4\xi}{L} \alpha_1$$

e:

$$\frac{d\theta}{dx} = \varphi(\xi) = \frac{d\theta}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{4}{L^2} [N_d'' v_1 + N_e'' \theta_1 + N_f'' v_2 + N_g'' \theta_2]$$

em que: $\ddot{\ } = \frac{d^2}{d\xi^2}$ e $\varphi(\xi)$ é a curvatura.

Portanto pode-se escrever a curvatura como sendo:

$$\varphi = \frac{6\xi}{L^2} v_1 + \frac{3\xi - 1}{L} \theta_1 + \frac{-6\xi}{L^2} v_2 + \frac{3\xi + 1}{L} \theta_2$$

Logo, a equação (2) pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_x = [1 \quad -y] \begin{Bmatrix} \frac{du_0}{dx} \\ \varphi \end{Bmatrix} = [1 \quad -y] \begin{bmatrix} \frac{-1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{-4\xi}{L} \\ 0 & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{3\xi - 1}{L} & 0 & \frac{-6\xi}{L^2} & \frac{3\xi + 1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix}$$

ou:

$$\varepsilon_x = \mathbf{B}_L \mathbf{U}$$

A matriz de rigidez secante, conforme item 2.2, é dada por:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{ES}{L} & -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{ES}{L} & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{8ES}{L^2} \\ -\frac{ES}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{ES}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{4ES}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & \frac{ES}{L} & \frac{EA}{L} & 0 & -\frac{ES}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{8ES}{L^2} \\ \frac{ES}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{ES}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & \frac{4ES}{L} \\ 0 & \frac{8ES}{L^2} & \frac{4ES}{L} & 0 & -\frac{8ES}{L^2} & \frac{4ES}{L} & \frac{16EA}{3L} \end{bmatrix}$$

Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams

Comparação entre modelos simplificados e de elementos finitos para flecha imediata em vigas contínuas de concreto armado



E. JUNGES^a
bethjunges@gmail.com

H. L. LA ROVERE^a
henriettelarovere@gmail.com

Abstract

In this work, a comparative study of different simplified methods and nonlinear finite element (FE) models used for calculating short-term deflections (vertical displacements of the longitudinal axis) in continuous reinforced concrete (RC) beams, under service loads, is performed. The simplified methods employed are the one proposed by Branson and the bilinear method recommended by the European Code CEB - Design Manual on Cracking and Deformations. Two finite element models are utilized: the first one with frame elements in which material nonlinearities are considered along the element and its cross section divided into layers, by using of constitutive relationships for steel and concrete, while the second one utilizes beam elements, with physical nonlinearity considered by means of moment-curvature diagrams, obtained from Branson equation. Several examples of continuous RC beams under service loads are analysed and the results obtained by the different models are compared taking as reference the nonlinear frame element model. A few conclusions and recommendations regarding the use of the different methods are drawn at the end of the work.

Keywords: deflections, beams, reinforced concrete, nonlinear analysis.

Resumo

Neste trabalho é realizado um estudo comparativo dos resultados de flecha (deslocamento vertical do eixo longitudinal) imediata de vigas contínuas de concreto armado sob cargas de serviço, obtidos por diferentes métodos simplificados e por modelos não lineares de elementos finitos (EF). Os métodos simplificados abordados são o proposto por Branson e o método Bilinear recomendado pelo CEB – Manual de projeto sobre Fissuração e Deformações. São utilizados dois modelos de EF: o primeiro com EF de pórtico plano, sendo a não linearidade dos materiais considerada ao longo do elemento e da seção discretizada em camadas, a partir de relações constitutivas do aço e do concreto, enquanto que o segundo utiliza EF de viga, sendo a não linearidade física considerada por meio de diagramas momento-curvatura, obtidos a partir da fórmula de Branson. Os resultados dos diferentes modelos são comparados entre si para diversas vigas de projeto, adotando como referência os resultados do modelo não linear de elementos de pórtico plano. A partir da análise dos resultados, extraem-se algumas conclusões e recomendações quanto ao uso dos métodos simplificados e modelos de EF estudados.

Palavras-chave: flecha, vigas, concreto armado, análise não linear.

^a Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil;
^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introduction

According to the Brazilian Code NBR 6118 [1], in order to verify the Serviceability Limit State (SLS) for allowable displacements, it becomes necessary in the structural design to estimate the maximum displacement that shall occur in the real structure (maximum vertical displacement or deflection of the bar axis). For this verification, simplified methods recommended by Design Codes or analytical models implemented into computer programs for structural analysis/design can be employed.

The calculation of the total deflection of a reinforced concrete (RC) beam can be divided into two parts, one of short-term and another one of long-term character, the latest one due mainly to shrinkage and creep effects. In this work, only short-term deflection of continuous beams is addressed, realizing that this is the first step in the total deflection verification.

When calculating the short-term deflection of RC beams in the SLS, the physical nonlinearity of the materials should be considered, especially the one caused by concrete cracking. In order to account for such nonlinearities, a nonlinear analysis of the RC beam needs to be performed, which has a greater degree of complexity as compared to linear analysis, since it requires more advanced programs and higher computational effort. There are several nonlinear methods that can be used to calculate deflections in RC beams, ranging from simplified models, as those recommended in Design Codes for RC structures, to very refined models, as the ones using finite elements and more elaborated constitutive models.

In nonlinear analysis, one of the most difficult parameter to determine is the contribution to the element stiffness of the intact concrete between cracks, an effect known as tension-stiffening. A nonlinear analysis is not required in simplified methods, since nonlinear effects, such as tension-stiffening, are considered in a simplified way; these methods can thus be rapidly utilized by engineers, either by means of hand-calculations or by using simple computational tools.

The availability of more refined models that allow calculating more accurately deflections of RC structural elements, representing more adequately their nonlinear behavior, combined with the recent development of advanced computational tools, arises the question about whether simplified methods should still be used to calculate structural deflections nowadays. However, if simplified methods provide satisfactory results as compared to more refined models, its use by structural engineers could then be justified in the sake of simplicity and ease of application.

Junges [2] performed a comprehensive study on the calculation of short-term deflections in simply-supported and continuous RC beams under service loads, by comparing several methods, simplified and refined ones. As the behavior of continuous beams differs from the one of simply-supported beams, due to the negative bending moment acting on the inner supports, which causes a greater extent of cracking in the beam spans, it is interesting to investigate separately the analytical results obtained by the different methods for continuous beams from the ones obtained by simply-supported beams. Results obtained for RC simply-supported beams have already been published earlier in Junges and La Rovere [3]. This work aims to present a summary of the part of the study performed by Junges [2] that regards RC continuous beams.

The simplified methods are described in the following section. The first method utilizes the equivalent moment of inertia equation proposed by Branson [4], applied in two different ways, one as recommended by the Brazilian Code NBR 6118 [1], and another one following the recommendations contained in the technical notes of NB-1 [5], published by Ibracon. The second method, indicated by CEB "Design Manual on Cracking and Deformations" [6], is known as Bilinear Method.

Two finite element (FE) models, described in Section 3, are included in this study: the first one uses plane-frame bar elements, and considers the material nonlinearities along the element axis and along its section, discretized into layers, by means of complete constitutive laws for concrete and reinforcing steel; while the second one uses beam elements, taking into account the physical nonlinearity by means of moment-curvature diagrams, obtained using Branson's equation.

The plane-frame finite element model, which is implemented into a computer program called ANEST/CA, is taken as the reference model in the comparative study of the several models/methods. This model was chosen as it has presented very good results in comparison with experimental results obtained from tests on RC structures - beams and plane-frames, especially for those structures with dominant flexural behavior, as showed by Stramandinoli [9]. For the case of continuous beams, however, few experimental results are available in the literature, from which three examples were selected to be presented here, in Section 4, in order to illustrate the choice of the reference model.

In view of the reduced number of experimental tests on continuous beams, theoretical examples of beams designed at service were analyzed in the comparative study, in such a way to perform a comprehensive study that allows analyzing the influence of different load types, reinforcement ratios, number of spans and beam geometry, in the results given by the different models and methods. A total of 60 continuous beams, of two and three spans, were designed and analyzed under service loads (called here *design beams*), by varying the beam geometry, load type and values, reinforcement ratio and concrete strength. Results of the different models/methods are compared, by taking as reference the nonlinear plane-frame FE model, as explained above.

This study intends to give some guidelines regarding the use of simplified methods and some FE models, by evaluating the variation in the results according to load type, reinforcement ratio and extension of cracked span. From these results, a few concluding remarks and recommendations on the use of the different methods/models studied are extracted at the end.

2. Simplified methods to calculate short-term deflections in reinforced concrete (RC) beams

Two simplified methods to calculate short-term deflections in RC beams are utilized in this work: the Branson's equation, applied as indicated in the Brazilian Code NBR 6118 [1] and also following the technical notes given in NB-1 [5] published by Ibracon; and the Bilinear method, recommended by CEB [6]. These methods were implemented into a computer code named AVSer and are described as follows.

2.1 Branson's equation

The simplified method proposed by Branson adopts an equivalent moment of inertia (I_{eq}), where the moment of inertia is pondered between the uncracked (I) and the cracked (II) state, in such a way to consider that part of the beam is uncracked and also the tension-stiffening effect in the cracked part of the beam.

2.1.1 Branson's equation as indicated by NBR 6118

Since the version published in 2003, the NBR 6118 [1] recommends the use of Branson's equation to calculate short-term deflections in RC beams, by adopting a reference section to calculate the equivalent stiffness (EI_{eq}) of a beam's span:

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m I_c + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} = E_{cs} I_c \quad (1)$$

in which I_c is the moment of inertia of the gross concrete section; I_{II} is the moment of inertia of the cracked concrete section, in state II (neglecting the tensile stresses in concrete); E_{cs} is the secant modulus of elasticity of concrete, which can be obtained by Equation [2] from the initial tangent modulus E_{ci} (in MPa):

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} = 0,85 \cdot \alpha_E \cdot 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2)$$

where f_{ck} is the compressive strength of concrete in MPa, and α is a coefficient that varies according to the aggregate material adopted (from 0.7 to 1.2):

When one reference section is utilized for the entire span, one adopts $m=3$ to calculate EI_{eq} , in order to consider the tension-stiffening effect and also that part of the span remains in state I, whereas, when an individual section is taken, $m=4$ is adopted (Sabnis *et al.* [7]).

M_a is the bending moment at the critical section of the considered span, and M_{cr} is the cracking moment of the structural element:

$$M_{cr} = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (3)$$

where y_t is the distance from the centroid to the most tensile fiber of the cross-section; α is a coefficient that relates in an approximate way the tensile strength in flexure (also known as modulus of rupture) with the tensile strength of concrete, being equal to 1.5 for rectangular sections; f_{ct} is the tensile strength of concrete, which, in the absence of experimental tests, can be estimated by the following equation, when checking maximum displacements in the SLS:

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (4)$$

where $f_{ct,m}$ is the average tensile strength of concrete ($f_{ct,m}$ and f_{ck} in MPa).

When the acting bending moment, M_a , is less than the cracking

moment, M_{cr} , it means that the section is in state I, hence the stiffness of the gross section, $E_{cs} I_c$, must be utilized.

2.1.2 Branson's equation according to the technical notes from NB-1

In the technical notes from NB-1 [5] published by Ibracon, it is suggested that, for the case of continuous beams where a higher accuracy is seek, the Branson's equation should be applied by adopting a pondered value for the equivalent stiffness, calculated according to Equation [5]:

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{l} \left[(EI)_{eq,1} \cdot a_1 + (EI)_{eq,v} \cdot a_v + (EI)_{eq,2} \cdot a_2 \right] \quad (5)$$

in which $(EI)_{eq,1}$ is the equivalent flexural stiffness in stretch 1, $(EI)_{eq,v}$ is the equivalent flexural stiffness in the stretch corresponding to positive bending; and is the equivalent flexural stiffness in stretch 2 (see Figure [1]).

In each stretch of the beam, the equivalent flexural stiffness should be calculated in state II (EI_{II}) by considering the reinforcing bars at the most critical section, and by taking the acting moment M_a equal to M_1 , M_v and M_2 , respectively.

2.2 Bilinear method – CEB

The bilinear method is described in CEB "Design Manual on Cracking and Deformations" [6]. The short-term deflection is estimated by an intermediate value between the deflection value calculated using the stiffness in state I and the one calculated with the stiffness in state II, by means of an interpolation coefficient ζ , that accounts for the tensile contribution of concrete between cracks and also the portion of the span that remains uncracked, in state I:

$$W = (1-\zeta)W_1 + \zeta W_2 \quad (6)$$

where W_1 is the deflection calculated in state I; W_2 is the deflection

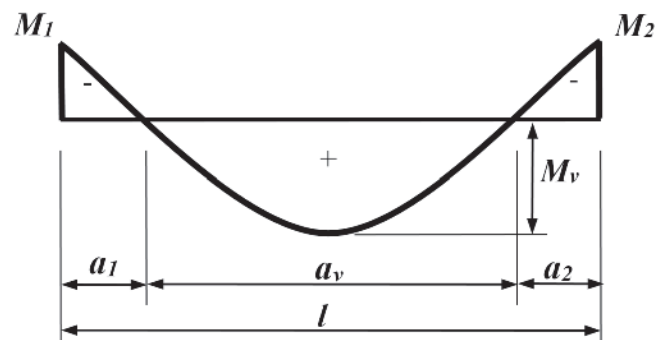


Figure 1

Parameters utilized to calculate the equivalent stiffness in a span of a continuous beam using Equation (5)

calculated in state II; and ζ is a dimensionless coefficient, which is equal to zero for an uncracked section, when $M_a < M_{cr}$, and lies between 0 and 1 for cracked section, when $M_a > M_{cr}$, given by:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \frac{M_{cr}}{M_a} \quad (7)$$

in which β_1 is a coefficient that characterizes the quality of bonding of the rebars, and β_2 is a coefficient that represents the influence of duration of the applied loads (if applied in a sustained manner or for a large number of load cycles). According to Eurocode [8], for high-bond rebars and for non-cyclic loading, which is the case of the beams analyzed here, these coefficients can be simplified to:

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = 1,0 \quad (8)$$

M_{cr} is the cracking moment at the critical section, which according to CEB can be obtained by:

$$M_{cr} = \frac{y_t f_{ct}}{I_1} \quad (9)$$

where f_{ct} is the tensile strength of concrete, defined by CEB as (f_{ct} and f_{ck} in MPa):

$$f_{ct} = f_{ctm} = 1,40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \quad (10)$$

The coefficient ζ can also be applied to interpolate directly the curvature instead of the deflection; this will be the procedure adopted in this work. It should be noted that Equation [4] given by NBR 6118 was extracted from Equation [10] given by CEB, hence the values found for the tensile strength given by these Codes practically coincide, but according to CEB the cracking moment is defined in Eq. [9] as a function of the tensile strength (given by Eq. [10]) whereas in NBR 6118 it is defined as a function of the tensile strength in flexure (Eq. [3]). However, in the comparative study of this work, these properties will be uniformed, thus the same equations, [3] and [4], will also be used for the Bilinear method.

3. Finite element models for nonlinear analysis of reinforced concrete beams

Two finite element (FE) models are utilized; a summary of the first one is described in subsection 3.1, and the second one is presented in subsection 3.2.

3.1 Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete plane frames

This model was developed by Stramandinoli [9] for physical and geometrical nonlinear analysis of reinforced concrete (RC) planes

and beams, and it was implemented into a computer program called ANEST/CA. The model utilizes a bar element with three nodes - two external nodes with three degree of freedom (DOF) each (two in-plane translations and one rotation), and one internal node with only one DOF (axial displacement), which is included to properly capture the variation of the neutral axis along the element due to material nonlinearities. The Euler-Bernoulli beam assumptions are adopted, and the physical nonlinearities are considered along the element in the Gauss-integration points (three points are adopted) and along the element section by means of the Fiber Model, with the section discretized into layers. Each layer is assumed to be under a uniaxial stress-state, neglecting shear stresses. The constitutive model given by the CEB-FIP MC-90 [10] is adopted for concrete under compression. Under tension, the tension-stiffening model proposed by Stramandinoli and La Rovere [11] is utilized, which considers the interaction between concrete and reinforcement after cracking, by changing the constitutive law of concrete in the post-cracking range through an exponential decay curve, defined by a α parameter, which is a function of the reinforcement ratio and of the steel-to-concrete modular ratio. After yielding of reinforcement takes place the tensile stress in concrete drops abruptly to zero. The reinforcing steel is assumed to behave as an idealized elastic-plastic material, taking strain-hardening into account. The iterative Newton-Raphson method is utilized to solve the nonlinear equilibrium equations of the structure, with loads being applied incrementally. Further details on the model formulation can be found in Stramandinoli [9] and in Junges [2], and also in Stramandinoli and La Rovere [12].

This FE model was selected among the studied models as the reference one in the comparative study. This choice can be justified as this model is the most refined one, and also because it has been validated by comparison with several experimental results obtained from tests on RC beams (simply-supported and continuous) and plane frames by Stramandinoli [9] and Junges [2]. Although for continuous beams the comparison with experimental results was limited, due to the lack of tests available in the literature, the FE model displayed satisfactory results in the examples analyzed by these authors. Among these examples, a few were selected to be presented here in Section 4.

3.2 Beam-element model utilizing constitutive models from bending moment – curvature relations

This model consists on discretizing the beams in several beam elements of small length, using the matrix formulation of structural analysis to obtain the nodal displacements and member-end forces, disregarding shear deformation. For each element the secant stiffness (EI_{sec}) is calculated from the bending moment – curvature graph (taking the average of moments acting on the element ends in absolute value), by using the Branson's equation with the exponent m equal to 4. The iterative secant method is utilized to achieve convergence when solving the nonlinear equilibrium equations. This model, called here BE-Branson model, was implemented into a computer program named AVSer, developed by the first author, and is limited to analysis of beams up to yielding of the reinforcing steel.

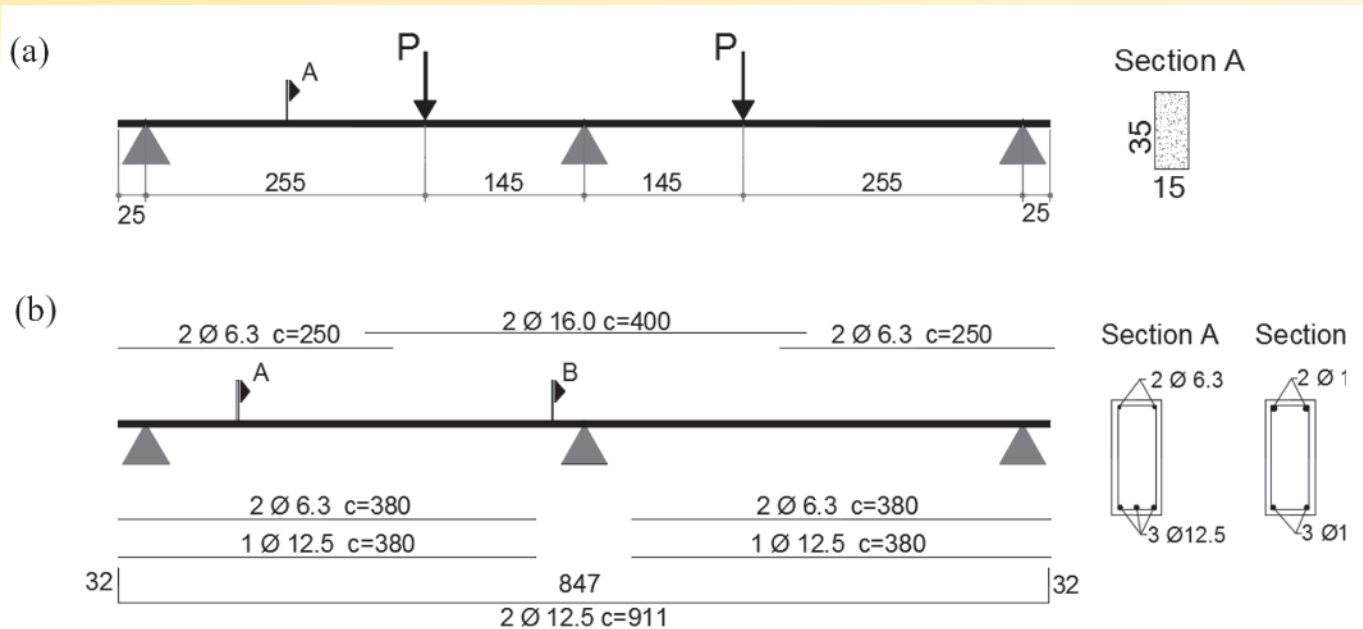


Figure 2
Beam tested by Cruz (14): a) geometry and loading pattern; b) longitudinal reinforcement detailing (dimensions in cm)

4. Comparison between experimental and numerical results obtained from the nonlinear FE model implemented into ANEST/CA program

The FE model for nonlinear analysis of RC structures implemented into ANEST/CA program has already been verified by Stramandinoli [9] in comparison with several experimental testing on beams and plane frames. The numerical model has shown a very good approximation of the structural behavior observed in the experiments, especially for those structures with dominant flexural behavior. In her comparative study, Junges [2] has also shown the good performance of the nonlinear FE model of ANEST/CA with respect to experimental tests; among the investigated models, it was the one that better approached the structural behavior of the tested beams at service, particularly for simply-supported beams. For continuous beams, there are only a handful of experimental results available in the literature, and the ANEST/CA model still showed a good approximation of the behavior at service, but not always it could capture the behavior at ultimate obtained from the

experimental tests, probably due to the opening of inclined cracks at the most critical sections (in the inner supports), which are subjected to combined bending and shear forces. As this comparative study is limited to deflections in beams under service loads, the choice of the ANEST/CA model (AM), using Bernoulli-bar elements as the reference model, can then be justified for this work. It should be pointed out that for those cases of continuous beams in which shear becomes important, plane finite elements or bar elements based on Timoshenko beam theory, as, for instance, the one developed by Stramandinoli and La Rovere [13], should be utilized. In order to illustrate the performance of the ANEST/CA model in the analysis of RC continuous beams, three examples of tests on continuous beams, of two spans, were selected in this work. The first beam was tested by Cruz [14], who aimed to study the capacity of stress redistribution in RC continuous beams. The beam, detailed in Figure [2], is composed of two spans of 4.0 m, with a steel ratio of 0.82% for the longitudinal reinforcement at the section of maximum bending moment, and a reinforcing steel ratio of 1.46% at the central support section. In the analysis using the model from ANEST/CA program, the beam was discretized into 17 bar elements and the cross section into 20 layers along its height.

Table 1
Material properties for beams tested by Cruz (14) and Silva (15)

Author/ beam	Concrete				rebar ϕ (mm)	f_y (MPa)	E_s (MPa)	ϵ_u	s.h.
	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_0					
Cruz (14)	40.80	2.92	27836.84	0.0021	6.3	647.0	196000	0.025	0.0219
Cruz (14)	40.80	2.92	27836.84	0.0021	12.5	580.0	193000	0.024	0.0197
Cruz (14)	40.80	2.92	27836.84	0.0021	16.0	547.0	202000	0.057	0.0266
Silva (15): V1 and V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	6.3	540.3	200000	0.02	0.02
Silva (15): V1 and V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	10.0	505.7	200000	0.02	0.02
Silva (15): V1 and V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	12.5	562.6	200000	0.02	0.02

The material properties are listed in Table [1], in which f_{cm} is the average compressive strength of concrete and e_o is the strain corresponding to f_{cm} ; f_y is the yield stress and E_s is the elastic modulus of steel, e_u is the ultimate deformation and $s.h.$ is the strain-hardening parameter of steel after yielding (equal to $\frac{f_y}{E_s}$, where $\frac{f_y}{E_s}$ is the elastic-plastic modulus of steel).

Silva [15], in his study on the use of plastic analysis in statically-

undetermined RC beams, tested several RC beams, from which two continuous beams of two spans: V1 and V3. Geometry, loading and details of longitudinal reinforcement of both beams are displayed in Figure [3]. The longitudinal reinforcing steel ratio of the section at midspan is 1.26% for beam V1 and 0.80% for V3, and for the section at the central support is 1.64% and 0.59% for beams V1 and V3, respectively. Two equal specimens (A and B) have been

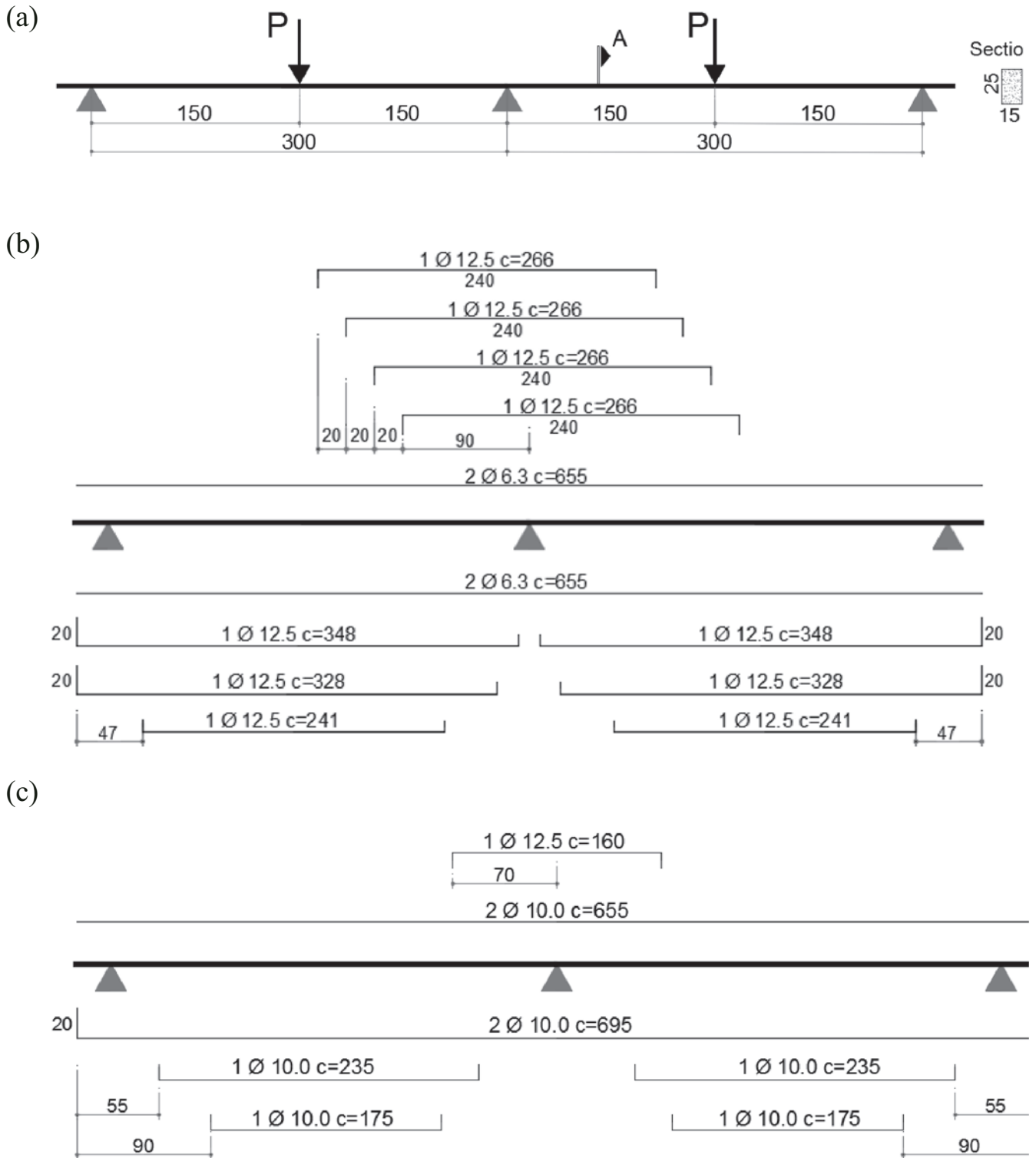


Figure 3 Beams tested by Silva (15): a) geometry and loading pattern; b) longitudinal reinforcement detailing for beam V1; c) longitudinal reinforcement detailing for beam V3 (dimensions in cm)

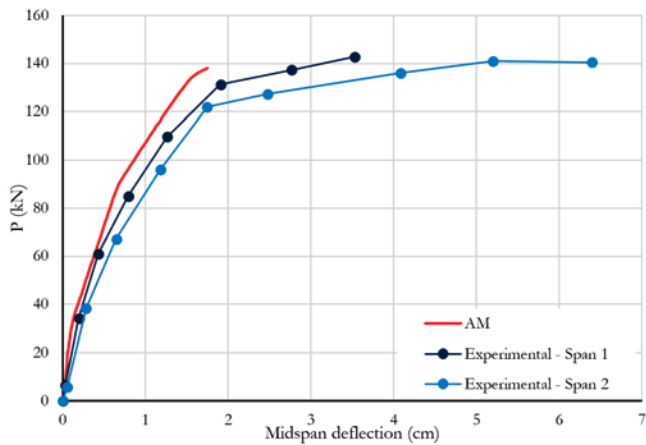


Figure 4
Applied load *versus* midspan deflection for the beam tested by Cruz [14]

tested for each beam. In the analysis using program ANEST/CA, the beams V1 and V3 were discretized into 14 and 17 elements, respectively, along the beam axis, and the cross section of both beams were discretized into 20 layers along their height. Table [1] contains further information related to material properties. Regarding the finite element meshes utilized in the numerical analysis of the tested beams, they were chosen based on parametric studies performed earlier by Stramandinoli [9] and Junges [2]. Stramandinoli [9] analyzed one simply-supported beam under 3-point bending and another one under 4-point bending; convergence of the numerical solution upon mesh refinement was achieved in the first beam for meshes of at least 10 elements, and, in the second beam, for meshes with a minimum of 4 elements. Junges [2] analyzed a continuous beam of two spans under uniformly distributed loading, obtaining convergence of the solution upon mesh refinement for meshes with at least 10 elements in each span. The authors also follow the recommendation given by Bazant *et al.* [16] of not utilizing elements with length smaller than the height of their cross section. Stramandinoli [9] also investigated the effect of number of layers on the section discretization and concluded that beyond 10 layers there is no change in the numerical solution. It should still be noted that mesh refinement influences mainly the post-yielding behavior of the beam, in the final range prior to failure, while in this work emphasis is given to the behavior at service.

Figure [4] shows the graph of load *versus* midspan deflection for the beam tested by Cruz [14], with the experimental results measured at each span and the numerical result obtained by the ANEST/CA model (AM). By analyzing the curves in the range prior to yielding of the steel (up to approximately 120 kN), a good correlation between numerical and experimental results is verified.

Table 2
Steel properties used for the design beams

f_y (MPa)	E_s (MPa)	ϵ_u	s.h.
500	210000	0.02	0.001

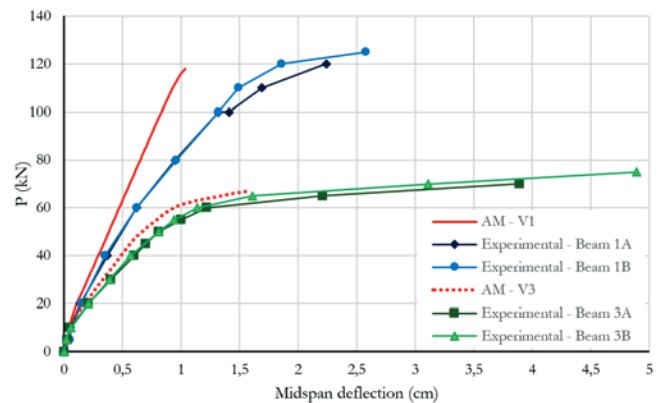


Figure 5
Applied load *versus* deflection for beams V1 and V3 tested by Silva [15]

Results obtained for the beams V1 and V3 tested by Silva [15] are shown in Figure [5]. A good correlation between results from the numerical model and those obtained experimentally is also noted for beam V3, which is less reinforced longitudinally, but the same does not occur for beam V1, which is more reinforced longitudinally, where a greater difference is displayed between the curves obtained numerically and experimentally. This greater difference is due to shear effects, which becomes more important in this beam with a higher reinforcement ratio. These effects are not taken into account in the Bernoulli beam model used in ANEST/CA, as demonstrated by Stramandinoli [9], who analyzed this same beam V1 using the Timoshenko beam model (Stramandinoli and La Rovere, [13]), getting a much better approximation of the structural behavior obtained in the experimental tests. It should also be pointed out that it is difficult to reproduce exactly in the numerical model the test conditions, since the load and supports are not concentrated at a single point, and moreover there are differences between measurements of displacements obtained at each face of the beam during the tests. Hence, small differences between the load-displacement curves obtained numerically and experimentally can be considered acceptable.

5. Comparison between finite element models and simplified methods for deflection calculation in RC continuous beams

A total of 60 RC continuous beams designed at service, called here design beams, from which 44 of two spans and 16 of three spans, were analyzed. In the analyses the continuous beams were separated into groups, each one with beams of same geometry and concrete properties. Some groups were further divided into subgroups according to the loading type (uniformly distributed or concentrated load at midspan). Each subgroup is composed of four beams, where loading values and reinforcement ratio are varied. In this way, the variation in the results obtained by the different models/methods, according to reinforcement ratio, extension of cracked span, load type, beam geometry and material

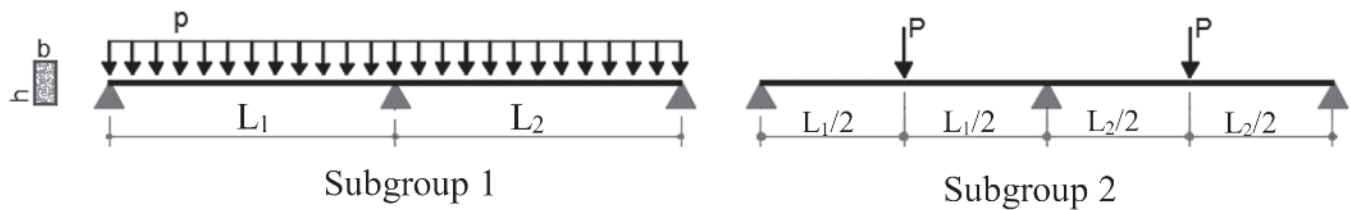


Figure 6
Loading patterns and variables used to define the geometry of two-span beams

properties, could be evaluated. For all *design beams* the longitudinal reinforcing steel utilized was CA-50, of which properties are shown in Table [2]. The material properties of concrete are calculated from the characteristic compressive concrete strength, f_{ck} , defined for a particular beam group, according to the equations given in NBR 6118 [1], and these calculated values are adopted for all models/methods. In the calculus of E_{cs} the coefficient α_E is taken equal to 1.

In order to calculate deflections in the *design beams* using the FE model implemented into ANEST/CA program, (which is the reference model, named here AM), the beam element sections are discretized into 20 layers and the tension-stiffening effect is considered only in the 5 layers under tension, starting from the extreme layer (the most tensile one), until yielding of reinforcement takes place (following the recommendation from CEB for sections under bending, see details in Stramandinoli [9]). In the analyzes using the different models, the same number of elements were used in the beam discretization, following the same recommendations regarding the meshes and number of layers, as seen before in the comparison with beams tested experimentally. In addition, in the parametric study performed by Junges [2], a mesh study was also undertaken for the model called BE-Branson, in which convergence of the numerical solution was achieved for meshes with at least 10 elements in each span, as found before for the reference model, AM.

For the analyses using the BE-Branson model, the coefficient m was taken equal to 4, whereas, for the simplified methods Bran-

son-NBR 6118 and Branson-Ibracon, the usual value $m=3$ was adopted. For the methods Branson-NBR 6118 and Bilinear-CEB, for each span an equivalent stiffness, EI_{eq} , is calculated, taking as basis the most critical section in the span (with greater bending moment, in absolute value). Deflections in the *design beams* are calculated for quasi-permanent load combination (QPC), following the recommendations given in the NBR 6118 Code. For those beams subjected to concentrated load (P_{QPC}), a uniformly distributed load due to self-weight is also applied.

5.1 Continuous beams of two spans

Results from continuous beams of two spans are initially presented. Geometry and loading type of the analyzed beams are illustrated in Figure [6], and concrete properties and beam geometry used for a given group of beams are detailed in Table [3]. Only in the groups VCA-G1 and VCA-G2 the beam geometry is nonsymmetric.

Table [4] gives data relative to service loading on each beam (p_{QPC} and/or P_{QPC}), the longitudinal reinforcement areas: $A_s (M_{max})$, related to the section of maximum positive bending moment in the span, and $A_s (M_{min})$, related to the section of minimum bending moment (inner support), with the respective reinforcement ratios. The last column of this table shows the extent of cracking in the beam span, in percentage, which is submitted to a moment M_a greater than the cracking moment M_{cr} .

Table [5] contains data relative to the beams of groups VCA-G1 and VCA-G2. As these beams are nonsymmetric, so is the

Table 3
Concrete properties, cracking moment and geometry for the groups of two-span beams

Group	f_{ck} (MPa)	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_0	M_{cr} (kN.m)	L_1 (m)	L_2 (m)	b (m)	h (m)
VC-G1	20	26.60	2.21	21287.4	0.002	5.97	3.00	3.00	0.12	0.30
VC-G2	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	11.78	4.00	4.00	0.15	0.35
VC-G3	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	12.31	4.50	4.50	0.12	0.40
VC-G4	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	20.52	5.00	5.00	0.20	0.40
VC-G5	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	32.06	6.00	6.00	0.20	0.50
VC-G6	30	36.60	2.90	26071.6	0.002	52.14	7.00	7.00	0.20	0.60
VCA-G1	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	6.93	4.00	3.00	0.12	0.30
VCA-G2	25	31.60	2.56	23800.0	0.002	14.36	5.00	4.00	0.14	0.40

Table 4

Details of load and longitudinal reinforcement for the symmetrical two-span beams

Beam	P_{GPC} (kN/m)	P_{GPC} (kN)	$A_s (M_{max})$		$A_s (M_{min})$		$M_{GPC} > M_{cr}$ (% span)
			rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	
VC-G111	4.70	-	2 ϕ 6.3	0.175	2 ϕ 8.0	0.28	0.00
VC-G112	8.50	-	2 ϕ 8.0	0.278	2 ϕ 12.5	0.68	8.00
VC-G113	12.30	-	2 ϕ 10	0.436	4 ϕ 10	0.87	49.00
VC-G114	16.10	-	2 ϕ 12.5	0.683	3 ϕ 12.5	1.03	63.67
VC-G121	0.90	6.60	2 ϕ 6.3	0.175	2 ϕ 8.0	0.28	0.00
VC-G122	0.90	14.85	2 ϕ 10.0	0.436	2 ϕ 10	0.44	25.67
VC-G123	0.90	23.10	3 ϕ 10.0	0.656	4 ϕ 10.0	0.87	84.67
VC-G124	0.90	31.35	3 ϕ 12.5	1.025	3 ϕ 12.5	1.03	63.67
VC-G211	5.11	-	2 ϕ 8.0	0.190	2 ϕ 10	0.30	0.00
VC-G212	8.91	-	2 ϕ 10.0	0.299	4 ϕ 10.0	0.60	7.25
VC-G213	12.71	-	3 ϕ 10.0	0.450	2 ϕ 16.0	0.77	43.00
VC-G214	16.51	-	4 ϕ 10.0	0.598	3 ϕ 16.0	1.15	59.75
VC-G311	5.85	-	2 ϕ 8.0	0.210	2 ϕ 12.5	0.51	3.56
VC-G312	10.50	-	2 ϕ 12.5	0.513	3 ϕ 12.5	0.77	43.11
VC-G313	15.15	-	4 ϕ 10.0	0.654	3 ϕ 16.0	1.26	64.44
VC-G314	19.80	-	2 ϕ 16.0	0.838	4 ϕ 16.0	1.68	74.00
VC-G321	1.20	11.65	2 ϕ 10.0	0.327	2 ϕ 10	0.33	1.11
VC-G322	1.20	27.38	4 ϕ 10.0	0.654	3 ϕ 12.5	0.77	46.22
VC-G323	1.20	42.52	4 ϕ 12.5	1.025	3 ϕ 16.0	1.26	66.44
VC-G324	1.20	55.34	3 ϕ 16.0	1.256	4 ϕ 16.0	1.68	72.44
VC-G411	9.48	-	3 ϕ 10.0	0.295	4 ϕ 10.0	0.39	6.60
VC-G412	13.48	-	4 ϕ 10.0	0.393	4 ϕ 12.5	0.62	38.40
VC-G413	17.48	-	3 ϕ 12.5	0.461	4 ϕ 16.0	1.01	57.20
VC-G414	21.48	-	4 ϕ 12.5	0.615	5 ϕ 16.0	1.26	66.60
VC-G511	10.93	-	3 ϕ 10.0	0.235	4 ϕ 12.5	0.49	7.50
VC-G512	16.55	-	3 ϕ 12.5	0.369	4 ϕ 16.0	0.80	48.83
VC-G513	22.17	-	3 ϕ 16.0	0.603	5 ϕ 16.0	1.01	64.50
VC-G514	27.79	-	4 ϕ 16.0	0.804	7 ϕ 16.0	1.41	72.50
VC-G521	2.50	18.17	3 ϕ 10.0	0.246	4 ϕ 10.0	0.31	0.00
VC-G522	2.50	45.43	4 ϕ 12.5	0.492	5 ϕ 12.5	0.62	40.17
VC-G523	2.50	72.68	4 ϕ 16.0	0.804	5 ϕ 16.0	1.01	60.67
VC-G524	2.50	109.02	6 ϕ 16.0	1.207	7 ϕ 16.0	1.41	72.83
VC-G611	12.00	-	4 ϕ 10.0	0.262	3 ϕ 16.0	0.50	6.14
VC-G612	21.00	-	3 ϕ 16.0	0.503	6 ϕ 16.0	1.01	53.00
VC-G613	27.00	-	4 ϕ 16.0	0.670	8 ϕ 16.0	1.34	65.29
VC-G614	36.00	-	6 ϕ 16.0	1.006	7 ϕ 20.0	1.83	75.00

Table 5

Details of load and longitudinal reinforcement for the beams from groups VCA-G1 and VCA-G2

Beam	P_{QPC} (kN/m)	$A_s (M_{max})$		$A_s (M_{min})$		$A_s (M_{max,2})$		$M_{QPC} > M_{cr}$ (% span)
		rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	
VCA-G11	4.28	2 ϕ 8.0	0.281	2 ϕ 10	0.44	2 ϕ 6.3	0.172	0.00
VCA-G12	7.65	2 ϕ 10	0.436	3 ϕ 10.0	0.66	2 ϕ 6.3	0.172	50.75
VCA-G13	12.15	4 ϕ 10.0	0.872	3 ϕ 12.5	1.03	2 ϕ 8.0	0.281	71.25
VCA-G14	16.65	4 ϕ 12.5	1.367	3 ϕ 16.0	1.68	2 ϕ 10	0.436	79.25
VCA-G21	7.25	2 ϕ 10	0.280	3 ϕ 10.0	0.42	2 ϕ 8.0	0.180	4.40
VCA-G22	11.40	3 ϕ 10.0	0.420	3 ϕ 12.5	0.66	2 ϕ 10	0.280	56.60
VCA-G23	15.55	3 ϕ 12.5	0.659	3 ϕ 16.0	1.08	2 ϕ 10	0.280	69.80
VCA-G24	19.70	4 ϕ 12.5	0.879	4 ϕ 16.0	1.44	2 ϕ 12.5	0.439	76.60

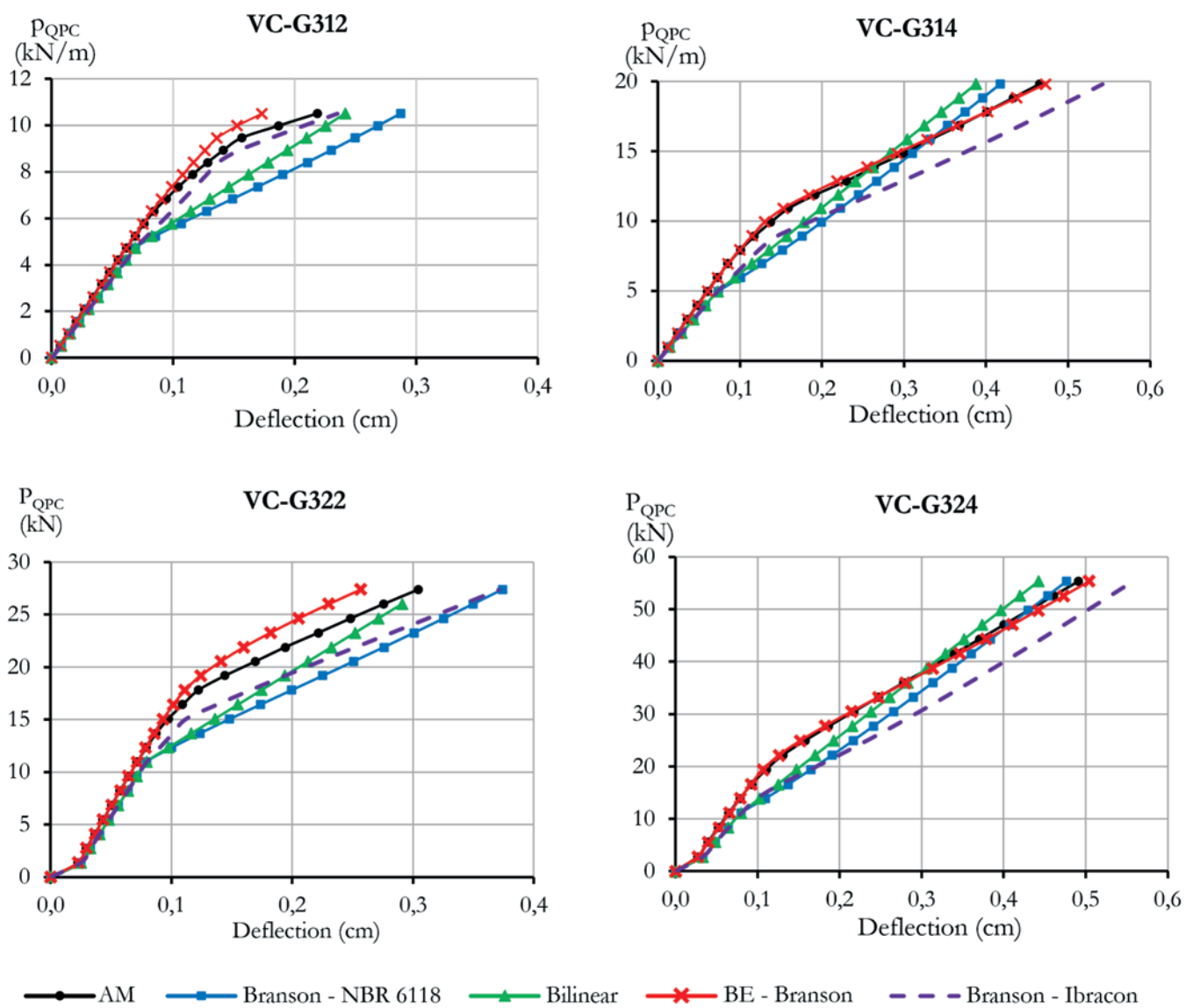


Figure 7

Applied load versus maximum deflection for beams VC-G312, VC-G314, VC-G322 and VC-G324 from the VC-G3 group

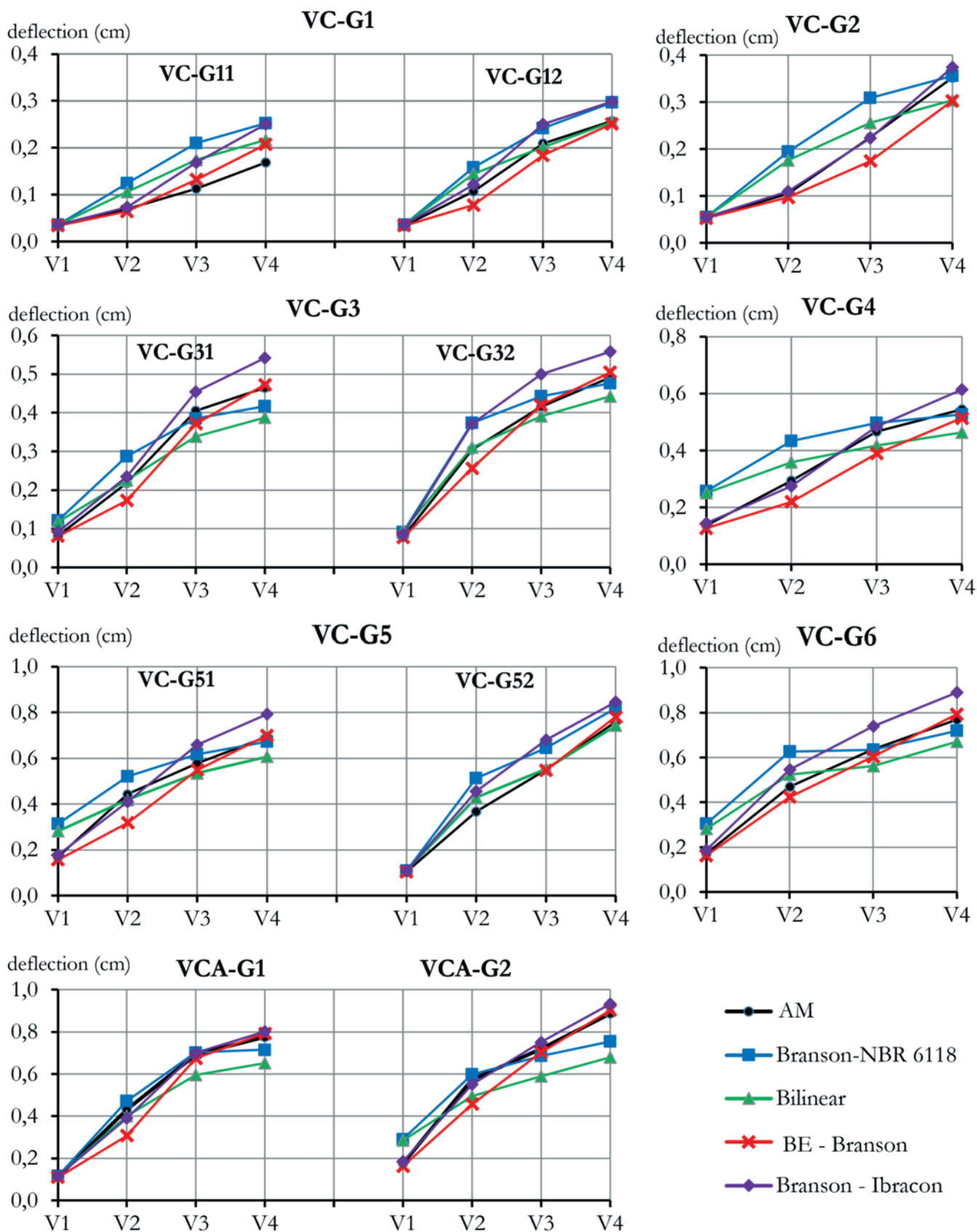


Figure 8
Maximum deflection values obtained by the different models/methods for the two-span symmetrical beams

Table 6
Concrete properties, cracking moment and geometry for the groups of three-span beams

Group	f_{ck} (MPa)	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_0	M_{cr} (kN.m)	L_e (m)	L_c (m)	b (m)	h (m)
VC3V-G1	25	31.60	2.56	23800.00	0.002	15.39	4.50	4.50	0.15	0.40
VC3V-G2	25	31.60	2.56	23800.00	0.002	32.06	5.50	5.50	0.20	0.50
VC3V-G3	25	31.60	2.56	23800.00	0.002	27.16	4.50	6.00	0.14	0.55
VC3V-G4	25	31.60	2.56	23800.00	0.002	15.58	3.00	5.00	0.12	0.45

longitudinal reinforcement, hence the reinforcement areas shown are at the section of maximum bending moment in the first span, $A_s (M_{max1})$, at the section of the inner support $A_s (M_{min})$, and at the section of maximum bending moment in the second span, $A_s (M_{max2})$. Results obtained by each method/model are analyzed by means of “applied load *versus* deflection” graphs, at the section of maximum deflection. Some of these graphs are shown in the following.

Figure [7] show the graphs for four beams from the group VC-G3, where it can be observed the differences in results obtained by the different methods/models under study. Among the methods/models investigated, the BE-Branson model was the one that displayed the “load- deflection” curve closest to the one obtained by the reference model (AM), showing very similar stiffness in the post-cracking range of the curve (state II), and also a close value of the load corresponding to the change of state, from I to II, at the analyzed section, resulting thus in similar values of final deflection, corresponding to the final applied load. In the “load-deflection” curve, the simplified methods Bilinear, Branson-NBR and Branson-Ibracon displayed a lower value of the load corresponding to the change of state, from I to II, at the analyzed section, as compared to the other models, resulting in this way in higher values of final deflection. It can also be observed that, in general, the beam stiffness in the post-cracking range of the curves (state II) given by the methods Branson-Ibracon and Branson-NBR approaches the one given by the reference model, AM; only the Bilinear-CEB method has shown a stiffer behavior of the model after cracking of concrete, resulting in lower values of final deflections.

Aiming to evaluate the deflection values obtained for all beams,

the maximum deflection values obtained in each beam were plotted in graphs separated by groups and subgroups, in such a way to visualize the variation of maximum deflection from one beam to another, and also from one method to another. Figure [8] shows such graphs for the groups of beams of two spans and symmetric geometry. It can be noted that, in general, the Branson-Ibracon method displayed the highest values of deflections for beams V3 and V4 inside the groups, i.e., the beams with higher reinforcement ratios and extent of cracking in the span, whereas the Bilinear method presented the lowest values for these beams. As for the beams with lower reinforcement ratios, the Branson-NBR method presented the highest values of deflections. Generally the BE-Branson model followed by the Branson-Ibracon method have shown final deflections closest to the ones obtained by the nonlinear finite element model of ANEST/Ca program, which was taken in this work as reference.

5.2 Continuous beams of three spans

Continuous beams of three spans were also analyzed, since they are very often utilized in reinforced concrete buildings, and no studies on short-term deflections for this type of beams have been found in the literature. Another reason for studying three-span beams is to better evaluate the Branson-Ibracon simplified method, in which three values of stiffness will be utilized for the central span of the beam, due to the shape of the bending-moment diagram. Sixteen beams of three spans divided into four groups, all subjected to uniformly distributed loading, were investigated.

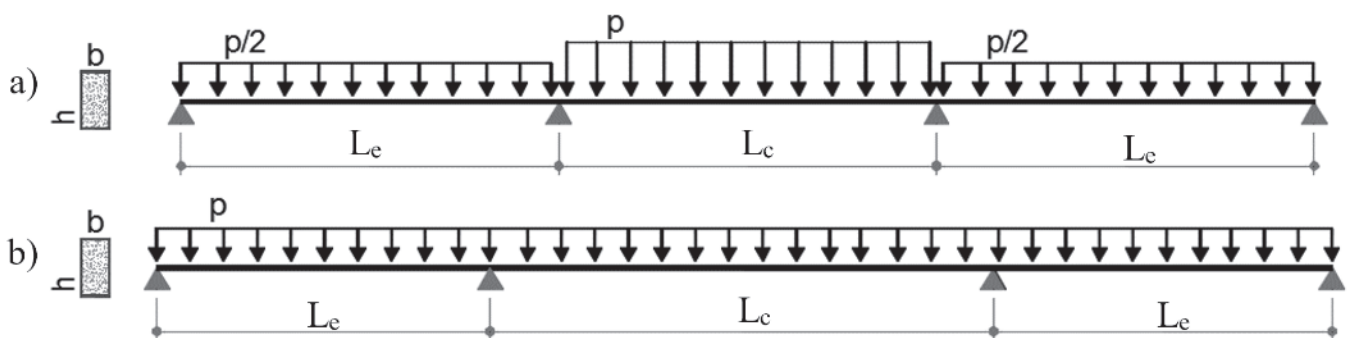


Figure 9
Loading patterns and variables used to define the geometry of three-span beams: a) groups VC3V-G1 and VC3V-G2; b) groups VC3V-G3 and VC3V-G4

Geometry of the beams and the two loading pattern utilized for uniformly distributed loading are illustrated in Figure [9].

Table [7] shows the data of each beam – the uniformly distributed load applied (p_{QPC}), the longitudinal reinforcement area at the section of maximum positive moment in the extreme spans, $A_s (M_{\max,le})$, and at the center of the central span, $A_s (M_{\max,lc})$, and the reinforcement area at the section of the inner supports, $A_s (M_{\min})$.

Some graphs of “applied load *versus* maximum deflection” are shown in Figure [10]. For these beams, a similar behavior to the continuous beams of two spans was observed, though a smaller difference between the load value corresponding to the change of state from I to II at the analyzed sections, obtained by the simplified methods and the FE models (BE-Branson and AM), was noted for the three-span beams as compared to the two-span ones.

Figure [11] contains the graphs with the maximum deflection value corresponding to the total applied load, calculated for each beam by each model/method. The same observations made before for two-span beams can be reproduced for the case of three-span beams.

5.3 Discussion of results

In order to analyze the results, the differences (in percentage) between the maximum short-term deflection found by the different methods and models investigated and the one obtained using the reference model from ANEST/CA program (AM) were calculated by considering the deflection values corresponding to the total service load (called final deflections). The average values of percentage differences, separated by method/model, for all 60 continuous beams analyzed are presented in Table [8]. The table contains the average of beams with negative percentage difference (Average (-)), which means beams that displayed lower deflections as compared to those obtained using AM; the average of beams with positive percentage difference (Average (+)); the total average (Average), and, in the last column, the standard deviation found for the percentage differences. The average values obtained by each method can be visualized in Figure [12].

From the average calculated for all beams, the BE-Branson model was the model that showed closest results to the ones obtained using AM (-5.49%), and also the least dispersion in the results,

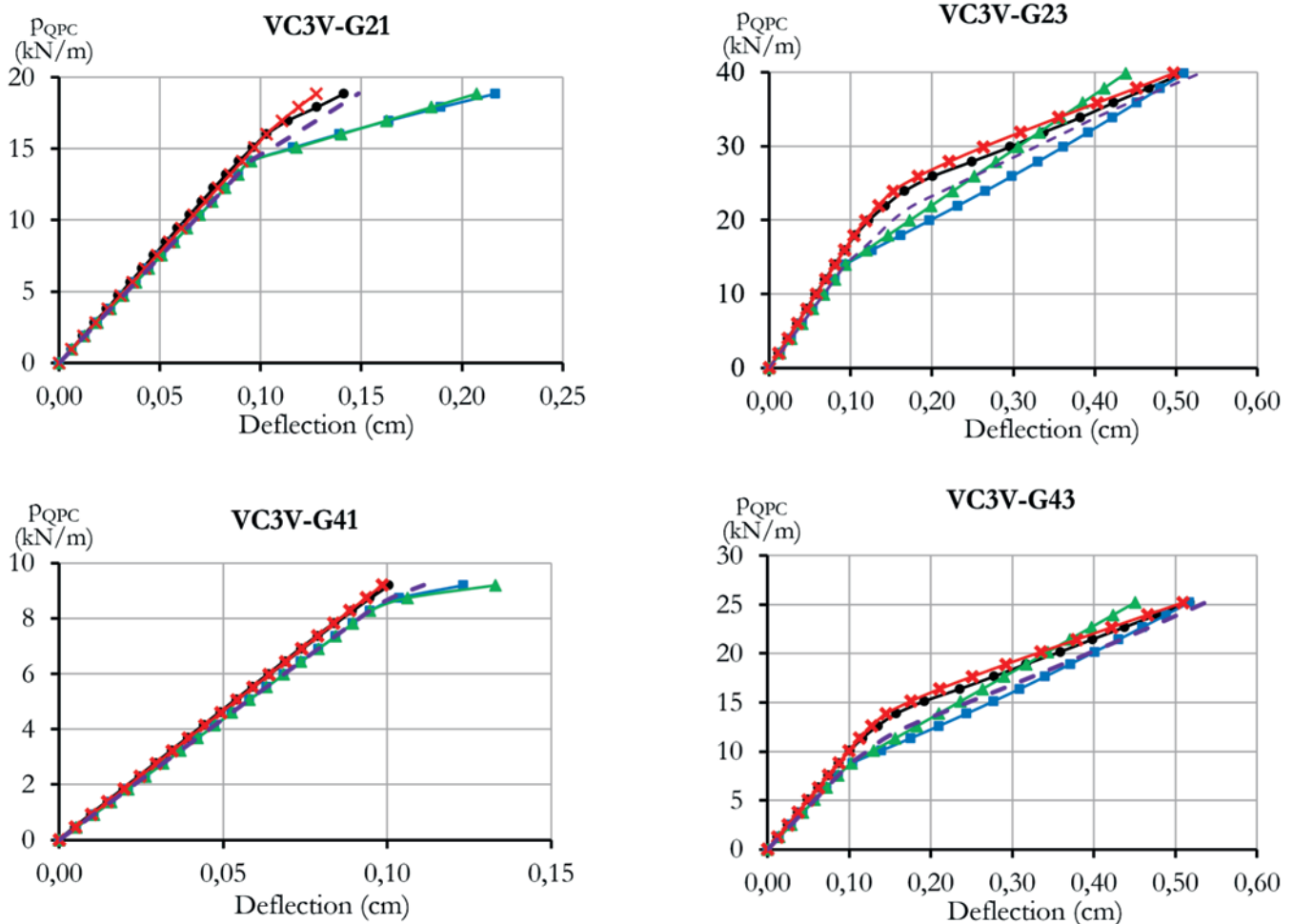


Figure 10

Applied load *versus* maximum deflection for beams VC3V-G21, VC3V-G23, VC3V-G41 and VC3V-G43

Table 7

Details of load and longitudinal reinforcement for the three-span beams

Beam	P_{GPC} (kN/m)	$A_s (M_{max I})$		$A_s (M_{min})$		$A_s (M_{max C})$		$M_{GPC} > M_{cr}$ (% span)
		rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	
VC3V-G11	9.00	2 ϕ 8.0	0.168	2 ϕ 10.0	0.262	2 ϕ 8.0	0.168	0.00
VC3V-G12	19.00	2 ϕ 10	0.262	3 ϕ 12.5	0.615	3 ϕ 10.0	0.393	43.56
VC3V-G13	29.00	3 ϕ 10.0	0.393	3 ϕ 16.0	1.005	3 ϕ 12.5	0.615	65.33
VC3V-G14	39.00	4 ϕ 10.0	0.523	5 ϕ 16.0	1.675	3 ϕ 16.0	1.005	74.67
VC3V-G21	18.85	2 ϕ 10	0.157	3 ϕ 12.5	0.369	2 ϕ 12.5	0.246	8.00
VC3V-G22	34.60	4 ϕ 10.0	0.314	4 ϕ 16.0	0.804	4 ϕ 12.5	0.492	59.27
VC3V-G23	39.85	3 ϕ 12.5	0.369	5 ϕ 16.0	1.006	3 ϕ 16.0	0.603	64.73
VC3V-G24	50.35	4 ϕ 12.5	0.492	7 ϕ 16.0	1.408	4 ϕ 16.0	0.804	72.73
VC3V-G31	11.90	2 ϕ 10	0.204	4 ϕ 10.0	0.408	3 ϕ 10.0	0.306	6.67
VC3V-G32	18.55	3 ϕ 10.0	0.306	3 ϕ 16.0	0.783	4 ϕ 10.0	0.408	36.67
VC3V-G33	25.20	3 ϕ 12.5	0.479	4 ϕ 16.0	1.044	4 ϕ 12.5	0.639	58.00
VC3V-G34	35.18	4 ϕ 12.5	0.639	6 ϕ 16.0	1.568	3 ϕ 16.0	0.783	71.00
VC3V-G41	9.20	2 ϕ 8.0	0.187	2 ϕ 10.0	0.291	2 ϕ 10.0	0.291	2.00
VC3V-G42	17.20	2 ϕ 8.0	0.187	4 ϕ 10.0	0.581	3 ϕ 10.0	0.437	48.00
VC3V-G43	25.20	2 ϕ 8.0	0.187	3 ϕ 16.0	1.117	3 ϕ 12.5	0.683	70.40
VC3V-G44	33.20	2 ϕ 10	0.291	4 ϕ 16.0	1.489	3 ϕ 16.0	1.117	72.40

with most cases resulting in smaller deflections as compared to the ones given by AM. In the load-deflection curve, this model presented not only the point of change from state I to II coinciding in general with the one given by the reference model, AM, but also a very similar stiffness in the post-cracking range, which explains the close values obtained for the final deflection values. It can be noted from Table [8] that, for this particular model, the total number of beams analyzed is 58 instead of 60; this was due to the fact that for the beams VC3VG42 and VCG522 there were convergence problems in the iterative procedure used to solve the nonlinear equilibrium equations, which will not be discussed here (see details in Junges [2]).

From Table [8] it can be realized that all simplified methods have presented in average deflections values larger than the ones ob-

tained using the reference model AM. Among the simplified methods, the Bilinear was the one that displayed the best results, with the second lower average (7.98%) relative to the reference AM, though showing a high dispersion in the results (27.03 of standard deviation). The Branson-Ibracon method, despite obtaining an average difference a bit higher than the Bilinear method (9.68%), the corresponding standard deviation was considerably lower, hence it is a method with lower dispersion in results. Regarding the Branson-NBR method, it was the one showing the higher average difference, with most deflection values larger than the ones calculated using AM (48 beams). As the Branson-Ibracon method considers up to three sections for determining the equivalent stiffness of a span, it showed a better approximation to the AM and BE-Branson model as compared to the Branson-NBR method,

Table 8

Average of percentage differences (in %) between the final deflections found by the different methods and the reference model, AM

Method	Average (-)	nb. of beams	Average (+)	nb. of beams	Average	Standard deviation
Branson-NBR	-5.05	12	27.43	48	20.93	27.95
Branson-Ibracon	-6.16	8	12.11	52	9.68	11.26
Bilinear-CEB	-11.71	30	27.63	30	7.96	27.03
BE-Branson	-9.44	43	5.82	15	-5.49	10.86

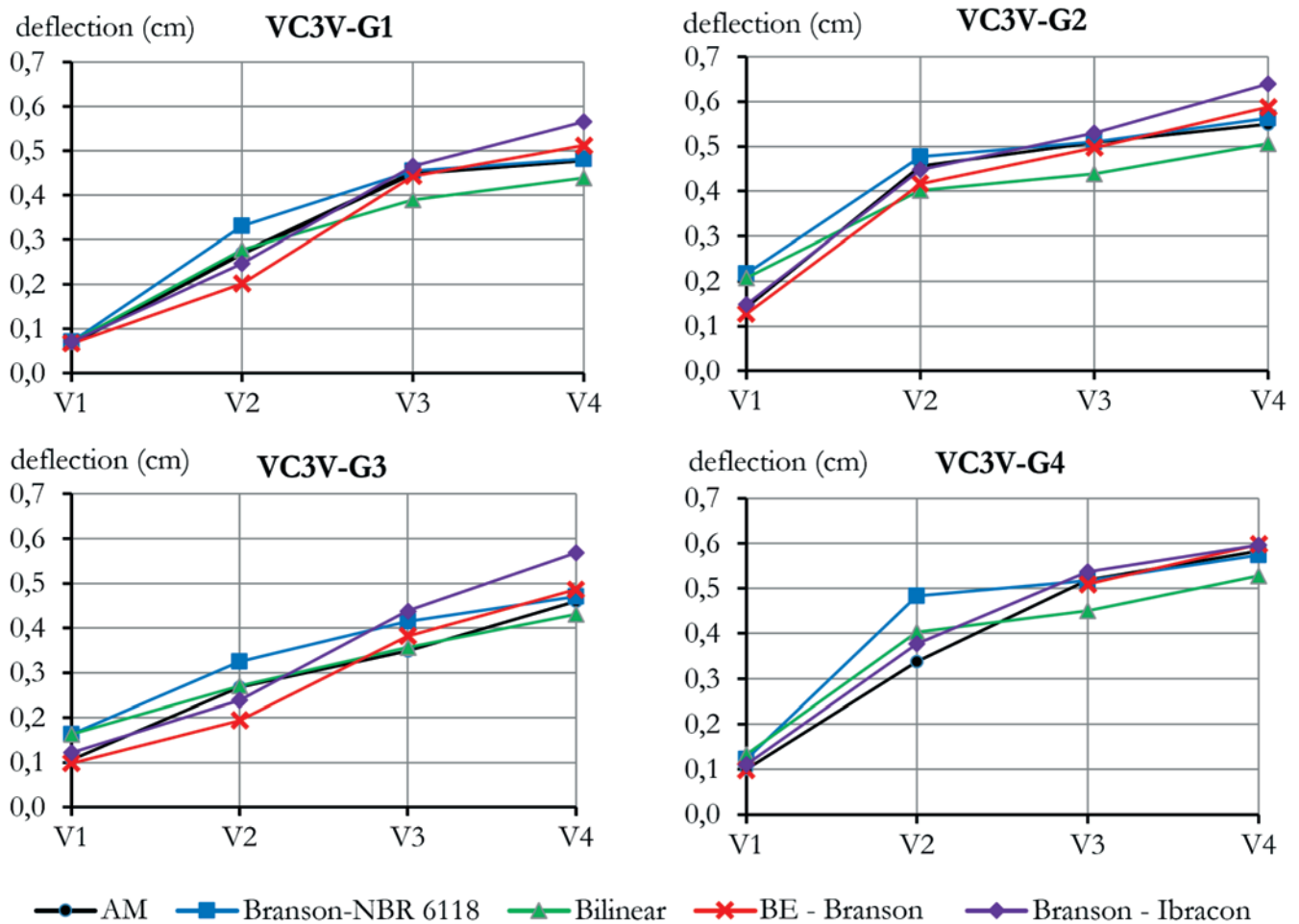


Figure 11

Maximum deflection values obtained by the different models/methods for the three-span beams

which adopts only one section to calculate the stiffness. Hence it can be stated that the BE-Branson model was the one that displayed the closest results to the ones given by the ANEST/CA model. This approximation is better in comparison with the simplified methods that also utilize the Branson's equation (Branson-NBR and Branson-Ibracon), since the BE-Branson model takes into account the stiffness variation along the span, which occurs due to the variation of cracking level according to the acting moment and also the reinforcement ratio. It should also be noted that

for the BE-Branson model the exponent m in Branson's equation was taken equal to 4 instead of equal to 3, in such a way to disregard that part of the beam lies in state I, since the stiffness is calculated for an element of small length, which either is fully cracked or it lies in state I.

Table [9] presents the average and standard deviation for the percentage differences of deflection values separated into three groups: beams of two spans under uniformly distributed loading, beams of two spans under concentrated loads, and beams of three

Table 9

Average of percentage differences (in %) between the final deflections found by the different methods and the reference model, AM, for the two-span beams under distributed load and concentrated load, and for the three-span beams

Method	Two-span beams under distributed load		Two-span beams under concentrated load		Three-span beams	
	Average	Standard deviation	Average	Standard deviation	Average	Standard deviation
Branson-NBR	25.42	34.39	16.16	14.94	15.55	19.29
Branson-Ibracon	8.67	12.54	15.10	7.11	7.62	10.33
Bilinear-CEB	10.57	32.95	5.08	12.97	4.90	21.82
BE-Branson	-6.62	11.48	-4.77	9.35	-3.61	10.89

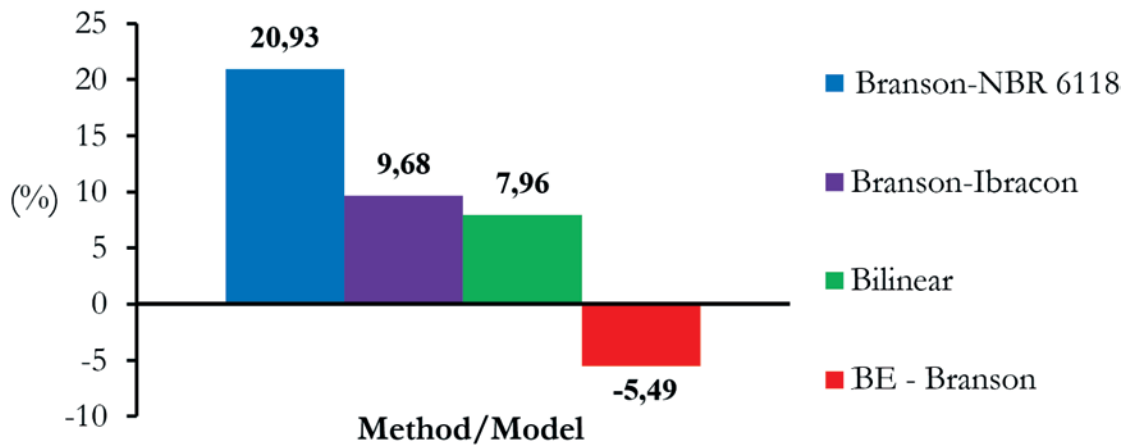


Figure 12
Graph of average percentage differences (%) between the final deflections found by the different methods and by the reference model, AM

spans under uniformly distributed loading. The average differences contained in Table [9] are illustrated in Figure [13]. By analyzing the average differences separated by cases, the BE-Branson model keeps being the one that approaches better the reference model AM, but some changes in the results given by the simplified methods with respect to the global analysis can be observed. Among the simplified methods, the Bilinear method still displays the lower difference relative to the reference model AM for the beams of two spans under concentrated loads and for the beams of three spans, keeping a high dispersion in the results. Nevertheless, for the case of beams of two spans under uniformly distributed loading, the Branson-Ibracon was the simplified method that approached better the reference model AM. Results of deflections were also analyzed with respect to reinforcement ratio and extent of cracking in the span under total service load. It was observed that for beams with low reinforcement ratios, which are also the ones that displayed a lower extent of cracking in the span under total service load, the results of the methods and model under study showed a high dispersion relative to the ones

given by the AM, especially for the simplified methods, which in general display larger values of deflections relative to the refined FE models. As for beams with higher reinforcement ratios, above 1% in average, the variability of percentage differences of final deflections (corresponding to the total service load) relative to the ones obtained by the reference model AM decreases. This is due to the fact that, as these beams are quite cracked, the contribution of intact concrete between cracks for the beam stiffness is small, an effect (tension-stiffening) that is more rigorously modelled by the AM, hence the differences of the methods/models with respect to AM decrease. More details on this study can be found in Junges [2].

6. Conclusions

This work aimed to perform a comprehensive study on different simplified methods and refined models used to calculate short-term deflections applied to continuous reinforced concrete beams at service, by comparison of results obtained from the different methods/models, taking as reference the nonlinear FE model implemented

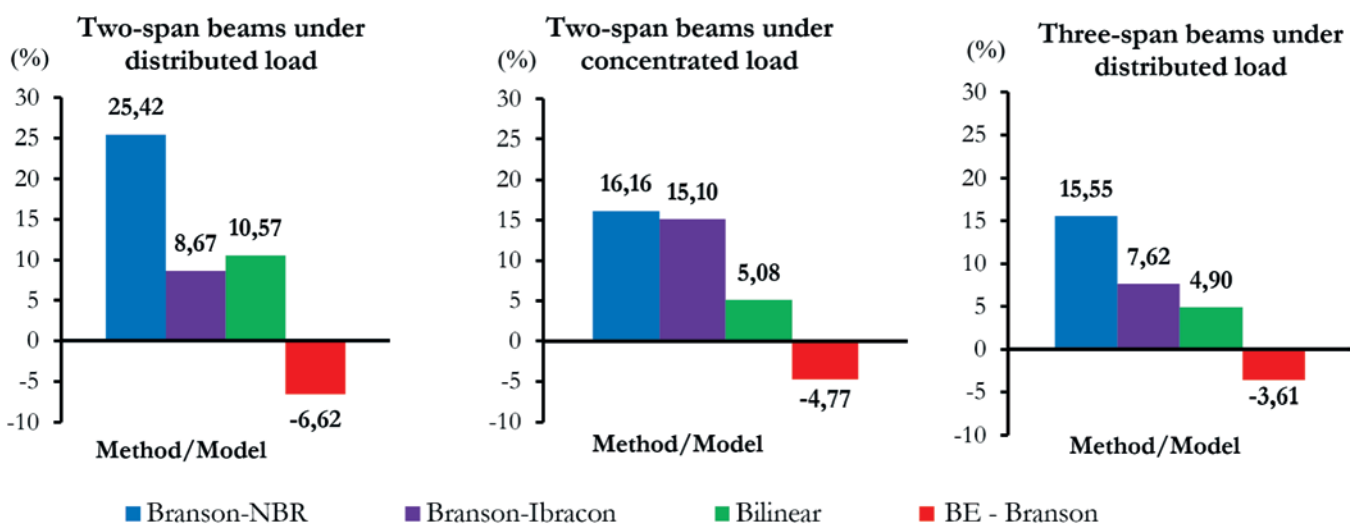


Figure 13
Graph of average percentage differences (%) between the final deflections found by the different methods and by the reference model, AM, separated by cases (beam geometry/loading)

into ANEST/CA program (named AM). A few conclusions, separated by method/model, were extracted, as listed below:

- a) BE-Branson model: obtained in average the closest results to the ones given by AM, with less dispersion in the results, and also “load-deflection” curves more similar to the ones given by AM.
- b) Branson-NBR method: final deflection values quite dispersive and generally larger than the ones obtained using AM, especially for continuous beams of two spans under uniformly distributed loading, with the load corresponding to the change of state from I to II considerably lower than the one obtained by AM.
- c) Branson-Ibracon method: results of final deflections fairly close to the ones given by AM, with average difference of 9.68%, showing less difference for the case of beams under uniformly distributed loading.
- d) Bilinear method: results of final deflections close to the ones obtained by AM (average difference of 7.96%), though with highly dispersive results; it has also shown a load corresponding to the change of state from I to II considerably lower as compared to the other models, similarly to the Branson-NBR method, but with a higher stiffness in the post-cracking range.

Concluding, regarding the refined models investigated, the ANEST/CA model (AM) is the most complete one and it has shown a good approximation to experimental results, as seen in Section 4, as also demonstrated by Stramandinoli [9] and Junges [2] for simply-supported beams. It is thus recommended for a more accurate calculation of short-term deflections. Optionally, the BE-Branson model (using $m=4$ in Branson’s equation) can also be utilized, since it has shown satisfactory results and it is of ease implementation in computer programs, being the model that has shown the closest results to the ones given by AM for RC continuous beams, as seen in this work, as well as for simply-supported beams, as shown by Junges and La Rovere [3]. Among the simplified methods, the Branson-NBR method, in which the Branson’s equation is applied according to NBR 6118 and by adopting only one reference section when calculating the equivalent stiffness in a span, has brought to the highest dispersive results and the largest average difference relatively to the reference model. Regarding the Branson-Ibracon method, in which the Branson’s equation is applied as recommended by NBR 6118, but by calculating the equivalent stiffness in each span as indicated in the technical notes from NB-1 [5], published by Ibracon, it has displayed the least dispersive results, showing a close approximation to the reference model. This simplified method is thus recommended for estimations of short-term deflection in continuous beams. Despite displaying in average the closest results to the AM ones in comparison with the other simplified methods, the Bilinear method, recommended by CEB, showed the highest dispersion in results, being recommended only for the cases of beams under concentrated loads, for which it presented the least dispersion in results and the smaller average difference relative to the reference model, AM.

7. Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) and Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) for granting Msc and PhD scholarships to the first author of this paper.

mento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) and Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) for granting Msc and PhD scholarships to the first author of this paper.

8. References

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT. Projeto e execução de obras de concreto armado - NBR 6118. Rio de Janeiro, 2014.
- [2] JUNGES, E. Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- [3] JUNGES, E.; LA ROVERE, H. L. Comparação entre métodos simplificados e modelos não lineares de elementos finitos para o cálculo de flecha imediata em vigas biapoiadas de concreto armado. 53º Congresso Brasileiro do Concreto. Florianópolis.
- [4] BRANSON, D. E. Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. HPR Report, N° 7, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, 1963.
- [5] INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO IBRACON. Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1: NBR 6118 projeto de estruturas de concreto-Procedimento. São Paulo, 2007.
- [6] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Design manual on cracking and deformations, Bulletin d’Informtion. No. 185-E. Paris, France, 1985.
- [7] SABNIS, G. M. et al. Deflections of continuous concrete beams. ACI Journal. December, 1973.
- [8] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Design of concrete structures: General rules and rules for buildings. Eurocode 2. Brussels-Belgium, 1982.
- [9] STRAMANDINOLI, R. S. B. Modelo de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. 2007. 189 p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [10] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [11] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. Engineering Structures. V. 30, p. 2069-2080, 2008.
- [12] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames. Ibracon Structures and Materials Journal. Vol. (to be published), 2016.
- [13] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation. Engineering Structures. V. 35, p. 244-253, 2012.
- [14] CRUZ, A. C. Capacidade de redistribuição de esforços em viga. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

- [15] SILVA, P. J. C. A. Redistribuição de momentos fletores em estruturas hiperestáticas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1977.
- [16] BAZANT, Z. P.; PAN, J.; CABOT, G. P. Softening in reinforced concrete beams and frames. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. V. 113, n. 12, p. 2333-2347, 1987.

Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams

Comparação entre modelos simplificados e de elementos finitos para flecha imediata em vigas contínuas de concreto armado



E. JUNGES^a
bethjunges@gmail.com

H. L. LA ROVERE^a
henriettelarovere@gmail.com

Abstract

In this work, a comparative study of different simplified methods and nonlinear finite element (FE) models used for calculating short-term deflections (vertical displacements of the longitudinal axis) in continuous reinforced concrete (RC) beams, under service loads, is performed. The simplified methods employed are the one proposed by Branson and the bilinear method recommended by the European Code CEB - Design Manual on Cracking and Deformations. Two finite element models are utilized: the first one with frame elements in which material nonlinearities are considered along the element and its cross section divided into layers, by using of constitutive relationships for steel and concrete, while the second one utilizes beam elements, with physical nonlinearity considered by means of moment-curvature diagrams, obtained from Branson equation. Several examples of continuous RC beams under service loads are analysed and the results obtained by the different models are compared taking as reference the nonlinear frame element model. A few conclusions and recommendations regarding the use of the different methods are drawn at the end of the work.

Keywords: deflections, beams, reinforced concrete, nonlinear analysis.

Resumo

Neste trabalho é realizado um estudo comparativo dos resultados de flecha (deslocamento vertical do eixo longitudinal) imediata de vigas contínuas de concreto armado sob cargas de serviço, obtidos por diferentes métodos simplificados e por modelos não lineares de elementos finitos (EF). Os métodos simplificados abordados são o proposto por Branson e o método Bilinear recomendado pelo CEB – Manual de projeto sobre Fissuração e Deformações. São utilizados dois modelos de EF: o primeiro com EF de pórtico plano, sendo a não linearidade dos materiais considerada ao longo do elemento e da seção discretizada em camadas, a partir de relações constitutivas do aço e do concreto, enquanto que o segundo utiliza EF de viga, sendo a não linearidade física considerada por meio de diagramas momento-curvatura, obtidos a partir da fórmula de Branson. Os resultados dos diferentes modelos são comparados entre si para diversas vigas de projeto, adotando como referência os resultados do modelo não linear de elementos de pórtico plano. A partir da análise dos resultados, extraem-se algumas conclusões e recomendações quanto ao uso dos métodos simplificados e modelos de EF estudados.

Palavras-chave: flecha, vigas, concreto armado, análise não linear.

^a Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil;
^b Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.

1. Introdução

Para a verificação do Estado Limite de Serviço (ELS) de deformação excessiva conforme a NBR 6118 [1], torna-se necessário se estimar os valores de flechas máximas (deslocamentos verticais máximos dos eixos das barras) que ocorrerão na estrutura real na fase de projeto. Para esta verificação, utilizam-se métodos de cálculo recomendados por normas referentes ao assunto e/ou modelos implementados em programas computacionais de análise e dimensionamento.

O cálculo da flecha total em uma viga de concreto armado pode ser dividido em duas parcelas, uma de flecha imediata e outra de flecha diferida no tempo, a qual é devida principalmente aos efeitos de fluência e retração do concreto. Neste trabalho é estudada apenas a parcela de flecha imediata em vigas contínuas, entendendo-se que é o primeiro passo para a verificação da flecha total. No cálculo da parcela de deformação imediata no ELS, deve-se considerar a não-linearidade física dos materiais, devido principalmente à fissuração do concreto. Para levar em conta as não linearidades de material é necessário realizar uma análise não linear da viga, que é mais complexa e demanda mais recursos computacionais do que uma análise linear. Para isso, existem diversos modelos de cálculo, que podem ser tanto modelos refinados, como, por exemplo, os que utilizam elementos finitos e modelos constitutivos mais elaborados, como métodos simplificados, citando como exemplo os adotados em normas de estruturas de concreto armado para a previsão de flechas de vigas. Um dos parâmetros mais difíceis de determinar é a contribuição do concreto entre as fissuras na rigidez da peça, conhecido como efeito "tension-stiffening". Os métodos simplificados dispensam a realização de uma análise não linear, pois consideram de forma simplificada a contribuição do concreto fissurado na rigidez da peça, podendo ser utilizados de maneira rápida por cálculo manual, ou exigindo poucos recursos computacionais.

A disponibilização de modelos mais refinados que permitem calcular com maior precisão as deformações em elementos estruturais de concreto armado, pois representam mais adequadamente seu comportamento não linear, juntamente com a disponibilização de recursos computacionais avançados, faz surgir o questionamento quanto ainda se utilizar métodos simplificados para o cálculo de flechas nos dias de hoje. No entanto, se estes métodos simplificados fornecem resultados satisfatórios comparados com os modelos mais refinados, ficaria justificada a sua utilização devido à sua simplicidade e facilidade de aplicação pelos engenheiros.

Junges [2] realizou um estudo abrangente sobre o cálculo de flechas imediatas em vigas bi-apoiadas e contínuas de concreto armado, sob cargas de serviço, comparando diversos métodos, refinados e simplificados. Como o comportamento das vigas contínuas se diferencia do das bi-apoiadas pela presença de momento negativo nos apoios, o que em geral acarreta numa maior extensão do vão fissurado, é interessante analisar separadamente os resultados das vigas contínuas dos resultados das vigas biapoiadas, fornecidos pelos diferentes métodos. Os resultados obtidos para as vigas biapoiadas já foram publicadas anteriormente em Junges e La Rovere [3]. Este trabalho tem como objetivo apresentar um resumo da parte do estudo realizado por Junges [2] relativa a vigas contínuas de concreto armado.

Os métodos simplificados estudados são descritos no item 2 a seguir. O primeiro método usa a fórmula de inércia equivalente proposta por Branson [4], aplicada de duas formas diferentes, uma conforme recomenda a NBR 6118 [1] e outra como descrito nos comentários técnicos da NB-1 [5] publicados pelo Ibracon; e o segundo método é o Bilinear indicado pelo CEB "Design Manual on Cracking and Deformations" [6].

Dois modelos de elementos finitos, descritos no item 3, estão incluídos no estudo: o primeiro com EF de pórtico plano, sendo a não linearidade dos materiais considerada ao longo do elemento e da seção discretizada em camadas, a partir de relações constitutivas do aço e do concreto, enquanto que o segundo utiliza EF de viga, sendo a não linearidade física considerada por meio de diagramas momento-curvatura, obtidos a partir da fórmula de Branson.

Adota-se o modelo de EF de pórtico plano, implementado no programa computacional ANEST/CA, para ser utilizado como referência no estudo comparativo dos diversos modelos/métodos. Esse modelo foi escolhido por apresentar ótimos resultados em comparação com diversos ensaios experimentais de estruturas de concreto armado, vigas e pórticos planos, principalmente para as estruturas com comportamento predominante de flexão, conforme demonstrado por Stramandinoli [9]. No caso porém de vigas contínuas, há poucos resultados de ensaios experimentais disponíveis na literatura, apresentando-se três exemplos neste trabalho, no item 4, para ilustrar a escolha do modelo de referência. Tendo em vista o número reduzido de ensaios experimentais, optou-se em analisar exemplos teóricos de vigas de projeto para o estudo comparativo, inclusive para que o estudo fosse abrangente, podendo-se analisar a influência do tipo de carregamento, taxa de armadura, número de vãos e geometria das vigas nos resultados dos diversos modelos e métodos.

No estudo analisa-se um total de 60 vigas contínuas de projeto, de dois e três vãos, submetidas a carregamento de serviço, variando-se a geometria das vigas, tipo e valor do carregamento, taxa de armadura e resistência do concreto. Os resultados dos diferentes modelos são comparados entre si, adotando como referência os resultados do modelo não linear de EF de pórtico plano, conforme explicado acima.

Com esse estudo pretende-se fornecer orientação quanto ao uso de métodos simplificados e alguns modelos de elementos finitos, avaliando a variação dos resultados obtidos por cada método/modelo conforme a variação do tipo de carregamento, taxa de armadura e extensão do vão fissurado. A partir da análise dos resultados, extraem-se algumas conclusões e recomendações quanto ao uso dos métodos simplificados e modelos de EF estudados.

2. Métodos simplificados para cálculo de flecha imediata de vigas de concreto armado (CA)

São utilizados dois métodos simplificados para cálculo de flecha imediata de vigas de CA neste trabalho: a fórmula de Branson, que é aplicada conforme indicada a NBR 6118 [1] e ainda seguindo-se os comentários técnicos da NB-1 [5] publicados pelo Ibracon; e o método Bilinear recomendado pelo CEB [6]. Estes métodos foram implementados no programa computacional AVSer e estão descritos no que se segue.

2.1 Fórmula de Branson

O método simplificado proposto por Branson [4] adota uma fórmula de inércia equivalente (I_{eq}), em que a inércia é ponderada entre o estágio I e o estágio II puro, para considerar que parte da viga não está fissurada e também o efeito “tension-stiffening” na parte fissurada da viga.

2.1.1 Fórmula de Branson conforme NBR 6118

A NBR 6118 [1], desde a versão 2003, recomenda a fórmula de Branson para o cálculo da flecha imediata em vigas de concreto armado, adotando apenas uma seção de referência para o cálculo da rigidez equivalente (EI_{eq}) de um vão da viga:

$$EI_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m I_c + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} = E_{cs} I_c \quad (1)$$

em que I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto; I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II (desconsidera-se o concreto tracionado); E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto, que pode ser obtido pela Equação [2] a partir do módulo tangente inicial E_{ci} (em MPa):

$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} = 0,85 \cdot \alpha_E \cdot 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2)$$

onde f_{ck} é a resistência característica do concreto em MPa, e o coeficiente α_E varia de acordo com o material do agregado adotado (entre 0,7 e 1,2).

Adota-se $m = 3$ para cálculo de EI_{eq} quando se utiliza uma seção de referência para todo o vão, para considerar o efeito “tension-stiffening” e também que parte do vão ainda se encontra no estágio I. Já para o cálculo de uma seção individual adota-se $m = 4$ (Sabnis et al., [7]).

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado e M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural:

$$M_{cr} = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (3)$$

em que y_t é a distância do centróide da seção à fibra mais tracionada; o coeficiente α correlaciona de maneira aproximada a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo igual a 1,5 para seções retangulares; e f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, sendo que, na falta de ensaios para determinação deste valor, pode ser adotada a seguinte equação para verificação de estado limite de deformação excessiva:

$$f_{ct} = f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (4)$$

sendo $f_{ct,m}$ a resistência média à tração do concreto ($f_{ct,m}$ e f_{ck} em MPa). Para momento fletor atuante M_a menor que M_r , ou seja, seção no estágio I, utiliza-se a rigidez da seção bruta $E_{cs} I_c$.

2.1.2 Fórmula de Branson conforme comentários técnicos da NB-1

Nos comentários técnicos da NB-1 [5] publicados pelo Ibracon, sugere-se, para o caso de vigas contínuas em que se deseja maior precisão, aplicar a equação de Branson adotando-se para os vãos um valor ponderado da rigidez equivalente, conforme a Equação [5]:

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{l} \left[(EI)_{eq,1} \cdot a_1 + (EI)_{eq,v} \cdot a_v + (EI)_{eq,2} \cdot a_2 \right] \quad (5)$$

em que $(EI)_{eq,1}$ é rigidez à flexão equivalente no trecho 1; $(EI)_{eq,v}$ a rigidez à flexão equivalente no trecho de momentos positivos; e $(EI)_{eq,2}$ é a rigidez à flexão equivalente no trecho 2 (ver Figura [1]). Em cada trecho a rigidez à flexão equivalente deve ser calculada com EI_{II} considerando as armaduras existentes da seção mais solicitada de cada trecho e com M_a igual à M_1 , M_v e M_2 , respectivamente.

2.2 Método bilinear – CEB

O método bilinear é descrito pelo CEB “Design Manual on Cracking and Deformations” [6]. A flecha imediata é estimada por um valor intermediário entre o valor da flecha calculada com rigidez no estágio I e a flecha calculada com rigidez do estágio II puro, por meio do coeficiente de distribuição ζ , de forma a considerar a colaboração do concreto entre fissuras e também que parte do vão ainda está no estágio I.

$$W = (1 - \zeta) W_1 + \zeta W_2 \quad (6)$$

em que W_1 é a flecha calculada no estágio I; W_2 é a flecha calculada no estágio II; e o coeficiente ζ é um coeficiente adimensional, sendo nulo para uma seção não fissurada, em que $M_a < M_{cr}$, e varia entre 0 e 1 para seção fissurada, em que $M_a > M_{cr}$, dado por:

$$\zeta = 1 - \beta_1 \beta_2 \frac{M_{cr}}{M_a} \quad (7)$$

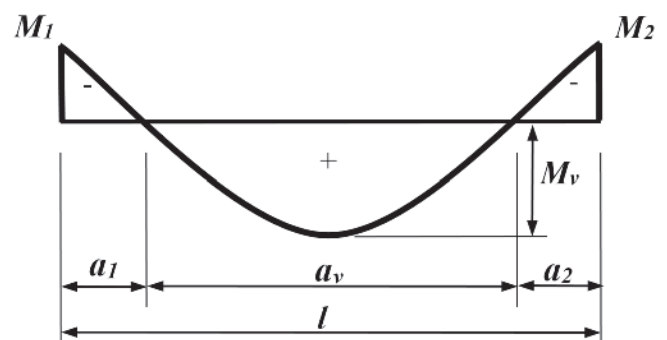


Figura 1

Parâmetros utilizados na Equação (5) para cálculo da rigidez equivalente em vão de viga contínua

sendo b_1 o coeficiente que caracteriza a qualidade da aderência das barras de aço e b_2 o coeficiente que representa a influência da duração da aplicação de carregamento (se aplicado de maneira constante ou com muitos ciclos de carga), que para barras de alta aderência e carregamento sem repetição (caso das vigas estudadas), segundo prescrições do Eurocode [8] é igual a:

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = 1,0 \tag{8}$$

M_f é o momento de fissuração na seção crítica, que conforme o CEB é obtido por:

$$M_{cr} = \frac{y_t f_{ct}}{I_1} \tag{9}$$

sendo f_{ct} a resistência do concreto à tração definido pelo CEB como (f_{ct} e f_{ck} em MPa):

$$f_{ct} = f_{ctm} = 1,40 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{2/3} \tag{10}$$

O coeficiente pode ser também aplicado diretamente à curvatura, ao invés da flecha, sendo este o procedimento adotado neste trabalho. Ressalta-se que a Equação [4] da NBR 6118 foi extraída da Equação [10] do CEB, logo o valor obtido para a resistência à tração pelas duas normas é praticamente coincidente, sendo que na Eq. [9] o momento de fissuração é definido em função da resistência à tração direta, dada pela Eq. [10], ao invés de em função da resistência à tração na flexão, conforme NBR 6118, Eq. [3]. No entanto, conforme será visto no item 5, no estudo comparativo as propriedades serão uniformizadas, sendo adotadas a Equação [3] e também a [4] para o Método Bilinear.

3. Modelos de elementos finitos para análise não linear de vigas de concreto armado

São utilizados dois modelos de elementos finitos, sendo o primeiro descrito resumidamente no item 3.1 e o segundo no item 3.2.

3.1 Modelo de elementos finitos de barras para análise não linear de pórticos planos de concreto armado

Este modelo foi desenvolvido na tese de Stramandinoli [9] para análise não linear física e geométrica de pórticos planos e vigas de concreto armado, e está implementado no programa computacional ANEST/CA. O modelo utiliza elemento finito de barra de três nós, sendo dois nós externos com três graus de liberdade (dois de translação no plano e um de rotação) e um nó interno com um grau de liberdade (deslocamento axial), inserido para capturar o efeito da variação da linha neutra ao longo do elemento. Adota-se a hipótese de viga de Euler-Bernoulli, sendo a não linearidade física considerada ao longo do elemento nos pontos de integração

de Gauss (três pontos) e ao longo de sua seção a partir de discretização em camadas. Admite-se que cada camada está submetida a um estado uniaxial de tensões, desprezando-se tensões de cisalhamento. Adota-se para o concreto sob compressão o modelo constitutivo do Código Modelo CEB-FIP 1990 [10]. Para o concreto sob tração utiliza-se o modelo de “tension-stiffening” proposto por Stramandinoli e La Rovere [11], que considera a interação entre o concreto e a armadura após a fissuração alterando o modelo constitutivo do concreto por meio de uma curva com decaimento exponencial, função de um parâmetro α o qual leva em conta a taxa de armadura da seção e a relação dos módulos de elasticidade do aço e do concreto. Após o escoamento do aço das armaduras, a tensão de tração no concreto cai para zero abruptamente. Para o aço das armaduras admite-se um comportamento idealizado elasto-plástico, levando em conta o encruamento. O método incremental e iterativo de Newton-Raphson é utilizado para resolução do sistema de equações não lineares da estrutura. Maiores detalhes sobre a formulação deste modelo podem ser encontrados em Stramandinoli [9] e Junges [2], e também em Stramandinoli e La Rovere [12].

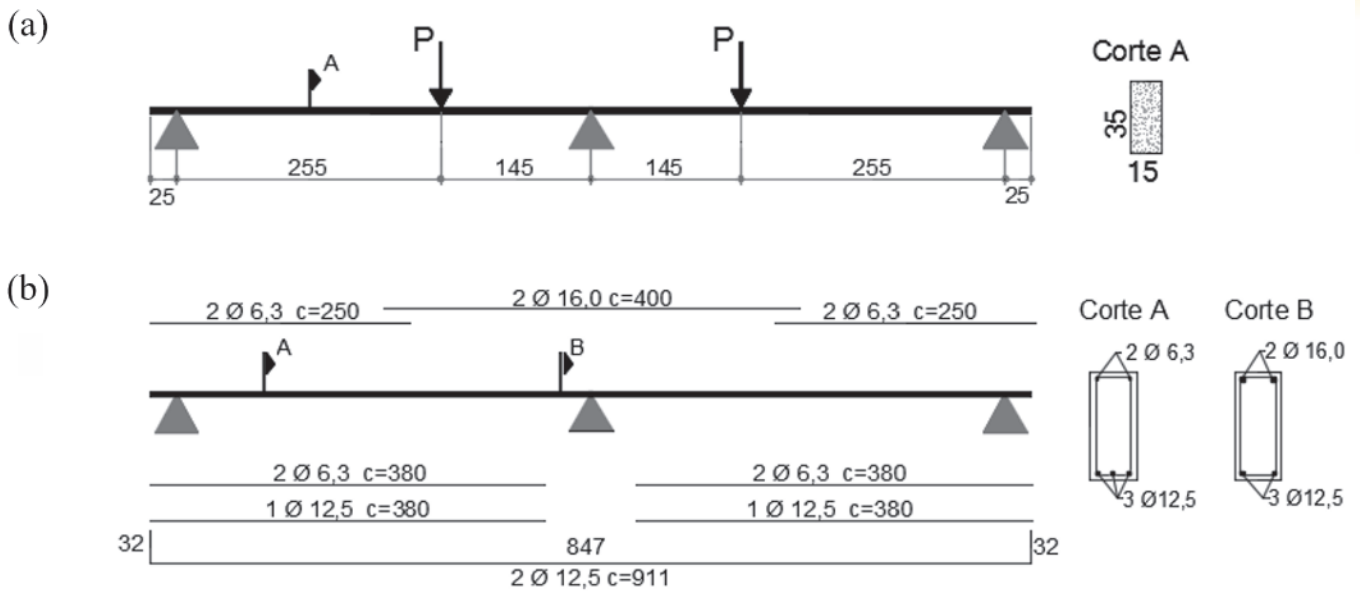
Este modelo de EF foi selecionado entre os modelos estudados como referência no estudo comparativo, escolha esta justificada por ser considerado o modelo mais refinado, e por já ter sido validado comparando-se seus resultados com diversos resultados experimentais de vigas bi-apoiadas, vigas contínuas e pórticos planos de concreto armado por Stramandinoli [9] e Junges [2]. Embora a comparação com resultados experimentais de vigas contínuas ter sido limitada devido à disponibilidade de poucos dados, os resultados apresentados pelo modelo de EF foram considerados satisfatórios nos exemplos estudados por essas autoras, sendo que neste trabalho incluíram-se alguns destes exemplos (item 4).

3.2 Modelo de elementos de viga utilizando modelos constitutivos a partir de diagramas momento-curvatura

Este modelo consiste em discretizar a viga em vários elementos de pequeno comprimento, utilizando a formulação de análise matricial para obtenção dos deslocamentos e esforços nodais, desprezando-se a deformação devido ao cisalhamento. Para cada elemento a rigidez secante (EI_{sec}) é calculada a partir do diagrama momento-curvatura (utilizando a média dos valores dos momentos em módulo atuantes nas extremidades do elemento), construído a partir da equação de Branson, na qual adota-se o expoente m igual a 4. É utilizado o método iterativo secante para se obter convergência na solução das equações não lineares de equilíbrio. Esse modelo, denominado MEV-Branson, foi implementado no programa AVSer desenvolvido pela primeira autora e limita-se à análise de vigas até a carga correspondente ao início do escoamento do aço.

4. Comparação entre resultados experimentais e os do modelo não linear de EF do programa ANEST/CA

O modelo de elementos finitos para análise não linear de estruturas de concreto armado (CA) implementado no programa

**Figura 2**

Viga ensaiada por Cruz (14): a) geometria e carregamento; b) detalhamento das armaduras longitudinais (medidas em cm)

ANEST/CA, já foi verificado por Stramandinoli [9] em comparação com diversos ensaios experimentais em vigas e pórticos planos. O modelo numérico demonstrou uma ótima aproximação do comportamento observado experimentalmente, principalmente para as estruturas com comportamento predominante de flexão. Junges [2], em seu estudo comparativo, também demonstrou o bom desempenho do modelo do ANEST/CA em relação a ensaios experimentais, sendo o modelo que melhor aproximou o comportamento estrutural em serviço das vigas ensaiadas, particularmente no caso de vigas bi-apoiadas. No caso de vigas contínuas, são poucos os resultados experimentais disponíveis na literatura, sendo que o modelo do ANEST/CA apresentou uma boa aproximação do comportamento em serviço, mas nem sempre conseguiu capturar o comportamento na ruptura obtido nos ensaios experimentais, devido provavelmente à abertura de fissuras inclinadas na seção mais solicitada (no apoio ou apoios centrais), que está submetida a flexão e cisalhamento combinados. Como o estudo comparativo limita-se a flechas para cargas em serviço, justifica-se assim a escolha do modelo do ANEST/CA (MA), com elementos de barra de Bernoulli, como referência para este trabalho. Ressalta-se que para o caso de vigas contínuas em que o cisalhamento for im-

portante, deve-se utilizar ou elementos finitos planos ou elementos de barra de Timoshenko, como, por exemplo, o desenvolvido por Stramandinoli e La Rovere [13]. Para mostrar a eficiência do modelo do ANEST/CA no caso de vigas contínuas de CA, selecionaram-se para este trabalho três vigas contínuas de dois vãos ensaiadas por dois diferentes autores.

A primeira viga analisada foi ensaiada experimentalmente por Cruz [14], que tinha como objetivo estudar a capacidade de redistribuição de esforços em vigas contínuas de concreto armado. A viga, que está detalhada na Figura [2], é formada por dois vãos de 4,0 m, com taxa de armadura longitudinal na seção de momento fletor máximo de 0,82 % e, na seção do apoio central, taxa de 1,46%. Para a análise pelo modelo do programa ANEST/CA a viga foi discretizada em 17 elementos e a seção transversal em 20 camadas na altura. As propriedades dos materiais estão listadas na Tabela [1], onde f_{cm} é a resistência média à compressão do concreto e ϵ_o é a deformação do concreto correspondente à f_{cm} ; f_y é a resistência ao escoamento do aço, E_s é o módulo de elasticidade do aço, ϵ_u é a deformação última e $s.h.$ é o parâmetro de enrijecimento após o escoamento do aço (igual a ϵ_u , sendo ϵ_u o módulo elasto-plástico do aço).

Tabela 1

Propriedades do concreto e aço das vigas ensaiadas por Cruz (14) e Silva (15)

Autor / viga	Concreto				ϕ barra (mm)	f_y (MPa)	E_s (MPa)	ϵ_u	s.h.
	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_o					
Cruz (14)	40,80	2,92	27836,84	0,0021	6,3	647,0	196000	0,025	0,0219
Cruz (14)	40,80	2,92	27836,84	0,0021	12,5	580,0	193000	0,024	0,0197
Cruz (14)	40,80	2,92	27836,84	0,0021	16,0	547,0	202000	0,057	0,0266
Silva (15): vigas V1 e V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	6,3	540,3	200000	0,02	0,02
Silva (15): vigas V1 e V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	10,0	505,7	200000	0,02	0,02
Silva (15): vigas V1 e V3	30,20	2,40	23124,00	0,0021	12,5	562,6	200000	0,02	0,02

Silva [15], em seu estudo sobre a utilização do cálculo plástico em estruturas hiperestáticas de concreto armado, ensaiou diversas vigas de concreto armado, dentre as quais duas vigas contínuas de dois vãos: V1 e V3. A geometria, carregamento e detalhamento da armadura longitudinal das duas vigas estão mostrados na Figura [3]. As taxas de armadura longitudinal na seção central são 1,26% para a V1 e 0,80% para a V3, e na seção do apoio central a taxa é

de 1,64% e 0,59% para as vigas V1 e V3, respectivamente. Para cada uma das vigas, foram ensaiados dois espécimes iguais (A e B). Para a análise pelo programa ANEST/CA, as vigas V1 e V3 foram discretizadas, respectivamente, em 14 e 17 elementos ao longo do comprimento, e a seção transversal de ambas discretizada em 20 camadas na altura. Na Tabela [1] estão as demais informações referentes às propriedades dos materiais.

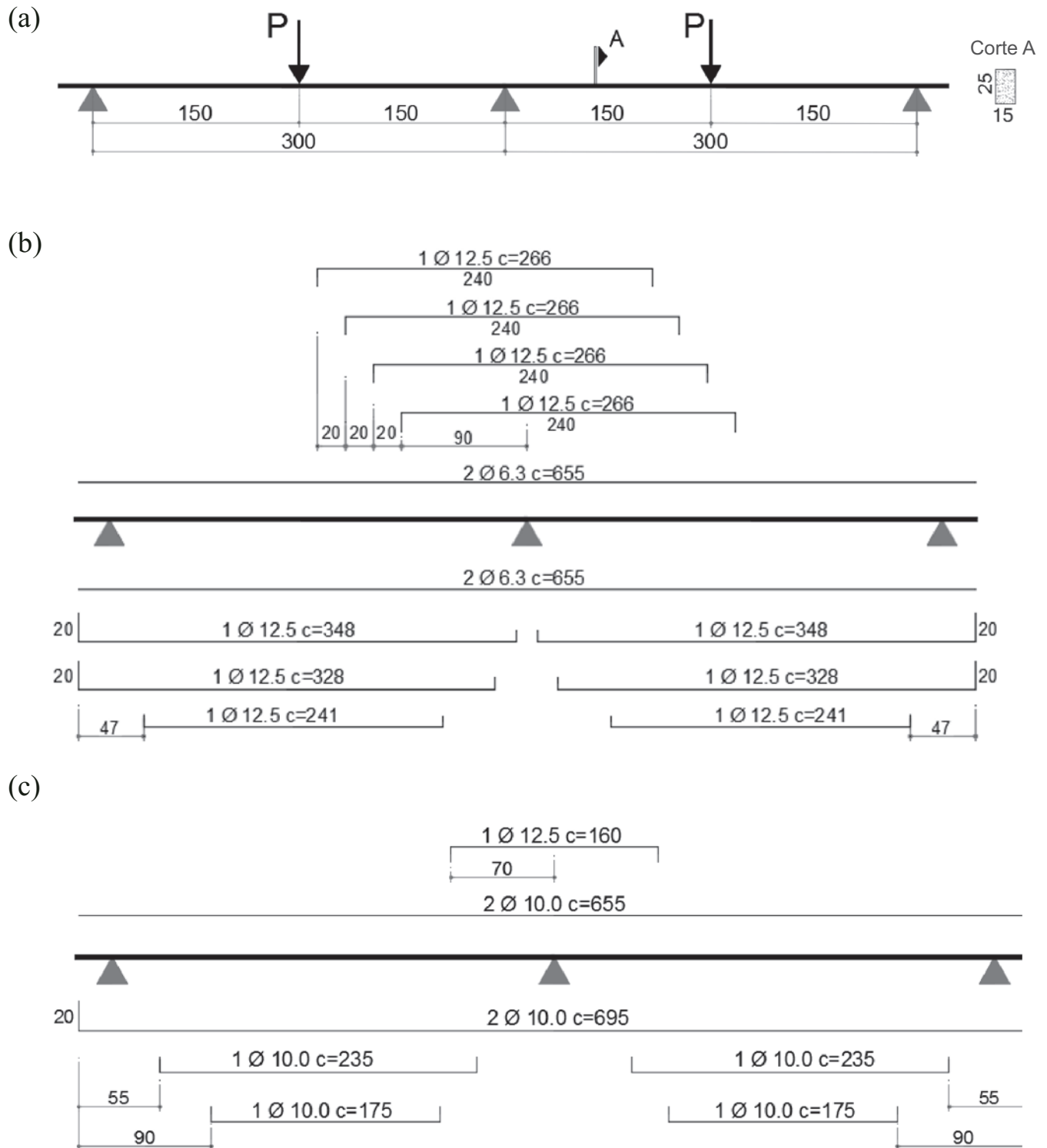


Figura 3 Vigas ensaiadas por Silva (15): a) geometria e carregamento; b) detalhamento das armaduras longitudinais da viga V1; c) detalhamento das armaduras longitudinais da viga V3 (medidas em cm)

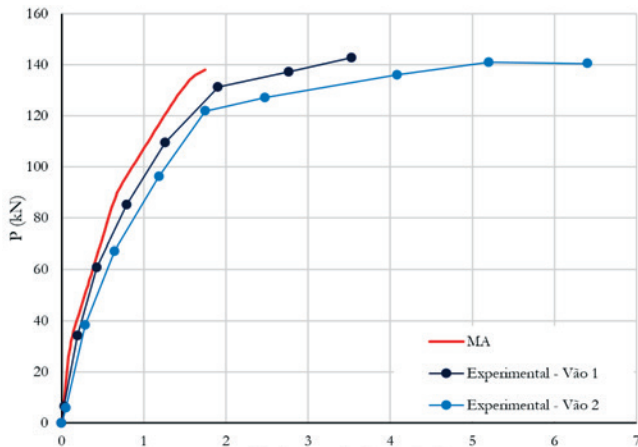


Figura 4
Gráfico carga versus flecha para a viga ensaiada por Cruz (14)

Com relação às malhas utilizadas para a análise numérica das vigas experimentais, a escolha foi baseada nos estudos paramétricos realizados anteriormente por Stramandinoli [9] e Junges [2]. Stramandinoli [9] analisou uma viga biapoiada sob flexão a três pontos e outra com flexão a quatro pontos; para a primeira obteve-se convergência da solução com o refinamento de malha a partir de 10 elementos, e, para a segunda, a partir de apenas 4 elementos. Junges [2] analisou uma viga contínua de dois vãos sob carga uniformemente distribuída, em que os resultados mostraram convergência da solução para as malhas a partir de 10 elementos por vão. Segue-se, também, a recomendação dada por Bazant *et al.* [16] de não se utilizar elementos de comprimento inferior à altura da sua seção transversal. Stramandinoli [9] também estudou o efeito do número de camadas na discretização da seção e concluiu que a partir de 10 camadas não há alteração nos resultados da solução. Ressalta-se, ainda, que o refinamento da malha influencia principalmente no comportamento da viga após o escoamento do aço, no trecho final antes da ruptura, sendo que o foco das análises aqui realizadas é o comportamento em serviço. Na Figura [4] mostra-se o gráfico carga versus flecha no meio do vão da viga ensaiada por Cruz [14], com os resultados obtidos experimentalmente medidos em cada vão e o resultado obtido pelo modelo numérico do ANEST/CA (MA). Analisando-se as curvas no trecho antes do escoamento do aço (até aproximadamente 120 kN), verifica-se uma boa proximidade entre os resultados numéricos e experimentais. Os resultados para as vigas V1 e V3 ensaiadas por Silva [15] estão mostrados na Figura [5], em que nota-se também uma boa proximidade entre os resultados do modelo numérico e os obtidos experimentalmente para a viga V3, que é a menos armada longitudinalmente; o mesmo não ocorre para a viga V1 que é mais armada longitudinalmente, apresentando uma diferença maior entre as curvas obtidas numérica e experimentalmente. Essa maior diferença se deve ao efeito do cisalhamento, que é mais importante nesta viga com maior armadura de flexão, e não é levada em conta no modelo de barra de Bernoulli do ANEST/CA, conforme demonstrou Stramandinoli [9], que analisou esta mesma viga V1 com o modelo de barra de Timoshenko (Straman-

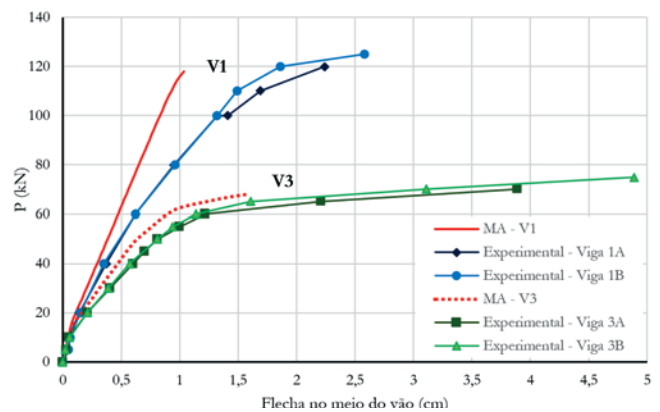


Figura 5
Gráficos carga versus flecha para as vigas V1 e V3 ensaiadas por Silva (15)

dinoli e La Rovere, [13]), obtendo uma aproximação bem melhor do comportamento observado no ensaio experimental. Ressalta-se também que é difícil reproduzir no modelo numérico exatamente as condições de ensaio, os apoios e as cargas aplicadas não são pontuais, e, além disso, existem diferenças nas medições de deslocamento obtidas em cada face da viga nos ensaios. Assim sendo, pequenas diferenças nas curvas carga-deslocamento obtidas numérica e experimentalmente podem ser consideradas aceitáveis.

5. Comparação entre modelos de elementos finitos e métodos simplificados para cálculo de flechas em vigas contínuas de CA

Foram estudadas no total 60 vigas contínuas de CA em serviço, denominadas vigas de projeto, sendo 44 de dois vãos e 16 vigas de três vãos. As vigas contínuas estudadas estão separadas em grupos, onde a geometria e dados do concreto são iguais dentro de cada grupo. Alguns grupos estão divididos em subgrupos que se diferenciam pelo tipo de carregamento (carga uniformemente distribuída ou carga concentrada no meio do vão). Cada subgrupo é formado por quatro vigas com valores de carregamento e armadura diferentes. Dessa forma pode-se avaliar a influência da variação da taxa de armadura, extensão do vão fissurado, tipo de carregamento, geometria e propriedades do material nos resultados obtidos pelos diferentes modelos e métodos estudados. Para a armadura longitudinal de todas as vigas de projeto estudadas foi adotado Aço CA-50, cujas propriedades estão mostradas na Tabela [2]. As propriedades do concreto são calculadas a partir da resistência à compressão f_{ck} , definida para o grupo de vigas em

Tabela 2
Propriedades do aço usadas nas vigas de projeto

f_y (MPa)	E_s (MPa)	ϵ_u	s.h.
500	210000	0,02	0,001

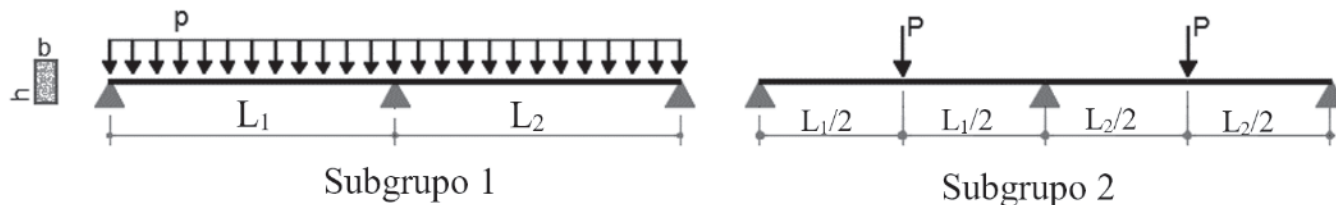


Figura 6

Ilustração dos tipos de carregamento e especificação das variáveis referentes à geometria das vigas de dois vãos

questão, conforme indicações da NBR 6118 [1], adotando-se valores iguais dessas propriedades para todos os modelos/métodos. Adota-se coeficiente $\alpha_E = 1$ para cálculo de E_{cs} .

Para o cálculo das flechas das vigas de projeto pelo modelo de EF do ANEST/CA (modelo de referência, denominado nos gráficos MA), a seção transversal das vigas é dividida em 20 camadas e o efeito “tension-stiffening” é considerado apenas nas 5 camadas, a partir da camada extrema (mais tracionada), até o escoamento da armadura (seguindo-se recomendação do CEB para o caso de flexão, ver detalhes em Stramandinoli [9]). Para cada viga, foi utilizado um mesmo número de elementos para a análise pelos diferentes modelos, seguindo as mesmas recomendações mencionadas anteriormente em relação à escolha da malha e número de camadas para as vigas ensaiadas experimentalmente. Adiciona-se ainda o fato de que no estudo paramétrico realizado por Junges [2], analisou-se a variação da malha para o modelo MEV-Branson, tendo apresentado também convergência da solução para malhas a partir de 10 elementos por vão.

Para o cálculo pelo modelo MEV-Branson foi adotado o coeficiente m igual a 4, enquanto que para os métodos simplificados Branson-NBR 6118 e Branson Ibracon adota-se o valor usual m igual a 3. Para os métodos Branson-NBR 6118 e Bilinear-CEB, é calculado um valor de rigidez equivalente, $E_{I_{eq}}$, para cada vão, sendo adotados para o cálculo os dados da seção mais solicitada (momento fletor de maior módulo) no vão em questão. As flechas das vigas de projeto são calculadas para a combinação quase permanente de serviço (CQP), conforme recomendação da NBR 6118, sendo

que as vigas submetidas à carga concentrada (P_{CQP}) também estão submetidas à carga uniformemente distribuída, referente ao peso próprio da viga.

5.1 Vigas de dois vãos

Apresentam-se inicialmente os resultados das vigas de dois vãos. Na Figura [6] estão ilustrados a geometria e tipos de carregamento das vigas estudadas e na Tabela [3] detalham-se os dados do concreto e geometria que são comuns para as vigas de um mesmo grupo. Apenas as vigas dos grupos VCA-G1 e VCA-G2 possuem geometria assimétrica.

Na Tabela [4] estão os dados referentes ao carregamento de serviço de cada viga (p_{CQP} e/ou P_{CQP}), as áreas da armadura longitudinal: $A_s (M_{\max})$, referente à seção de momento positivo máximo no vão, e $A_s (M_{\min})$, referente à seção de momento mínimo (apoio central), junto com as respectivas taxas de armadura. Na última coluna está a porcentagem da extensão do vão de cada viga que está solicitada por momento M_a maior que o momento de fissuração M_f . Na Tabela [5] estão os dados das vigas dos grupos VCA-G1 e VCA-G2. Como são assimétricas, a armadura longitudinal também é assimétrica, logo, apresentam-se as armaduras na seção de momento máximo do primeiro vão, $A_s (M_{\max 1})$, na seção do apoio, $A_s (M_{\min})$, e na seção de momento máximo do segundo vão, $A_s (M_{\max 2})$.

Os resultados obtidos para cada método/modelo são analisados por meio de gráficos “carga aplicada versus flecha”, na seção

Tabela 3

Propriedades do concreto, momento de fissuração e dados da geometria dos grupos de vigas de dois vãos

Grupo	f_{ck} (MPa)	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_0	M_{cr} (kN.m)	L_1 (m)	L_2 (m)	b (m)	h (m)
VC-G1	20	26,60	2,21	21287,4	0,002	5,97	3,00	3,00	0,12	0,30
VC-G2	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	11,78	4,00	4,00	0,15	0,35
VC-G3	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	12,31	4,50	4,50	0,12	0,40
VC-G4	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	20,52	5,00	5,00	0,20	0,40
VC-G5	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	32,06	6,00	6,00	0,20	0,50
VC-G6	30	36,60	2,90	26071,6	0,002	52,14	7,00	7,00	0,20	0,60
VCA-G1	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	6,93	4,00	3,00	0,12	0,30
VCA-G2	25	31,60	2,56	23800,0	0,002	14,36	5,00	4,00	0,14	0,40

Tabela 4

Dados do carregamento e armação longitudinal das vigas de dois vãos simétricos

Viga	P_{GPC} (kN/m)	P_{GPC} (kN)	$A_s (M_{max})$		$A_s (M_{min})$		$M_{GPC} > M_{cr}$ (% span)
			rebars	ρ (%)	rebars	ρ (%)	
VC-G111	4,70	-	2 ϕ 6,3	0,175	2 ϕ 8,0	0,28	0,00
VC-G112	8,50	-	2 ϕ 8,0	0,278	2 ϕ 12,5	0,68	8,00
VC-G113	12,30	-	2 ϕ 10	0,436	4 ϕ 10	0,87	49,00
VC-G114	16,10	-	2 ϕ 12,5	0,683	3 ϕ 12,5	1,03	63,67
VC-G121	0,90	6,60	2 ϕ 6,3	0,175	2 ϕ 8,0	0,28	0,00
VC-G122	0,90	14,85	2 ϕ 10,0	0,436	2 ϕ 10	0,44	25,67
VC-G123	0,90	23,10	3 ϕ 10,0	0,656	4 ϕ 10,0	0,87	84,67
VC-G124	0,90	31,35	3 ϕ 12,5	1,025	3 ϕ 12,5	1,03	63,67
VC-G211	5,11	-	2 ϕ 8,0	0,190	2 ϕ 10	0,30	0,00
VC-G212	8,91	-	2 ϕ 10,0	0,299	4 ϕ 10,0	0,60	7,25
VC-G213	12,71	-	3 ϕ 10,0	0,450	2 ϕ 16,0	0,77	43,00
VC-G214	16,51	-	4 ϕ 10,0	0,598	3 ϕ 16,0	1,15	59,75
VC-G311	5,85	-	2 ϕ 8,0	0,210	2 ϕ 12,5	0,51	3,56
VC-G312	10,50	-	2 ϕ 12,5	0,513	3 ϕ 12,5	0,77	43,11
VC-G313	15,15	-	4 ϕ 10,0	0,654	3 ϕ 16,0	1,26	64,44
VC-G314	19,80	-	2 ϕ 16,0	0,838	4 ϕ 16,0	1,68	74,00
VC-G321	1,20	11,65	2 ϕ 10,0	0,327	2 ϕ 10	0,33	1,11
VC-G322	1,20	27,38	4 ϕ 10,0	0,654	3 ϕ 12,5	0,77	46,22
VC-G323	1,20	42,52	4 ϕ 12,5	1,025	3 ϕ 16,0	1,26	66,44
VC-G324	1,20	55,34	3 ϕ 16,0	1,256	4 ϕ 16,0	1,68	72,44
VC-G411	9,48	-	3 ϕ 10,0	0,295	4 ϕ 10,0	0,39	6,60
VC-G412	13,48	-	4 ϕ 10,0	0,393	4 ϕ 12,5	0,62	38,40
VC-G413	17,48	-	3 ϕ 12,5	0,461	4 ϕ 16,0	1,01	57,20
VC-G414	21,48	-	4 ϕ 12,5	0,615	5 ϕ 16,0	1,26	66,60
VC-G511	10,93	-	3 ϕ 10,0	0,235	4 ϕ 12,5	0,49	7,50
VC-G512	16,55	-	3 ϕ 12,5	0,369	4 ϕ 16,0	0,80	48,83
VC-G513	22,17	-	3 ϕ 16,0	0,603	5 ϕ 16,0	1,01	64,50
VC-G514	27,79	-	4 ϕ 16,0	0,804	7 ϕ 16,0	1,41	72,50
VC-G521	2,50	18,17	3 ϕ 10,0	0,246	4 ϕ 10,0	0,31	0,00
VC-G522	2,50	45,43	4 ϕ 12,5	0,492	5 ϕ 12,5	0,62	40,17
VC-G523	2,50	72,68	4 ϕ 16,0	0,804	5 ϕ 16,0	1,01	60,67
VC-G524	2,50	109,02	6 ϕ 16,0	1,207	7 ϕ 16,0	1,41	72,83
VC-G611	12,00	-	4 ϕ 10,0	0,262	3 ϕ 16,0	0,50	6,14
VC-G612	21,00	-	3 ϕ 16,0	0,503	6 ϕ 16,0	1,01	53,00
VC-G613	27,00	-	4 ϕ 16,0	0,670	8 ϕ 16,0	1,34	65,29
VC-G614	36,00	-	6 ϕ 16,0	1,006	7 ϕ 20,0	1,83	75,00

Tabela 5

Dados do carregamento e armação longitudinal das vigas dos grupos VCA-G1 e VCA-G2

Viga	P_{QPC} (kN/m)	$A_s (M_{m\acute{a}x,1})$		$A_s (M_{m\acute{a}x,2})$		$A_s (M_{m\acute{a}x,3})$		$M_{QPC} > M_r$ (% v\~{a}o)
		barras	ρ (%)	barras	ρ (%)	barras	ρ (%)	
VCA-G11	4,28	2 ϕ 8,0	0,281	2 ϕ 10	0,44	2 ϕ 6,3	0,172	0,00
VCA-G12	7,65	2 ϕ 10	0,436	3 ϕ 10,0	0,66	2 ϕ 6,3	0,172	50,75
VCA-G13	12,15	4 ϕ 10,0	0,872	3 ϕ 12,5	1,03	2 ϕ 8,0	0,281	71,25
VCA-G14	16,65	4 ϕ 12,5	1,367	3 ϕ 16,0	1,68	2 ϕ 10	0,436	79,25
VCA-G21	7,25	2 ϕ 10	0,280	3 ϕ 10,0	0,42	2 ϕ 8,0	0,180	4,40
VCA-G22	11,40	3 ϕ 10,0	0,420	3 ϕ 12,5	0,66	2 ϕ 10	0,280	56,60
VCA-G23	15,55	3 ϕ 12,5	0,659	3 ϕ 16,0	1,08	2 ϕ 10	0,280	69,80
VCA-G24	19,70	4 ϕ 12,5	0,879	4 ϕ 16,0	1,44	2 ϕ 12,5	0,439	76,60

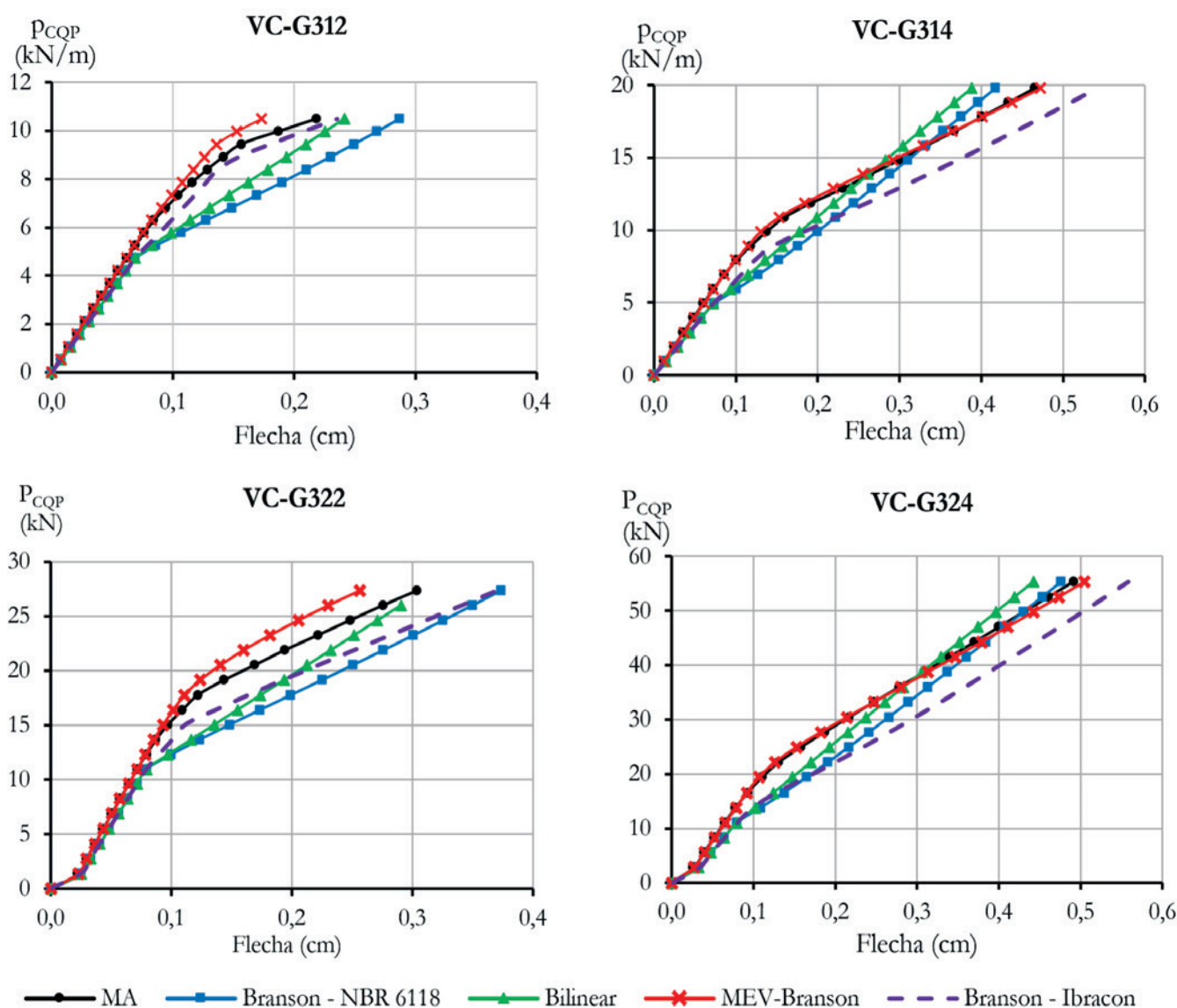
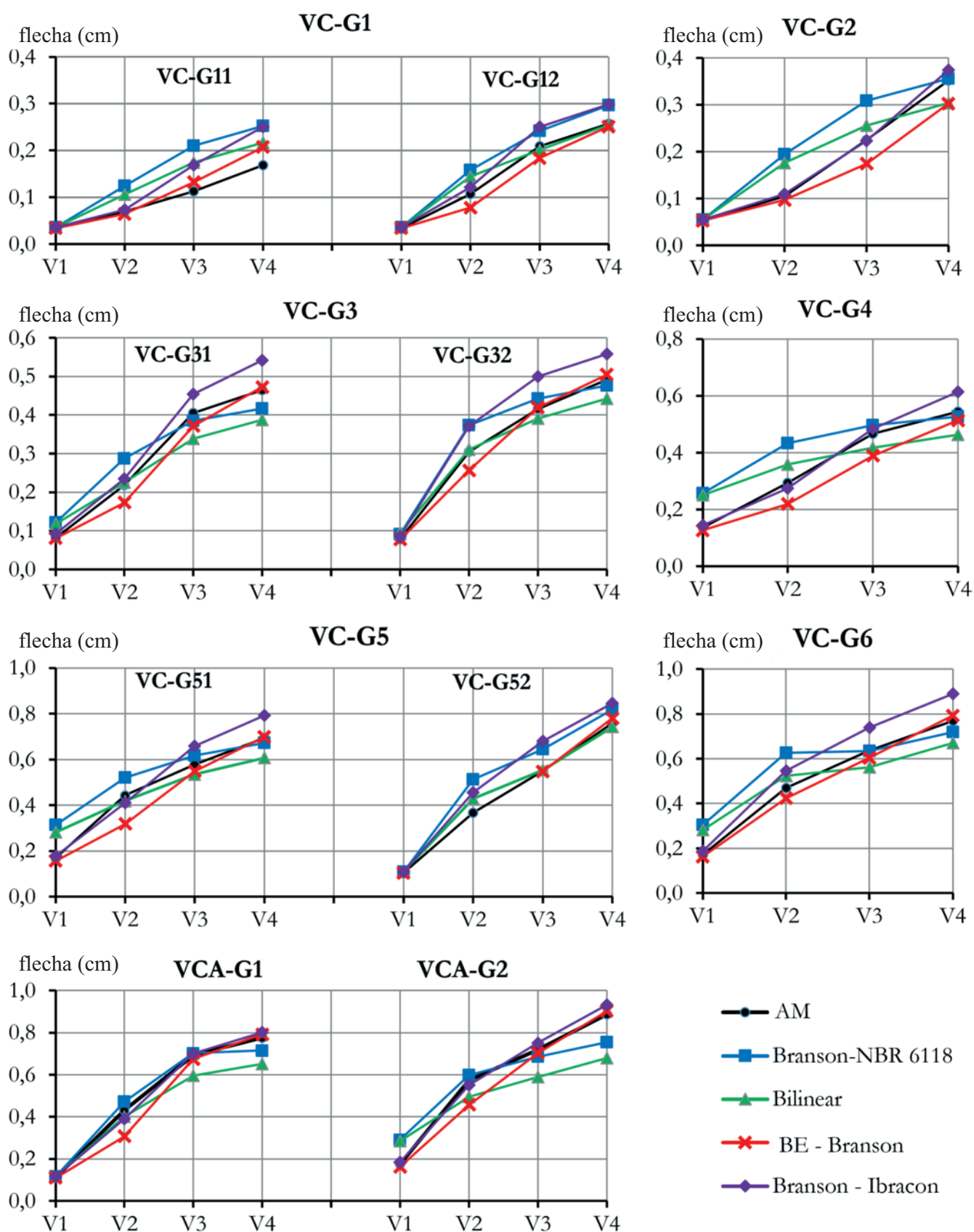


Figura 7

Gráficos carga aplicada versus flecha máxima das vigas VC-G312, VC-G314, VC-G322 e VC-G324 do grupo VC-G3

**Figura 8**

Resultados das flechas finais obtidas pelos métodos/modelos estudados para as vigas simétricas de dois vãos

Tabela 6

Propriedades do concreto, momento de fissuração e dados da geometria dos grupos de vigas de três vãos

Grupo	f_{ck} (MPa)	f_{cm} (MPa)	$f_{ct,m}$ (MPa)	E_{cs} (MPa)	ϵ_0	M_{cr} (kN.m)	L_e (m)	L_c (m)	b (m)	h (m)
VC3V-G1	25	31,60	2,56	23800,00	0,002	15,39	4,50	4,50	0,15	0,40
VC3V-G2	25	31,60	2,56	23800,00	0,002	32,06	5,50	5,50	0,20	0,50
VC3V-G3	25	31,60	2,56	23800,00	0,002	27,16	4,50	6,00	0,14	0,55
VC3V-G4	25	31,60	2,56	23800,00	0,002	15,58	3,00	5,00	0,12	0,45

de flecha máxima. Alguns destes gráficos estão apresentados a seguir.

Na Figura [7] mostram-se os gráficos de quatro vigas do grupo VC-G3, em que se podem observar as diferenças de resultados entre os diferentes modelos/métodos estudados. O MEV-Branson apresentou a curva “carga-flecha” mais próxima da do modelo de referência (MA), apresentando rigidez bastante similar no trecho da curva após o início da fissuração do concreto (estádio II) e também valor bem próximo da carga de mudança do estágio I para estágio II da seção analisada, resultando assim em valores similares de flecha final, correspondente à carga final aplicada. Os métodos simplificados Bilinear, Branson-NBR e Branson-Ibracon apresentaram na curva “carga-flecha” um valor de carga correspondente à mudança do estágio I para o estágio II, na seção analisada, inferior aos demais modelos, resultando em maiores valores de flecha final. Observa-se ainda que, em geral, a rigidez da viga pelos métodos Branson-Ibracon e Branson-NBR no trecho pós-fissuração (estádio II) mostrou-se próxima do modelo de referência MA, apenas o Método Bilinear-CEB mostrou um comportamento mais rígido do modelo no trecho da curva após a fissuração do concreto, levando a valores mais baixos de flecha final.

De forma a avaliar os valores das flechas obtidas em todas as vigas, os valores de flecha máximas em cada viga foram traçados em gráficos separados por grupos e subgrupos de forma a visualizar a variação da flecha máxima de uma viga para outra, e também de um método para outro. Na Figura [8] estão os gráficos para os grupos de vigas de dois vãos de geometria

simétrica. Pode-se observar que, em geral, o método Branson-Ibracon apresentou os maiores valores de flecha para as vigas 3 e 4 dentro dos grupos, ou seja, as vigas com maior taxa de armadura e extensão de vão fissurado, enquanto que o método Bilinear apresentou os menores valores para estas vigas. Já para as vigas com menores taxas de armadura, o método Branson-NBR apresentou os maiores valores de flecha. Em geral o MEV-Branson seguido do Branson-Ibracon mostraram flechas finais mais próximas do modelo não linear de elementos finitos do ANEST/CA, tomado neste trabalho como referência (MA).

5.2 Vigas de três vãos

Foram estudadas também vigas contínuas de três vãos, por serem muito utilizadas nas edificações de concreto armado, e por não ter sido encontrado nenhum estudo sobre flecha imediata para vigas com esta geometria. Outro motivo é para a melhor avaliação do método simplificado Branson-Ibracon, o qual, para o vão central destas vigas, irá utilizar três valores de rigidez, devido à configuração do diagrama de momento fletor. Foram estudadas 16 vigas contínuas de 3 vãos, todas submetidas a carga uniformemente distribuída, separadas em quatro grupos. Na Figura [9] estão ilustradas a geometria das vigas e as duas configurações de carregamento uniformemente distribuído utilizados.

Na Tabela [7] encontram-se os dados de cada viga, a carga uniformemente distribuída aplicada (p_{COP}), a área da armadura longitudinal da seção de momento positivo máximo nos vãos ex-

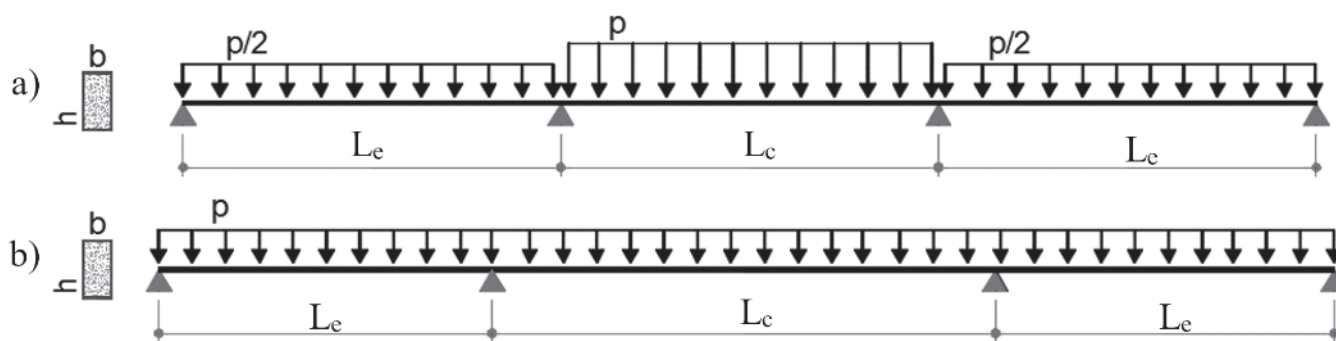


Figura 9

Ilustração dos tipos de carregamento e especificação das variáveis referentes à geometria: a) grupos VC3V-G1 e VC3V-G2; b) grupos VC3V-G3 e VC3V-G4

tremos, $A_s (M_{máx,le})$, e na seção central do vão central, $A_s (M_{máx,lc})$, e a área da armadura da seção dos apoios internos, $A_s (M_{min})$. Mostram-se na Figura [10] alguns gráficos “carga aplicada versus flecha máxima”. Para estas vigas foi observado um comportamento similar ao das vigas contínuas de dois vãos, com a diferença que para as vigas de três vãos notou-se que o valor da carga de mudança do estágio I para o estágio II das seções analisadas apresentou menor diferença entre os métodos simplificados e os modelos de EF (MEV-Branson e MA) do que a diferença observada para as vigas de dois vãos.

Na Figura [11] estão os gráficos com as flechas máximas calculadas para a carga total para cada viga e para cada modelo/método. As mesmas observações feitas para as vigas de dois vãos podem ser feitas para as de três vãos.

5.3 Análise dos resultados

Para analisar os resultados foram calculadas as diferenças percentuais da flecha imediata máxima encontrada pelos diferentes métodos e modelos estudados em relação à obtida pelo

modelo de referência do ANEST/CA (MA), considerando-se os valores de flecha obtidos para a carga total de serviço (denominadas flechas finais). Na Tabela [8] encontram-se as médias dessas diferenças percentuais separadas por método/modelo englobando as 60 vigas contínuas estudadas. A tabela contém a média das vigas com diferença percentual negativa (Média (-)), ou seja, vigas que apresentaram flechas menores que as do MA, a média das vigas com diferença percentual positiva (Média (+)), a média total (Média) e, na última coluna, o desvio padrão das diferenças percentuais. Na Figura [12] podem-se visualizar as médias obtidas para cada modelo.

Pela média calculada com todas as vigas, o MEV-Branson foi o modelo que teve seus resultados mais próximos do MA (-5,49%) e com a menor dispersão dos resultados, tendo a maioria dos valores das flechas menores que os obtidos pelo MA. O modelo apresentou na curva carga-flecha não apenas o ponto de mudança do estágio I para estágio II geralmente coincidente com o modelo de referência MA, mas também a rigidez após a fissuração bastante semelhante, explicando-se assim a proximidade nos valores finais das flechas. Nota-se que o total de vigas na

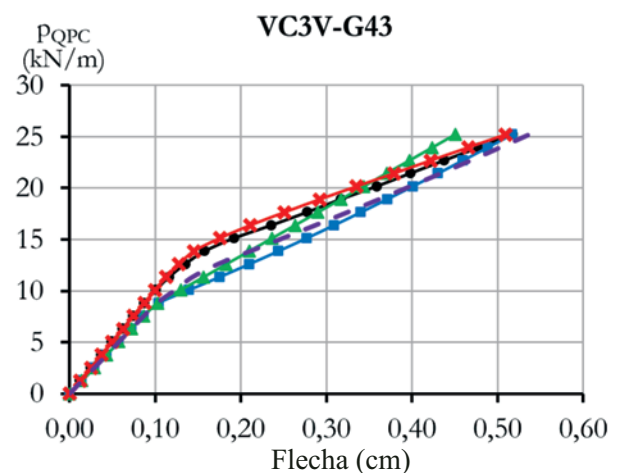
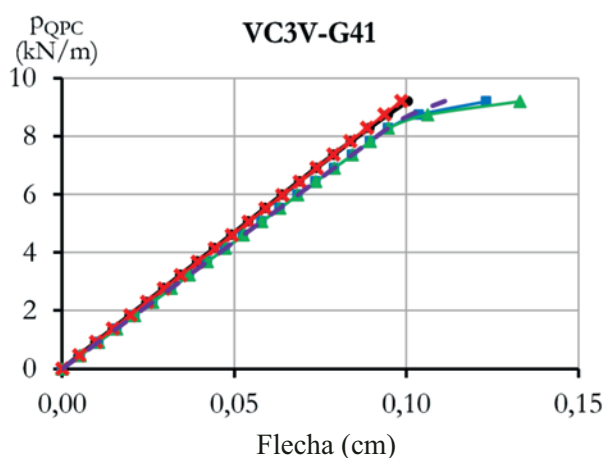
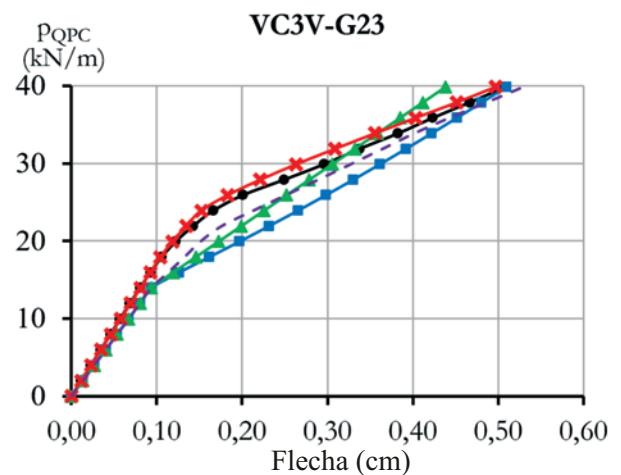
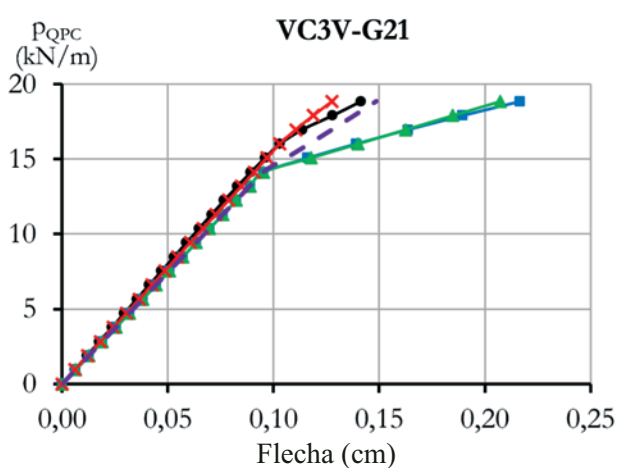


Figura 10

Gráficos carga aplicada versus flecha máxima para as vigas VC3V-G21, VC3V-G23, VC3V-G41 e VC3V-G43

Tabela 7

Dados do carregamento e armação longitudinal das vigas de três vãos

Viga	P_{GPC} (kN/m)	$A_s (M_{máx_e})$		$A_s (M_{mín})$		$A_s (M_{máx_c})$		$M_{GPC} > M_r$ (% vão)
		barras	ρ (%)	barras	ρ (%)	barras	ρ (%)	
VC3V-G11	9,00	2 ϕ 8,0	0,168	2 ϕ 10,0	0,262	2 ϕ 8,0	0,168	0,00
VC3V-G12	19,00	2 ϕ 10	0,262	3 ϕ 12,5	0,615	3 ϕ 10,0	0,393	43,56
VC3V-G13	29,00	3 ϕ 10,0	0,393	3 ϕ 16,0	1,005	3 ϕ 12,5	0,615	65,33
VC3V-G14	39,00	4 ϕ 10,0	0,523	5 ϕ 16,0	1,675	3 ϕ 16,0	1,005	74,67
VC3V-G21	18,85	2 ϕ 10	0,157	3 ϕ 12,5	0,369	2 ϕ 12,5	0,246	8,00
VC3V-G22	34,60	4 ϕ 10,0	0,314	4 ϕ 16,0	0,804	4 ϕ 12,5	0,492	59,27
VC3V-G23	39,85	3 ϕ 12,5	0,369	5 ϕ 16,0	1,006	3 ϕ 16,0	0,603	64,73
VC3V-G24	50,35	4 ϕ 12,5	0,492	7 ϕ 16,0	1,408	4 ϕ 16,0	0,804	72,73
VC3V-G31	11,90	2 ϕ 10	0,204	4 ϕ 10,0	0,408	3 ϕ 10,0	0,306	6,67
VC3V-G32	18,55	3 ϕ 10,0	0,306	3 ϕ 16,0	0,783	4 ϕ 10,0	0,408	36,67
VC3V-G33	25,20	3 ϕ 12,5	0,479	4 ϕ 16,0	1,044	4 ϕ 12,5	0,639	58,00
VC3V-G34	35,18	4 ϕ 12,5	0,639	6 ϕ 16,0	1,568	3 ϕ 16,0	0,783	71,00
VC3V-G41	9,20	2 ϕ 8,0	0,187	2 ϕ 10,0	0,291	2 ϕ 10,0	0,291	2,00
VC3V-G42	17,20	2 ϕ 8,0	0,187	4 ϕ 10,0	0,581	3 ϕ 10,0	0,437	48,00
VC3V-G43	25,20	2 ϕ 8,0	0,187	3 ϕ 16,0	1,117	3 ϕ 12,5	0,683	70,40
VC3V-G44	33,20	2 ϕ 10	0,291	4 ϕ 16,0	1,489	3 ϕ 16,0	1,117	72,40

Tabela [8] analisadas por este modelo é 58 e não 60, devido ao fato que, para as vigas VC3VG42 e VCG522, o cálculo pelo MEV-Branson ter apresentado problemas de convergência no processo iterativo de solução do sistema de equações não lineares, os quais não serão aqui discutidos (ver detalhes em Junges [2]).

Da Tabela [8] percebe-se que todos os métodos simplificados apresentaram em média valores de flecha superiores aos obtidos pelo modelo de referência MA, sendo que, entre esses, o método simplificado Bilinear foi o que forneceu melhores resultados, apresentando a segunda menor diferença média (7,98%) em relação ao modelo MA, mas, porém, com uma dispersão alta dos resultados (27,03 de desvio padrão). O método Branson-Ibracon, apesar de ter obtido uma diferen-

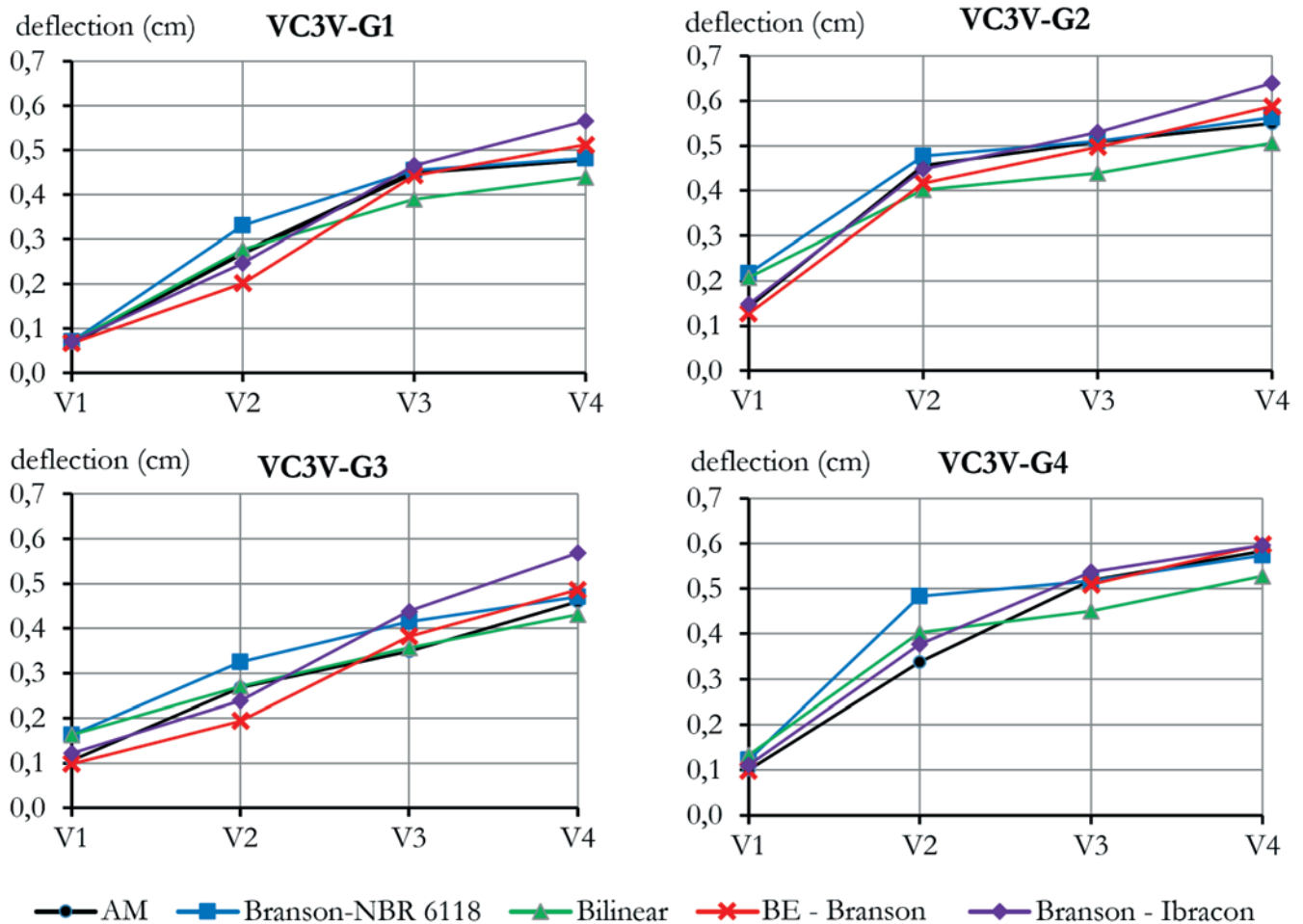
ça média um pouco maior que do método Bilinear (9,68%), o desvio padrão correspondente foi consideravelmente menor, sendo assim um método com menor dispersão de resultados. Já o Branson-NBR foi o método com maior diferença média, e com a maioria dos valores acima dos calculados pelo MA (48 vigas). Como o Branson-Ibracon considera até três seções para o cálculo da rigidez equivalente de um vão, este método se aproximou mais do MA e do MEV-Branson do que o Branson-NBR, o qual adota somente uma seção para o cálculo da rigidez.

Assim, pode-se afirmar que o modelo MEV-Branson foi o que apresentou resultados mais próximos ao do modelo do ANEST/CA. Esta aproximação é melhor em comparação aos métodos simplificados que também utilizam a fórmula de Branson (Branson-NBR).

Table 8

Average of percentage differences (in %) between the final deflections found by the different methods and the reference model, AM

Method	Average (-)	nb. of beams	Average (+)	nb. of beams	Average	Standard deviation
Branson-NBR	-5.05	12	27.43	48	20.93	27.95
Branson-Ibracon	-6.16	8	12.11	52	9.68	11.26
Bilinear-CEB	-11.71	30	27.63	30	7.96	27.03
BE-Branson	-9.44	43	5.82	15	-5.49	10.86

**Figura 11**

Resultados das flechas finais obtidas pelos métodos/modelos estudados para as vigas de três vãos

son-NBR e Branson-Ibracon), devido ao fato do MEV-Branson levar em consideração a variação da rigidez ao longo do vão, que ocorre devido à variação do nível de fissuração de acordo com a solicitação atuante e também com a taxa de armadura. Ressalta-se, também, que no modelo MEV-Branson foi adotado o expoente da fórmula de Branson $m=4$ ao invés de $m=3$, de modo a desconsiderar que parte da viga está no estágio I, já que se calcula a rigidez para um elemento de pequena extensão, o qual ou está todo fissurado ou está no estágio I.

Na Tabela [9] apresentam-se a média e o desvio padrão das diferenças percentuais dos valores de flecha, separados em três grupos: vigas de dois vãos com carga uniformemente distribuída, vigas de dois vãos com carga concentrada e vigas de três vãos com carga uniformemente distribuída. Na Figura [13] estão ilustradas as diferenças médias contidas na Tabela [9]. Analisando as diferenças médias separadas por caso, o método MEV-Branson continua sendo o que mais se aproxima do modelo de referência MA, mas observam-se algumas

Table 9

Average of percentage differences (in %) between the final deflections found by the different methods and the reference model, AM, for the two-span beams under distributed load and concentrated load, and for the three-span beams

Method	Two-span beams under distributed load		Two-span beams under concentrated load		Three-span beams	
	Average	Standard deviation	Average	Standard deviation	Average	Standard deviation
Branson-NBR	25.42	34.39	16.16	14.94	15.55	19.29
Branson-Ibracon	8.67	12.54	15.10	7.11	7.62	10.33
Bilinear-CEB	10.57	32.95	5.08	12.97	4.90	21.82
BE-Branson	-6.62	11.48	-4.77	9.35	-3.61	10.89

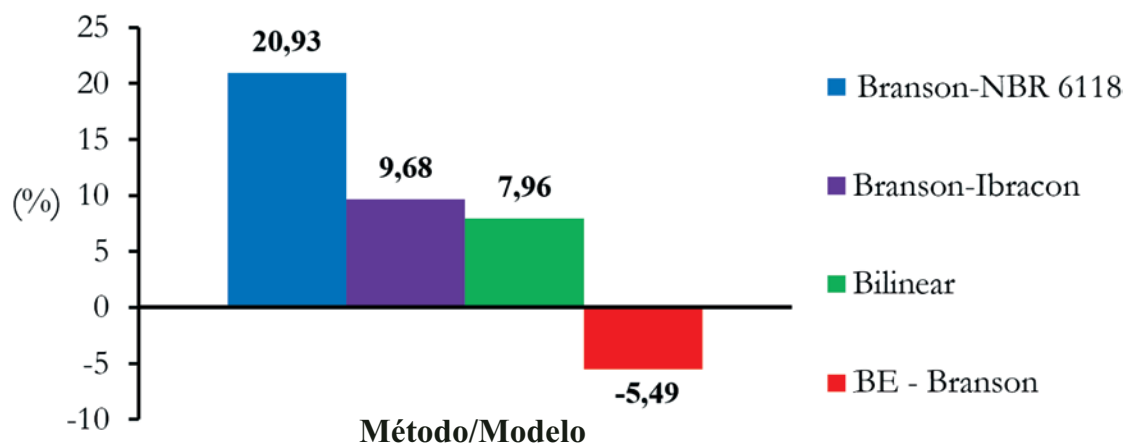


Figura 12

Gráfico com as médias das diferenças percentuais das flechas obtidas pelos diversos métodos em relação ao MA

mudanças nos resultados dos métodos simplificados em relação à análise global. Entre os métodos simplificados o método Bilinear ainda apresenta a menor diferença em relação ao modelo MA para as vigas de dois vãos com carga concentrada e para as vigas de três vãos, mantendo uma alta dispersão dos resultados. No entanto, para o caso de vigas de dois vãos com carga uniformemente distribuída, o método Branson-Ibracon foi o método simplificado que mais se aproximou do modelo MA.

Os resultados das flechas foram analisados também em função da taxa de armadura e extensão do vão fissurado. Observou-se que para vigas com baixa taxa de armadura, que são também as que possuem menor extensão do vão fissurado sob a carga total de serviço, os resultados dos métodos e modelo estudados são bastante dispersos em relação aos do MA, principalmente para os métodos simplificados, que em geral fornecem valores superiores de flecha em relação aos dos modelos refinados de EF. Já para vigas com taxas de armadura mais elevadas, em média acima de 1%, a variabilidade das diferenças percentuais das flechas finais (correspondentes à carga total de serviço) em relação às obtidas pelo modelo de referência MA

diminuem. Isto se deve ao fato de, por estas vigas já estarem bastante fissuradas, a contribuição do concreto entre fissuras na rigidez da viga é pequena, contribuição esta (efeito *tension-stiffening*) que é modelada com mais rigor no MA, logo a diferença entre os resultados dos métodos/modelos em relação ao MA diminui. Mais detalhes deste estudo podem ser encontrados em Junges [2].

6. Conclusões

Este trabalho teve como objetivo realizar um estudo abrangente sobre diferentes métodos simplificados e modelos refinados de cálculo de flecha imediata aplicados a vigas contínuas de concreto armado em situação de serviço, realizando a análise pela comparação entre os resultados obtidos pelos modelos/métodos estudados, tomando como referência o modelo não linear de EF implementado no programa ANEST/CA (denominado MA). Algumas conclusões foram extraídas e estão listadas a seguir separadas por modelo/método.

a) MEV-Branson: obteve em média os resultados mais

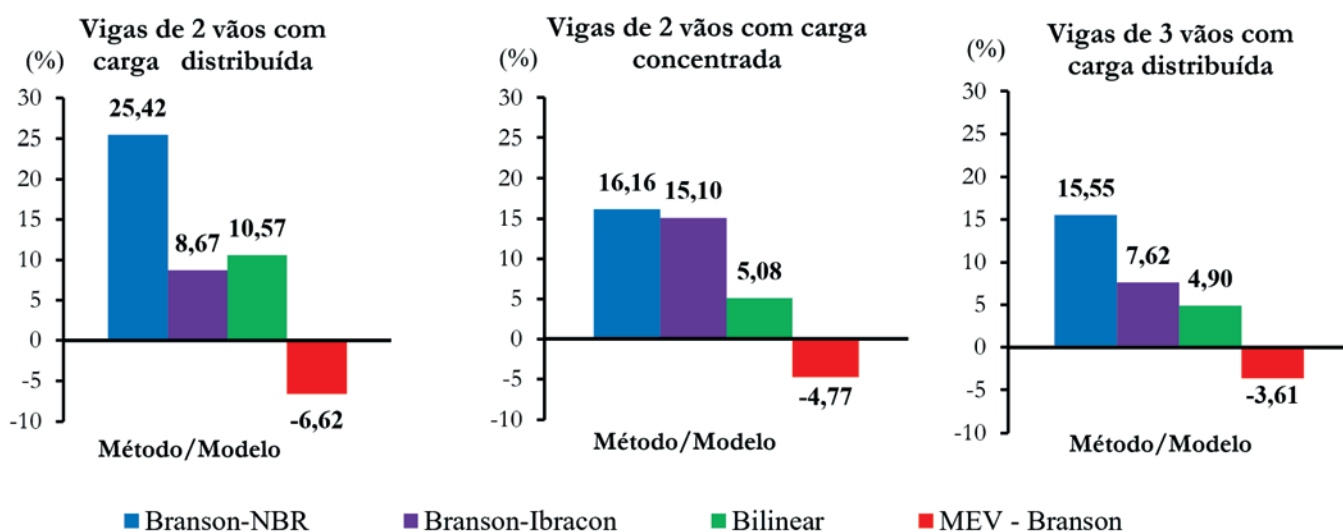


Figura 13

Gráficos com as médias das diferenças percentuais das flechas obtidas pelos diversos métodos em relação ao MA, separados por caso (geometria de viga/carregamento)

próximos aos valores obtidos pelo MA, com menor dispersão de resultados e também curvas “carga-flecha” mais semelhantes às do MA.

b) Branson-NBR: valores de flecha final bastante dispersos e geralmente maiores que os do MA, principalmente para as vigas contínuas de dois vãos com carga uniformemente distribuída, sendo a carga correspondente à mudança do estágio I para o estágio II consideravelmente menor que a obtida pelo MA.

c) Branson-Ibracon: apresentou resultados das flechas finais razoavelmente próximos aos do MA, com diferença média de 9,68%, apresentando diferença menor para o caso de vigas com carga uniformemente distribuída.

d) Bilinear: apresentou resultados de flecha final próximos aos obtidos pelo MA (diferença média de 7,96%), porém, com resultados bastante dispersos; apresentou também carga correspondente à mudança do estágio I para o estágio II consideravelmente menor que dos outros modelos, similarmente ao método Branson-NBR, mas com rigidez maior no trecho pós-fissuração.

Concluindo, em relação aos modelos refinados estudados, o modelo do ANEST/CA (MA) é o mais completo e mostrou boa aproximação a resultados experimentais, conforme mostrado no item 4, e também já demonstrado para vigas biapoiadas em Stramandinoli [9] e Junges [2], sendo assim recomendada sua utilização para o cálculo mais preciso de flechas imediatas. Opcionalmente pode-se também utilizar o método MEV-Branson (com expoente $m=4$ na equação de Branson), por ter fornecido resultados satisfatórios e ser de fácil implementação computacional, sendo o modelo que apresentou resultados mais próximos aos do MA, tanto para vigas contínuas de concreto armado, conforme visto neste trabalho, como também para vigas biapoiadas, como mostrado em Junges e La Rovere [3]. Dentre os métodos simplificados, o método Branson-NBR, em que se utiliza a fórmula de Branson conforme recomenda a NBR 6118, adotando-se apenas uma seção de referência para cálculo da rigidez equivalente de um vão, levou aos resultados mais dispersos e com a maior diferença média dos valores de flecha em relação ao modelo de referência. Já o método simplificado Branson-Ibracon, em que se aplica a fórmula de Branson indicada na NBR 6118, mas calculando a rigidez equivalente de cada vão conforme indicado nos comentários técnicos da NB-1, publicados pelo Ibracon, apresentou os resultados menos dispersos e com boa aproximação do modelo de referência, sendo este o método simplificado recomendado para estimativa de flecha imediata em vigas contínuas. O método Bilinear, recomendado pelo CEB, apesar de em média ter apresentado resultados mais próximos aos do MA em comparação aos demais métodos simplificados, apresentou maior dispersão nos resultados, sendo indicado somente para o caso de vigas sob carga concentrada, em que apresentou menor dispersão de resultados e menor diferença média em relação ao modelo de referência, MA.

7. Agradecimentos

As autoras agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de

Pessoal de Nível Superior (CAPES), e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelas bolsas de mestrado e doutorado concedidas à primeira autora.

8. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS ABNT. Projeto e execução de obras de concreto armado - NBR 6118. Rio de Janeiro, 2014.
- [2] JUNGES, E. Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- [3] JUNGES, E.; LA ROVERE, H. L. Comparação entre métodos simplificados e modelos não lineares de elementos finitos para o cálculo de flecha imediata em vigas biapoiadas de concreto armado. 53º Congresso Brasileiro do Concreto. Florianópolis.
- [4] BRANSON, D. E. Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams. HPR Report, Nº 7, Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads, 1963.
- [5] INSTITUTO BRASILEIRO DO CONCRETO IBRACON. Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1: NBR 6118 projeto de estruturas de concreto-Procedimento. São Paulo, 2007.
- [6] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. Design manual on cracking and deformations, Bulletin d'Informtion. No. 185-E. Paris, France, 1985.
- [7] SABNIS, G. M. et al. Deflections of continuous concrete beams. ACI Journal. December, 1973.
- [8] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Design of concrete structures: General rules and rules for buildings. Eurocode 2. Brussels-Belgium, 1982.
- [9] STRAMANDINOLI, R. S. B. Modelo de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado. 2007. 189 p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2007.
- [10] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. London, Thomas Telford, 1993.
- [11] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. Engineering Structures. V. 30, p. 2069-2080, 2008.
- [12] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames. Ibracon Structures and Materials Journal. Vol. (to be published), 2016.
- [13] STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation. Engineering Structures. V. 35, p. 244-253, 2012.
- [14] CRUZ, A. C. Capacidade de redistribuição de esforços em viga. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

- [15] SILVA, P. J. C. A. Redistribuição de momentos fletores em estruturas hiperestáticas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1977.
- [16] BAZANT, Z. P.; PAN, J.; CABOT, G. P. Softening in reinforced concrete beams and frames. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. V. 113, n. 12, p. 2333-2347, 1987.

Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions

Determinação do ELU, para pilares com pequenas dimensões, sob flexão composta oblíqua e incêndio simétrico



M. CHEREM^a
cherem@usp.br

V. P. SILVA^a
valpigss@usp.br

Abstract

Obtaining internal load capacity, in reinforced concrete sections, at ambient temperature, under biaxial bending, is one of the most common tasks done by structural engineers, but not so common when the member is in fire situation. The intention of this paper is to show that is possible to correlate the ultimate limit state (ULS), in fire situation, with ULS at ambient temperature, for square cross sections under fire from all faces. To reach the purpose and give support to the numerical analysis of this article, a computer program, in Delphi language, called COL FIRE, is being developed by the authors.

Keywords: fire, columns, ultimate limit state, ULS, interaction diagram.

Resumo

A obtenção dos esforços internos resistentes, em seções de concreto armado, à temperatura ambiente, sob flexão composta oblíqua, é uma das tarefas mais comuns realizadas por engenheiros de estruturas, mas não tão comum quando o elemento está submetido a ação de incêndio. O objetivo deste artigo é ilustrar que é possível correlacionar o estado-limite último (ELU), em situação de incêndio, ao ELU à temperatura ambiente, para seções quadradas sob incêndio em todas as faces. Para atingir o propósito e dar suporte à análise numérica deste artigo, um programa de computador, em linguagem Delphi, chamado COL FIRE, está em desenvolvimento pelos autores.

Palavras-chave: incêndio, pilares, estado-limite último, ELU, diagrama de interação.

^a Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introduction

The achievement of ultimate limit state (ULS), in fire conditions, for uniaxial bending (UB), and for biaxial bending (BB), was already submitted by some authors such as, for instance, EL-FITANY S.F; YOUSSEF M.A. [3], MOREIRA A. M. M. M. [8], LAW A.; GILLIE M. [7] and RODRIGUEZ J.; ARISTIZABAL-OCHOA J. D. [9]. Such analysis, however, is relatively complex and impossible to be achieved without a specific fire analysis computer program.

There are yet simplified calculation methods, such as, for instance, 500°C Isotherm Method, shown in EN 1992-1-2 [4], however, such methods also rely on the thermal analysis, which many times is not available to the structure engineers in the calculation offices.

In all publications researched, national or international, none was found which correlates results calculated to the fire conditions to the ones found at ambient temperature. The authors purpose is showing that it is possible to develop a simplified method to assess the ultimate limit state (ULS) in fire conditions, without any thermal analysis or extremely sophisticated computer code, based only on the ultimate limit state (ULS), achieved at ambient temperature, which assessment has already been widespread in the technical means. The choice for small dimension square sections has as main purpose being the basis to assess columns found in industries, warehouses and small household buildings. It can also be understood as starting point for this research progress for column sections with different shapes and dimensions to be performed in upcoming works.

2. Fire analysis with advanced calculation methods

Advanced calculation methods shall provide a realistic analysis of structures exposed to fire. They shall be based on fundamental physical behaviour leading to a reliable approximation of the expected behaviour of the relevant structural component under fire conditions.

Advanced calculation methods should include calculation models for the determination of:

- a) the development and distribution of the temperature within structural members (thermal response model);

- b) the mechanical behavior of the structure or of any part of it (mechanical response model).

Advanced calculation methods may be used in association with any heating curve provided that the material properties are known for the relevant temperature range and the relevant rate of heating. Advanced calculation methods may be used with any type of cross section.

2.1 The temperature field

In an analysis of a plane cross section, in any analysis which involves fire situation, is to establish the fire curve (time-temperature) which the structural member will be submitted and which are the faces of the cross section that will be submitted to fire situation. It is used, for this proposal, the ISO – 834 curve, also known as standard temperature-time curve.

With the time-temperature curve established and all (four) faces under fire situation, it is determined the temperature ' θ_i ' of each point of the cross section, in each instant of time ' t ' desired. For this, it is necessary to resort to a numerical analysis, based on the finite element method applied to heat transfer. In this paper, this stage counts on developed by swede Dr. Yngve. Anderberg [5]. An example of the results can be visualized in Figure 1.

The SuperTempcalc is a computer program of thermal analysis, bi-dimensional, non-linear, in transient regimes, that incorporates material thermal properties, which are functions of temperature in differential equations of heat transfer. The radiation and convection heat in the boundary of the element can be modeled as function of the time. The computer program was certified with innumerous experimental results since 1985 and its reliability is largely known, being used to development of the European standard [4].

The field of temperatures is the name given to the set of distinct values of temperatures associated to each point of the cross section in a certain instant of time ' t '.

Usually, in reinforced concrete structures, to the analysis of heat transfer using finite element method, it is assumed that the temperature of each reinforcing bar ' θ_{bi} ' is the same of the temperature ' θ_i ' obtained at the position of its geometrical center in the cross section.

2.2 Concrete properties under fire situation

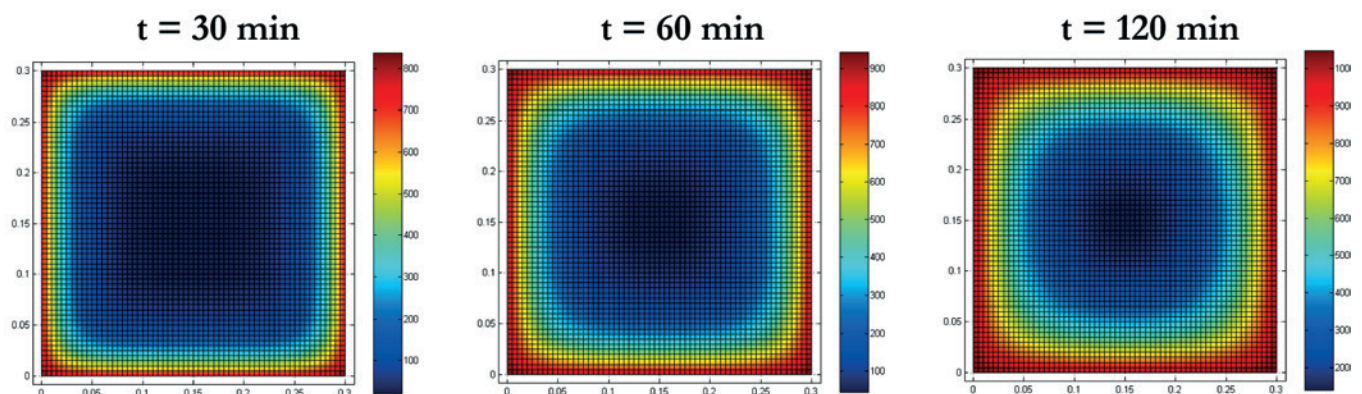


Figure 1

Results of computer program *SuperTempcalc* (5), for a square cross section 30x30 cm, in some times of fire situation

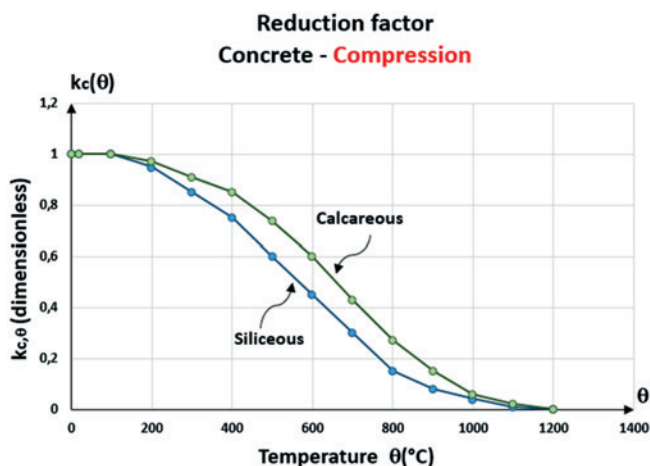


Figure 2
Reduction factor for the compressive strength of concrete, at elevated temperatures

2.2.1 Compressive strength of concrete at elevated temperature θ

According to EN 1992-1-2 [4], the compressive strength of concrete decreases with elevated temperatures, as showed in Figure 2, and may be obtained by Equation 1 .

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_{ck} \tag{1}$$

In Equation 1,
 f_{ck} characteristic value of compressive strength of concrete at room temperature;
 $k_{c,\theta}$ reduction factor for the compressive strength of concrete, taken from Table 1.

The capacity of concrete can be established, in members under fire situation, using compressive strength of concrete at temperature θ .

2.2.1 Stress-strain relationships of concrete under compression

The strength and deformation properties of uniaxially stressed concrete at elevated temperatures shall be obtained from the stress-strain relationships as presented in Figure 3.

The stress-strain relationships given in Figure 3 are defined by three parameters:

- The compressive strength $f_{c,\theta}$;
- The strain $\epsilon_{c1,\theta}$ corresponding to $f_{c,\theta}$;
- The strain $\epsilon_{cu1,\theta}$ corresponding to the ultimate strain of the concrete.

Values for each of these parameters are given in Table 2 as a function of concrete temperatures. For intermediate values of the temperature, linear interpolation may be used.

The parameters specified in Table 2 may be used for normal weight concrete with siliceous or calcareous (containing at least 80% calcareous aggregate by weight) aggregates.

As specified in EN 1992-1-2 [4], the ascending branch may be described by Equation 2.

Table 1
Values for the parameter $f_{c,\theta}/f_{ck}$ for normal weight concrete

θ (°C)	Siliceous aggregates $f_{c,\theta}/f_{ck}$	Calcareous aggregates $f_{c,\theta}/f_{ck}$
20	1,00	1,00
100	1,00	1,00
200	0,95	0,97
300	0,85	0,91
400	0,75	0,85
500	0,60	0,74
600	0,45	0,6
700	0,30	0,43
800	0,15	0,27
900	0,08	0,15
1000	0,04	0,06
1100	0,01	0,02
1200	-	-

Reference: EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

$$\sigma_c = \frac{3 n_c n f_c}{c1, \left[2 + \left(\frac{c}{c1,} \right)^3 \right]} \tag{2}$$

The descending branch can be described using same equation of ascending branch or, optionally, using a straight line, as specified

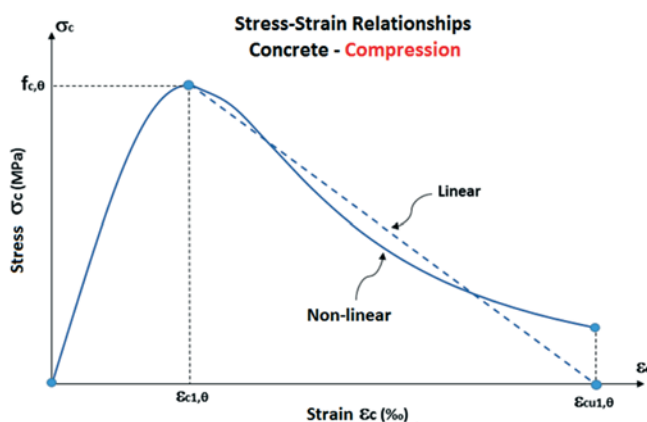


Figure 3
Stress-strain relationships of concrete under compression

Table 2

Parameters for stress-strain relationships of concrete under compression

θ (°C)	$\epsilon_{c1,\theta}$ (‰)	$\epsilon_{cu1,\theta}$ (‰)
20	2,5	20
100	4,0	22,5
200	5,5	25
300	7,0	27,5
400	10	30
500	15	32,5
600	25	35
700	25	37,5
800	25	40
900	25	42,5
1000	25	45
1100	25	47,5
1200	-	-

Reference: EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

in the EN 1992-1-2 [4], by using equations 3 and 4.

$$\text{Non-linear: } \sigma_c = \frac{3 n_c n f_c}{c_{l, \left[2 + \left(\frac{c}{c_l} \right)^3 \right]}} \quad (3)$$

$$\text{Linear: } \sigma_c = \frac{\left(\begin{matrix} c_{ul} & - & c \\ c_{ul} & - & c_l \end{matrix} \right)}{\left(\begin{matrix} c_{ul} & - & c_l \end{matrix} \right)} \cdot f_{c,\theta} \quad (4)$$

According to EN 1992-1-2 [4], possible strength gain of concrete in the cooling phase should not be taken into account.

2.3 Reinforced steel properties under fire situation

2.3.1 Strength of reinforced steel at elevated temperature θ

According to EN 1992-1-2 [4], the strength of reinforcing steel decreases with elevated temperatures, as showed in Figure 4, and may be obtained by Equation 5.

$$f_{y,\theta} = k_{s,\theta} \cdot f_{yk} \quad (5)$$

In the Equation 5, f_{yk} characteristic strength of reinforcing steel at room temperature

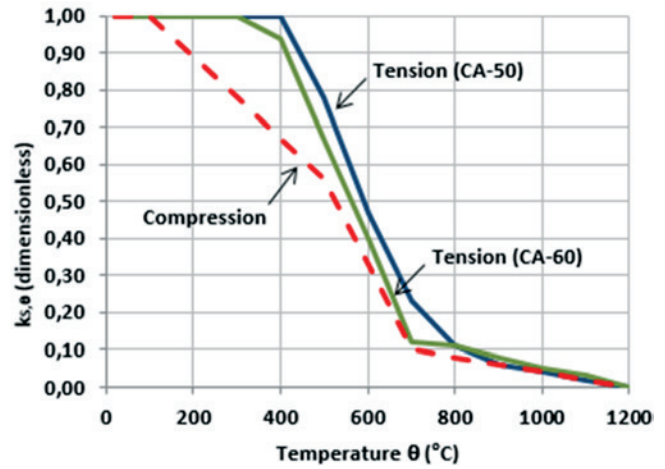


Figure 4

Reduction factor for the strength of reinforcing steel, at elevated temperatures

$k_{s,\theta}$ reduction factor for the strength of reinforcing steel, taken from Table 3.

- continuous line: $k_{s,\theta}$ applicable when $\epsilon_{si} \geq 2\%$, usually tension reinforcement of beams, slabs or rods;
- dashed line: $k_{s,\theta}$ applicable when $\epsilon_{si} < 2\%$, usually compressive reinforcement of columns, beams or slabs. Reference: ABNT NBR 15200 [2], EN 1992-1-2 [4] e SILVA [10].

Table 3

Values for the parameter $f_{y,\theta}/f_{yk}$ for reinforcing steel

θ (°C)	$f_{y,\theta}/f_{yk}$		
	Tension CA-50	Tension CA-60	Compression CA-50 or CA-60
20	1,00	1,00	1,00
100	1,00	1,00	1,00
200	1,00	1,00	0,89
300	1,00	1,00	0,78
400	1,00	0,94	0,67
500	0,78	0,67	0,56
600	0,47	0,40	0,33
700	0,23	0,12	0,10
800	0,11	0,11	0,08
900	0,06	0,08	0,06
1000	0,04	0,05	0,04
1100	0,02	0,03	0,02
1200	0,00	0,00	0,00

Reference: ABNT NBR 15200 (2), EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

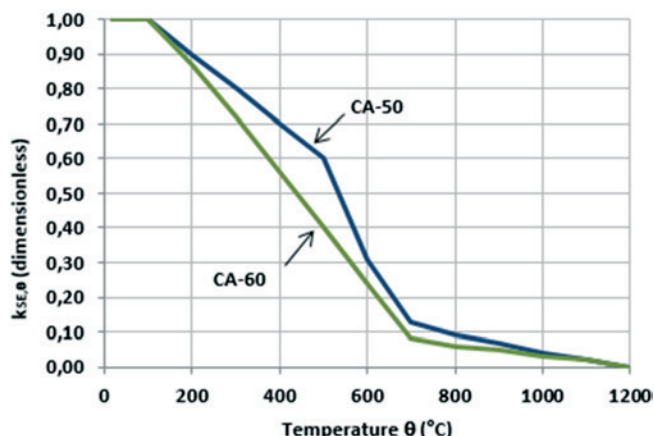


Figure 5
Reduction factor for the modulus of elasticity of reinforced steel at elevated temperatures

2.3.2 Modulus of elasticity at elevated temperature θ

According to EN 1992-1-2 [4], the modulus of elasticity of reinforcing steel decreases with elevated temperatures, as showed in Figure 5, and may be obtained by Equation 6.

$$E_{s,\theta} = k_{sE,\theta} \cdot E_s \tag{6}$$

In the Equation 6,
 E_s modulus of elasticity of reinforcing steel at room ambient,

Table 4
Values for the parameter $E_{s,\theta}/E_s$ for reinforcing steel

θ (°C)	$E_{s,\theta}/E_s$	
	CA-50	CA-60
20	1,00	1,00
100	1,00	1,00
200	0,90	0,87
300	0,80	0,72
400	0,70	0,56
500	0,60	0,40
600	0,31	0,24
700	0,13	0,08
800	0,09	0,06
900	0,07	0,05
1000	0,04	0,03
1100	0,02	0,02
1200	0,00	0,00

Reference: ABNT NBR 15200 (2), EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

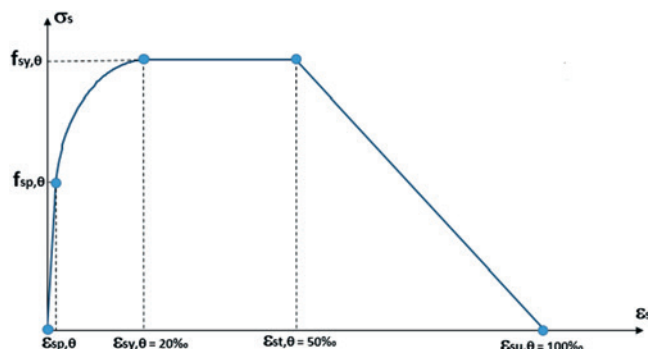


Figure 6
Stress-strain relationships for reinforcing steel

$k_{sE,\theta}$ reduction factor for the modulus of elasticity of reinforcing steel, taken from Table 4.

2.3.3 Stress-Strain relationships at elevated temperature θ

The properties of stress-strain relationships of reinforcing steel at elevated temperature should be obtained by stress-strain relationships given in Figure 6.

The stress-strain relationships given in Figure 6 are defined by four parameters:

- The strain $\epsilon_{sp,\theta}$ corresponding to the value of stress $f_{sp,\theta}$ (proportional limit);
- The strain $\epsilon_{sy,\theta}$ corresponding to the value of stress $f_{sy,\theta}$ (yield strength);
- The strain $\epsilon_{st,\theta}$ corresponding to the value of stress $f_{sy,\theta}$ (end of plastic landing);
- The strain $\epsilon_{su,\theta}$ corresponding to the ultimate strain of reinforcing steel.

As exposed in EN 1992-1-2 [4], the four different branches of the stress-strain relationships can be described by Equations 7 to 10.

$$\sigma_s = E_{s,\theta} \cdot \epsilon_s \tag{7}$$

$$\sigma_s = f_{sp,\theta} - c + \left(\frac{b}{a}\right) n \sqrt{a^2 - (s_y -)^2} \tag{8}$$

$$\sigma_s = f_{sy,\theta} \tag{9}$$

$$\sigma_s = \frac{\begin{pmatrix} s_{su} & - & s \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} s_{su} & - & s_t \end{pmatrix}} \cdot f_{sy,\theta} \tag{10}$$

In the Equation 8, the values of the functions a, b e c are given by equations 11 to 13.

$$c = \frac{\begin{pmatrix} f_{sy} & - & f_{sp} \end{pmatrix}^2}{\begin{pmatrix} s_y & - & s_p \end{pmatrix} E_s - 2 \begin{pmatrix} f_{sy} & - & f_{sp} \end{pmatrix}} \tag{11}$$

$$a = \sqrt{\left(\sigma_{sy} - \sigma_{sp} \right) \left(\sigma_{sy} - \sigma_{sp} + \frac{c}{E_{s_s}} \right)} \quad (12)$$

$$b = \sqrt{c \left(\sigma_{sy} - \sigma_{sp} \right) E_{s_s} + c^2} \quad (13)$$

2.4 The internal loads

The trio of internal loads (N , M_x , M_y) is obtained by integration of stress values over the cross section, recollecting an observation that, wisely, the stresses are functions of the strains which, in turn, are functions of the temperatures which, again, are functions of time 't'.

$$N = \sum_{ci} \left(\sigma_{ci}(t_i) \right) \cdot A_{ci} + \sum_{si} \left(\sigma_{si}(t_i) \right) \cdot A_{si} \quad (14)$$

$$M_x = - \sum_{ci} \left(\sigma_{ci}(t_i) \right) \cdot y_{ci} \cdot A_{ci} - \sum_{si} \left(\sigma_{si}(t_i) \right) \cdot y_{si} \cdot A_{si} \quad (15)$$

$$M_y = \sum_{ci} \left(\sigma_{ci}(t_i) \right) \cdot x_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{si} \left(\sigma_{si}(t_i) \right) \cdot x_{si} \cdot A_{si} \quad (16)$$

2.5 The universe of possible results – Interaction surface

To determine the trio of internal loads (N , M_x , M_y) of a cross section,

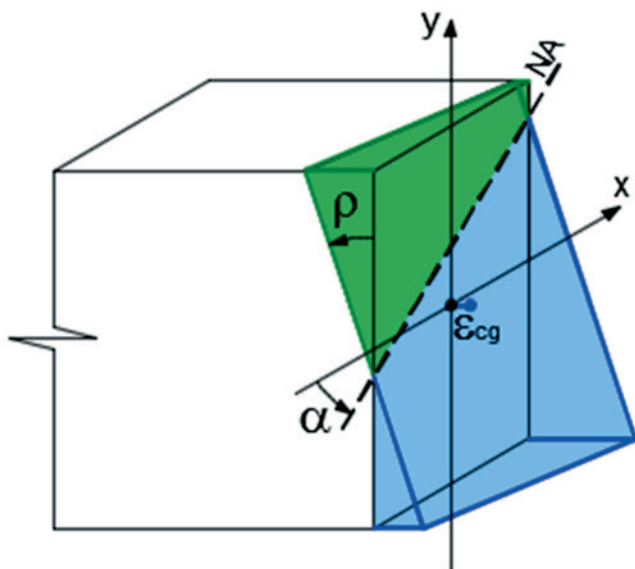


Figure 7
Parameters which defines the trio of internal loads (N , M_x e M_y)

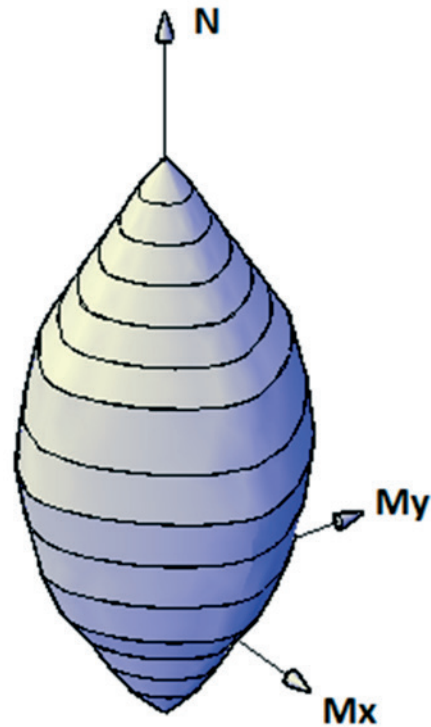


Figure 8
Universe of results ranging the three parameters (α , ρ and ϵ_{cg})

in a specific time 't' of fire situation, is necessary to impose three parameters for the cross section: the inclination of neutral axis (α), the curvature of the cross section (ρ) and the strain of the geometrical center (ϵ_{cg}), according to illustrated in Figure 7.

It is worthwhile to note that the imposition that any three values (α , ρ , ϵ_{cg}) corresponds to a unique and exclusive trio of internal loads (N , M_x e M_y). On the other hand, it is practically impossible to determine values of curvature and strain of geometrical center that lead to ultimate limit state (ULS).

In the fire analysis, all values are variables, functions of temperature, turning impossible to determine the exact values. The proposal, in this case, is to make a variation of the mentioned parameters until sufficient large values, this way, the ultimate limit state will appear naturally.

- Inclination of neutral axis (α): varies from 0 to 360°;
- Cross Section curvature (ρ): $0 \leq \rho \leq \rho_{m\acute{a}x}$;
- Strain of the geometric center (ϵ_{cg}): $\epsilon_{cg,min} \leq \epsilon_{cg} \leq \epsilon_{cg,m\acute{a}x}$.

The universe of possible results can be illustrated in Figure 8.

2.6 Axial force limits

For a rectangular reinforced concrete cross section, the axial load capacities (N_{Rd}) and, obviously, the axial internal load (N_{sd}) that can be applied, at room temperature, are in the range determined by Equations 17 and 18.

$$N_{Rd,min} = - A_s \cdot f_{yd} \quad (17)$$

$$N_{Rd,max} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_{s,ec2} \quad (18)$$

In Equation 17,

A_s total area of reinforced steel in the cross section

f_{yd} design strength of the steel reinforcement, at room temperature

In Equation 18,

A_c concrete area in the cross section

f_{cd} design concrete compressive strength, at room temperature

$\sigma_{s,ec2}$ compressive stress of reinforced steel, corresponding to the compressive strain ϵ_{c1} of concrete, at room temperature

The insertion of these two values in the interaction surface represents two restraining planes, illustrated in Figure 9.

In usual designs of structures, the axial internal load (N_{Sd}) is always a ratio of axial load capacity (N_{Rd}), because if N_{Sd} was numerically equal to N_{Rd} , the cross section would be at the limit of capacity, in a pure compression, without the possibility of simultaneously bending moments.

2.7 The interaction diagram for a specific axial internal load

Determinado o universo de possibilidades, conforme descrito no item anterior, para a força normal de interesse, passa-se um plano horizontal, destacando os valores extremos nesse plano, valores que correspondem exatamente ao estado-limite último (ELU) em incêndio, naquele instante de tempo considerado, conforme exibido na Figure 10.

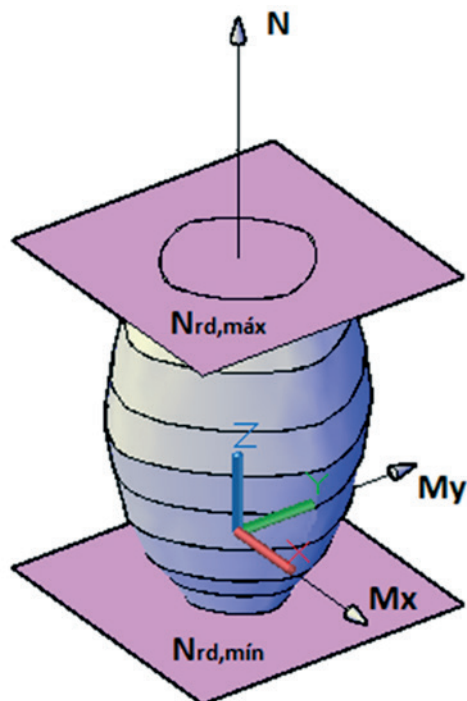


Figure 9
Universe of cases restrained by axial force limits

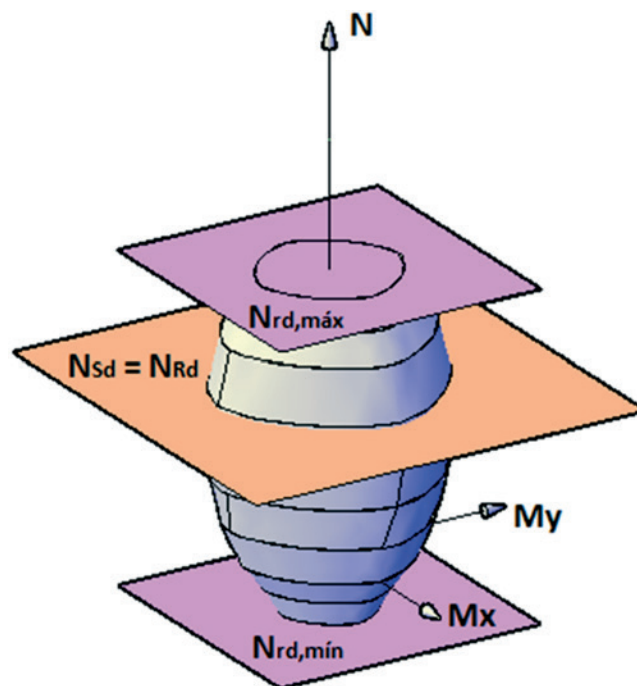


Figure 10
Section cut in a specific axial load

Taking as numerical example a 30x30 cm cross section, compressive strength of concrete $f_{ck} = 30$ MPa, 8 reinforcing bars of $\phi 10$ mm of CA-50, axial internal load $N_{Sd} = 761,22$ kN (40% of $N_{Rd,max}$), the computer program developed by authors provides the curves at the ultimate limit state illustrated in Figure 11.

Observing the interaction diagrams at ultimate limit states in fire analysis, it is clearly noticed that, with the progress of fire situation, the internal load capacity reduction respects some proportionality.

3. Results and discussions

In this item the results will be added as figures and tables. The results will be discussed in order to ground the considerations and conclusions the article provides.

3.1 Fire analysis correlation with the ambient temperature

It is noted, by the previous item description, that the fire conditions analysis is extremely demanding, and it is practically impossible to achieve it without, at least, two computer programs duly prepared to the numerical analysis: SuperTempcalc [5] (for heat transfer) and the program developed by the authors to this article (for the internal loads).

In an attempt to make the approach simpler, it has been decided to propose a correlation between the ultimate limit state under fire situation with the ultimate limit state analysis performed at ambient temperature, as provided by standard ABNT NBR 6118:2014, a widely known process by the structure engineers.

Considering as numeric example the 30x30 cm cross section, the

same previously used, as the interaction diagram is inserted to the last limit state at ambient temperature over the fire analysis interaction diagrams, what happens in Figure 12 is seen.

It is possible to note that the ultimate limit state curve at ambient temperature, despite being assessed regardless of the fire analysis, assures the cross section some load capacity, concerning the requesting internal loads, which, in the instance provided, corresponds visually to approximately 60 minutes of fire resistance. It is obvious that this is not a fixed value to cross-sections, as such time varies in cross section geometry, reinforcement quantity and axial load value functions.

The fact that the cross section, designed to the ultimate limit state at room temperature, assures a specific resistant fire time is a cross section inherent property, even if the structure engineer did not intend to promote such property.

The curve associated at ambient temperature, however, keeps ap-

proximately the same curve geometric shape for fire conditions. Such correspondence suggested to the authors that it would be possible to develop an approximate method that can correlate any fire ultimate limit state, at any time, with the ultimate state limit achieved at ambient temperature, using for that matter only one reducing factor which is simply a scale reduction.

3.2 Cross-sections studied

As mentioned in the article's introduction, the analysis purpose is being the basis for small dimension columns, which can be used in industries, warehouses and small size buildings.

In order to create cross sections, some parameters were used:

- Exposure Class II (EC II): coverage $c = 3 \text{ cm}$;
- Stirrups: $\phi_t \leq 6.3 \text{ mm}$;
- The exposure class choice purpose is studying the column

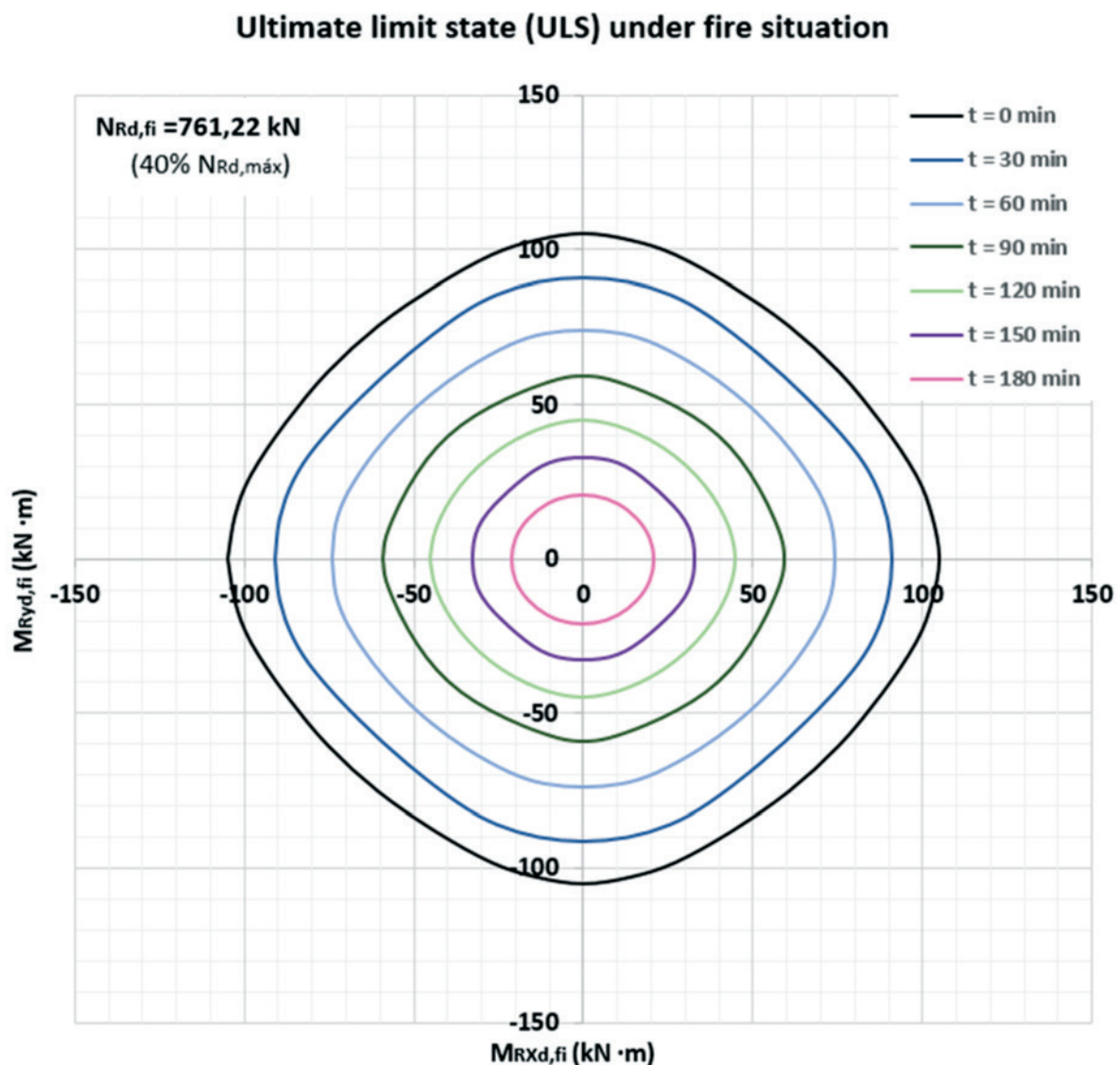


Figure 11
Evolution of interaction diagram at ULS for different fire times

sections in urban environment. With widespread width, the column shear force is not significant, so that the stirrups in these cross sections that do not require large diameters, thus, the $\phi_t \leq 6.3$ cm hypothesis cover a large part of the current columns.

According to Table 5, it can be noticed that such study covers 14 different cross sections. All cross sections have been subjected to:

- Axial loads (N_{Sd}): varying from 0 to $N_{Rd,max}$ with interval of $0.10 N_{Rd,max}$;
- Fire resistance (FR): varying from 0 to 180 min, with interval of 30 min.

The conclusion is, thus, that each cross-section will be subjected to 11 ordinary forces and 7 different fire times, totaling 77 study cases by cross-section, totaling 1078 analysis for this article.

3.3 Reducer factor 'fr' to the ultimate limit state at ambient temperature

As above mentioned, a reducer factor 'fr' is created, which enables

a fire conditions analysis, from, only, the interaction diagram of the ultimate limit state at ambient temperature, without thermal analysis need.

After processing 1078 cases, for each value three cases, the corresponding reducer factors 'fr' were registered, concerning the ultimate limit state at ambient temperature. After the registrations, regressions were performed, using the program LabFit [11], separating the cross section by dimensions, which results are presented in Table 6.

Only the fire time 't' was chosen, as independent variable.

The statistic measure called 'qui-square reduced' is a regression quality indicative performed which, as it is closer to zero, it proves the presented equation reliability.

It was noticed that, for axial load ratios $r_N = \frac{N_{Rd}}{N_{Rd,max}}$ over 0.7,

the regression turned into poor quality, not leading to good results,

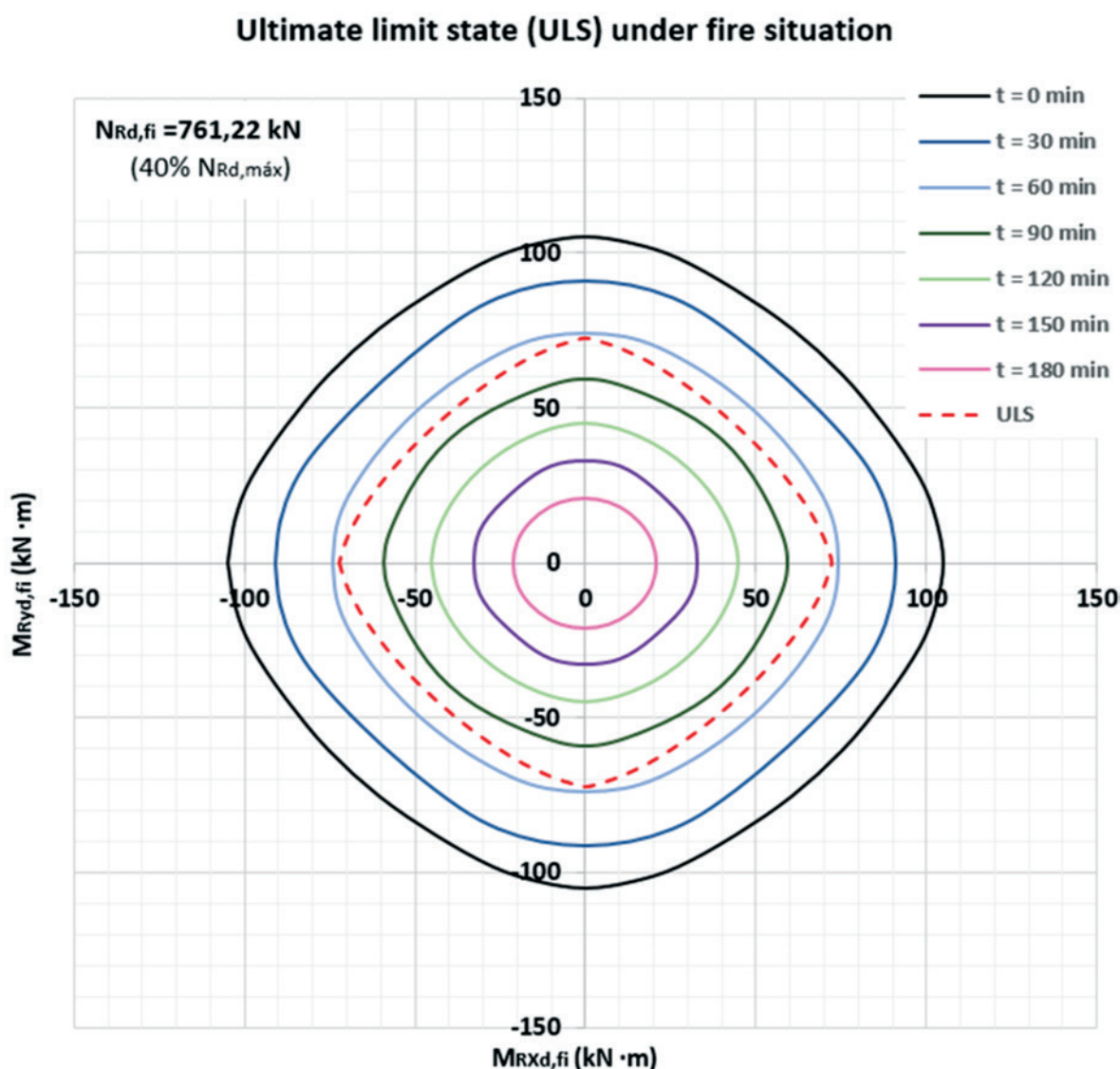


Figure 12

ULS interaction diagram insertion, at ambient temperature, over the ULS interaction diagrams, in fire analysis

Table 5
Cross sections studied

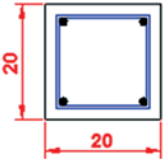
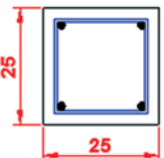
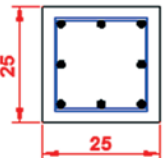
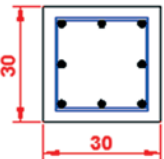
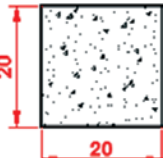
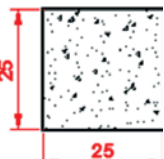
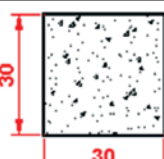
Cross section	Distance from face to the geometric center of reinforcement $c_1 = c + \phi_t + \phi_L/2$ (cm)	Longitudinal reinforcement ϕ_L
	4.5	4 ϕ 10mm
		4 ϕ 12.5mm
		4 ϕ 16mm
	4.5	4 ϕ 10mm
		4 ϕ 12.5mm
	5.0	4 ϕ 16mm
		4 ϕ 20mm
	4.5	8 ϕ 10mm
		8 ϕ 12.5mm
		8 ϕ 16mm
	4.5	8 ϕ 10mm
		8 ϕ 12.5mm
	5.0	8 ϕ 16mm
		8 ϕ 20mm

Table 6
Results to factor ' f_r '

Cross section	Reducer factor ($30 \text{ min} \leq t \leq 180 \text{ min}$ and $r_N \leq 0,7$)	Qui-square reduced χ^2_{red}
	$f_r = 3.615 - 0.710 \ln t$	0.02
	$f_r = 4.016 - 0.757 \ln t$	0.06
	$f_r = 4.053 - 0.736 \ln t$	0.07

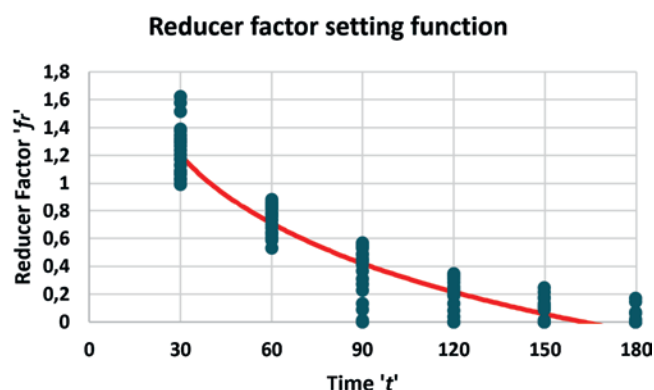


Figure 13
Function illustration that describes the reducer factor against the results achieved

thus it was chosen, at this time, to exclude such data, limiting the method presented herein.

Taking as example the cross sections of 20x20 cm dimensions, the graph shown in Figure 13 shows the function ' f_r ' against the values achieved by the program developed by the authors.

3.4 Reducer factor ' f_r ' application example

At first, the ultimate limit state at room temperature analysis is performed, as provided by standard ABNT NBR 6118:2014, and to achieve the fire ultimate limit state, at a specific fire resistance time ' t ', the reducer factor ' f_r ' is applied to the values found. The procedure's advantage is preventing any fire analysis and achieving approximate results.

It is worth noting that, at ambient temperature, according to standard ABNT NBR 6118:2014, the concrete tension distribution is performed as per the parabola-rectangle diagram, with peak

stress equals to $0.85 f_{cd}$, however, as alternative, if the uniform tension block is used, with neutral axis position 80% depth, the tension must be taken as $0.765 f_{cd}$, as the section width, measured in parallel to the neutral line, decreases from this one to the compressed edge.

Taking as numeric example a 30x30 cm section, characteristic resistance to concrete compression $f_{ck} = 30$ Mpa, with 8 reinforcing bars of $\phi 10$ mm of CA-50, and the method proposed in this article is applied to an axial load $N_{sd} = 761.22$ kN (40% of $N_{Rd,max}$).

In this case, to achieve the fire conditions ultimate limit state, for a fire exposure time of 90 min, in the four cross section faces, it is enough to apply the reducer factor to the ultimate limit state achieved at ambient temperature, according to standard ABNT NBR 6118:2014. The results are found in Table 7.

$$f_r = f_r = 4.053 - 0.736 \ln 90 = 0.74$$

The corresponding interaction diagram to fire ultimate limit state, for a fire resistance time (FRT) of 90 minutes, achieved from the diagram at ambient temperature, with reducer factor application, was compared to the corresponding to fire analysis, using the advanced calculation methods, according to Figure 14.

Note, in Figure 14, that the fire ultimate limit state curve, achieved by the simplified method proposed herein, with the reducer factor application, the curve achieved remains internal as the fire analysis is performed with the advanced calculation method, by means of the program developed by the authors, considering the several variables involved.

4. Conclusions

It was proposed, in this article, a simplified procedure that enables inferring the internal load capacity for columns, concerning the requesting internal loads, for biaxial bending, in symmetric fire conditions, within specific dimension and load limits, from values found at ambient temperature.

For each fire resistance time, the internal load capacity reduction

Table 7
ULS assessment on fire from ULS at ambient temperature

α (°)	Ambient temperature		Fire $t = 90$ min ($f_r = 0.74$)	
	M_{Rxd} (kN·m)	M_{Ryd} (kN·m)	$M_{Rxd,fi}$ (kN·m)	$M_{Ryd,fi}$ (kN·m)
0	-72.28	0.00	-53.48	0.00
10	-69.59	-8.78	-51.50	-6.50
20	-64.88	-18.21	-48.01	-13.47
30	-58.17	-28.08	-43.05	-20.78
40	-49.27	-38.77	-36.46	-28.69
50	-38.77	-49.27	-28.69	-36.46
60	-28.08	-58.17	-20.78	-43.05
70	-18.21	-64.88	-13.47	-48.01
80	-8.78	-69.59	-6.50	-51.50
90	0.00	-72.28	0.00	-53.48

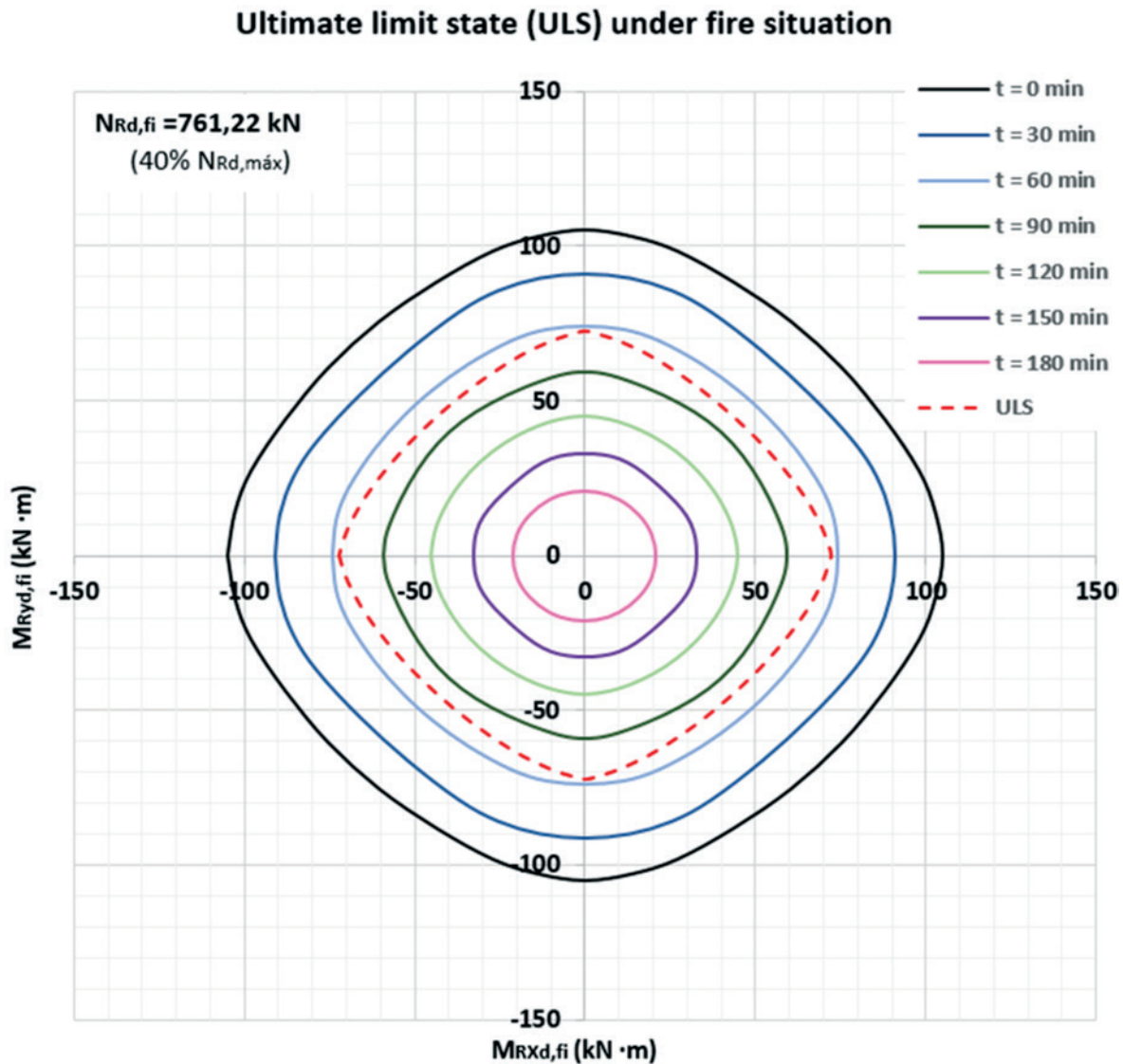


Figure 14
Achieved result comparison, by the approximate method, using the reducer factor 'fr', with the result achieved by fire advanced analysis

concerning the ambient temperature complies with some proportionality, what enabled creating a reduction factor 'fr' which, applied to the results found at ambient temperature, provides the fire conditions results.

The procedure proposed in this article enables, in simplified form, to assess the results related to the internal load capacity, in fire conditions, dismissing the thermal analysis.

The method proposed herein can only be applied within the limits presented in the article. Studies to expand such limits are in progress.

5. Acknowledgements

The authors wish to thank CAPES - Higher Education Personnel Improvement Coordination, CNPq - National Scientific Research

and Development Council, and FAPESP - Research Support Foundation of the State of São Paulo.

6. Bibliographic references

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. NBR 15200, Rio de Janeiro, 2012.
- [3] EL-FITIANY, S.F.; YOUSSEF, M.A. Interaction diagrams for fire-exposed reinforced concrete sections. Journal: Engineering Structures, v. 70, p. 246–259, July 2014.
- [4] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION.

- Eurocode 2: Design of concrete structures – part 1.2 General rules – structural fire design. EN 1992-1-2. Brussels: CEN, 2004.
- [5] FIRE SAFETY DESIGN (FSD). TCD 5.0 User's manual. Lund: Fire Safety Design AB, 2007
- [6] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 834: Fire-resistance tests: elements of building construction - part 1.1: general requirements for fire resistance testing. Geneva, 1999. 25 p. (Revision of first edition ISO 834:1975).
- [7] LAW, A.; GILLIE, M. Interaction Diagrams for Ambient and Heated Concrete Sections. Journal: Engineering Structures, v. 32, n. 6, p. 1641-1649, 2010.
- [8] MOREIRA, A. M. M. M. Verificação de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta em situação de incêndio. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.
- [9] RODRIGUEZ, J.; ARISTIZABAL-OCHOA, J. D. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section. Journal of Structural Engineering, v. 125, n. 6, p. 672-683, June 1999.
- [10] SILVA, V. P. Projeto de Estruturas de Concreto em Situação de Incêndio. São Paulo: Editora Blucher, 2012.
- [11] SILVA, W.P.; SILVA, C.M.D.P.S. LAB Fit Curve Fitting Software (Nonlinear Regression and Treatment of Data Program) v 7.2.49 (1999-2016).

Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions

Determinação do ELU, para pilares com pequenas dimensões, sob flexão composta oblíqua e incêndio simétrico



M. CHEREM^a
cherem@usp.br

V. P. SILVA^a
valpigss@usp.br

Abstract

Obtaining internal load capacity, in reinforced concrete sections, at ambient temperature, under biaxial bending, is one of the most common tasks done by structural engineers, but not so common when the member is in fire situation. The intention of this paper is to show that is possible to correlate the ultimate limit state (ULS), in fire situation, with ULS at ambient temperature, for square cross sections under fire from all faces. To reach the purpose and give support to the numerical analysis of this article, a computer program, in Delphi language, called COL FIRE, is being developed by the authors.

Keywords: fire, columns, ultimate limit state, ULS, interaction diagram.

Resumo

A obtenção dos esforços internos resistentes, em seções de concreto armado, à temperatura ambiente, sob flexão composta oblíqua, é uma das tarefas mais comuns realizadas por engenheiros de estruturas, mas não tão comum quando o elemento está submetido a ação de incêndio. O objetivo deste artigo é ilustrar que é possível correlacionar o estado-limite último (ELU), em situação de incêndio, ao ELU à temperatura ambiente, para seções quadradas sob incêndio em todas as faces. Para atingir o propósito e dar suporte à análise numérica deste artigo, um programa de computador, em linguagem Delphi, chamado COL FIRE, está em desenvolvimento pelos autores.

Palavras-chave: incêndio, pilares, estado-limite último, ELU, diagrama de interação.

^a Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, SP, Brasil.

1. Introdução

A obtenção do estado-limite último (ELU), em situação de incêndio, tanto para flexão composta normal (FCN), quanto para flexão composta oblíqua (FCO), já foi apresentada por alguns autores como, por exemplo, EL-FITIANY S.F.; YOUSSEF M.A. [3]), MO-REIRA A. M. M. M. [8], LAW A.; GILLIE M. [7] e RODRIGUEZ J.; ARISTIZABAL-OCHOA J. D. [9]. Essa análise, entretanto, é relativamente complicada e impossível de ser conseguida sem um programa computacional específico de análise de incêndio.

Há ainda métodos simplificados de cálculo, como, por exemplo, o método da Método da Isoterma de 500° C, ilustrado no EN 1992-1-2 [4], porém, esses métodos também dependem de análise térmica, que muitas vezes não está disponível aos engenheiros de estruturas nos escritórios de cálculo.

Em todas publicações pesquisadas, nacionais ou internacionais, não foi encontrada qualquer uma que correlacione resultados calculados para a situação de incêndio com aqueles encontrados à temperatura ambiente. O objetivo dos autores é mostrar que é possível criar um método simplificado para determinar o estado-limite último (ELU) em situação do incêndio, sem qualquer análise térmica ou código computacional demasiadamente requintado, tendo por base apenas o estado-limite último (ELU), obtido à temperatura ambiente, cuja determinação já foi muito bem difundida no meio técnico.

A escolha pelas seções quadradas de pequenas dimensões tem como objetivo principal servir de base para análise de pilares encontrados em indústrias, galpões e pequenos edifícios residenciais. Também pode ser entendida como ponto de partida para avanços desta pesquisa para seções de pilares com diferentes formas e dimensões a serem feitos em trabalhos futuros.

2. A análise de incêndio com métodos avançados de cálculo

Conforme o EN 1992-1-2 [4], os métodos avançados de cálculo devem prover uma análise realista das estruturas expostas ao incêndio. Essas análises têm por base comportamentos físicos

fundamentais que conduzem a uma aproximação confiável da resposta esperada para o elemento estrutural sob a ação de incêndio. Os métodos avançados de cálculo devem incluir modelos de cálculo para determinação do:

- desenvolvimento e distribuição da temperatura no interior do elemento estrutural (modelo de resposta térmica);
- comportamento mecânico da estrutura (modelo de respostas mecânica).

Os métodos avançados de cálculo podem ser usados associados a qualquer curva de aquecimento (tempo-temperatura), desde que as propriedades mecânicas dos materiais sejam conhecidas no intervalo de temperaturas obtidas.

Os métodos avançados de cálculo ainda podem ser usados para qualquer tipo de seção transversal.

2.1 O campo de temperaturas

Em uma análise de uma seção transversal plana, o processo inicial, em qualquer análise que envolva incêndio, é estabelecer a curva de incêndio (tempo-temperatura) ao qual o elemento estrutural estará submetido e quais as faces da seção transversal estarão submetidas a atuação do incêndio proposto.

Utiliza-se, para a análise aqui proposta, a curva da ISO – 834 [6], também conhecida como curva de incêndio-padrão.

Com a curva tempo-temperatura estabelecida e todas as faces (quatro) submetidas a incêndio, determina-se a temperatura $\theta(t)$ de cada ponto da seção transversal, a cada instante de tempo desejado t . Para tal feito é necessário recorrer a uma análise numérica, com base no método dos elementos finitos aplicado à transmissão de calor. Neste trabalho, essa etapa conta com o auxílio do programa computacional *SuperTempcalc*, desenvolvido pelo sueco Dr. Yngve. Anderberg [5]. Um exemplo de resultados pode ser visualizado na Figura 1.

O *SuperTempcalc* é um programa de análise térmica, bidimensional, não linear, em regime transiente, que incorpora propriedades térmicas dos materiais, as quais são variáveis em função da temperatura, na equação diferencial de transferência de calor. O calor por convecção e radiação no contorno do elemento pode ser

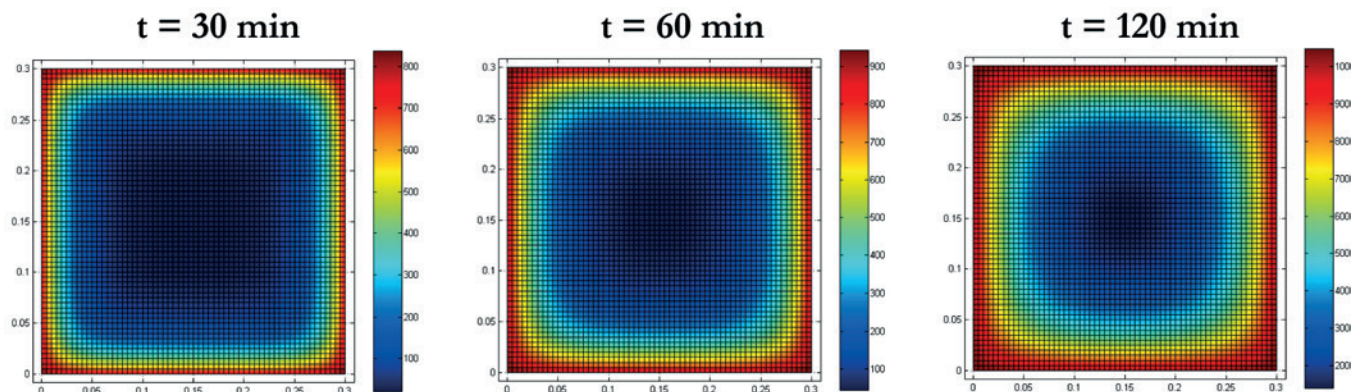


Figura 1

Resultados do programa *SuperTempcalc* (5), para uma seção transversal quadrada de 30x30 cm, em diversos tempos de incêndio

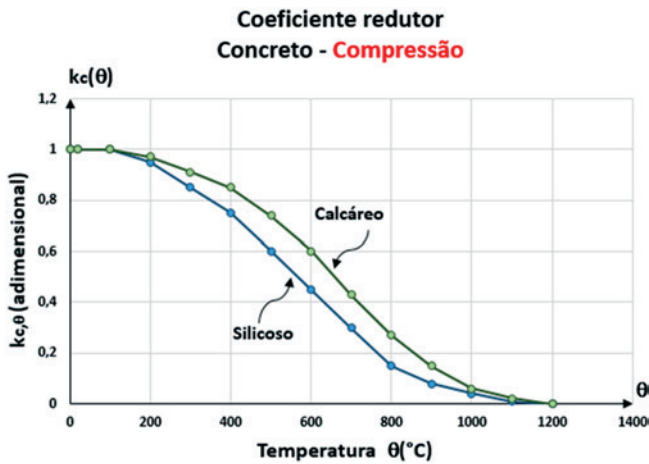


Figura 2
Fator de redução da resistência do concreto em função da temperatura

modelado em função do tempo. O programa foi validado contra inúmeros resultados experimentais a partir de 1985 e sua confiabilidade é largamente reconhecida, tendo sido usado para elaboração da norma europeia [4].

Dá-se o nome de campo de temperaturas ao conjunto distinto de valores de temperatura relacionados a cada ponto da seção transversal em um determinado instante de tempo 't'.

Geralmente, em estruturas de concreto armado, para a análise de transferência de calor pelo método dos elementos finitos, assume-se que a temperatura de cada barra 'θ_{bi}' seja a mesma temperatura 'θ_i' obtida na posição de seu centro geométrico na seção transversal.

2.2 Comportamento mecânico do concreto em situação de incêndio

2.2.1 Resistência à compressão do concreto na temperatura θ

Conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], a resistência à compressão do concreto decresce com o aumento da temperatura, conforme mostrado na Figura 2, podendo ser obtida pela Equação 1.

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_{ck} \quad (1)$$

Na Equação 1,

f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto em situação normal;

$k_{c,\theta}$ é o fator de redução da resistência do concreto na temperatura θ , conforme Tabela 1.

Permite-se estimar a capacidade do concreto, nos elementos estruturais em situação de incêndio, a partir da resistência à compressão na temperatura θ .

2.2.2 Relação tensão-deformação na compressão

As propriedades da relação tensão-deformação de concretos carregados uniaxialmente a elevadas temperaturas devem ser obti-

Tabela 1

Valores da relação $f_{c,\theta}/f_{ck}$ para concretos de massa específica normal

	Agregado silicioso	Agregado calcáreo
θ (°C)	$f_{c,\theta}/f_{ck}$	$f_{c,\theta}/f_{ck}$
20	1,00	1,00
100	1,00	1,00
200	0,95	0,97
300	0,85	0,91
400	0,75	0,85
500	0,60	0,74
600	0,45	0,6
700	0,30	0,43
800	0,15	0,27
900	0,08	0,15
1000	0,04	0,06
1100	0,01	0,02
1200	-	-

Fonte: EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

das pela relação tensão-deformação exibidas na Figura 3.

A relação tensão-deformação dada na Figura 3 é definida por três parâmetros:

- Resistência a compressão $f_{c,\theta}$;
- A deformação $\epsilon_{c1,\theta}$ correspondente ao valor de tensão $f_{c,\theta}$;
- A deformação $\epsilon_{cu1,\theta}$ correspondente ao valor de deformação última no concreto.

Valores para cada um desses parâmetros, em função da temperatura, são dados na Tabela 2. Para valores intermediários

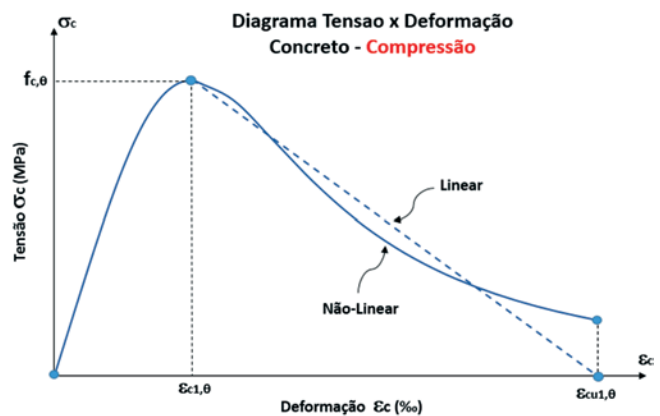


Figura 3
Diagrama Tensão-Deformado do concreto à compressão

Tabela 2

Parâmetros para a relação tensão-deformação

θ (°C)	$\varepsilon_{c1,\theta}$ (‰)	$\varepsilon_{cu1,\theta}$ (‰)
20	2,5	20
100	4,0	22,5
200	5,5	25
300	7,0	27,5
400	10	30
500	15	32,5
600	25	35
700	25	37,5
800	25	40
900	25	42,5
1000	25	45
1100	25	47,5
1200	-	-

Fonte: EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

pode-se recorrer à interpolação linear.

Os parâmetros especificados na Tabela 2 devem ser usados para concreto de densidade específica normal com agregados silicosos ou calcários (contém, no mínimo, 80% de agregado calcário em peso). Conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], o trecho ascendente do diagrama pode ser descrito pela Equação 2.

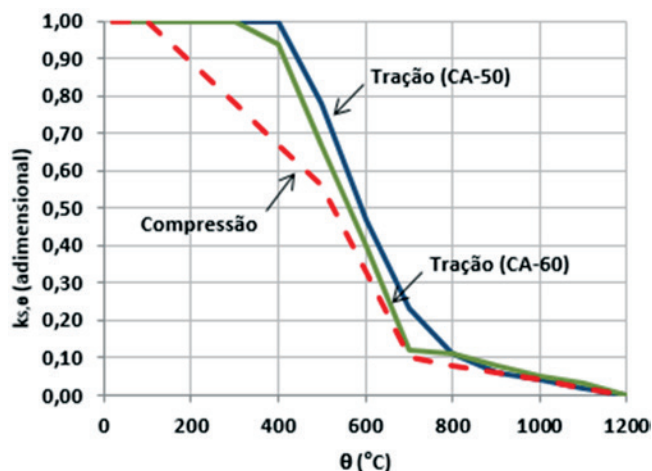
$$\sigma_c = \frac{3 n_c n f_c}{c_{l,} \left[2 + \left(\frac{c}{c_{l,}} \right)^3 \right]} \quad (2)$$

O trecho descendente do diagrama pode ser descrito pela mesma relação do ramo ascendente ou, opcionalmente, como um trecho linear, conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], conforme Equações 3 e 4.

$$\text{Não linear: } \sigma_c = \frac{3 n_c n f_c}{c_{l,} \left[2 + \left(\frac{c}{c_{l,}} \right)^3 \right]} \quad (3)$$

$$\text{Linear: } \sigma_c = \frac{(c_{ul,} - c)}{(c_{ul,} - c_{l,})} \cdot f_{c,\theta} \quad (4)$$

Ainda segundo EN 1992-1-2 [4], possíveis ganhos de resistência do concreto na fase de resfriamento não devem ser levados em conta.

**Figura 4**

Fator de redução da resistência do aço de armadura passiva em função da temperatura

2.3 Comportamento mecânico do aço em situação de incêndio

2.3.1 Resistência ao escoamento na temperatura θ

Conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], a resistência ao escoamento do aço da armadura passiva decresce com o aumento da

Tabela 3

Valores da relação $f_{y,\theta}/f_{yk}$ para aços de armadura passiva

θ (°C)	$f_{y,\theta}/f_{yk}$		
	Tração CA-50	Tração CA-60	Compressão CA-50 ou CA-60
20	1,00	1,00	1,00
100	1,00	1,00	1,00
200	1,00	1,00	0,89
300	1,00	1,00	0,78
400	1,00	0,94	0,67
500	0,78	0,67	0,56
600	0,47	0,40	0,33
700	0,23	0,12	0,10
800	0,11	0,11	0,08
900	0,06	0,08	0,06
1000	0,04	0,05	0,04
1100	0,02	0,03	0,02
1200	0,00	0,00	0,00

Fonte: ABNT NBR 15200 (2), EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

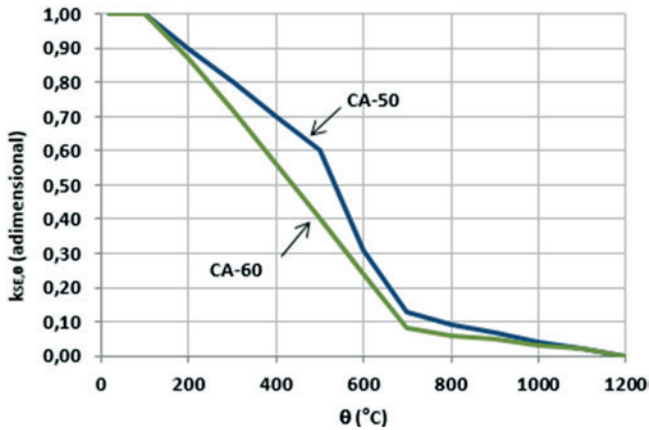


Figura 5
Fator de redução do módulo de elasticidade do aço de armadura passiva em função da temperatura

temperatura, conforme mostrado na Figura 4, podendo ser obtida pela seguinte Equação 5.

$$f_{y,\theta} = k_{s,\theta} \cdot f_{yk} \quad (5)$$

Na Equação 5, f_{yk} é a resistência característica do aço de armadura passiva em situação normal,

Tabela 4
Valores da relação $E_{s,\theta}/E_s$ para aços de armadura passiva

θ (°C)	$E_{s,\theta}/E_s$	
	CA-50	CA-60
20	1,00	1,00
100	1,00	1,00
200	0,90	0,87
300	0,80	0,72
400	0,70	0,56
500	0,60	0,40
600	0,31	0,24
700	0,13	0,08
800	0,09	0,06
900	0,07	0,05
1000	0,04	0,03
1100	0,02	0,02
1200	0,00	0,00

Fonte: ABNT NBR 15200 (2), EN 1992-1-2 (4) e SILVA (10)

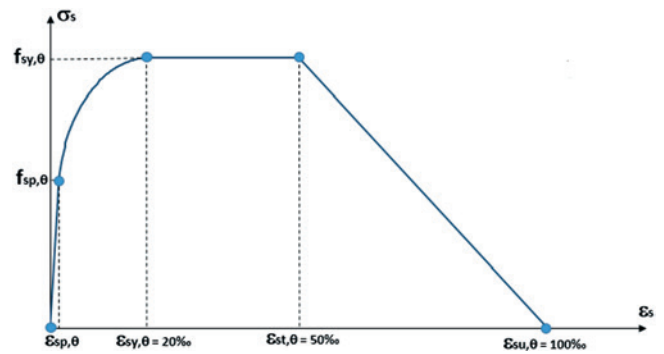


Figura 6
Relação tensão-deformação para os aços de armadura passiva

$k_{s,\theta}$ é o fator de redução da resistência do aço na temperatura θ , conforme Tabela 3.

- curva cheia: $k_{s,\theta}$ aplicável quando $\epsilon_{si} \geq 2\%$, usualmente armaduras tracionadas de vigas, lajes ou tirantes;
- curva tracejada: $k_{s,\theta}$ aplicável quando $\epsilon_{si} < 2\%$, usualmente armaduras comprimidas de pilares, vigas ou lajes.

2.3.2 Módulo de elasticidade na temperatura θ

Conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], o módulo de elasticidade do aço da armadura passiva decresce com o aumento da temperatura, conforme mostrado na Figura 5, podendo ser obtido pela Equação 6.

$$E_{s,\theta} = k_{sE,\theta} \cdot E_s \quad (6)$$

Na Equação 6, E_s é o módulo de elasticidade do aço de armadura passiva em situação normal, $k_{sE,\theta}$ é o fator de redução do módulo de elasticidade do aço na temperatura θ , conforme Tabela 4.

2.3.3 Relação tensão-deformação na temperatura θ

As propriedades da relação tensão-deformação dos aços de armadura passiva a elevadas temperaturas devem ser obtidas pela relação tensão-deformação exibidas na Figura 6.

A relação tensão-deformação dada na Figura 6 é definida por quatro parâmetros:

- A deformação $\epsilon_{sp,\theta}$ correspondente ao valor de tensão $f_{sp,\theta}$ (limite de proporcionalidade);
- A deformação $\epsilon_{sy,\theta}$ correspondente ao valor de tensão $f_{sy,\theta}$ (resistência ao escoamento);
- A deformação $\epsilon_{st,\theta}$ correspondente ao valor de tensão $f_{sy,\theta}$ (término do patamar);
- A deformação $\epsilon_{su,\theta}$ correspondente ao valor de deformação última no aço.

Conforme disposto no EN 1992-1-2 [4], os quatro diferentes trechos do diagrama tensão-deformação podem ser descritos pelas Equações 7 a 10.

$$\sigma_s = E_{s,\theta} \cdot \epsilon_s \tag{7}$$

$$\sigma_s = f_{sp,\theta} - c + \left(\frac{b}{a}\right) n \sqrt{a^2 - \left(\frac{y}{a}\right)^2} \tag{8}$$

$$\sigma_s = f_{sy,\theta} \tag{9}$$

$$\sigma_s = \frac{\left(\frac{su}{sy} - \frac{s}{st}\right)}{\left(\frac{su}{sy} - \frac{st}{st}\right)} \cdot f_{sy,\theta} \tag{10}$$

Na Equação 8, os valores dos coeficientes a, b e c são dados pelas Equações 11 a 13.

$$c = \frac{\left(f_{sy} - f_{sp}\right)^2}{\left(\frac{su}{sy} - \frac{sp}{st}\right) E_s - 2\left(f_{sy} - f_{sp}\right)} \tag{11}$$

$$a = \sqrt{\left(\frac{su}{sy} - \frac{sp}{st}\right) \left(\frac{su}{sy} - \frac{sp}{st} + \frac{c}{E_s}\right)} \tag{12}$$

$$b = \sqrt{c \left(\frac{su}{sy} - \frac{sp}{st}\right) E_s + c^2} \tag{13}$$

2.4 Os esforços internos solicitantes

O terno de esforços internos solicitantes (N, M_x, M_y) é obtido pela integração dos valores das tensões ao longo da seção transversal, com a observação de que, sabidamente, as tensões são funções das deformações que, por sua vez, são funções das temperaturas, que, mais uma vez, são funções do tempo 't'.

$$N = \sum_{ci} \left(c_i(t_i)\right) \cdot A_{ci} + \sum_{si} \left(s_i(t_i)\right) \cdot A_{si} \tag{14}$$

$$M_x = -\sum_{ci} \left(c_i(t_i)\right) \cdot y_{ci} \cdot A_{ci} - \sum_{si} \left(s_i(t_i)\right) \cdot y_{si} \cdot A_{si} \tag{15}$$

$$M_y = \sum_{ci} \left(c_i(t_i)\right) \cdot x_{ci} \cdot A_{ci} + \sum_{si} \left(s_i(t_i)\right) \cdot x_{si} \cdot A_{si} \tag{16}$$

2.5 O universo possível de resultados – superfície de interação

Para determinar o terno de esforços (N, M_x, M_y) de uma seção transversal, em um determinado tempo 't' de incêndio, é necessário impor três parâmetros para a seção transversal: a inclinação

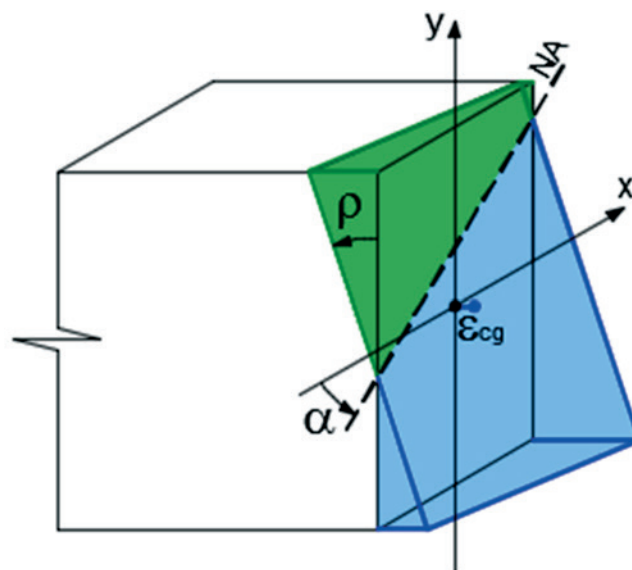


Figura 7 Parâmetros que definem o terno de esforços (N, M_x e M_y)

da linha neutra (alpha), a curvatura da seção transversal (rho) e a deformação do centro geométrico (epsilon_cg), conforme ilustrado na Figura 7. Vale lembrar que a imposição de quaisquer três valores (alpha, rho, epsilon_cg) corresponde a um único e exclusivo terno de esforços (N, M_x e M_y).

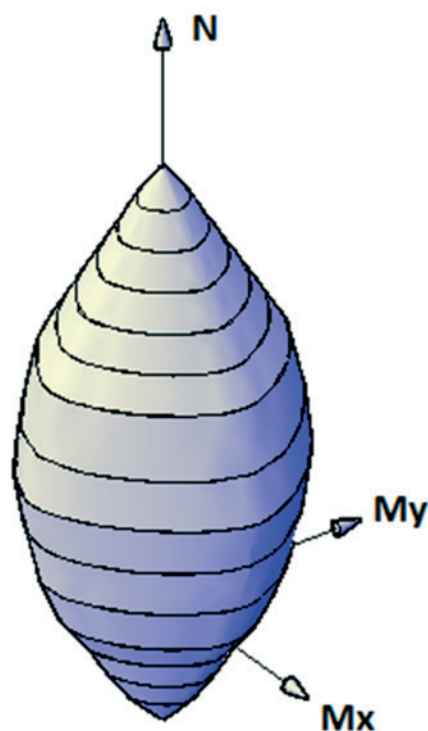


Figura 8 Universo de resultados variando os três parâmetros (alpha, rho e epsilon_cg)

Por outro lado, é praticamente impossível fixar valores de curvatura e deformação do centro geométrico que conduzam ao estado-limite último (ELU).

Na análise em incêndio, os valores são variáveis, funções da temperatura, o que torna impossível determinar os valores exatos. O que se propõe, nesse caso, é fazer a variação dos parâmetros mencionados até valores suficientemente elevados, de modo que o estado-limite último apareça naturalmente.

- Inclinação da linha neutra (α): variando de 0 a 360° ;
- Curvatura da seção transversal (ρ): $0 \leq \rho \leq \rho_{m\acute{a}x}$;
- Deformação do centro geométrico (ϵ_{cg}): $\epsilon_{cg,min} \leq \epsilon_{cg} \leq \epsilon_{cg,m\acute{a}x}$.

O universo de resultados possíveis pode ser visualizado na Figura 8.

2.6 Forças normais limites

Para uma seção retangular de concreto armado, a máxima força normal resistente (N_{Rd}) e, obviamente, a máxima força normal solitante (N_{Sd}) que pode ser aplicada, à temperatura ambiente, fica compreendida no intervalo determinado pelas Equações 17 e 18.

$$N_{Rd,min} = - A_s \cdot f_{yd} \quad (17)$$

$$N_{Rd,m\acute{a}x} = A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_{s,ec2} \quad (18)$$

Na Equação 17,

A_s é a área total de armadura na seção transversal

f_{yd} é o valor da resistência de escoamento de cálculo do aço, à temperatura ambiente

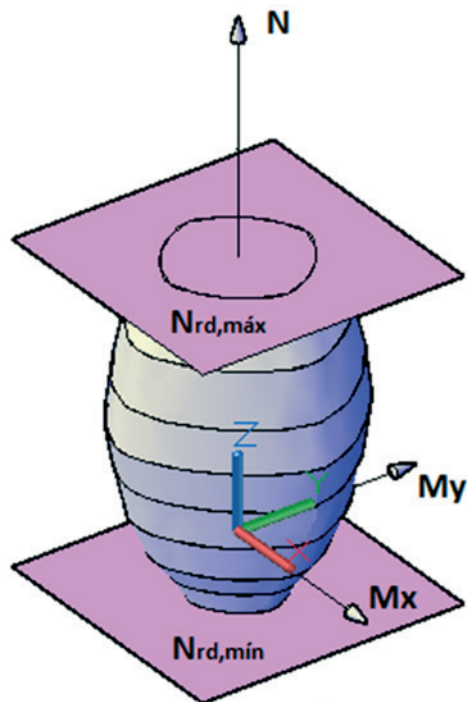


Figura 9
Universo de casos limitado pelas forças normais limites

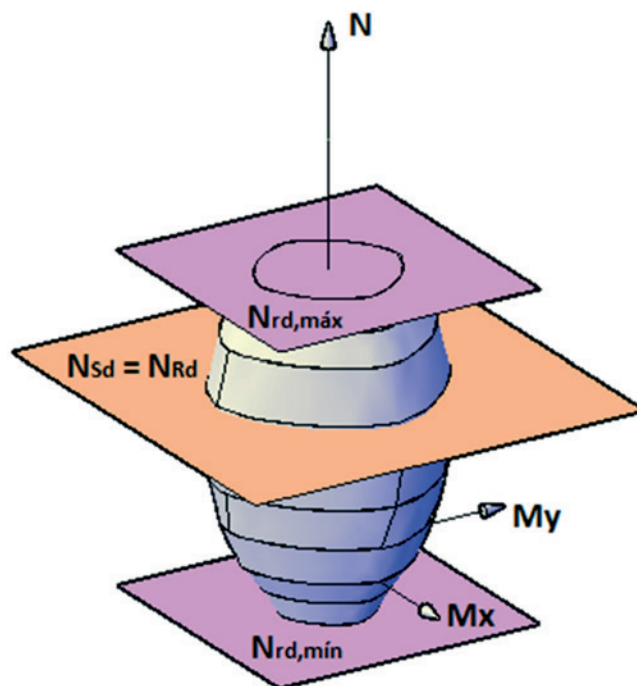


Figura 10
Plano de corte na normal de interesse

Na Equação 18,

A_c é a área de concreto na seção transversal

f_{cd} é o valor da resistência à compressão de cálculo do concreto, à temperatura ambiente

$\sigma_{s,ec2}$ é o valor da tensão de compressão do aço, correspondente a deformação de compressão ϵ_{c1} do concreto, à temperatura ambiente
A inserção destes dois valores na superfície de interação representam dois planos limitantes, conforme Figura 9.

Nos projetos usuais de estruturas, a força normal solitante (N_{Sd}) é sempre uma parcela da força normal resistente (N_{Rd}), pois, numericamente, se N_{Sd} fosse em valor numérico igual a N_{Rd} , a seção transversal estaria no limite de sua capacidade, suportando apenas uma compressão simples, sem a possibilidade de momentos fletores concomitantes.

2.7 O diagrama de interação para a força normal de interesse

Determinado o universo de possibilidades, conforme descrito no item anterior, para a força normal de interesse, passa-se um plano horizontal, destacando os valores extremos nesse plano, valores que correspondem exatamente ao estado-limite último (ELU) em incêndio, naquele instante de tempo considerado, conforme exibido na Figura 10.

Tomando como exemplo numérico uma seção de 30x30 cm, resistência característica à compressão do concreto $f_{ck} = 30$ MPa, 8 barras de $\phi 10$ mm de CA-50, força normal $N_{Sd} = 761,22$ kN (40% de $N_{Rd,m\acute{a}x}$), o programa desenvolvido pelos autores fornece as curvas de estado-limite último exibidas Figura 11.

Observando-se os diagramas de interação para o estado-limite último

da análise de incêndio, percebe-se claramente que, com o avanço do tempo de incêndio, a redução da capacidade resistente, em relação aos esforços solicitantes, respeita certa proporcionalidade.

3. Resultados e discussões

Neste item serão incluídos os resultados na forma de figuras e tabelas. Os resultados serão discutidos de forma a substanciar as considerações e conclusões a que o artigo se dispõe.

3.1 Correlação da análise de incêndio com a temperatura ambiente

Percebe-se, pela descrição dos itens anteriores, que a análise em situação de incêndio é demasiadamente trabalhosa, sendo praticamente impossível sua obtenção sem, pelos menos, dois pro-

gramas computacionais devidamente preparados para as análises numéricas: SuperTempcalc [5] (para a transferência de calor) e o programa desenvolvido pelos autores para este artigo (para os esforços internos solicitantes).

Numa tentativa de tornar a abordagem mais simples, decidiu-se propor uma correlação entre a análise do estado-limite último em incêndio com a análise de estado-limite último feita à temperatura ambiente, conforme preconiza a norma ABNT NBR 6118:2014, processo largamente conhecido pelos engenheiros de estruturas. Tomando como exemplo numérico, a seção de 30x30 cm, mesma utilizada anteriormente, ao inserir o diagrama de interação para o estado-limite último à temperatura ambiente sobre os diagramas de interação da análise de incêndio, observa-se o ocorrido na Figura 12.

É possível notar que a curva do estado-limite último à temperatura ambiente, apesar de ser determinada independente da análise

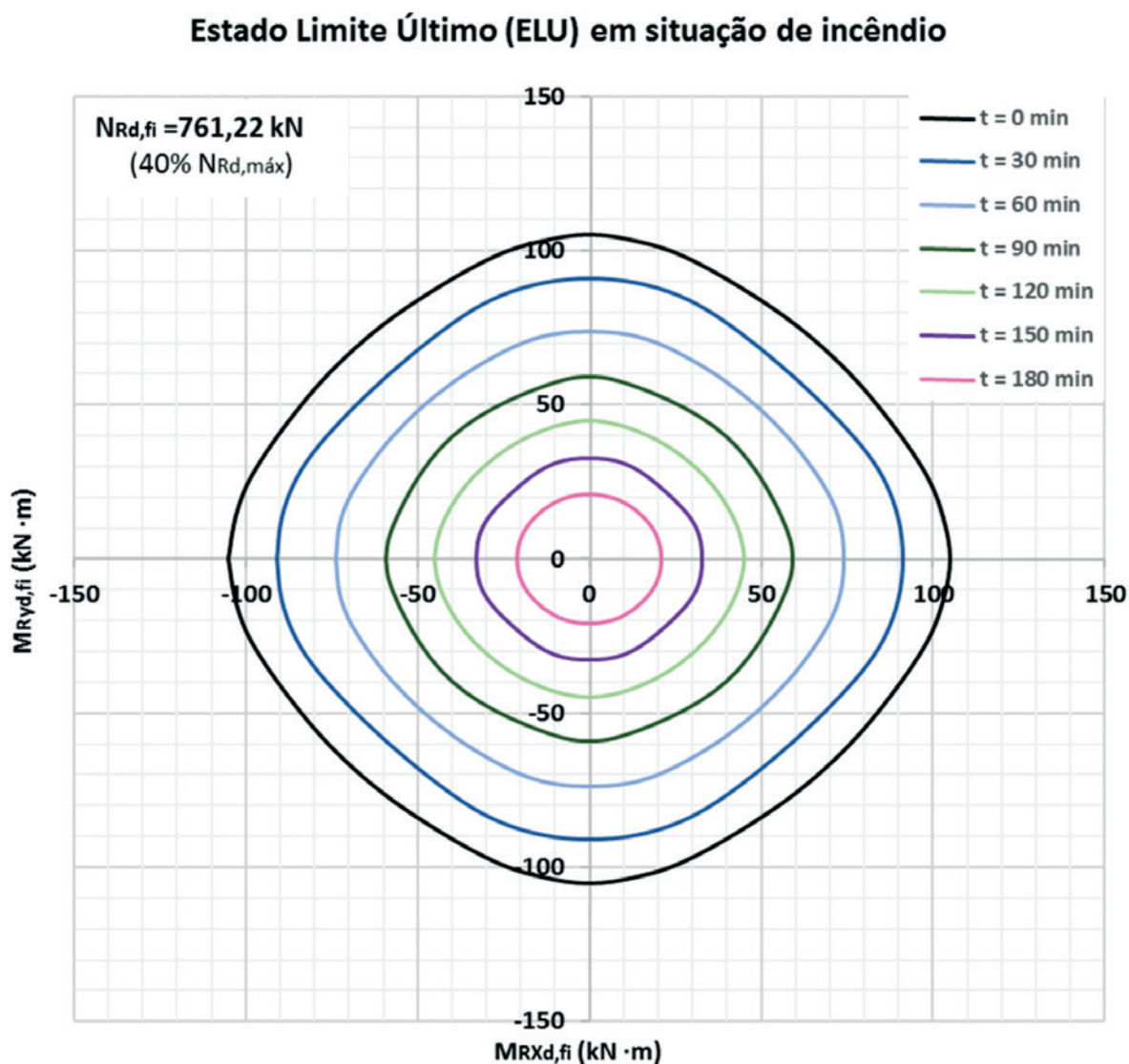


Figura 11

Evolução dos diagramas de interação do ELU para diferentes tempos de incêndio

de incêndio, garante à seção transversal certa capacidade resistente, em relação aos esforços internos solicitantes, que, no caso exemplificado, corresponde visualmente a, aproximadamente, 60 minutos de resistência ao fogo. É óbvio que esse não é um valor fixo para todas as seções transversais, pois esse tempo varia em funções da geometria da seção transversal, quantidade de armadura e valor da força normal.

O fato da seção transversal, dimensionada para o estado-limite último à temperatura ambiente, garantir um determinado tempo resistente ao incêndio é uma propriedade inerente da seção transversal, mesmo que o engenheiro de estruturas não tenha tido a intenção de promover tal propriedade.

A curva associada à temperatura ambiente mantém, aproximadamente, o mesmo formato geométrico das curvas para a situação de incêndio. Essa correspondência sugeriu aos autores que se-

ria possível criar um método aproximado que pode correlacionar qualquer estado-limite último em incêndio, em qualquer tempo, com o estado-limite último obtido à temperatura ambiente, utilizando para isso apenas um fator redutor que, nada mais é, do que uma redução de escala.

3.2 Seções transversais estudadas

Como citado na introdução do artigo, a análise tem como propósito servir de base para pilares de pequenas dimensões, que possam ser usados em indústrias, galpões e edifícios de pequeno porte. Para a criação das seções transversais, alguns parâmetros foram adotados:

- Classe de agressividade ambiental II (CAA II): cobrimento $c = 3 \text{ cm}$;

Estado Limite Último (ELU) em situação de incêndio

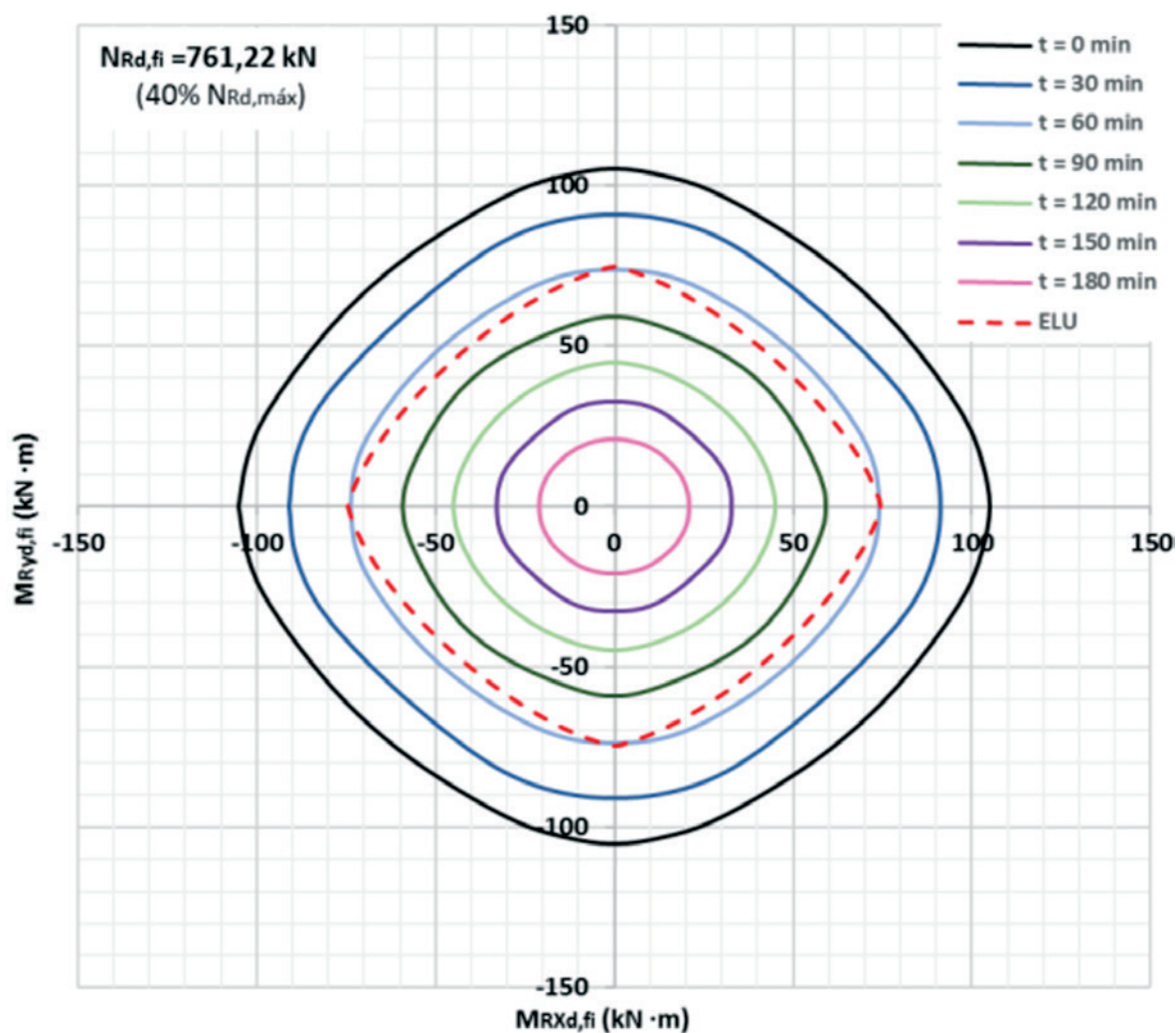


Figura 12

Inserção do diagrama de interação do ELU, à temperatura ambiente, sobre os diagramas de interação do ELU, na análise de incêndio

Tabela 5
Seções transversais estudadas

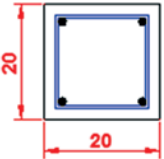
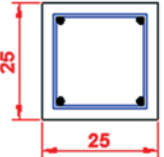
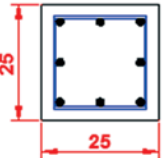
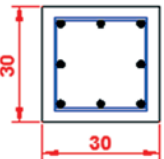
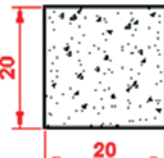
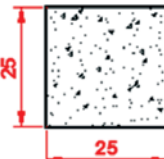
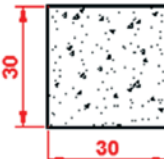
Seção transversal	Distância da face ao centro geométrico das armaduras $c_1 = c + \phi_t + \phi_L/2$ (cm)	Armadura longitudinal ϕ_L
	4,5	4 ϕ 10mm
		4 ϕ 12,5mm
		4 ϕ 16mm
	4,5	4 ϕ 10mm
		4 ϕ 12,5mm
	5,0	4 ϕ 16mm
	4,5	8 ϕ 10mm
		8 ϕ 12,5mm
		8 ϕ 16mm
	4,5	8 ϕ 10mm
		8 ϕ 12,5mm
		8 ϕ 16mm
	5,0	8 ϕ 20mm

Tabela 6
Resultados para o fator ' f_r '

Seção transversal	Fator redutor ($30 \text{ min} \leq t \leq 180 \text{ min}$ and $r_N \leq 0,7$)	Qui-quadrado reduzido χ^2_{red}
	$f_r = 3,615 - 0,710 \ln t$	0,02
	$f_r = 4,016 - 0,757 \ln t$	0,06
	$f_r = 4,053 - 0,736 \ln t$	0,07

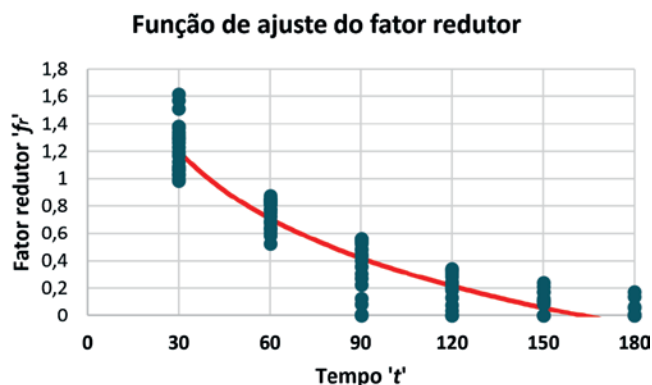


Figura 13
Ilustração da função que descreve o fator redutor contra os resultados obtidos

- Estribos: $\phi_t \leq 6,3$ mm ;
- A escolha da classe de agressividade ambiental tem como propósito estudar as seções de pilares em ambiente urbano. Como largamento difundido, a força cortante de pilares não é significativa, de modo que os estribos nessas seções transversais não precisam ser de grandes diâmetros, sendo assim, a hipótese de $\phi_t \leq 6,3$ cm cobre grande parte dos pilares correntes. Pela Tabela 5, pode-se perceber que este estudo cobre 14 seções transversais distintas. Todas as seções transversais foram submetidas a:
 - Forças normais solicitantes (N_{sd}): variando de 0 a $N_{Rd,máx}$, com intervalo de $0,10 N_{Rd,máx}$;
 - Tempos de resistência ao fogo (TRF): variando de 0 a 180 min, com intervalo de 30 min.

Conclui-se, portanto, que cada seção transversal será submetida a 11 forças normais e 7 tempos de incêndio distintos, totalizando 77 casos de estudo por seção transversal, totalizando 1078 análises neste para este artigo.

Tabela 7

Determinação do ELU em incêndio a partir do ELU à temperatura ambiente

α (°)	Temperatura ambiente		Incêndio $t = 90$ min ($f_r = 0.74$)	
	M_{Rxd} (kN·m)	M_{Ryd} (kN·m)	$M_{Rxd,fi}$ (kN·m)	$M_{Ryd,fi}$ (kN·m)
0	-72,28	0,00	-53,48	0,00
10	-69,59	-8,78	-51,50	-6,50
20	-64,88	-18,21	-48,01	-13,47
30	-58,17	-28,08	-43,05	-20,78
40	-49,27	-38,77	-36,46	-28,69
50	-38,77	-49,27	-28,69	-36,46
60	-28,08	-58,17	-20,78	-43,05
70	-18,21	-64,88	-13,47	-48,01
80	-8,78	-69,59	-6,50	-51,50
90	0,00	-72,28	0,00	-53,48

3.3 Fator redutor 'f_r' para o estado-limite último à temperatura ambiente

Por todo o exposto anteriormente, criou-se um fator redutor 'f_r', que permite uma análise em situação de incêndio, a partir, apenas, do diagrama de interação do estado-limite último à temperatura ambiente, sem necessidade de análise térmica

Após o processamento dos 1078 casos, para cada terno de valores, foram registrados os correspondentes fatores redutores 'f_r', em relação ao estado limite último à temperatura ambiente. Após os registros, foram feitas regressões, utilizando o programa LabFit [11], separando as seções transversais por dimensões, cujos resultados apresentam-se na Tabela 6.

Foi escolhida, como variável independente, apenas o tempo de incêndio 't'.

A medida estatística chamada de "qui-quadrado reduzido" é um indicativo da qualidade da regressão realizada que, quanto mais próxima de zero, comprova a confiabilidade da equação apresentada.

Percebeu-se que, para relações da força normal $r_N = \frac{N_{Rd}}{N_{Rd,máx}}$

superiores a 0,7, a regressão se tornava de má qualidade, não conduzindo a bons resultados, assim, optou-se, neste momento, por excluir esses dados, limitando o método ora apresentado.

Tomando, como exemplo, as seções de dimensões 20x20 cm, o gráfico exibido na Figura 13 ilustra a função 'f_r' contra os valores obtidos pelo programa desenvolvido pelos autores.

3.4 Exemplo de aplicação do fator redutor 'f_r'

Inicialmente realiza-se a análise para o estado-limite último, à temperatura ambiente, conforme preconiza a norma ABNT NBR 6118:2014 e, para obtenção do estado-limite último em incêndio, num determinado tempo de resistência ao fogo 't', aplica-se o fator redutor 'f_r' aos valores encontrados. O procedimento tem por vantagem evitar qualquer análise de incêndio e obter resultados aproximados.

Estado Limite Último - Incêndio x Temperatura ambiente

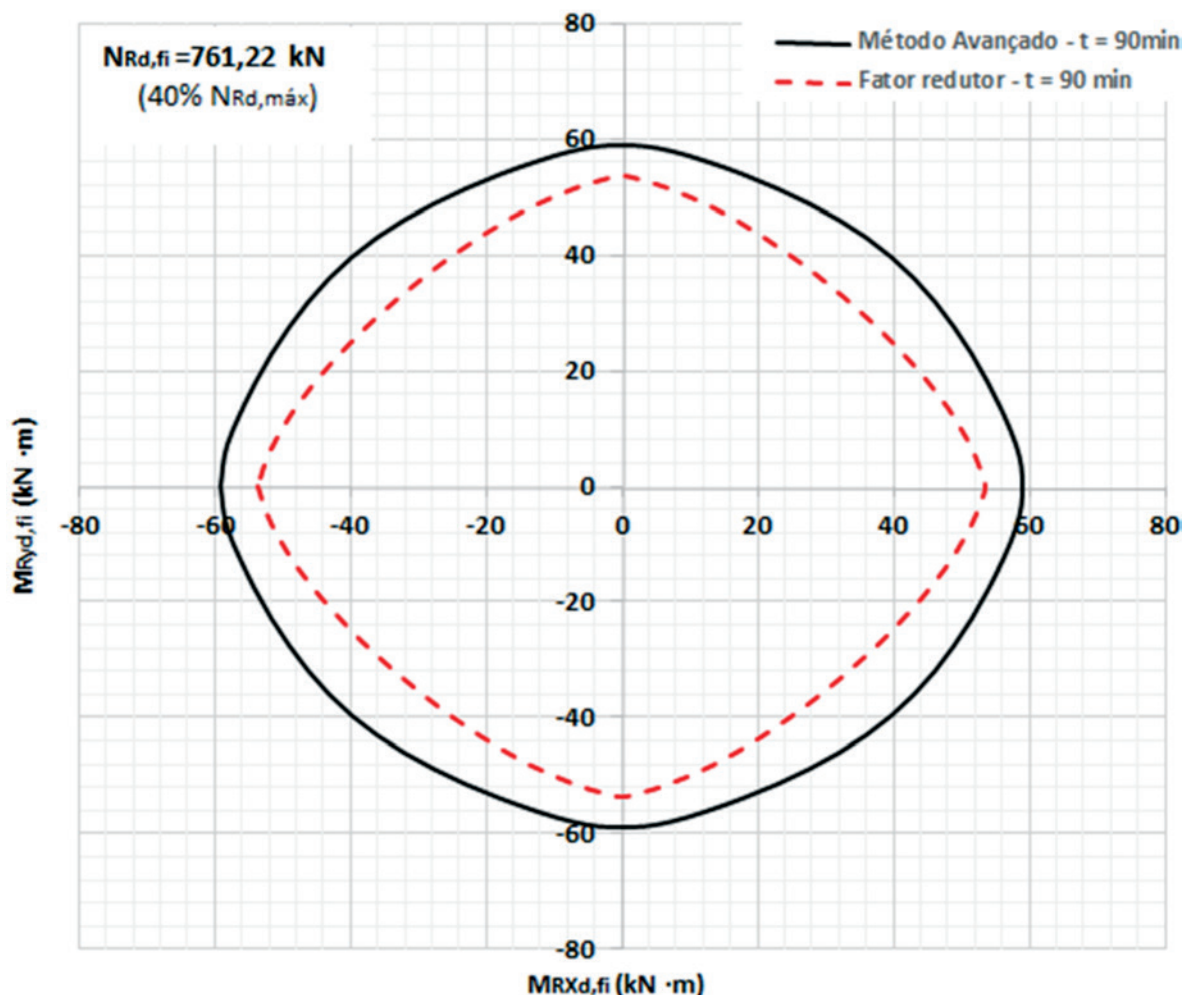


Figura 14

Comparação do resultado obtido, pelo método aproximado, utilizando o fator redutor f_r , com o resultado obtido por análise avançada em incêndio

Vale lembrar que, à temperatura ambiente, conforme a norma ABNT NBR 6118:2014, a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a $0,85 f_{cd}$, porém, como alternativa, se for utilizado o bloco de tensões uniforme, com profundidade de 80% da posição da linha neutra, a tensão deve ser tomada como $0,765 f_{cd}$, pois a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, diminui a partir desta para a borda comprimida.

Tomando como exemplo numérico uma seção de 30x30 cm, resistência característica à compressão do concreto $f_{ck} = 30$ Mpa, com 8 barras de $\phi 10$ mm de CA-50, pode-se aplicar o método proposto neste artigo para uma força normal $N_{sd} = 761,22$ kN (40% de $N_{Rd,máx}$).

Nesse caso, para obter o estado-limite último em situação de incêndio, para um tempo de exposição ao fogo de 90 min, nas qua-

tro faces da seção transversal, basta aplicar o fator redutor ao estado-limite último obtido à temperatura ambiente, conforme norma ABNT NBR 6118:2014. Os resultados encontram-se na Tabela 7.

$$f_r = f_r = 4,053 - 0,736 \ln 90 = 0,74$$

O diagrama de interação correspondente ao estado-limite último em incêndio, para um tempo resistência ao fogo (TRF) de 90 minutos, obtido a partir do diagrama à temperatura ambiente, com a aplicação do fator redutor, foi comparado ao correspondente à análise de incêndio, utilizando os métodos avançados de cálculo, conforme Figura 14.

Note, na Figura 14, que a curva de estado-limite último em incêndio, obtida pelo método simplificado aqui proposto, com a aplicação do fator redutor, fica interna a curva obtida ao realizar-se a análise de incêndio com o método avançado de cálculo, por meio do programa desenvolvido pelos autores, levando em conta as diversas variáveis envolvidas.

4. Conclusões

Propôs-se, neste artigo, um procedimento simplificado que permite inferir os valores da capacidade resistente de pilares, em relação aos esforços internos solicitantes, para flexão composta oblíqua, em situação de incêndio simétrico, dentro de certos limites de dimensões e esforços, a partir dos valores encontrados à temperatura ambiente

Para cada tempo de resistência ao fogo, a redução da capacidade resistente em relação à temperatura ambiente respeita certa proporcionalidade, o que permitiu a criação de um fator de redução ' f_r ' que, aplicado aos resultados encontrados à temperatura ambiente, fornece os resultados para a situação de incêndio.

O procedimento proposto neste artigo permite, de forma simplificada, determinarem-se resultados relativos à capacidade resistente, em situação de incêndio, dispensando a análise térmica.

O método aqui proposto somente pode ser aplicado dentro dos limites apresentados no artigo. Estão em andamento estudos para ampliação desses limites

5. Agradecimentos

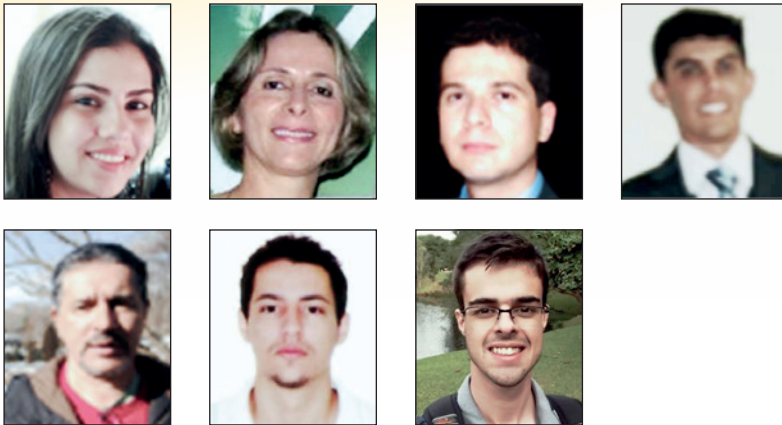
Os autores agradecem à CAPES Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, ao CNPq – Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento Científico e à FAPESP Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

6. Referências bibliográficas

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. NBR 6118, Rio de Janeiro, 2014.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio. NBR 15200, Rio de Janeiro, 2012.
- [3] EL-FITIANY, S.F.; YOUSSEF, M.A. Interaction diagrams for fire-exposed reinforced concrete sections. *Journal: Engineering Structures*, v. 70, p. 246–259, July 2014.
- [4] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. Eurocode 2: Design of concrete structures – part 1.2 General rules – structural fire design. EN 1992-1-2. Brussels: CEN, 2004.
- [5] FIRE SAFETY DESIGN (FSD). TCD 5.0 User's manual. Lund: Fire Safety Design AB, 2007
- [6] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 834: Fire-resistance tests: elements of building construction - part 1.1: general requirements for fire resistance testing. Geneva, 1999. 25 p. (Revision of first edition ISO 834:1975).
- [7] LAW, A.; GILLIE, M. Interaction Diagrams for Ambient and Heated Concrete Sections. *Journal: Engineering Structures*, v. 32, n. 6, p. 1641-1649, 2010.
- [8] MOREIRA, A. M. M. M. Verificação de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta em situação de incêndio. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.
- [9] RODRIGUEZ, J.; ARISTIZABAL-OCHOA, J. D. Biaxial Interaction Diagrams for Short RC Columns of Any Cross Section. *Journal of Structural Engineering*, v. 125, n. 6, p. 672-683, June 1999.
- [10] SILVA, V. P. Projeto de Estruturas de Concreto em Situação de Incêndio. São Paulo: Editora Blucher, 2012.
- [11] SILVA, W.P.; SILVA, C.M.D.P.S. LAB Fit Curve Fitting Software (Nonlinear Regression and Treatment of Data Program) v 7.2.49 (1999-2016).

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method

Avaliação numérico-experimental de prismas de alvenaria estrutural pelo método dos elementos finitos



C. F. R. SANTOS^a
carolrezende@usp.br

R. C. S. S. ALVARENGA^b
rcassia.alvarenga@gmail.com

J. C. L. RIBEIRO^b
jcarlos.ribeiro@ufv.br

L. O. CASTRO^b
lucascastro.ecivil@gmail.com

R. M. SILVA^c
roberto@dees.ufmg.br

A. A. R. SANTOS^d
alexrezendeufv@gmail.com

G. H. NALON^b
gustavohnalon@gmail.com

Abstract

This work developed experimental tests and numerical models able to represent the mechanical behavior of prisms made of ordinary and high strength concrete blocks. Experimental tests of prisms were performed and a detailed micro-modeling strategy was adopted for numerical analysis. In this modeling technique, each material (block and mortar) was represented by its own mechanical properties. The validation of numerical models was based on experimental results. It was found that the obtained numerical values of compressive strength and modulus of elasticity differ by 5% from the experimentally observed values. Moreover, mechanisms responsible for the rupture of the prisms were evaluated and compared to the behaviors observed in the tests and those described in the literature. Through experimental results it is possible to conclude that the numerical models have been able to represent both the mechanical properties and the failure mechanisms.

Keywords: numerical simulation, concrete prisms, prisms failure modes.

Resumo

No presente trabalho desenvolveram-se ensaios experimentais e modelos numéricos capazes de representar o comportamento mecânico de prismas confeccionados com blocos de concreto comuns e de alta resistência. Foram realizados ensaios experimentais de prismas e, para a análise numérica, adotou-se como estratégia de modelagem, a micromodelagem detalhada, onde cada material (bloco e argamassa) foi representado por suas propriedades mecânicas. A validação dos modelos numéricos foi realizada com base em resultados experimentais realizados. Verificou-se que os valores obtidos numericamente de resistência à compressão e módulo de elasticidade diferem 5% em relação aos valores observados experimentalmente. Ainda foram avaliados quais os mecanismos responsáveis pela ruptura dos prismas, comparando-se tanto com o comportamento verificado nos ensaios, quanto com os descritos na literatura. Por meio dos resultados experimentais concluiu-se que os modelos numéricos foram capazes de representar tanto as propriedades mecânicas quanto os mecanismos responsáveis pela ruptura.

Palavras-chave: simulação numérica, prismas de concreto, modos de ruptura prismas.

^a Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil;

^b Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brasil;

^c Professor Titular, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, Belo Horizonte, Brasil;

^d Universidade Federal de Lavras, Viçosa, MG, Brasil.

1. Introduction

Masonry structure is a building system with elements that perform both structural and sealing functions, thus allowing a greater rationalization. As this system has been increasingly used in the construction sector, there is a need for innovative materials in the industry.

According to (Castro [1]), the use of minerals (silica fume, calcined clay) and plasticizing admixtures has proportioned blocks of greater strength and lower permeability, thus named high strength blocks. Despite the development of new materials and the use of much more slender structures, codes have not undergone many changes to follow such a big development. The main reason is the lack of experimental and mathematical models that explain the complex behavior of units and mortar working together as a composite material.

As an experimental program with wall testing is expensive, most of the authors agree that is possible to establish a relation between the load and failure mode of the walls, studying the prisms behavior. It would allow the reduction of testing costs. Still regarding the possibility of cost reduction, an alternative widely used to study specific phenomena is the numeric simulation. Since well calibrated, it is able to supply information about the structural behavior and provides subsidy to determine, with safety, the parameters to be used in project/codes.

In order to obtain a reliable and accurate numerical model, a complete description of the material must be made based on experimental results. Once calibrated the model, it is possible to vary the desired parameters and verify the isolated effect of each component. According to (Oliveira [2]), mortar joints represent planes of weakness and are responsible by most of the nonlinear phenomena that occur on the structure, which behavior makes the computer modeling process more complex.

Considering this context, the goal of this work is to present the calibration of prisms' numerical models, based on the experimental results obtained by (Oliveira [2]) and also by the authors of this work. With the

numerical modeling results, a study will be conducted to compare the mechanisms responsible by failure to the behavior observed during the tests.

2. Context

In order to base the discussion of the results (item 4), some conclusions about prisms obtained by other researchers will be presented.

2.1 Behavior of mortar in the prisms

When the masonry is submitted to a vertical loading, the generated state of stress causes horizontal stresses on the mortar joint due to existing adhesion between the unit and the mortar. So, in a prism or wall, the mortar is subjected to a triaxial state of stress, presenting a behavior different from that observed in uniaxial testing. It is noted that when the mortar is subjected to a triaxial state of stress, changes occur in its mechanical properties, such as: compressive strength, Young's modulus, and Poisson's ratio. According to (Mohamad [3]) and (Khoo [4]), the study of the behavior of confined mortar is essential to understand the failure mechanisms of prisms and walls, either by reaching the block's tensile strength, or occurring the block's localized crushing, or happening the mortar bed joints crushing. Thus, both authors studied the increase of mortar compressive strength due to the increase of the confining pressure, obtaining the failure envelope. The equations (1) and (2) correspond to the failure envelope proposed by (Mohamad [3]) and (Khoo [4]) to mortar 1:1:6, respectively.

$$f_{arg}^* = f_{arg} + 2,6 \cdot f_{tm} \tag{1}$$

$$f_{arg}^* = f_{arg} + 2,3 \cdot f_{tm} \tag{2}$$

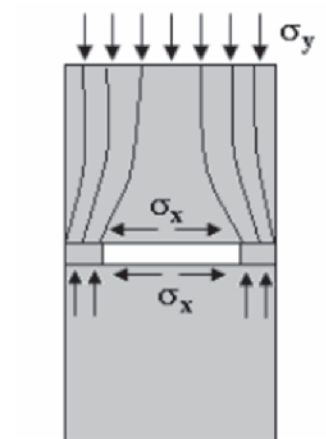
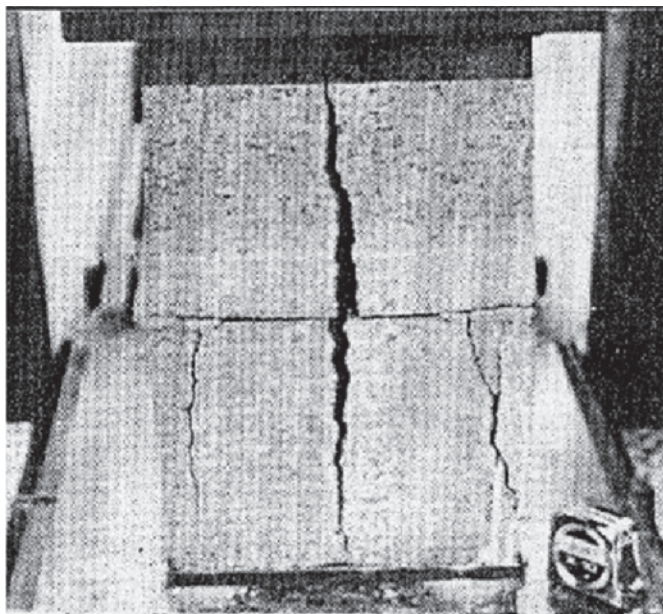


Figure 1
Rupture of concrete block prisms with face shell mortar bedding (Mohamad [3])

where:

- f_{arg}^* is the compressive strength of confined mortar;
- f_{arg} is the uniaxial compressive strength of mortar;
- f_{tm} is the lateral confining stress.

2.2 Shear strength of masonry mortar joint

The shear strength of the mortar joints has a behavior that can be described by Coulomb's law, which is given by equation (3), (Riddington [5]).

$$\tau_u = f_{v0} + \tan\phi \cdot \sigma \tag{3}$$

where:

- τ_u is the shear strength of horizontal or vertical joint;
- f_{v0} is the shear strength by initial adherence, also named cohesion;
- σ is the normal pre-compression stress acting across the joint;
- ϕ is the friction angle of the material.

2.3 Rupture modes of the prisms

There is a consensus among researchers that the rupture mode of prisms and walls is function of the mechanical properties of their constituent materials, such as Young's modulus and compressive strength. The studies led by (Hamid e Drysdale [6]) suggest that the mechanism of rupture of masonry occurs due to the biaxial tensile-compressive stress state, in consequence of the low stiffness of the mortar. According to the authors, the units prevent the lateral deformation of the mortar, resulting in lateral confining stresses on it, so the mortar strength is considerably increased. Analyzing the experimental results, the authors concluded that when the loads reach approximately 80% of the ultimate load, some microcracking occurs along the entire length of the prisms.

As done by other authors, (Mohamad [3]) performed experimental tests on prisms of concrete units with face shell mortar bedding. In the rupture, they observed the development of tensile stresses on the lateral face caused by rotation and crushing of the supports. This rupture mechanism is similar to the beams', in which the mortar's lateral crushing induces horizontal stresses that cause the material to fail in bending, as can be seen in Figure 1.

In his tests, (Romagna) [7] evaluated the mechanical behavior of concrete prisms under compression. The author noted the development of intense cracking at the intersection of the blocks' face shells and webs, and also crumbling at the block's surface. The author also reported that there were cracks in spe-

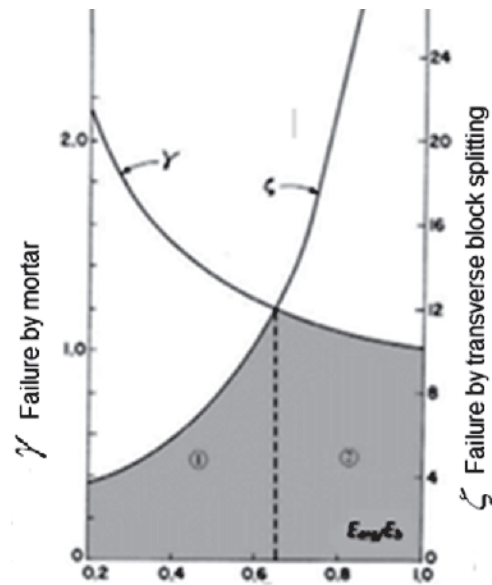


Figure 2
Curve of failure of ungrouted prisms, (Juste [9])

cific points of the block's walls due to the loss of mortar load-carrying capacity, causing the units' overlapping and their consequent crushing.

In this context, the research carried out by (Cheema e Klingner [8] apud Juste [9]) can be also mentioned. They developed mathematical expressions able to predict the compressive load related to the occurrence of each kind of rupture of ungrouted prisms (by transverse block splitting, block crushing or mortar crushing), depending on the relationship between the elasticity modulus of mortar and blocks. Based on some expressions it was possible to plot the graph shown in Figure 2. When $E_{arg}/E_b \geq 0.66$ the rupture occurs, preferably, by mortar crushing (region 2 of the Figure 2). When $E_{arg}/E_b \leq 0.66$ the rupture occurs by transverse block splitting (region 1 of the Figure 2).

3. Materials and methods

This paper performed a numeric simulation of some prisms tested by the authors of this work and others by (Oliveira [2]). In both cases, the prisms were produced using face shell mortar bedding and concrete blocks. The authors of this study used high strength blocks and (Oliveira [2]) used common blocks. For calibration and validation of

Table 1

Experimental results, Authors

Experimental data (Authors)							
Blocks*			Prism**			Mortar*	
Dimensions (cm)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	$f_{tb,ind}$ (MPa)	f_{pm} (MPa)	E_{pm} (MPa)	f_m (MPa)	E_m (MPa)
15 x 19 x 29	35.19	35.37	1.76	10.60	8006.00	11.80	9293.05

* Results related to the net area; ** Data related to the gross area

Table 2
Experimental results, (Oliveira [2])

Experimental Data (Oliveira [2])							
Blocks*				Prism**		Mortar*	
Dimensions (cm)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	$f_{tb,ind}$ (MPa)	f_{pm} (MPa)	E_{pm} (MPa)	f_m (MPa)	E_m (MPa)
14 x 19 x 39	18.65	18.10	0.91	4.49	8420.00	3.52	6800.00

* Results related to the net area; ** Data related to the gross area

numerical models the authors used the experimental results and the description of the rupture modes experimentally certified.

3.1 Materials

Table 1 and Table 2 present experimental results used in the construction and validation of the numerical models, obtained by the authors and (Oliveira [2]), respectively.

Figure 3ab presents the rupture modes displayed in the experimen-

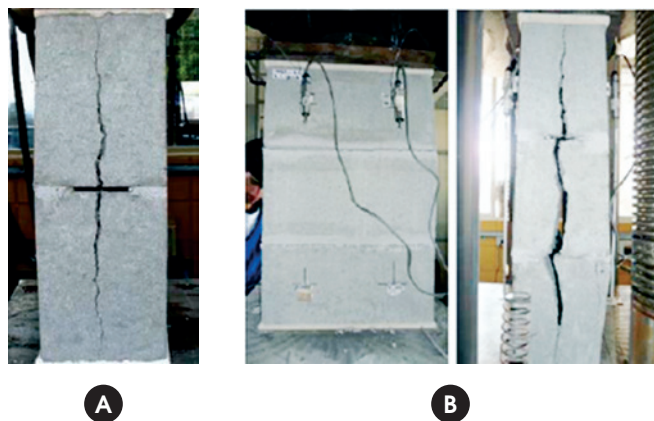


Figure 3
Failure mode of concrete block prisms, Authors and (Oliveira [2])

tal tests performed by the authors and (Oliveira [2]), respectively. It should be emphasized that the commercial software ABAQUS was used to perform the numerical modeling, by Finite Element Method.

3.2 Methods

A detailed micro-modeling strategy was adopted for numerical modeling of the prisms. In this technique, each component of the prism was represented by its own mechanical properties and dimensions. It was also necessary to supply parameters for complete discrimination of block/mortar interface (item 3.5).

3.3 Description of the models

The finite element used to generate the mesh that represents blocks and mortar was C3D8, which is a solid element of eight nodes with linear interpolation and complete integration, able to represent the translations in x, y and z-axis, once the element has three degrees of freedom per node.

In order to facilitate the description of the numerical models, they were identified as PA and PO, which are related to the experimental results used for calibration and validation obtained by the present authors and (Oliveira [2]), respectively.

When performing meshing tests, it was decided to use, for PA model, elements with dimensions of 1 cm for the blocks and 5 mm for the mortar. For PO model, elements with 2 cm for the blocks and 5 mm for the mortar proved to be more appropriate. The meshing

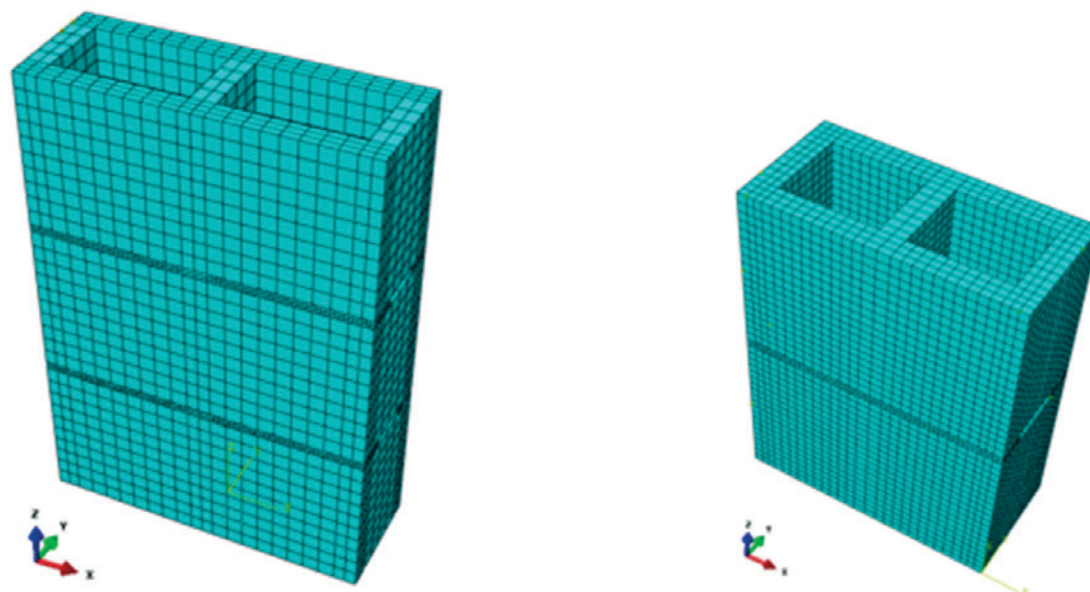


Figure 4
General aspects of the prism's mesh

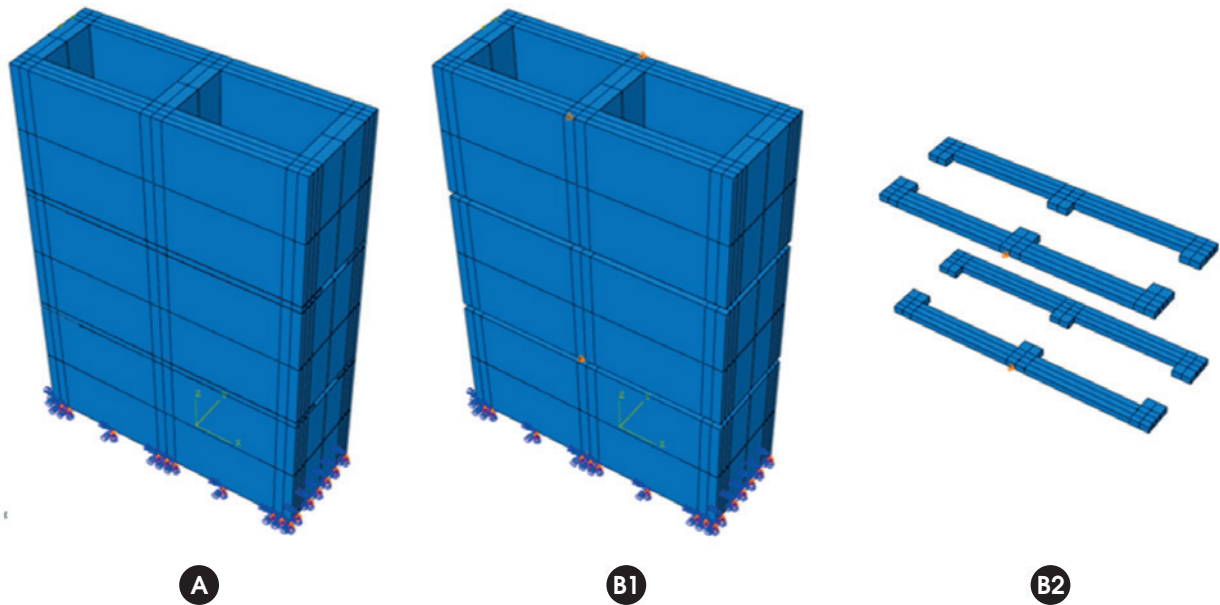


Figure 5
Boundary conditions of the prisms

difference between the two models occurs due to the lowest number of interfaces in the PA model, allowing further refinement of the block mesh, still having a reasonable computational cost. In Figure 4, the general aspects of the meshes of the models are presented. In respect to the loading, it was decided to apply a prescribed displacement (1,0 cm) to the entire top surface, thus all nodes of the surface were subjected to a rigid body motion. The analysis method for the models was the *Static General, Newton Rapson*. For the supports, both models have had the same boundary conditions, shown in Figure 5abc. They where: a) z-axis translational restraint at the base of the block, Figure 5a; b) x-axis displacement restraint for both block(1) and mortar(2), Figure 5b; c) y-axis

displacement restraint for both block (1) and mortar (2), Figure 5c. Both x and y restraints of blocks and joints were imposed to all of the model's blocks and joints.

3.4 Constitutive model

The constitutive model used to represent the mechanical behavior of blocks and mortars was the Concrete Damaged Plasticity. According to (Kmieciak and Kaminski [10]), this model is an adaptation of the Drucker-Prager model, which is also used to represent the mechanical behavior of brittle materials. In *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), the equation that defines

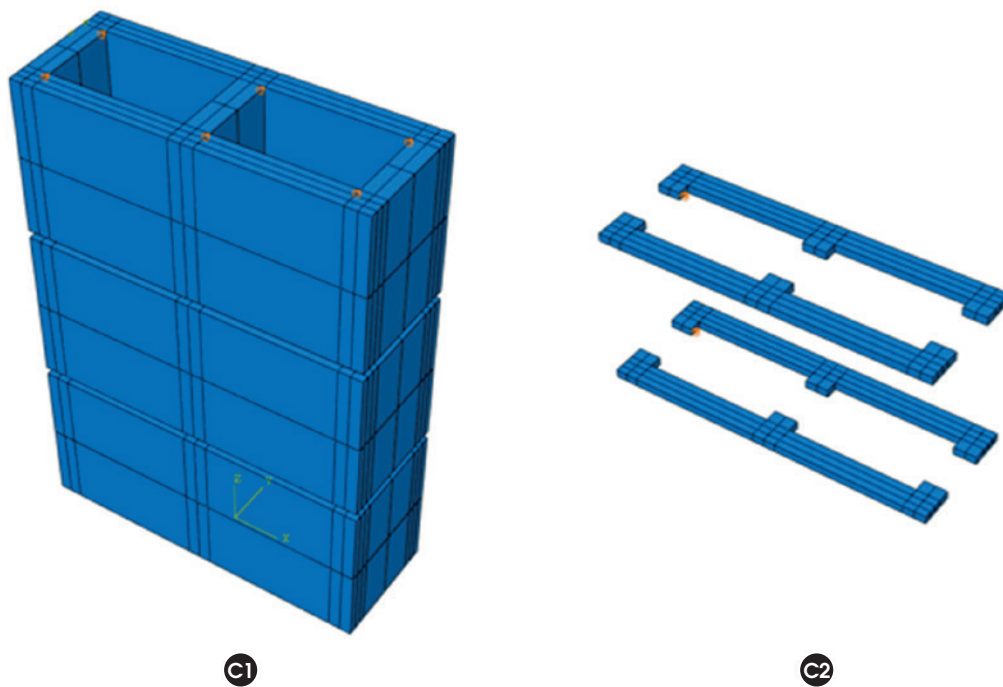


Figure 6
Continuation of the boundary conditions of the prisms

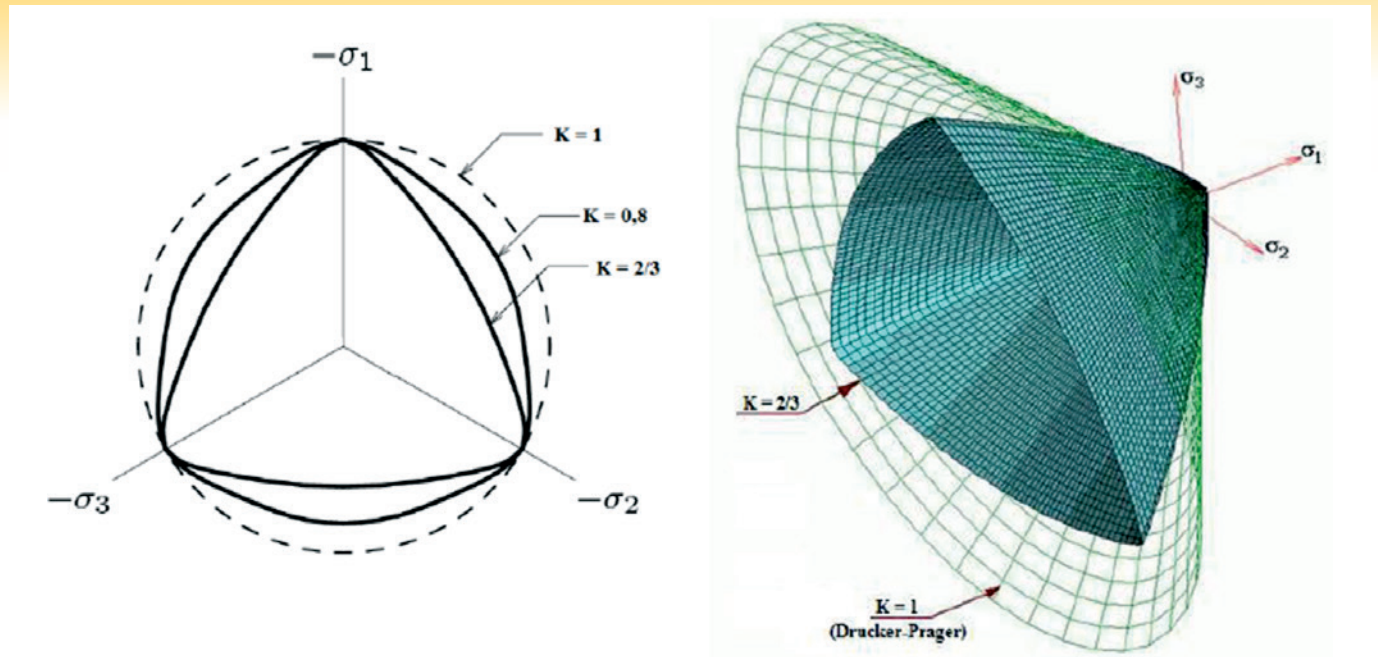


Figure 7
Influence of the K_c parameter on the shape of the yield surface.
Source: Aguiar (2014)

the surface of Drucker Prager is modified by a K_c parameter equal to 2/3, Figure 7. Note that this model has been proposed by (Lubliner *et al.* [11]). Still about the constitutive model, it is necessary to define some essential calibration parameters to make it be useful:

3.4.1 Behavior under uniaxial compression in the inelastic region

In the CDP constitutive model, elastic and inelastic deformation (ϵ_{el} and ϵ_{inel} , respectively) are calculated independently, and subsequently summed to obtain the total deformation (ϵ). ϵ_{el} depends only on the materials' modulus of elasticity and Poisson's ratio and ϵ_{inel} is obtained from their stress-strain curve. In many cases, it is difficult to obtain stress-strain curves experi-

mentally. Some authors and codes present empirical formulations, in which the researcher only includes parameters that are generally easy to determine. The compression's stress-strain curve used in this paper was proposed by (Guo [12]). It considers the elastic region until 30% of the ultimate load, where the modulus of elasticity is the slope of the stress-strain diagram. The inelastic region is defined by the formulation proposed by (Guo [12]). Figure 8 presents his schematic stress-strain curve.

As described above, the curve is composed by two regions. The formulation that composes each region is given by equations (4), (5), (6), (7), (8) e (9):

- Elastic region:

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \epsilon \tag{4}$$

- Inelastic region:

$$\sigma_c = f_{bm} \cdot [\alpha_a x + (3 - 2\alpha_a)x^2 + (\alpha_a - 2)x^3] \quad x \leq 1 \tag{5}$$

$$\sigma_c = \frac{f_{bm}}{\alpha_d(x-1)^2 x} \quad x > 1 \tag{6}$$

where:

$$x = \frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} \tag{7}$$

$$\alpha_a = \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \tag{8}$$

$$1.5 \leq \alpha_d \leq 3 \tag{9}$$

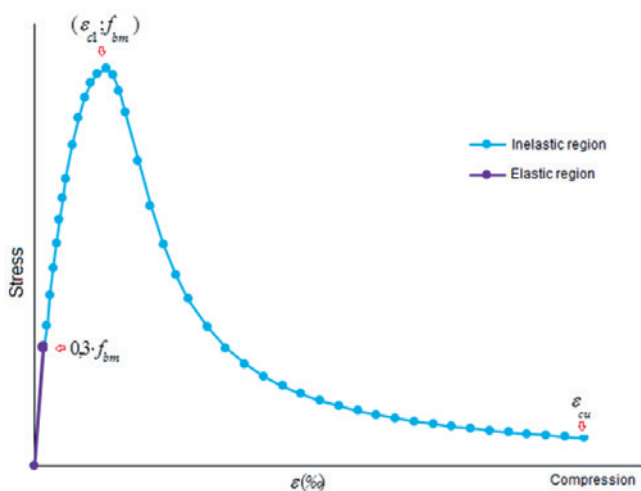


Figure 8
Behavior of concrete under compression, generic curve

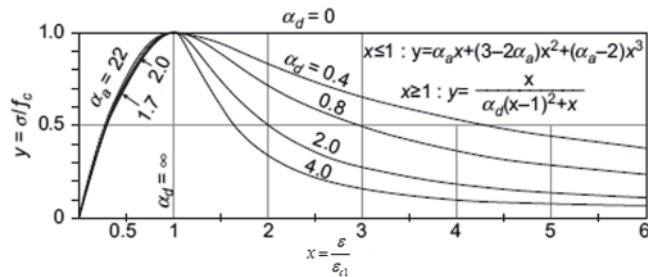


Figure 9
Parameter range
Source: Guo (2014)

and:
 - E_{cm} is the initial modulus of elasticity (considering a stress of $0,3 f_{bm}$);
 - E_{c1} is the secant modulus of elasticity (considering the maximum stress).
 The parameter α_d affects the descendant portion of the curve, as shown in Figure 9, and must be calibrated.
 The program requires the portion of deformation of the stress-strain curve related to the inelastic deformation independently. Then, it is necessary to subtract the elastic deformation of the total deformation, by using the equation (10):

$$\epsilon_{inel} = \epsilon - \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \tag{10}$$

Applying this equation to calculate a new deformation for each point of the described stress-strain curve, it is possible to build the curve that supplies the software, Figure 10.

Table 3
Input parameters for stress-strain curve, (Oliveira (2))

(Oliveira (2))									
Blocks*					Mortar				
f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ϵ_{c1} (‰) ¹	ϵ_{cu} (‰)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ϵ_{c1} (‰) ¹	ϵ_{cu} (‰)
18.64	18115.0	2.3	2.24	30	3.52	6796.7	0.4	1.883	10

* Block properties related to the net area; ¹ the strain at peak load was determined based on the stress-strain curve experimentally obtained.

Table 4
Input parameters for stress-strain curve, Authors

Authors									
Blocks*					Mortar				
f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ϵ_{c1} (‰) ¹	ϵ_{cu} (‰)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ϵ_{c1} (‰) ¹	ϵ_{cu} (‰)
35.37	35459.14	2.3	2.3	30	11.80	9293.05	0.4	1.9	30

* Block properties related to the net area; ¹ the strain at peak load was determined based on the values suggested by Fib Bulletin 65: Model Code 2012 (16).

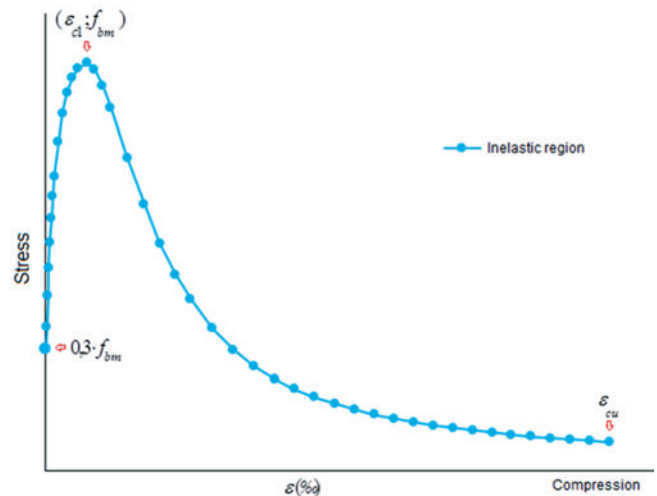


Figure 10
Stress-inelastic strain curve, generic curve

The parameters values necessary to build the analytical stress-strain curve of blocks and mortar are shown in Table 3 and Table 4. The values of α_d were obtained from the experimental curves obtained by (Oliveira [2]). For the experimental curves obtained in this study, the same α_d obtained by (Oliveira [2]) was adopted.

3.4.2 Behavior under uniaxial tensile in the inelastic region

As done for compression, it is necessary to indicate the behavior of the material under tensile. Thus, it is necessary to provide the tensile's stress-strain curve, that also has an elastic and an inelastic portion, (Guo [12]), Figure 11. The elastic region is described by

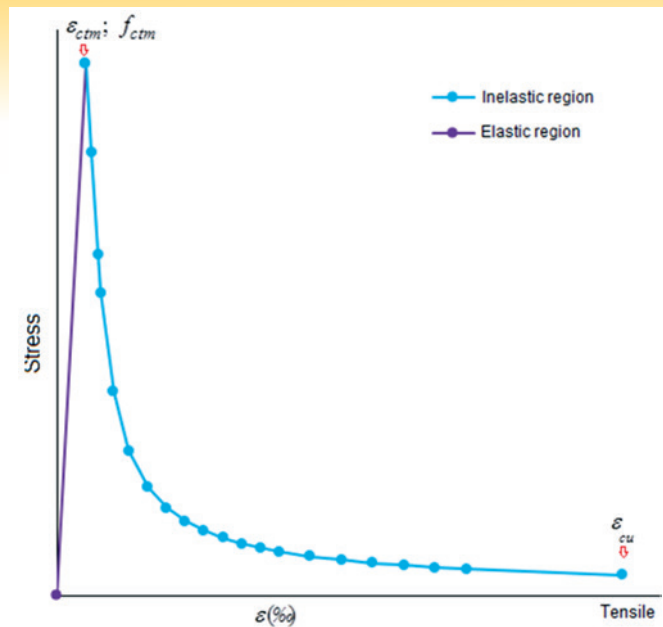


Figure 11
Stress-inelastic strain curve, tensile generic curve

equation (11) and the inelastic deformation is described by equations (12), (14) e (15).

- Elastic region:

$$f_{btm} = E_{cm} \cdot \varepsilon \tag{11}$$

-Inelastic region:

$$\sigma_t = f_{btm} \frac{x}{\alpha_t [x - 1]^{1.7} + x} \tag{12}$$

where:

$$\alpha_t = 0.312 \cdot f_{btm} \tag{13}$$

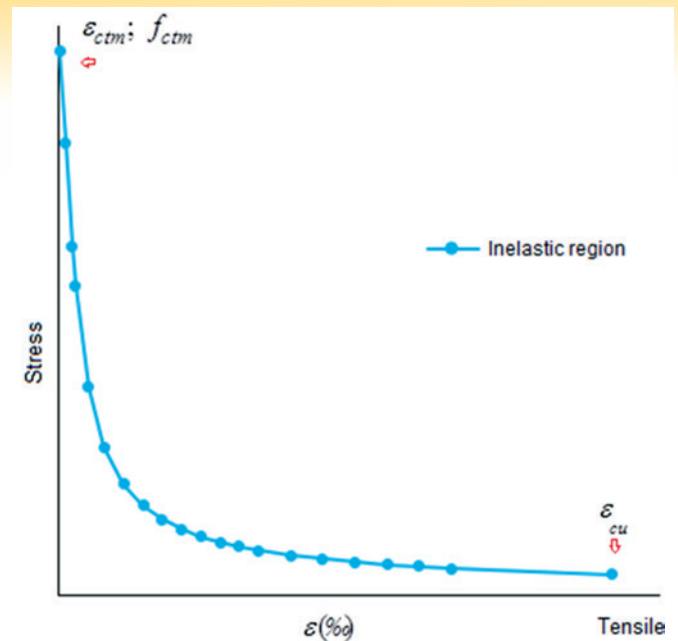


Figure 12
Stress-inelastic strain curve, tensile generic curve

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ct}} \tag{14}$$

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{btm}}{E_{cm}} \tag{15}$$

and:

- E_{cm} is the initial tangent modulus of elasticity;

- f_{btm} is the tensile strength of material.

For concrete, the (ABNT NBR 6118:2014 [17]) estimates the tensile strength as $f_{ctm} = 0.3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$. However, there is no specification for tensile strength of blocks and mortar. Then, equation (16) was adopted:

Table 5
Input parameters for tensile stress-strain curve, (Oliveira (2))

(Oliveira (2))							
Blocks*				Mortar			
f_{btm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)	f_{at} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)
2.11	18115.1	0.1164	0.9	0.7	6796.7	0.1021	0.9

* Block properties related to the net area.

Table 6
Input parameters for tensile stress-strain curve, Authors

Authors							
Blocks*				Mortar			
f_{btm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)	f_{at} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)
3.23	35459.14	0.0912	0.9	1.97	9293	0.2	0.9

* Block properties related to the net area.

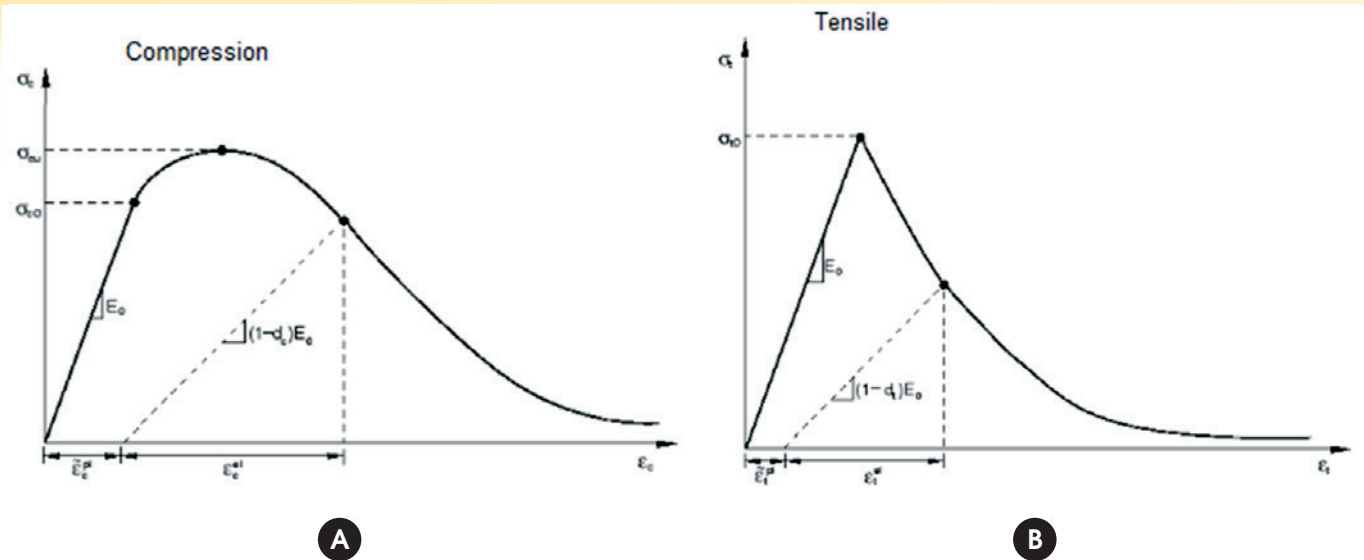


Figure 13
 Degradation of the material's stiffness, SIMULIA (13)
 Source: Simulia (2012)

$$f_{bm} = 0.3 \cdot (f_{bm})^{2/3} \tag{16}$$

As done for compression, it is necessary to calculate the portion of deformation related to the inelastic one, in order to build the stress-strain curve shown in (Figure 11). Again, the elastic deformation was subtracted of the total deformation, as done to obtain equation (10). The input parameters used in the modeling are presented in Table 5 and Table 6.

3.4.3 Stiffness degradation of the material

When applied the load and exceeded the elastic region, a stiffness degradation occurs due to the appearance of plastic deformation. This degradation can be determined by unloading the material, calculating the unloading modulus of elasticity, and comparing it to the initial modulus of elasticity. As a simplification, it was assumed that this behavior occurs just in the postpeak stress-strain curve, Figure 13.

The decrease of the slope is ruled by two independent variables, d_c (damage in uniaxial compression) and d_t (damage in uniaxial tensile). It ranges from zero for an undamaged material to one for the total loss of load-bearing capacity. According to (Cardoso [14]), those variables can be defined using the equations (17) and (18):

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_{bm}} \tag{17}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \tag{18}$$

3.4.4 Parameters of the constitutive model Concrete Damaged Plasticity

Besides the previously mentioned parameters, it is necessary to provide to ABAQUS some other ones, which are responsible for allowing to apply the equations of the behavior of materials under

uniaxial state of stress to materials under multiaxial state of stress (Aguar [15]):

- $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$: Parameter that describes the ratio between the yield strength in biaxial and uniaxial state. This study adopted the value of 1.16 given by ABAQUS, (SIMULIA [13]) as a default value.
- Dilation angle (ψ) : According to (Cardoso [13]), this parameter is related to the slope that the plastic potential reaches under higher confining stress. (Kmieciak and Kaminski [10]) define the dilation angle as the concrete's angle of internal friction and recommend the adoption of $\psi = 36^\circ$.
- Viscosity parameter (μ) : Parameter whose function is facilitate process of numerical models, regulating the constitutive equations through the viscoplasticity study. In this work, a value of $\mu = 10^{-6}$ was adopted, based on a preliminary study that looked for the lower value of viscoplasticity that facilitated the convergence process, without affecting the results.
- Eccentricity parameter ρ : According to the theory of Drucker Prager, the yield surface in the meridian planes has the form of a straight line ($\rho = 0$). However, the experimental trials indicate that the yield surface takes the shape of a hyperbole close to the hydrostatic axis ($\rho = 0.1$). In this study, it was adopted $\rho = 0$.

3.5 Description of the block/mortar interface

To make block and mortar interact together in the model, it was necessary to define the relationship between them. The *Interactions* module of ABAQUS was used to do this. The contact between the surfaces was established through the option called surface-to-surface contact, where three contact properties were defined: *Hard*, *Tangential Behavior*, *Cohesive Behavior and Damage*.

- The *Hard* contact has the ability to prevent a surface penetrates other surface and also allows a separation between them, after the contact is established.
- The *Tangential Behavior* contact can reproduce the friction that occurs on the connection between the materials. It is defined by the static friction coefficient ϕ . It obeys the Coulomb law, in which the shear strength increases due to the increase of the compression

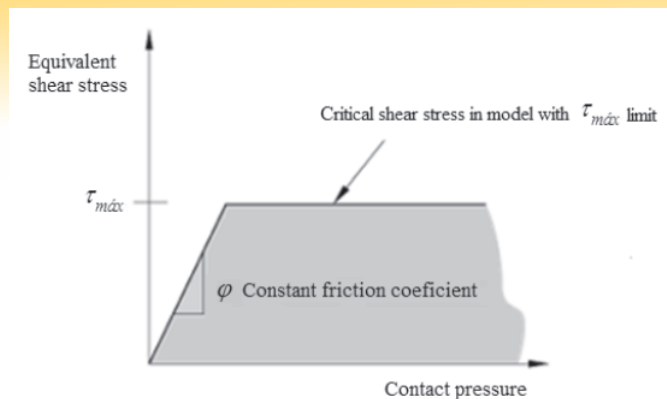


Figure 14
Tangential Behavior, SIMULIA (13)
Source: Simulia (2012)

stress. Two features in this contact must be taken into consideration: the first one is that part of the cohesion is despised, and the second one is the possibility of establishing a critical shear stress τ_{max} . When the shear stress reaches this critical value, the slipping between the surfaces will occur without an increase in shear strength, regardless of the magnitude of the compressive stress, Figure 14.

- The *Cohesive Behavior* works like a zero thickness rubber, for which you can specify the normal stiffness K_{nn} and the tangential stiffness K_{ss}, K_{tt} of the interface. This kind of contact causes a stiffness degradation called *Damage*, in which it is only necessary to provide the interface's fracture energy.

The input parameters to define the interface properties are presented in Table 7 and Table 8.

The interfaces locations on the prisms models are shown in Figure 15ab and Figure 16ab. The positions of the interfaces were defined from the experimental results, and correspond to those where the cracks occurred.

4. Results and discussion

4.1 Compressive strength and modulus of elasticity

The results obtained from the numerical models are presented

Table 7

Input parameters adopted to define the interface properties, (Oliveira (2))

(Oliveira (2)) - Interface properties								
Tangential behavior		Cohesive behavior - N/m			Damage initiation - MPa			Damage evolution
ϕ	τ_{max} (MPa)	K_{nn}	K_{ss}	K_{tt}	t_n°	t_s°	t_t°	E_f (Nm)
0.5	10.5	5000	$2.1 \cdot 10^6$	$2.1 \cdot 10^6$	0.91	0.23	0.23	50

Table 8

Input parameters adopted to define the interface properties, Authors

(Authors) - Interface properties								
Tangential behavior		Cohesive behavior - N/m			Damage initiation - MPa			Damage evolution
ϕ	τ_{max} (MPa)	K_{nn}	K_{ss}	K_{tt}	t_n°	t_s°	t_t°	E_f (Nm)
0.5	10.5	5000	$2,1 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^6$	1,47	0,23	0,23	50

below and compared to the experimental results presented at the item 3.1. Once the numeric models are validated for each case, the possible failure modes will be discussed. The properties of blocks and mortars used in the numerical modeling of the prisms were obtained from the mechanical characterization experimentally performed.

Remembering the convention used to identify the numerical model: PO is related to the numerical modeling of the prisms tested by (Oliveira [2]) and PA is related to the modeling of the prisms tested by the authors of this paper.

In Table 9 and Table 10, comparisons between experimental and numerical results of the (Oliveira [2]) and this authors' prisms are presented. The data include values for uniaxial compressive stresses and modulus of elasticity, calculated between 0.5 MPa and 30% of the failure load.

It is noted from Table 9 and Table 10 that the numerical models of the prisms represented well the mechanical behavior obtained experimentally for both failure mode and modulus of elasticity. The biggest difference between experimental and numerical results was around 5%. However, it is worthwhile to also make a comparison of the failure modes in order to verify the behavior compatibility between the experimental and numerical model. The principal stresses state at the moment of the rupture will be checked.

4.2 Principal stresses in the blocks

Figure 17ab shows the maximum principal stresses state that was acting (only on the blocks) at the time of the rupture, for the models PO and PA.

Figure 17a and Figure 17b show that, at the time of the rupture, the indirect tensile stress (related to the net area) experimentally obtained (0.91 MPa for blocks of this authors and 1.47 MPa for [2]) had already been exceeded. This behavior was mainly noted at the blocks' face shells, which were subjected to bending due to the face shell mortar bedding. Such behavior was also demonstrated in the experimental tests, according to the authors and [2].

Based on the Figure 17ab, at the time of the rupture, the blocks' face shells supported tensile stresses higher than the indirect tensile stresses of the blocks. This behavior is due to the stress generated by the tendency of expulsion of the mortar's outer edges (due to the vertical load), so that the shear strength between blocks and mortar was not exceeded, due to the friction between them. In the

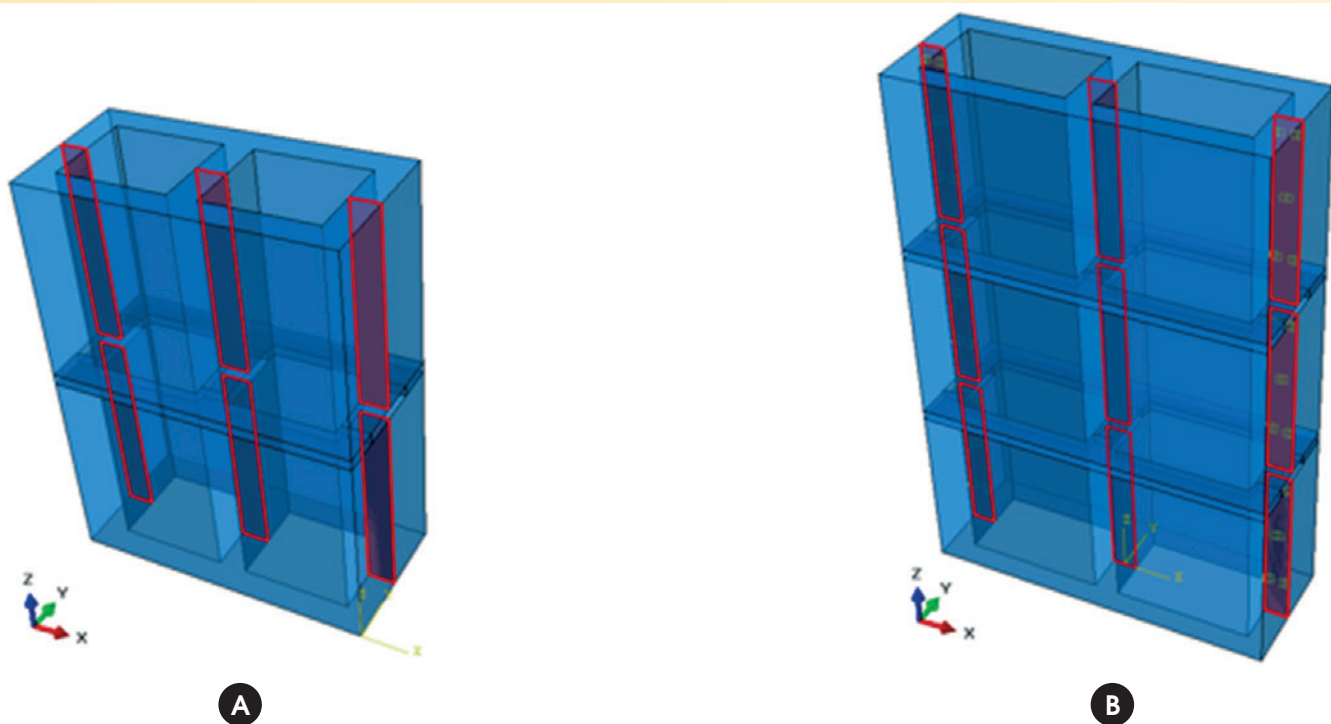


Figure 15
Location of the interfaces with Coesive Behavior

outer part of the mortar joint, the confining effect is smaller. Consequently, the mortar tends to present a greater deformation, causing the described effect. In this study, the occurrence of rupture of the block's walls was observed during the tests, thus indicating those tensile effects.

Figure 18ab presents the minimum principal stress state that was acting in the blocks at the time of the rupture, for the models PO e PA.

Based on Figure 18a and Figure 18b, at the time of the rupture, the lowest block's minimum principal stress have already presented values close to those obtained in the uniaxial compression test and related to the block's net area (18.64 MPa to PO and 35.37 MPa to PA). In both models, the blocks' face shells presented stresses close to their compressive strength, which indicates that the loads tend to concentrate in there. In the experiments performed

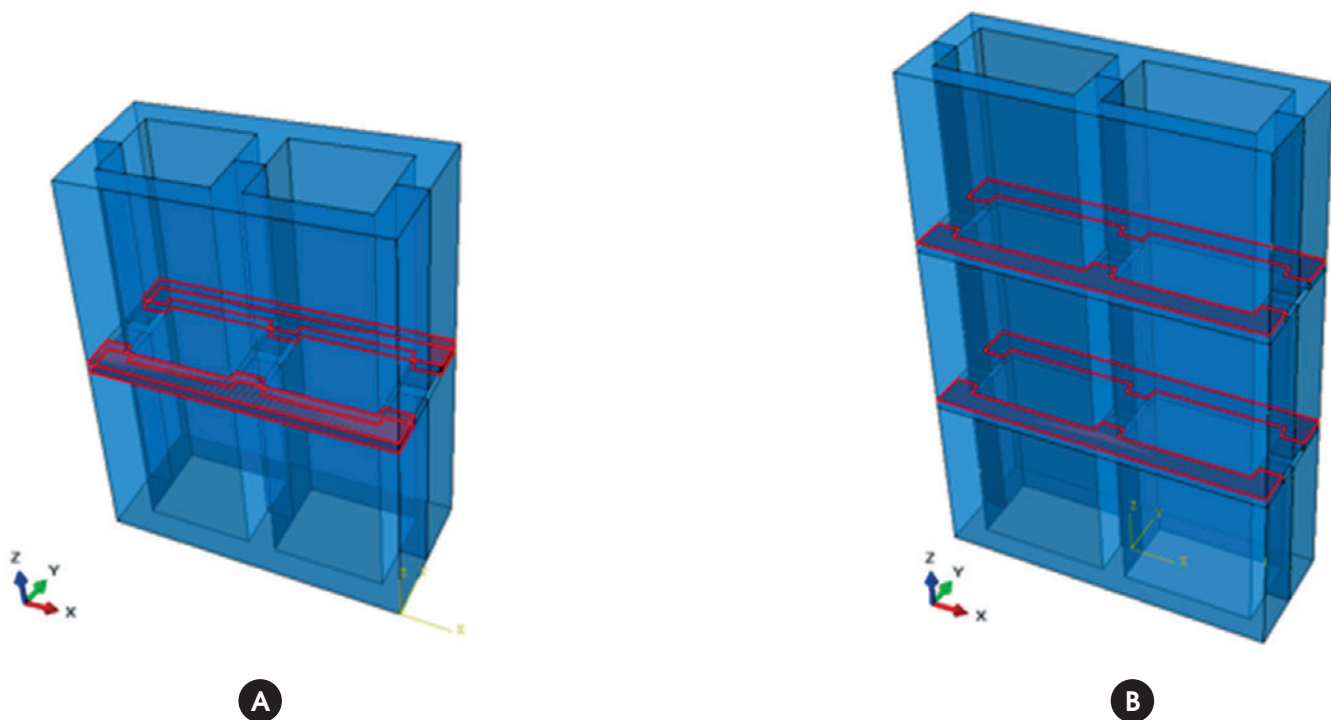


Figure 16
Location of the interfaces with Tangential Behavior and Hard contact

Table 9

Comparison between experimental and numerical results, PO

Comparison between experimental results obtained by (Oliveira (2)) and numerical ones obtained by the authors				
ID	Prisms compressive strength (f_p) MPa**	Modulus of elasticity (GPa)**	Prisms compressive strength (f_p) MPa***	Modulus of elasticity (GPa)***
PO – Exp.	5.16	8.17	9.42	14.92
PO – Num.	5.02	7.97	9.17	14.55
Difference % ¹	- 3%	- 3%	- 3%	- 3%

** Results related to the gross area; *** Results related to the net area; ¹ Related to the experimental results.

Table 10

Comparison between experimental and numerical results, PA

Comparison between experimental and numerical results obtained by the authors				
ID	Prisms compressive strength (f_p) MPa**	Modulus of elasticity (MPa)**	Prisms compressive strength (f_p) MPa***	Modulus of elasticity (GPa)***
PA – Exp.	10.60	8006.40	18.47	13948.43
PA – Num.	10.11	7790.80	17.61	13572.82
Difference % ¹	- 5%	- 3%	- 5%	- 3%

** Results related to the gross area; *** Results related to the net area; ¹ Related to the experimental results.

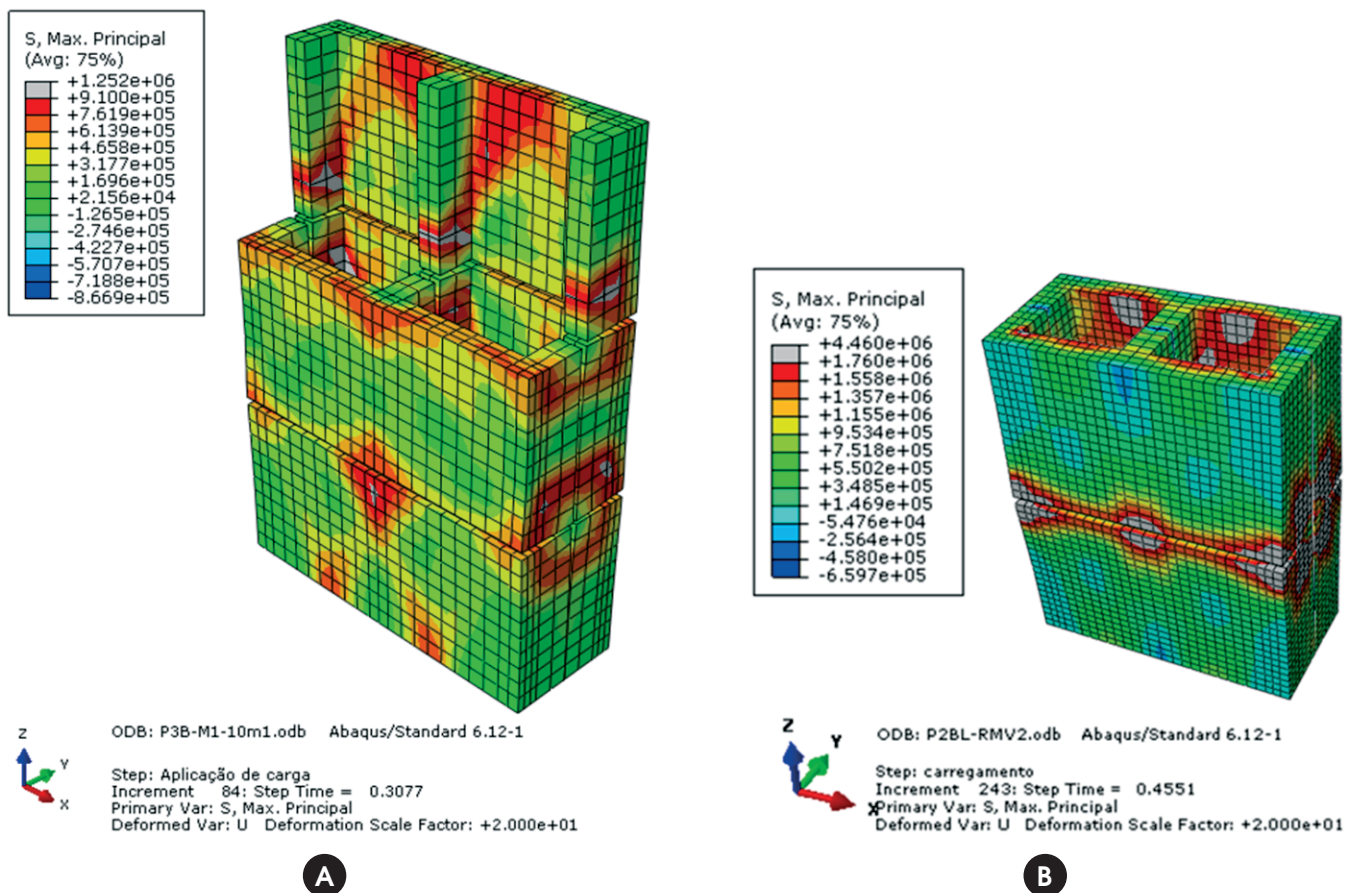


Figure 17

Maximum principal stress numerically obtained, in Pa – only blocks: a) PO model; b) PA model

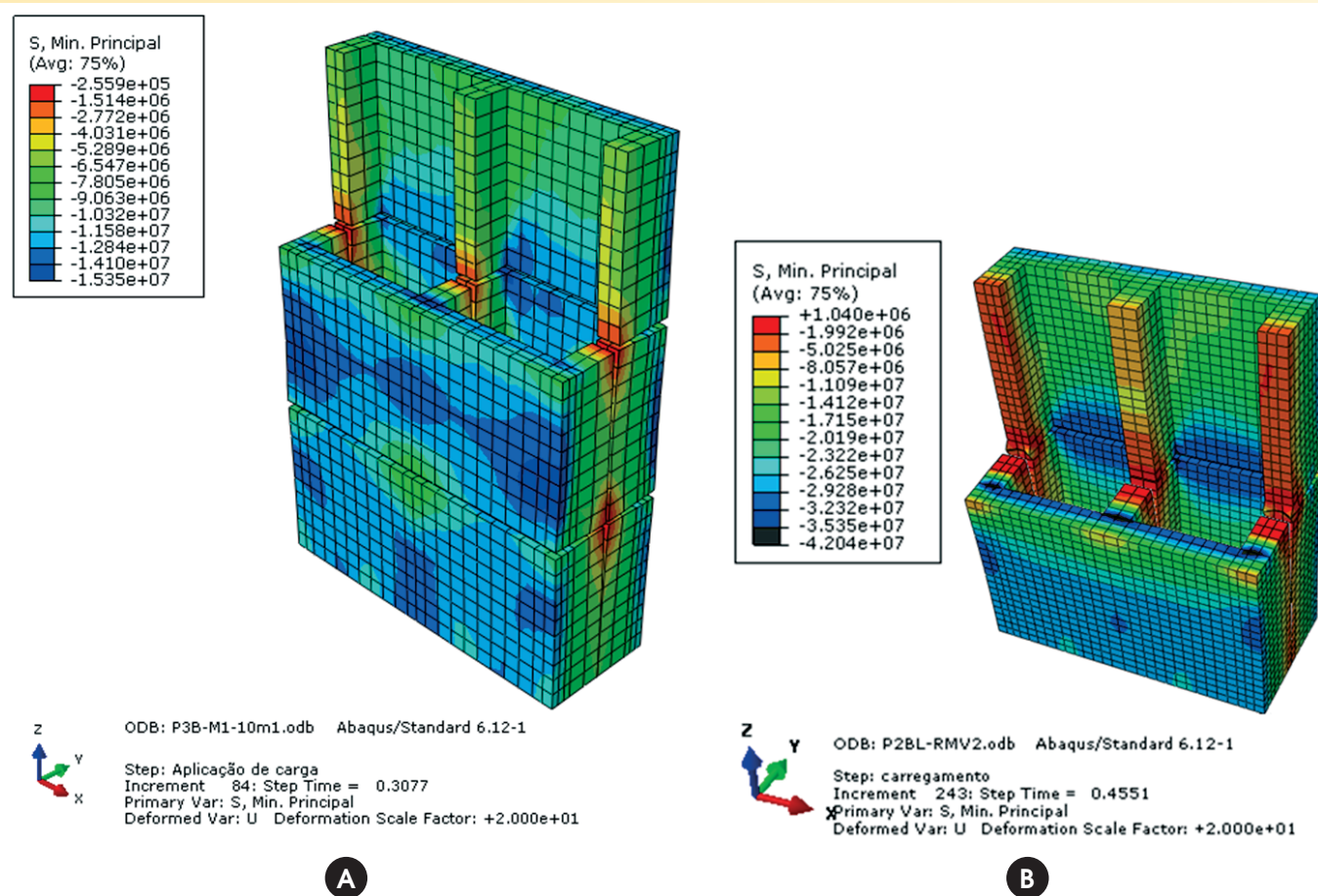


Figure 18 Minimum principal stress numerically obtained, in Pa – only blocks: a) PO model; b) PA model

by the authors, immediately after the peak load, intense cracking occurred on the blocks' face shells, causing their disintegration. In the Figure 18b, the model PA shows that the most solicited part of the block was the intersection between its face shells and webs. It happens because the mortar is under high confinement in this region, preventing displacements of the central portion of the

mortar joint to both sides. This phenomenon did not occur in the model PO, in which the ratio of mortar and blocks' modulus of elasticity and the friction developed between the components are not sufficient to maintain a high confining pressure at the central portion of the mortar joint. To understand better this effect, the mortar's stress state will be checked.

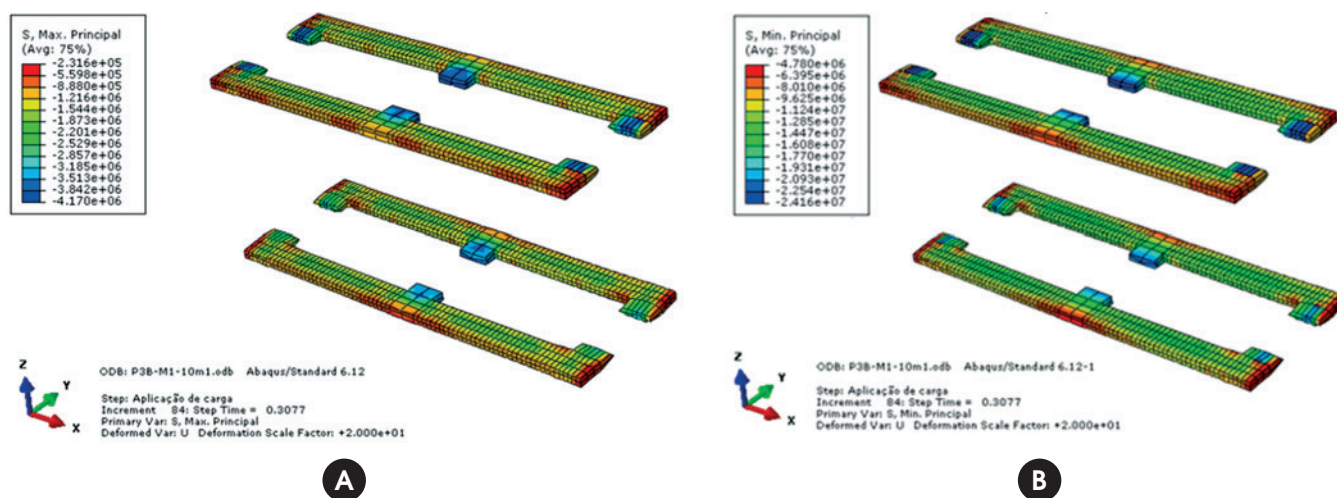


Figure 19 a) Maximum principal stress; b) Minimum principal stress – both numerically obtained, in Pa – only mortar: PO model

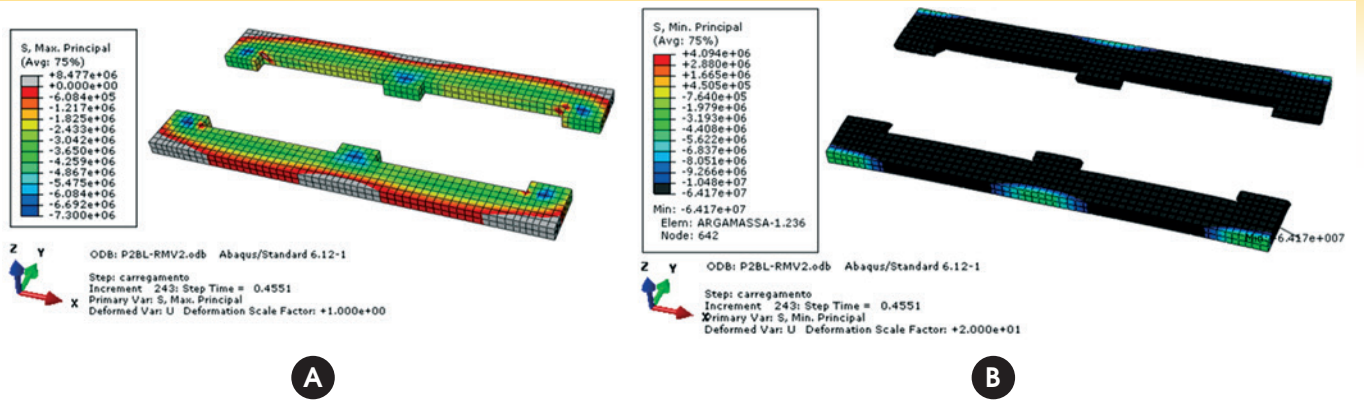


Figure 20

a) Maximum principal stress; b) Minimum principal stress – both numerically obtained, in Pa – only mortar: PA model

4.3 Principal stresses in the mortar joints

In Figure 19ab and Figure 20ab, the principal stresses in the mortar joints are presented, for the models PO and PA. Analyzing the Figure 19a (model PO), it is possible to observe that mortar is completely compressed in its two directions due to the confining effect. In the model PA (Figure 20a), the mortar joint is not completely subjected to a triaxial state of compression, since its external part is subjected to a 0.9 MPa tensile stress. Then, the

mortar is under low confinement in this region of the joint. This effect was not realized in the model PO, due to the lower ratio of mortar and blocks' modulus of elasticity ($E_{arg} / E_b = 0.375$). Based on Figure 19b, all the mortar joint points were subjected to compressive stresses higher than the compressive strength obtained from the uniaxial compression test (PO – 3.52 MPa). The same behavior was observed in the Figure 20b, where all the black area corresponds to stresses higher than those obtained in the uniaxial compression test (PA – 11.80 MPa). In both cases this situ-

Table 11

Failure envelopes, PO – Mortar

		Comparison	Comparison	Comparison	
f_a^1 (MPa)	f_{lm} (MPa)	f_a^* (MPa)	f_a^* (MPa)	f_a^* (MPa)	f_{lm}^2 (MPa)
3.52	1.00	6.12	5.82	24.16	11.40
	2.50	10.02	9.27		
	5.00	16.52	15.02		
	7.50	23.02	20.77		
	10.00	29.52	26.52		
	12.50	36.02	32.27		

¹ The uniaxial compressive strength of mortar was experimentally obtained by Oliveira (2);
² The confining strength was obtained by considering the average value of the vertical stresses acting close to the higher minimum principal stress, check (3).

Table 12

Failure envelopes, PA – Mortar

		Mohamad (3)	Khoo (4)	Numerical result	
f_a^1 (MPa)	f_{lm} (MPa)	f_a^* (MPa)	f_a^* (MPa)	f_a^* (MPa)	f_{lm}^2 (MPa)
11.8	1.00	2.60	2.30	64.17	21.27
	5.00	13.00	11.50		
	10.00	26.00	23.00		
	15.00	39.00	34.50		
	20.00	52.00	46.00		
	35.00	91.00	80.50		

¹ The uniaxial compressive strength of mortar was experimentally obtained by Castro (1);
² The confining strength was obtained by considering the average value of the vertical stresses acting close to the lower minimum principal stress.

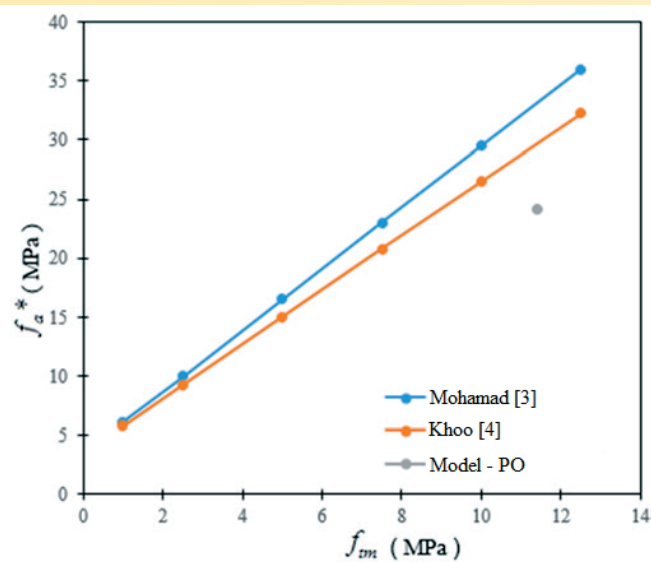


Figure 21
Rupture failure, PO – Mortar

ation is due to the confining effect, since the compressive strength of the material increases significantly when considering its actual triaxial stress state.

Assuming the equation (1) proposed by (Mohamad [3]) and the equation (2) obtained by (Khoo [4]), the failure envelope will be reproduced, in order to verify if the lower minor principal stress (obtained numerically) exceeds the envelope, at the rupture's load level. The main point is to verify if the confined mortar's crushing did happen.

Using the equations e knowing that the lower minor principal stress is equal to 24.16 MPa and 64.17 MPa, for PO and PA, respectively, the failure envelopes were built in Table 11 and Table 12, Figure 21 and Figure 22 show the failure envelopes for both studied models. Considering Figure 21 and Figure 22, it is possible to affirm that at the time of the rupture, PO model presented the lower minor principal stress close to the maximum mortar's triaxial compressive strength. For PA model, the lower minor principal stress had already exceeded the two failure envelopes. Note that these envelopes, obtained by (Mohamad [3]) and (Khoo [4]), are only estimates. For better assessment, it is recommended to carry out studies about the mortar triaxial behavior, as those performed by the authors and [Oliveira 2]. However, their failure envelopes can be considered as tools to assist in the determination of possible failure modes.

4.4 Avaluation of failure modes

Based on the itens 4.2 and 4.3, it is possible to say that the rupture of prisms PO occurred due to a combination of factors. They presented large flexural cracks in their walls, and also block and mortar crushing. The transverse block splitting was the more evident rupture mode in the experimental test. Comparing the model proposed by (Chema e Klinger [8]) at the item 2.3 to the results obtained numerically, the ratio $E_{arg} / E_b = 0.375$ would indicate a block's tensile failure, which was verified in the numerical analysis. In PA model, at the time of the rupture, some points of the mortar had already exceeded its compressive strength under confining pressure, causing the localized crushing of the mortar joint. This behavior was observed in some points of the prisms during the research. According to (Chema e Klinger [8]), the localized crushing of the mortar can cause some stress concentration, leading to the

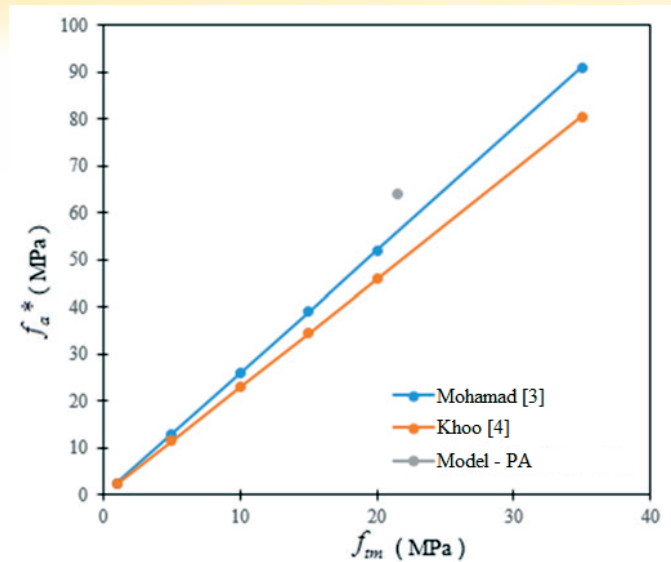


Figure 22
Rupture failure, PA – Mortar

appearance of block's cracks by compression. Figure 17 indicates that the blocks' lower minor principal stress exceeded the value of their uniaxial compression strength, indicating the localized crushing in the blocks.

Thus, the failure mode of PA prism consisted of the simultaneous occurrence of webs rupture, due to the bending caused by the face shell mortar bedding (inducing tensile stresses), and localized crushing of the mortar joint, which induced blocks' localized crushing. Comparing the model proposed by (Chema e Klinger [8]) with the numerical results, for the ratio $E_{arg} / E_b = 0,46$ (indicated in the item 2.3) the rupture would be given by a block's tensile failure. This behavior was also obtained in the numerical analysis.

5. Conclusions

Based on the presented results, it is possible to conclude that numerical models are able to reproduce the mechanical behavior and the failure mechanisms of prisms of ordinary and high strength concrete blocks. The difference between the compressive strength and the modulus of elasticity obtained numerically and experimentally was around 3% for the PO model and 5% for the PA model. In addition, the rupture of PO and PA prisms occurred due to a combination of factors. Block's web tensile failure happened in both of the models, due to the face shell mortar bedding, and was the most significant failure mode of both experimental and numerical point of view.

Although both models showed the bending effect on the flanges, each one presented some peculiarities when achieved the maximum supported load, due to the mechanical properties of its own components.

In the PO model, the friction developed between block and mortar was enough to keep the mortar completely confined. However, in the imminence of block's crushing resulted of the localized crushing of the mortar, the transverse block splitting occurred.

In the PA model, the region close to the inner face of the blocks presented a localized crushing of the mortar followed by the localized crushing of the blocks. In the outer face, there were tensile stresses in both block and mortar, due to the expulsion of the mortar. Such effect was not observed in the PO model, due to the lower ratio of the mortar and block's modulus of elasticity.

6. Acknowledgements

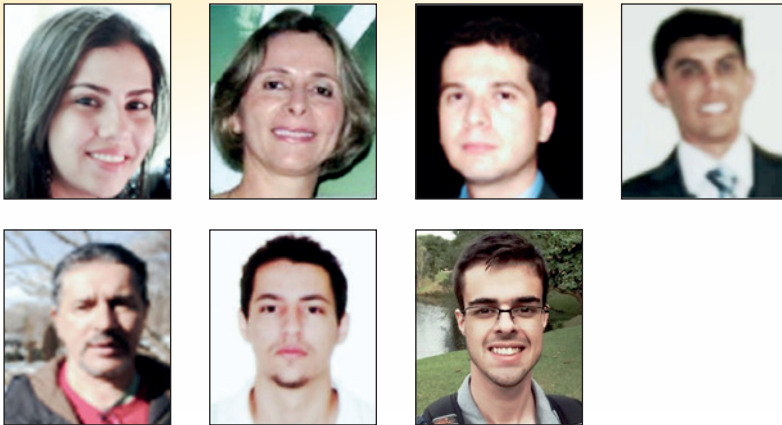
The authors thank the Brazilian agencies Research Support Foundation of Minas Gerais (FAPEMIG) and Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES), and also the Department of Civil Engineering of the Federal University of Viçosa, for the support provided to this study.

7. References

- [1] CASTRO, L. O. Avaliação experimental da interação de paredes de blocos de concreto de alta resistência sob ações verticais. 2015. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.
- [2] OLIVEIRA, L. M. F. Estudo teórico e experimental do comportamento das interfaces verticais de paredes interconectadas de alvenaria estrutural. 2014. 272f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2014.
- [3] MOHAMAD, G. Mecanismos de ruptura da alvenaria de blocos à compressão. 2007. 290f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal, 2007.
- [4] KHOO, C.L. A failure criterion for brickwork in axial compression. Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland, 1972.
- [5] RIDDINGTON, J. R., FONG, K. H.; JUKES, P. Numerical study of failure initiation in different joint shear tests. University of Sussex. *Masonry international Journal*, vol. 11, Nº 2, 1997.
- [6] HAMID, A. A.; DRYSDALE R. G. Suggested failure criteria for grouted concrete masonry under axial compression. *American Concrete Institute- Journal Proceedings*. Vol. 76 (n. 10):1047-1062. Out. 1979.
- [7] ROMAGNA R. H. Resistência à compressão de prismas de blocos de concreto grauteados e não grauteados. 2000. 195f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2000.
- [8] CHEEMA, T.S.; KLINGNER, R. E. Compressive strength of a concrete masonry prism. *American Concrete Institute Journal*. January-February, 1986. p. 88-97.
- [9] JUSTE, A.E. Estudo da resistência e da deformabilidade da alvenaria de blocos de concreto submetida a esforços de compressão. 2001. 255f. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo. 2001.
- [10] KMIECIK P.; KAMINSKI, M. Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken Into Consideration. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. Vol.-XI, No. 3, 2011.
- [11] LUBLINER J., OLIVER J., OLLER S, OÑATE E. A plastic-damage model for concrete, *International Journal of Solids and Structures*. Vol. 25, 1989, pp. 299–329.
- [12] GUO, Zhenhai. *Principles of Reinforced Concrete*. 1ª edição. Oxford, Elsevier, 2014. 587 f.
- [13] SIMULIA Software ABAQUS 6.12. Dassault Systèmes, USA, 2012.
- [14] CARDOSO, H. S (2014). Estudo Teórico-Experimental de Parafusos Utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- [15] AGUIAR, O. P. Estudo do comportamento de conectores Crestbond em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 230 f. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.
- [16] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETÓN. CEB-FIP mode code 2012. *Bulletin d'Information*, 2012.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – Projetos de estrutura de concreto - procedimentos. Rio de Janeiro, 2008.

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method

Avaliação numérico-experimental de prismas de alvenaria estrutural pelo método dos elementos finitos



C. F. R. SANTOS^a
carolrezende@usp.br

R. C. S. S. ALVARENGA^b
rcassia.alvarenga@gmail.com

J. C. L. RIBEIRO^b
jcarlos.ribeiro@ufv.br

L. O. CASTRO^b
lucascastro.ecivil@gmail.com

R. M. SILVA^c
roberto@dees.ufmg.br

A. A. R. SANTOS^d
alexrezendeufv@gmail.com

G. H. NALON^b
gustavohnalon@gmail.com

Abstract

This work developed experimental tests and numerical models able to represent the mechanical behavior of prisms made of ordinary and high strength concrete blocks. Experimental tests of prisms were performed and a detailed micro-modeling strategy was adopted for numerical analysis. In this modeling technique, each material (block and mortar) was represented by its own mechanical properties. The validation of numerical models was based on experimental results. It was found that the obtained numerical values of compressive strength and modulus of elasticity differ by 5% from the experimentally observed values. Moreover, mechanisms responsible for the rupture of the prisms were evaluated and compared to the behaviors observed in the tests and those described in the literature. Through experimental results it is possible to conclude that the numerical models have been able to represent both the mechanical properties and the mechanisms responsible for failure.

Keywords: numerical simulation, concrete prisms, prisms failure modes.

Resumo

No presente trabalho desenvolveram-se ensaios experimentais e modelos numéricos capazes de representar o comportamento mecânico de prismas confeccionados com blocos de concreto comuns e de alta resistência. Foram realizados ensaios experimentais de prismas e, para a análise numérica, adotou-se como estratégia de modelagem, a micromodelagem detalhada, onde cada material (bloco e argamassa) foi representado por suas propriedades mecânicas. A validação dos modelos numéricos foi realizada com base em resultados experimentais realizados. Verificou-se que os valores obtidos numericamente de resistência à compressão e módulo de elasticidade diferem 5% em relação aos valores observados experimentalmente. Ainda foram avaliados quais os mecanismos responsáveis pela ruptura dos prismas, comparando-se tanto com o comportamento verificado nos ensaios, quanto com os descritos na literatura. Por meio dos resultados experimentais concluiu-se que os modelos numéricos foram capazes de representar tanto as propriedades mecânicas quanto os mecanismos responsáveis pela ruptura.

Palavras-chave: simulação numérica, prismas de concreto, modos de ruptura prismas.

^a Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil;

^b Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, Brasil;

^c Professor Titular, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, Belo Horizonte, Brasil;

^d Universidade Federal de Lavras, Viçosa, MG, Brasil.

1. Introdução

A alvenaria estrutural é um sistema construtivo onde os elementos que desempenham a função estrutural são os mesmos que fazem a vedação da estrutura, permitindo assim uma maior racionalização. Como este sistema tem sido cada vez mais utilizado na construção civil surge a necessidade de que a indústria desenvolva novos materiais.

Segundo (Castro [1]), a utilização de minerais (sílica ativa, argila calcinada) e aditivos plastificantes tem proporcionado blocos com maior resistência e menor permeabilidade, sendo denominados blocos de elevada resistência. Entretanto, apesar do desenvolvimento de novos materiais e da utilização de estruturas cada vez mais esbeltas, as normas de cálculo não acompanharam essas evoluções, devido principalmente à falta de modelos experimentais e matemáticos que expliquem o complexo comportamento das unidades e juntas trabalhando como um material compósito. Como um programa experimental de ensaios em paredes é oneroso, grande parte dos autores concorda que é possível estabelecer uma relação entre a carga e modo de ruptura das paredes, estudando-se o comportamento dos prismas, o que permitiria a redução dos custos dos ensaios. Ainda dentro da possibilidade de redução de custos, uma alternativa bastante utilizada para se estudar um determinado fenômeno diz respeito a simulações numéricas, uma vez que estas, desde que calibradas, são capazes de fornecer informações sobre o comportamento estrutural e dar subsídios para determinar, com segurança, os parâmetros a serem utilizados em normas de projeto.

Para que o modelo numérico seja confiável e preciso é necessário que seja feita uma descrição completa do material com base nos resultados experimentais. Uma vez calibrado o modelo, podem-se variar os parâmetros desejados e verificar o efeito isolado de

cada um. De acordo com (Oliveira [2]), pelo fato das juntas de argamassa atuarem como planos de ruínas, essas são responsáveis pela maior parte dos fenômenos não lineares que ocorrem na estrutura, o que torna o processo de modelagem computacional ainda mais complexo.

Dentro deste contexto, pretende-se com este trabalho apresentar a calibração de modelos numéricos de prismas, com base nos resultados experimentais obtidos por (Oliveira [2]) e pelos autores deste trabalho. Utilizando os resultados da modelagem numérica serão estudados os mecanismos responsáveis pela ruptura, comparando-se com comportamento observado durante os ensaios.

2. Contextualização

Com o objetivo de embasar a discussão dos resultados (item 4), serão apresentadas algumas conclusões, acerca de prismas, obtidas por outros pesquisadores.

2.1 Comportamento das argamassas na alvenaria

As alvenarias quando submetidas a um carregamento vertical geram um estado de tensões que provoca, na argamassa de assentamento, tensões horizontais devidas à aderência existente entre a unidade e a argamassa. Logo, em um prisma ou parede, esta encontra-se submetida a um estado triaxial de tensões, apresentando, portanto, comportamento diferente do obtido em ensaios uniaxiais. Ressalta-se que, sob um estado triaxial de tensões, ocorrem mudanças nas propriedades mecânicas tais como: resistência à compressão, variação do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson. Segundo (Mohamad [3]) e (Khoo [4]), o estudo do comportamento das argamassas confinadas é fundamental para se entender os mecanismos de ruptura em prismas e pare-

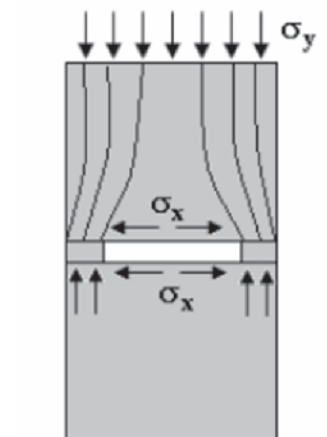
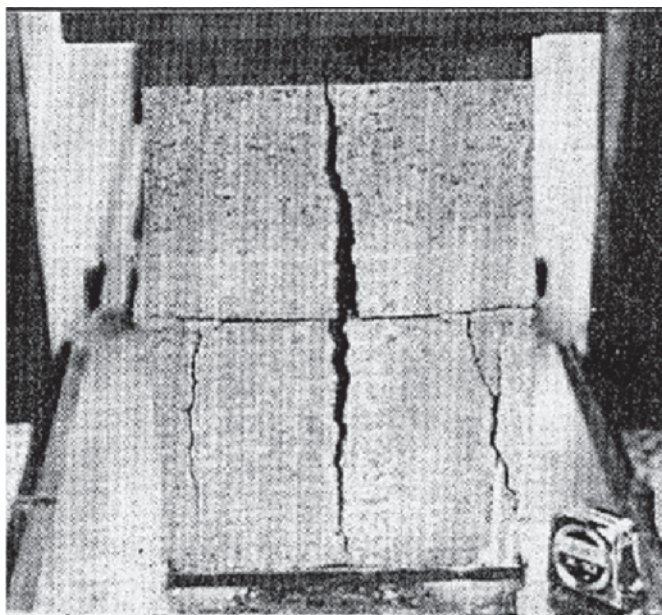


Figura 1
Ruptura em prismas de blocos de concreto, com assentamento parcial, (Mohamad (3))

des (tração no bloco, esmagamento localizado nas faces do bloco, ou esmagamento da interface). Assim, os dois autores estudaram o aumento da resistência à compressão da argamassa em função do aumento da tensão confinante, possibilitando a obtenção de envoltórias de rupturas. A equação (1) e (2) correspondem às envoltórias propostas por (Mohamad [3]) e (Khoo [4]), respectivamente, para argamassa de traço 1:1:6.

$$f_{arg}^* = f_{arg} + 2,6 \cdot f_{tm} \tag{1}$$

$$f_{arg}^* = f_{arg} + 2,3 \cdot f_{tm} \tag{2}$$

onde:

f_{arg}^* corresponde à resistência à compressão da argamassa confinada;

f_{arg} corresponde à resistência à compressão uniaxial da argamassa;

f_{tm} corresponde à tensão de confinamento transversal.

2.2 Resistência ao cisalhamento na interface

A resistência ao cisalhamento das juntas de argamassa possui um comportamento que pode ser descrito através da lei de Coulomb, dada pela equação (3), (Riddington [5]).

$$\tau_u = f_{v0} + \tan\varphi \cdot \sigma \tag{3}$$

onde:

τ_u é a resistência ao cisalhamento da junta horizontal ou vertical;

f_{v0} é a resistência ao cisalhamento por aderência inicial, também denominada coesão;

σ é a tensão de pré-compressão normal à junta;

φ é o ângulo de atrito do material.

2.3 Modos de ruptura dos prismas

É de consenso entre pesquisadores que o modo de ruptura dos prismas e paredes varia em função das propriedades mecânicas de seus materiais constituintes, tais como módulo de deformação e capacidade resistente da argamassa.

Estudos conduzidos por (Hamid e Drysdale [6]) sugerem que o mecanismo de ruptura na alvenaria ocorre devido ao surgimento de um estado biaxial tração e compressão, por consequência da pouca rigidez da argamassa. De acordo com os autores, o impe-

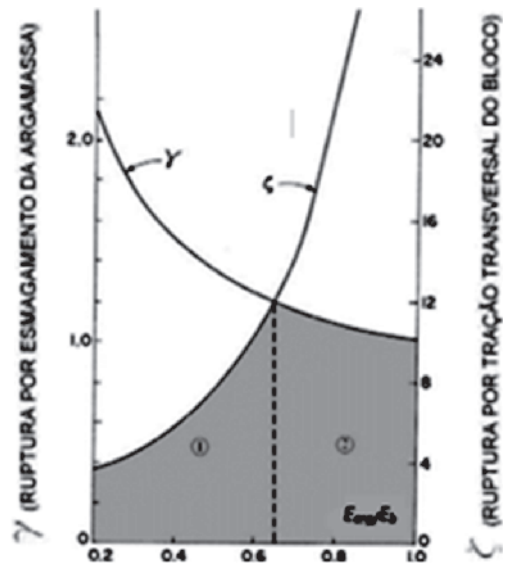


Figura 2

Curva de ruptura dos prismas não-grauteados, (Juste [9])

dimento da deformação lateral da argamassa, pela unidade, faz com que surjam tensões de confinamento na mesma, de modo que a capacidade resistente desta aumenta consideravelmente. Analisando os resultados experimentais, concluiu-se que quando a tensão atuante/resistência à compressão dos prismas (σ/f_{pk}) atinge cerca de 80%, acontece o surgimento de microfissuras ao longo de toda extensão dos prismas.

Assim como os autores, (Mohamad [3]) realizou testes experimentais em prismas de blocos de concreto assentados com argamassa somente nas faces longitudinais. Foi observado na ruptura, o desenvolvimento de tensões de tração na face lateral causadas pela rotação e esmagamento dos apoios. Este mecanismo de ruptura é semelhante ao de vigas, onde o esmagamento da argamassa lateral induz tensões horizontais que levam o material à ruptura por flexão, podendo ser visualizado na Figura 1.

Em seus ensaios, (Romagna [7]) avaliou o comportamento mecânico de prismas de concreto submetidos à compressão. O autor observou que além de se desenvolver intensa fissuração na interseção entre os septos transversais e longitudinais, ocorria o esfacelamento da superfície do bloco. Ainda foi relatado, que, em pontos específicos havia o fendilhamento das paredes dos blocos,

Tabela 1

Resultados experimentais, Autores

Dados experimentais (Autores)							
Blocos*				Prisma**		Argamassa*	
Dimensão (cm)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	$f_{tb,ind}$ (MPa)	f_{pm} (MPa)	E_{pm} (MPa)	f_o (MPa)	E_o (MPa)
15 x 19 x 29	35,19	35,37	1,76	10,60	8006,00	11,80	9293,05

*Resultados dados em relação à área líquida; ** Dados na área bruta

Tabela 2

Resultados experimentais, (Oliveira (2))

Dados experimentais (Oliveira (2))							
Blocos*			Prisma**			Argamassa*	
Dimensão (cm)	f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	$f_{tb,ind}$ (MPa)	f_{pm} (MPa)	E_{pm} (MPa)	f_a (MPa)	E_a (MPa)
14 x 19 x 39	18,65	18,10	0,91	4,49	8420,00	3,52	6800,00

*Resultados dados em relação a área líquida; ** Dados na área bruta

tal situação é decorrente da perda da capacidade resistente da argamassa nesses pontos, levando à sobreposição das unidades e conseqüente esmagamento das mesmas.

Dentro deste contexto, pode-se ainda mencionar a pesquisa realizada por (Cheema e Klingner [8] *apud* Juste [9]), em que estes desenvolveram expressões matemáticas capazes de prever a tensão de compressão necessária para ocorrência de cada tipo de ruptura (tração no bloco, esmagamento do bloco ou esmagamento da argamassa), em função da relação entre os módulos de

elasticidade da argamassa e do bloco, presentes em prismas não grauteados. Com base nessas expressões foi possível traçar o gráfico indicado na Figura 2, onde para relações $E_{arg}/E_b \geq 0,66$ a ruptura ocorre, preferencialmente, por esmagamento da junta de argamassa (região 2 da Figura 2), para $E_{arg}/E_b < 0,66$ a ruptura acontece por tração no bloco (região 1 da Figura 2).

3. Material e métodos

Neste trabalho, foi realizada a simulação numérica dos prismas ensaiados pelos autores deste trabalho e por (Oliveira [2]). Em ambos, os prismas foram produzidos utilizando argamassamento parcial e blocos de concreto, sendo que os autores deste trabalho utilizaram blocos de elevada resistência e (Oliveira [2]) utilizou blocos comuns. Para calibração e validação dos modelos numéricos foram utilizados os resultados experimentais e a descrição dos modos de ruptura certificados experimentalmente.

3.1 Material

Na Tabela 1 e Tabela 2, são apresentados os resultados experimentais utilizados na construção e validação dos modelos numéricos obtidos pelos autores e (Oliveira [2]), respectivamente. Na Figura 3ab, são apresentados os modos de ruptura visualizados nos ensaios experimentais pelos e autores e (Oliveira [2]), respectivamente. Deve-se ressaltar que para realização da modelagem numérica, via Método dos Elementos Finitos, utilizou-se o software comercial ABAQUS.

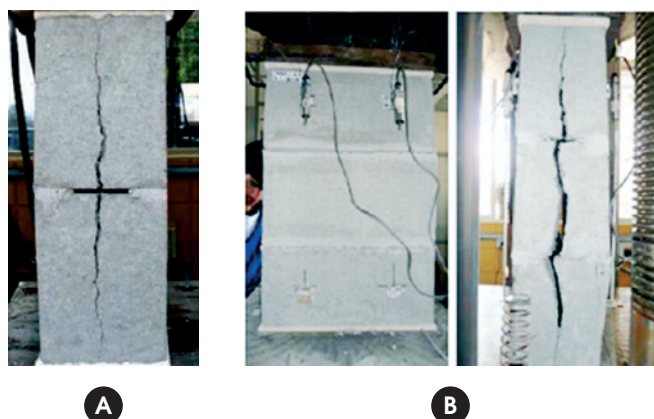


Figura 3
Modo de ruptura de prismas de blocos de concreto, Autores e (Oliveira (2))

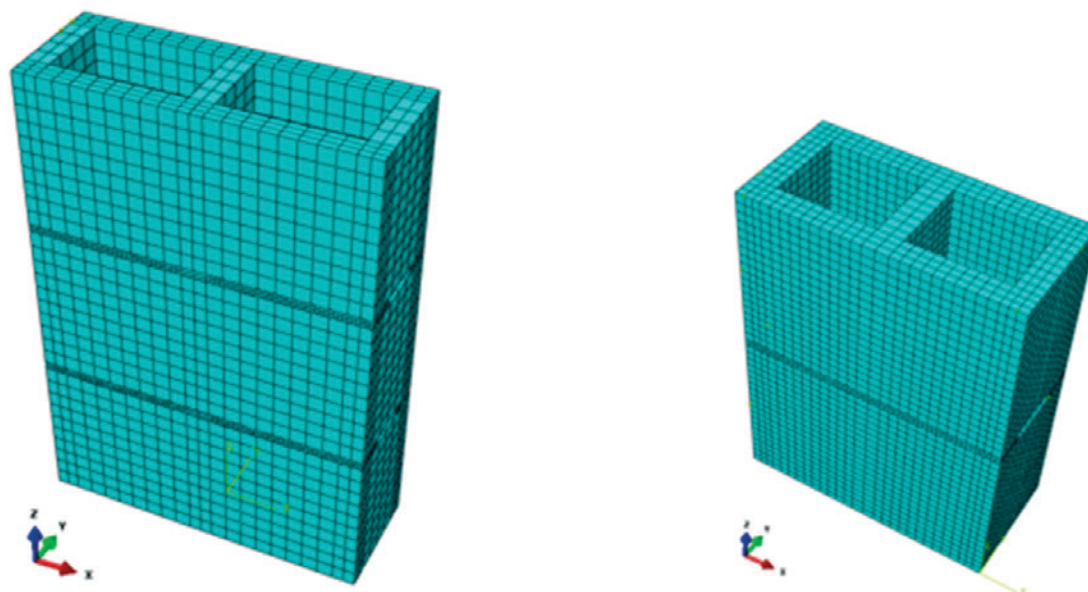


Figura 4
Aspecto geral das malhas para os prismas

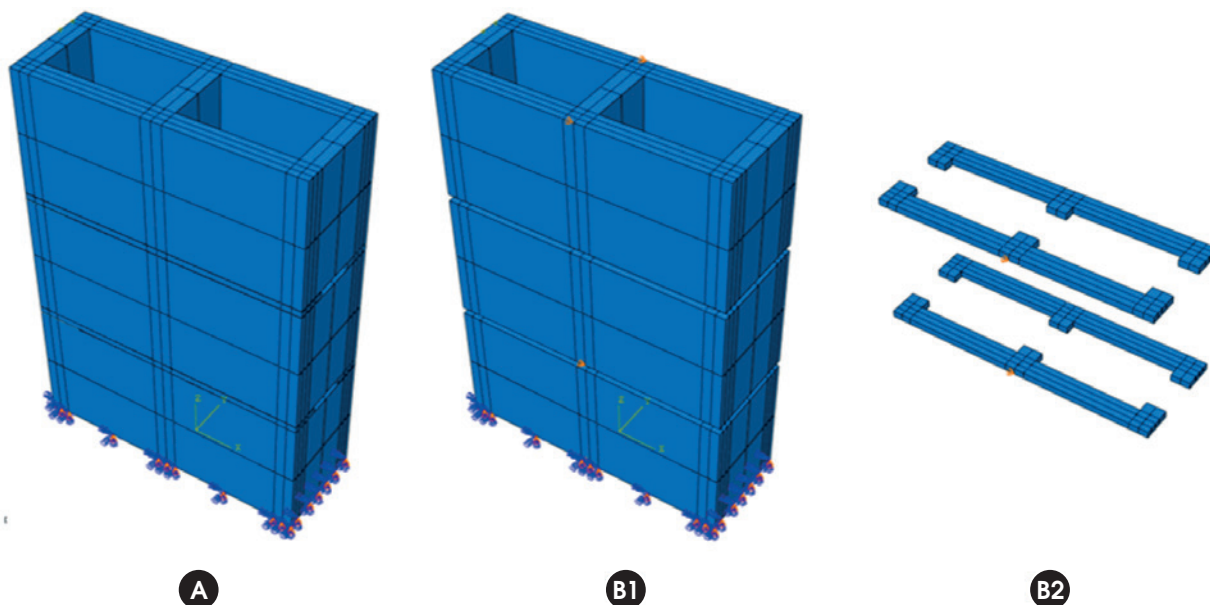


Figura 5
Condição de contorno para os prismas

3.2 Métodos

Para modelagem numérica dos prismas optou-se por realizar uma micromodelagem detalhada, em que cada componente do prisma foi representado por suas próprias propriedades mecânicas e dimensões. Foi ainda necessário o fornecimento de parâmetros para completa discriminação da interface bloco/argamassa (item 3.5).

3.3 Descrição dos modelos

O elemento finito utilizado para geração da malha dos blocos e argamassas foi o C3D8, que é um elemento sólido de oito nós

com interpolação linear e integração completa, capaz de representar as translações em x, y e z, uma vez que possui três graus de liberdade por nó.

A fim de facilitar a descrição dos modelos optou-se por identificar os modelos numéricos por PA e PO, sendo PA e PO relativos aos modelos numéricos cujos resultados experimentais utilizados para calibração e validação foram obtidos pelos presentes autores e por (Oliveira [2]), respectivamente.

Realizando-se os testes de malha decidiu-se por utilizar, para o modelo PA, elementos com dimensão de 1 cm para os blocos e 5 mm para a argamassa, enquanto que, para o modelo PO utilizaram-se elementos de 2 cm para os blocos e 5 mm para a argamassa.

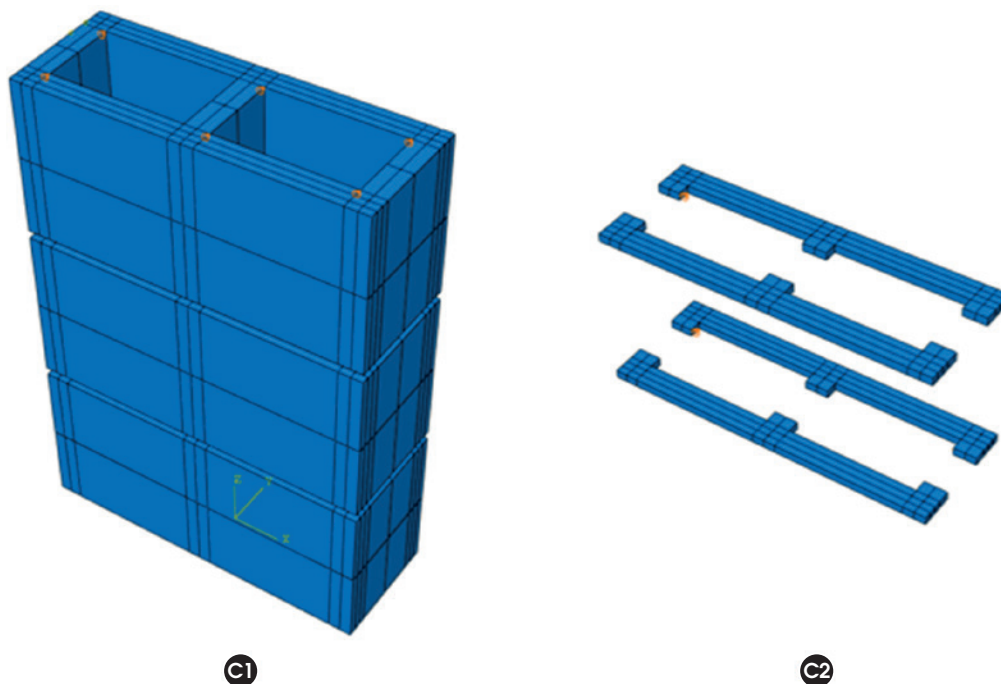


Figura 6
Continuação condição de contorno para os prismas

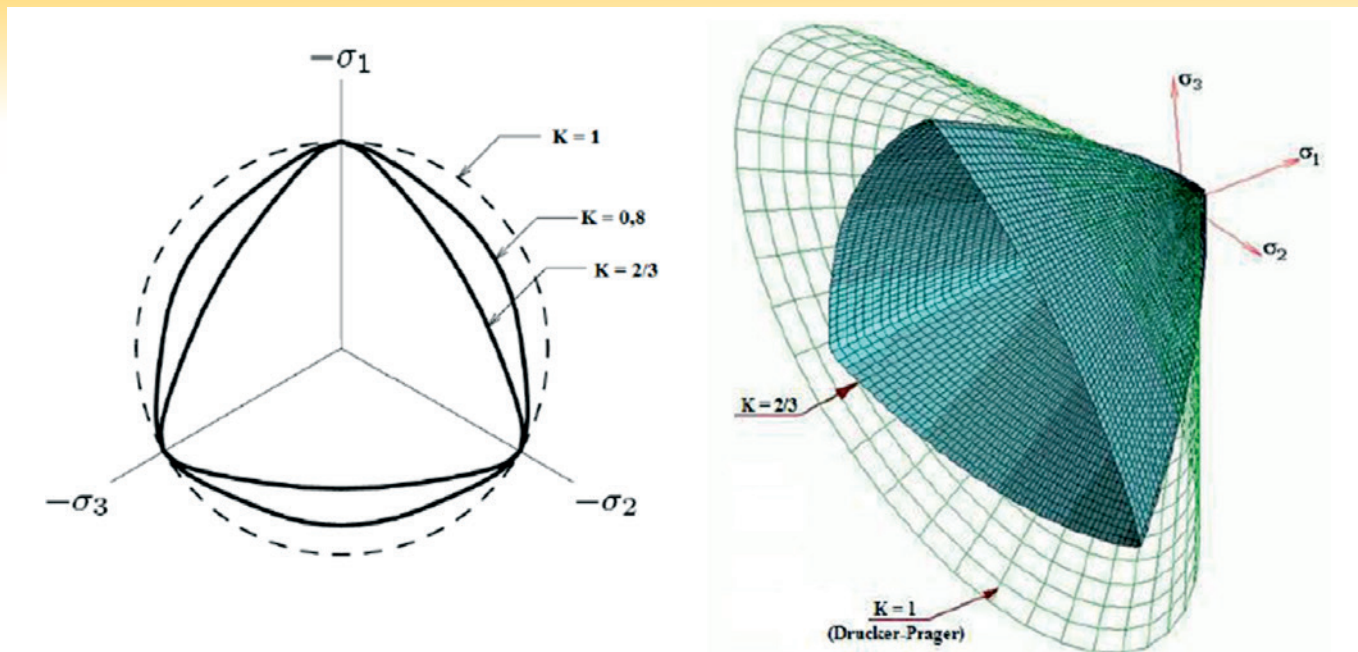


Figura 7
Influência do parâmetro K_c sobre a forma da superfície de escoamento
Fonte: Aguiar (2014)

A diferença entre a malha dos dois modelos ocorre devido a menor quantidade de interfaces no modelo PA, o que permitiu um maior refinamento da malha dos blocos a um custo computacional ainda razoável. Na Figura 4 é apresentado o aspecto geral das malhas para os modelos. A respeito do carregamento, optou-se por impor deslocamento prescrito (de 1,0 cm) a toda superfície superior, deste modo todos os nós da superfície encontram-se sujeitos a um movimento de corpo rígido. O método de análise para os modelos foi o *Static General, Newton Raphson*.

Com relação às vinculações, ambos os modelos tiveram as mesmas condições de contorno apresentadas na Figura 5abc, sendo: a) restrição à translação em z, na base do bloco inferior, Figura 5a; b) restrição ao deslocamento em x tanto no bloco (1), quanto na argamassa (2), Figura 5b; c) restrição ao deslocamento em y tanto no bloco (1) (as restrições x e y apresentadas para os blocos e juntas, foram impostas, respectivamente, a todos os blocos e juntas do modelo) quanto na argamassa (2), Figura 5c.

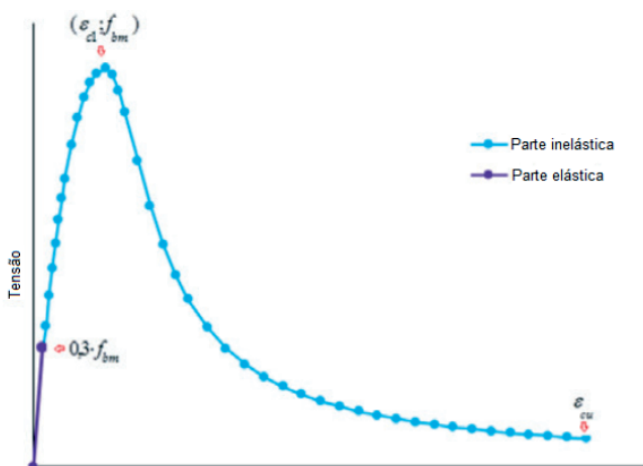


Figura 8
Comportamento do concreto à compressão, curva genérica

3.4 Modelo constitutivo

O modelo constitutivo utilizado para representar o comportamento mecânico dos blocos e argamassas foi o *Concrete Damaged Plasticity*. Segundo (Kmieciak e Kaminski [10]), este modelo é uma adaptação do modelo de Drucker-Prager, que também é utilizado para representar o comportamento mecânico de materiais frágeis. No *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), a equação que define a superfície de Drucker Prager é modificada por um parâmetro K_c igual à 2/3, Figura 7. Vale ressaltar que este modelo foi proposto por (Lubliner *et al.* [11]).

Ainda em relação ao modelo constitutivo, para que este seja utilizado, é necessário definir parâmetros essenciais para sua calibração. Sendo eles:

3.4.1 Comportamento à compressão uniaxial em domínio inelástico

No modelo constitutivo (CDP) as deformações elásticas (ϵ_{el}) e inelásticas (ϵ_{inel}) são calculadas de maneira independente, sendo posteriormente somadas para se obter a deformação total (ϵ), onde as ϵ_{el} dependem apenas do módulo de deformação e do coeficiente de Poisson e as ϵ_{inel} são obtidas a partir da curva tensão versus deformação.

Entretanto em muitos casos é difícil obter essas curvas experimentalmente, no entanto, alguns autores e normas apresentam formulações empíricas, na qual basta que o pesquisador forneça parâmetros, que geralmente, são de fácil determinação.

A curva de compressão utilizada neste trabalho foi proposta por (Guo [12]). Na qual a fase elástica, considerada até 30% da tensão máxima, é obtida a partir da relação entre o módulo de elasticidade e a deformação, enquanto que a fase inelástica é dada pela formulação proposta por (Guo [12]). Na Figura 8, apresenta-se um esquema de como ficará a curva tensão versus deformação.

Como relatado, a curva é composta por dois trechos, sendo, as

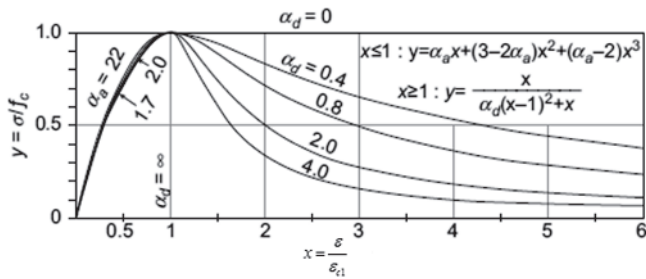


Figura 9
Variação do parâmetro α_d .
Fonte: Guo (2014)

formulações que compõem cada trecho, dadas pelas equações (4), (5), (6), (7), (8) e (9):

- 1º trecho elástico

$$\sigma_c = E_{cm} \cdot \varepsilon \tag{4}$$

- 2º trecho inelástico

$$\sigma_c = f_{bm} \cdot [\alpha_a x + (3 - 2\alpha_a)x^2 + (\alpha_a - 2)x^3] \quad x \leq 1 \tag{5}$$

$$\sigma_c = \frac{f_{bm}}{\alpha_d(x-1)^2 x} \quad x > 1 \tag{6}$$

onde:

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} \tag{7}$$

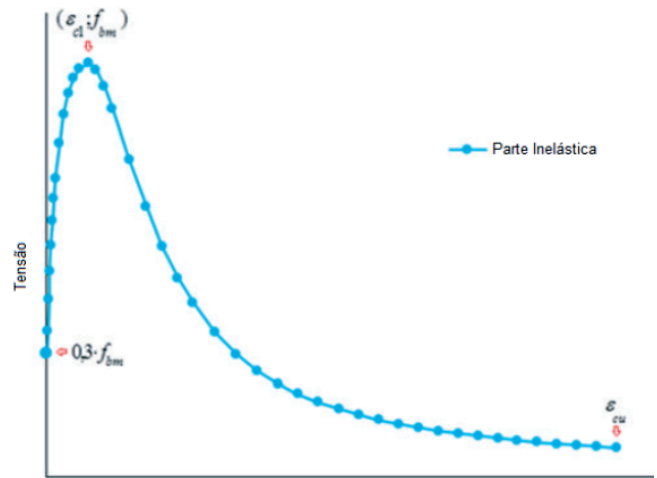


Figura 10
Curva tensão versus deformação inelástica, curva genérica

$$\alpha_a = \frac{E_{cm}}{E_{c1}} \tag{8}$$

$$1.5 \leq \alpha_d \leq 3 \tag{9}$$

em que:

- E_{cm} corresponde ao módulo elástico inicial (considerando uma tensão de $0,3 \cdot f_{bm}$);
- E_{c1} corresponde ao módulo secante (considerando a tensão máxima).

Tabela 3

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

(Oliveira (2))									
Blocos*					Argamassa				
f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)	f_a (MPa)	E_a (MPa)	α_d	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)
18,64	18115,0	2,3	2,24	30	3,52	6796,7	0,4	1,883	10

*As propriedades dos blocos são relativas à área líquida; ¹O valor da deformação específica na carga de pico foi determinado a partir da curva tensão versus deformação obtida experimentalmente.

Tabela 4

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

Autores									
Blocos*					Argamassa				
f_{bm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	α_d	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)	f_a (MPa)	E_a (MPa)	α_d	ε_{c1} (‰) ¹	ε_{cu} (‰)
35,37	35459,14	2,3	2,3	30	11,80	9293,05	0,4	1,9	30

*As propriedades dos blocos são relativas à área líquida; ¹O valor da deformação específica na carga de pico foi determinada a partir dos valores sugeridos pelo Fib Bulletin 65: Model Code 2012 (16).

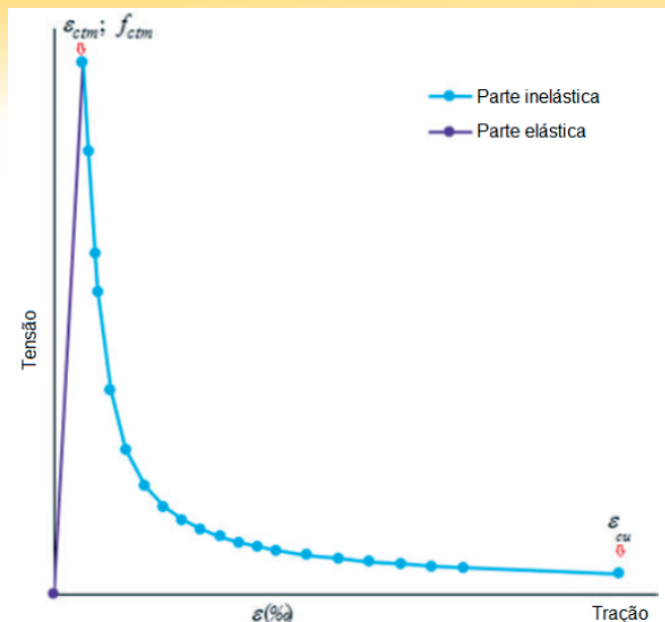


Figura 11
Curva tensão versus deformação inelástica, curva genérica compressão

O parâmetro α_d afeta o trecho descendente da curva, Figura 9, e deve ser calibrado.

Deve-se fornecer ao programa apenas a parcela relativa à deformação inelástica da curva tensão versus deformação, logo é necessário subtrair da deformação total a parcela relativa à deformação elástica. Para isso, utiliza-se a equação (10):

$$\epsilon_{inel} = \epsilon - \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \tag{10}$$

Aplica-se esta equação a todos os pares ordenados, construindo, assim, a curva a ser fornecida ao software, Figura 10.

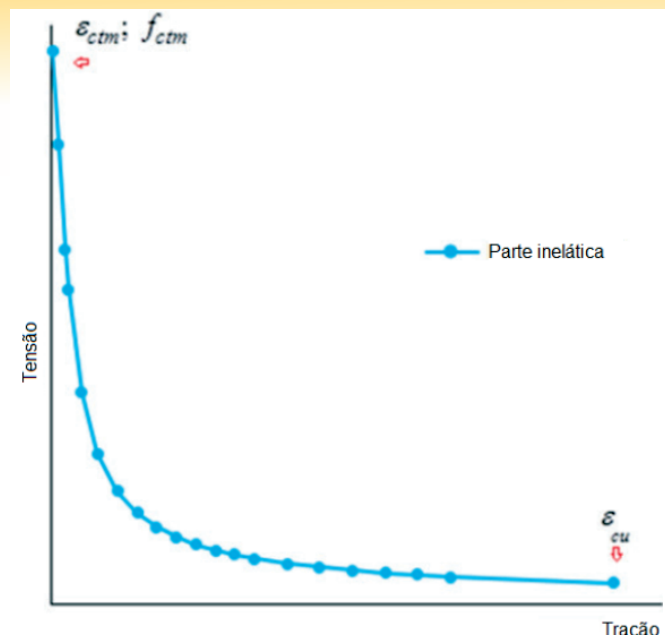


Figura 12
Curva tensão versus deformação inelástica, curva genérica tração

Os valores dos parâmetros necessários para construção da curva analítica tensão versus deformação dos blocos e argamassa são apresentados na Tabela 3 e Tabela 4. Os valores de α_d foram obtidos a partir do formato das curvas experimentais obtidas por (Oliveira [2]). Para as curvas dos autores adotaram-se os mesmos valores obtidos por (Oliveira [2]).

3.42 Comportamento à tração uniaxial em domínio inelástico

De mesmo modo que na compressão, deve-se indicar o comportamento à tração do material. Desta forma, é preciso fornecer a curva tensão versus deformação à tração, sendo também composta de uma parcela elástica e outra inelástica, (Guo [12]), Figura 11. A fase elástica é dada pela equação (11) e a fase inelástica dada

Tabela 5
Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

(Oliveira (2))							
Blocos*				Argamassa			
f_{btm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ϵ_{ct1} (%o) ¹	ϵ_{cu} (%o)	f_{at} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ϵ_{c1} (%o) ¹	ϵ_{cu} (%o)
2,11	18115,1	0,1164	0,9	0,7	6796,7	0,1021	0,9

*As propriedades dos blocos são relativas à área líquida.

Tabela 6
Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

Autores							
Blocos*				Argamassa			
f_{btm} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ϵ_{ct1} (%o) ¹	ϵ_{cu} (%o)	f_{at} (MPa)	E_{cm} (MPa)	ϵ_{c1} (%o) ¹	ϵ_{cu} (%o)
3,23	35459,14	0,0912	0,9	1,97	9293	0,2	0,9

*As propriedades dos blocos são relativas à área líquida.

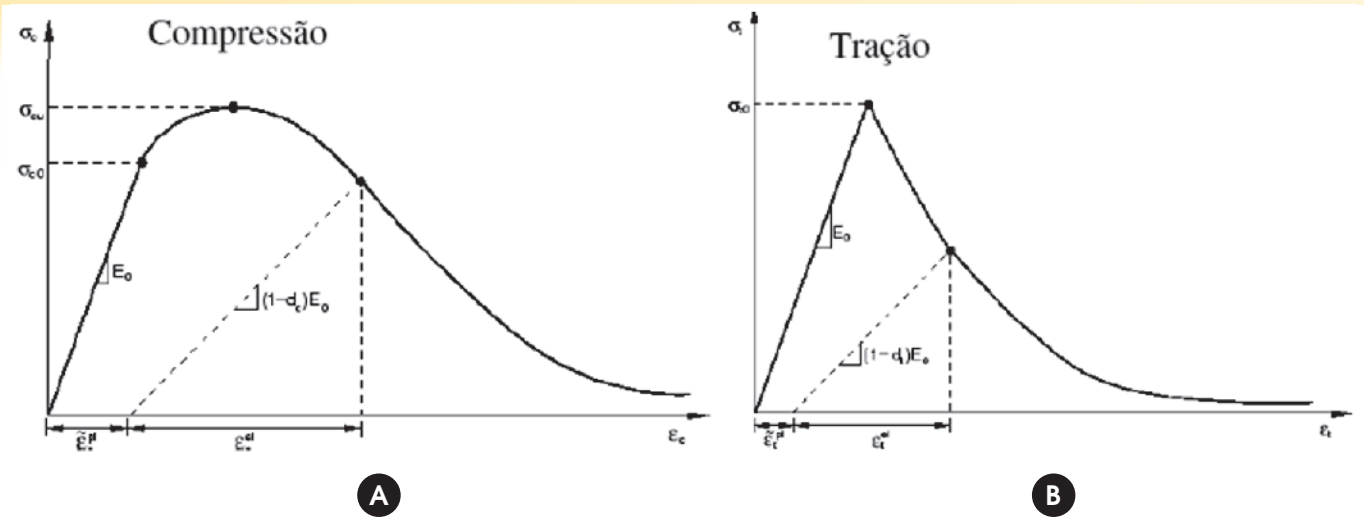


Figura 13
 Degradção da Rigidez do material, SIMULIA (13)
 Fonte: Simulia (2012)

pelas equações (12), (13), (14) e (15).
 - 1º trecho elástico

$$f_{btm} = E_{cm} \cdot \varepsilon \tag{11}$$

- 2º trecho inelástico

$$\sigma_t = f_{btm} \frac{x}{\alpha_t [x-1]^{1,7} + x} \tag{12}$$

onde:

$$\alpha_t = 0.312 \cdot f_{btm} \tag{13}$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ct}} \tag{14}$$

$$\varepsilon_{ct} = \frac{f_{btm}}{E_{cm}} \tag{15}$$

em que:

- E_{cm} corresponde ao módulo de elasticidade tangente inicial;

- f_{btm} corresponde à resistência à tração do material.

Para concreto, a (ABNT NBR 6118:2014 [17]) estima a resistência à tração como sendo $f_{ctm} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$. No entanto, como não existe nenhuma especificação quanto à resistência à tração para blocos e argamassas, foi adotado que essa é dada pela equação (16):

$$f_{btm} = 0.3 \cdot (f_{bm})^{2/3} \tag{16}$$

Assim como na compressão, deve-se fornecer a parcela relativa à deformação inelástica da curva tensão *versus* deformação (Figura 11), para isto, subtrai-se da deformação total a parcela relativa à deformação elástica, conforme foi feito na equação (10).

Os parâmetros de entrada utilizados na modelagem são apresentados na Tabela 5 e Tabela 6.

3.4.3 Degradção da rigidez do material

Quando a tensão no material ultrapassa a fase elástica, ocorre degradação da rigidez em função das deformações plásticas que surgem. Esta degradação pode ser determinada descarregando-se o material e verificando a inclinação do módulo secante no ponto em que se descarregou, comparado com a elasticidade inicial. Como simplificação é admitido que este comportamento ocorra apenas no ramo pós-pico da curva tensão *versus* deformação, Figura 13.

A redução da inclinação é governada por duas variáveis independentes, d_c (dano à compressão uniaxial) e d_t (dano à tração uniaxial). Essas variáveis assumem valores de zero (0), para material não danificado, até um (1), para material totalmente danificado. Segundo (Cardoso [14]), estas variáveis podem ser definidas através das equações (17) e (18):

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{f_{bm}} \tag{17}$$

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{f_{ctm}} \tag{18}$$

3.4.4 Parâmetros do modelo constitutivo Concrete Damaged Plasticity

Além dos parâmetros anteriormente citados, é necessário fornecer ao ABAQUS outros parâmetros, responsáveis por permitir a expansão das equações de comportamento dos materiais em estado uniaxial para o estado multiaxial (Aguiar [15]). Sendo eles:

- $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$: parâmetro que descreve a razão entre as tensões de escoamento no estado biaxial e uniaxial, sendo adotado neste trabalho, o valor default de 1,16 fornecido pelo ABAQUS, (SIMULIA [13]).
- Ângulo de dilatância (ψ): Segundo (Cardoso [13]), esse parâmetro está relacionado à inclinação que o potencial plástico alcança para altas tensões de confinamento, enquanto que, (Kmieciak e Kaminski [10]) definem o ângulo de dilatância como sendo o ângulo de atrito interno do concreto e ainda recomendam a adoção de

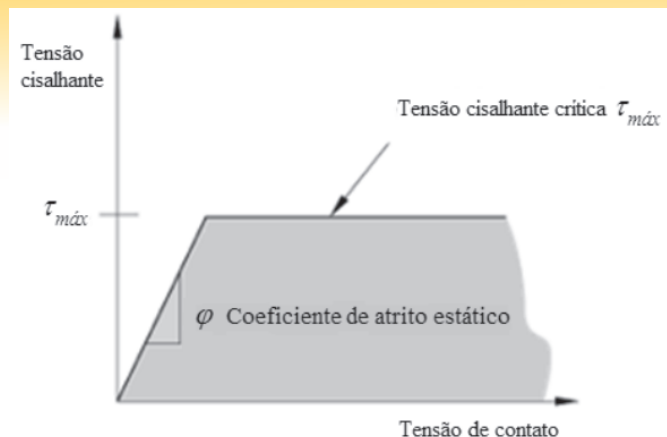


Figura 14
Tangencial Behavior, SIMULIA (13)

Fonte: Simulia (2012)

$$\psi = 36^\circ.$$

- Parâmetro de viscosidade (μ): parâmetro cuja função é facilitar o processo de convergência dos modelos numéricos, regularizando as equações constitutivas admitindo a viscoplasticidade. Neste trabalho foi adotado o valor de $\mu = 10^6$, com base em um estudo preliminar em que se procurou o menor valor de viscoplasticidade de modo que facilitasse o processo de convergência sem afetar os resultados.
- Parâmetro de excentricidade ρ : de acordo com a teoria de Drucker Prager, a superfície de escoamento no plano dos meridianos possui a forma de uma reta ($\rho = 0$). No entanto, ensaios experimentais indicam que a superfície de escoamento assume a forma de uma hipérbole próximo do encontro com o eixo hidrostático ($\rho = 0,1$). Neste trabalho adotou-se $\rho = 0$.

3.5 Descrição da interface bloco/argamassa

Para que o bloco e a argamassa trabalhassem em conjunto, foi necessário definir a interação entre eles. Isso foi feito utilizando-se o módulo *Interactions* do ABAQUS. Uma das opções de contato entre duas superfícies, encontradas neste módulo, chama-se *surface-to-surface contact*, a partir da qual, foram definidas três

propriedades de contato, sendo elas: *Hard*, *Tangencial Behavior*, *Coesive Behavior* e *Damage*.

- O contato do tipo *Hard* possui como propriedade a capacidade de impedir que uma superfície penetre na outra e ao mesmo tempo permite que haja uma separação entre elas após o contato.
- O contato do tipo *Tangencial Behavior* serve para reproduzir o atrito que ocorre na ligação entre os materiais, sendo definido pelo coeficiente de atrito estático ϕ . Ele obedece à lei Coulomb, em que ocorre o aumento da resistência ao cisalhamento em função do acréscimo da tensão de compressão. Duas características neste tipo de contato devem ser levadas em consideração: a primeira, é que a parcela relativa à coesão é desprezada, e a segunda, é que é possível estabelecer uma tensão cisalhante crítica $\tau_{máx}$, de modo que, independente da magnitude da tensão normal, irá ocorrer deslizamento entre as superfícies sem aumento da resistência ao cisalhamento, quando a tensão cisalhante alcançar este valor crítico, Figura 14.
- O contato do tipo *Coesive Behavior* funciona como um tipo de borracha de espessura igual a zero, na qual é possível especificar a rigidez normal K_{nn} e tangencial K_{ss} , K_{tt} da interface. Pode-se ainda atribuir a este tipo de contato uma degradação da rigidez da interface, denominado *Damage*, na qual é necessário fornecer apenas a energia de fratura da interface.

Na Tabela 7 e Tabela 8, são apresentados os parâmetros de entrada para definição das propriedades das interfaces.

Na Figura 15ab e na Figura 16ab, são mostradas as localizações das interfaces nos modelos de prisma. As posições das interfaces foram definidas a partir dos resultados experimentais, e correspondem àquelas onde ocorreram as fissuras.

4. Resultados e discussão

4.1 Resistência à compressão e módulo de deformação

A seguir serão apresentados os resultados obtidos a partir das modelagens numéricas, comparando-os com os resultados obtidos experimentalmente apresentados no item 3.1. Uma vez validados os modelos numéricos, para cada caso, serão discutidos os possíveis modos de ruptura. Vale ressaltar que as propriedades dos blocos e argamassas que foram empregadas nas modelagens numéricas dos prismas são decorrentes dos resultados de caracte-

Tabela 7

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, Autores

(Autores) - Propriedades de interface								
Tangential behavior		Coesive behavior- N/m			Damage initiation - MPa			Damage evolution
ϕ	$\tau_{máx}$ (MPa)	K_{nn}	K_{ss}	K_{tt}	t_n°	t_s°	t_t°	E_t (Nm)
0,5	10,5	5000	$2,1 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^6$	0,91	0,23	0,23	50

Tabela 8

Parâmetros de entrada para curva tensão versus deformação, (Oliveira (2))

(Oliveira (2)) - Propriedades de interface								
Tangential behavior		Cohesive behavior - N/m			Damage initiation - MPa			Damage evolution
ϕ	$\tau_{máx}$ (MPa)	K_{nn}	K_{ss}	K_{tt}	t_n°	t_s°	t_t°	E_t (Nm)
0,5	10,5	5000	$2,1 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^6$	1,47	0,23	0,23	50

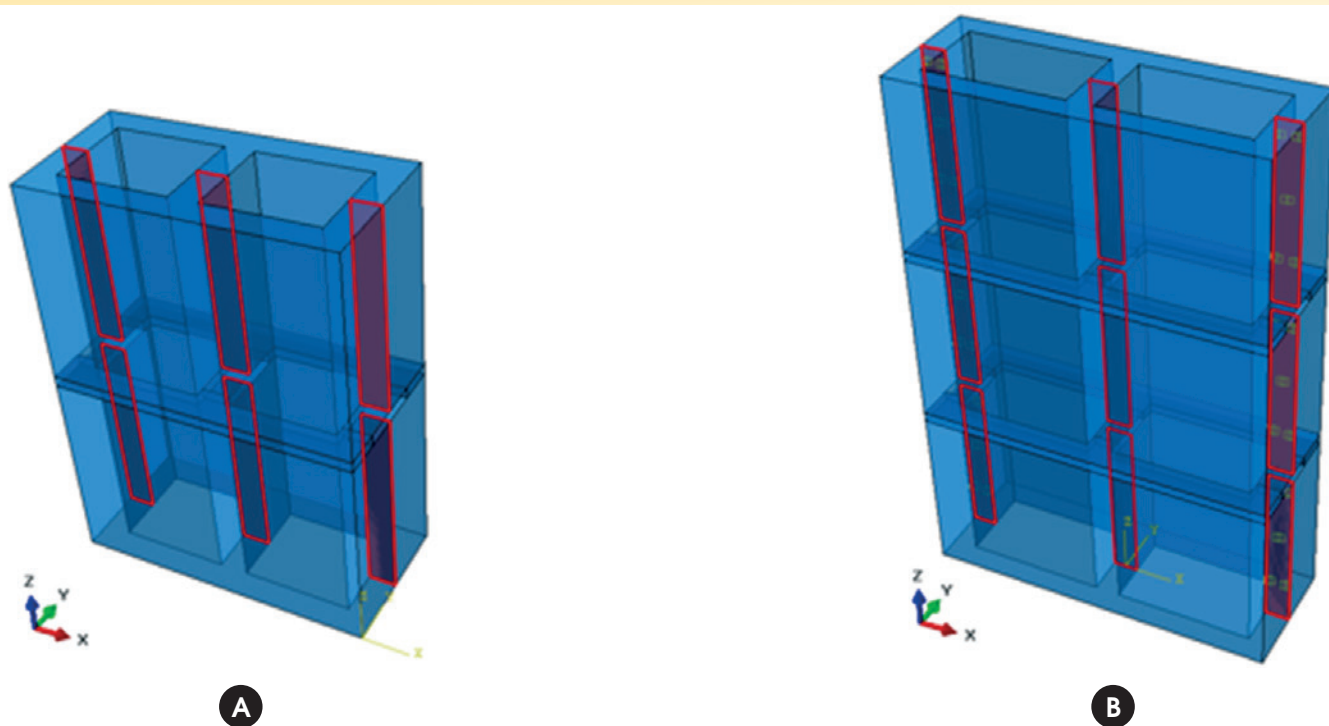


Figura 15
Localização das interfaces com Coesive Behavior

terização mecânica obtidos experimentalmente. Apenas lembrando a convenção utilizada para identificação do modelo numérico tem-se: PO refere-se à modelagem numérica dos prismas ensaiados por (Oliveira[2]) e PA modelagem dos prismas ensaiados pelos autores deste trabalho. Na Tabela 9 e Tabela 10 são apresentadas comparações entre os resultados alcançados experimentalmente e numericamente para

os prismas de (Oliveira [2]) e pelos autores, relativos à resistência à compressão uniaxial e ao módulo de deformação, determinado entre 0,5 MPa e 30% da carga máxima de ruptura. Observa-se pela Tabela 9 e Tabela 10 que ambos os modelos numéricos dos prismas representaram bem o comportamento mecânico obtido experimentalmente, do ponto de vista da carga de ruptura e módulo de deformação, sendo a maior diferença

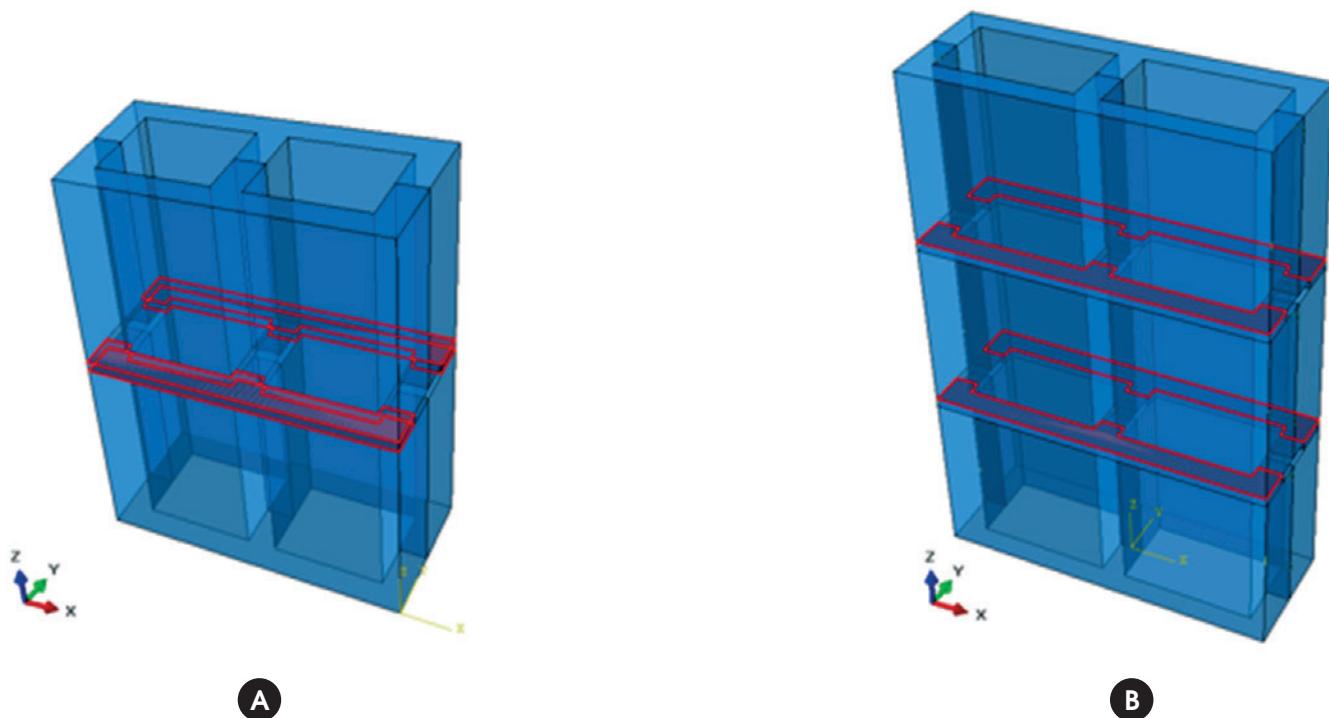


Figura 16
Localização das interfaces com Tangential Behavior e Hard contact

Tabela 9

Comparação entre resultados experimentais e numéricos, PO

Comparação entre resultados experimentais de (Oliveira (2)) e numéricos obtido neste trabalho				
ID	Resistência à compressão dos prismas (f_p) MPa**	Módulo de Def. (GPa)**	Resistência à compressão dos prismas (f_p) MPa***	Módulo de Def. (GPa)***
PO – Exp.	5,16	8,17	9,42	14,92
PO – Num.	5,02	7,97	9,17	14,55
Diferença % ¹	- 3%	- 3%	- 3%	- 3%

** Resultados dados em relação à área bruta; *** Resultados dados em relação à área líquida; ¹ Em relação ao modelo experimental.

Tabela 10

Comparação entre resultados experimentais e numéricos, PA Autores

Comparação entre resultados experimentais e numéricos - Autores				
ID	Resistência à compressão dos prismas (f_p) MPa** ¹	Módulo de Def. (MPa)**	Resistência à compressão dos prismas (f_p) MPa***	Módulo de Def. (MPa)***
PA – Exp.	10,60	8006,40	18,47	13948,43
PA – Num.	10,11	7790,80	17,61	13572,82
Diferença % ¹	- 5%	- 3%	- 5%	- 3%

Resultados dados em relação à área bruta; *Resultados dados em relação à área líquida; ¹Em relação ao resultado experimental.

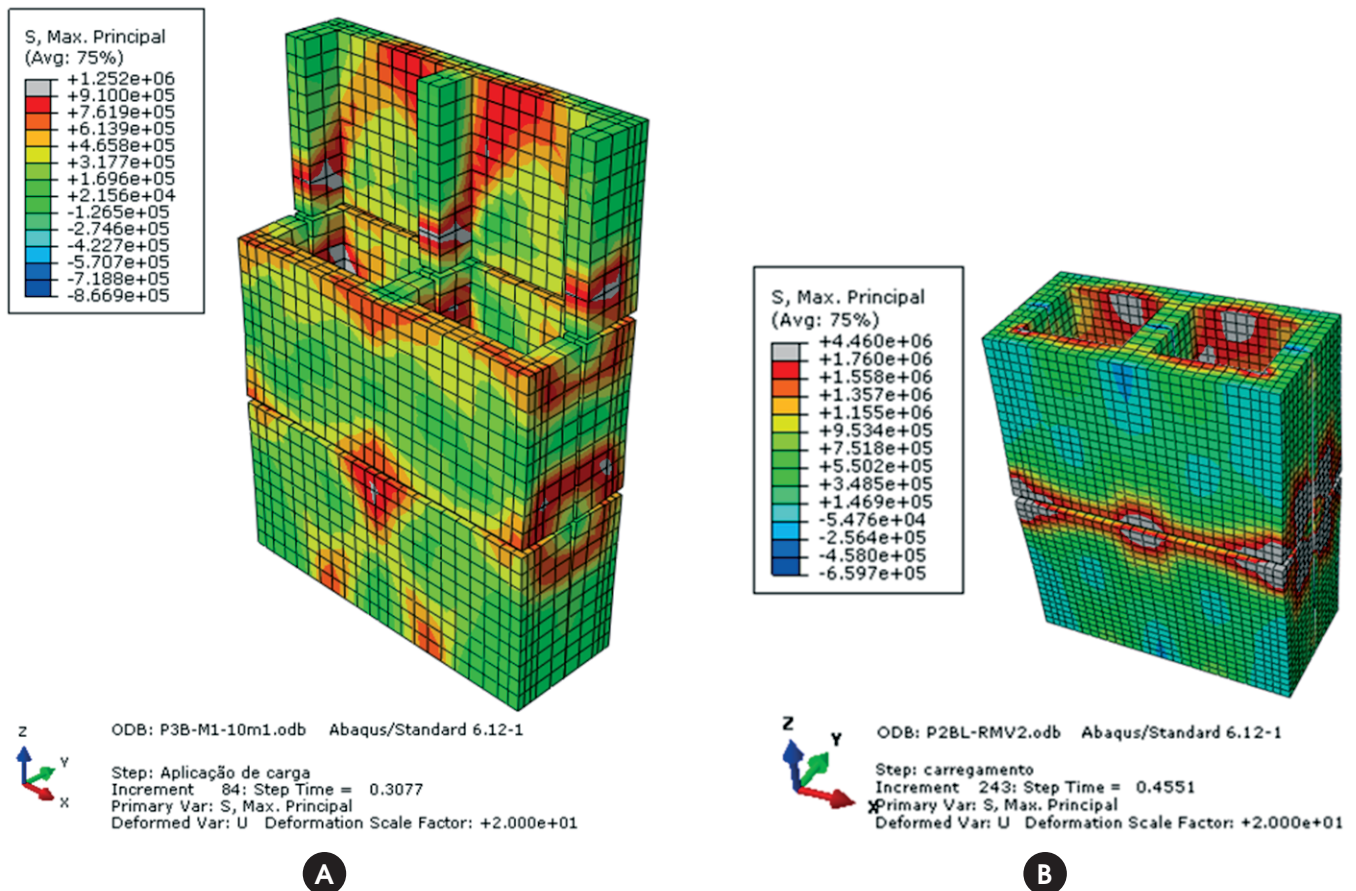


Figura 17

Tensão principal máxima obtida numericamente em Pa – apenas blocos: a) modelo PO; b) modelo PA

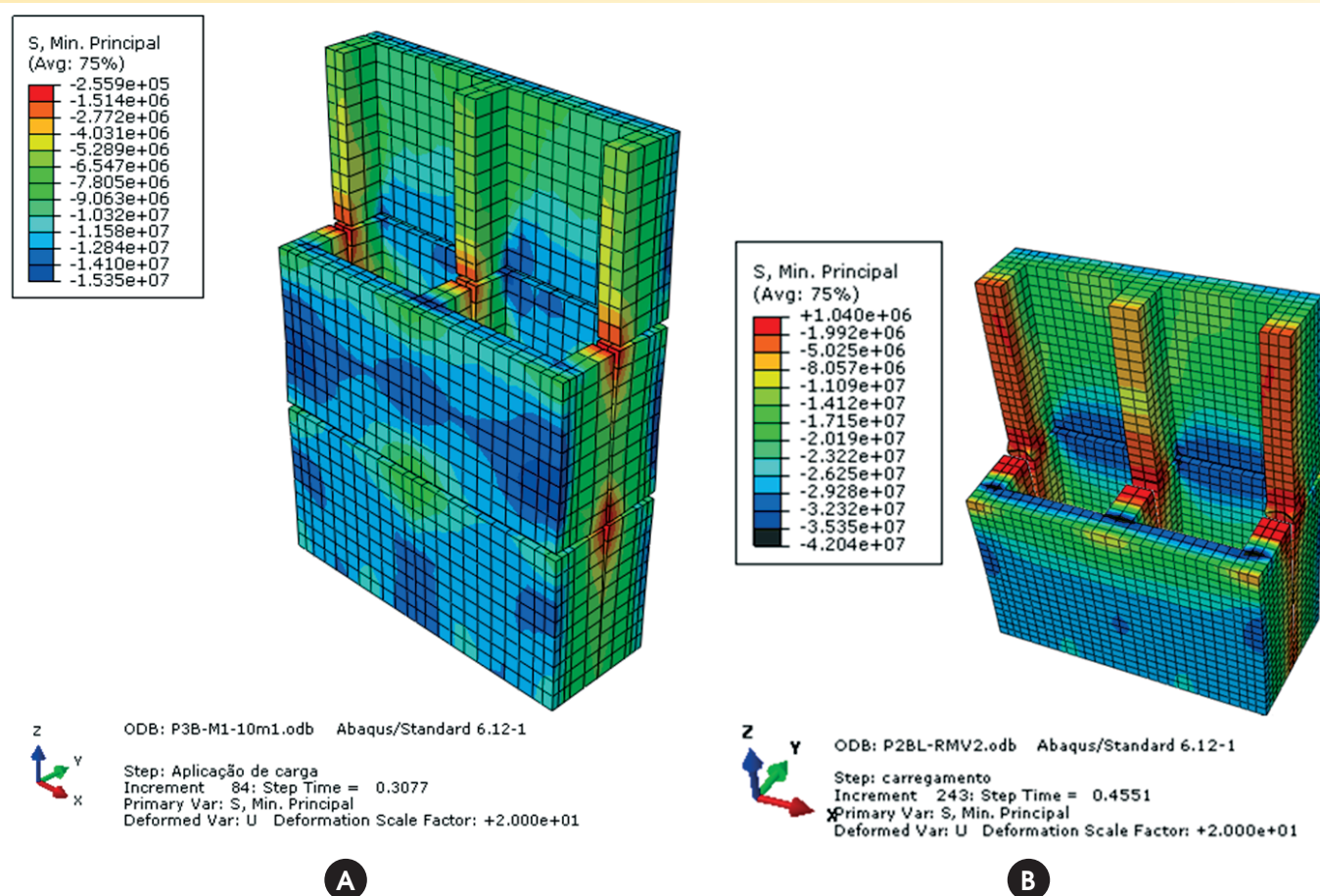


Figura 18

Tensão principal mínima obtida numericamente em Pa – apenas blocos: a) modelo PO; b) modelo PA

de cerca de 5% em relação ao modelo numérico dos autores. No entanto, é válido realizar uma comparação dos modos de ruptura, a fim de verificar a compatibilidade de comportamento entre o modelo experimental e numérico. Para tal, será verificado o estado de tensões principais atuantes no instante da carga de ruptura.

4.2 Tensões principais nos blocos

É apresentado na Figura 17ab o estado de tensão principal máxima que estava atuando (apenas nos blocos) no instante da carga de ruptura, para os modelos de PO e PA.

Pode-se observar na Figura 17a e Figura 17b que, no instante da carga de ruptura, a tensão à tração indireta na área líquida obtida

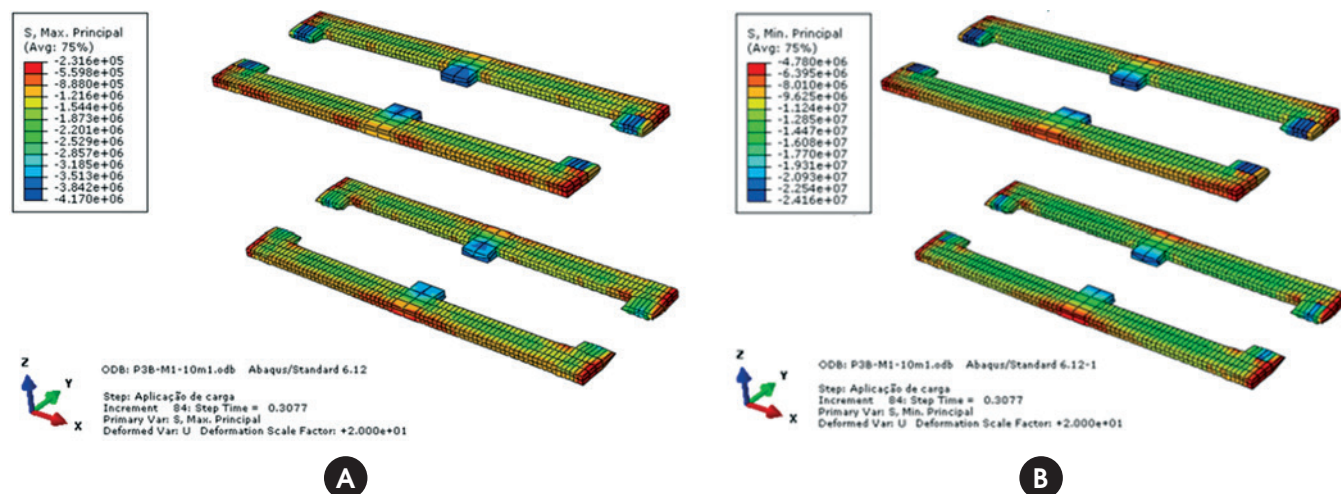


Figura 19

a) Tensão principal máxima; b) Tensão principal mínima – ambas obtidas numericamente em Pa – apenas argamassa: modelo PO

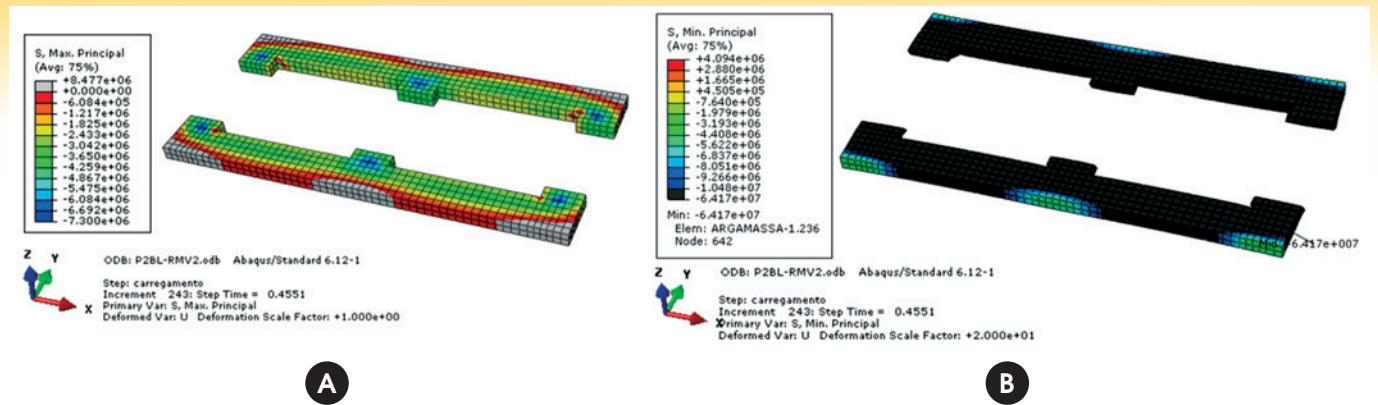


Figura 20

a) Tensão principal máxima; b) Tensão principal mínima – ambas obtidas numericamente em Pa – apenas argamassa: modelo PA

experimentalmente (0,91 MPa para blocos dos autores e 1,47 MPa para os de [2]) já havia sido ultrapassada, sendo este comportamento evidenciado nos flanges laterais que estavam sujeitos à flexão em função do argamassamento parcial. Tal comportamento também foi evidenciado no ensaio experimental, de acordo com os autores e [2]. Analisando-se somente a Figura 17b nota-se que, no instante da carga de ruptura, as paredes longitudinais mais externas dos blocos apresentam tensões de tração maiores que a tensão à tra-

ção indireta dos blocos. Este comportamento deve-se ao esforço gerado pela tendência à expulsão das bordas externas da argamassa (devido ao carregamento vertical), de modo que não foi ultrapassada a resistência ao cisalhamento que se desenvolve entre o bloco e a argamassa, em função do atrito entre eles. Como na parte mais externa do cordão de argamassa o efeito do confinamento é menor, a argamassa tende a sofrer uma maior deformação dando origem ao efeito descrito. Foi observa-

Tabela 11

Envoltórias de ruptura, PO – Argamassa

f_{arg}^1 (MPa)	f_{lm} (MPa)	Mohamad (3)	Khoo (4)	Resultado numérico	
		f_{arg}^* (MPa)	f_{arg}^* (MPa)	f_{arg}^* (MPa)	f_{lm}^2 (MPa)
3,52	1,00	6,12	5,82	24,16	11,40
	2,50	10,02	9,27		
	5,00	16,52	15,02		
	7,50	23,02	20,77		
	10,00	29,52	26,52		
	12,50	36,02	32,27		

¹ O valor da resistência à compressão uniaxial da argamassa foi obtido experimentalmente por Oliveira (2);

² O valor da tensão de confinamento foi obtido considerando o valor médio das tensões verticais que estavam atuando nas proximidades da máxima tensão principal mínima, ver (3).

Tabela 12

Envoltórias de ruptura, PA – Argamassa

f_{arg}^1 (MPa)	f_{lm} (MPa)	Mohamad (3)	Khoo (4)	Resultado numérico	
		f_{arg}^* (MPa)	f_{arg}^* (MPa)	f_{arg}^* (MPa)	f_{lm}^2 (MPa)
11,8	1,00	2,60	2,30	64,17	21,27
	5,00	13,00	11,50		
	10,00	26,00	23,00		
	15,00	39,00	34,50		
	20,00	52,00	46,00		
	35,00	91,00	80,50		

¹ O valor da resistência à compressão uniaxial da argamassa foi obtido experimentalmente por Castro (1);

² O valor da tensão de confinamento foi obtido considerando o valor médio das tensões verticais que estavam atuando nas proximidades da menor tensão principal mínima.

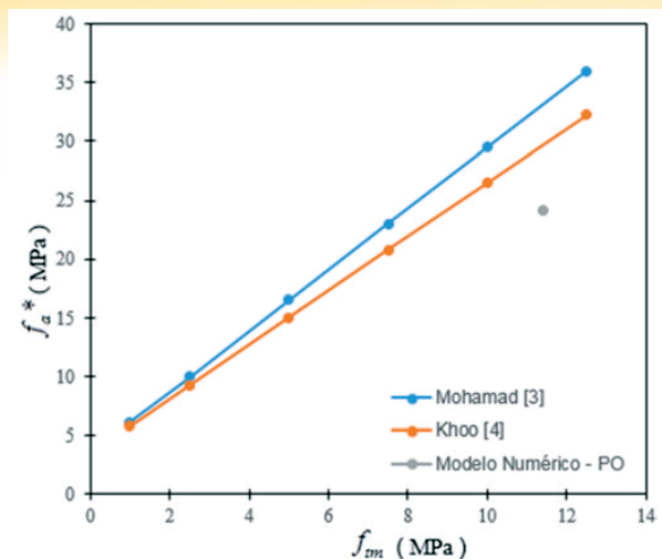


Figura 21
Envoltórias de ruptura, PO – Argamassa

do nesta pesquisa que, durante a realização dos ensaios, havia ocorrência da ruptura dos septos transversais, indicando assim o efeito de tração.

Na Figura 18ab é apresentado o estado de tensão principal mínima que estava atuando (apenas nos blocos) no instante da carga de ruptura, para os modelos PO e PA.

Observando a Figura 18a e Figura 18b no instante da carga de ruptura, a menor tensão principal mínima atuante nos blocos também já apresentava valores próximos aos obtidos nos ensaios à compressão uniaxial na área líquida (18,64 MPa para PO e 35,37 MPa para PA). Note que em ambos os modelos, as faces longitudinais mais externas se encontram solicitadas a tensões próximas a carga de ruptura à compressão, o que indica que o fluxo de carregamento tende a se concentrar nas faces longitudinais. Nos experimentos realizados pelos autores, observou-se que, logo após a carga máxima, ocorria intensa fissuração das paredes longitudinais causando o seu esfacelamento.

Na Figura 18b é mostrado que para o modelo PA, a parte do bloco mais solicitada à compressão corresponde ao cruzamento dos septos longitudinais e transversais. Este efeito é decorrente do maior confinamento da argamassa nesta região, uma vez que a parte central do cordão se encontra restringida ao deslocamento de ambos os lados. Observa-se ainda que este fenômeno não ocorre para o modelo de PO, haja visto, que a relação entre os módulos de deformação do bloco e da argamassa e o atrito, que se desenvolve na interface entre ambos, não são suficientes para manter um maior nível de confinamento, na parte central do cordão de argamassa. Para melhor entendimento deste efeito será verificado o estado de tensões ao qual as argamassas encontram-se submetidas.

4.3 Tensões principais nos cordões de argamassa

Na Figura 19ab e na Figura 20ab são apresentados os estados de tensões principais nos cordões de argamassa para os modelos PO e PA.

Analisando a Figura 19a (modelo PO) pode-se constatar que, devido ao efeito do confinamento, esta apresenta-se totalmente comprimida em suas duas direções. Enquanto que para o modelo PA (Figura 20a), o cordão de argamassa não se encontra totalmente submetido a um estado triaxial de compressão, sendo a

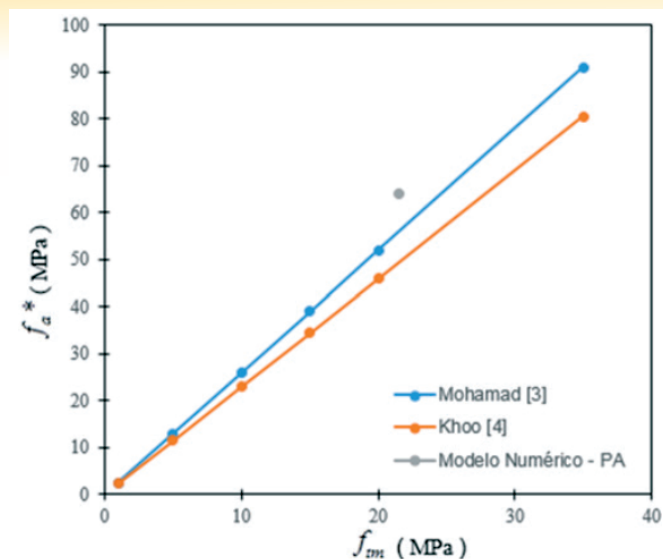


Figura 22
Envoltórias de ruptura, PA – Argamassa

parte externa submetida à tração da ordem de 0,9 MPa, indicando assim o baixo confinamento nesta região. Este efeito não foi verificado no modelo PO, devido a menor relação $E_{arg}/E_b = 0,375$. Com base na Figura 19b, verifica-se que em todos os pontos do cordão de argamassa, a tensão atuante de compressão foi maior que a obtida no ensaio uniaxial (PO – 3,52 MPa). Um comportamento similar foi verificado na Figura 20b, onde toda a área em preto corresponde à tensão superior à obtida no ensaio de compressão simples (PA – 11,80 MPa). Em ambos os casos, tal situação é decorrente do efeito do confinamento, uma vez que, sob estado triaxial de tensões, como é o caso, a resistência à compressão do material aumenta significativamente.

Admitindo a equação (1) proposta por (Mohamad [3]) e a equação (2) obtida por (Khoo [4]), serão reproduzidas as envoltórias de ruptura, de modo a verificar se a menor tensão principal (obtida numericamente) ultrapassa as envoltórias, para o nível de carga de ruptura. A intenção é verificar se houve o esmagamento da argamassa confinada triaxialmente.

Utilizando-se as equações e sabendo que a menor tensão principal vale 24,16 MPa e 64,17 MPa (PO e PA, respectivamente), apresentam-se na Tabela 11 e Tabela 12 os valores das envoltórias de ruptura. Na Figura 21 e na Figura 22 são demonstradas as envoltórias de ruptura para os dois modelos estudados.

Considerando-se a Figura 21 e a Figura 22 é possível afirmar que no instante em que os modelos atingiam as cargas de ruptura, o modelo PO apresentava a menor tensão principal mínima próxima à máxima resistência à compressão triaxial. Enquanto que para o modelo PA, a menor tensão principal mínima já havia ultrapassado as duas envoltórias de ruptura. Vale ressaltar que apesar das duas envoltórias estimadas por (Mohamad [3]) e (Khoo [4]) serem apenas estimativas, (uma vez que para melhor avaliação deveria ser realizado o estudo do comportamento triaxial das argamassas utilizadas pelos autores e por [2]), podem ser consideradas como ferramentas para auxiliar na determinação dos possíveis modos de ruptura.

4.4 Avaliação dos modos de ruptura

Com base nos itens 4.2 e 4.3 pode-se dizer que a ruptura do prisma PO ocorreu devido a uma combinação de fatores, ou seja, possuía extensas fissuras por flexão das paredes transversais, além de

esmagamento no bloco e na argamassa, sendo que a tração na flexão foi forma de ruptura mais evidenciada no ensaio experimental. Comparando o modelo proposto por (Chema e Klinger [8]), indicado no item 2.3 e as conclusões obtidas numericamente, tem-se que para a relação $E_{arg} / E_b = 0,375$ a ruptura seria dada por tração no bloco, comportamento este também evidenciado na análise numérica.

Para o modelo PA tem-se que, no instante em que atinge a carga de ruptura, alguns pontos da argamassa já haviam superado sua resistência à compressão confinada, permitindo deste modo o esmagamento localizado da junta. Este comportamento foi verificado em alguns pontos dos prismas durante a realização da pesquisa. De acordo com (Chema e Klinger [8]), o esmagamento da argamassa, ainda que localizado, pode causar concentração de tensões levando ao surgimento de fissuras por compressão nos blocos. Nota-se que na Figura 18, a menor tensão principal mínima no bloco ultrapassou o valor da resistência à compressão uniaxial deste, indicando também o esmagamento localizado no bloco.

Desta forma, o modo de ruptura do prisma PA consistiu simultaneamente da ruptura dos septos transversais, em função da flexão causada pelo argamassamento parcial (indução de tensões de tração), assim como do esmagamento localizado dos cordões de argamassa, responsáveis por induzir esmagamento localizado nos blocos. Novamente comparando o modelo proposto por (Chema e Klinger [8]) com o resultado numérico, tem-se que para a relação $E_{arg} / E_b = 0,46$ (indicado no item 2.3) a ruptura seria dada por tração no bloco, comportamento este, também evidenciado na análise numérica.

5. Conclusões

Com base nos resultados apresentados pode-se concluir que os modelos numéricos foram capazes de reproduzir, além do comportamento mecânico, o modo de ruptura de prismas compostos tanto por blocos de concreto comuns quanto de alta resistência. Sendo que a diferença entre a resistência à compressão e o módulo de deformação dos prismas obtidos numericamente e experimentalmente foi da ordem de 3% para o modelo PO e 5% para o modelo PA. Ainda foi verificado que a ruptura dos prismas PA e PO ocorreram devido a uma combinação de fatores, entre eles, e comum aos dois modelos, pode-se dizer que a tração devido à flexão dos septos transversais decorrentes do argamassamento parcial foi o modo de ruptura mais evidenciado tanto do ponto de vista experimental quanto numérico. Ainda que ambos os modelos evidenciaram o efeito de flexão dos flanges, tem-se que cada um, em função das propriedades mecânicas de cada material, apresentou algumas particularidades quanto aos mecanismos presentes no passo de carga correspondente a carga máxima de ruptura.

Observando o modelo PO tem-se o atrito que se desenvolve entre as interfaces bloco/argamassa foi suficiente para manter a argamassa totalmente confinada, no entanto, na iminência do esmagamento do bloco, decorrente do esmagamento localizado da argamassa confinada, ocorreu a ruptura por tração dos septos.

Considerando o modelo PA tem-se que este, em regiões próximas a face mais interna dos blocos, apresentou esmagamento localizado da argamassa seguido de esmagamento localizado dos blocos. Enquanto que na face externa, devido à tendência de expulsão da argamassa, ocorreu o surgimento de tensões de tração no bloco e na argamassa. Tal efeito não foi verificado no modelo PO, em virtude da menor relação entre o módulo de elasticidade do bloco e da argamassa.

6. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer à Fapemig, à Capes e ao

Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa, pelo suporte concedido para a execução deste trabalho.

7. Referências bibliográficas

- [1] CASTRO, L. O. Avaliação experimental da interação de paredes de blocos de concreto de alta resistência sob ações verticais. 2015. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.
- [2] OLIVEIRA, L. M. F. Estudo teórico e experimental do comportamento das interfaces verticais de paredes interconectadas de alvenaria estrutural. 2014. 272f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo, 2014.
- [3] MOHAMAD, G. Mecanismos de ruptura da alvenaria de blocos à compressão. 2007. 290f. Tese (Doutorado), Escola de Engenharia, Universidade do Minho, Portugal, 2007.
- [4] KHOO, C.L. A failure criterion for brickwork in axial compression. Ph.D. Thesis, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland, 1972.
- [5] RIDDINGTON, J. R., FONG, K. H.; JUKES, P. Numerical study of failure initiation in different joint shear tests. University of Sussex. Masonry international Journal, vol, 11, Nº 2, 1997.
- [6] HAMID, A. A.; DRYSDALE R. G. Suggested failure criteria for grouted concrete masonry under axial compression. American Concrete Institute- Journal Proceedings. Vol. 76 (n. 10):1047-1062. Out. 1979.
- [7] ROMAGNA R. H. Resistência à compressão de prismas de blocos de concreto grauteados e não grauteados. 2000. 195f. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2000.
- [8] CHEEMA, T.S.; KLINGNER, R. E. Compressive strength of a concrete masonry prism. American Concrete Institute Journal. January-February, 1986. p. 88-97.
- [9] JUSTE, A.E. Estudo da resistência e da deformabilidade da alvenaria de blocos de concreto submetida a esforços de compressão. 2001. 255f. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, São Paulo. 2001.
- [10] KMIECIK P.; KAMINSKI, M. Modelling of Reinforced Concrete Structures and Composite Structures with Concrete Strength Degradation Taken Into Consideration. Archives of Civil and Mechanical Engineering, vol. Vol.-XI, No. 3, 2011.
- [11] LUBLINER J., OLIVER J., OLLER S, OÑATE E. A plastic-damage model for concrete, International Journal of Solids and Structures. Vol. 25, 1989, pp. 299–329.
- [12] GUO, Zhenhai. Principles of Reinforced Concrete. 1ª edição. Oxford, Elsevier, 2014. 587 f.
- [13] SIMULIA Software ABAQUS 6.12. Dassault Systèmes, USA, 2012.
- [14] CARDOSO, H. S (2014). Estudo Teórico-Experimental de Parafusos Utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.
- [15] AGUIAR, O. P. Estudo do comportamento de conectores Crestbond em pilares mistos tubulares preenchidos com concreto. 230 f. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.
- [16] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETÓN. CEB-FIP mode code 2012. Bulletin d'Information, 2012.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014 – Projetos de estrutura de concreto - procedimentos. Rio de Janeiro, 2008.

Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns

Avaliação da resistência de consolos de concreto moldados em etapa distinta do pilar

D. L. ARAÚJO ^a
dlaraujo@ufg.br

S. A. AZEVEDO ^a
sergioazevedocoelho@gmail.com

E. M. OLIVEIRA ^a
munizedi@gmail.com

E. M. O. SILVA ^a
erikameire@gmail.com

L. A. OLIVEIRA JÚNIOR ^b
pucgo.luiz@gmail.com

Abstract

The design of a precast structural system requires joints between the structural elements, being often used concrete corbels in connection between beams and columns. Concrete corbels are an obstacle to optimize the precast production mainly of column has two or more concrete corbels in different faces. In this cases, the concrete corbels have needed to manufacture in distinct stage of column, which requires some attention to the interface between column and corbel and some solution to ensure the continuity of main tie reinforcement. This paper carried out some tests, analytical and computational modeling of five models of concrete corbels, being one monolithic and four models with corbels are manufactured in distinct stage of the column. The results presented and discussed are the failure mode, the interface gap and the accuracy of the analytical and computational predictions. It was observed that the concrete corbels with bent tie reinforcement presented the largest gap opening in interface and that the computational model represented the monolithic concrete corbel resistance better than normative models.

Keywords: reinforced concrete, precast, corbels, computational modeling.

Resumo

O uso de consolos de concreto é prática comum na ligação entre vigas e pilares, porém um entrave à sua utilização é a logística de concretagem quando os consolos de um pilar apresentam direcionamentos em diferentes planos. Surge, então, a necessidade de se realizar a concretagem do consolo e do pilar em etapas distintas, o que exige alguns cuidados com a interface e alguma solução para que exista continuidade entre as armaduras. Este trabalho faz análises experimentais, normativas e computacionais de cinco modelos de consolos, sendo um monolítico e quatro concretados em etapa distinta do pilar. Nos resultados são apresentados e discutidos os mecanismos de ruptura, as aberturas de junta, bem como a precisão das previsões analíticas e do modelo computacional. Ao final do trabalho se observou que os consolos com tirante dobrado apresentaram as maiores aberturas de junta, e que o modelo computacional representou melhor a resistência da biela comprimida do consolo monolítico que os modelos normativos.

Palavras-chave: concreto armado, pré-moldados, consolos, modelagem computacional.

^a Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil;

^b Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, GO, Brasil.

1. Introduction

Industrialization of civil construction is gradually improving. The use of precast concrete in structural conception must be highlighted. This structural system provides some adaptations of certain work-related, environmental, and economic requirements that traditionally have not been prioritized, that is: high quality control, shorter construction time, saving materials and reducing waste; improved service behavior, and increased durability, among others. Prefabrication of structures has some implications for the design and execution of structures because, unlike structures that are cast in place, the connections between structural elements are not monolithic, and, therefore, distribute loads and provide structure stability in a different way.

Among the several types of connections between precast beams and columns, connections with corbels are the most common. Corbels are cantilevered elements projected from any structural element in order to provide support to other structural elements. The arrangement of beams in relation to the column affects the direction of the corbels.

Depending on the required position of corbels in the column, their manufacture needs to be realized in a different stage from the column in order to simplify the formworks. However, to perform this procedure, continuity between corbels and columns reinforcements should be guaranteed, which can be done by bending the main reinforcement of the corbels in the column or by splicing bar systems, such as the sleeves and threads system. In addition, the treatment of the interface between the column and corbel should

be performed with some care in order to provide effective bonding and transmission of internal forces between these elements.

The objective of this research was to develop a comparative study of the strength and mechanical behavior between precast corbels cast in a different stage from the column, and monolithic corbels. For this, tests were conducted along with Finite Element Method computational modeling and analysis using design code models. In the case of corbels cast in a different stage, the influence of the method used to perform the continuity of the main tie reinforcement with column reinforcement was analyzed. Also, the possibility of replacing the secondary reinforcement required in design of concrete corbels with steel fibers was verified.

1.1 Design models for concrete corbels

The corbel design models are related to their failure modes, that is, the mode that requires the least energy dissipation for the failure of element. The failure mechanisms of corbels can be divided in six basic modes: bending, concrete crushing on the strut, shear at the interface between the corbel and the column, loss of anchorage of the main tie reinforcement, horizontal load, and concrete crushing under the bearing pad. Figure 1 illustrates those mechanisms.

Corbels, in general, are classified as three-dimensional elements, since they do not have enough length to dissipate localized disturbances. Thus, the hypothesis of flat sections in flexure (Navier-Bernoulli's hypothesis) is not valid, which invalidates the beam theory in these cases. Figure 2 provides an overview of the stress paths in corbels. Figure 2a shows a bottom portion of the corbel

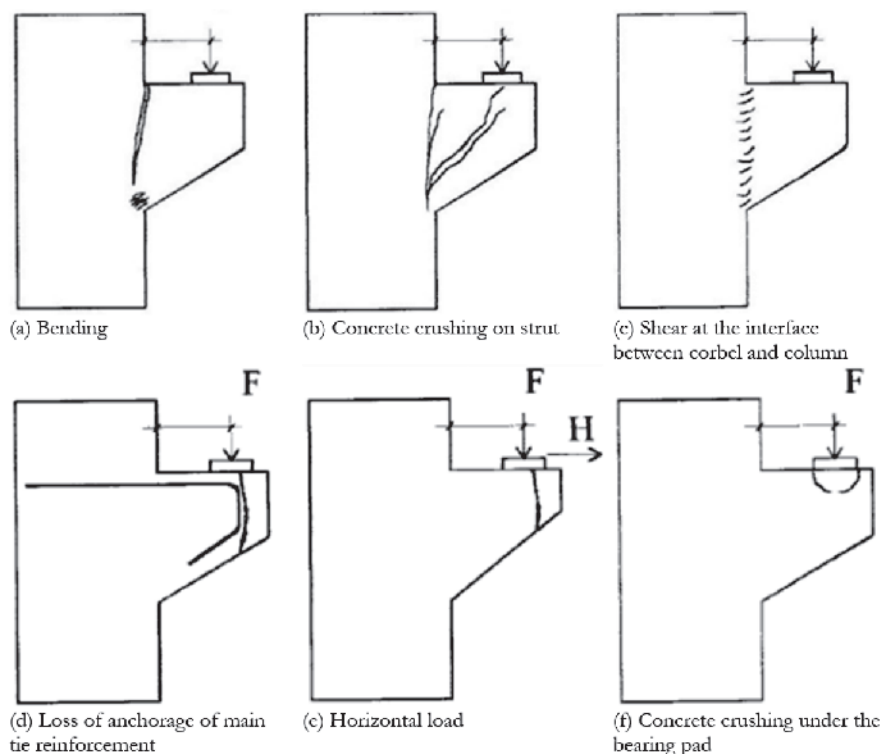


Figure 1 Failure modes of corbels. Adapted from Torres (1)

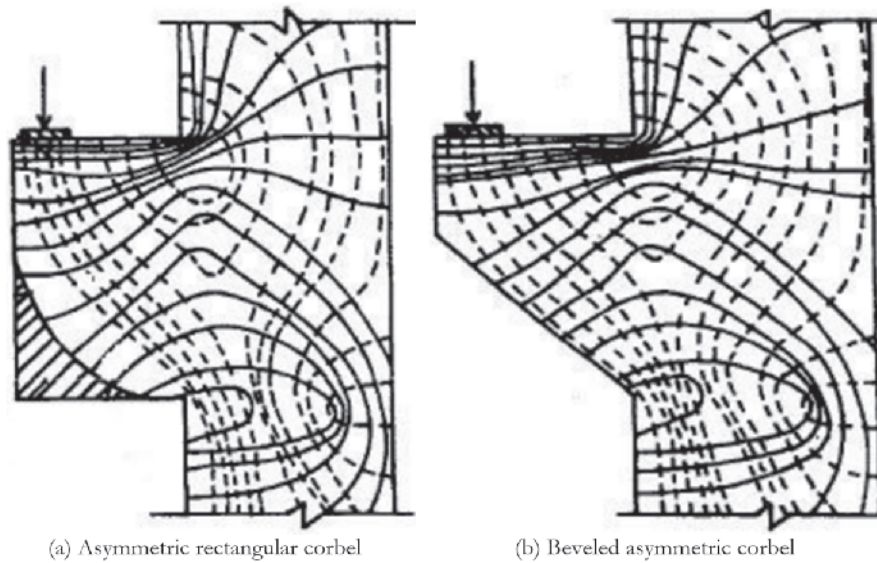


Figure 2
Stress paths in corbels. Adapted from Torres (1)

without stresses, which justifies the use of the geometries shown in Figure 2b.

From Figure 2, a large concentration of parallel solid lines on the upper face of corbels can be observed, which means that this region has a high concentration of tension stress. On the other hand, parallel dashed lines from the application point of the load to the base of the corbel can be observed, which represent a compressed region of the corbel. From this stress overview, the strength mechanism of the corbels can be approached by a strut and tie model. In these models, regions under tension are replaced by tie reinforcement and a concrete strut replaces the compressed region. Thus, the internal forces can be obtained and design of corbel can be performed.

Strut and tie models are the basis of most design models recommended by national and international design codes for monolithic concrete corbels. In this paper, recommendations of Brazilian codes for precast concrete structures [2], European code [3] and Precast/Prestressed Concrete Institute (PCI) recommendation [4] were adopted for analysis.

1.2 Steel fiber-reinforced concrete

Plain concrete is a brittle material that shows low strain before reaching its ultimate strength. Moreover, it has high compressive strength, but low tension-strength. The addition of steel fibers to the cementitious matrix can improve its mechanical behavior.

According Özcan *et al.* [5], the addition of steel fibers to concrete improves the cracking process of the matrix, making the material more ductile. Moreover, the addition of fibers to the fresh concrete does not require major changes in traditional practices of concrete casting.

The contribution of steel fibers in the cementitious matrix is mainly related to its random distribution, that is, as the cracks appear, fibers cross the cracks and transfer tension forces between the

crack faces. Thus, the cracking process becomes more distributed in the cementitious matrix and do not concentrate in very small regions, thus resulting in a higher number of cracks of reduced sizes, which increases the ductility of the concrete.

Gao and Zhang [6] claim that the use of steel fiber reinforced concrete in the prefabrication of corbels reduces the reinforcement ratio of the corbel and increases its strength and stiffness, thus improving its mechanical behavior.

2. Experimental program

Five concrete corbels with the geometry shown in Figure 3 and properties listed in Table 1 were tested. This geometry was adopted so that the failure load estimated for the monolithic model was lower than the capacity of reaction frame used in the tests. The symmetry of the model, with two corbels, is particularly interesting in the execution of the tests, as it avoids the need for a

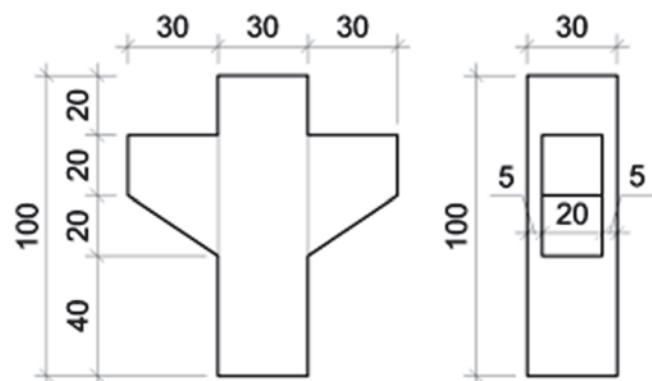


Figure 3
Geometry of tested models (sizes in cm)

Table 1
Properties of tested models

Model	Interface treatment	Fiber content	Main reinforcement	Secondary reinforcement
P1	Monolithic	0%	Continuous	Horizontal and vertical stirrups
P2	Shear key	1%	Sleeve and threads	Horizontal loops without stirrups
P3	Scarified rough joint	0%	Continuous ^(a)	Horizontal stirrups in CA 25 and vertical stirrups
P4	Scarified rough joint	0%	Continuous ^(a)	Horizontal stirrups in CA 25 and vertical stirrups
P5	Scarified rough joint	0%	Continuous ^(a)	Horizontal stirrups in CA 25 and vertical stirrups

Note: a) Main and secondary reinforcements, made of CA-25 steel, were bent in the formwork of the column before casting and turned straight after its demolding.

reaction structure to prevent the rotation of the column, which happens when the model has a single corbel. According to Table 1, model P1 was monolithic, while models P2 to P5 had the corbels cast in a different stage from the column. Furthermore, the corbels of model P2 were produced using a concrete reinforced by 1% (78.5 kg/m³) of steel fibers.

2.1 Materials

The concrete used in the corbel tests was composed of Portland Cement type CP II-Z, silica fume, crushed powder, natural sand, coarse aggregate with two maximum dimensions, water and superplasticizer. Steel fibers used were DRAMIX® RC 65/35 BN with 35 mm length, 0.54 mm diameter and nominal strength of 1100 MPa, according to information provided by the manufacturer.

Tests to characterize the steel and concrete were performed in a universal electro-mechanic test machine with a capacity of 300 kN. The steel was characterized according the standard method of NBR 6892-1 [7], while the hardened concrete was characterized for compressive strength by NBR5739 [8], for modulus of elasticity by NBR 8522 [9], and for splitting tension strength by NBR 7222 [10]. Table 2 shows the values obtained for the mechanical properties of concrete used in the research.

In addition, the mode I fracture energy for plain concrete was also determined. Then, it was used as recommend in RILEM [11], however a prismatic test specimen was used with a square cross section with 10 cm width and 40 cm length, and notched in the middle span at a depth equal to half of the specimen height. This

property was used in computational modeling of monolithic corbel. Detail of the reinforcements for the model of the monolithic corbel (P1) are shown in Figure 4, and for models with corbels cast in a different stage from the column (models P2, P3, P4, and P5) in Figures 5, 7, and 8. All models were designed to fail by flexure due to the yielding of the main tie reinforcement. Models P4 and P5 had two main ties of 16 mm diameter made of CA 25 type steel, and were designed to achieve failure strength equal to 80% of the strength of the monolithic model, which had two main ties of 12.5 mm diameter mad of CA 50 type steel. These models were produced in a precast concrete industry. Model P3, on the other hand, had two main ties of 12.5 mm diameter made of CA 25 steel, and theoretical strength equal to 50% of the strength of the monolithic model.

Model P2 had two main ties of 12.5 mm of diameter made of CA 50 steel and, therefore, the same theoretical strength as the monolithic model. Splicing of the main reinforcements was performed using a system of sleeves and threads, according to Figure 6. The sleeves were pressed at the ends of the bars and joining was performed by means of a threaded stud. The length of each sleeve (H) was 68.75 mm. Models P3, P4, and P5 had main ties made of CA 25 steel, which were bent into the mold before the casting of column and rectified prior to casting of the corbels. The anchorage of the main reinforcement at the ends of the corbels for all models was guaranteed by means of a welded transversal bar with the same diameter.

The bars spliced by sleeves and threads were tested in tension to determine the mode and the ultimate strength of bars, as shown in Figure 9. After, the sleeve was cut and only a bar of 12.5 mm was

Table 2
Mechanical properties of concrete

Model	Compressive strength f_{cm} (MPa)		Elasticity modulus E_c (GPa)	Tensile strength by diametrical compression $f_{ctm,sp}$ (MPa)		Fracture energy G_f (N/m)
	Column	Corbel	Corbel	Column	Corbel	Column and corbel
P1	50.48 ± 1.34		27.80 ± 1.34	5.09 ± 0.26		97.050 ± 9.374
P2	62.43 ± 6.88	55.86 ± 2.21	31.17 ± 1.08	5.94 ± 1.30	8.35 ± 1.18	-
P3	43.09 ± 1.34	46.85 ± 0.27	28.45 ± 0.21	4.02 ± 0.32	4.26 ± 0.06	-
P4	26.30	20.84	25.65	2.42	2.18	-
P5	28.17	20.84	25.65	2.65	2.18	-

tested in tension according to NBR 6891-1 [7]. Table 3 shows results of the characterization of the steel used in the reinforcement of the models. The modulus of elasticity of the steel bars was equal to the theoretical value, that is, 210 GPa for all models.

2.2 Construction and testing of models

Steel formworks were used for casting models. The formwork was adapted for casting both monolithic models and models with

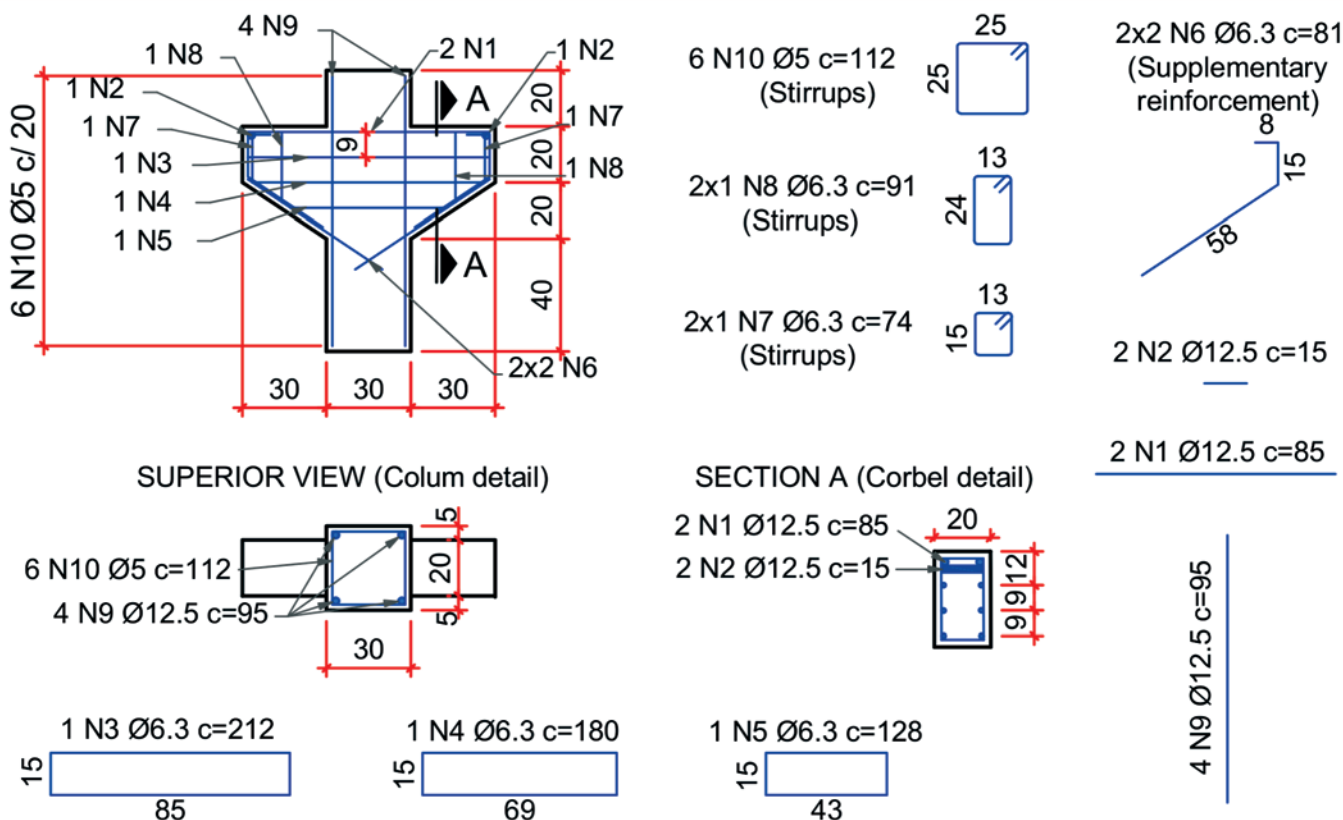


Figure 4
Reinforcement detailing of model with monolithic corbel (P1)

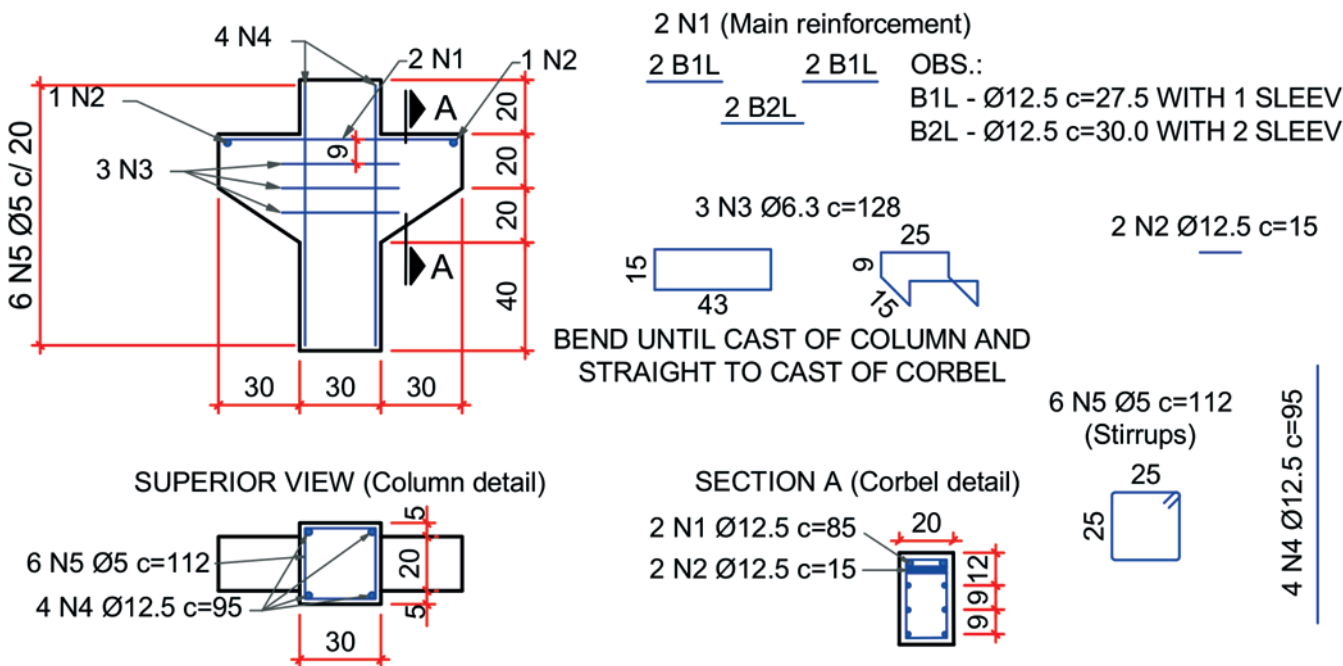


Figure 5
Reinforcement detail of model with corbel cast in a different stage from the column (P2) with main reinforcement spliced by sleeves and threads

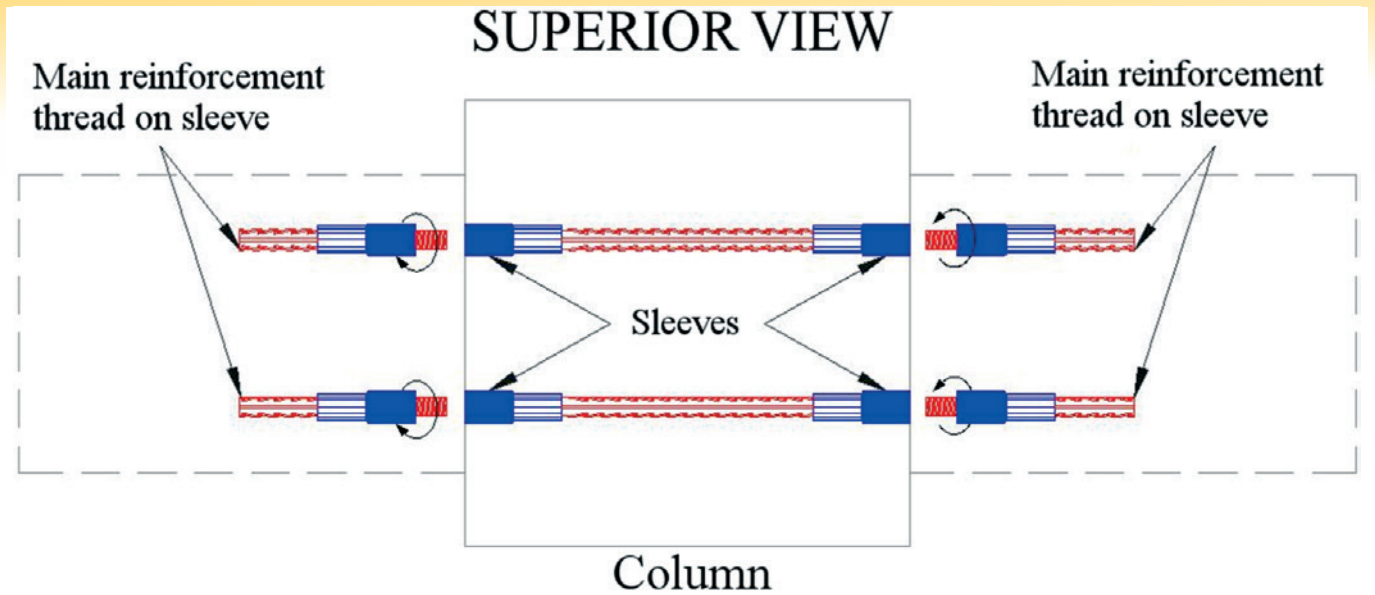


Figure 6
Scheme of splice with sleeves and threads for model P2 with corbels cast in different stages of the column

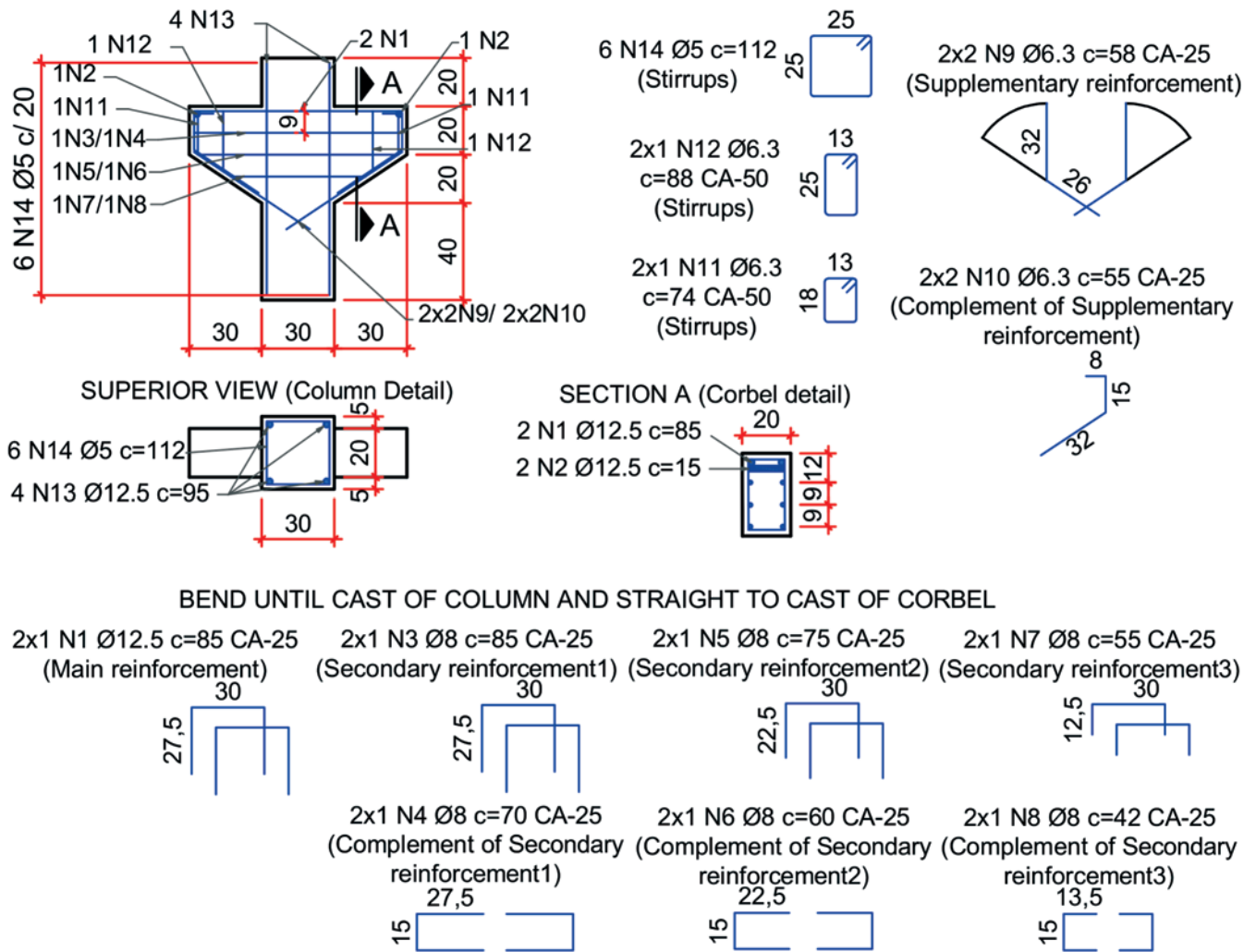


Figure 7
Reinforcement detail of model with corbel cast in different stage from the column (P3) with bent main reinforcement

corbels cast in a different stage from the column (Figure 10). For this adaptation, there was a side closure for the casting column, which was subsequently replaced by the corbels formwork.

Monolithic model P1 was cast in one stage, while for models P2, P3, P4, and P5 the side of the formwork was removed two days after the casting of the column. Corbels were cast after the assembly

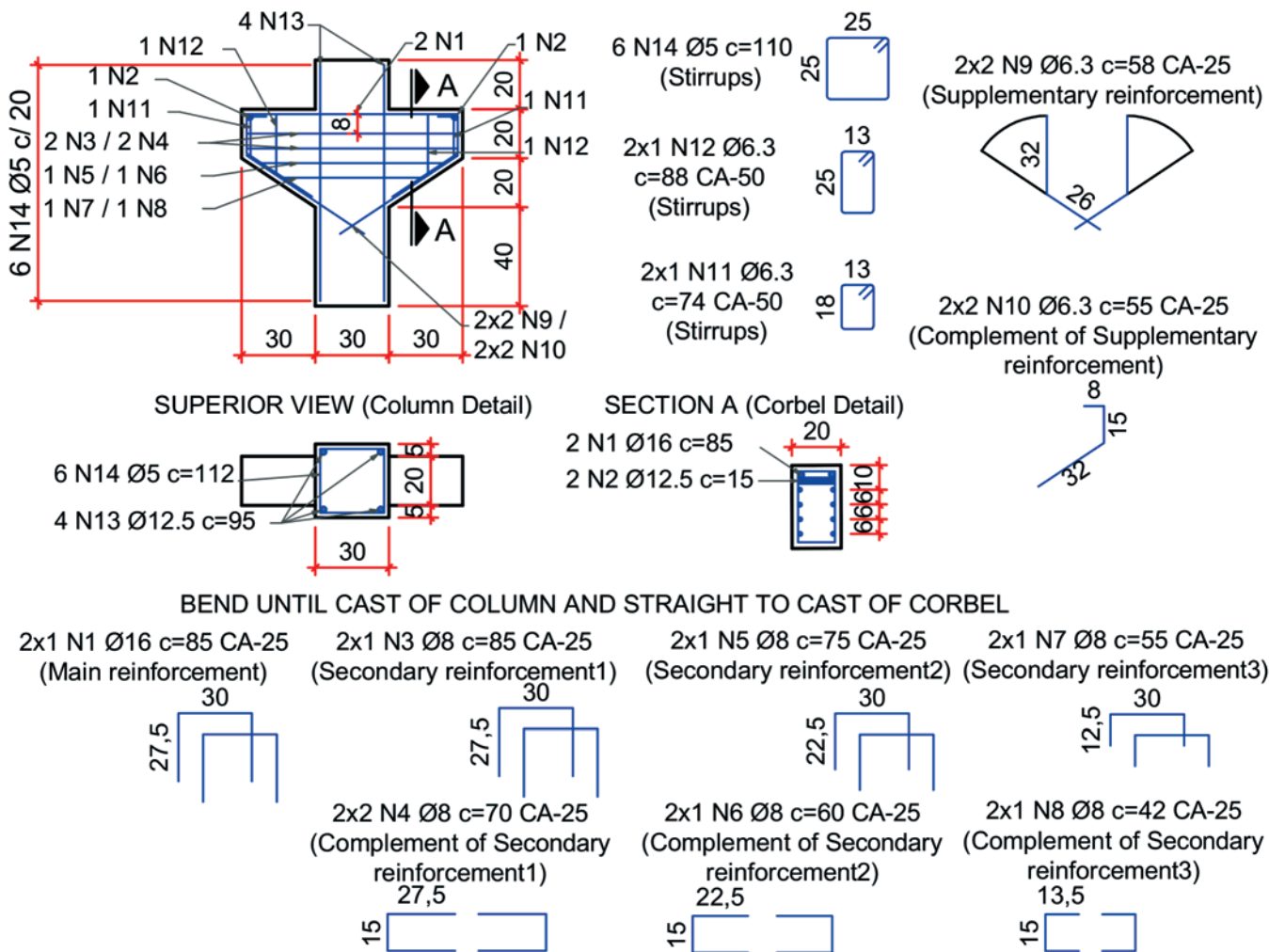


Figure 8 Reinforcement detail of models with corbels cast in different stage from the column (P4 and P5) with bent main reinforcement

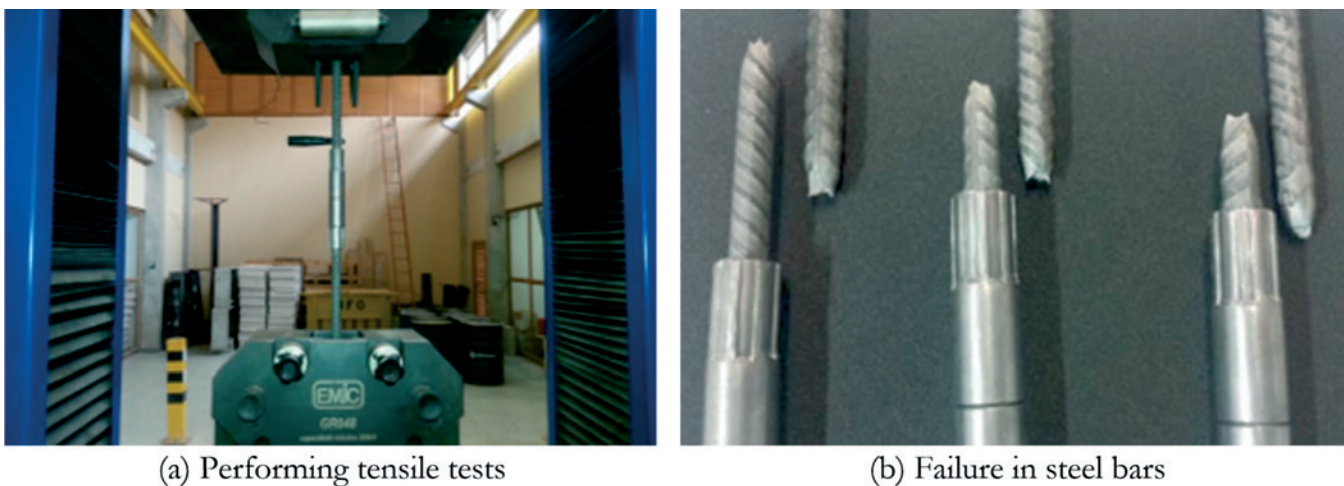


Figure 9 Test on splice for model P2

of corbel reinforcements and were kept in a humid chamber for two days. After this time, the models were demolded and kept outdoors until the date of testing.

Two different surface treatments were analyzed for the column-corbel interface of the models cast in two stages. For model P2, with main ties connected by sleeve and threads, a 2.5 cm-deep single shear key was added to the interface; that is, a depression was created on the surface of column to avoid the interface being located on the column face. To create this shear key, a plate of Styrofoam was glued to the face of the formwork before casting the column, which was removed before casting of corbel (Figures 11a and 11b). For models P3, P4, and P5, where the main and secondary reinforcements are bent into the column, scarification of concrete was performed on the interface, as shown in Figure 11c. The scarification process was performed during the removal of superficial concrete from column at the corbel region in order to make the main and secondary reinforcements straight. The interface was cleaned and washed before casting the corbels in order to improving the bond between the concretes of the column and corbel.

The presence of secondary reinforcement does not make the production of monolithic corbels more inconvenient. On the other hand, in models with corbels cast during a different stage from the column, secondary reinforcement has to be supplemented later during the assembly of corbel reinforcement. This implies intensive human resources and delay in casting of the corbels. In addition, some additional reinforcements are necessary, such

as vertical stirrups and other constructive reinforcements.

As an attempt to reduce the time spent on the manufacture of corbels cast in a different stage from the column, model P2 was produced without secondary reinforcement and vertical stirrups, which were replaced by steel fibers added to the concrete. However, as Oliveira [12] reports, steel fibers are inefficient to control the joint gap at the column-corbel interface; therefore, a horizontal loop reinforcement crossing the interface was used for this in the P2 model. To simplify the process and avoid cuts in steel formwork, this reinforcement was left bent into the column formwork. The anchorage length of this loop reinforcement in the corbel was the minimum required and, in this test, was equal to 6.3 cm, which was measured from the external column face. This length was equal to the spacing between loops in order to allow its settlement within the column formwork without reinforcement overlap, as shown in Figure 11a.

Tests were carried out with models upside down. In models P1, P2 and P3 the corbels were simply supported, that is, one fixed and one moving support, to avoid horizontal external loads. In models P4 and P5 the corbels already had two fixed supports. The purpose of this change was to identify the influence of the support type on the corbel strength. Figure 12 shows the test setup. The axis of the supports was placed 22.5 cm away from the column face, so that corbels had an applied load eccentricity-to-depth ratio (a/d) equal to 0.62; thus characterizing them as short corbels according to NBR9062 [2]. Furthermore, supports were 5 cm wider in models

Table 3
Mechanical properties of steel

Diameter Ø (mm) / Type of steel	Models	Yield strength f_y (MPa)	Ultimate stress - f_u (MPa)	Yield strain - ϵ_y
6.3 / CA50	P1 and P2	615.27 ± 18.06	695.97 ± 7.74	2.92 × 10 ⁻³
	P3	620.56 ± 38.77	714.54 ± 43.51	2.95 × 10 ⁻³
12.5 / CA50	P1	670.18 ± 7.63	785.99 ± 12.23	3.19 × 10 ⁻³
	P2(a)	541.11 ± 11.95	634.58 ± 12.23	2.57 × 10 ⁻³
12.5 / CA25	P3	409.97 ± 8.79	508.78 ± 9.03	1.95 × 10 ⁻³
	P4 and P5 ^(b)	-	Not tested	-

Note: (a) Specimen tested with joining by sleeves and threads; (b) Steel not tested: the theoretical value of yield stress, $f_y = 250$ MPa was considered applicable.



(a) Formwork for cast monolithic model



(b) Formwork for casting of column of model with corbel cast in different stage

Figure 10
Production of models



(a) Placing of Styrofoam plate for creating shear key and detail of loop reinforcement bent on formworks before casting of the column (model P2)



(b) Main and loop reinforcements of corbel ready to be cast (model P2)



(c) Column-corbelt interface after scarification and reinforcement turned to straight and ready for casting of the corbel (models P3, P4, and P5)

Figure 11

Treatment of the interface and reinforcements of models cast in different stages – P2, P3, P4, and P5

P1 and P2, 10 cm wider in model P3 and 15 cm wider in models P4 and P5. Again, the purpose of these changes was to verify the influence of the width of the support in the corbel strength.

Loading was applied to the column using a hydraulic actuator connected in series with a load cell. Thus, the load applied in each corbel was half of the value registered by the load cell.

Models were instrumented with displacement transducers and strain gages. Displacement transducers were used to register the vertical displacement and the joint gap opening on the column-corbelt interface. On the other hand, strain gages were used to register strains of the main and secondary reinforcements, as well as the strain of the horizontal loop reinforcement crossing the interface. Figure 12b shows the model instrumentation.

3. Computational modeling

The model with monolithic corbel (P1) was computational modeled

to identify the principal stresses in corbel. For this, the software DIANA® 9.5 [13] based on Finite Element Method was used. Previous studies showed that the computational modeling by Finite Element Method is efficient to represent the mechanical behavior of concrete corbels [14].

3.1 Geometry and mesh

Initially, a convergence analysis was performed in elastic range to define the optimal size of the mesh. Figures 13b, 13c and 13d show the three meshes analyzed and Table 4 shows the displacements obtained for model. The less refined mesh 1 shows displacement in the bottom of the model equal to 97.7% of the displacement obtained with the more refined mesh 3. However, although it demanded longer processing time, the more refined mesh 3 was adopted, with quadratic interpolation element CHX60 and approximate size of 3 cm in the corbel region.

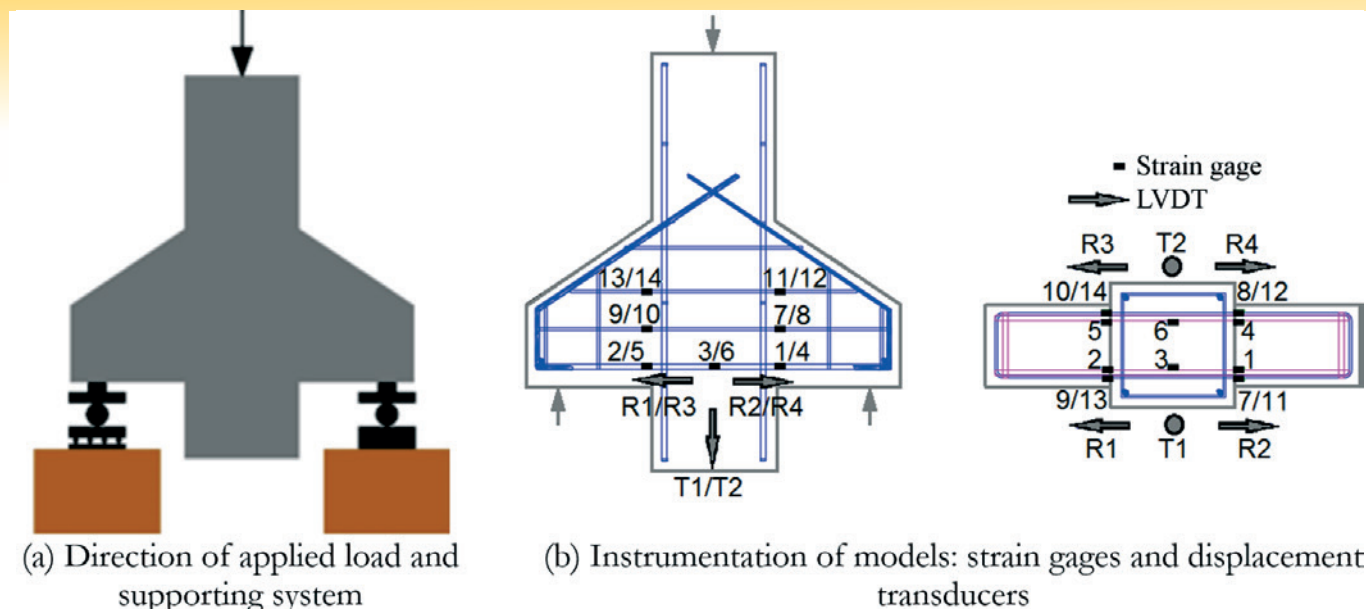


Figure 12
Test setup and instrumentation

Corbel and column reinforcements were represented by embedded reinforcement in concrete. Thus, there is no need to create a mesh of linear elements with node compatibility with the solid elements mesh. This formulation is valid in terms of stiffening of the elements in contact with the embedded reinforcement. Figure 12a showed the reinforcement of the computational model.

In addition to representing the column, the corbels, and their reinforcements, the support plates were also modeled, according to test sizes, in order to ensure that the strut width in computational model was the same.

3.2 Constitutive models

Computational analysis was carried out considering physical non-linear constitutive models available in the software and the used design codes. For concrete a smeared crack model was used, formulated in terms of total strains with fixed cracks (Total Strain Fixed Crack). Under tension, concrete behavior was represented by means of a linear softening law, which depends on the mode I fracture energy (G_f), obtained from the characterization of concrete according to Figure 14a.

For the compressive behavior of concrete, the stress-strain curve recommended by FIB [15] was adopted (Figure 14b). From the compressive strength and the standard deviation of concrete, the characteristic strength and its class were obtained; thus, the stress-strain curve according to FIB [15] was obtained.

Table 4
Parameter of meshes adopted for convergence test

Parameter	Mesh		
	Less refined	Average	More refined
Number of elements	156	832	1680
Number of nodes	1047	4437	8557
Displacement (%)	97.7	99.4	100

The von Mises model represents the steel by considering perfect elastoplastic behavior (Figure 14c), which is consistent with the yield strain observed in the characterization tests.

Table 5 summarizes the parameters adopted for the concrete and reinforcements in DIANA® 9.5 [13] for the computational modeling.

3.3 Processing

Displacement was imposed on the upper surface of the model. The value imposed was greater than that observed in tests and the processing was executed until there was no further convergence. The increment in the displacement value was set at 0.05 mm throughout the analysis and the equation system was solved using the Secant Method, which was executed by parallel processing. Convergence criteria, in terms of energy, with a tolerance of 0.001 were used.

4. Results and discussions

Results are divided into experimental results and computational modeling results. Subsequently, the results are compared with design code recommendations for reinforced concrete corbels.

4.1 Experimental results

Table 6 shows the strength of corbels due to yielding of the main reinforcement ($F_{y,exp}$), and due to concrete crushing on the strut ($F_{u,exp}$). The following nomenclature is adopted for description the models: corbel A for the corbel that failed, usually on the moving supports; and corbel B for the other corbel.

Cracks in the monolithic model (P1) started in the region between the corbel and column, followed by cracks in the strut region, which increased in length and amount as the load increased. The yielding of main reinforcement started at the same loading level at which the corbel failed. The yielding load was determined when the average strain, measured by strain gages, of main reinforcement reached the yield of steel bar (Table 3). This model failed by concrete crushing in the upper corner of corbel A when the load applied to the corbel was 316.30 kN. The cracking pattern is shown in Figure 15a.

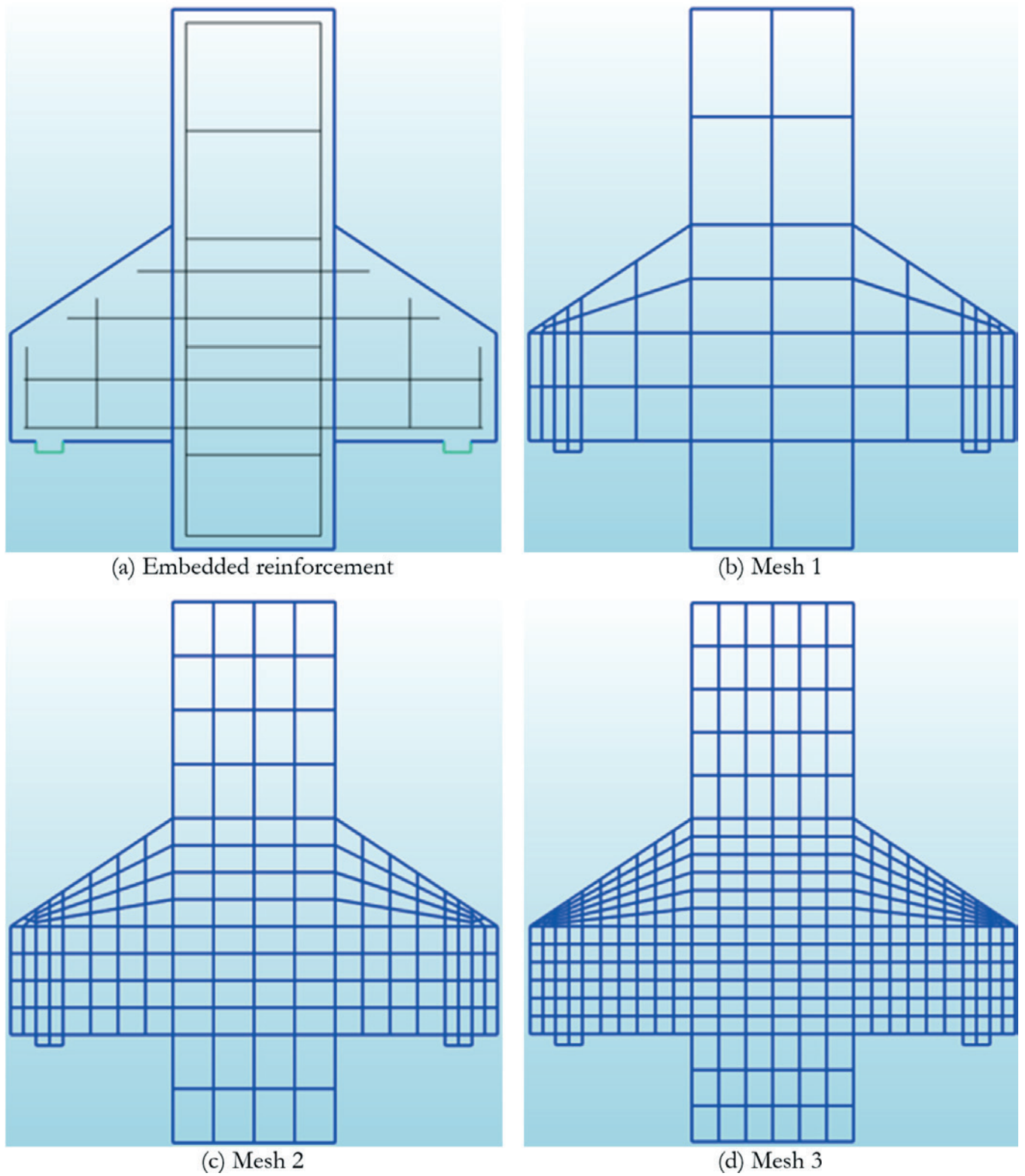


Figure 13
Reinforcements and meshes used in convergence tests

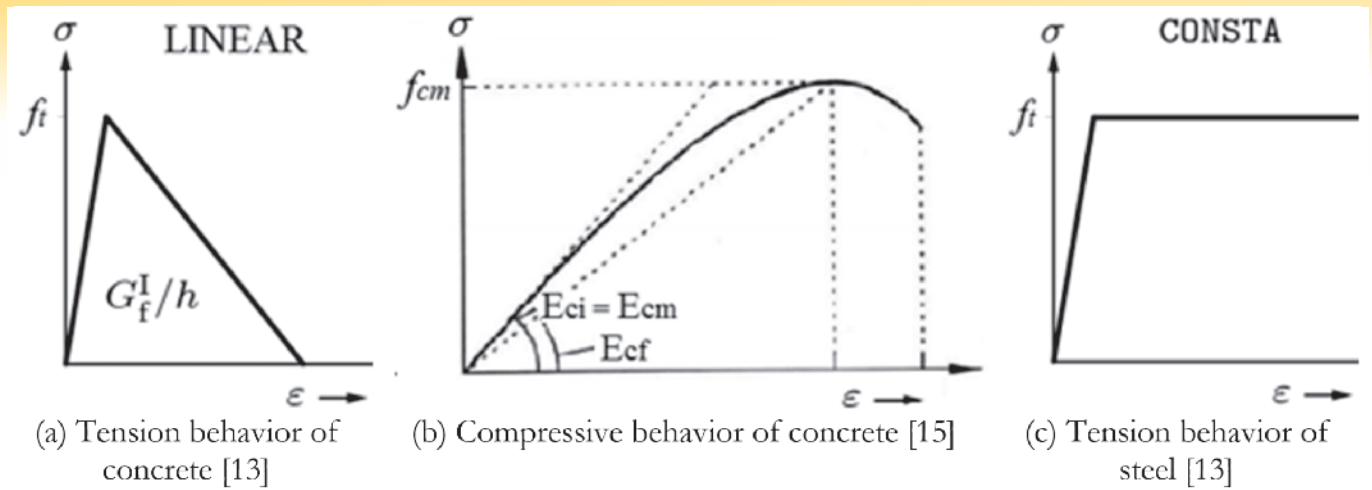


Figure 14
Constitutive models used in computational modeling

In the model with corbel cast in a different stage from the column, and with main reinforcement spliced by sleeves and threads (model P2) cracks started on the column-corbel interface. Subsequently, cracks started in the strut region of corbel A and the number and length of these cracks increased with increasing of load. The yielding of the main reinforcement began in corbel A at a load of 301.41 kN, and when the strain gages of the main reinforcement reached the yield of steel bar (Table 3). In this case, due to the presence of steel fibers, the concrete did not fail by crushing on the strut, and the mechanism of failure seems to be shifted to the column-corbel interface. A trend of concrete crushing in the upper

corner of the corbel was observed. The maximum load supported by the corbel was 357.57 kN. The crack pattern of this model can be observed in Figure 15b.

In the model with the corbel cast in a different stage from the column and with a bent main reinforcement (model P3) cracks also started on the column-corbel interface. The length and the width of these cracks increased as the load increased. The first crack in the central portion of the corbel, which defined the strut region and its path, arose when the load applied to the corbel reached 195.00 kN. These cracks increased in length and number as the load increased up to the point that the model failed, which occurred

Table 5
Parameters used in computational modeling

Parameter	Value
Concrete	
Compressive strength	50.48 (MPa) ^(a)
Modulus of Elasticity	36.30 (GPa) ^(b)
Tensile Strength	4.58 (MPa) ^(c)
Mode I fracture energy	97.05 (N/m) ^(a)
Behavior in compression	Multilinear ^(b,d)
Behavior in tension	Linear softening ^(d)
Shear retention factor	0.01 (constant) ^(d)
Cracking model	Total Strain Fixed Crack ^(d)
Steel (Main reinforcement)	
Yield stress	670.18 (MPa) ^(a)
Behavior in tension	Ideal plasticity of von Mises ^(d)
Modulus of Elasticity	210 (GPa)
Steel (Secondary reinforcement)	
Yield stress	615.27 (MPa) ^(a)
Behavior in tension	Ideal plasticity of von Mises ^(d)
Modulus of Elasticity	210 (GPa)

Note: (a) Experimental results; (b) Recommendation by FIB [15]; (c) Adopted as $0.9 f_{cm,sp}$; (d) Models available in DIANA® [13].

Table 6
Experimental results

Model	$F_{y,exp}$ (kN)	$F_{u,exp}$ (kN)	Failure mode
P1	316.30	316.30	Concrete crushing of strut
P2	301.41	357.57	Flexure
P3	156.07	223.11	Flexure-compression
P4	*	260.04	Concrete crushing of strut
P5	*	271.32	Concrete crushing of strut

Note: *Main reinforcement not instrumented for testing.

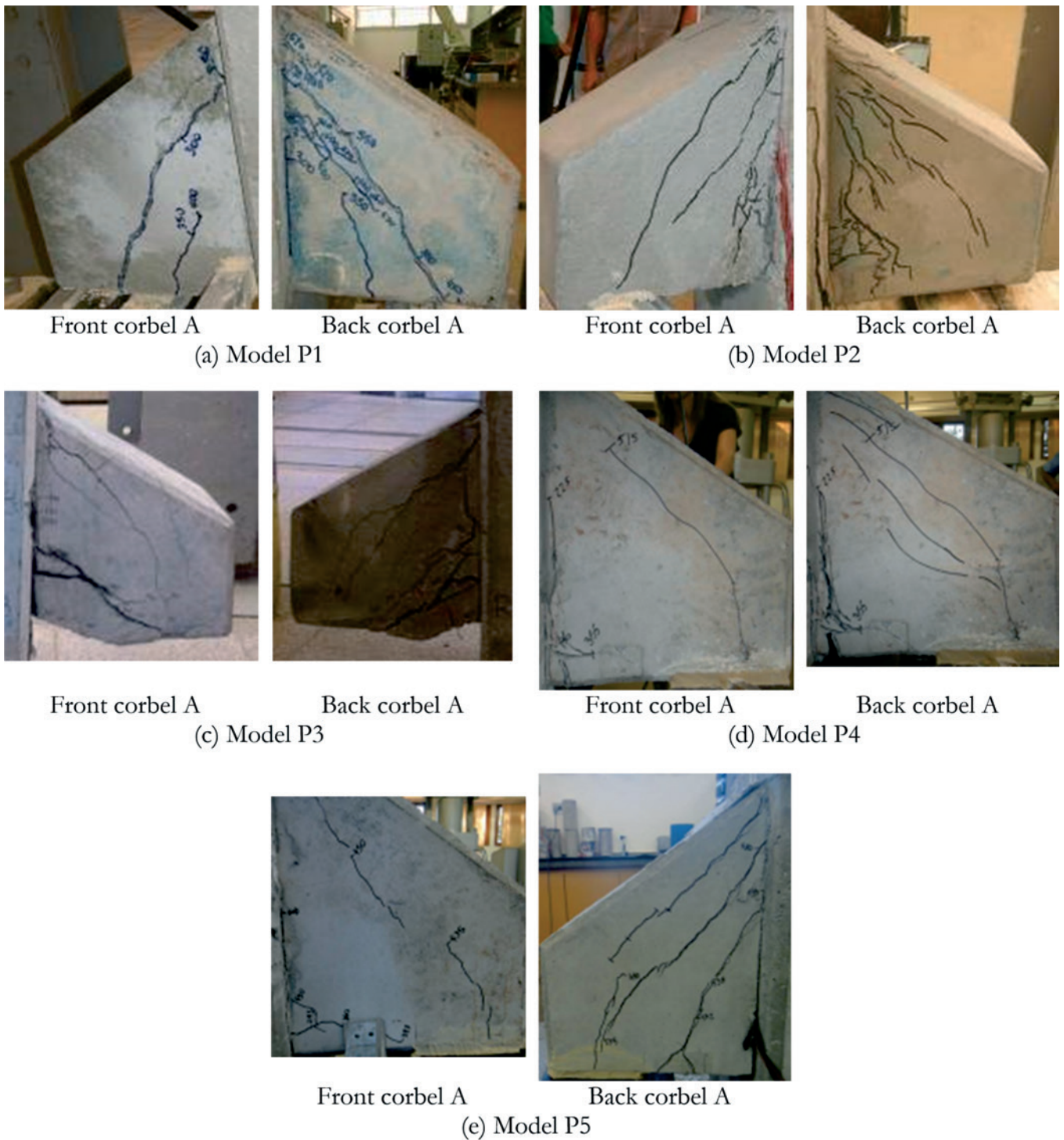
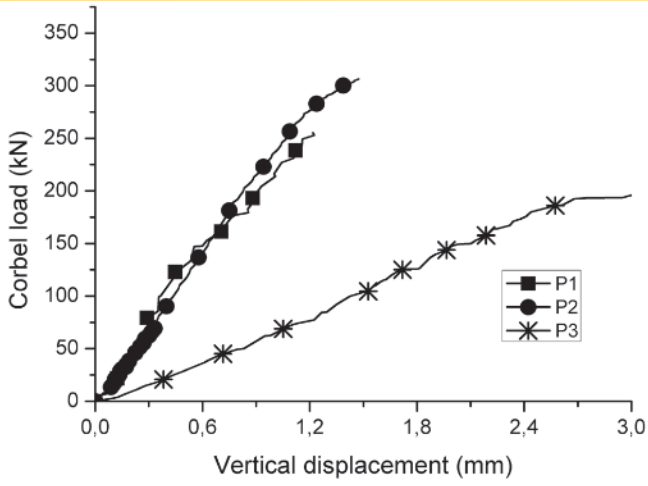
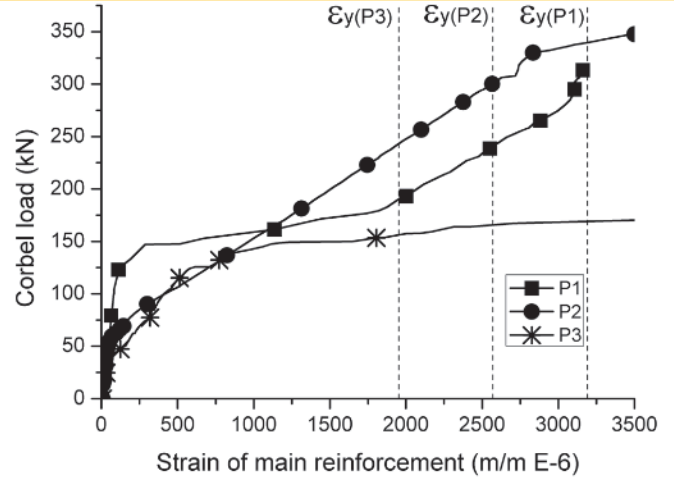


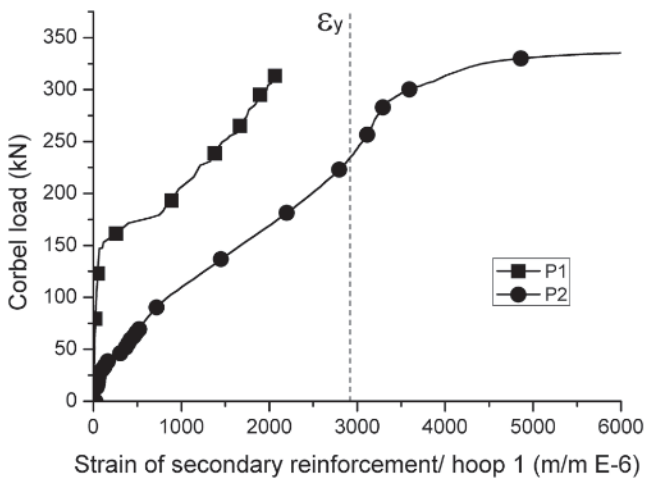
Figure 15
Crack patterns of the failed corbel A



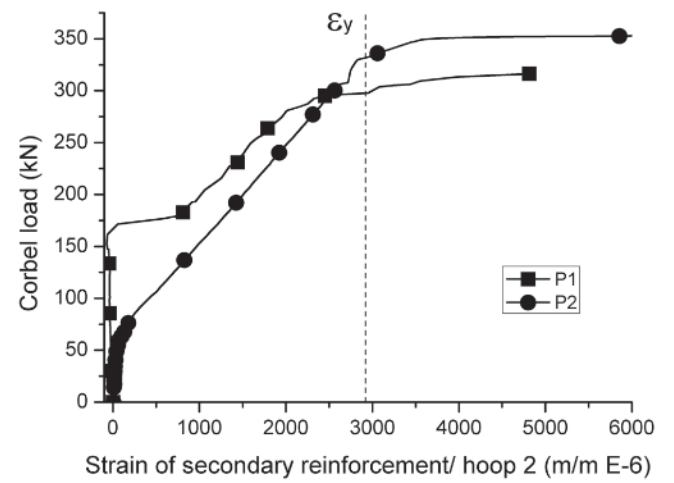
(a) Load *versus* vertical displacement (average displacement of transducers T1 and T2).



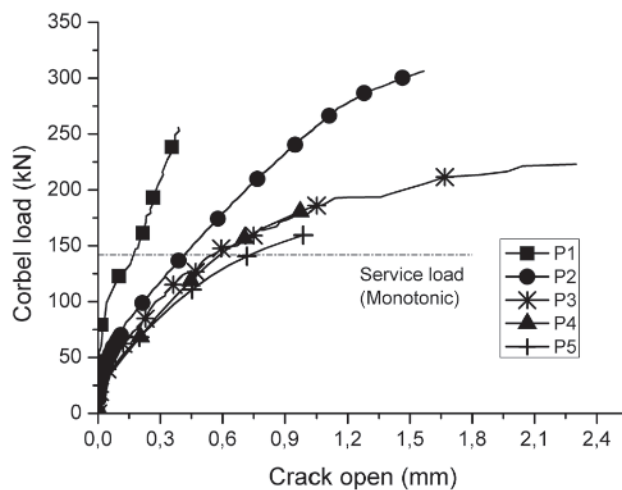
(b) Load *versus* strain of main reinforcement (average strain of strain gages 2 and 5)



(c) Load *versus* strain of secondary reinforcement closest to the main reinforcement (average strain of strain gages 9 and 10)



(d) Load *versus* strain of secondary reinforcement furthest from the main reinforcement (average strain of strain-gages 13 and 14)



(e) Load *versus* joint gap opening (average displacement of transducer displacements R1, R2, R3 and R4)

Figure 16
Experimental results

at a loading of 223.11 kN. The crack pattern of this model is shown in Figure 15c.

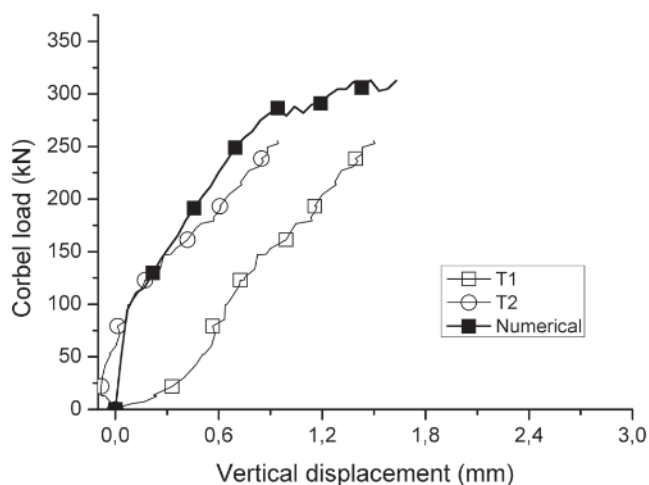
In Model P4, which was cast in a different stage from the column and has a bent main reinforcement, cracks started on the column-corbel interface when the load applied to the corbel was 70.00 kN. Subsequently, more cracks arose in the main reinforcement region near to the column, when the load was 178.00 kN. The corbel failed at a load of 260.04 kN. Figure 15d shows the crack pattern of the corbel.

In model P5, also cast in a different stage from the column and with bent reinforcements, cracks started on the column-corbel interface when the load applied to the corbel was 73.0 kN. Subsequently, cracks in the main reinforcement region arose near to the column. Cracks in the strut arose when the load was 200 kN and propagated up to the upper corner, resulting in failure by crushing of concrete. The crack pattern of this model is shown in Figure 15e. Figure 16 shows, as a function of the load applied to the corbel, vertical displacements of the models and strain of the main and secondary reinforcements, as well as the joint gap openings. Only strains in the failed corbel are shown (corbel A), which were

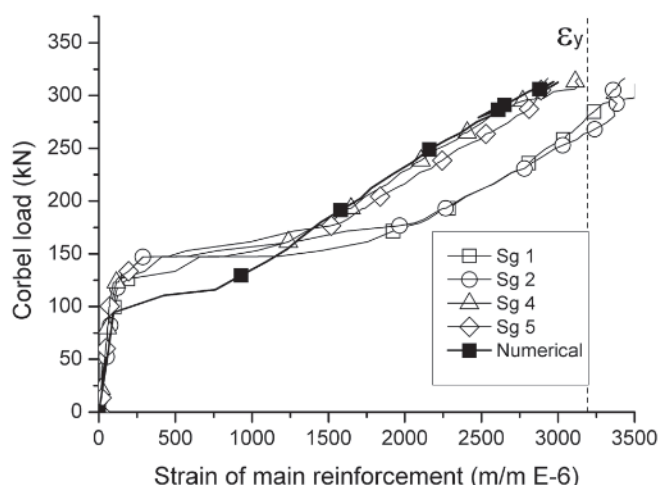
obtained from the average strain measured on the corbel reinforcements. Vertical displacement was obtained from the average of two transducers and the joint gap opening was obtained from the average of four transducers positioned on column-corbel interface. It is noted from Figure 16a that the vertical displacement was similar in models P1 and P2, and that model P3 showed much lower stiffness than others. The model with the monolithic corbel (model P1) showed the lowest initial strain in the main reinforcement due to the greater crack load at the column-corbel interface in this model, as shown in Figure 16b.

Horizontal loop reinforcement in model P2, nearest to main reinforcement, showed larger strain than was observed in the secondary reinforcement of the monolithic model (Figure 16c). This is due to the failure mode by flexure for model P2 with the corbel cast in a different stage from the column.

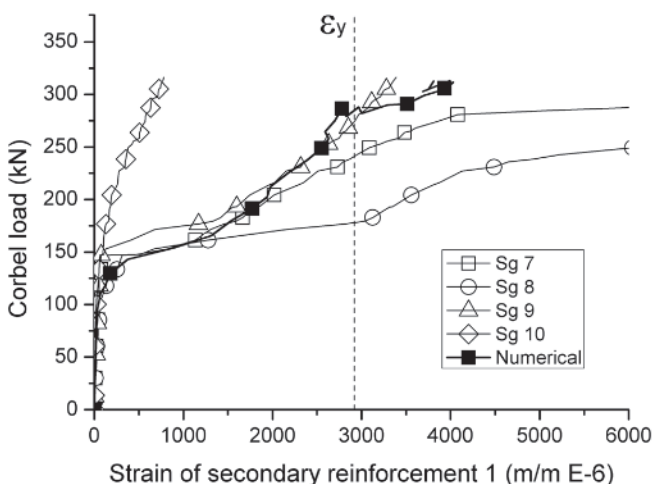
Joint gap opening for corbels with bent main reinforcement, that is, models P3, P4, and P5, had larger openings than corbels with main reinforcements spliced by sleeves and threads (model P2) (Figure 16e). This model, however, had a larger joint gap opening than model P1 with the monolithic corbel. This analysis was



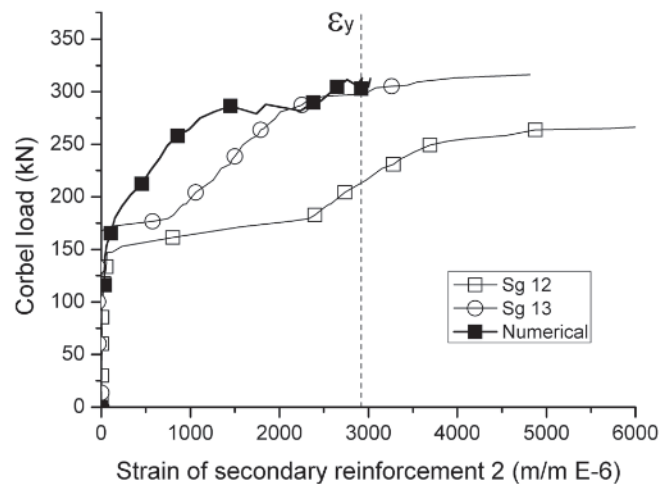
(a) Load *versus* vertical displacement.



(b) Load *versus* main reinforcement strain.



(c) Load *versus* strains for secondary reinforcement 1, closest to the main reinforcement.



(d) Load *versus* strains for secondary reinforcement 2, furthestmost from the main reinforcement.

Figure 17

Comparison between numerical and experimental results

performed by comparing joint gap openings of models under the same load; for example, for the service load of the monolithic model, estimated at 150.00 kN, as it can be seen in Figure 15e.

4.2 Computational modeling

Results from computational modeling of the monolithic corbel (model P1) are shown in Figures 17 and 18. It can be seen from Figure 17b that there was a good agreement of experimental and numerical strains of the main reinforcement, as was reported in other works [14]. As observed in the experimental tests, the failure of the corbel in the computational model happened at a load level whereby the strain of the main reinforcement was close to the steel yield. However, in the computational model cracks on the column-corbel interface start at a load lower than that observed in experiments (Figure 17b) due to the premature loss of stiffness in the computational model compared to the experimental results.

Strain in the secondary reinforcement closest to the main tie reinforcement obtained from computational modeling, showed good agreement with the experimental results, and was close to the yielding of reinforcement. However, the second layer of secondary reinforcement showed stiffer numerical results, although the yielding of

reinforcement in this layer was close to the failure of the corbel. During tests a noticeable strain variation on the same reinforcement layer of corbels is noted. This is probably due to the rotation of the model around its longitudinal axis, which could explain the differences observed in the two vertical transducers (Figure 17a). For this, the analysis of strain obtained from the computational models was performed for both corbels and not only for the failed corbel A. Furthermore, for each corbel, individual values of strain measured by the strain gages were used instead averaged values.

Figure 18 shows the evolution of the compressive principal stress (S3) on the models as the load increases. The formation of the strut in the initial load levels can be observed, before concrete cracking at the column-corbel interface. After the formation of cracks on the interface, the strut becomes less evident and there is a concentration of stresses at the bottom of the corbel, which show compressive stress greater than the concrete compressive strength during the final stages of loading. Furthermore, the strut width at the bottom of the corbel has no correspondence with the width of the support. It is clear from the computational modeling that the failure of this corbel was defined by the crushing of concrete on the node formed on the support of the strut and not by crushing of the strut in the inner region of corbel.

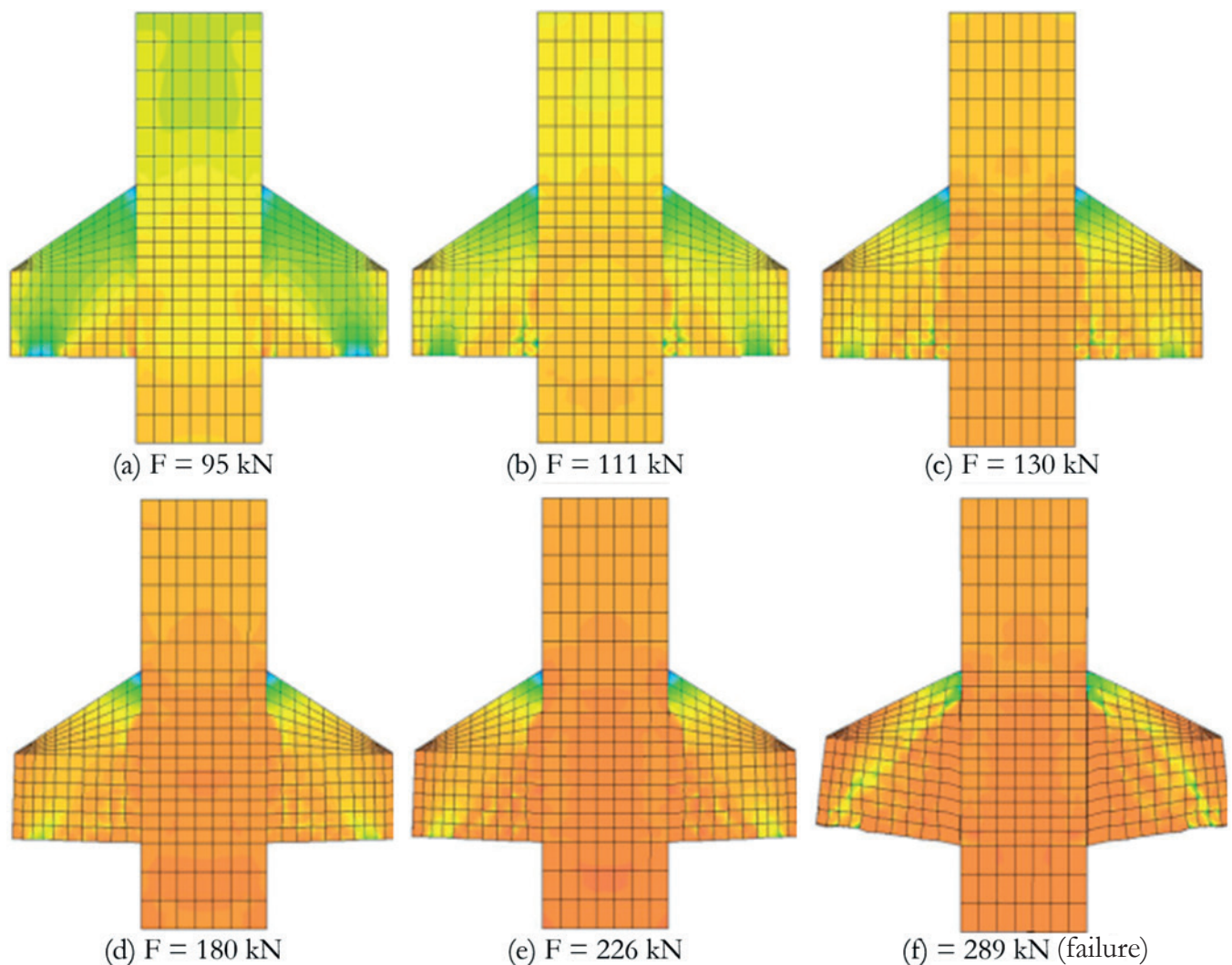


Figure 18 Principal stresses of compression of the computational model (S3) with loading increment

Table 7

Comparison between prediction and experimental strengths of corbels

Model	NBR 9062		PCI		Eurocode 2		Numeric	
	$\frac{f_{y,cal}}{f_{y,exp}}$	$\frac{f_{u,cal}}{f_{u,exp}}$	$\frac{f_{y,cal}}{f_{y,exp}}$	$\frac{f_{u,cal}}{f_{u,exp}}$	$\frac{f_{y,cal}}{f_{y,exp}}$	$\frac{f_{u,cal}}{f_{u,exp}}$	$\frac{f_{y,cal}}{f_{y,exp}}$	$\frac{f_{u,cal}}{f_{u,exp}}$
P1	0.72	1.44	0.79	1.64	0.64	2.77	0.99	0.99
P2	0.61	1.41	0.68	1.50	0.55	2.54	-	-
P3	*	1.89	*	2.15	*	3.54	-	-
P4	*	0.65	*	0.82	*	1.22	-	-
P5	*	0.62	*	0.79	*	1.17	-	-

Note: *Test executed without main reinforcement instrumentation

4.3 Comparison with design code models

Table 7 compares experimental results to the strength of corbels obtained from design codes and from computational modeling. Both the load corresponding to yielding strength of main the reinforcement and the failure load due to concrete crushing on strut are analyzed.

Values shown in Table 7 allow assessment of the accuracy of the design code prescriptions and computational modeling to predict the tests results. It is shown that the computational modeling performed the best prediction of the monolithic corbel strength and that design code models provided conservative values for the yielding strength of the main reinforcement of the corbels, with the best prediction being made by the PCI [4] model.

On the other hand, NBR 9062 [2] and PCI [4] design codes overestimated the strut strength for corbel models P1, P2, and P3, and underestimated the strength for corbel model P4, and P5. The Eurocode 2 [3] design code provided unsafe values.

Due to the variation of compressive strength of concrete in the five models, a verification of the efficiency of design code models was performed using the compressive stress on the strut when the corbels fail. This stress was compared to the compressive strength of concrete obtained from characterization tests. Theoretical evaluation of the stress on the strut at corbel failure was performed using equilibrium forces in a strut-and-tie model with geometry shown in Figure 19. The strut width was taken as constant as computational modeling did not indicate an influence of the support width. Moreover, it was taken equal as 20% of the effective depth of the corbel, since previous studies have shown that this is the strut width in monolithic corbels [16].

Table 8 shows that when models P1, P2, and P3 failed the

Table 8

Comparison between concrete compressive strength (f_{cm}) and strut failure stress ($\sigma_{u, strut}$)

Model	f_{cm} (MPa)	$\sigma_{u, strut}$ (MPa)	$\sigma_{u, strut} / f_{cm}$
P1	50.48	37.85	0.75
P2	62.43	42.79	0.69
P3	43.09	26.70	0.62
P4	26.30	31.12	1.18
P5	28.17	32.47	1.15

compressive stress on the strut had not yet reached the compressive strength of concrete. This indicates that in these corbels the failure may have happened on node, as shown by computational modeling. On the other hand, models P4 and P5 reached failure when the strut was subjected to stress greater than compressive strength of concrete. This happened because models P4 and P5, as opposed to the others, were tested with two fixed supports, and therefore, they were subjected to horizontal forces of unknown values. The presence of compressive horizontal forces on the corbels affects the equilibrium of forces on the strut and tie model and alters the slope and resultant force acting on the strut. Therefore, it is shown that the support type influences the corbel strength. Models tested with one moving support (without horizontal force) failed at

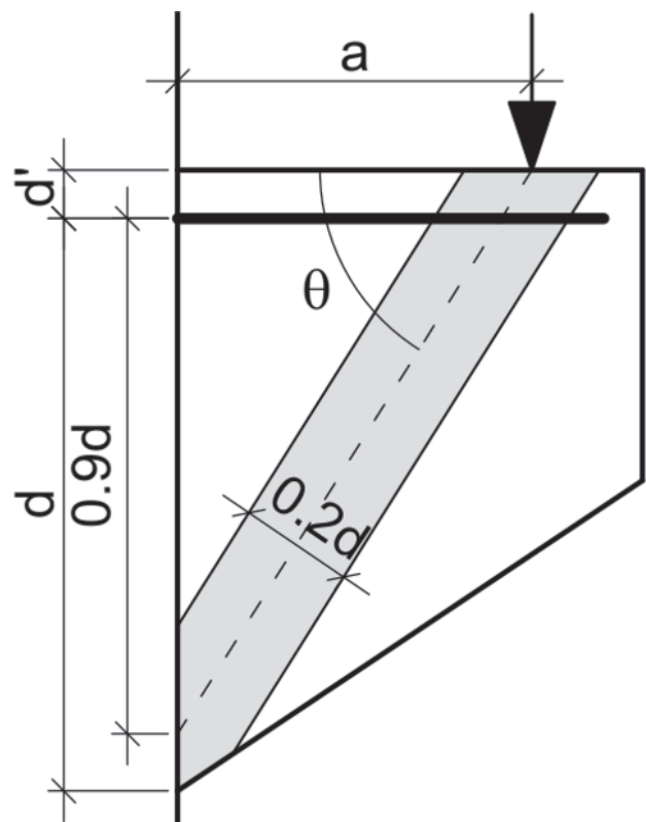


Figure 19
Geometry used for equilibrium of forces and delimitation of the strut width to verify the efficiency of design code models

the node when the compressive stress on the strut was lower than the compressive strength of concrete.

5. Conclusion

The main conclusion is that corbels cast in a different stage from the column show greater joint gap opening than monolithic corbels, even if it does not necessarily involve a reduction in the failure load of the corbel. That is, test show that the main reinforcement of corbels cast in a different stage from the column reached the yield stress of steel before the failure of the corbels. Monolithic model (P1) showed the lowest values of joint gap opening, followed by model P2, with the main reinforcement spliced by sleeves and threads. Models P3, P4, and P5, in which main reinforcements were bent between cast steps, showed values of joint gap opening up to four-times greater, relative to service load. In this case, the value of joint gap opening exceeded the crack limit of 0.4 mm width defined by Brazilian codes, which implies problems of structural durability for this construction solution. On the other hand, model P2 showed a joint gap opening with value close to the limit of 0.4 mm for service load.

Crack patterns in model P2 were much more distributed than in model P1, which was monolithic, despite the absence of secondary reinforcement in model P2, which was cast in a different stage from the column. This implies the ability of steel fibers to transfer stress across the cracks after the steel yields. On the other hand, the cracking pattern of model P2 suggests a change in the failure mode of the corbel, which started by bending and was followed by failure due to the node crushing at the corbel base.

In model P2, where sleeves and threads spliced the main reinforcement, no reduction of the strength by yielding of the main reinforcement and by crushing concrete on the strut was shown when compared to the monolithic corbel. Moreover, it was easier to execute and had higher strength than the other models produced with reinforcements bent on column formworks before casting. This suggests the applicability of the solution of corbels cast in a different stage from the column with the main reinforcement spliced by sleeve and thread, and with secondary reinforcements replaced by steel fibers added to concrete.

Numerical modeling showed good agreement with experimental results of the monolithic corbel, not only for strength loads, but also for the model behavior throughout loading evolution. In addition, the estimated failure load for the monolithic corbel was closer to the experimental results than that given by the design code models.

Design code models were conservative in terms of their evaluation of yielding strength of the main reinforcements for the models of monolithic corbels and with corbels cast in a different stage from the column when sleeves and threads spliced the main reinforcement. However, the PCI model [4] was the one that showed the best agreement with experimental results from these corbels.

All design code models overestimated the strength of the strut in corbels P1, P2, and P3 without horizontal force due to moving supports. Moreover, it was observed that the best and safest prediction of the failure load was observed for corbels with two fixed supports. Therefore, verification of the strength of the strut of corbels subjected to vertical loadings seems to be inadequate and unsafe, depending on the support conditions of the beams on the concrete corbels.

6. Acknowledgments

The authors wish to thank the Brazilian National Council of Research and Development (CNPq) for financing this research (Project number 552118/2011-7). They also wish to thank the Brazilian companies Belgo Bekaert Arames and Goiás Artefatos de Cimento – GoiarTE for donating the materials used in the research and the Brazilian Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) for granting a scholarship. Authors thank specially to civil engineer Helen Oliveira Tenório for her support in producing the models, Matheus Silva for his support with computational modeling, and Breno Pedreira Landim and Carlos Godoy de Castro by their support during the testing.

7. References

- [1] TORRES, F. M. Theoretic-experimental analysis of reinforced concrete corbels. Dissertation (Master Science in Structural Engineering) – Engineering School of São Carlos, São Paulo University, São Carlos, 1998 (In Portuguese).
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Design and execution of precast concrete structures. NBR 9062, Rio de Janeiro, 2006, 41 p. (In Portuguese).
- [3] COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION - CEN. EN 1992-1-1:2004 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium, 2004, 225 p.
- [4] PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI. PCI Design Handbook. 7. ed. Chicago, 2010.
- [5] ÖZCAN, D. M.; BAYRAKTAR, A.; AHIN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKER, T. Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, 2009, 23(2), 1064–1077.
- [6] GAO, D. Y.; ZHANG, J. Finite element analysis of shear behaviors for steel fiber reinforced concrete corbels by ANSYS. *In: Second International Conference on Computer Modeling and Simulation*, Proceedings, 2010, 4, 303-307.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Metallic materials — Tensile testing Part 1: Method of test at room temperature. NBR ISO 6892-1, Rio de Janeiro, 2013. 70p. (In Portuguese).
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concrete - Compression test of cylindrical specimens - method of test. NBR 5739, Rio de Janeiro, 2007. 9p. (In Portuguese).
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concrete - Determination of the elasticity modulus by compression. NBR 8522, Rio de Janeiro, 2008, 16 p. (In Portuguese).
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concrete and mortar - Determination of the tension strength by diametrical compression of cylindrical test specimens. NBR 7222, Rio de Janeiro, 1994, 3 p. (In Portuguese).
- [11] RILEM DRAFT RECOMMENDATION, TC 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three point bend tests on notched beams. *Matériaux et Constructions*, 1985, 18(106), 285–290.

- [12] OLIVEIRA, E. M. Reinforced concrete corbels cast in two stages: Influence of interface treatment and steel fibers addition. Dissertation. (Master Science in Civil Engineering) – Civil Engineering School, Federal University of Goiás, Goiânia, 2012 (In Portuguese).
- [13] TNO Building and Construction Research. DIANA User's Manual – Release 9.5. Delft, Netherlands, 2014.
- [14] CANHA, R. M.F.; KUCHMA, D. A.; EL BEBS, M. K.; SOUZA, R.A. Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels. *Engineering Structures*, 2014, 74, 130–144.
- [15] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE – FIB. Model Code 2010, Volume 1. Bulletin 65. International Federation for Structural Concrete (FIB), Switzerland, 2012.
- [16] ARAÚJO, D. L.; SILVA NETO, A. P.; LOBO, F. A.; EL DEBS, M. K. Comparative analysis of design models for concrete corbels. *IBRACON Structures and Materials Journal*, 2016, 9(3), 435–470.

Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns

Avaliação da resistência de consolos de concreto moldados em etapa distinta do pilar

D. L. ARAÚJO ^a
dlaraujo@ufg.br

S. A. AZEVEDO ^a
sergioazevedocoelho@gmail.com

E. M. OLIVEIRA ^a
munizedi@gmail.com

E. M. O. SILVA ^a
erikameire@gmail.com

L. A. OLIVEIRA JÚNIOR ^b
pucgo.luiz@gmail.com

Abstract

The design of a precast structural system requires joints between the structural elements, being often used concrete corbels in connection between beams and columns. Concrete corbels are an obstacle to optimize the precast production mainly of column has two or more concrete corbels in different faces. In this cases, the concrete corbels have needed to manufacture in distinct stage of column, which requires some attention to the interface between column and corbel and some solution to ensure the continuity of main tie reinforcement. This paper carried out some tests, analytical and computational modeling of five models of concrete corbels, being one monolithic and four models with corbels are manufactured in distinct stage of the column. The results presented and discussed are the failure mode, the interface gap and the accuracy of the analytical and computational predictions. It was observed that the concrete corbels with bent tie reinforcement presented the largest gap opening in interface and that the computational model represented the monolithic concrete corbel resistance better than normative models.

Keywords: reinforced concrete, precast, corbels, computational modeling.

Resumo

O uso de consolos de concreto é prática comum na ligação entre vigas e pilares, porém um entrave à sua utilização é a logística de concretagem quando os consolos de um pilar apresentam direcionamentos em diferentes planos. Surge, então, a necessidade de se realizar a concretagem do consolo e do pilar em etapas distintas, o que exige alguns cuidados com a interface e alguma solução para que exista continuidade entre as armaduras. Este trabalho faz análises experimentais, normativas e computacionais de cinco modelos de consolos, sendo um monolítico e quatro concretados em etapa distinta do pilar. Nos resultados são apresentados e discutidos os mecanismos de ruptura, as aberturas de junta, bem como a precisão das previsões analíticas e do modelo computacional. Ao final do trabalho se observou que os consolos com tirante dobrado apresentaram as maiores aberturas de junta, e que o modelo computacional representou melhor a resistência da biela comprimida do consolo monolítico que os modelos normativos.

Palavras-chave: concreto armado, pré-moldados, consolos, modelagem computacional.

^a Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, Brasil;

^b Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, GO, Brasil.

1. Introdução

Gradativamente, a construção civil vem se aprimorando no que diz respeito à sua industrialização. Dentre as diversas modalidades de adaptação das obras às produções em série, merece destaque a concepção estrutural pré-fabricada em concreto. Esta modalidade dos sistemas estruturais proporciona algumas adequações das obras a diversas necessidades sociais, ambientais e econômicas, que tradicionalmente não têm sido priorizadas, a saber: alto controle de qualidade; menor tempo de execução; economia de materiais e redução de desperdícios; melhoria do desempenho em uso; aumento da durabilidade, entre outras.

A pré-fabricação das estruturas traz consigo algumas implicações quanto ao dimensionamento e quanto à sua execução no canteiro de obras porque, ao contrário das estruturas moldadas no local, as ligações entre os diversos elementos estruturais não são monolíticas e, portanto, tem uma forma diferente de distribuição dos esforços e de obtenção de estabilidade.

Dentre as ligações entre vigas e pilares pré-moldados, as realizadas por meio de consolos são as mais comuns. Os consolos são elementos em balanço que se projetam de algum elemento estrutural e tem a função de servir de apoio a outros elementos estruturais. A disposição das vigas em relação ao pilar é determinante no direcionamento dos consolos.

Dependendo da agilidade necessária ou da disposição geométrica dos consolos no pilar, o processo executivo exige que a moldagem do consolo seja realizada em etapa posterior a do pilar, o que pode

conferir maior simplificação às formas. Porém, para que este procedimento possa ser realizado, deve ser garantida a continuidade entre a armadura do consolo e a armadura do pilar, o que pode ser feito por dobra das armaduras do consolo ou por sistemas de emenda de barras com luva e rosca. Além disso, o tratamento da interface entre as duas concretagens deve ser realizado com alguns cuidados para que haja efetivamente aderência e transmissão de esforços entre as partes.

O objetivo dessa pesquisa é desenvolver um estudo comparativo do comportamento e da resistência de consolos de concreto moldados em etapa distinta do pilar com consolos monolíticos por meio de resultados obtidos de ensaios em laboratório, da modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos e de modelos de cálculo normativos. No caso dos consolos em duas etapas, é analisada, principalmente, a influência da forma de continuidade do tirante na abertura da junta na interface consolo-pilar. Também é verificada a possibilidade de eliminação da armadura de costura exigida no projeto de consolos de concreto pela adição de fibras de aço.

1.1 Modelos de cálculo para consolos de concreto

Os modelos para dimensionamento de consolos estão estritamente ligados aos seus modos de ruptura, de forma que o modo que demandar menor energia deve ser o responsável por caracterizar a falha do elemento. Os mecanismos de ruína dos consolos podem ser divididos em seis modos principais, isto é, ruína por flexão, por fendilhamento da biela comprimida, por cisalhamento da interface consolo – pilar, por falta de ancoragem do tirante, por ação horizontal e por esmagamento localizado.

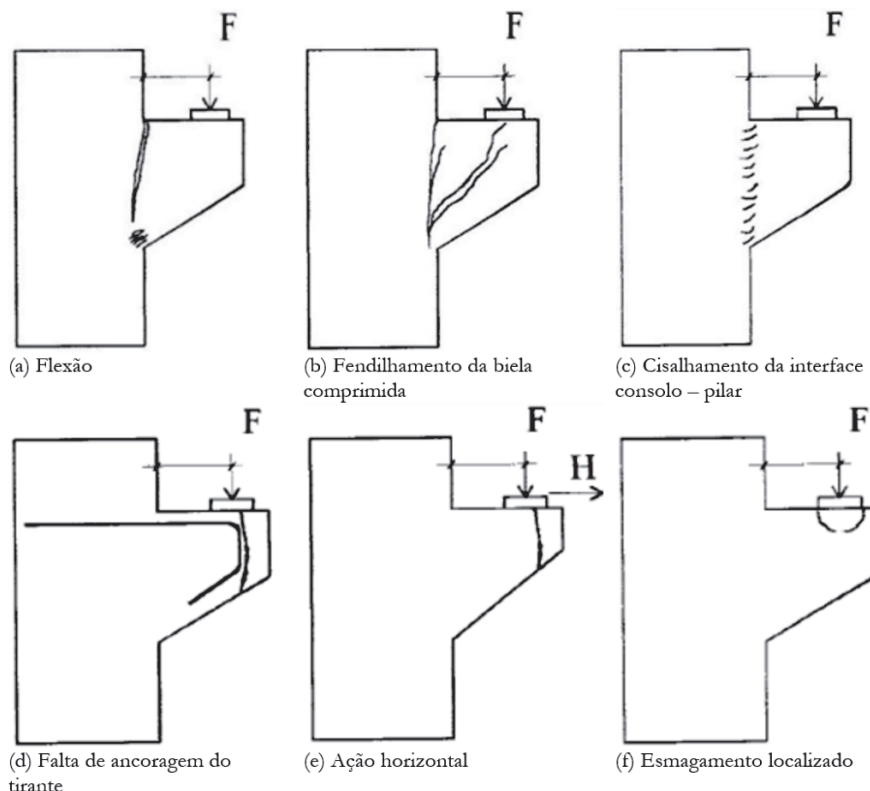


Figura 1

Tipos de ruína de consolos. Adaptado de Torres (1)

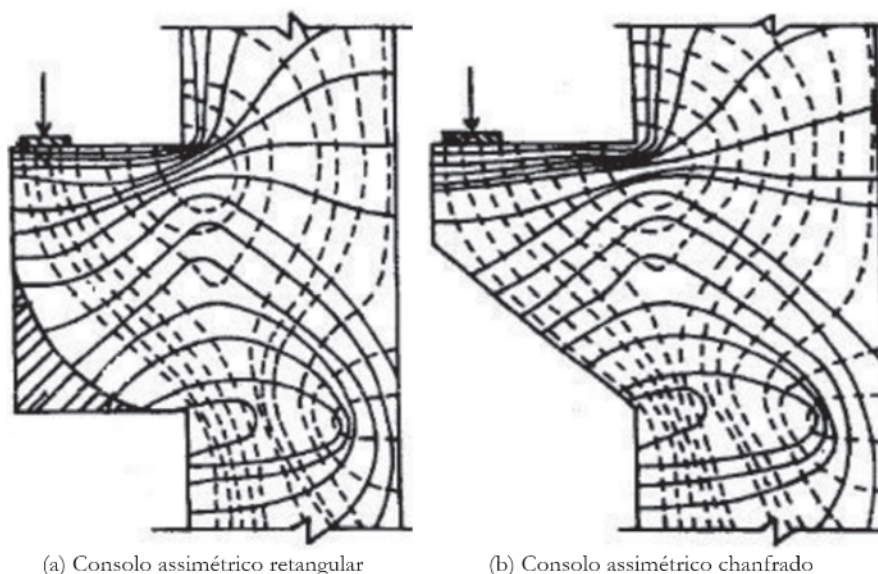


Figura 2
Trajetórias de tensões em consolos. Adaptado de Torres (1)

na interface consolo-pilar, por falta de ancoragem do tirante, por ação horizontal e por esmagamento localizado. Na Figura 1 são ilustrados tais mecanismos.

Os consolos, por possuírem dimensões de mesma ordem de grandeza, são classificados, em geral, como elementos tridimensionais, já que não tem comprimento suficiente para dissipar as perturbações localizadas. Tal fato implica na impossibilidade de se considerar verdadeira a hipótese de seções planas na flexão, portanto, invalidando a teoria de vigas a estes casos. Na Figura 2 é apresentado um panorama geral das trajetórias de tensões em consolos, sendo que na Figura 2a se observa um volume de material inerte, pouco suscetível à ação das tensões, na região inferior do consolo, o que justifica a utilização de geometrias conforme apresentado na Figura 2b.

Observando, na Figura 2, as trajetórias de tensões de tração (linhas cheias), nota-se uma grande concentração de linhas paralelas na face superior dos consolos, o que significa que esta região

é fortemente tracionada. Por outro lado, se forem observadas as trajetórias das tensões de compressão (linhas tracejadas), nota-se um caminhamento paralelo delas desde o ponto de aplicação da força até a base do consolo. A partir desta constatação, é feita uma discretização do problema e se aproxima o mecanismo de resistência dos consolos por um modelo de treliça. Nestes modelos discretizados, a região tracionada é substituída por uma barra (o tirante) e a região comprimida é substituída por outra (a biela), originando o nome dos modelos de biela e tirante. Assim, os esforços solicitantes podem ser obtidos e o dimensionamento é realizado. Os modelos de biela e tirante são a base da maioria das equações recomendadas pelas normas nacionais e internacionais para o projeto de consolos monolíticos de concreto. Neste trabalho, foram adotadas para análise as recomendações da norma brasileira de estruturas pré-moldadas de concreto – NBR 9062 [2] e da norma europeia – EUROCODE 2 [3], além do código de projeto norte-americano PCI [4].

1.2 Concreto reforçado com fibras de aço

O concreto simples, em seu estado natural, é um material frágil e quebradiço que se deforma muito pouco antes de atingir o limite de resistência e, apesar de ser um material que possui alta resistência à compressão, não apresenta grande resistência à tração. Uma forma de contornar estas características consiste na adição de fibras à matriz cimentícia.

Segundo Özcan *et al.* [5], o acréscimo de fibras de aço ao concreto melhora o comportamento do processo de fissuração da matriz, tornando o concreto mais dúctil. Acrescenta, ainda, que o acréscimo de fibras à mistura não requer grandes mudanças nas práticas tradicionais de concretagem.

A ação da fibra de aço na matriz cimentícia está, principalmente, relacionada à aleatoriedade de seu posicionamento e direcionamento, pois, na medida em que as fissuras surgem, as fibras podem costurá-las e, assim, passam a transmitir os esforços de

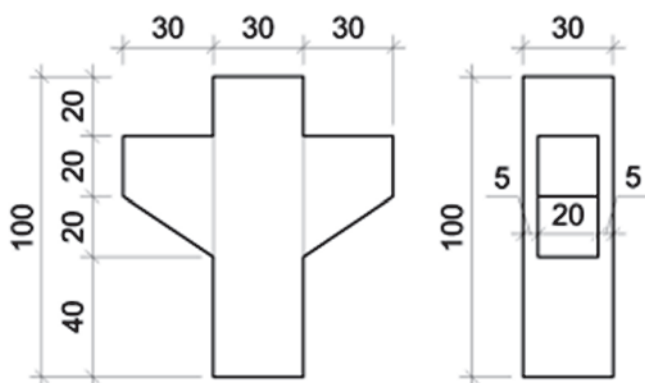


Figura 3
Geometria dos modelos ensaiados (medidas em cm)

Tabela 1

Características dos modelos ensaiados

Modelo	Tratamento da interface	Vol. de fibras	Armadura do tirante	Armaduras transversais
P1	Monolítico	0%	Contínua	Estribos horizontal e vertical
P2	Chave de cisalhamento	1%	Luva e rosca	Laço horizontal sem estribos
P3	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos
P4	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos
P5	Junta rugosa escarificada	0%	Contínua(a)	Armadura de costura CA 25 e estribos

Nota: a) Tirante e armadura transversal à interface, em aço CA-25, dobrado na moldagem do pilar e desdobrado após a sua desforma.

tração entre as faces da fissura. Desta forma, o processo de fissuração se torna mais distribuído na matriz cimentícia e deixa de se concentrar em regiões muito reduzidas, culminando em uma maior quantidade de fissuras, mas com dimensões reduzidas, o que aumenta a ductilidade do concreto.

Quanto à utilização de fibras de aço no concreto para fabricação de consolos, Gao e Zhang [6] afirmam que, além de reduzir a densidade de armaduras das peças, a utilização de concreto fibroso aumenta a resistência e a rigidez dos consolos, melhorando o seu comportamento mecânico.

2. Programa experimental

Foram ensaiados em laboratório cinco modelos de consolo com a geometria apresentada na Figura 3 e com as propriedades listadas na Tabela 1. Essa geometria foi adotada de modo que a força de ruína estimada para o modelo monolítico fosse menor que a capacidade do pórtico de reação utilizado nos ensaios. A simetria do modelo, com dois consolos, é particularmente interessante para a execução de ensaios em laboratório porque dispensa a necessidade de uma estrutura de reação para impedir o giro do pilar caso fosse empregado apenas um consolo. Conforme se observa na Tabela 1, o modelo P1 era monolítico, enquanto os modelos P2, P3, P4 e P5 tiveram o consolo moldado em etapa posterior ao pilar, sendo que o consolo do modelo P2 era reforçado com 1% (78,5 kg/m³) de fibras de aço.

2.1 Materiais

O concreto utilizado na confecção dos modelos era composto por

cimento Portland composto (CP II - Z), sílica ativa, pó de brita, areia natural, brita 0, brita 1, água e aditivo superplastificante. As fibras de aço utilizadas foram do tipo Dramix® RC 65/35 BN com 35 mm de comprimento, 0,54 mm de diâmetro e resistência nominal de 1100 MPa, conforme informações do fabricante.

Os ensaios de caracterização do aço e do concreto foram realizados em uma máquina universal de ensaios eletromecânica com capacidade de 300 kN. O aço foi caracterizado segundo o método de ensaio padronizado pela norma NBR 6892-1 [7]. Já o concreto endurecido foi caracterizado quanto à resistência à compressão segundo a norma NBR 5739 [8], módulo de elasticidade segundo a norma NBR 8522 [9] e resistência à tração por compressão diametral segundo a norma NBR 7222 [10]. Na Tabela 2 são apresentados os valores das propriedades mecânicas dos concretos utilizados na pesquisa.

Além dessas propriedades, também foi determinada a energia no modo I de fraturamento para o concreto sem fibras. Para isso, foi utilizada a metodologia de ensaio descrita em RILEM [11], porém utilizando um corpo de prova prismático com seção transversal de 10 x 10 cm² e 40 cm de comprimento entalhado no meio do vão até metade da sua altura. Essa propriedade foi utilizada na modelagem computacional do consolo monolítico.

Na Figura 4 é mostrado o detalhamento da armadura do modelo com consolo monolítico (P1) e nas Figuras 5, 7 e 8 é apresentado o detalhamento da armadura dos modelos com consolos moldados em etapa posterior a do pilar (P2, P3, P4 e P5). Todos os modelos foram dimensionados para que a ruína ocorresse por flexão devido ao escoamento do tirante. Nos modelos P4 e P5 foram utilizados dois tirantes com diâmetro de 16 mm em aço CA 25 de modo a se atingir, aproximadamente, uma força de ruína igual

Tabela 2

Propriedades mecânicas do concreto

Modelo	Resistência à compressão f_{cm} (MPa)		Módulo de elasticidade E_c (GPa)	Resistência à tração por compressão diametral $f_{ctm,sp}$ (MPa)		Energia de fraturamento G_f (N/m)
	Pilar	Consolo	Consolo	Pilar	Consolo	Pilar e consolo
P1	50,48 ± 1,34		27,80 ± 1,34	5,09 ± 0,26		97,050 ± 9,374
P2	62,43 ± 6,88	55,86 ± 2,21	31,17 ± 1,08	5,94 ± 1,30	8,35 ± 1,18	-
P3	43,09 ± 1,34	46,85 ± 0,27	28,45 ± 0,21	4,02 ± 0,32	4,26 ± 0,06	-
P4	26,30	20,84	25,65	2,42	2,18	-
P5	28,17	20,84	25,65	2,65	2,18	-

a 80% da resistência do modelo monolítico, o qual possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm em aço CA 50. Esses modelos foram confeccionados em uma fábrica de pré-moldados com concreto de menor resistência à compressão. O modelo P3, por outro

lado, possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm em aço CA 25, portanto com uma resistência teórica igual a 50% da resistência do modelo monolítico. No modelo P2, que possuía dois tirantes com diâmetro de 12,5 mm

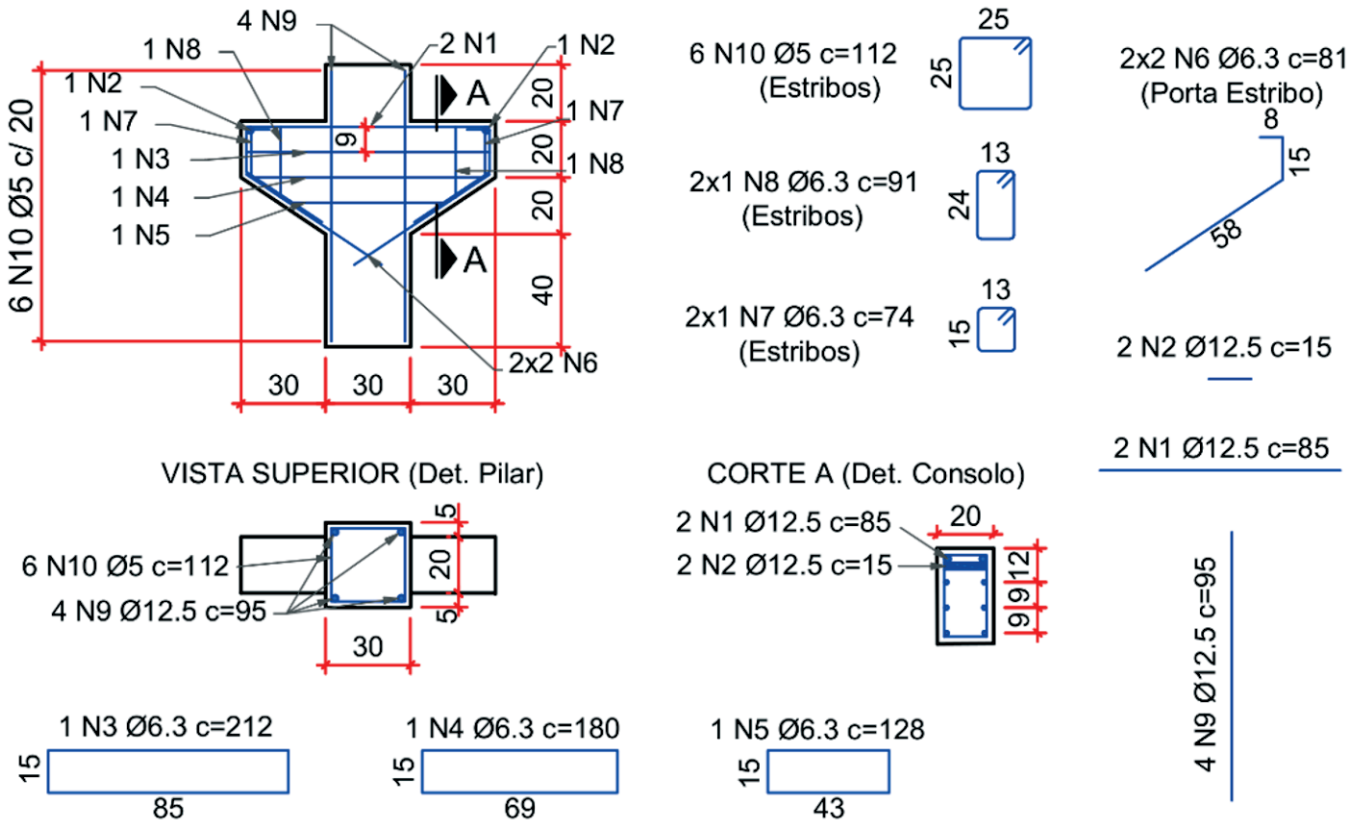


Figura 4 Detalhamento da armadura do modelo com consolo monolítico (P1)

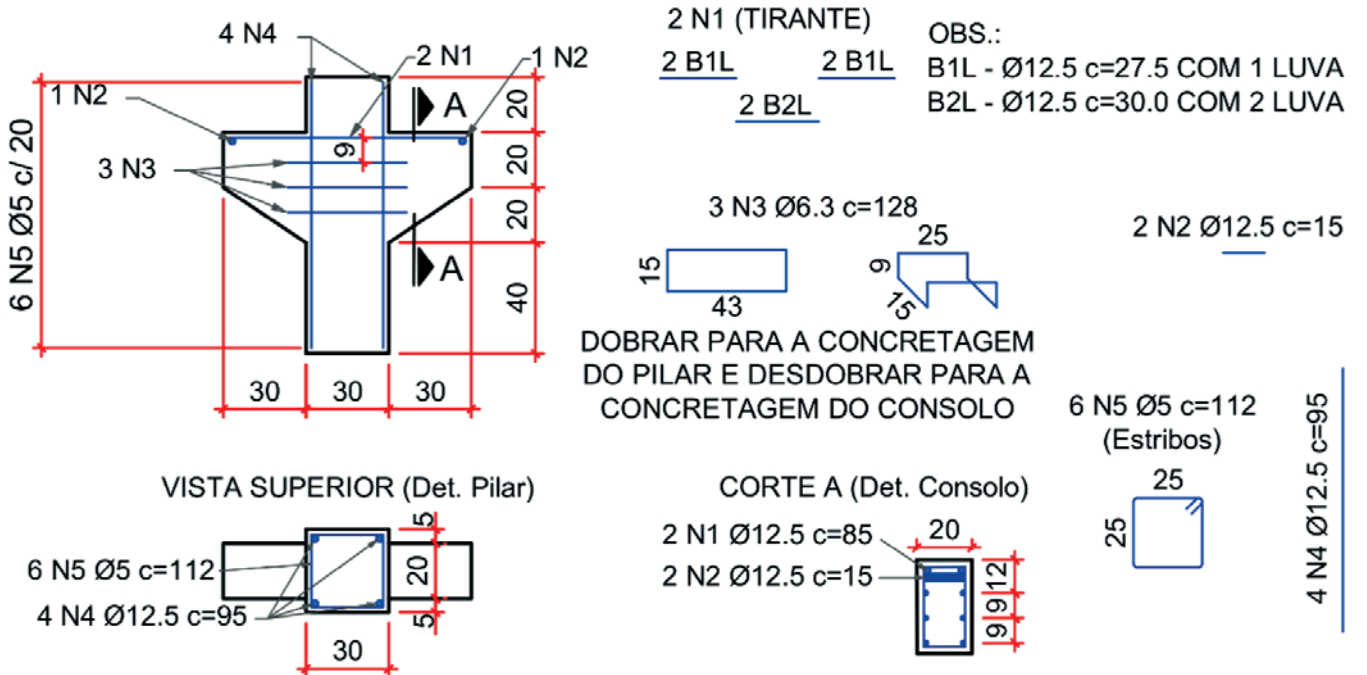


Figura 5 Detalhamento da armadura do modelo com consolo moldado em etapa posterior ao pilar (P2) com tirante rosqueado

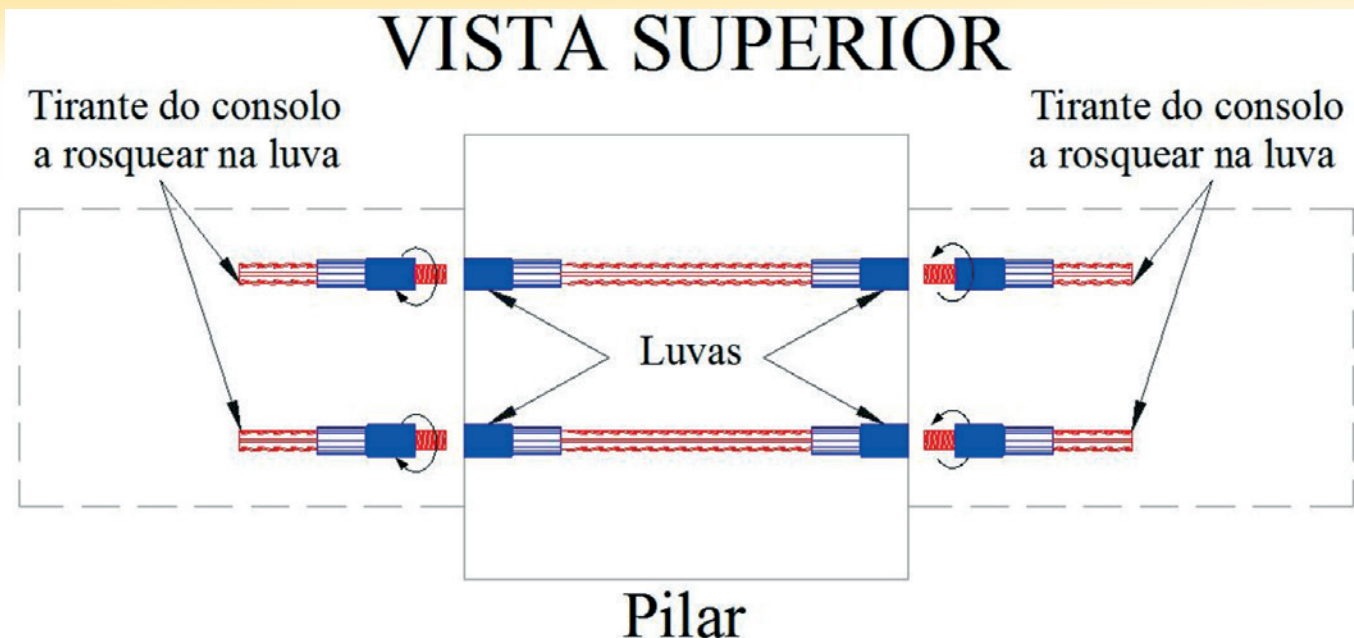


Figura 6
Esquema do tirante com luva e rosca para o modelo P2 com consolos moldados em etapa posterior ao pilar

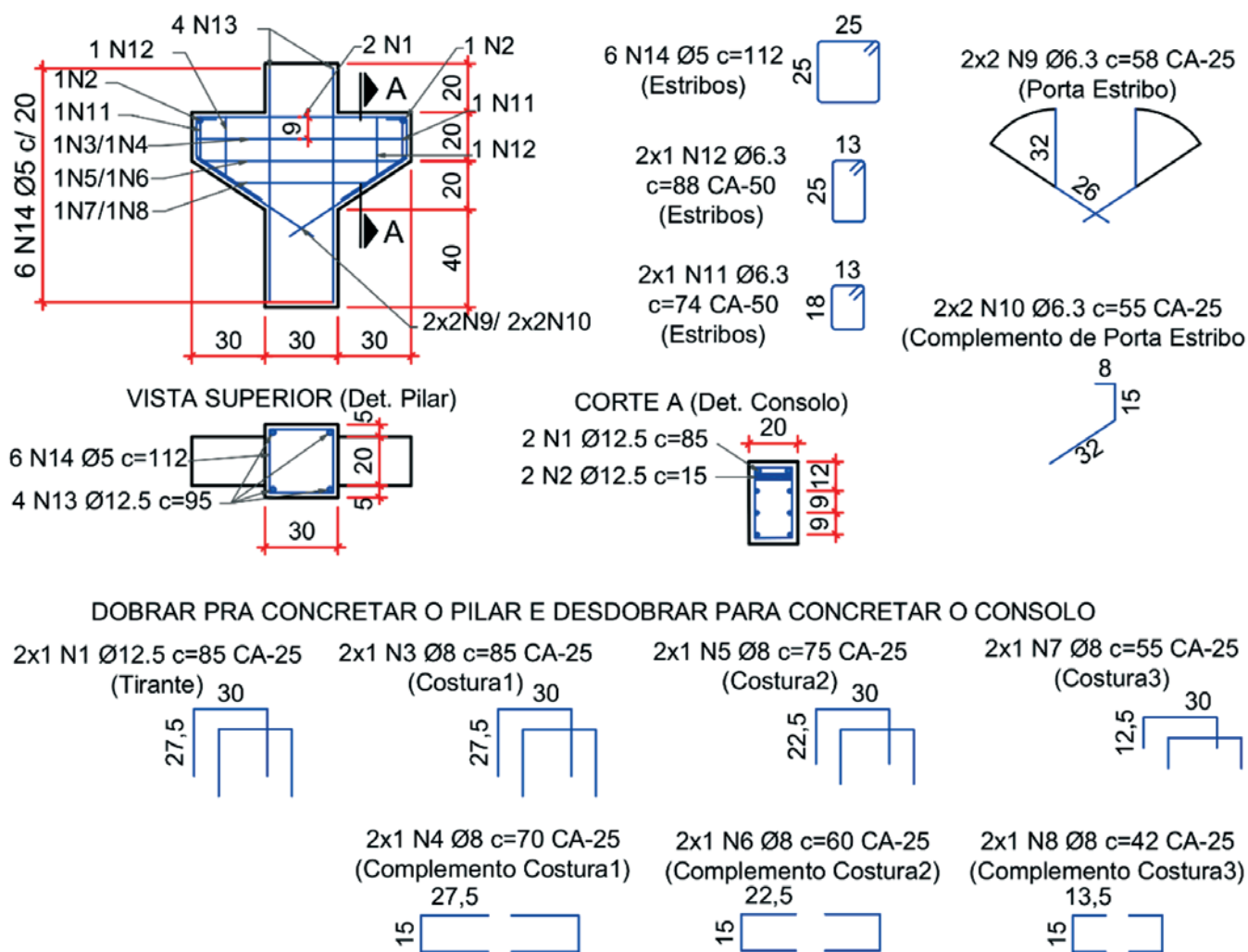


Figura 7
Detalhamento da armadura do modelo com consolo moldado em etapa posterior ao pilar (P3) com tirante dobrado

em aço CA 50 e, portanto, com a mesma resistência teórica do modelo monolítico, a emenda das barras do tirante foi realizada utilizando um sistema de luva e rosca, conforme mostrado na Fi-

gura 6. As luvas eram prensadas nas extremidades das barras e a união era realizada por meio de um pino com rosca. O comprimento de cada luva (H) era de 68,75 mm. Já nos modelos P3, P4

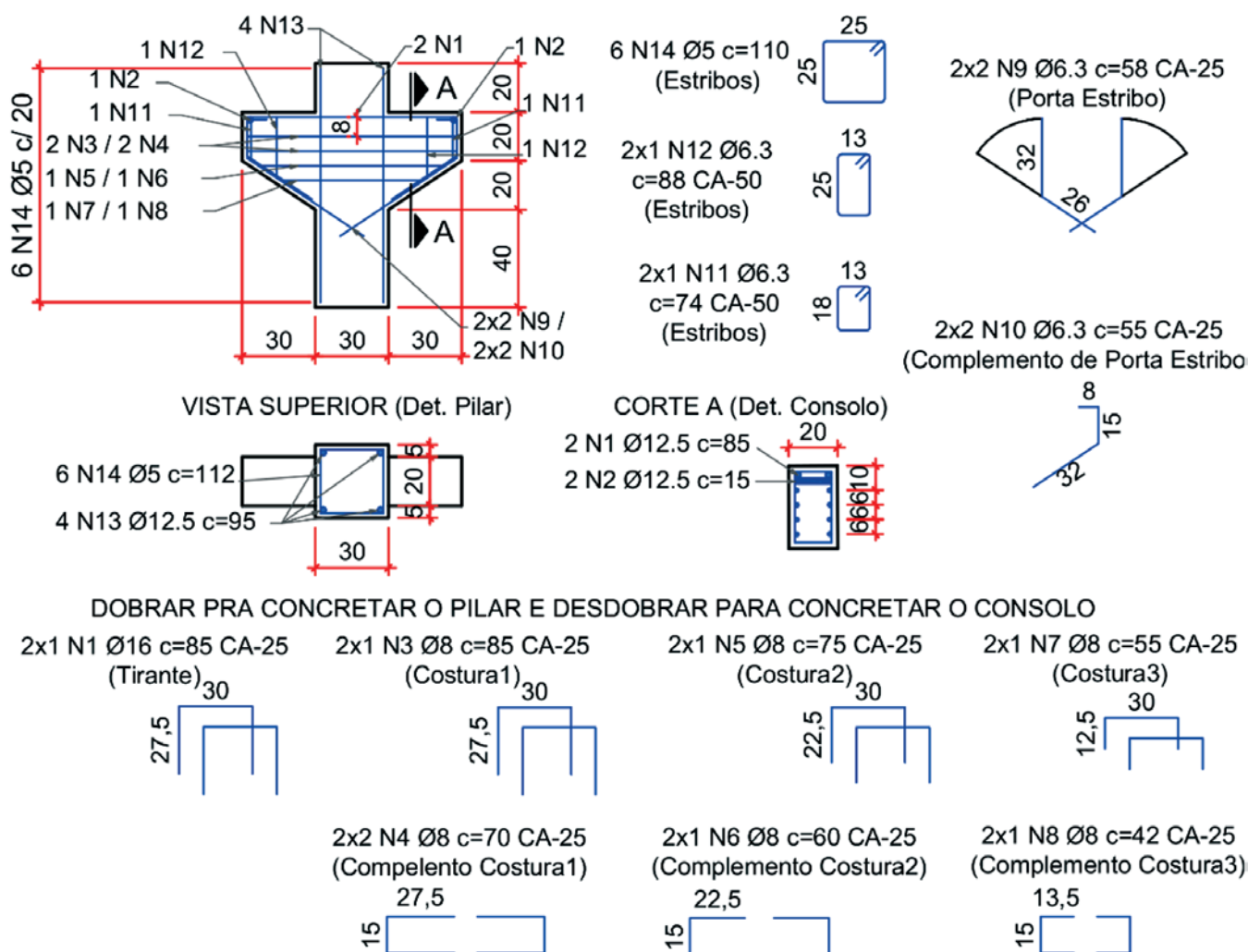


Figura 8 Detalhamento da armadura dos modelos com consolos moldados em etapa posterior ao pilar (P4 e P5) com tirante dobrado



(a) Realização do ensaio de tração (b) Ruptura na barra de aço.

Figura 9 Caracterização da emenda do tirante no modelo P2

e P5, os tirantes, em aço CA 25, foram dobrados para dentro da fôrma antes da concretagem do pilar e retificados antes da concretagem dos consolos. A ancoragem dos tirantes na extremidade dos consolos de todos os modelos foi garantida por meio de barra transversal soldada de mesmo diâmetro.

As barras emendadas por luva e rosca foram ensaiadas à tração de modo a determinar a força última e o local de ruína da emenda, conforme mostrado na Figura 9. Em seguida, a luva foi cortada e apenas a barra de 12,5 mm foi ensaiada à tração segundo a norma NBR 6892-1 [7]. Na Tabela 3 é apresentado o resultado da caracterização dos aços utilizados na confecção dos modelos. Para o módulo de elasticidade do aço, foi admitido o valor teórico de 210 GPa para todos os modelos.

2.2 Confecção e ensaio dos modelos

Para a concretagem dos modelos, foram utilizadas fôrmas metálicas, as quais foram adaptadas tanto para a confecção de modelos com consolos monolíticos quanto aos modelos com consolos moldados em etapa posterior ao pilar, conforme mostrado na Figura 10. Para isso, havia um fechamento lateral para a concretagem do pilar, o qual era posteriormente substituído pelas fôrmas dos consolos. O modelo P1 foi concretado em uma única etapa. Já para os modelos P2, P3, P4 e P5, a lateral da fôrma foi retirada dois dias após a concretagem do pilar. Concluída a montagem da armadura dos

consolos, os mesmos foram concretados e mantidos em cura úmida por dois dias. Após esse período, os modelos foram desmoldados e mantidos ao ar livre até a data de realização do ensaio.

Na interface consolo-pilar dos modelos concretados em duas etapas foram utilizados dois tipos de tratamento. Para o modelo P2, com união do tirante por luva e rosca, foi confeccionada uma chave de cisalhamento com 2,5 cm de profundidade, isto é, foi executada uma reentrância no pilar para que a junta de concretagem não estivesse posicionada na face do pilar. Para a formação dessa chave de cisalhamento, antes da concretagem do pilar foi colada uma placa de isopor na região da interface consolo-pilar, a qual foi retirada antes da concretagem do consolo, conforme mostrado nas Figuras 11-a e 11-b. Já para os modelos P3, P4 e P5, com armaduras do tirante e de costura dobradas para dentro do pilar, o tratamento utilizado na interface foi a escarificação do concreto, conforme mostrado na Figura 11-c. Essa escarificação foi realizada durante a etapa de retirada do concreto superficial do pilar na região do consolo para permitir a retificação da armadura do tirante. A interface foi limpa e lavada antes da concretagem dos consolos para melhorar a aderência entre o concreto do pilar e do consolo.

A presença da armadura de costura não causa maiores inconvenientes na produção dos consolos monolíticos. Por outro lado, nos modelos com consolos moldados em etapa posterior ao pilar, a armadura de costura precisa ser complementada posteriormente quando da montagem da armadura do consolo, o que implica em

Tabela 3

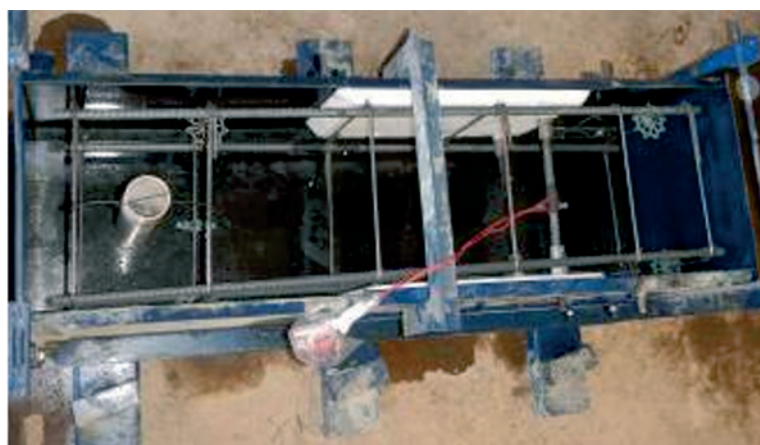
Propriedades mecânicas do aço

Diâmetro \varnothing (mm) / aço	Modelos	Tensão de escoamento f_y (MPa)	Tensão última - f_u (MPa)	Deformação de escoamento - ϵ_y
6,3 / CA50	P1 e P2	615,27 ± 18,06	695,97 ± 7,74	2,92 x 10 ⁻³
	P3	620,56 ± 38,77	714,54 ± 43,51	2,95 x 10 ⁻³
12,5 / CA50	P1	670,18 ± 7,63	785,99 ± 12,23	3,19 x 10 ⁻³
	P2(a)	541,11 ± 11,95	634,58 ± 12,23	2,57 x 10 ⁻³
12,5 / CA25	P3	409,97 ± 8,79	508,78 ± 9,03	1,95 x 10 ⁻³
	P4 e P5 ^(b)	-	Não ensaiado	-

Nota: a) Corpo de prova ensaiado com junção por luva e rosca; b) Aço não ensaiado: foi considerada a tensão de escoamento teórica, $f_y = 250$ MPa.



(a) Fôrma para concretagem do modelo monolítico



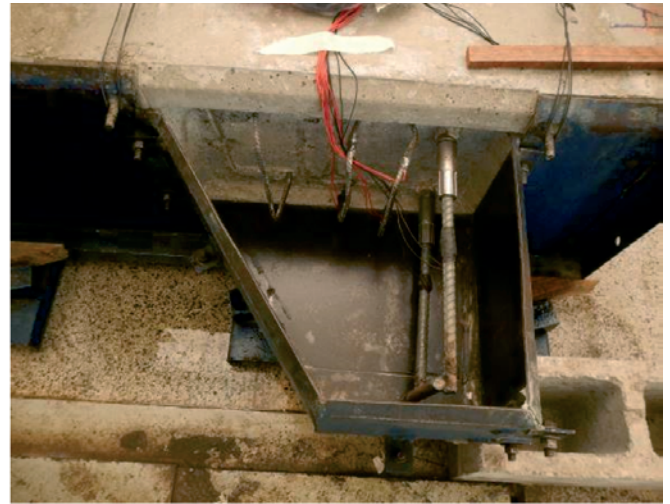
(b) Fôrma para concretagem do pilar do modelo com consolo moldado em etapa posterior

Figura 10

Fôrma dos modelos



(a) Posicionamento da placa de isopor para formação da chave de cisalhamento e detalhe da armadura normal à interface antes da concretagem do pilar (modelo P2).



(b) Chave de cisalhamento e armadura do consolo pronta para concretagem (modelo P2).



(c) Interface consolo-pilar escarificada e armadura retificada e pronta para a concretagem do consolo (modelos P3, P4 e P5)

Figura 11

Tratamentos da interface e posicionamento das armaduras dos modelos concretados em duas etapas - P2, P3, P4 e P5

intensivo uso de recursos humanos e demora no processo de moldagem dos consolos. Além disso, há a necessidade de montagem dos estribos e demais armaduras construtivas.

Visando diminuir o tempo de execução dos consolos moldados em etapa posterior, o modelo P2 foi confeccionado sem armadura de costura e estribos nos consolos, os quais foram substituídos pelas fibras de aço incorporadas ao concreto. Entretanto, como relatado por Oliveira [12], as fibras de aço possuem pouca eficiência no controle da abertura de junta na interface consolo-pilar. Por essa razão, nesse modelo foi utilizada uma armadura horizontal em forma de laço cruzando a interface. De modo a simplificar o processo, e evitar recortes na fôrma metálica, essa armadura foi deixada dobrada no interior da fôrma do pilar. O comprimento da armadura em forma de laço embutida no interior do consolo foi o mínimo ne-

cessário para realizar a ancoragem dessa armadura no consolo. Neste experimento, foi adotado um comprimento de ancoragem de 6,3 cm medido a partir da face externa do pilar. Esse comprimento foi ajustado com o espaçamento entre os laços de modo a permitir a sua acomodação na fôrma do pilar sem que houvesse sobreposição da armadura, conforme mostrado na Figura 11-a.

O ensaio foi realizado com os modelos em posição invertida, isto é, com os consolos em dois apoios, um do primeiro gênero (apoio móvel) e outro do segundo gênero (apoio fixo) nos modelos P1, P2 e P3, de modo a evitar o surgimento de forças externas horizontais, ou com os dois apoios fixos nos modelos P4 e P5. O objetivo dessa mudança era identificar a influência do tipo de apoio na resistência do consolo. Na Figura 12 é mostrado o esquema de ensaio. O eixo dos apoios foi colocado distante 22,5 cm da face

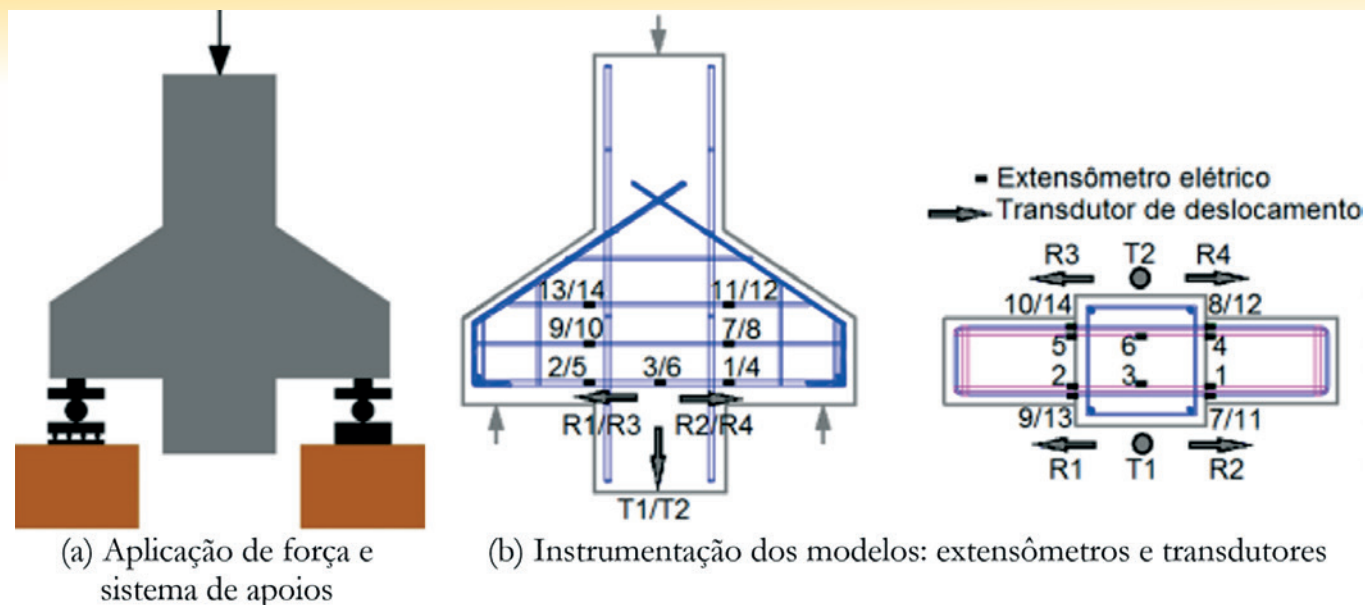


Figura 12
Esquema de ensaio e instrumentação

do pilar, de modo que os consolos possuíssem relação a/d igual a 0,62, caracterizando-os como consolos curtos segundo a NBR 9062 [2]. Além disso, os apoios tinham largura de 5 cm nos modelos P1 e P2, 10 cm no modelo P3 e 15 cm nos modelos P4 e P5. Novamente, o objetivo dessa mudança era verificar a influência do apoio na resistência do consolo.

A força foi aplicada no pilar por um atuador hidráulico em série com uma célula de carga. Assim, a força aplicada em cada consolo era metade do valor registrado pela célula de carga.

Os modelos foram instrumentados com transdutores de deslocamento e extensômetros elétricos de resistência. Os transdutores foram utilizados para registrar o deslocamento vertical e a abertura de junta dos modelos. Já os extensômetros foram utilizados para registrar a deformação dos tirantes e da armadura de costura, no consolo monolítico, ou da armadura em forma de laço nos consolos moldados em etapa posterior a do pilar. Na Figura 12-b é mostrado um esquema da instrumentação dos modelos.

3. Modelagem computacional

O modelo com consolo monolítico (P1) foi simulado computacionalmente para identificação das tensões principais que surgem no consolo. Para isso, foi utilizado o programa DIANA® 9.5 (TNO [13]) baseado no Método dos Elementos Finitos. Estudos anteriores mostraram que a modelagem computacional pelo Método dos Elementos Finitos é eficiente para representar o comportamento mecânico de consolos de concreto [14].

3.1 Geometria e malha

Inicialmente, foi realizada uma análise de convergência de malha em regime elástico linear para definir o tamanho ideal da malha de elementos finitos. Nas Figuras 13-b, 13-c e 13-d são mostradas as três malhas analisadas e na Tabela 4 são apresentados os resultados de deslocamento do modelo. Conforme se observa nessa tabela, a malha 1, menos refinada, apresenta um deslocamento na parte inferior do modelo igual a 97,7% do deslocamento obtido com a malha 3, mais refinada. Porém, apesar de exigir um tempo de processamento maior, preferiu-se adotar a malha 3, mais refi-

nada, com elementos cúbicos de interpolação quadrática (elemento CHX60) e dimensão aproximada de 3 cm na região do consolo. A armadura do consolo e do pilar foi representada por meio de elementos embutidos no concreto (*embedment reinforcement*) de forma a representar a armadura do modelo físico. Com isso, não há a necessidade de se criar uma malha de elementos lineares com compatibilidade de nós em relação aos elementos sólidos. Esta formulação é possível por meio do enrijecimento dos elementos em contato com a armadura embutida. Na Figura 12-a é mostrada a armadura do modelo computacional.

Além de representar o pilar e os consolos, bem como suas armaduras, as chapas dos apoios também foram modeladas, conforme dimensões do ensaio, para que a largura da biela de compressão no modelo computacional fosse a mesma.

3.2 Modelos constitutivos

A análise computacional foi realizada considerando a não linearidade física dos materiais. Para isto, foram utilizados modelos constitutivos do próprio programa e de códigos de projeto. O modelo de fissuração do concreto foi do tipo distribuído, formulado em função das deformações totais e com fissuras fixas (*Total strain fixed crack*). Na tração, o concreto foi representado por meio de uma função de amolecimento linear e dependente da energia no modo I de fraturamento (G_I) obtida da caracterização do concreto, conforme Figura 14-a.

Tabela 4

Parâmetros das malhas adotadas para o teste de convergência

Parâmetros	Malha		
	Menos refinada	Média	Refinada
Nº elementos	156	832	1680
Nº nós	1047	4437	8557
Deslocamento (%)	97,7	99,4	100

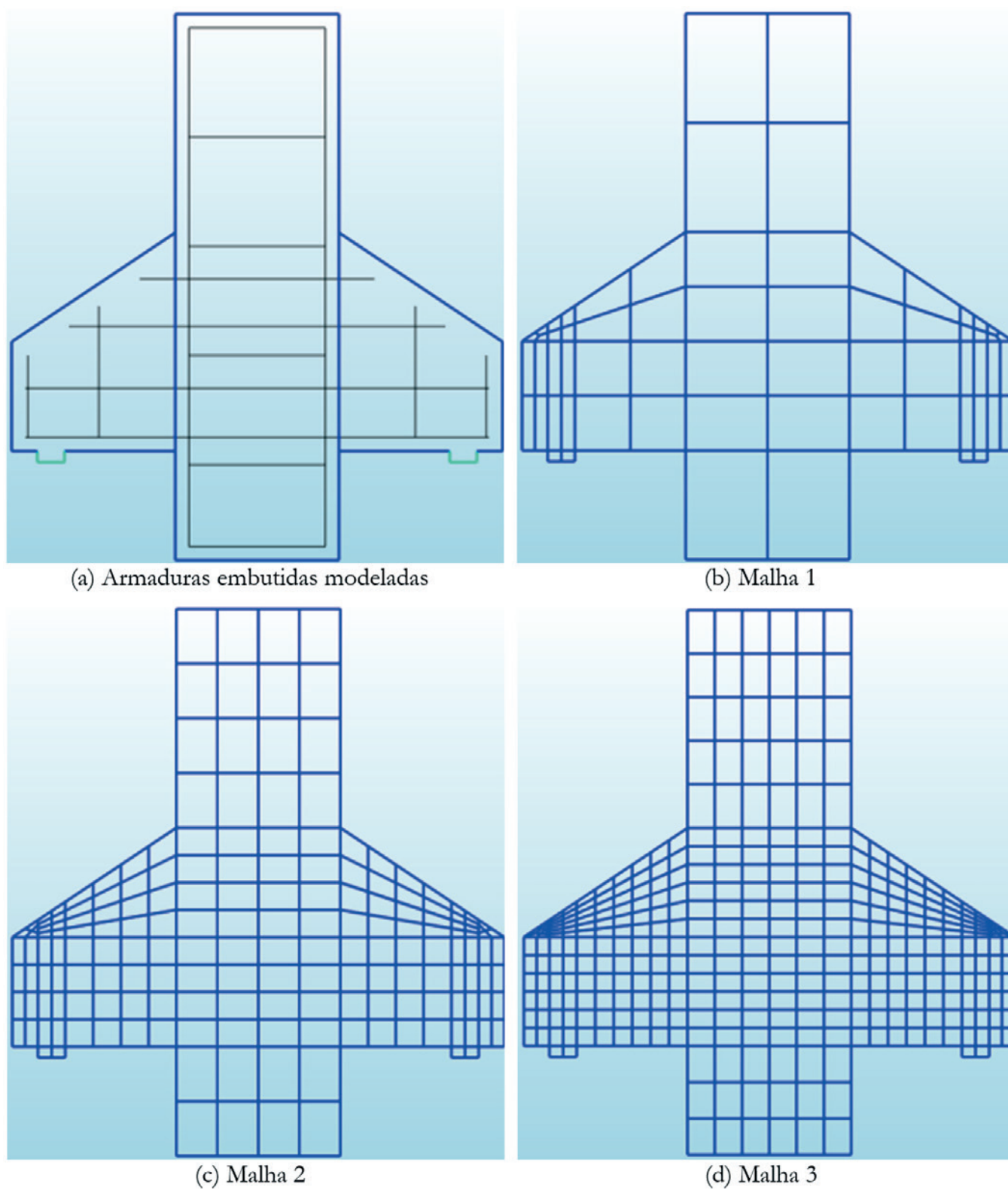
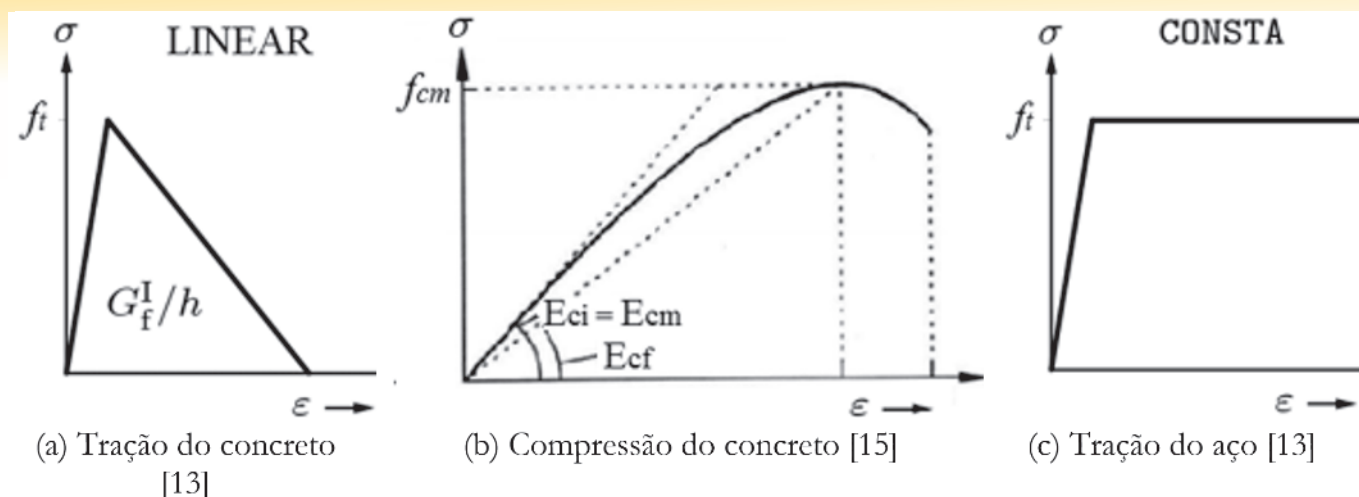


Figura 13

Armaduras modeladas e malhas utilizadas para o teste de convergência

**Figura 14**

Modelos constitutivos utilizados para a modelagem computacional

Na compressão, foi adotada para o concreto a curva tensão *versus* deformação recomendada pela FIB [15], discretizada em dezenove pontos, conforme Figura 14-b. A partir da resistência à compressão e desvio padrão do concreto, foram determinadas a sua resistência característica e a sua classe, a partir das quais foram obtidos os parâmetros necessários, segundo recomendação da FIB [15], para o traçado da curva tensão *versus* deformação.

Para representar o aço, foi utilizado o modelo constitutivo de von Mises, considerando comportamento elastoplástico perfeito do material, conforme Figura 14-c, o que é coerente com o patamar de escoamento observado nos ensaios de caracterização.

Na Tabela 5 é apresentado um resumo dos parâmetros adotados para o concreto e para a armadura no programa DIANA® 9.5 [13] e que foram utilizados na modelagem computacional.

3.3 Processamento

A inserção de carga no modelo computacional foi realizada por meio da imposição de um deslocamento na face superior do modelo. Era indicado um deslocamento maior do que o modelo suportaria e o processamento era realizado até que não houvesse mais convergência. O incremento no valor do deslocamento

Tabela 5

Parâmetros utilizados na modelagem computacional

Parâmetro	Valor
Concreto	
Resistência à compressão	50,48 (MPa) ^(a)
Módulo de elasticidade	36,30 (GPa) ^(b)
Resistência à tração	4,58 (MPa) ^(c)
Energia no modo I de fraturamento	97,05 (N/m) ^(a)
Comportamento à compressão	Multilinear ^(b,d)
Comportamento à tração	Amolecimento Linear ^(d)
Fator de retenção do cisalhamento	0,01 (constante) ^(d)
Modelo de fissuração	Total Strain Fixed Crack ^(d)
Aço (Tirante)	
Tensão de escoamento	670,18 (MPa) ^(a)
Comportamento à tração	Plastificação Ideal de von Mises ^(d)
Módulo de elasticidade	210 (GPa)
Aço (Armadura de costura)	
Tensão de escoamento	615,27 (MPa) ^(a)
Comportamento à tração	Plastificação Ideal de von Mises ^(d)
Módulo de elasticidade	210 (GPa)

Nota: a) Resultados experimentais; b) Recomendação da FIB (15); c) adotado como $0,9 f_{cm,sp}$; d) Modelos pré-existentis no DIANA® (13).

Tabela 6
Resultados dos ensaios

Modelo	$F_{y,exp}$ (kN)	$F_{u,exp}$ (kN)	Modo de ruptura
P1	316,30	316,30	Fendilhamento da biela comprimida
P2	301,41	357,57	Flexão
P3	156,07	223,11	Flexo-compressão
P4	*	260,04	Fendilhamento da biela comprimida
P5	*	271,32	Fendilhamento da biela comprimida

Nota: *Tirante não instrumentado para o ensaio.

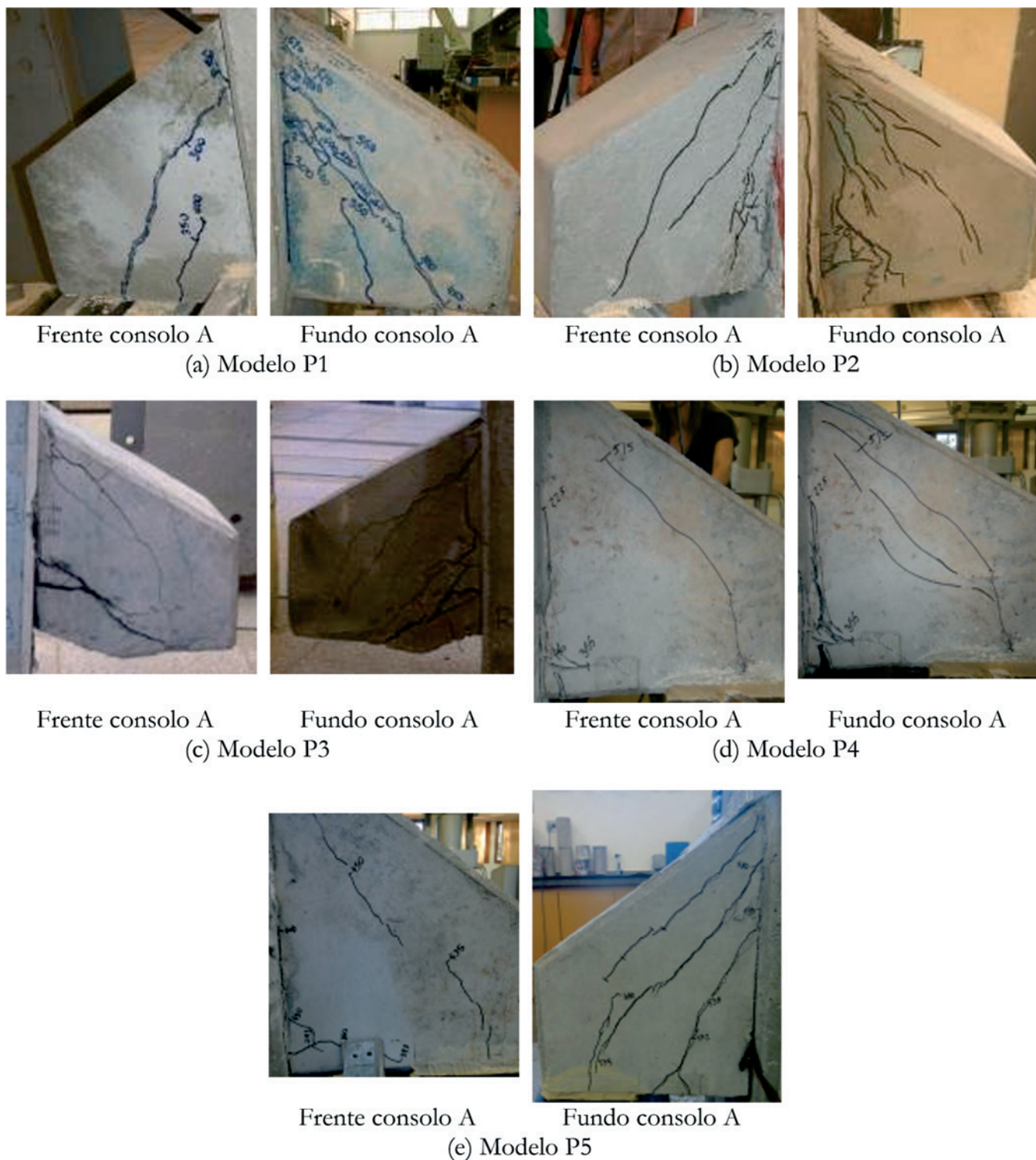
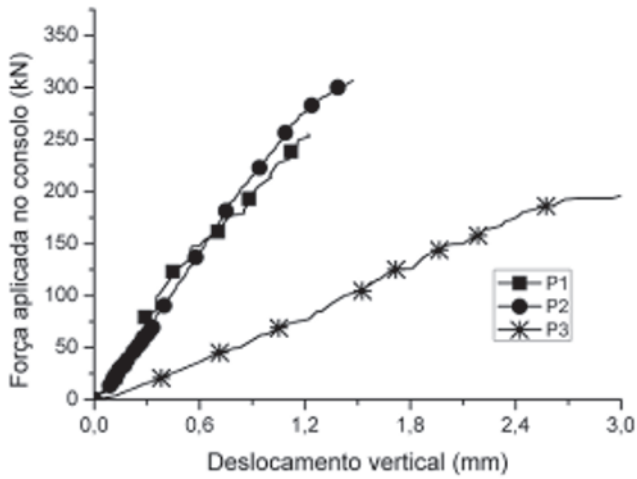
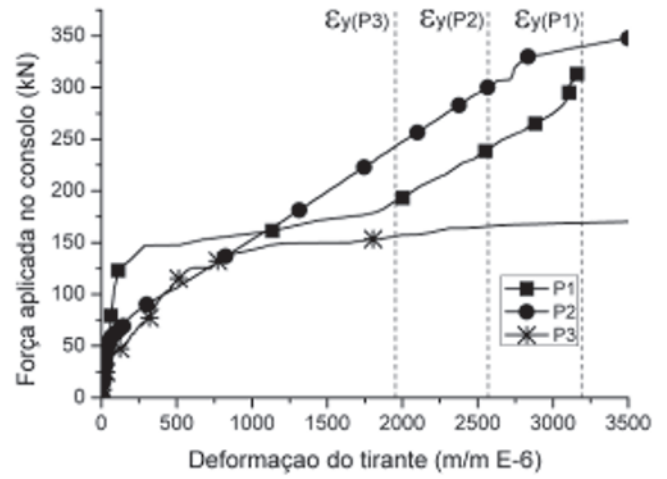


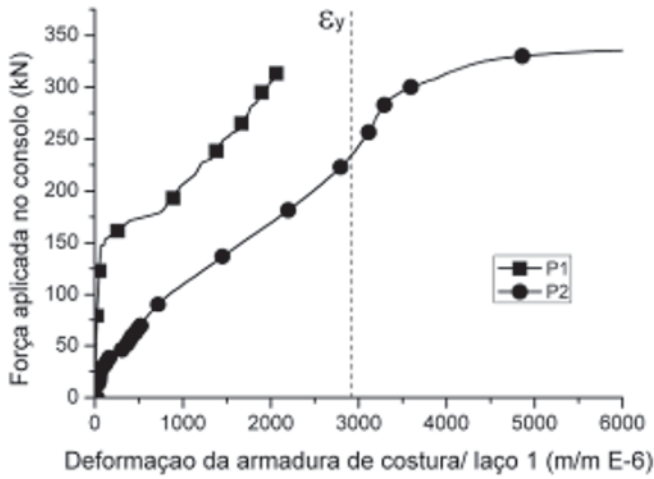
Figura 15
Panoramas de fissuração do consolo A que chegou à ruína em cada modelo



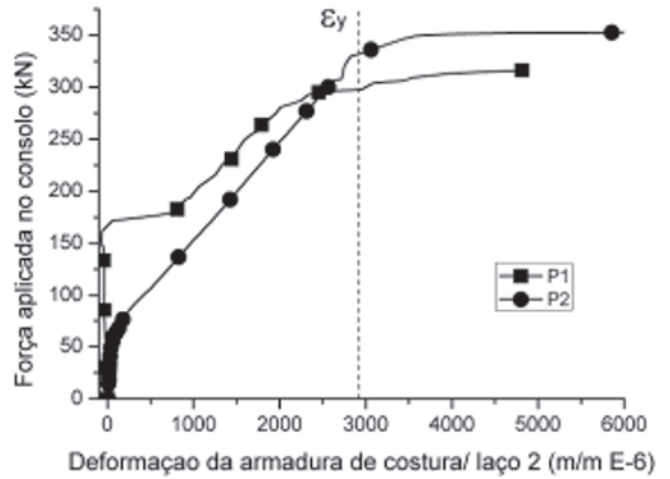
(a) Força *versus* deslocamento vertical (média dos transdutores T1 e T2).



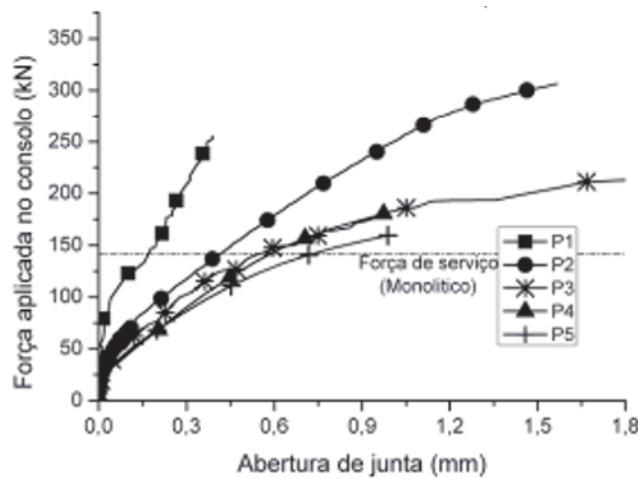
(b) Força *versus* deformação do tirante (Média dos extensômetros 2 e 5)



(c) Força *versus* deformação da armadura transversal à interface próxima ao tirante (média dos extensômetros 9 e 10)



(d) Força *versus* deformação da armadura transversal à interface mais distante do tirante (média dos extensômetros 13 e 14)



(e) Força *versus* abertura de junta (média dos transdutores R1, R2, R3 e R4)

Figura 16

Resultados dos ensaios experimentais

imposto foi fixado em 0,05 mm durante toda a análise e a resolução do sistema de equações foi realizada pelo Método Secante, executado por processamento em paralelo. Foi utilizada convergência em termos de energia com tolerância de 0,001.

4. Resultados e discussões

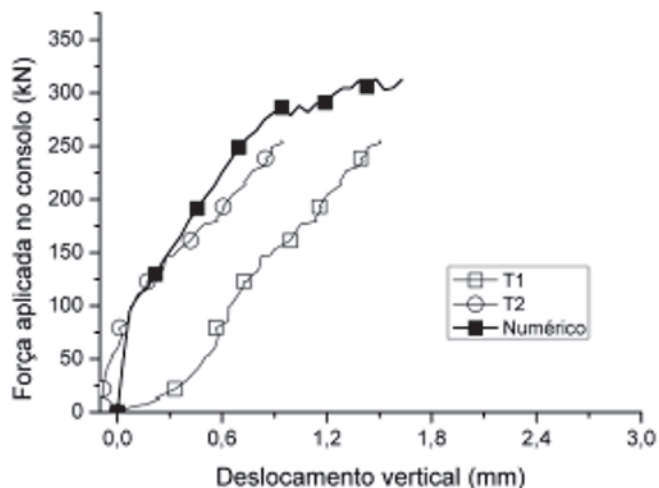
A apresentação dos resultados está dividida entre os ensaios e a modelagem computacional. Posteriormente, os resultados são comparados com as recomendações de norma para projeto de consolos de concreto armado.

4.1 Ensaios experimentais

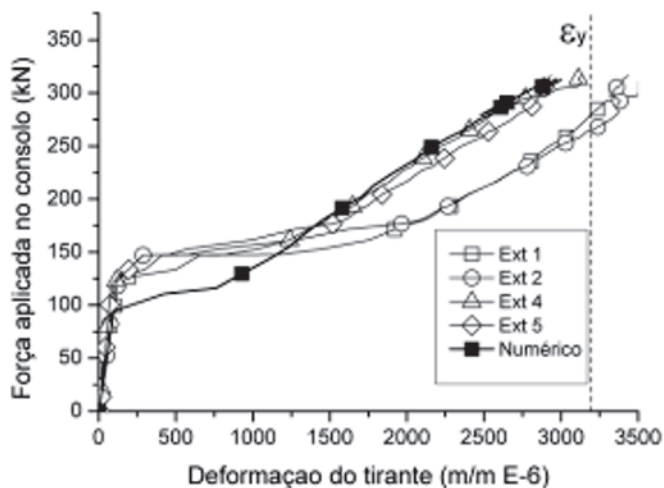
Os resultados obtidos para a força de escoamento do tirante ($F_{y,exp}$) e para a força de ruína dos consolos ($F_{u,exp}$) dos modelos ensaiados estão apresentados na Tabela 6. Para descrição do comportamento dos modelos durante o ensaio, é adotada a seguinte nomenclatura: consolo A, para o consolo que sofreu a ruína, normalmente sobre o apoio móvel; e consolo B para o outro consolo. O modelo monolítico (P1) iniciou sua fissuração na região da liga-

ção entre o consolo e o pilar, seguindo com o aparecimento de fissuras na região da biela, que foram aumentando em comprimento e quantidade juntamente com o acréscimo da força aplicada. O escoamento do tirante teve início no mesmo estágio de carregamento em que o consolo chegou à ruína. Essa força foi determinada quando a média da leitura dos extensômetros do tirante atingiu a deformação de escoamento experimental do aço (Tabela 3). A ruptura do modelo se deu pelo esmagamento do concreto no canto superior do consolo A para uma força aplicada, no consolo, de 316,30 kN. O panorama de fissuração é apresentado na Figura 15-a.

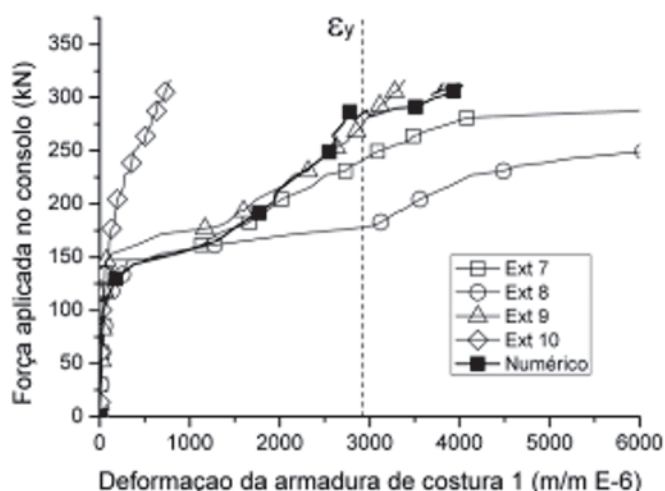
O modelo com consolo moldado em etapa posterior a do pilar e com tirante emendado por luva e rosca, P2, apresentou inicialmente fissuras na interface consolo-pilar. Posteriormente, surgiram fissuras na região da biela de compressão do consolo A, que foram aumentando em comprimento e quantidade à medida que a força aplicada aumentava. O escoamento do tirante iniciou-se no consolo A para uma força aplicada de 301,41 kN, também determinada quando a média da leitura dos extensômetros do tirante atingiu a deformação de escoamento experimental do aço (Tabela 3). Neste caso, devido à presença das fibras de aço, não ocorreu a ruptura por tração do concreto ao longo do plano da fissura que



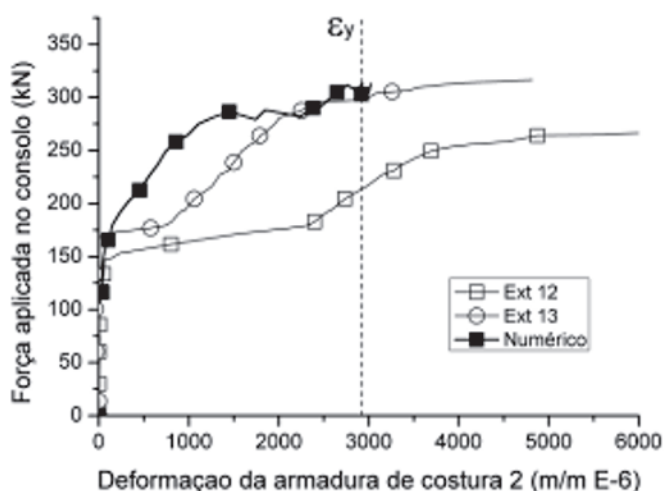
(a) Força versus deslocamento vertical .



(b) Força versus deformação do tirante.



(c) Força versus deformação da armadura de costura 1, próxima ao tirante.



(d) Força versus deformação da armadura de costura 2, mais distante do tirante.

Figura 17
Comparação entre os resultados numéricos e experimentais

delimitava a biela de compressão. Assim, o mecanismo de ruptura parece ter se deslocado para a interface consolo-pilar. Foi observada uma tendência de esmagamento do concreto no canto superior do consolo. A máxima força resistida pelo consolo foi de 357,57 kN. O panorama de fissuração desse modelo pode ser observado na Figura 15-b.

O consolo P3, moldado em etapa distinta da moldagem do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, apresentou o início das fissuras na interface consolo-pilar. Essas fissuras foram aumentando em comprimento e abertura com o acréscimo de força. Quando a força no consolo atingiu 195,00 kN, surgiram as primeiras fissuras em sua porção central, que definiram a posição e a trajetória da biela de compressão. Tais fissuras aumentaram em comprimento e quantidade com o acréscimo de carga até que o modelo entrasse em ruptura a uma carga de 223,11 kN. O panorama de fissuração do modelo é apresentado na Figura 15-c.

O modelo P4, moldado em etapa distinta da moldagem do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, iniciou a fissuração na interface consolo-pilar para uma força aplicada no consolo de 70,00 kN. Em seguida, apareceram fissuras na região do tirante, próximo ao pilar, para uma força de 178,00 kN. O consolo chegou à ruína com uma força aplicada de 260,04 kN. Na Figura 15-d é apresentado o panorama de fissuração do consolo.

O modelo P5, também moldado em etapa distinta da moldagem

do pilar e com as armaduras normais à interface dobradas, iniciou a fissuração na junta entre o consolo e o pilar a uma força de 73,00 kN. Em seguida, apareceram fissuras na região do tirante próximo ao pilar. As fissuras na biela de compressão apareceram para uma força de 200 kN e se prolongaram até o canto superior, culminando na ruptura do modelo pelo esmagamento do concreto. O panorama de fissuração deste modelo está apresentado na Figura 15-e.

Na Figura 16 são apresentados, em função da carga aplicada no consolo, o deslocamento vertical dos modelos ensaiados, as deformações do tirante e da armadura de costura, bem como a abertura de junta. Para a confecção dos gráficos de deformação das armaduras foram considerados apenas os dados do consolo que chegou à ruína (consolo A), tendo sido tomada a média da leitura dos extensômetros desse consolo. Os gráficos de deslocamento vertical foram confeccionados com a média dos dados dos dois transdutores e as aberturas de junta foram obtidas da média dos quatro transdutores.

Nota-se, na Figura 16-a, que o deslocamento vertical foi semelhante nos modelos P1 e P2, e que o modelo P3 apresentou uma rigidez bem inferior a dos demais. O modelo com consolo monolítico, P1, apresentou a menor deformação inicial no tirante devido à maior força de fissuração na interface consolo-pilar nesse modelo, conforme Figura 16-b.

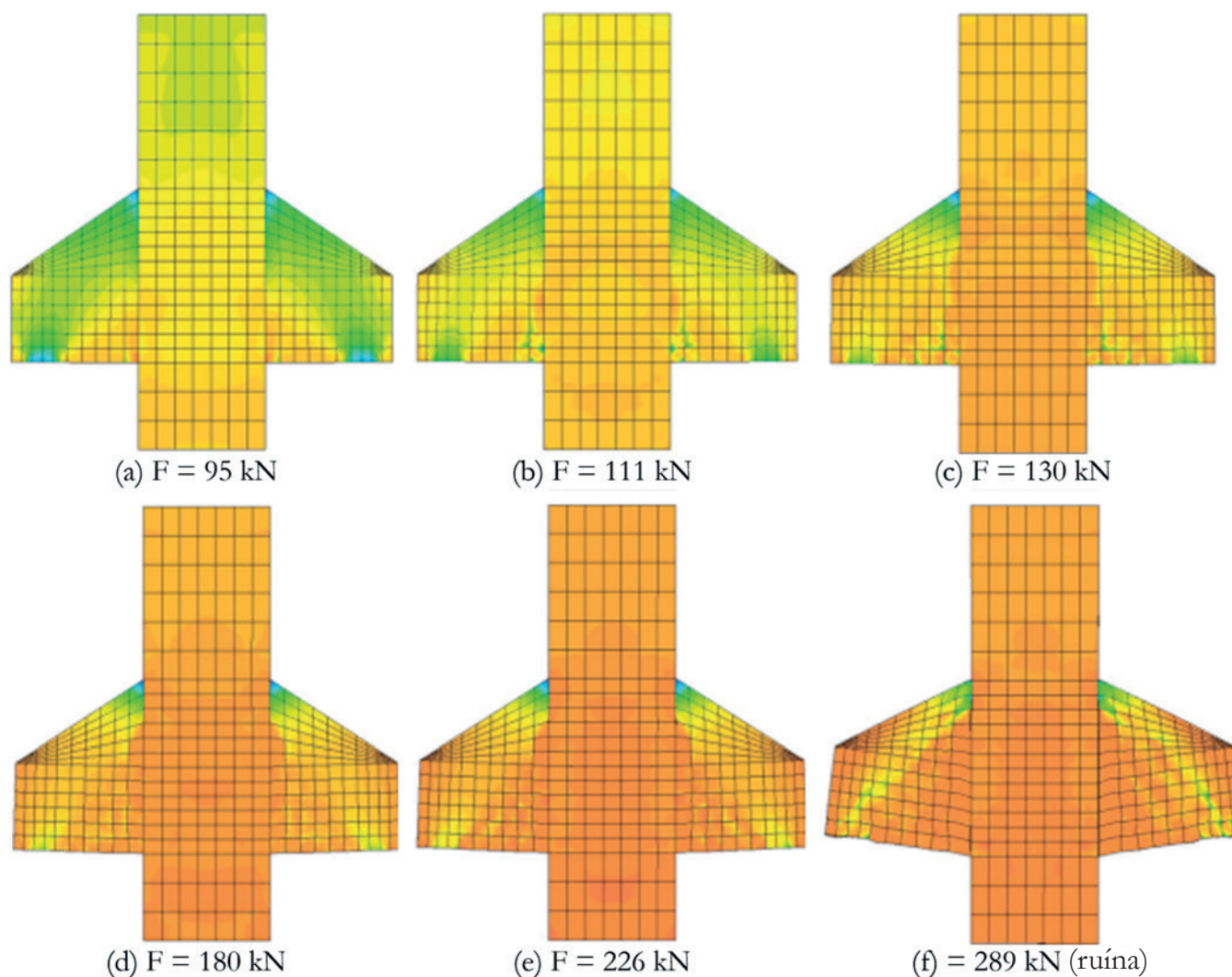


Figura 18

Tensão principal de compressão do modelo numérico (S3) com o incremento do carregamento

Tabela 7

Comparação entre as previsões de resistência dos consolos e a resistência experimental

Modelo	NBR 9062		PCI		Eurocode 2		Numérico	
	$\frac{f_{y\text{ cal}}}{f_{y\text{ exp}}}$	$\frac{f_{u\text{ cal}}}{f_{u\text{ exp}}}$	$\frac{f_{y\text{ cal}}}{f_{y\text{ exp}}}$	$\frac{f_{u\text{ cal}}}{f_{u\text{ exp}}}$	$\frac{f_{y\text{ cal}}}{f_{y\text{ exp}}}$	$\frac{f_{u\text{ cal}}}{f_{u\text{ exp}}}$	$\frac{f_{y\text{ cal}}}{f_{y\text{ exp}}}$	$\frac{f_{u\text{ cal}}}{f_{u\text{ exp}}}$
P1	0,72	1,44	0,79	1,64	0,64	2,77	0,99	0,99
P2	0,61	1,41	0,68	1,50	0,55	2,54	-	-
P3	*	1,89	*	2,15	*	3,54	-	-
P4	*	0,65	*	0,82	*	1,22	-	-
P5	*	0,62	*	0,79	*	1,17	-	-

Nota: *Ensaio experimental executado sem a instrumentação do tirante.

A armadura em forma de laço do modelo P2, mais próxima do tirante, apresentou deformação maior que a armadura de costura do modelo monolítico, conforme se observa na Figura 16-c. Isso se deve à forma de ruptura por flexão no caso do modelo P2 com consolo moldado em etapa posterior a moldagem do pilar.

O gráfico de abertura de junta, apresentado na Figura 16-e, mostra que os consolos com tirante dobrado, modelos P3, P4 e P5, tiveram maior abertura de junta que o consolo com tirante rosqueado, modelo P2. Este, por sua vez, teve maior abertura que o modelo P1 com consolo monolítico. Tal constatação foi realizada comparando-se as aberturas de junta dos modelos a um mesmo nível de carregamento, por exemplo, para a força de serviço do modelo monolítico, estimada em 150,00 kN como observado na Figura 15-e.

4.2 Modelagem computacional

Os resultados da análise numérica do consolo monolítico (modelo P1) estão apresentados nas Figuras 17 e 18. Observa-se na Figura 17-b que houve uma boa concordância da deformação do tirante no modelo numérico com os resultados experimentais, como observado em outros trabalhos [14]. Conforme observado experimentalmente, a falha do consolo ocorreu em um estágio de carregamento cuja deformação do tirante estava no limite de escoamento do aço. Tal verificação também pode ser observada no resultado numérico. Este, por sua vez, apresentou o início da fissuração na interface consolo-pilar para uma força menor que a observada no ensaio experimental, o que pode ser verificado na Figura 17-b pela perda de rigidez precoce do modelo numérico em relação aos dados experimentais.

A deformação na armadura de costura mais próxima ao tirante

obtida do modelo numérico apresentou boa concordância com o resultado experimental, inclusive na região de escoamento da armadura. Já na segunda camada de armadura de costura, mais distante do tirante, o resultado do modelo numérico mostrou-se mais rígido, apesar de também representar claramente o escoamento dessa camada de armadura próximo à ruína do consolo. É importante mencionar que no ensaio houve uma perceptível variação da deformação na mesma camada de armadura do mesmo consolo. Isso se deve, provavelmente, à rotação do modelo em torno do eixo longitudinal do consolo, o que justificaria as diferenças observadas nos dois transdutores verticais, conforme mostrado na Figura 17-a. Por essa razão, a comparação dos resultados numéricos foi realizada com a deformação nos dois consolos, e

Tabela 8

Comparação entre a resistência à compressão do concreto e a tensão de ruína da biela

Modelo	f_{cm} (MPa)	$\sigma_{u,biela}$ (MPa)	$F_{ef} = \sigma_{u,biela} / f_{cm}$
P1	50,48	37,85	0,75
P2	62,43	42,79	0,69
P3	43,09	26,70	0,62
P4	26,30	31,12	1,18
P5	28,17	32,47	1,15

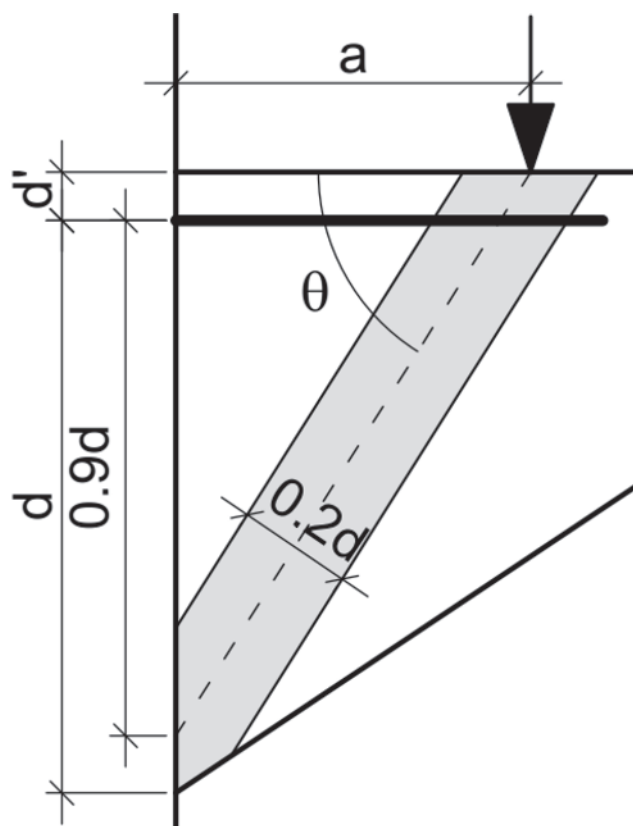


Figura 19
Geometria utilizada para o equilíbrio de forças e delimitação da biela de compressão na verificação de eficiência dos modelos normativos

não apenas no consolo A que atingiu a ruína. E, para cada consolo, não foi utilizada a média de valores dos extensômetros, mas sim seus valores individuais.

Na Figura 18 é apresentada a evolução da tensão principal de compressão (S3) com o incremento do carregamento. Observa-se a formação da biela de compressão nos estágios de carregamento iniciais, antes da fissuração do concreto na interface consolo-pilar. Após a formação da fissura, a biela de compressão torna-se menos nítida e há uma concentração de tensões na base do consolo que, nos estágios finais de carregamento, apresenta tensões superiores à resistência à compressão do concreto. Além disso, a largura da biela na base do consolo não apresenta correspondência com a largura do apoio. Isso deixa claro que a ruína nesse consolo foi determinada pelo esmagamento do nó na ligação da biela com o pilar e não pelo esmagamento da biela no consolo.

4.3 Comparação com modelos de projeto

A Tabela 7 apresenta a comparação entre a previsão de resistência dos consolos segundo os modelos normativos e segundo a modelagem computacional com os resultados obtidos dos ensaios. É analisada a resistência tanto pelo escoamento do tirante quanto pela ruína da biela de compressão.

Os valores apresentados na Tabela 7 permitem avaliar a precisão das prescrições normativas e do modelo computacional, de acordo com a proximidade da unidade. Portanto, mostram que a melhor previsão da resistência do consolo monolítico foi alcançada pelo modelo computacional e que os modelos normativos, para os consolos em estudo, forneceram valores conservadores para a resistência pelo escoamento do tirante, sendo a melhor representação feita pelo modelo do PCI [4].

Por outro lado, os modelos normativos da NBR 9062 [2] e do PCI [4] superestimaram a resistência da biela comprimida para os consolos P1, P2 e P3 e subestimaram as resistências dos consolos P4 e P5. O modelo do Eurocode 2 [3] foi o que forneceu valores mais contrários à segurança.

Em decorrência da variação da resistência do concreto dos consolos nos cinco modelos, foi realizada uma verificação da eficiência dos modelos normativos a partir da tensão de compressão a que a biela estaria submetida no momento em que os consolos atingiram a ruína. Essa tensão foi comparada com a resistência à compressão obtida da caracterização do concreto dos consolos. Para o cálculo teórico da tensão de ruína da biela de compressão, foi realizado o equilíbrio de forças em um modelo de biela e tirante, cuja geometria é apresentada na Figura 19. A largura da biela de compressão foi tomada constante por não se observar da modelagem computacional influência da largura do apoio. Além disso, ela foi tomada igual a 20% da altura de cálculo do consolo, já que estudos anteriores mostraram ser essa a largura da biela de compressão em consolos monolíticos [16].

Conforme se verifica nos dados da Tabela 8, os consolos P1, P2 e P3 chegaram à ruína em uma situação cuja tensão de compressão na biela ainda não havia atingido o valor de resistência à compressão do concreto do consolo. Isso indica que nesses consolos a ruína pode ter acontecido no nó, como observado na modelagem computacional. Por outro lado, os modelos P4 e P5 atingiram a ruína com a biela de compressão sujeita a tensões superiores

àquelas obtidas na caracterização do concreto. Tal constatação se justifica pela forma como os ensaios foram montados e executados, pois os modelos P4 e P5, ao contrário dos demais, foram ensaiados com dois apoios fixos e, portanto, estavam submetidos a forças horizontais de valores desconhecidos. A aplicação de uma força horizontal de compressão sobre os consolos afeta o equilíbrio de forças e altera a inclinação e a força resultante na biela de compressão. Constata-se, assim, a influência do tipo de apoio na resistência dos consolos. Os modelos ensaiados com um apoio móvel e outro fixo, portanto sem atuação de força horizontal, apresentaram a ruína no nó para uma tensão de compressão na biela inferior à resistência à compressão do concreto.

5. Conclusões

A principal conclusão desse trabalho é que os consolos moldados em etapa distinta do pilar apresentaram maior abertura de junta que o modelo monolítico P1, mesmo que isto não tenha implicado, necessariamente, em redução da força de ruína do consolo. Ou seja, a resistência ao escoamento do tirante prevista para os consolos moldados em etapa distinta do pilar foi alcançada nos ensaios. O modelo monolítico (P1) apresentou os menores valores de abertura de junta, seguido pelo modelo P2, com tirante rosqueado. Já os modelos P3, P4 e P5, cujos tirantes foram dobrados entre as etapas de concretagem, apresentaram valores de abertura de junta, relativos à força de serviço, até quatro vezes maiores. Neste caso, o valor da abertura da junta nesses modelos superou o limite de 0,4 mm de abertura de fissuras estipulado pelas normas brasileiras, o que mostra problemas de durabilidade para essa solução construtiva. Por outro lado, o modelo P2 apresentou, para a força de serviço, uma abertura de junta com valor próximo ao limite de 0,4 mm.

O modelo P2 apresentou uma fissuração bem mais distribuída que o modelo P1, que era monolítico. E isso ocorreu sem a presença da armadura de costura no modelo P2, moldado em etapa posterior a do pilar. Isso mostra a contribuição das fibras de aço no sentido de combater a fissuração do concreto após o escoamento do tirante. Por outro lado, o panorama de fissuração neste caso sugere uma modificação na forma de ruptura do consolo, que passou a ocorrer por flexão, sendo a ruína devida ao esmagamento do nó na base do consolo.

O modelo P2, com tirante rosqueado, não apresentou redução nem da resistência ao escoamento do tirante nem da resistência da biela comprimida quando comparado ao modelo com consolo monolítico, sendo de mais fácil execução que os demais modelos confeccionados com a armadura dobrada. Pelo contrário, até apresentou maior resistência, o que indica a aplicabilidade da solução do consolo moldado em etapa posterior a do pilar com o tirante emendado com luva e rosca e com as armaduras secundárias substituídas por fibras de aço dispersas no concreto.

O modelo numérico apresentou boa concordância com os resultados experimentais do consolo monolítico, não somente em valores de resistência, mas, também, no comportamento do modelo durante a evolução do carregamento. Além disso, ele estimou, para o consolo monolítico, uma força de ruína mais próxima ao resultado experimental que os valores obtidos pelos modelos normativos.

Os modelos normativos, por sua vez, mostraram-se conservadores na avaliação da resistência ao escoamento do tirante para os

modelos com consolos monolíticos e com consolos moldados em etapa distinta quando o tirante foi emendado por meio de luva e rosca. Entretanto, o modelo recomendado pelo PCI [4] foi o que apresentou melhor aproximação com os resultados experimentais desses consolos.

Todos os modelos normativos superestimaram a resistência da biela comprimida dos consolos P1, P2 e P3, que eram livres de qualquer tipo de ação horizontal por possuírem sistema de apoios isostáticos. O que se observou, em relação aos modelos normativos, é que os melhores resultados de previsão de resistência à ruína, e mais favoráveis à segurança, ocorreram para os consolos com dois apoios fixos. Portanto, a verificação da resistência da biela comprimida de consolos sujeitos apenas a carregamentos verticais se mostrou inadequada e contrária à segurança, dependendo da vinculação das vigas sobre os consolos de concreto.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro por meio da Chamada Pública MCTI/CNPq/MEC/Capes - Ação Transversal nº06/2011 – Casadinho/Procad e à CAPES pela concessão das bolsas de estudo. Agradecem, também, às empresas Belgo Bekaert Arames e Goiás Artefatos de Cimento - Goiarte pelo material doado para a pesquisa. Agradecem, em especial, à engenheira Helen Oliveira Tenório pelo apoio na confecção dos modelos, ao engenheiro Matheus Silva pelo auxílio na modelagem computacional e aos alunos Breno Pedreira Landim e Carlos Godoy de Castro pelo auxílio nos ensaios realizados.

7. Referências bibliográficas

- [1] TORRES, F. M. Análise teórico-experimental de consolos de concreto armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.
- [2] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto e execução de concreto pré-moldado. NBR 9062, Rio de Janeiro, 2006, 41 p.
- [3] COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION - CEN. EN 1992-1-1:2004 - Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings. Brussels, Belgium, 2004, 225 p.
- [4] PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI. PCI Design Handbook. 7. ed. Chicago, 2010.
- [5] ÖZCAN, D. M.; BAYRAKTAR, A.; ŞAHİN, A.; HAKTANIR, T.; TÜRKER, T. Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, v. 23, n. 2, 2009; p. 1064-1077.
- [6] GAO, D. Y.; ZHANG, J. Finite element analysis of shear behaviors for steel fiber reinforced concrete corbels by ANSYS. In: *Second International Conference on Computer Modeling and Simulation, Proceedings*, 2010, v. 4, p. 303-307.
- [7] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Materiais metálicos — Ensaio de Tração - Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente. NBR ISO 6892-1, Rio de Janeiro, 2013. 70p.
- [8] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. NBR 5739, Rio de Janeiro, 2007. 9p.
- [9] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e deformação e da curva tensão versus deformação. NBR 8522, Rio de Janeiro, 2008, 16 p.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Argamassa e Concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos-de-prova cilíndricos. NBR 7222, Rio de Janeiro, 1994, 3 p.
- [11] RILEM DRAFT RECOMMENDATION, TC 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three point bend tests on notched beams. *Matériaux et Constructions*, v. 18, n. 106, 1985; p. 285-290.
- [12] OLIVEIRA, E. M. Consolos de concreto moldados em duas etapas: Influência do tratamento da interface e da adição de fibras de aço. Dissertação. (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2012.
- [13] TNO Building and Construction Research. DIANA User's Manual – Release 9.5. Delft, Netherlands, 2014.
- [14] CANHA, R. M.F.; KUCHMA, D. A.; EL BEBS, M. K.; SOUZA, R.A. Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels. *Engineering Structures*, v. 74, 2014; p. 130-144.
- [15] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE – FIB. Model Code 2010, Volume 1. Bulletin 65. International Federation for Structural Concrete (FIB), Switzerland, 2012.
- [16] ARAÚJO, D. L.; SILVA NETO, A. P.; LOBO, F. A.; EL DEBS, M. K. Comparative analysis of design models for concrete corbels. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 9, n. 3, 2016; p. 435-470.

Volume 10, Number 2
April, 2017
ISSN: 1983-4195

Contents

Study on reliability of punching shear of flat slabs without shear reinforcement according to NBR6118

M. L. CARVALHO, C. R. SILVA and F. R. STUCCHI

276

Reliability of partially encased steel-concrete composite columns under eccentric loading

M. F. PEREIRA, A. T. BECK and A. L. H. C. EL DEBS

298

Applications of a LITS semi-empirical model in plain and reinforced concrete members subjected to a uniaxial compressive load

T. E. T. BUTTIGNOL

317

Statistical analysis of the second order effects variation with the stories height of reinforced concrete buildings

D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, C. C. RIBEIRO and S. E. C. RIBEIRO

333

Analysis of reinforced concrete structures through the ultrasonic pulse velocity: technological parameters involved

D. S. ADAMATI, A. LORENZI, J. A. CHIES and L.C.P. SILVA FILHO

358

Finite element model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams and plane frames

R. S. B. STRAMANDINOLI and H. L. LA ROVERE

386

Comparison between simplified and FE models for short-term deflection in continuous RC beams

E. JUNGES and H. L. LA ROVERE

415

Determination of the ULS, for columns with small dimensions, under biaxial bending and symmetrical fire conditions

M. CHEREM and V. P. SILVA

451

Numerical and experimental evaluation of masonry prisms by finite element method

C. F. R. SANTOS, R. C. S. S. ALVARENGA, J. C. L. RIBEIRO, L. O. CASTRO, R. M. SILVA, A. A. R. SANTOS and G. H. NALON

477

Strength evaluation of concrete corbels cast in a different stage of columns

D. L. ARAÚJO, S. A. AZEVEDO, E. M. OLIVEIRA, E. M. O. SILVA and L. A. OLIVEIRA JÚNIOR

509