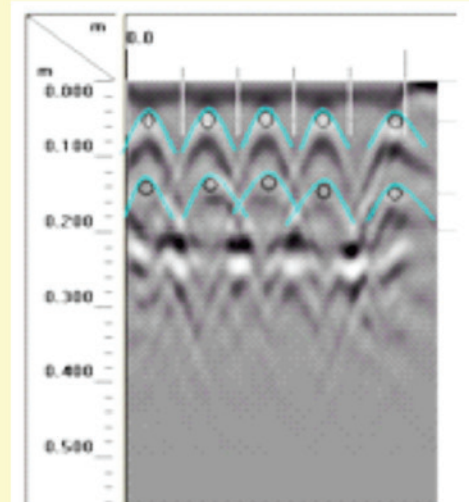
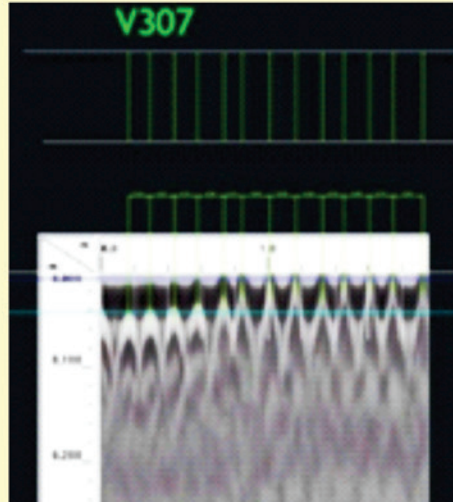
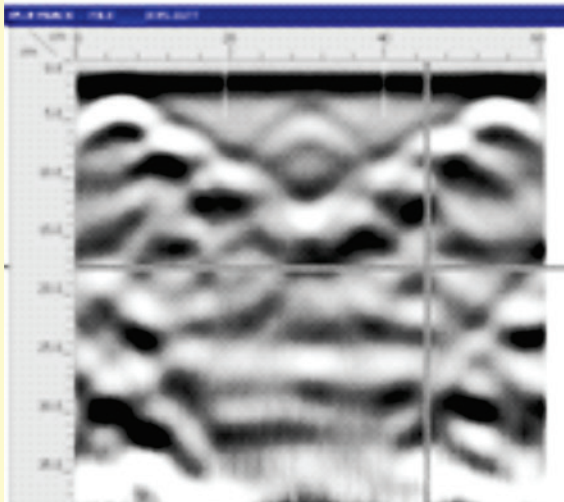


Volume 7, Number 3

June, 2014

ISSN 1983-4195



### Contents

#### Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the $\gamma_z$ and $B_2$ coefficients

D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, P. M. OLIVEIRA and C. C. RIBEIRO

#### Quality of concrete plant wastewater for reuse

H. M. PAULA and M. S. O. ILHA

#### Consideration of reinforced concrete crushing through cohesive models

T. B. EVANGELHO and E. BITTENCOURT

#### Influence of the reinforcement corrosion on the bending moment capacity of reinforced concrete beams: a structural reliability approach

E. A. P. LIBERATI, E. D. LEONEL and C. G. NOGUEIRA

#### Punching shear in reinforced flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer

D. C. OLIVEIRA, R. B. GOMES and G. S. MELO

#### Statistical analysis and conformity testing of concrete in port construction work

M. C. LARROSSA, M. V. REAL, C. R. R. DIAS and F. C. MAGALHÃES

#### Design of reinforced concrete walls casted in place for the maximum normal stress of compression

T. C. BRAGUIM and T. N. BITTENCOURT

## Editorial Board

- Américo Campos Filho  
(Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS, Brazil)
- José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa  
(Editor, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)
- Roberto Caldas de Andrade Pinto  
(Editor, UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Antonio Carlos R. Laranjeiras  
(ACR Laranjeiras, Salvador, BA, Brazil)
- Bernardo Horowitz  
(UFPE, Recife, PE, Brazil)
- Denise C. C. Dal Molin  
(Former Editor, UFRGS,  
Porto Alegre, RS, Brazil)
- Emil de Souza Sánchez Filho  
(UFF, Rio de Janeiro, RJ, Brazil)
- Geraldo Cechella Isaia  
(UFSM, Santa Maria, RS, Brazil)
- Gonzalo Ruiz  
(UCLM, Ciudad Real, Spain)
- Guilherme Sales Melo  
(Former Editor, UnB, Brasília, DF, Brazil)
- Ivo José Padaratz  
(UFSC, Florianópolis, SC, Brazil)
- Joaquim Figueiras  
(FEUP, Porto, Portugal)
- José Marcio Fonseca Calixto  
(UFMG, Belo Horizonte, MG, Brazil)
- Luiz Carlos Pinto da Silva Filho  
(Former Editor, UFRGS, Porto Alegre, RS,  
Brazil)
- Mounir Khalil El Debs  
(USP, São Carlos, SP, Brazil)
- Nicole Pagan Hasparyk  
(Former Editor, FURNAS,  
Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Osvaldo Luís Manzoli  
(UNESP, Bauru, SP, Brazil)
- Paulo Helene  
(Former Editor, USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Paulo Monteiro  
(Berkeley, University of California,  
Berkeley, CA, USA )
- P.K. Mehta  
(Berkeley, University of California,  
Berkeley, CA, USA )
- Pedro Castro Borges  
(CINVESTAV, México, D.F., México)
- Rafael Giuliano Pileggi  
(USP, São Paulo, SP, Brazil)
- Romilde Almeida de Oliveira  
(Universidade Católica de Pernambuco,  
Recife, PE, Brazil)
- Romildo Dias Toledo Filho  
(Former Editor, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ,  
Brazil)
- Ronaldo Barros Gomes  
(UFG, Goiânia, GO, Brazil)
- Rubens Machado Bittencourt  
(Former Editor, FURNAS,  
Aparecida de Goiânia, GO, Brazil)
- Túlio Nogueira Bittencourt  
(Former Editor, USP,  
São Paulo, SP, Brazil)
- Vladimir Antonio Paulon  
(UNICAMP, Campinas, SP, Brazil)

## Reviewers

Reviewers are selected by the Editors among the IBRACON members with recognized competence in the specific field of each contribution. They are acknowledged at the end of each volume.

The third issue of the seventh volume of the IBRACON Structures and Materials Journal is now published, with seven articles on concrete structures and materials. Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures is addressed in the first article, with an alternative proposal for estimating the magnification of first order moments. The second article aims at the evaluation of the quality of the concrete plant wastewater, proposing guidelines for treatment and reuse. In the third article the overlapping crack model is used to simulate concrete crushing, considering that the material in damage is simulated through surfaces that interpenetrate each other. Another article brings a structural reliability approach for evaluation of the bending moment capacity of reinforced concrete beams taking into account the influence of the reinforcement corrosion. The fifth article analyzes punching shear in reinforced flat slabs with a hole adjacent to the column. The study includes experimental tests performed on seven internal slab-column joints, analyzing ultimate loads, cracking, deflections and strains in concrete and reinforcement bars. A statistical analysis and conformity testing of concrete in the Rio Grande Port is the topic for the sixth article. The issue closes with an article on the design of cast-in-place reinforced concrete walls comparing two different strategies for numerical simulation, focusing on the maximum compressive stress.

We congratulate the authors for the quality of the articles and acknowledge reviewers and editors for their dedication, responsible for the results achieved by the IBRACON Structures and Materials Journal.

**Américo Campos Filho, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, and Roberto Caldas de Andrade Pinto**  
**Editors**

O terceiro número do sétimo volume da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais está sendo publicado, com sete artigos sobre materiais e estruturas de concreto. A avaliação de momentos de segunda ordem em estruturas de concreto armado é abordada no primeiro artigo, com uma proposta alternativa para estimar a majoração dos momentos de primeira ordem. O segundo artigo tem como objetivo a avaliação da qualidade da água residuária de uma usina de concreto, propondo diretrizes para seu tratamento e reutilização. No terceiro artigo um modelo de sobreposição é usado para o esmagamento do concreto, considerando que o material danificado é simulado através de superfícies que se interpenetram. Outro artigo traz uma abordagem de confiabilidade estrutural para avaliar a capacidade à flexão de vigas de concreto armado tendo em conta a influência da corrosão das armaduras. O quinto artigo analisa punção de ligações laje-pilar de regiões internas de lajes lisas com um furo adjacente ao pilar, com ou sem transferência de momento fletor da laje ao pilar. O estudo inclui ensaios experimentais realizados em sete ligações internas de laje e pilares, analisando cargas últimas, fissuração, deformações e tensões no concreto e nas barras de armadura. A análise estatística e ensaios de conformidade de concreto no Porto do Rio Grande é o tema para o sexto artigo. O número se encerra com um artigo sobre o projeto de paredes de concreto armado moldadas no local, comparando duas estratégias diferentes para simulação numérica, com foco na tensão de compressão máxima.

Parabenizamos os autores pela qualidade dos artigos e agradecemos aos revisores e editores por sua dedicação, responsável pelos resultados alcançados pela Revista IBRACON de Estruturas e Materiais.

**Américo Campos Filho, José Luiz Antunes de Oliveira e Sousa, and Roberto Caldas de Andrade Pinto**  
**Editores**



**Ibracon Structures  
and Materials Journal**

is published bimonthly  
(February, April, June, August, October  
and December) by IBRACON.

**IBRACON**

Instituto Brasileiro do Concreto  
Founded in 1972

R. Julieta do Espírito Santo Pinheiro, 68  
Jardim Olímpia, São Paulo – SP  
Brasil – 05542-120  
Phone: +55 11 3735-0202  
Fax: +55 11 3733-2190  
**E-mail:** arlene@ibracon.org.br  
**Website:** <http://www.ibracon.org.br>

**Editors**

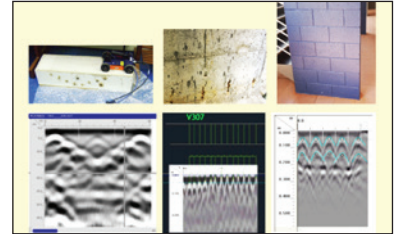
Américo Campos Filho  
(Brazil)

José Luiz Antunes de O. e Sousa  
(Brazil)

Roberto Caldas de Andrade Pinto  
(Brazil)

**Cover:** NONDESTRUCTIVE DETECTION OF  
PATHOLOGIES IN STRUCTURES USING GPR

**Courtesy:** E. CASAGRANDE & L. C. ALMEIDA,  
UNICAMP, CAMPINAS



**Volume 7, Number 3  
June 2014  
ISSN: 1983-4195**

# REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS

## IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

### Contents

***Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the  $\gamma_2$  and  $B_2$  coefficients***

D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, P. M. OLIVEIRA and C. C. RIBEIRO

**329**

***Quality of concrete plant wastewater for reuse***

H. M. PAULA and M. S. O. ILHA

**349**

***Consideration of reinforced concrete crushing through cohesive models***

T. B. EVANGELHO and E. BITTENCOURT

**367**

***Influence of the reinforcement corrosion on the bending moment capacity of reinforced concrete beams: a structural reliability approach***

E. A. P. LIBERATI, E. D. LEONEL and C. G. NOGUEIRA

**379**

***Punching shear in reinforced flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer***

D. C. OLIVEIRA, R. B. GOMES and G. S. MELO

**414**

***Statistical analysis and conformity testing of concrete in port construction work***

M. C. LARROSSA, M. V. REAL, C. R. R. DIAS and F. C. MAGALHÃES

**468**

***Design of reinforced concrete walls casted in place for the maximum normal stress of compression***

T. C. BRAGUIM and T. N. BITTENCOURT

**498**

# Aims and Scope

## Aims and Scope

The IBRACON Structures and Materials Journal is a technical and scientific divulgation vehicle of IBRACON (Brazilian Concrete Institute). Each issue of the periodical has 5 to 8 papers and, possibly, a technical note and/or a technical discussion regarding a previously published paper. All contributions are reviewed and approved by reviewers with recognized scientific competence in the area.

## Objectives

The IBRACON Structures and Materials Journal's main objectives are:

- Present current developments and advances in the area of concrete structures and materials;
- Make possible the better understanding of structural concrete behavior, supplying subsidies for a continuous interaction among researchers, producers and users;
- Stimulate the development of scientific and technological research in the areas of concrete structures and materials, through papers peer-reviewed by a qualified Editorial Board;
- Promote the interaction among researchers, constructors and users of concrete structures and materials and the development of Civil Construction;
- Provide a vehicle of communication of high technical level for researchers and designers in the areas of concrete structures and materials.

## Submission Procedure

The procedure to submit and revise the contributions, as well as the formats, are detailed on IBRACON's WebSite ([www.ibracon.org.br](http://www.ibracon.org.br)). The papers and the technical notes are revised by at least three reviewers indicated by the editors. The discussions and replies are accepted for publication after a revision by the editors and at least one member of the Editorial Board. In case of disagreement between the reviewer and the authors, the contribution will be sent to a specialist in the area, not necessarily linked to the Editorial Board.

## Contribution Types

The periodical will publish original papers, short technical notes and paper discussions. Announcements of conferences and meetings, information about book reviews, events and contributions related to the area will also be available in the periodical's WebSite. All contributions will be revised and only published after the Editorial and Reviewers Boards approve the paper. Restrictions of content and space (size) are imposed to the papers. The contributions will be accepted for review in Portuguese, Spanish or English. The abstracts are presented in Portuguese or Spanish, and in English, independently of the language in which the paper is written. After the review process, papers originally written in Portuguese or Spanish should be translated into English, which is the official language of the IBRACON Structures and Materials Journal. Optionally, papers are also published in Portuguese or Spanish.

Original papers will be accepted as long as they are in accordance with the objectives of the periodical and present quality of information and presentation. The instructions to submit a paper are detailed in the template (available on IBRACON's WebSite).

The length of the papers must not exceed 20 pages.

A technical note is a brief manuscript. It may present a new feature of research, development or technological application in the areas of Concrete Structures and Materials, and Civil Construction. This is an opportunity to be used by industries, companies, universities, institutions of research, researchers and professionals willing to promote their

works and products under development. The instructions to submit a technical note are detailed on IBRACON's WebSite.

A discussion is received no later than 3 months after the publication of the paper or technical note. The instructions to submit a discussion are detailed on IBRACON's WebSite. The discussion must be limited to the topic addressed in the published paper and must not be offensive. The right of reply is guaranteed to the Authors. The discussions and the replies are published in the subsequent issues of the periodical.

## Internet Access

IBRACON Structural Journal Page in <http://www.ibracon.org.br>

## Subscription rate

All IBRACON members have free access to the periodical contents through the Internet. Non-members have limited access to the published material, but are able to purchase isolated issues through the Internet. The financial resources for the periodical's support are provided by IBRACON and by research funding agencies. The periodical will not receive any type of private advertisement that can jeopardize the credibility of the publication.

## Photocopying

Photocopying in Brazil. Brazilian Copyright Law is applicable to users in Brazil. IBRACON holds the copyright of contributions in the journal unless stated otherwise at the bottom of the first page of any contribution. Where IBRACON holds the copyright, authorization to photocopy items for internal or personal use, or the internal or personal use of specific clients, is granted for libraries and other users registered at IBRACON.

## Copyright

All rights, including translation, reserved. Under the Brazilian Copyright Law No. 9610 of 19th February, 1998, apart from any fair dealing for the purpose of research or private study, or criticism or review, no part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of IBRACON. Requests should be directed to IBRACON:

## IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68 ,Jardim Olímpia,  
São Paulo, SP – Brasil CEP: 05542-120  
Phone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190  
E-mail: [arlene@ibracon.org.br](mailto:arlene@ibracon.org.br).

## Disclaimer

Papers and other contributions and the statements made or opinions expressed therein are published on the understanding that the authors of the contribution are the only responsible for the opinions expressed in them and that their publication does not necessarily reflect the support of IBRACON or the journal.



## Objetivos e Escopo

A Revista IBRACON de Estruturas e Materiais é um veículo de divulgação técnica e científica do IBRACON (Instituto Brasileiro do Concreto). Cada número do periódico tem 5 a 8 artigos e, possivelmente, uma nota técnica e/ou uma discussão técnica sobre um artigo publicado anteriormente. Todas as contribuições são revistas e aprovadas por revisores com competência científica reconhecida na área.

## Objetivos

Os objetivos principais da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais são:

- Apresentar desenvolvimentos e avanços atuais na área de estruturas e materiais de concreto;
- Possibilitar o melhor entendimento do comportamento do concreto estrutural, fornecendo subsídios para uma interação contribua entre pesquisadores, produtores e usuários;
- Estimular o desenvolvimento de pesquisa científica e tecnológica nas áreas de estruturas de concreto e materiais, através de artigos revisados por um corpo de revisores qualificado;
- Promover a interação entre pesquisadores, construtores e usuários de estruturas e materiais de concreto, e o desenvolvimento da Construção Civil;
- Prover um veículo de comunicação de alto nível técnico para pesquisadores e projetistas nas áreas de estruturas de concreto e materiais.

## Submissão de Contribuições

O procedimento para submeter e revisar as contribuições, assim como os formatos, estão detalhados na página Internet do IBRACON ([www.ibracon.org.br](http://www.ibracon.org.br)). Os artigos e as notas técnicas são revisadas por, no mínimo, três revisores indicados pelos editores. As discussões e réplicas são aceitas para publicação após uma revisão pelo editores e no mínimo um membro do Corpo Editorial. No caso de desacordo entre revisor e autores, a contribuição será enviada a um especialista na área, não necessariamente do Corpo Editorial.

## Tipos de Contribuição

O periódico publicará artigos originais, notas técnicas curtas e discussões sobre artigos. Anúncios de congressos e reuniões, informação sobre revisão de livros e contribuições relacionadas à área serão também disponibilizadas na página Internet da revista. Todas as contribuições serão revisadas e publicadas apenas após a aprovação dos revisores e do Corpo Editorial. Restrições de conteúdo e espaço (tamanho) são impostas aos artigos. As contribuições serão aceitas para revisão em português, espanhol ou inglês. Os resumos serão apresentados em português ou espanhol, e em inglês, independentemente do idioma em que o artigo for escrito. Após o processo de revisão, artigos originalmente escritos em português ou espanhol deverão ser traduzidos para inglês, que é o idioma oficial da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Opcionalmente, os artigos são também publicados em português ou espanhol.

Artigos originais serão aceitos desde que estejam de acordo com os objetivos da revista e apresentam qualidade de informação e apresentação. As instruções para submeter um artigo estão detalhadas em um gabarito (disponível no sítio do IBRACON).

A extensão dos artigos não deve exceder 20 páginas.

Um nota técnica é um manuscrito curto. Deve apresentar uma nova linha de pesquisa, desenvolvimento ou aplicação tecnológica nas áreas de Estruturas de Concreto e Materiais, e Construção Civil. Esta é uma oportunidade a ser utilizada por indústrias, empresas, universidades,

instituições de pesquisa, pesquisadores e profissionais que desejem promover seus trabalhos e produtos em desenvolvimento. As instruções para submissão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON.

Uma discussão é recebida não mais de 3 meses após a publicação do artigo ou nota técnica. As instruções para submeter uma discussão estão detalhadas na página de Internet do IBRACON. A discussão deve se limitar ao tópico abordado no artigo publicado e não pode ser ofensivo. O direito de resposta é garantido aos autores. As discussões e réplicas são publicadas nos números subsequentes da revista.

## Acesso via Internet

Página da Revista IBRACON de Estruturas e Materiais em <http://www.ibracon.org.br>

## Assinatura

Todos os associados do IBRACON têm livre acesso ao conteúdo do periódico através da Internet. Não associados têm acesso limitado ao material publicado, mas podem adquirir números isolados pela Internet. O financiamento para suporte à revista é provido pelo IBRACON e por agências de financiamento à pesquisa. A revista não receberá qualquer tipo de anúncio privado que possa prejudicar a credibilidade da publicação.

## Fotocópias

Fotocópias no Brasil, A Lei Brasileira de Direitos Autorais é aplicada a usuários no Brasil. O IBRACON detém os direitos autorais das contribuições na revista a menos que haja informação em contrário no rodapé da primeira página da contribuição. Onde o IBRACON detém os direitos autorais, autorização para fotocopiar itens para uso interno ou pessoal, ou uso interno ou pessoal de clientes específicos, é concedida para bibliotecas e outros usuários registrados no IBRACON.

## Direitos autorais

Todos os direitos, inclusive tradução são reservados. Sob a Lei de Direitos Autorais No. 9610 de 19 de fevereiro de 1998, exceto qualquer acordo para fins de pesquisa ou estudo privado, crítica ou revisão, nenhuma parte desta publicação pode ser reproduzida, arquivada em sistema de busca, ou transmitida em qualquer forma ou por qualquer meio eletrônico, mecânico, fotocópia, gravação ou outros, sem a autorização prévia por escrito do IBRACON. Solicitações devem ser encaminhadas ao IBRACON:

## IBRACON

Rua Julieta do Espírito Santo Pinheiro, nº 68, Jardim Olímpia, São Paulo, SP –Brasil CEP: 05542-120

Fone: +55 11 3735-0202 Fax: +55 11 3733-2190

E-mail: [arlene@ibracon.org.br](mailto:arlene@ibracon.org.br)

## Aviso Legal

Artigos e outras contribuições e declarações feitas ou opiniões expressas aqui são publicadas com o entendimento que os autores da contribuição são os únicos responsáveis pelas opiniões expressas neles e que sua publicação não necessariamente reflete o apoio do IBRACON ou da revista.

## Diretoria

### Diretoria Biênio 2013/2015

#### Diretor Presidente

Túlio Nogueira Bittencourt

#### Assessores da Presidência

Augusto Carlos de Vasconcelos

José Tadeu Balbo

Selmo Chapira Kuperman

#### Diretor 1º Vice-Presidente

Julio Timerman

#### Diretor 2º Vice-Presidente

Nelson Covas

#### Diretor 1º Secretário

Antonio Domingues de Figueiredo

#### Diretor 2º Secretário

Arcindo Vaqueiro Y Mayor

#### Diretor 1º Tesoureiro

Claudio Sbrighi Neto

#### Diretor 2º Tesoureiro

Carlos José Massucato

#### Diretor de Marketing

Hugo da Costa Rodrigues Filho

#### Diretor de Eventos

Luiz Prado Vieira Júnior

#### Assessor de Eventos

Maurice Antoine Traboulsi

#### Diretor Técnico

Inês Laranjeira da Silva Battagin

#### Diretor de Relações Institucionais

Ricardo Lessa

#### Diretor de Publicações e Divulgação Técnica

Paulo Helene

#### Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento

Ana Elisabete Paganelli Guimarães A. Jacintho

#### Diretor de Cursos

Iria Lícia Oliva Doniak

#### Diretor de Certificação de Mão-de-obra

Roseni Cezimbra

### Conselho Diretor Biênio 2013/2015

#### Sócios Titulares Individuais

Inês Laranjeira da Silva Battagin

Cláudio Sbrighi Neto

Ana Elisabete Paganelli Guimarães A. Jacintho

Augusto Carlos de Vasconcelos

Nélson Covas

Vladimir Paulon

Antonio Laranjeiras

Enio Pazini Figueiredo

Júlio Timermam

Luis Prado Vieira Júnior

#### Sócios Titulares Mantenedores e Coletivos

ABCP – Associação Brasileira de Cimento Portland

POLI-USP – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

IPT – Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo

L. A. FALCÃO BAUER

FURNAS

ABCIC – Associação Brasileira da Construção Industrializada em Concreto

GERDAU

ABESC – Associação Brasileira das Empresas de Serviços de Concretagem

CNO – Companhia Norberto Odebrecht

OTTO BAUMGART

#### Conselheiros Permanentes

Eduardo Antonio Serrano

Paulo Helene

Ronaldo Tartuce

Rubens Machado Bittencourt

Selmo Chapira Kuperman

Simão Priszkulnik

# Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the $\gamma_z$ and $B_2$ coefficients

## Avaliação dos momentos de segunda ordem em estruturas de concreto armado utilizando os coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$

D. M. OLIVEIRA <sup>a</sup>  
danielle@demc.ufmg.br

N. A. SILVA <sup>b</sup>  
ney@dees.ufmg.br

P. M. OLIVEIRA <sup>a</sup>  
priscillameireles@ufmg.br

C. C. RIBEIRO <sup>a</sup>  
ccrstar@demc.ufmg.br

### Abstract

This paper presents an alternative to estimate the magnifier of first order moments to be applied on each storey of reinforced concrete structures, from the values obtained for the  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficients, used to evaluate second order effects in reinforced concrete structures and in steel structures, respectively. In order to develop the study, initially several reinforced concrete buildings of medium height are processed, in first order and in second order, using the ANSYS software. Next,  $\gamma_z$ ,  $B_2$  and the increase in first order moments, when considering the second order effects along the height of the buildings, are calculated. Finally, from the results obtained, the magnifier of the first order moments, differentiated for each storey of the structure and calculated from both  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficients, is estimated and the efficiency of the simplified method of obtaining final moments using the magnifier proposed is evaluated.

**Keywords:** reinforced concrete, second order effects,  $\gamma_z$  coefficient,  $B_2$  coefficient.

### Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma alternativa para estimar o majorador dos momentos de primeira ordem que deve ser aplicado em cada pavimento das estruturas de concreto armado, a partir dos valores obtidos para os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , utilizados para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto armado e de aço, respectivamente. Para conduzir o estudo, inicialmente diversos edifícios de médio porte de concreto armado são processados em primeira e segunda ordem utilizando o programa ANSYS. Em seguida, são calculados os valores dos coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , bem como dos acréscimos sofridos pelos momentos de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, ao longo da altura dos edifícios. Finalmente, a partir dos resultados obtidos, estima-se o majorador dos momentos de primeira ordem, diferenciado para cada pavimento das estruturas e calculado a partir de ambos os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , e avalia-se a eficiência do método simplificado de obtenção dos momentos finais utilizando o majorador estimado.

**Palavras-chave:** concreto armado, efeitos de segunda ordem, coeficiente  $\gamma_z$ , coeficiente  $B_2$ .

<sup>a</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Deptº de Engenharia de Materiais e Construção, Belo Horizonte, MG, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Deptº de Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, MG, Brasil.

## 1. Introduction

In recent decades, as in many other areas, engineering has undergone great change, particularly in project engineering and civil construction. Optimization techniques of weight and form, the development of experimental equipment, information technology and efficient numerical models have all contributed to the creation of more economical and streamlined constructions, and higher, more ambitious buildings.

Issues which once caused problems for engineers have now taken on fundamental importance in structural projects. Among these issues, two which stand out in particular are stability analysis and the evaluation of second order effects.

When one studies structural balance, taking into account the deformed configuration, there occurs an interaction between existing forces and displacements, thereby producing additional efforts. In these conditions, the so-called second order effects emerge. These effects can be extremely important in some structures, while in others they may not need to be taken into account.

If the second order effects are significant, a second order analysis should be carried out. As this analysis is often incompatible with practical demands such as time considerations, engineers have sought to develop simplified processes capable of predicting the behavior of structures in the second order.

The coefficients  $\gamma_z$  and  $B_2$ , commonly employed in reinforced concrete and steel structures, may be used to evaluate second order effects and provide an estimate of the final efforts of a structure – as long as their values do not go beyond certain limits.

At this point, it is worth remarking on an important feature of the coefficient  $\gamma_z$ : unlike the coefficient  $B_2$ , it has just one value for the whole structure, although, as various studies (Carmo [1], Lima & Guarda [2] and Oliveira [3]) have shown, second order effects undergo variations along the whole height of the building.

This study presents an alternative way of assessing the final efforts of a structure, including second order effects, using both the coefficients  $\gamma_z$  and  $B_2$ . A range of medium-sized buildings made from reinforced concrete are analyzed in first and second order using the software ANSYS-9.0, and the simplified process of assessing final effort is evaluated, taking into account the variation of second order effects along the whole height of the structures.

## 2. Classification of structures in relation to horizontal displacement

As previously mentioned, second order effects emerge when the study of a structure's equilibrium is carried out considering the deformed configuration, in other words, when displacements are taken into account in the analysis. Existing forces interact with the displacements, producing additional internal efforts. Second order efforts induced by the horizontal displacements of the structural joints, when subject to vertical and horizontal loads, are defined as global second order effects.

In some, more stiff structures, the horizontal displacements of the joints are small, and as such, global second order effects have a negligible effect on total efforts. These structures are defined as non-sway structures.

However, in more flexible structures, horizontal displacements are significant. As a result, global second order effects represent a significant proportion of final efforts and must be taken into account. These structures are defined as sway structures, and, in such cas-

es, a second order analysis must be carried out.

According to the Brazilian standard NBR 6118:2007 [4], if global second order effects are less than 10% of the corresponding first order efforts, the structure can be classified as a non-sway structure. If not – if the global second order effects are more than 10% of the corresponding first order efforts – the structure is classified as a sway structure. The NBR 6118:2007 [4] also states that the classification of structures can be achieved by means of the coefficient  $\gamma_z$ , as detailed in the following section.

## 3. Coefficient $\gamma_z$

The NBR 6118:2007 [4] stipulates that the coefficient  $\gamma_z$ , valid for reticulated structures of at least four storeys, can be determined by means of a linear, first order analysis, reducing the stiffness of the structural elements, in order to consider physical non-linearity in an approximate manner.

For any possible load combination, the value of  $\gamma_z$  is calculated by means of the following formula:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{I,tot,d}}} \quad (1)$$

–  $M_{I,tot,d}$  (first order moment) being the sum of all the horizontal force moments (with design values) of the combination considered, in relation to the base of the structure. This can be expressed as the following:

$$M_{I,tot,d} = \sum (F_{hid} \cdot h_i) \quad (2)$$

$F_{hid}$  being the horizontal force applied to storey  $i$  (with design value) and  $h_i$  the height of storey  $i$ .

–  $\Delta M_{tot,d}$  (the increase in moments following the first order analysis): the sum of the products of all the vertical forces acting on the structure (with design values), in the considered combination, by the horizontal displacements of their respective points of application:

$$\Delta M_{tot,d} = \sum (P_{id} \cdot u_i) \quad (3)$$

$P_{id}$  being the vertical force acting on storey  $i$  (with design value), and  $u_i$  the horizontal displacement of storey  $i$ .

If this condition  $\gamma_z \leq 1.1$  is satisfied, the structure will be classified as a non-sway structure.

The Brazilian standard NBR 6118:2007 [4] stipulates that total efforts (first order + second order) can be assessed by additionally increasing the horizontal forces of the combination of load to be considered by  $0.95\gamma_z$ , as long as  $\gamma_z$  is less than 1.3. Nonetheless, according to the project of revision of the NBR 6118:2000 [5], the total efforts could be obtained from the multiplication of the first order moments by  $0.95\gamma_z$ , also under the condition that  $\gamma_z \leq 1.3$ . It can be observed, therefore, that  $\gamma_z$  ceased to be the first order moments magnification coefficient,



and became the horizontal loads magnification coefficient. According to Franco & Vasconcelos [6], the use of  $\gamma_z$  as a first order moments magnification coefficient provides a good estimate of the results of the second order analysis; the method was applied successfully to tall buildings with  $\gamma_z$  in the region of 1.2 or more. Vasconcelos [7] adds that this process is valid even for values of  $\gamma_z$  of less than 1.10, cases in which technical norms allow second order effects to be disregarded.

#### 4. Coefficient $B_2$

For the evaluation of second order effects in steel structures, AISC/LRFD [8] adopts the approximate method of amplifying the first order moments by the magnification factors  $B_1$  e  $B_2$ . The second order bending moment,  $M_{sd}$ , must be determined by means of the following formula:

$$M_{sd} = B_1 \cdot M_{nt} + B_2 \cdot M_{lt} \tag{4}$$

$M_{nt}$  being the design bending moment, assuming that there is no lateral displacement in the structure, and  $M_{lt}$  the design bending moment resulting from lateral displacement of the frame; both  $M_{nt}$  and  $M_{lt}$  are obtained by first order analyses. The  $B_1$  amplification coefficient represents the effect  $P-\delta$ , related to the instability of the bar, or to local second order effects;  $B_2$  considers the effect  $P-\Delta$ , related to the instability of the frame, or to global second order effects. For each storey of the structure, the coefficient  $B_2$  can be calculated as follows:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta_{oh}}{L} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} \tag{5}$$

$\sum N_{sd}$  being the sum total of the design axial forces of compression on all the columns and other elements resistant to the storey's vertical forces,  $\Delta_{oh}$  the relative horizontal displacement,  $L$  the length of the storey and  $\sum H_{sd}$  the sum total of all the design horizontal forces on the storey that produce  $\Delta_{oh}$ .

According to Silva [9], if all in all storeys the coefficient  $B_2$  is less than 1.1, the structure can be considered largely resistant to horizontal displacements, and as such, global second order effects need not be taken into account. When the greatest  $B_2$  is between 1.1 and 1.4, the approximate method  $B_1$ - $B_2$  may be used to calculate the bending moment, the other forces (axial force and shear force) being obtained directly in the first order analysis. Finally, a rigorous elasto-plastic second order analysis is recommended in the event that  $B_2 > 1.40$ . Silva [9] adds that if  $1.1 < B_2 \leq 1.2$ , the bending moments can also be calculated by means of a first order analysis performed with the horizontal efforts magnified by the greatest  $B_2$ .

In short, as in the case of the coefficient  $\gamma_z$ , the coefficient  $B_2$  constitutes an indicator of the importance of global second order effects in a structure. Oliveira [10] developed a formula capable of relating these parameters, which will be analyzed in the following section.

#### 5. Relation between the coefficients $\gamma_z$ and $B_2$

Figure [1] represents a structure composed of three storeys of

equal length ( $L$ ). The figure also shows the vertical ( $P_{id}$ ) and horizontal ( $F_{hid}$ ) design forces acting on each storey  $i$ , together with their respective horizontal displacements ( $u_i$ ).

To calculate the  $\gamma_z$ , equation (1), it is necessary to determine the values of  $M_{1,tot,d}$  and  $\Delta M_{tot,d}$ . Equations (2) and (3) provide the following, respectively:

$$M_{1,tot,d} = (F_{h1d} L + F_{h2d} 2L + F_{h3d} 3L) = F_{h1d} L + 2 F_{h2d} L + 3 F_{h3d} L \tag{6}$$

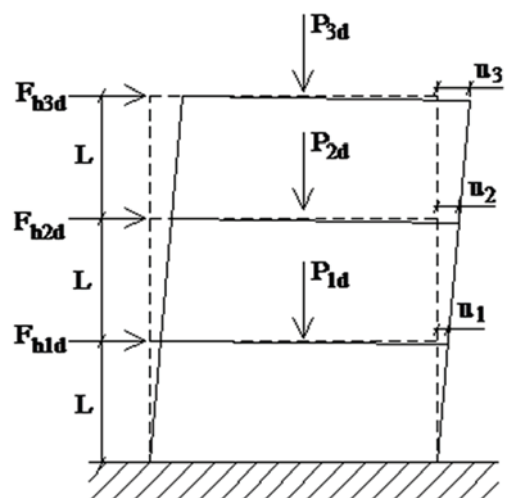
$$\Delta M_{tot,d} = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \tag{7}$$

Coefficient  $B_2$ , provided by equation (5), has a different value for each storey of the structure. Thus, referring to coefficient  $B_2$  of storey  $i$  as  $B_{2,i}$ , and the parts  $(L \cdot \sum H_{sd})$  and  $(\Delta_{oh} \cdot \sum N_{sd})$  as  $M_i$  and  $\Delta M_i$ , respectively, the following formulas are obtained:  
- 1<sup>st</sup> storey

$$M_1 = L \cdot (F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h1d} L + F_{h2d} L + F_{h3d} L \tag{8}$$

$$\Delta M_1 = (u_1 - 0) \cdot (P_{1d} + P_{2d} + P_{3d}) = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_1 + P_{3d} u_1 \tag{9}$$

Figure 1 - Structure of three storeys subject to vertical and horizontal forces



$$B_{2,1} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow B_{2,1} = \frac{1}{\frac{M_1 - \Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow (M_1 - \Delta M_1) = \frac{M_1}{B_{2,1}} \quad (10)$$

– 2<sup>nd</sup> storey:

$$M_2 = L \cdot (F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h2d} L + F_{h3d} L \quad (11)$$

$$\Delta M_2 = (u_2 - u_1) \cdot (P_{2d} + P_{3d}) = P_{2d} u_2 + P_{3d} u_2 - P_{2d} u_1 - P_{3d} u_1 \quad (12)$$

$$B_{2,2} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow B_{2,2} = \frac{1}{\frac{M_2 - \Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow (M_2 - \Delta M_2) = \frac{M_2}{B_{2,2}} \quad (13)$$

– 3<sup>rd</sup> storey:

$$M_3 = L \cdot (F_{h3d}) = F_{h3d} L \quad (14)$$

$$\Delta M_3 = (u_3 - u_2) \cdot (P_{3d}) = P_{3d} u_3 - P_{3d} u_2 \quad (15)$$

$$B_{2,3} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow B_{2,3} = \frac{1}{\frac{M_3 - \Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow (M_3 - \Delta M_3) = \frac{M_3}{B_{2,3}} \quad (16)$$

Adding  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$ , equations (8), (11) and (14), and  $\Delta M_1$ ,  $\Delta M_2$  and  $\Delta M_3$ , equations (9), (12) and (15), results in the following:

$$M_1 + M_2 + M_3 = F_{h1d} L + 2F_{h2d} L + 3F_{h3d} L \quad (17)$$

$$\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \quad (18)$$

A comparison of equations (17) and (18) with (6) and (7) can be expressed as follows:

$$M_{1,tot,d} = M_1 + M_2 + M_3 \quad (19)$$

$$\Delta M_{tot,d} = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 \quad (20)$$

Substituting equations (19) and (20) in equation (1), the coefficient  $\gamma_z$  is defined as follows:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3}{M_1 + M_2 + M_3}} = \frac{1}{\frac{(M_1 + M_2 + M_3) - (\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3}} \quad (21)$$

$$\gamma_z = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}$$

Inverting equation (21) provides the following:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3} \quad (22)$$

Substituting equations (10), (13), (16) and (19) in equation (22) provides the following:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{\frac{M_1}{B_{2,1}} + \frac{M_2}{B_{2,2}} + \frac{M_3}{B_{2,3}}}{M_{1,tot,d}} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_z} = \frac{M_1}{M_{1,tot,d} B_{2,1}} + \frac{M_2}{M_{1,tot,d} B_{2,2}} + \frac{M_3}{M_{1,tot,d} B_{2,3}} \quad (23)$$

Finally, equation (23) may be expressed as follows:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{c_1}{B_{2,1}} + \frac{c_2}{B_{2,2}} + \frac{c_3}{B_{2,3}} \quad (24)$$

With the constants  $c_1$ ,  $c_2$  and  $c_3$  being provided by the following:

$$c_1 = \frac{M_1}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (25)$$

$$c_2 = \frac{M_2}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (26)$$

$$c_3 = \frac{M_3}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (27)$$

Therefore, in a structure consisting of  $n$  storeys, the coefficient  $\gamma_z$  may be calculated with reference to the  $B_2$  coefficient in the following manner:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{B_{2,i}} \quad (28)$$

and

$$c_i = \frac{\sum_{j=i}^n F_{hjd}}{\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}} \quad (29)$$

## 6. Numerical applications

In conducting the study, ten medium-sized buildings made from reinforced concrete (the storey types of which are dealt with in Oliveira [10]) were processed in first and second order. Table [1] lists the main characteristics of the structures analyzed.

The buildings were processed for vertical actions (consisting of permanent loads and accidental load), acting simultaneously with horizontal loads (corresponding to the action of the wind, in the directions parallel to the axes X and Y, and calculated according to the requirements of Brazilian standard NBR 6123:1988 [11]). The coefficients applied to the actions, defined by means of the ultimate normal combination that considers the wind as the main variable action, were determined according to the requirements of Brazilian standard NBR 6118:2007 [4].

The structures were analyzed using three-dimensional models in the software ANSYS-9.0. The bar element "beam 4" was used to represent the columns and beams. It provides six degrees of freedom in each node: three translations and three rotations, in the directions X, Y and Z.

It is worth reiterating that the buildings were processed in second order by means of a non-linear geometric analysis, reducing the stiffness of the structural elements in order to consider physical non-linearity in a simplified manner (the values adopted were equal to 0.8  $I_c$  for the columns and 0.4  $I_c$  for the beams,  $I_c$  being the moment of inertia of gross concrete section).

### 6.1 Results obtained

Initially, with the results of the first order analysis, the coefficients  $\gamma_z$  and  $B_2$  were calculated for all the buildings, in the directions X

Table 1 - Main characteristics of the buildings analysed

Building	Number of storeys	Ceiling height (m)	Number of slabs	Number of beams	Number of columns	fck (MPa)
I	16	2.90	8	8	15	20
II	18	2.55	11	21	16	30
III	20	2.75	9	10	15	45
IV	30	2.85	4	6	9	20
V	22	2.75	11	20	22	65
VI	15	2.90	9	8	16	25
VII	18	2.88	10	11	16	25
VIII	18	2.70	17	31	28	25
IX	20	2.56	12	27	14	30
X	20	2.90	6	9	12	25

and Y. Tables [2] and [3] present the values obtained, along with classifications of the structures, in both directions. However, in the case of coefficient  $B_2$ , only the mean ( $B_{2,m}$ ) and maximum ( $B_{2,max}$ ) values of the storeys are presented. Again, it is noteworthy that for Silva [9], a structure can be considered largely resistant to horizontal displacement if, in all its storeys, the coefficient  $B_2$  does not exceed the value of 1.1. If  $B_2$  exceeds this value in one storey or more, the structure will be considered highly sensitive to horizontal displacement. Thus, the classification of buildings is carried out by analyzing the value of  $B_{2,max}$  which is obtained.

In tables [2] and [3] it can be observed that in all cases, the coefficients  $\gamma_z$  e  $B_2$  provide the same classification for the structures. Moreover, the values of  $\gamma_z$  and  $B_{2,m}$  are extremely close, with the greatest difference, corresponding to direction X in building I, being around 3.4%. It is also remarkable that in nearly 17% of cases,  $B_{2,m}$  was superior to  $\gamma_z$ .

### 6.1.1 Assessment of $\gamma_z$ as magnification coefficient of first order efforts (bending moments, axial and shear forces), in obtaining final efforts

The relation between the efforts obtained by the second and first order analyses, in directions X and Y, was calculated for all storeys of each building.

The only efforts taken into account in the analysis are those which

are relevant in terms of structural dimensioning. In other words, the bending moments and axial forces were considered for the columns; and the bending moments and shear forces in the case of the beams.

Table [4] contains the average results of the storeys, along with the values for coefficient  $\gamma_z$  for each building, in the directions X and Y. One may thus compare the increases in the first order efforts, when second order effects are considered, and the increases predicted by coefficient  $\gamma_z$ .

In table [4] it can be observed that, for all buildings and in both directions, the average increases obtained in the case of axial force in the columns and of shear force in the beams are very small (between 1% and 4%) – in general, far smaller than the increases predicted by  $\gamma_z$ . Therefore, in practical terms, the magnification of these forces by the coefficient  $\gamma_z$  is not necessary, even when the value it represents may be high (as in the case of building II, in direction X).

In table [4], it can also be observed that the average increases display close proximity in relation to  $\gamma_z$  for the bending moment in the columns and beams. In the case of the bending moment of the columns, the greatest difference between the average increases and those predicted by  $\gamma_z$  is close to 6% (building III, direction Y) in favor of safety. For the bending moment of the beams, the greatest difference (building I, direction X) is 6.7%, also in favor of safety. Nonetheless, considering only those cases

**Table 2 – Values of the coefficients  $\gamma_z$  and  $B_2$ , and classification of the structures (buildings I, II, III, IV and V)**

Building	Direction	Coefficient	Value	Classification
I	X	$\gamma_z$	1.19	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.15	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.28	
	Y	$\gamma_z$	1.14	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.13	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.20	
II	X	$\gamma_z$	1.32	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.29	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.47	
	Y	$\gamma_z$	1.16	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.17	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.22	
III	X	$\gamma_z$	1.06	Non-sway structure
		$B_{2,m}$	1.05	Structure largely resistant to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.07	
	Y	$\gamma_z$	1.32	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.29	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.44	
IV	X = Y	$\gamma_z$	1.30	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.26	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.45	
V	X	$\gamma_z$	1.17	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.15	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.23	
	Y	$\gamma_z$	1.28	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.28	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.35	



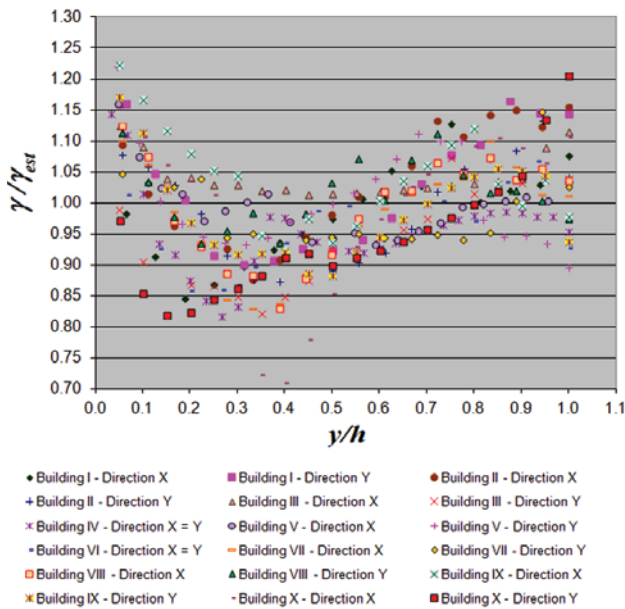
**Table 3 – Values of the coefficients  $\gamma_z$  and  $B_{2i}$  and classification of the structures (buildings VI, VII, VIII, IX and X)**

Building	Direction	Coefficient	Value	Classification
VI	X = Y	$\gamma_z$	1.21	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.18	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.31	
	X	$\gamma_z$	1.27	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.25	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.40	
VII	Y	$\gamma_z$	1.14	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.14	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.18	
	X	$\gamma_z$	1.30	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.28	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.44	
VIII	Y	$\gamma_z$	1.22	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.20	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.30	
	X	$\gamma_z$	1.31	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.34	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.47	
IX	Y	$\gamma_z$	1.29	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.30	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.38	
X	X	$\gamma_z$	1.30	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.30	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.44	
	Y	$\gamma_z$	1.22	Sway structure
		$B_{2,m}$	1.18	Structure highly sensitive to horizontal displacement
		$B_{2,max}$	1.34	

**Table 4 – Coefficient  $\gamma_z$  and average values of relation (second order effort/first order effort)**

Building	Direction	$\gamma_z$	Columns		Beams	
			Axial force	Bending moment	Shear force	Bending moment
I	X	1.19	1.01	1.17	1.01	1.11
	Y	1.14	1.01	1.16	1.01	1.07
II	X	1.32	1.01	1.35	1.02	1.27
	Y	1.16	1.02	1.14	1.03	1.20
III	X	1.06	1.02	1.11	1.03	1.03
	Y	1.32	1.02	1.24	1.04	1.27
IV	X = Y	1.30	1.03	1.23	1.03	1.23
V	X	1.17	1.02	1.16	1.03	1.15
	Y	1.28	1.03	1.28	1.01	1.28
VI	X = Y	1.21	1.02	1.17	1.03	1.20
VII	X	1.27	1.02	1.24	1.04	1.24
	Y	1.14	1.03	1.12	1.04	1.15
VIII	X	1.30	1.02	1.28	1.03	1.32
	Y	1.22	1.02	1.23	1.03	1.20
IX	X	1.31	1.01	1.35	1.02	1.29
	Y	1.29	1.01	1.27	1.02	1.23
X	X	1.30	1.02	1.28	1.03	1.26
	Y	1.22	1.02	1.15	1.03	1.18

**Figure 2 – Variation of the  $\gamma/\gamma_{est}$  ratio along the whole height of the buildings, in both directions, for the columns**



in which the magnification by  $\gamma_z$  is against security, the maximum differences are less than 5% for the bending moment of the columns (building III, direction X) and 4% for the same moment in the beams (building II, direction Y).

Therefore, it can be affirmed that the calculation of the final moments (first order + second order), by means of the magnification of the first order moments by  $\gamma_z$ , is satisfactory. However, the present study is concerned only with structures which provide maximum values for  $\gamma_z$  in the region of 1.3; in other words, structures for which the simplified process of evaluation of final efforts using the coefficient  $\gamma_z$  is still valid, according to the Brazilian standard NBR 6118:2007 [4]. Moreover, the average increases of the structures were considered as a whole, without taking into account the variation of second order effects along the whole height of the buildings, as reported in various studies (Carmo [1], Lima & Guarda [2] and Oliveira [3]). This means that if only the coefficient  $\gamma_z$  is used as a magnifier of first order moments, the final moments may be underestimated for some storeys, and overestimated for others.

Therefore, a better estimate for the final moments can be obtained using also the coefficient  $B_2$ , which is calculated for each storey of the structure, and the average value of which is close to  $\gamma_z$ . The magnifier of the first order moments would thus be different for each storey  $i$  of the structure, and provided by  $(B_{2,i}/B_{2,m}) \cdot \gamma_z$ . This method thus takes into account both the ability of coefficient  $\gamma_z$  to obtain the final average moments of the storeys, as well as the ability of coefficient  $B_2$  to take into account the variation of second order effects along the whole height of a building. The efficacy of this method, when applied to buildings of reinforced concrete, will be evaluated in the next section.

### 6.1.2 Study of the variation of second order effects with the height of the storeys in the buildings

With the results of the first order analysis, the estimated magnifier of the first order moments was calculated by means of the following formula:

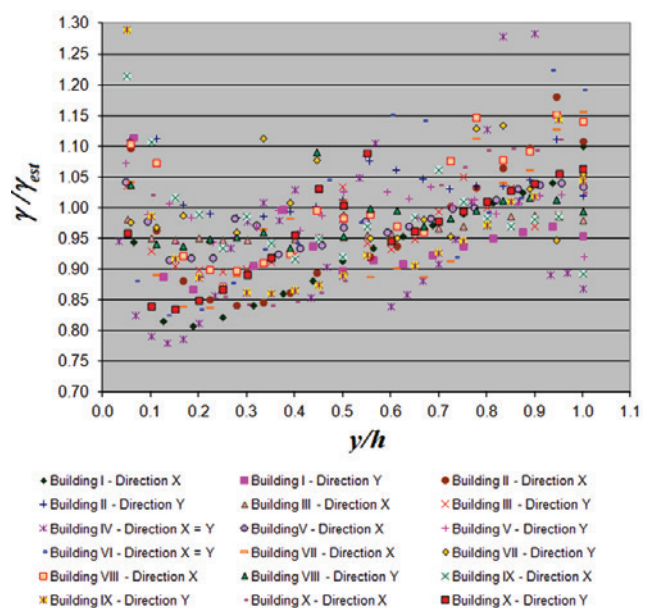
$$\gamma_{est} = \frac{B_{2,i}}{B_{2,m}} \cdot \gamma_z \quad (30)$$

As mentioned above, the relation between the moments obtained by the second and first order analyses was also calculated for columns and beams, along the whole height of the buildings, and in directions X and Y.

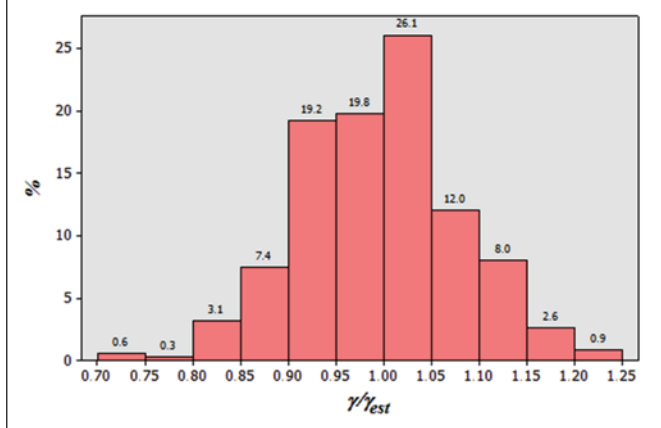
This relation between the moments (second order moment/ first order moment) can be defined as the magnifier of the first order moments, " $\gamma$ ", since it represents the value by which the first order moments should be multiplied in order to obtain the final moments, which include the second order effects. In an ideal situation, in which the magnification of the first order moments by  $\gamma_{est}$  provides the final moments with 100% accuracy, the values of  $\gamma$  and  $\gamma_{est}$  would coincide for all the storeys of the buildings. In other words,  $\gamma/\gamma_{est} = 1$  would be true along the whole height of the structure.

In view of these considerations, the graphs in figures [2] and [3] were produced. They represent the variation of the  $\gamma/\gamma_{est}$  ratio along the whole height of all the buildings, in both directions, for columns and beams, respectively. In these graphs, the axis of the abscissas corresponds to the relation  $y/h$ , where  $y$  represents

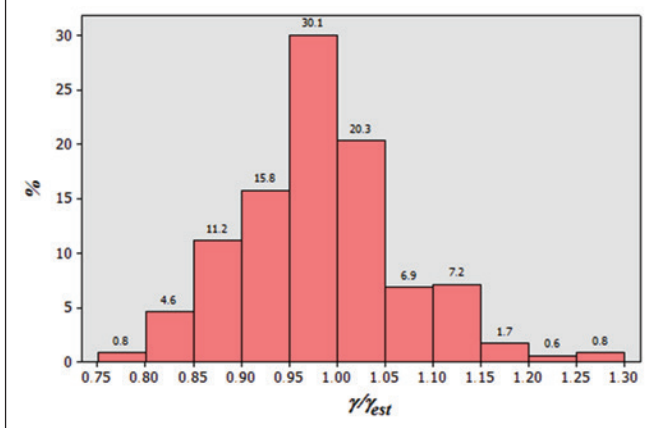
**Figure 3 – Variation of the  $\gamma/\gamma_{est}$  ratio along the whole height of the buildings, in both directions, for the beams**



**Figure 4 – Histogram for the variable  $\gamma/\gamma_{est}$  in reference to the columns**



**Figure 5 – Histogram for the variable  $\gamma/\gamma_{est}$  in reference to the beams**



the height of the storey to be considered and  $h$  the total height of the structure.

In figures [2] and [3], it is clear that most of the values for  $\gamma/\gamma_{est}$  are situated between, approximately, 0.85 and 1.10, both in the case of the columns and the beams. It is also clear that it is not possible to evaluate with great accuracy the variation and the distribution of the variable  $\gamma/\gamma_{est}$  by means of a simple observation of figures [2] and [3]. For a more precise assessment of the results obtained, a statistical analysis was carried out, using the software MINITAB-14.

Measurements of central tendency (the mean and the median) and variability (standard deviation, coefficient of variation, minimum and maximum) were calculated for the variable used in the study, the relation  $\gamma/\gamma_{est}$ . The results are presented in table [5]. For a graphic representation of the distribution of the variable  $\gamma/\gamma_{est}$ , see the histograms presented in figures [4] and [5], which correspond to columns and beams, respectively.

In table [5], it can be observed that the relation  $\gamma/\gamma_{est}$  varies from 0.71 to 1.29, with the mean being less than 1.0 in both the columns and the beams. Approximately 50% of the values for  $\gamma/\gamma_{est}$  are less than 0.992 in the case of the columns and 0.973 in the case of the beams. In addition, the variability of  $\gamma/\gamma_{est}$  can be considered small, since the coefficients of variation obtained are between 8% and 9%. The coefficient of variation is a measurement which expresses variability in relative terms, comparing the standard deviation with the mean, and can be considered small as long as it remains below 30%.

Observing the histograms in figures [4] and [5], it can be seen that the  $\gamma/\gamma_{est}$  ratio is less than 1.05 in approximately 77% of instances when considering the columns, and 83% when considering the beams. This means, that in most cases, the magnification of first order moments by  $\gamma_{est}$  would produce a maximum error, opposing to safety, of less than 5%. In the case of the columns, the frequencies are greater for values of  $\gamma/\gamma_{est}$  between 0.90 and 1.05. For the beams, the frequency is greatest in the range  $0.95 \leq \gamma/\gamma_{est} < 1.00$ .

## 7. Final considerations

This study has presented an alternative method of estimating the magnification coefficient of first order moments to be applied to each storey in reinforced concrete structures, by means of the values obtained by the coefficients  $\gamma_z$  and  $B_{2i}$ , used to evaluate the second order effects in structures made from reinforced concrete and steel, respectively. Several medium-sized, reinforced concrete buildings were analyzed in both first and second orders using the computer program ANSYS-9.0, and the simplified process of obtaining the final moments was assessed, taking into account the variation of second order effects along the whole height of the structures. The  $\gamma/\gamma_{est}$  relation was defined, with “ $\gamma$ ” being the magnifier of first order moments (the relation between the moments obtained by second and first order analysis, for both columns and beams, along the whole height of the buildings), and  $\gamma_{est}$  the estimated magnifier of first order moments, differentiated for each storey  $i$  of the structure, calculated by  $(B_{2,i}/B_{2,m}) \cdot \gamma_z$ .

**Table 5 – Basic descriptive measures for the variable  $\gamma/\gamma_{est}$**

Variable	Sample size (n)	Mean	Standard deviation	Coefficient of variation (%)	Minimum	Median	Maximum
$\gamma/\gamma_{est}$ columns	349	0.991	0.084	8.442	0.709	0.992	1.222
$\gamma/\gamma_{est}$ beams	349	0.978	0.085	8.677	0.782	0.973	1.290

It was observed that the  $\gamma/\gamma_{est}$  relation varied from 0.71 to 1.29, with the mean and median values obtained being less than 1.0, both for the columns and the beams. In addition, in approximately 77% of cases for the columns and 83% of cases for the beams, the  $\gamma/\gamma_{est}$  ratio was less than 1.05. Therefore, for most of the situations analyzed, the magnification of first order moments by the estimated magnifier  $\gamma_{est}$  would produce a maximum error opposing to safety of less than 5%.

Future research in the same area should analyse a greater number of buildings and structures, including larger structures or structures with geometrical irregularities, such as sudden changes of inertia and in the heights between storeys.

## 8. Acknowledgements

The authors thank the Institutional Research Grant Program for Recently Contracted PhD Professors of the PRPq/UFMG for the support provided.

## 9. Bibliographical references

- [01] CARMO, R.M.S. Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.
- [02] LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente  $\gamma_z$  na análise da estabilidade global de edifícios altos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*, 1999.
- [03] OLIVEIRA, D.M. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2000.
- [06] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323, 1991.
- [07] VASCONCELOS, A.C. Revisão da NB-1: O problema dos efeitos de 2ª ordem. *Jornal TQS News*, n.3, Out., p.10-11, 1996.
- [08] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC. Load and resistance factor design specification for structural steel buildings. Chicago, 1999.
- [09] SILVA, R.G.L. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.
- [10] OLIVEIRA, D.M. Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado. Belo Horizonte. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123 – Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.



# Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the $\gamma_z$ and $B_2$ coefficients

## Avaliação dos momentos de segunda ordem em estruturas de concreto armado utilizando os coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$

D. M. OLIVEIRA <sup>a</sup>  
danielle@demc.ufmg.br

N. A. SILVA <sup>b</sup>  
ney@dees.ufmg.br

P. M. OLIVEIRA <sup>a</sup>  
priscillameireles@ufmg.br

C. C. RIBEIRO <sup>a</sup>  
ccrstar@demc.ufmg.br

### Abstract

This paper presents an alternative to estimate the magnifier of first order moments to be applied on each storey of reinforced concrete structures, from the values obtained for the  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficients, used to evaluate second order effects in reinforced concrete structures and in steel structures, respectively. In order to develop the study, initially several reinforced concrete buildings of medium height are processed, in first order and in second order, using the ANSYS software. Next,  $\gamma_z$ ,  $B_2$  and the increase in first order moments, when considering the second order effects along the height of the buildings, are calculated. Finally, from the results obtained, the magnifier of the first order moments, differentiated for each storey of the structure and calculated from both  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficients, is estimated and the efficiency of the simplified method of obtaining final moments using the magnifier proposed is evaluated.

**Keywords:** reinforced concrete, second order effects,  $\gamma_z$  coefficient,  $B_2$  coefficient.

### Resumo

Neste trabalho apresenta-se uma alternativa para estimar o majorador dos momentos de primeira ordem que deve ser aplicado em cada pavimento das estruturas de concreto armado, a partir dos valores obtidos para os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , utilizados para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto armado e de aço, respectivamente. Para conduzir o estudo, inicialmente diversos edifícios de médio porte de concreto armado são processados em primeira e segunda ordem utilizando o programa ANSYS. Em seguida, são calculados os valores dos coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , bem como dos acréscimos sofridos pelos momentos de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, ao longo da altura dos edifícios. Finalmente, a partir dos resultados obtidos, estima-se o majorador dos momentos de primeira ordem, diferenciado para cada pavimento das estruturas e calculado a partir de ambos os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , e avalia-se a eficiência do método simplificado de obtenção dos momentos finais utilizando o majorador estimado.

**Palavras-chave:** concreto armado, efeitos de segunda ordem, coeficiente  $\gamma_z$ , coeficiente  $B_2$ .

<sup>a</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Deptº de Engenharia de Materiais e Construção, Belo Horizonte, MG, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia, Deptº de Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, MG, Brasil.

## 1. Introdução

Nas últimas décadas, seguindo o exemplo de outras áreas, a engenharia sofreu grandes avanços, particularmente a de projetos e a de construção civil. As técnicas de otimização no que diz respeito ao peso e à forma, o desenvolvimento de equipamentos de teste e computacionais e modelagens numéricas eficientes levaram a construções mais econômicas e esbeltas, e edifícios mais altos e arrojados. Dessa forma, questões antes não convenientemente abordadas passaram a assumir fundamental importância no projeto estrutural. Dentre estas questões, destacam-se a análise da estabilidade e a avaliação dos efeitos de segunda ordem.

Quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ocorre a interação entre as forças existentes e os deslocamentos, o que promove o aparecimento de esforços adicionais. Nestas condições, surgem os denominados efeitos de segunda ordem. Estes efeitos podem ser extremamente importantes e significativos em algumas estruturas; em outras, não precisam ser levados em conta.

Caso os efeitos de segunda ordem sejam significativos, deve-se realizar uma análise de segunda ordem. Sendo esta análise muitas vezes incompatível com fatores limitadores como tempo e praticidade, tem-se buscado processos simplificados capazes de prever o comportamento das estruturas em segunda ordem.

Os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , comumente empregados em estruturas de concreto armado e de aço, respectivamente, podem ser utilizados para avaliar os efeitos de segunda ordem e fornecer uma estimativa dos esforços finais de uma estrutura, desde que seus valores não ultrapassem determinados limites.

No entanto, um importante aspecto merece ser destacado em relação ao coeficiente  $\gamma_z$ : ao contrário do coeficiente  $B_2$ , ele apresenta um valor único para toda a estrutura, embora, como constatado em diversos trabalhos (Carmo [1], Lima & Guarda [2] e Oliveira [3]), os efeitos de segunda ordem sofram variações ao longo da altura do edifício.

É dentro deste contexto que está inserido o presente trabalho, no qual apresenta-se uma alternativa para avaliar os esforços finais de uma estrutura, que incluem os de segunda ordem, utilizando ambos os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ . Para conduzir o estudo, diversos edifícios de médio porte em concreto armado são analisados em primeira e segunda ordem utilizando o “software” ANSYS-9.0, e o processo simplificado de obtenção dos esforços finais é avaliado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura das estruturas.

## 2. Classificação das estruturas com relação à deslocabilidade horizontal

Como já apresentado no item anterior, os efeitos de segunda ordem surgem quando o estudo do equilíbrio da estrutura é efetuado considerando a configuração deformada, ou seja, quando os deslocamentos são levados em conta na análise. Dessa forma, as forças existentes interagem com os deslocamentos, produzindo esforços solicitantes adicionais. Os esforços de segunda ordem introduzidos pelos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, quando sujeita a cargas verticais e horizontais, são denominados efeitos globais de segunda ordem.

Em algumas estruturas, mais rígidas, os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, conseqüentemente, os efeitos

globais de segunda ordem têm pequena influência nos esforços totais, podendo então ser desprezados. Estas estruturas são denominadas estruturas de nós fixos.

Por outro lado, em estruturas mais flexíveis, os deslocamentos horizontais são significativos e, portanto, os efeitos globais de segunda ordem representam uma parcela importante dos esforços finais, não podendo ser desprezados. É o caso das estruturas de nós móveis, para as quais deve-se realizar uma análise em segunda ordem.

De acordo com a NBR 6118:2007 [4], se os efeitos globais de segunda ordem forem inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem a estrutura pode ser classificada como de nós fixos. Caso contrário (efeitos globais de segunda ordem superiores a 10% dos de primeira ordem) a estrutura é classificada como de nós móveis.

A NBR 6118:2007 [4] também estabelece que a classificação das estruturas pode ser feita utilizando o coeficiente  $\gamma_z$ , comentado no próximo item.

## 3. Coeficiente $\gamma_z$

A NBR 6118:2007 [4] prescreve que o coeficiente  $\gamma_z$ , válido para estruturas reticuladas de no mínimo quatro pavimentos, pode ser determinado a partir de uma análise linear de primeira ordem, reduzindo-se a rigidez dos elementos estruturais, para considerar a não-linearidade física de forma aproximada.

Para cada combinação de carregamento, calcula-se o valor de  $\gamma_z$  por meio da seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{I}{I - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (1)$$

sendo:

-  $M_{1,tot,d}$  (momento de primeira ordem): soma dos momentos de todas as forças horizontais (com seus valores de cálculo) da combinação considerada, em relação à base da estrutura, ou seja, pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = \sum (F_{hid} \cdot h_i) \quad (2)$$

sendo que  $F_{hid}$  é a força horizontal aplicada no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $h_i$  é a altura do pavimento  $i$ .

-  $\Delta M_{tot,d}$  (acrécimo de momentos após a análise de primeira ordem): soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura (com seus valores de cálculo), na combinação considerada, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação:

$$\Delta M_{tot,d} = \sum (P_{id} \cdot u_i) \quad (3)$$

sendo que  $P_{id}$  é a força vertical atuante no pavimento  $i$  (com seu valor de cálculo) e  $u_i$  é o deslocamento horizontal do pavimento  $i$ . Se for satisfeita a condição  $\gamma_z \leq 1,1$ , a estrutura será classificada como de nós fixos.

A NBR 6118:2007 [4] estabelece que os esforços finais (primeira ordem + segunda ordem) podem ser avaliados a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $0,95\gamma_z$ , desde que  $\gamma_z$  não ultrapasse 1,3. No entanto, segundo o Projeto de Revisão da NBR 6118:2000 [5], os valores finais dos esforços poderiam ser obtidos pela multiplicação dos momentos de primeira ordem por  $0,95\gamma_z$ , também com a condição de que  $\gamma_z \leq 1,3$ . Nota-se, portanto, que o  $\gamma_z$  deixou de ser o coeficiente majorador dos momentos de primeira ordem, e passou a ser o coeficiente majorador das ações horizontais.

Segundo Franco & Vasconcelos [6], a utilização do  $\gamma_z$  como majorador dos momentos de primeira ordem fornece uma boa estimativa dos resultados da análise de segunda ordem; o método foi empregado com sucesso em edifícios altos com  $\gamma_z$  da ordem de 1,2 ou mais. Vasconcelos [7] acrescenta que este processo é válido mesmo para valores de  $\gamma_z$  inferiores a 1,10, casos nos quais as normas técnicas permitem não considerar os efeitos de segunda ordem.

#### 4. Coeficiente $B_2$

Para a avaliação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de aço, o AISC/LRFD [8] adota o método aproximado de amplificação dos momentos de primeira ordem pelos fatores de majoração  $B_1$  e  $B_2$ . O momento fletor solicitante de segunda ordem,  $M_{Sd}$ , deve, então, ser determinado por meio da seguinte expressão:

$$M_{Sd} = B_1 \cdot M_{nt} + B_2 \cdot M_{lt} \quad (4)$$

sendo  $M_{nt}$  o momento fletor solicitante de cálculo, assumindo não existir deslocamento lateral na estrutura, e  $M_{lt}$  o momento fletor solicitante de cálculo devido ao deslocamento lateral do pórtico; ambos  $M_{nt}$  e  $M_{lt}$  são obtidos por análises de primeira ordem. O coeficiente de amplificação  $B_1$  representa o efeito  $P-\delta$ , relacionado à instabilidade da barra, ou aos efeitos locais de segunda ordem;  $B_2$  considera o efeito  $P-\Delta$ , relacionado à instabilidade do pórtico, ou aos efeitos globais de segunda ordem.

O coeficiente  $B_2$  pode ser calculado, para cada pavimento da estrutura, como:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Delta_{oh}}{L} \frac{\sum N_{Sd}}{\sum H_{Sd}}} \quad (5)$$

sendo  $\sum N_{Sd}$  o somatório das forças normais de compressão solicitantes de cálculo em todos os pilares e outros elementos resistentes a forças verticais do pavimento,  $\Delta_{oh}$  o deslocamento horizontal relativo,  $L$  o comprimento do pavimento e  $\sum H_{Sd}$  o somatório de todas as forças horizontais de cálculo no pavimento que produzem  $\Delta_{oh}$ .

Segundo Silva [9], se em todos os pavimentos o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1 a estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais e, neste caso, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados. Quando o maior  $B_2$  estiver situado entre 1,1 e 1,4, o método aproximado  $B_1-B_2$  pode ser utilizado para o cálculo do momento fletor, sendo os demais esforços (força normal e força cortante) obtidos diretamente da análise de primeira ordem. Finalmente, quando  $B_2 > 1,40$ , recomenda-se a realização de uma análise elástoplástica rigorosa de segunda ordem. Silva [9] ainda acrescenta que, caso  $1,1 < B_2 \leq 1,2$ , pode-se, alternativamente, calcular os momentos fletores com base em uma análise de primeira ordem realizada com os esforços horizontais majorados pelo maior  $B_2$ .

Nota-se então que, assim como o coeficiente  $\gamma_z$ , o coeficiente  $B_2$  constitui um "indicador" da importância dos efeitos globais de segunda ordem em uma estrutura. Dessa forma, Oliveira [10] desenvolveu uma expressão capaz de relacionar estes parâmetros, apresentada no próximo item.

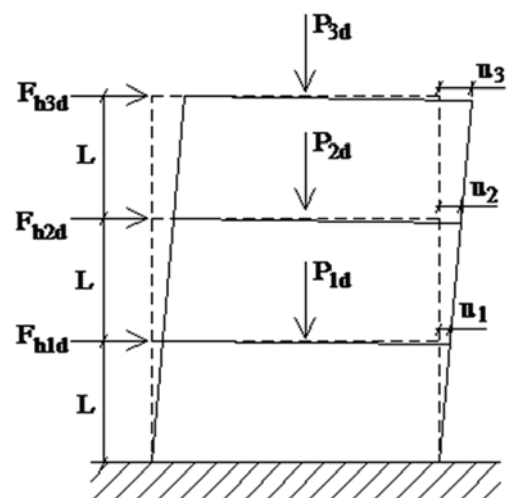
#### 5. Relação entre os coeficientes $\gamma_z$ e $B_2$

A figura [1] mostra uma estrutura composta por três pavimentos de comprimentos iguais ( $L$ ). Nesta figura, estão também representadas as forças de cálculo verticais ( $P_{id}$ ) e horizontais ( $F_{hid}$ ) atuantes em cada pavimento  $i$ , juntamente com seus respectivos deslocamentos horizontais ( $u_i$ ).

Para o cálculo de  $\gamma_z$ , equação (1), é necessário determinar os valores de  $M_{1,tot,d}$  e  $\Delta M_{tot,d}$ . Pelas equações (2) e (3), tem-se, respectivamente:

$$M_{1,tot,d} = (F_{h1d} L + F_{h2d} 2L + F_{h3d} 3L) = F_{h1d} L + 2 F_{h2d} L + 3 F_{h3d} L \quad (6)$$

Figura 1 – Estrutura de três pavimentos submetida às forças verticais e horizontais



$$\Delta M_{tot,d} = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \quad (7)$$

O coeficiente  $B_2$ , dado pela equação (5), apresenta valores diferenciados para cada pavimento da estrutura. Assim, denominando-se o coeficiente  $B_2$  do pavimento  $i$  de  $B_{2,i}$  e as parcelas  $(L \cdot \Sigma H_{sd})$  e  $(\Delta_{oh} \cdot \Sigma N_{sd})$  de  $M_i$  e  $\Delta M_i$ , respectivamente, obtém-se:

■ 1º pavimento:

$$M_1 = L \cdot (F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h1d} L + F_{h2d} L + F_{h3d} L \quad (8)$$

$$\Delta M_1 = (u_1 - 0) \cdot (P_{1d} + P_{2d} + P_{3d}) = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_1 + P_{3d} u_1 \quad (9)$$

$$B_{2,1} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow B_{2,1} = \frac{1}{\frac{M_1 - \Delta M_1}{M_1}} \Rightarrow (M_1 - \Delta M_1) = \frac{M_1}{B_{2,1}} \quad (10)$$

■ 2º pavimento:

$$M_2 = L \cdot (F_{h2d} + F_{h3d}) = F_{h2d} L + F_{h3d} L \quad (11)$$

$$\Delta M_2 = (u_2 - u_1) \cdot (P_{2d} + P_{3d}) = P_{2d} u_2 + P_{3d} u_2 - P_{2d} u_1 - P_{3d} u_1 \quad (12)$$

$$B_{2,2} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow B_{2,2} = \frac{1}{\frac{M_2 - \Delta M_2}{M_2}} \Rightarrow (M_2 - \Delta M_2) = \frac{M_2}{B_{2,2}} \quad (13)$$

■ 3º pavimento:

$$M_3 = L \cdot (F_{h3d}) = F_{h3d} L \quad (14)$$

$$\Delta M_3 = (u_3 - u_2) \cdot (P_{3d}) = P_{3d} u_3 - P_{3d} u_2 \quad (15)$$

$$B_{2,3} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow B_{2,3} = \frac{1}{\frac{M_3 - \Delta M_3}{M_3}} \Rightarrow (M_3 - \Delta M_3) = \frac{M_3}{B_{2,3}} \quad (16)$$

Somando-se  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , equações (8), (11) e (14), e  $\Delta M_1$ ,  $\Delta M_2$  e  $\Delta M_3$ , equações (9), (12) e (15) resulta:

$$M_1 + M_2 + M_3 = F_{h1d} L + 2F_{h2d} L + 3F_{h3d} L \quad (17)$$

$$\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 = P_{1d} u_1 + P_{2d} u_2 + P_{3d} u_3 \quad (18)$$

Comparando as equações (17) e (18) com as equações (6) e (7) pode-se escrever:

$$M_{1,tot,d} = M_1 + M_2 + M_3 \quad (19)$$

$$\Delta M_{tot,d} = \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 \quad (20)$$

Substituindo as equações (19) e (20) na equação (1), o coeficiente  $\gamma_z$  fica definido como:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3}{M_1 + M_2 + M_3}} = \frac{1}{\frac{(M_1 + M_2 + M_3) - (\Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3}} \quad (21)$$

$$\gamma_z = \frac{M_1 + M_2 + M_3}{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}$$



Invertendo a equação (21) tem-se:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{(M_1 - \Delta M_1) + (M_2 - \Delta M_2) + (M_3 - \Delta M_3)}{M_1 + M_2 + M_3} \quad (22)$$

Substituindo as equações (10), (13), (16) e (19) na equação (22), obtém-se:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{\frac{M_1}{B_{2,1}} + \frac{M_2}{B_{2,2}} + \frac{M_3}{B_{2,3}}}{M_{1,tot,d}} \Rightarrow \frac{1}{\gamma_z} = \frac{M_1}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,1}} + \frac{M_2}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,2}} + \frac{M_3}{M_{1,tot,d} \cdot B_{2,3}} \quad (23)$$

Finalmente pode-se escrever a equação (23) como:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \frac{c_1}{B_{2,1}} + \frac{c_2}{B_{2,2}} + \frac{c_3}{B_{2,3}} \quad (24)$$

sendo as constantes  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  dadas respectivamente por:

$$c_1 = \frac{M_1}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h1d} \cdot L + F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h1d} + F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (25)$$

$$c_2 = \frac{M_2}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h2d} \cdot L + F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h2d} + F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (26)$$

$$c_3 = \frac{M_3}{M_{1,tot,d}} = \frac{F_{h3d} \cdot L}{F_{h1d} \cdot L + 2F_{h2d} \cdot L + 3F_{h3d} \cdot L} = \frac{F_{h3d}}{F_{h1d} + 2F_{h2d} + 3F_{h3d}} \quad (27)$$

Logo, para uma estrutura composta por  $n$  pavimentos, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser calculado em função do coeficiente  $B_2$  como:

$$\frac{1}{\gamma_z} = \sum_{i=1}^n \frac{c_i}{B_{2,i}} \quad (28)$$

sendo

$$c_i = \frac{\sum_{j=i}^n F_{hjd}}{\sum_{j=1}^n j \cdot F_{hjd}} \quad (29)$$

Tabela 1 - Características principais dos edifícios analisados

Edifício	Número de pavimentos	Pé-direito (m)	Número de lajes	Número de vigas	Número de pilares	fck (MPa)
I	16	2,90	8	8	15	20
II	18	2,55	11	21	16	30
III	20	2,75	9	10	15	45
IV	30	2,85	4	6	9	20
V	22	2,75	11	20	22	65
VI	15	2,90	9	8	16	25
VII	18	2,88	10	11	16	25
VIII	18	2,70	17	31	28	25
IX	20	2,56	12	27	14	30
X	20	2,90	6	9	12	25

## 6. Aplicações numéricas

Para conduzir o estudo, dez edifícios de médio porte em concreto armado (cujos pavimentos tipos podem ser encontrados em Oliveira [10]) foram processados em primeira e segunda ordem. A tabela [1] resume as principais características das estruturas analisadas.

O processamento dos edifícios foi realizado para as ações verticais (compostas pelas cargas permanentes e pela carga acidental ou sobrecarga) agindo simultaneamente com o carregamento horizontal (correspondente à ação do vento, nas direções paralelas aos eixos X e Y, e calculado de acordo com as prescrições da NBR 6123:1988 [11]). Os coeficientes aplicados às ações, definidos a partir da combinação última normal que considera o vento como a ação variável principal, foram determinados segundo as recomendações da NBR 6118:2007 [4].

As estruturas foram analisadas utilizando modelos tridimensionais no "software" ANSYS-9.0. Para a representação dos pilares e vigas foi empregado o elemento de barra "beam 4", que apresenta seis graus de liberdade em cada nó: três translações e três rotações, nas direções X, Y e Z.

Vale ressaltar que o processamento dos edifícios em segunda ordem foi realizado por meio de uma análise não linear geométrica, reduzindo a rigidez dos elementos estruturais para considerar a não-linearidade física de forma simplificada (foram adotados os

valores iguais a  $0,8 I_c$  para os pilares e  $0,4 I_c$  para as vigas, sendo  $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto).

### 6.1 Resultados obtidos

Inicialmente, com os resultados da análise em primeira ordem, foram calculados os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$  para todos os edifícios, nas direções X e Y. As tabelas [2] e [3] apresentam os valores obtidos, juntamente com a classificação das estruturas, em ambas as direções. Entretanto, no caso do coeficiente  $B_2$ , estão apresentados apenas os valores médio ( $B_{2,méd}$ ) e máximo ( $B_{2,máx}$ ) dos pavimentos. Ressalta-se que, segundo Silva [9], uma estrutura pode ser considerada pouco sensível a deslocamentos horizontais se, em todos os seus pavimentos, o coeficiente  $B_2$  não superar o valor de 1,1. Se  $B_2$  for maior que esse valor em pelo menos um pavimento, a estrutura será considerada muito sensível a deslocamentos horizontais. Dessa forma, a classificação dos edifícios é realizada analisando o valor de  $B_{2,máx}$  obtido.

Obseva-se nas tabelas [2] e [3] que, em todos os casos, os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$  forneceram a mesma classificação das estruturas. Além disso, os valores de  $\gamma_z$  e  $B_{2,méd}$  se mostraram extremamente próximos, sendo que a maior diferença, correspondente à direção X do edifício I, gira em torno de 3,4%. Vale comentar também que, em apenas cerca de 17% dos casos,  $B_{2,méd}$  apresentou-se superior a  $\gamma_z$ .

**Tabela 2 - Valores dos coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , e classificação das estruturas (edifícios I, II, III, IV e V)**

Edifício	Direção	Coeficiente	Valor	Classificação
I	X	$\gamma_z$	1,19	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,28	Estrutura de nós móveis
	Y	$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,13	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,20	Estrutura de nós móveis
II	X	$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,47	Estrutura de nós móveis
	Y	$\gamma_z$	1,16	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,17	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,22	Estrutura de nós móveis
III	X	$\gamma_z$	1,06	Estrutura de nós fixos
		$B_{2,méd}$	1,05	Estrutura pouco sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,07	Estrutura de nós móveis
	Y	$\gamma_z$	1,32	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,29	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	Estrutura de nós móveis
IV	X = Y	$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,26	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,45	Estrutura de nós móveis
V	X	$\gamma_z$	1,17	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,15	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,23	Estrutura de nós móveis
	Y	$\gamma_z$	1,28	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,35	Estrutura de nós móveis

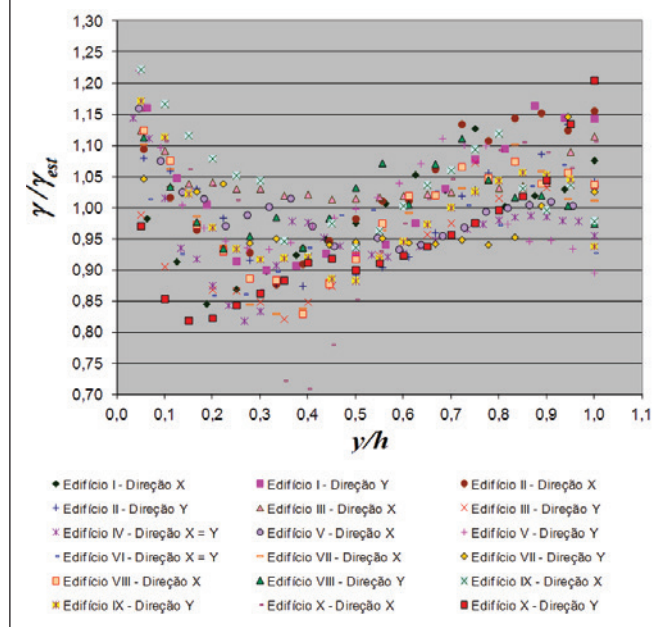
**Tabela 3 – Valores dos coeficientes  $\gamma_z$  and  $B_2$  e classificação das estruturas (edifícios VI, VII, VIII, IX e X)**

Edifício	Direção	Coeficiente	Valor	Classificação
VI	X = Y	$\gamma_z$	1,21	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,18	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,31	Estrutura de nós móveis
	X	$\gamma_z$	1,27	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,25	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,40	Estrutura de nós móveis
VII	Y	$\gamma_z$	1,14	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,14	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,18	Estrutura de nós móveis
	X	$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,28	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	Estrutura de nós móveis
VIII	Y	$\gamma_z$	1,22	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,20	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,30	Estrutura de nós móveis
	X	$\gamma_z$	1,31	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,34	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,47	Estrutura de nós móveis
IX	Y	$\gamma_z$	1,29	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,30	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,38	Estrutura de nós móveis
X	X	$\gamma_z$	1,30	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,30	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,44	Estrutura de nós móveis
	Y	$\gamma_z$	1,22	Estrutura de nós móveis
		$B_{2,méd}$	1,18	Estrutura muito sensível a deslocamentos horizontais
		$B_{2,máx}$	1,34	Estrutura de nós móveis

**Tabela 4 – Coeficientes  $\gamma_z$  e valores médios da relação (esforço em segunda ordem/esforço em primeira ordem)**

Edifício	Direção	$\gamma_z$	Pilares		Vigas	
			Força normal	Momento fletor	Força cortante	Momento fletor
I	X	1,19	1,01	1,17	1,01	1,11
	Y	1,14	1,01	1,16	1,01	1,07
II	X	1,32	1,01	1,35	1,02	1,27
	Y	1,16	1,02	1,14	1,03	1,20
III	X	1,06	1,02	1,11	1,03	1,03
	Y	1,32	1,02	1,24	1,04	1,27
IV	X = Y	1,30	1,03	1,23	1,03	1,23
V	X	1,17	1,02	1,16	1,03	1,15
	Y	1,28	1,03	1,28	1,01	1,28
VI	X = Y	1,21	1,02	1,17	1,03	1,20
VII	X	1,27	1,02	1,24	1,04	1,24
	Y	1,14	1,03	1,12	1,04	1,15
VIII	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,32
	Y	1,22	1,02	1,23	1,03	1,20
IX	X	1,31	1,01	1,35	1,02	1,29
	Y	1,29	1,01	1,27	1,02	1,23
X	X	1,30	1,02	1,28	1,03	1,26
	Y	1,22	1,02	1,15	1,03	1,18

**Figura 2 – Variação da razão  $\gamma/\gamma_{est}$  ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para os pilares**



### 6.1.1 Avaliação do $\gamma_z$ como coeficiente majorador dos esforços de primeira ordem (momentos fletores, forças normais e cortantes) para a obtenção dos esforços finais

A partir do processamento das estruturas em primeira e segunda ordem, para as ações verticais agindo simultaneamente com as ações horizontais, foi calculada, para todos os pavimentos dos edifícios, a relação entre os esforços obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem, nas direções X e Y.

Os esforços levados em conta na análise são apenas os realmente relevantes no dimensionamento estrutural, ou seja, para os pilares, foram considerados os momentos fletores e as forças normais; para as vigas, os momentos fletores e as forças cortantes. Os resultados médios dos pavimentos, juntamente com os coeficientes  $\gamma_z$  obtidos para todos os edifícios, nas direções X e Y, estão apresentados na tabela [4]. Dessa forma, pode-se realizar uma análise comparativa entre os acréscimos sofridos pelos esforços de primeira ordem, quando considerados os efeitos de segunda ordem, e os acréscimos previstos pelo coeficiente  $\gamma_z$ .

Observa-se na tabela [4] que, para todos os edifícios e em ambas as direções, os acréscimos médios obtidos no caso da força normal nos pilares e da força cortante nas vigas são muito pequenos (entre 1% e 4%) e, portanto, geralmente bastante inferiores aos previstos pelo  $\gamma_z$ . Assim, em termos práticos, a majoração dessas forças pelo coeficiente  $\gamma_z$  não se faz necessária, mesmo para altos valores deste (como ocorre, por exemplo, no caso do edifício II, na direção X).

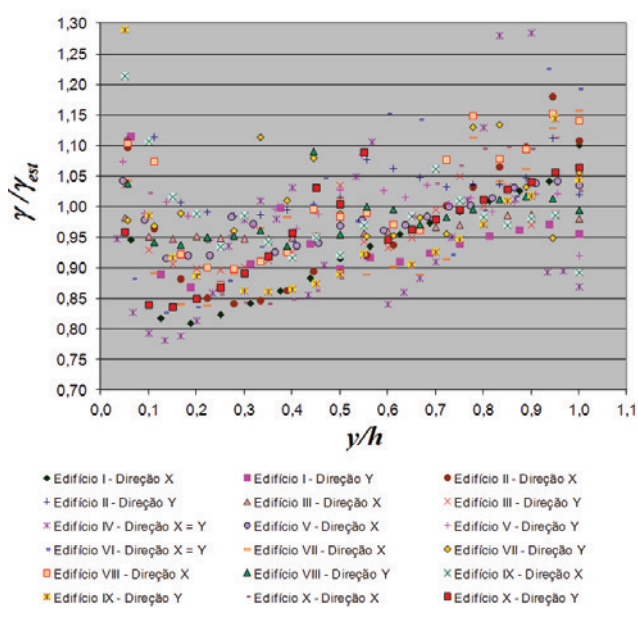
Ainda na tabela [4] verifica-se que, para o momento fletor nos pilares e nas vigas, os acréscimos médios mostram boa proximidade em relação ao  $\gamma_z$ . No caso do momento fletor nos pilares, a maior

diferença entre os acréscimos médios e os previstos pelo  $\gamma_z$  vale cerca de 6% (edifício III, direção Y), a favor da segurança. Para o momento fletor nas vigas, a máxima diferença, correspondente ao acréscimo obtido para o edifício I, na direção X, é da ordem de 6,7%, também a favor da segurança. No entanto, considerando apenas os casos em que a majoração por  $\gamma_z$  estaria contra a segurança, observam-se diferenças máximas inferiores a 5%, para o momento nos pilares (edifício III, direção X), e a 4%, para o momento nas vigas (edifício II, direção Y).

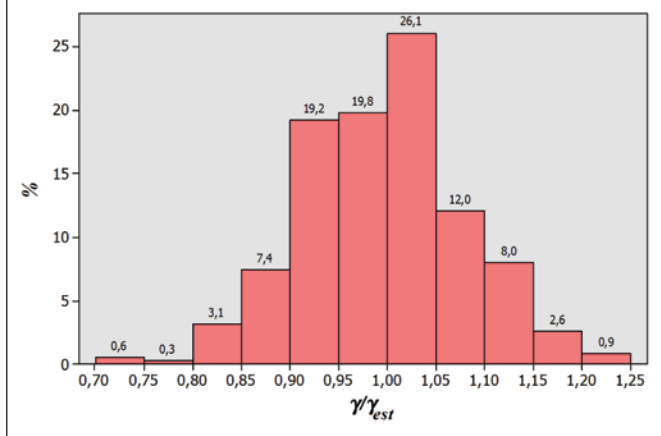
Assim, pode-se afirmar que, a princípio, a obtenção dos momentos finais (primeira ordem + segunda ordem) a partir da majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_z$  mostra-se satisfatória. Vale mencionar, entretanto, que o presente estudo foi realizado para estruturas que apresentam valores máximos de  $\gamma_z$  da ordem de 1,3, ou seja, para as quais, segundo a NBR 6118:2007 [4], o processo simplificado de avaliação dos esforços finais utilizando o coeficiente  $\gamma_z$  ainda é válido. Além disso, foram considerados os acréscimos médios das estruturas como um todo, sem levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios, constatada em diversos trabalhos (Carmo [1], Lima & Guarda [2] e Oliveira [3]). Isto significa que, caso apenas o coeficiente  $\gamma_z$  seja utilizado como majorador dos momentos de primeira ordem, os momentos finais poderiam ser subestimados em alguns pavimentos, e superestimados em outros.

Assim, uma melhor estimativa dos momentos finais poderia ser realizada utilizando também o coeficiente  $B_2$ , que é calculado para cada pavimento da estrutura e cujo valor médio se aproxima de  $\gamma_z$ . O majorador dos momentos de primeira ordem seria então, diferenciado para cada pavimento  $i$  da estrutura, e dado por  $(B_{2,i}/B_{2,méd}) \cdot \gamma_z$ . Dessa forma, considera-se, ao mesmo tempo, a valida-

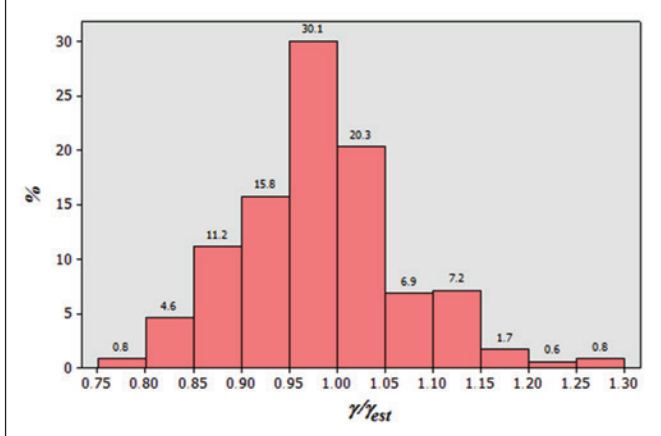
**Figura 3 – Variação da razão  $\gamma/\gamma_{est}$  ao longo da altura dos edifícios, em ambas as direções, para as vigas**



**Figura 4 – Histograma para a variável  $\gamma/\gamma_{est}$  correspondente aos pilares**



**Figura 5 – Histograma para a variável  $\gamma/\gamma_{est}$  correspondente às vigas**



de da utilização do coeficiente  $\gamma_z$  para obter os momentos finais médios dos pavimentos e a capacidade do coeficiente  $B_2$  de levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura dos edifícios. Esta alternativa para levar em conta a variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios de concreto armado será avaliada no próximo item.

**6.1.2 Estudo da variação dos efeitos de segunda ordem com a altura dos pavimentos nos edifícios**

Com os resultados da análise em primeira ordem foi calculado o majorador “estimado” dos momentos de primeira ordem, dado por:

$$\gamma_{est} = \frac{B_{2,i}}{B_{2,méd}} \cdot \gamma_z \tag{30}$$

Foi também calculada, como comentado anteriormente, a relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda ordem e em primeira ordem (para os pilares e vigas), ao longo da altura de todos os edifícios, nas direções X e Y.

Esta relação entre os momentos (momento em segunda ordem/momento em primeira ordem) pode ser denominada de majorador dos momentos de primeira ordem, “ $\gamma$ ”, uma vez que representa o valor pelo qual os momentos de primeira ordem devem ser multiplicados para que se obtenham os momentos finais, que incluem

os de segunda ordem. Na situação ideal, na qual a majoração dos momentos de primeira ordem por  $\gamma_{est}$  fornece os momentos finais com 100% de precisão, os valores de  $\gamma$  e  $\gamma_{est}$  devem coincidir para todos os pavimentos dos edifícios, isto é,  $\gamma/\gamma_{est} = 1$  ao longo de toda a altura.

Tendo em vista as considerações apresentadas, foram construídos os gráficos mostrados nas figuras [2] e [3], que representam a variação da razão  $\gamma/\gamma_{est}$  ao longo da altura de todos os edifícios, em ambas as direções, para os pilares e vigas, respectivamente. Nestes gráficos, o eixo das abscissas corresponde à relação  $y/h$ , onde  $y$  representa a altura do pavimento considerado e  $h$  é a altura total da estrutura.

Verifica-se nas figuras [2] e [3] que a maior parte dos valores de  $\gamma/\gamma_{est}$  parece estar situada entre, aproximadamente, 0,85 e 1,10, tanto no caso dos pilares quanto no caso das vigas. Constata-se também que não é possível avaliar com precisão a variação e a distribuição da variável  $\gamma/\gamma_{est}$  a partir da simples observação das figuras [2] e [3]. Assim, para uma melhor avaliação dos resultados obtidos, foi realizada uma análise estatística, utilizando o “software” MINITAB-14.

Foram calculadas as medidas de tendência central (média e mediana) e de variabilidade (desvio padrão, coeficiente de variação, mínimo e máximo) para a variável envolvida no estudo, a relação  $\gamma/\gamma_{est}$ . Os resultados obtidos encontram-se na tabela [5]. Para visualizar graficamente a distribuição da variável  $\gamma/\gamma_{est}$  foram construídos os histogramas apresentados nas figuras [4] e [5], correspondentes aos pilares e vigas, respectivamente.

**Tabela 5 – Medidas descritivas básicas para a variável  $\gamma/\gamma_{est}$**

Variável	Tamanho da amostra (n)	Média	Desvio padrão	Coeficiente de variação (%)	Mínimo	Mediana	Máximo
$\gamma/\gamma_{est}$ pilares	349	0,991	0,084	8,442	0,709	0,992	1,222
$\gamma/\gamma_{est}$ vigas	349	0,978	0,085	8,677	0,782	0,973	1,290



Nota-se na tabela [5] que a relação  $\gamma/\gamma_{est}$  varia de 0,71 a 1,29, sendo a média obtida inferior a 1,0, tanto para os pilares quanto para as vigas. Verifica-se também que aproximadamente 50% dos valores de  $\gamma/\gamma_{est}$  são menores que 0,992 no caso dos pilares e 0,973 no caso das vigas. Além disso, pode-se considerar pequena a variabilidade de  $\gamma/\gamma_{est}$ , uma vez que os coeficientes de variação obtidos encontram-se entre 8% e 9%. Vale comentar que o coeficiente de variação é uma medida que expressa a variabilidade em termos relativos, comparando o desvio padrão com a média, e pode ser considerado pequeno quando não ultrapassa 30%. Observando os histogramas das figuras [4] e [5], verifica-se que a razão  $\gamma/\gamma_{est}$  apresenta valor inferior a 1,05 em aproximadamente 77% dos casos para os pilares e 83% dos casos para as vigas. Isto significa que, para a maior parte das situações, a majoração dos momentos em primeira ordem por  $\gamma_{est}$  forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%. Constata-se também que, no caso dos pilares, as freqüências são maiores para valores de  $\gamma/\gamma_{est}$  situados entre 0,90 e 1,05. Para as vigas, a freqüência é mais alta no intervalo  $0,95 \leq \gamma/\gamma_{est} < 1,00$ .

## 7. Considerações finais

Neste trabalho apresentou-se uma alternativa para estimar o majorador dos momentos de primeira ordem que deve ser aplicado em cada pavimento das estruturas de concreto armado, a partir dos valores obtidos para os coeficientes  $\gamma_z$  e  $B_2$ , utilizados para avaliar os efeitos de segunda ordem em estruturas de concreto armado e de aço, respectivamente. Para conduzir o estudo, diversos edifícios de médio porte em concreto armado foram analisados em primeira e segunda ordem utilizando o "software" ANSYS-9.0, e o processo simplificado de obtenção dos momentos finais foi avaliado levando-se em conta a variação dos efeitos de segunda ordem ao longo da altura das estruturas.

Definiu-se a relação  $\gamma/\gamma_{est}$ , sendo " $\gamma$ " denominado de majorador dos momentos de primeira ordem (relação entre os momentos obtidos pela análise em segunda e em primeira ordem, para os pilares e vigas, ao longo da altura dos edifícios) e  $\gamma_{est}$  o majorador "estimado" dos momentos de primeira ordem, diferenciado para cada pavimento  $i$  da estrutura, e dado por  $(B_{2,i}/B_{2,méd}) \cdot \gamma_z$ . Observou-se que a razão  $\gamma/\gamma_{est}$  variou de 0,71 a 1,29, sendo as médias e medianas obtidas inferiores a 1,0, tanto para os pilares quanto para as vigas. Além disso, em aproximadamente 77% dos casos para os pilares e 83% dos casos para as vigas, a razão  $\gamma/\gamma_{est}$  apresentou-se inferior a 1,05. Sendo assim, para a maior parte das situações analisadas, a majoração dos momentos em primeira ordem pelo majorador estimado  $\gamma_{est}$  forneceria um erro máximo contra a segurança inferior a 5%.

Finalmente, sugere-se, como novas pesquisas, realizar outros estudos sobre o assunto, contemplando um maior número de edifícios e estruturas que apresentem porte mais elevado ou irregularidades na geometria, como, por exemplo, mudanças bruscas de inércia e de pés-direitos entre os pavimentos.

## 8. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa Institucional de Auxílio a Pesquisa de Doutores Recém-Contratados da PRPq/UFMG o apoio concedido.

## 9. Referências bibliográficas

- [01] CARMO, R.M.S. Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1995.
- [02] LIMA, J.S.; GUARDA, M.C.C. Comparação entre o parâmetro alfa e o coeficiente  $\gamma_z$  na análise da estabilidade global de edifícios altos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 41., Salvador. *Anais*, 1999.
- [03] OLIVEIRA, D.M. Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2002.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de revisão da NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto. Rio de Janeiro, 2000.
- [06] FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. Practical assessment of second order effects in tall buildings. In: COLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC90, Rio de Janeiro. *Proceedings*, p.307-323, 1991.
- [07] VASCONCELOS, A.C. Revisão da NB-1: O problema dos efeitos de 2ª ordem. *Jornal TQS News*, n.3, Out., p.10-11, 1996.
- [08] AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION – AISC. Load and resistance factor design specification for structural steel buildings. Chicago, 1999.
- [09] SILVA, R.G.L. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa. Belo Horizonte. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.
- [10] OLIVEIRA, D.M. Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado. Belo Horizonte. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, 2007.
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6123 – Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

## Quality of concrete plant wastewater for reuse

### *Qualidade da água residuária de usina de concreto para fins de aproveitamento*



H. M. PAULA<sup>a</sup>  
heberdepaula@ufg.br

M. S. O. ILHA<sup>b</sup>  
milha@fec.unicamp.br

#### Abstract

Efficient water use is one of the most important requirements of cleaner production, and the use of the wastewater from concrete production can be an important means to this end. However, there are no Brazilian studies on the quality of concrete plant wastewater and the activities in which such water can be used. This paper aims to evaluate the quality of concrete plant wastewater and to propose guidelines for its treatment for non-potable applications. Wastewater samples were collected from three points in the studied treatment system, and tests were later performed in the laboratory to evaluate the water quality. The results obtained were compared with the limit values for the quality parameters that have been used for the analysis of the non-potable water supply in Brazil. The results indicate a need to at least add coagulation and pH correction processes to the treatment system.

**Keywords:** wastewater, concrete plants, water quality, treatment.

#### Resumo

O uso eficiente da água se constitui em um dos principais quesitos a serem contemplados dentro do conceito de produção mais limpa e o uso da água residuária da produção do concreto pode ser uma importante medida para este fim. Contudo, não se dispõe no Brasil de um estudo que indique a qualidade desta água e em quais atividades poderia ser reutilizada. O objetivo deste trabalho é avaliar a qualidade da água residuária de uma usina de concreto e propor diretrizes para o seu tratamento tendo em vista o reuso para fins não potáveis. Para tanto, foram coletadas amostras da água residuária em três pontos do sistema de tratamento existente na usina em estudo, sendo depois realizados ensaios em laboratório para a avaliação da sua qualidade. Os resultados obtidos foram comparados com os valores limite dos parâmetros de qualidade existentes nos principais documentos que vêm sendo empregados para a análise da água não potável para fins de abastecimento no país. Os resultados obtidos indicam a necessidade de acrescentar ao sistema de tratamento existente, pelo menos, os processos de coagulação e a correção do pH.

**Palavras-chave:** água residuária, usinas de concreto, qualidade da água, tratamento.

<sup>a</sup> Federal University of Goiás (Universidade Federal de Goiás), Department of Civil Engineering, Catalão/GO, Brazil;

<sup>b</sup> State University of Campinas (Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP), School of Civil Engineering, Architecture and Urbanism of UNICAMP, Department of Architectural Construction, Campinas/SP, Brazil.

## 1. Introduction

Water usage is significant in concrete plants, not only in concrete production but also for washing waste in concrete mixer trucks, washing patios, and sprinkling on aggregates to reduce dust (Sealey, Phillipse, and Hill [1]; Cement Concrete & Aggregates Australia [2]). The use of wastewater can reduce the consumption of potable water and contribute to the cleaner production of concrete with regard to water usage.

Su, Miao, and Liu [3] emphasized that concrete wastewater shows high pH values, between 11 and 12, and high alkalinity due to the presence of hydroxides and carbonates in addition to the elevated concentration of solids. These characteristics make it necessary to treat wastewater prior to final disposal, whether in water or soil. Concrete plants are subject to environmental licensing according to CONAMA Resolution No. 237 [4] because the production process involves the generation of environmental impacts. Lima et al. [5] surveyed the primary polluting activities of a concrete plant with a capacity of  $40 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ , which include transporting raw materials and concrete by trucks; the molding of specimens; washing the concrete mixer trucks; filling the trucks; and vehicle maintenance. Additionally, the authors performed a Risk Prevention Analysis, which classifies impacts by severity and frequency, and concluded that washing the trucks has the largest impact on the environment among the activities that take place within the plant, with an importance of 10 on a scale with a maximum value of 20. The wastewater from washing has a modified pH that can cause the death of fish and contaminate groundwater.

The Brazilian national policy on solid wastes, instituted by Law No. 12305 [6], states that whenever liquids have properties that make it impossible to dispose of them in the public sewer system or in bodies of water or that require technically or economically unviable solutions with the best technology available, clean technologies must be adopted, developed, and improved to minimize environmental impacts.

CONAMA Resolution No. 448 [7] establishes in its first paragraph that civil construction wastes cannot be disposed of in solid urban waste landfills, in waste areas, on hillsides, in bodies of water, in empty lots, or in other areas protected by law. Thus, civil construction firms must meet the requirements of CONAMA Resolu-

tion No. 430 [8], which establishes the conditions and standards for wastewater disposal in receiving bodies. The 2<sup>nd</sup> Article of this resolution establishes that wastewater disposal in soil, even after treatment, is not subject to the parameters and standards for disposal in the resolution; however, such wastewater must not cause the pollution or contamination of surface and subterranean waters. For the reuse of concrete wastewater, the type of treatment depends on the activity for which the treated water will be used, normally the non-potable water supply.

NBR 15900 [9] establishes the parameters for concrete mixing water, taking into consideration the use of the concrete and which wastewater can be reused, such as water from washing the concrete mixer trucks. According to this standard, seawater, brackish water, or water from sewage or treated sewage cannot be used for mixing concrete. Water from alternative sources must meet a series of chemical and physical requirements to be used in concrete production, not only so that the concrete's properties are maintained, such as setting time and expected strength, but also so that the water used does not harm the concrete's durability.

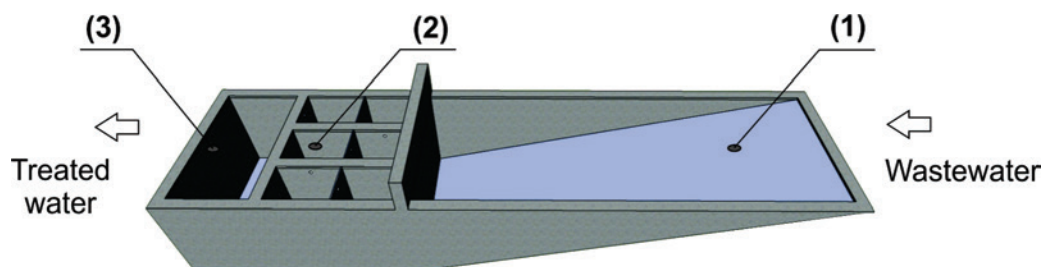
The studies found in the literature review indicate that concrete produced with wastewater from the factory shows compressive strength greater than 90% of that obtained for concrete produced with potable water, which is acceptable according to ASTM C94/C94M [10] (Sandrolini and Franzoni [11]; Su, Miao, and Liu [3]; Chatveera, Lertwattananaruk, and Makul [12]) and EN 12390-2 [13] (Tsimas and Zervaki [14]), in addition to initial setting times with differences of less than 30 minutes, which is acceptable according to ASTM C403/C403M [15] (Su, Miao, and Liu [3]) and EN 196-3 [16] (Tsimas and Zervaki [14]).

Concrete mixing water must not contain impurities that impact the cement hydration reactions and the formation of its compounds.

The use of wastewater in other activities that do not require potable water, such as washing concrete mixer trucks, was evaluated in only one study in the investigated literature; the study found that the concentration of solids must be monitored (Sealey, Phillips, and Hill [1]).

All of the evaluated studies, regardless of the destination of the wastewater, included a treatment system for improving the water quality parameters (Sealey, Phillips, and Hill [1]; Tsimas and Zervaki [14]), which required, for its definition, the characterization of the

**Figure 1 - Wastewater treatment system and sample collection points for water quality characterization: (1) wastewater inlet chamber from washing of trucks and the patio; (2) intermediate decanting chamber; (3) outlet chamber**



wastewater and the purpose for which the water would be treated. The objective of this article is to evaluate concrete plant wastewater quality and propose guidelines for its treatment for use in activities that do not require potable water in the concrete plant itself, such as washing the concrete mixer trucks, sanitizing the plant environment, flushing toilets, irrigating green areas, and washing patios. The article evaluates a single case study that may serve as a basis for the development of similar studies elsewhere.

## 2. Methodology

The study analyzed a concrete plant located in the southeastern region of the state of Goiás, Brazil, with an average monthly production of 2000 m<sup>3</sup> of concrete.

An initial survey of several concrete plants indicated that the system typically used for wastewater treatment is composed of two or three sedimentation tanks. In the plant investigated in this study, the treatment system is composed of a wastewater inlet tank, six sedimentation chambers, and a wastewater outlet tank.

The water samples for the quality tests were collected at three distinct points in the treatment system (Figure 1): (1) the inlet chamber, whose opening is found at floor level, (2) one of the sedimentation chambers, and (3) the outlet chamber.

The water inlet for the treatment system is found at floor level; thus, surface runoff, which contains debris from the patio, is also direc-

ted to this location. Therefore, collections were performed during two periods: one in the dry season and one in the rainy season. The samples for the determination of the apparent color, turbidity, and concentration of iron were collected at eight different times (C1 to C8), with three (C1 to C3) in the dry period (October and November 2012) and five (C4 to C8) in the rainy period (December 2012 and January and February 2013).

In all cases, the samples were collected on the liquid surface using plastic bottles (PET). After collection, the samples were labeled and immediately transported to the laboratory for testing according to the APHA methods [17] shown in Table 1.

The tests evaluated the following characteristics of water quality: apparent color, turbidity, residual chlorine, thermo-tolerant coliforms, chloride, dissolved oxygen, alkalinity, hardness, and concentrations of ammonia, iron, and chlorides.

Due to the availability of the reagents needed for the tests, the evaluation of residual chlorine and the test for the concentration of ammonia were only performed in the dry period (collections C1 to C3), and the tests for the concentrations of chloride and dissolved oxygen (DO) were conducted only in the rainy period (C4 to C8). Finally, the tests for hardness, alkalinity, pH, and thermo-tolerant coliforms were performed only on some of the collections and points in the treatment system.

The oxygen concentration readings were performed at three distinct times: five, ten, and fifteen minutes.

**Table 1 – Parameters selected for the evaluation of water quality, limit values for non-potable water for recovery/reuse, and testing methods**

Parameters	I	II	III	IV	Method
pH	6 to 9	6 to 9	6 to 9	6 to 8	SM 4500-H+ B
Apparent color	≤ 10 mg.L <sup>-1</sup>	< 30 mg.L <sup>-1</sup>	–	< 15 mg.L <sup>-1</sup>	SM 2120 C
Turbidity	≤ 2 NTU	< 5 NTU	≤ 2 NTU	< 2 NTU and, for less restrictive uses, < 5 NTU	SM 2130 B
Residual chlorine	–	Max. 1 mg.L <sup>-1</sup> (a)	> 1.0 mg.L <sup>-1</sup>	0.5 to 3.0 mg.L <sup>-1</sup>	SM 4500 G
Thermo-tolerant coliforms	–	–	–	Absence in 100 mL	SM 9221C
Chloride	–	<350 mg.L <sup>-1</sup> (a) < 100 mg.L <sup>-1</sup> (b)	–	–	SM 4500 B
Alkalinity	–	–	50 to 150 mg.L <sup>-1</sup> CaCO <sub>3</sub> (c)	–	SM 2320 B

Note: SM - Standard Methods, Source: APHA (17)

I - SAUTCHUK et al. (19), water quality standard recommended for Class 1 reuse waters (washing of vehicles and flushing of toilets).

II - SAUTCHUCK et al. (19), water quality standard recommended for Class 3 reuse waters (irrigation of green areas and gardens).

III - EPA/600/R-12/618 (20) water quality standard indicated for urban reuse (for all types of irrigation, washing of vehicles, flushing of toilets, firefighting systems, commercial air conditioning systems, and uses, accesses, and exposures similar to these).

(c) Values for reused water.

IV - NBR 15527 (18).

(a) For surface irrigation; (b) For irrigation with sprinklers.

Because NBR 15527 [18] is the only standard in Brazil that considers non-potable water quality, this standard was considered as a reference for the analysis of the quality parameters. This approach is valid because the parameters refer to treated water; that is, they refer to the non-potable water supply, regardless of its origin. Additionally, two other documents were considered that have also been used as a reference for the evaluation of the quality of the non-potable water supply in Brazil: Sautchuk et al. [19] and EPA/600/R-12/618 [20].

Thus, the results for pH, apparent color, turbidity, residual chlorine, thermo-tolerant coliforms, chlorides, and alkalinity were compared with the limit values for non-potable water found in Sautchuk et al. [19], EPA/600/R-12/618 [20], NBR 15527 [18], Manca and Jannuzzi [21], and Lopes [22].

In turn, the results for the concentration of iron (Thiocyanate Method, according to Boltz and Howell [23]) were compared with the limit values found in CONAMA Resolution No. 430 [8] for the classification of water sources, using Class III waters as a reference (maximum iron concentration of 5.0 mg.L<sup>-1</sup>). The iron ion in the

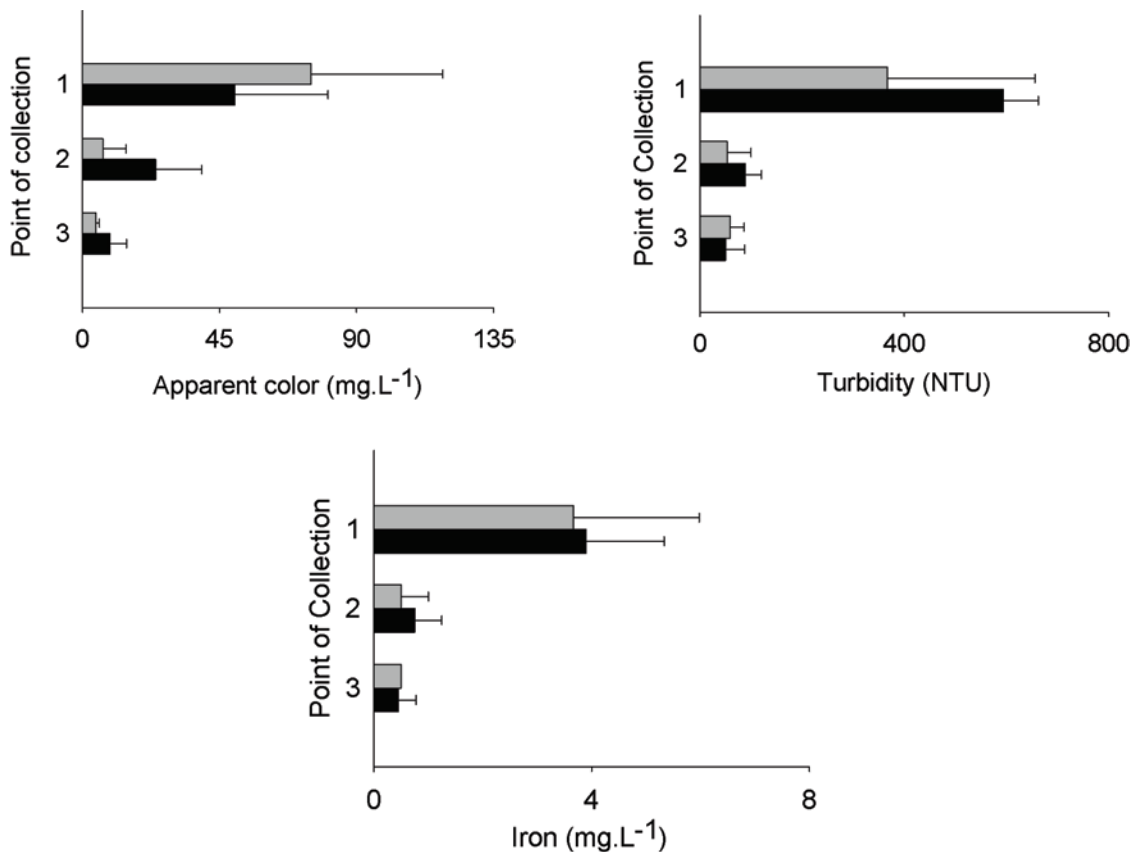
water may be responsible for the appearance of stains on clothes, sanitary devices, and other surfaces (Moruzzi [24]).

To evaluate the water hardness, as determined according to the SM 2340 C Method (APHA [17]), water hardness is characterized by the presence of alkaline earth salts, such as calcium and magnesium. These elements confer a disagreeable flavor and a laxative effect, reduce the formation of soap suds, thereby increasing soap consumption and causing scaling on pipes and boilers (Roloff [25]). The values found in Von Sperling [26] were considered as a reference to evaluate the hardness of the water. According to these standards, soft water has less than 50 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>, moderately hard water has between 50 and 150 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>, hard water has between 150 and 300 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>, and very hard water has more than 300 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>.

For dissolved oxygen (DO), which was determined according to the SM 4500-O Method (APHA [17]), the value recommended by Fiorucci and Benedetti Filho [27] (2.5 mg.L<sup>-1</sup>) was used to avoid problems of corrosion in pipes and accessories.

Finally, a comparative analysis was performed for the results obtai-

**Figure 2 - Average values for apparent color, turbidity, and iron concentration for samples collected at three points in the treatment system: 1 (inlet chamber), 2 (intermediate chamber), and 3 (outlet chamber). The gray bars represent the values obtained for samples collected in the rainy period, and the black bars represent the values obtained for samples collected in the dry period. Error bars indicate the standard deviation**





ned for the apparent color, turbidity, and iron concentration using the non-parametric Wilcoxon test for paired results, with a significance level of 0.05. This test was selected due to the small amount of data, the dependence of the results obtained on the three points of the treatment system, and the lack of evidence of normality of the data (Bunchaft and Kellner [28]; Volpato and Barreto [29]). For this analysis, the data from the two collection periods (dry and rainy) were considered together.

### 3. Results and discussion

Figure 2 shows the results for apparent color, turbidity, and iron concentration for the samples collected at the three points of the treatment system in the rainy and dry periods.

The apparent color of the samples collected in the rainy period was higher at point 1, indicating the determinant contribution of the surface runoff from the concrete plant patio in this parameter.

As the water passed through the treatment system, there was a significant reduction in the apparent color for both the rainy and dry periods. The average value of the apparent color in the rainy period was 75 mg.L<sup>-1</sup> at point 1, 6.7 mg.L<sup>-1</sup> at point 2, and 4.3 mg.L<sup>-1</sup> at point 3. In the dry period, these values were 50 mg.L<sup>-1</sup> for point 1, 24 mg.L<sup>-1</sup> for point 2, and 9.0 mg.L<sup>-1</sup> for point 3. The application of the statistical test to the complete data set (rainy and dry periods together) confirmed the effectiveness of the system used to reduce this parameter because the values obtained for the samples from point 1 were significantly different from those obtained for points 2 and 3 ( $p < 0.05$ ); in addition, the values obtained for point 2 were significantly different from those obtained for point 3.

The turbidity and concentration of iron showed a similar behavior to the apparent color, with significantly higher values at point 1 and a significant decrease as the water passed through the treatment system. The water collected at point 1 showed large quantities of suspended solids, with turbidity values between 200 NTU and 700 NTU. Although the average values were higher in the dry period, the va-

lues in the rainy period were similar at this point, indicating that the determining factor for turbidity was the difference in the quantities of debris in the wash water from each concrete mixer truck.

The results for turbidity at point 1 were significantly higher than those obtained for point 2 and point 3 ( $p = 0.0017$  in both cases). In contrast, the results obtained for point 3 were not significantly different from those found for point 2, indicating that there was little improvement in this parameter between these two points.

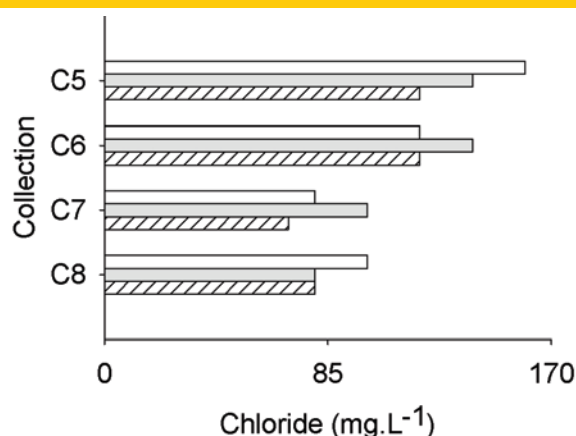
The concentration of iron at each of the analyzed points was slightly higher in the dry period due to the lower volume of surface runoff water in the treatment system during the dry period. The presence of this metal was primarily due to concrete ballast that returns to the plant, which sediments as it passes through the treatment system.

Similar to turbidity, the results obtained for point 1 were significantly higher than those obtained for point 2 and point 3 ( $p = 0.017$  in both cases). The results obtained for point 3, however, were not significantly different from those obtained for point 2 ( $p = 0.208$ ), indicating that there was little improvement in this parameter between these points.

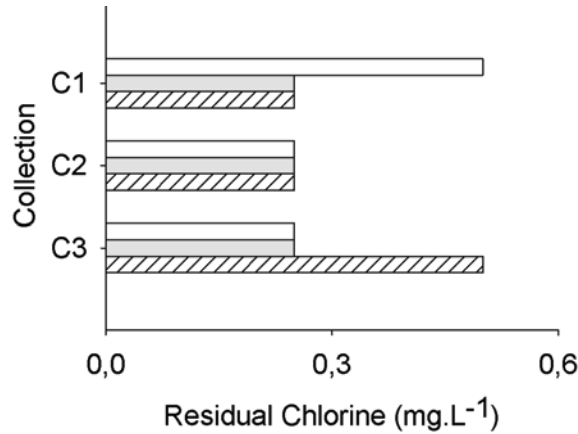
The similarity between the results obtained for points 2 and 3 for turbidity and the concentration of iron were due to the relatively high velocity of water flow in the treatment system, which made particle sedimentation difficult.

To analyze the viability of reusing treated water for non-potable purposes, the values of the parameters investigated at point 3 were considered, from the outlet chamber of the treatment system. For apparent color, the limits specified in the reference document for non-potable water quality were met, with the exception of two collections performed on subsequent days in the rainy period, in which the results were only higher than the limit recommended by Sautchuk et al. [19] for class I reuse waters, which are for washing vehicles and flushing toilets. Thus, if these were the final uses of the treated water, an additional treatment process would be necessary to remove the color.

**Figure 3 – Chloride concentration of samples collected in the rainy period (collections C5 to C8). The white bars show the values obtained for the samples at point 1, the light gray bars show the values obtained for the samples at point 2, and the bars with the striped pattern show the values obtained for the samples at point 3**



**Figure 4 - Residual chlorine concentration of samples collected in the dry period (collections C1 to C3). The white bars show the values obtained for the samples collected at point 1 (inlet chamber), the light gray bars show the values for the samples collected at point 2 (intermediate chamber), and the bars with the striped pattern show the values for the samples collected at point 3 (outlet chamber)**



For turbidity, the values found at point 3 were always higher than the limits recommended for non-potable water in the reference documents used, which also indicates a need for treatment in addition to that existing at the plant.

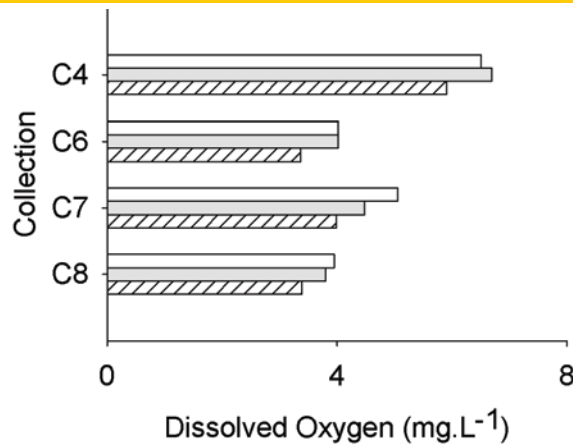
As previously noted, limit values for the concentration of iron in non-potable water were not found in the consulted reference documents. Therefore, the limit value for potable water found in CONAMA 430 [8] was considered; all of the values obtained were within the limits established by the referenced resolution.

Figure 3 shows the results for the concentration of chloride in samples from four collections performed in the rainy period from the three points studied. In the dry period, this test was performed on

only the samples from some of the collections due to the availability of the reagents, resulting in an average of 40 mg.L<sup>-1</sup> at the three collection points. There was a small amount of variability between the data in this period; however, it was not significant. In the rainy period, the values were higher (average value of 120 mg.L<sup>-1</sup> for the three collection points).

The behavior of this parameter was not the same in all of the collections; in some of the collections, the highest values occurred in the intermediate chamber (point 2), and in others, the highest values occurred in the inlet (point 1). According to Su, Miao, and Liu [3], the quantity of chloride increases with tank depth due to the sedimentation of solids. Because sample collection was performed

**Figure 5 - Dissolved oxygen concentration of the samples collected in the rainy period (collections C4, C6, C7, and C8) at three points in the treatment system: 1 (white bars), 2 (light gray bars), and 3 (striped bars)**



near the surface of the water, sedimentation of suspended material occurred from one point to another, decreasing the quantity of chloride dissolved in the water.

Only Sautchuk et al. [19] presented a limiting value for this parameter for the non-potable water supply, and all of the values found in the collected samples were less than this value. Therefore, an additional treatment process would not be necessary to reuse the treated water.

The residual chlorine concentration from one sample collected in the rainy period was 0.25 mg.L<sup>-1</sup> for points 1 and 2, and 0.50 mg.L<sup>-1</sup> for point 3. The values for this parameter for the dry period (collections C1 to C3) are shown in Figure 4. The residual chlorine concentration was not homogeneous in the different samples collected; this parameter was significantly higher at point 1 in one sample and at point 3 in another. With the exception of the last collection, the values obtained for points 2 and 3 were equal. The results obtained were lower than the values found in NBR 15527 [18], which suggest an interval from 0.5 to 3.0 mg.L<sup>-1</sup>.

The dissolved oxygen (DO) concentrations for the samples collected in the rainy period are shown in Figure 5. There was a slight decrease in this parameter from point 1 to point 3 in the majority of the collections. The limit proposed by Fiorucci and Benedetti Filho [27], however, was exceeded in all of the samples, regardless of the point of collection.

Thus, to reuse the water, it would be necessary to correct the dissolved oxygen concentration because elevated values of this parameter can cause corrosion of pipes and accessories, among other problems. The average temperature of the concrete wastewater was maintained between 24.7 and 27.8°C. A higher temperature would cause a decrease in the solubility of oxygen in the water.

The alkalinity values of the wastewater were elevated due to the presence of concrete ballast residues in the concrete mixer trucks. The alkalinity values were obtained from all three points: one in each collection performed in the month of October 2012 (C1 –

point 1 and point 3; C2 – point 2) and one for the last collection in the month of February 2013 (C8), presented values respectively, of 1200 and 760 mg.L<sup>-1</sup> (point 1), 1680 and 660 mg.L<sup>-1</sup> (point 2), and 1550 and 680 mg.L<sup>-1</sup> (point 3), respectively, exceed the limits for water reuse indicated by the EPA/600/R-12/618 [20]. The pH was determined for the samples collected at the three investigated points in the dry period and in the first collection (C4) from the rainy period; the results showed an average value of 12.5. Cement is rich in carbonates and bicarbonates, and these were the primary causes of the elevated alkalinity values and the elevated pH. Thus, the pH must be decreased to reuse the treated water.

The tests for total hardness (determined for samples from collections C1 and C2 from the dry period and for points 1 and 3 only) resulted in values greater than 1400 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>, indicating that the water was very hard (>300 mg.L<sup>-1</sup> CaCO<sub>3</sub>). This result was higher than the result for alkalinity, which showed a lower concentration of soluble bicarbonates. Waters with elevated hardness and alkalinity cause a continuous and harmful internal inorganic scaling formation process in pipes, initially from the supersaturation of slightly soluble or insoluble salts, resulting from the evaporation of water. Thus, an additional treatment process is needed to reuse the wastewater.

Thermo-tolerant coliforms were not found in any of the samples collected from the three investigated points, which indicates that there was no type of microbiological contamination in the water collected from the treatment system.

Table 2 shows a summary of the results obtained, with indications of the water quality parameters and the type of treatment to be conferred on the non-potable water for reuse in the different activities identified in the plant that do not require potable water. Although no coliforms were detected in the wastewater, disinfection is recommended as a preventative measure because there is a possibility of skin contact with the treated water. Additionally, the hardness and dissolved oxygen in the water need to be corrected. These

**Table 2 – Summary of the results obtained for concrete plant wastewater quality and identification of additional treatment requirements for non-potable reuse**

Predicted non-potable use	Parameters from the reference documents		Additional treatment required
	Required	Exceeded in this study	
Washing of concrete mixer trucks	pH Apparent color Turbidity Alkalinity	All	
Flushing of toilets	pH Apparent color Turbidity Residual chlorine Chloride	pH apparent colorturbidity	Acidification – pH correction. Chemical coagulation – apparent color and turbidity. Disinfection (possibility of contact).
Washing of patios*	pH Apparent color Turbidity Residual chlorine Thermo-tolerant coliforms	pH apparent colorturbidity	

\* Considering the limit values for use in irrigation.

parameters were not considered in the consulted documents but are important for the wastewater in question.

#### 4. Conclusions

The concrete wastewater quality indicates a need for additional treatment for non-potable reuse in the plant. Considering the reference documents that have been used in Brazil for non-potable water quality reuse, the pH, apparent color, and turbidity need to be corrected. For the probable final non-potable uses, there is also a need to correct the alkalinity and the hardness.

Thus, for non-potable use in the plant, coagulation and pH correction would at least need to be added to the treatment process. The use of chemical coagulants, such as aluminum sulfate and ferric chloride, however, increases the volume of sludge generated during treatment, in addition to altering some physical and chemical parameters of the water. There are also problems associated with aluminum waste that can cause Alzheimer's at concentrations greater than  $200 \mu\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$  (Bhatti, Mahmood, and Raja [30]). For this reason, it is important to investigate the possibility of using natural coagulants with a lower environmental impact.

Additionally, preventative disinfection is recommended due to the possibility of users' direct contact with the treated water.

The water's passage through the existing treatment system in the plant, which is essentially composed of sedimentation chambers, provided an improvement in the wastewater quality, with the exception of turbidity and the concentration of iron, in which there was no significant difference between the samples collected at point 2 (the intermediate chamber) and those collected at point 3 (the outlet chamber). This result may be caused by the relatively high water flow velocity, which makes particle sedimentation difficult.

#### 5. References

- [01] SEALEY, B.J.; PHILLIPS, P.S.; HILL, G.J. Waste management issues for the UK ready-mixed concrete industry. *Resources, Conservation and Recycling*, v. 32, p. 321-331, 2001.
- [02] CEMENT CONCRETE & AGGREGATES AUSTRALIA. Use of Recycled Water in Concrete Production. Australia, 2007; 27p.
- [03] SU, MIAO, B.; LIU, F. Effect of wash water and underground water on properties of concrete. *Cement and Concrete Research*, v. 32, p. 777-782, 2002.
- [04] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA N° 237, DE 22 DE DEZEMBRO DE 1997. Regulamenta os aspectos de licenciamento ambiental estabelecidos na Política Nacional do Meio Ambiente [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 237, DECEMBER 22, 1997. Regulates the aspects of environmental licensing established in the National Environmental Policy]. Published in the DOU No. 247, Monday, 22 December 1997. *Diário Oficial da União, Brasília*, 22 December 1997.
- [05] LIMA, A. P.; MOREIRA, B.; ARAÚJO, L. E.; GABRIELE, P. D.; CARVALHO, M. Sustentabilidade na Construção Civil [Sustainability in Civil Construction]. In: Congresso Nacional de Excelência em Gestão, 5°, 2009, Niterói. Anais, Niterói, 2009, 16p.
- [06] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Lei N° 12.305: Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos; altera a Lei no 9.605, de 12 de fevereiro de 1998; e dá outras providências [Ministry of the Environment. Law No. 12,305: Institutes the National Policy for Solid Wastes, alters Law No. 9,605, February 12, 1998, and provides other measures]. *Brasília*, 2010.
- [07] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA N° 448, DE 18 DE JANEIRO DE 2012 Publicada no DOU N° 14, quinta-feira, 19 de janeiro de 2012. Altera os arts. 2°, 4°, 5°, 6°, 8°, 9°, 10° e 11° da Resolução n° 307, de 5 de julho de 2002, do Conselho Nacional do Meio Ambiente [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 448, JANUARY 18, 2012 Published in the DOU No. 14, Thursday, January 19, 2012. Alters Art. 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, and 11 of Resolution No. 307, July 5, 2002, from the National Council on the Environment]. *Diário Oficial da União, Brasília*, 19 January 2012.
- [08] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA N° 430, DE 13 DE MAIO DE 2011, Dispõe sobre as condições e padrões de lançamento de efluentes, Complementa e altera a Resolução no 357, de 17 de março de 2005, do Conselho Nacional do Meio Ambiente-CONAMA [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 430, MAY 13, 2011, Adopts provisions and standards for the disposal of wastewater, complements and alters Resolution No. 357, March 17, 2005, of the National Council for the Environment]. *Diário Oficial da União, Brasília*, 16 de Maio. 2011.
- [09] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Água para amassamento do concreto Parte 1: Requisitos – NBR 15900 [Water for mixing concrete Part 1: Requirements – NBR 15900], Rio de Janeiro, 2009.
- [10] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C94 / C94 M – 99: Standard Specification for Ready-Mixed Concrete. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1999.
- [11] SANDROLINI, F.; FRANZONI, E. Waste wash water recycling in ready-mixed concrete plants. *Cement and Concrete Research*, v. 31, p. 485-489, 2001.
- [12] CHATVEERA, B.; LERTWATTANARUK, P e MAKUL, N. Effect of Sludge Water from Ready-mixed Concrete Plant on Properties and Durability of Concrete Cement and Concrete Composites. *Elsevier*, v. 28, n. 5, p. 441-450, 2006.
- [13] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). EN 12390-2: Testing hardened concrete – Part 2: Making and curing specimens for strength tests. Brussels, 2008.
- [14] TSIMAS, S.; ZERVAKI, M. Reuse of waste water from ready-mixed concrete plants. *Management of Environmental Quality: An International Journal*, v. 22, n. 1, p. 7–17, 2011.
- [15] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C403/C403 M-99: Standard Test Method for Time of Setting of Concrete Mixtures by Penetration Resistance. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1999.
- [16] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). EN 196-3: Methods of testing cement – Part 3: Determination of setting times and soundness. Brussels, 2008.
- [17] AMERICAN PUBLIC HEALTH ASSOCIATION. Standard methods for the examination of water and wastewater. 22 ed., 2012. 1496p.
- [18] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS [Brazilian Association of Technical Standards]. Água de chu-

- va - Aproveitamento de coberturas em áreas urbanas para fins não potáveis – Requisitos. - NBR 15527 [Rain water – Recovery from roofs in urban areas for non-potable uses – Requirements – NBR 15527], Rio de Janeiro, 2007.
- [19] SAUTCHUK, C.; FARINA, H.; HESPANHOL, I.; OLIVEIRA, L. H.; COSTI, L. O.; ILHA, M.S.O.; GONÇALVES, O.M.; MAY, S.; BONI, S.S.N.; SCHMIDT, W. (2005) – Conservação e reúso da água em edificações – Manual da FIESP [Conservation and reuse of water in buildings – Manual of the FIESP]. São Paulo. 151 p.
- [20] U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA). 2012. Guidelines for Water Reuse. EPA. EPA/600/R-12/618, September 2012. Environmental Protection Agency. Washington, D.C.
- [21] MANCA, R. S.; JANNUZZI, G. M. O planejamento integrado de recursos do setor energético como base para o gerenciamento dos recursos hídricos em áreas urbanas [The integrated planning of resources from the energy sector as a basis for the management of water resources in urban areas]. Engenharia Ambiental – Espírito Santo do Pinhal, v. 5, n. 3, 2008, p. 323 – 341.
- [22] LOPES, G. B. Estudo de viabilidade técnica do aproveitamento de água de chuva para fins não potáveis na Universidade Federal de Uberlândia [Study of the technical viability of rain water recovery for non-potable uses in the Federal University of Uberlândia], Uberlândia (MG), Uberlândia, 2012, Masters Dissertation– Federal University of Uberlândia, 190 p.
- [23] BOLTZ; HOWELL. Colorimetric Determination of Nonmetals. 2nd ed., vol. 8. John Wiley & Sons Inc, 1978. 564 p.
- [24] MORUZZI, R. B. Oxidação e Remoção de Ferro e Manganês em Águas para fins de Abastecimento Público ou Industrial – uma abordagem geral [Oxidation and Removal of Iron and Manganese in Waters for Public or Industrial Supply Purposes]. Revista de Engenharia e Tecnologia, V. 4, n. 1, p. 29-43, 2012.
- [25] ROLOFF, T. A. Efeitos da não Aplicação do Controle de Qualidade da Água nas Indústrias Alimentícias [Effects of Not Applying Water Quality Control in the Food Industry]. Sa-Bios: Rev. Saúde e Biol., v. 1, n.1 p.52-57, 2006.
- [26] VON SPERLING, M. Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgoto [Introduction to water quality and sewage treatment]. 3rd ed. – Belo Horizonte: Department of Sanitary and Environmental Engineering; Federal University of Minas Gerais; 2006.
- [27] FIORUCCI, A. R; BENEDETTI FILHO, E. A importância do oxigênio dissolvido em ecossistemas aquáticos [The importance of dissolved oxygen in aquatic ecosystems]. Química Nova na Escola, n. 22, p. 10 – 16, 2005.
- [28] BUNCHAFT, G.; KELLNER, L. H. M. H. Estatística sem mistérios [Statistics without mysteries]. 2nd. Ed. Vozes. Petrópolis. 2001.
- [29] VOLPATO, G; BARRETO, R. Estatística sem dor [Painless Statistics]. Botucatu: Best Writing, 2011. 64p.
- [30] BHATTI, Z. A.; MAHMOOD, Q.; RAJA, I. A. Sewage Water Pollutants' Removal Efficiency Correlates to the Concentration Gradient of Amendments. J. Chem. Soc. Pak., V. 41, n. 4, p. 665 – 671, 2009.



## Quality of concrete plant wastewater for reuse

### *Qualidade da água residuária de usina de concreto para fins de aproveitamento*



H. M. PAULA<sup>a</sup>  
heberdepaula@ufg.br

M. S. O. ILHA<sup>b</sup>  
milha@fec.unicamp.br

#### Abstract

Efficient water use is one of the most important requirements of cleaner production, and the use of the wastewater from concrete production can be an important means to this end. However, there are no Brazilian studies on the quality of concrete plant wastewater and the activities in which such water can be used. This paper aims to evaluate the quality of concrete plant wastewater and to propose guidelines for its treatment for non-potable applications. Wastewater samples were collected from three points in the studied treatment system, and tests were later performed in the laboratory to evaluate the water quality. The results obtained were compared with the limit values for the quality parameters that have been used for the analysis of the non-potable water supply in Brazil. The results indicate a need to at least add coagulation and pH correction processes to the treatment system.

**Keywords:** wastewater, concrete plants, water quality, treatment.

#### Resumo

O uso eficiente da água se constitui em um dos principais quesitos a serem contemplados dentro do conceito de produção mais limpa e o uso da água residuária da produção do concreto pode ser uma importante medida para este fim. Contudo, não se dispõe no Brasil de um estudo que indique a qualidade desta água e em quais atividades poderia ser reutilizada. O objetivo deste trabalho é avaliar a qualidade da água residuária de uma usina de concreto e propor diretrizes para o seu tratamento tendo em vista o reuso para fins não potáveis. Para tanto, foram coletadas amostras da água residuária em três pontos do sistema de tratamento existente na usina em estudo, sendo depois realizados ensaios em laboratório para a avaliação da sua qualidade. Os resultados obtidos foram comparados com os valores limite dos parâmetros de qualidade existentes nos principais documentos que vêm sendo empregados para a análise da água não potável para fins de abastecimento no país. Os resultados obtidos indicam a necessidade de acrescentar ao sistema de tratamento existente, pelo menos, os processos de coagulação e a correção do pH.

**Palavras-chave:** água residuária, usinas de concreto, qualidade da água, tratamento.

<sup>a</sup> Federal University of Goiás (Universidade Federal de Goiás), Department of Civil Engineering, Catalão/GO, Brazil;

<sup>b</sup> State University of Campinas (Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP), School of Civil Engineering, Architecture and Urbanism of UNICAMP, Department of Architectural Construction, Campinas/SP, Brazil.

## 1. Introdução

Em usinas de concreto, o uso da água é intenso, não somente na produção do concreto propriamente dito, mas também para a lavagem de resíduos em caminhões-betoneira, lavagem de pisos e aspersão sobre os agregados, para a redução de poeira (Sealey, Phillipse e Hill [1]; Cement Concrete & Aggregates Australia [2]). O uso de água residuária pode reduzir o consumo de água potável e contribuir para uma produção mais limpa do concreto no quesito água.

Su, Miao e Liu [3] destacaram que a água residuária do concreto apresenta elevados valores de pH, entre 11 e 12 e, conseqüentemente, alta alcalinidade pela presença de hidróxidos e carbonatos, além de elevado teor de sólidos. Essas características fazem com que seja necessário tratar a água residuária, antes da disposição final, seja na água ou solo.

A usina de concreto é uma indústria sujeita ao licenciamento ambiental, segundo a Resolução CONAMA nº 237 [4], pois o processo produtivo apresenta etapas que geram impactos ao meio ambiente. Lima et al. [5] levantaram as principais atividades poluidoras de uma usina de concreto com capacidade de 40 m<sup>3</sup>.h<sup>-1</sup>: transporte de matéria-prima e do concreto por caminhões; moldagem de corpos de prova; lavagem de caminhões betoneira; abastecimento dos caminhões; e manutenção dos veículos. Além disso, os autores realizaram uma Análise de Previsão de Risco, que classifica os impactos quanto à severidade e frequência, concluindo que a lavagem dos caminhões, dentre as atividades da usina, é a de maior impacto ao meio ambiente, com importância 10 em uma escala de valor máximo de 20. A água de lavagem tem o pH modificado, o que pode ocasionar a morte de peixes, além da contaminação do lençol freático.

A política nacional de resíduos sólidos brasileira, instituída pela lei n. 12305 [6], define que sempre que líquidos cujas particularidades tornem inviável o seu lançamento na rede pública de esgotos ou em corpos d'água, ou exijam para isso soluções técnicas ou economicamente inviáveis em face da melhor tecnologia disponível, deve-se adotar, desenvolver e aprimorar tecnologias limpas como forma de minimizar impactos ambientais.

A Resolução CONAMA nº 448 [7] estabelece no parágrafo 1º que os resíduos da construção civil não poderão ser dispostos

em aterros de resíduos sólidos urbanos, em áreas de "bota fora", em encostas, corpos d'água, lotes vagos e em áreas protegidas por Lei. Assim, é necessário atender à Resolução CONAMA nº 430 [8] que estabelece as condições e padrões de lançamento de efluentes em corpos receptores. O artigo 2º da referida resolução estabelece que a disposição de efluentes no solo, mesmo após o tratamento, não está sujeita aos parâmetros e padrões de lançamento dispostos nesta resolução, não podendo, todavia, causar poluição ou contaminação das águas superficiais e subterrâneas. No caso de reúso da água residuária do concreto, a necessidade e o tipo de tratamento dependem da atividade a ser realizada com a água tratada, normalmente considerado o abastecimento de água não potável.

A NBR 15900 [9] estabelece os parâmetros para água de amassamento do concreto, levando em consideração a finalidade do uso do concreto e quais águas residuárias podem ser reutilizadas como, por exemplo, as provenientes da lavagem de betoneiras. Contudo, água do mar, água salobra ou água proveniente de esgoto ou esgoto tratado não podem ser utilizados, por esta norma, para o amassamento do concreto.

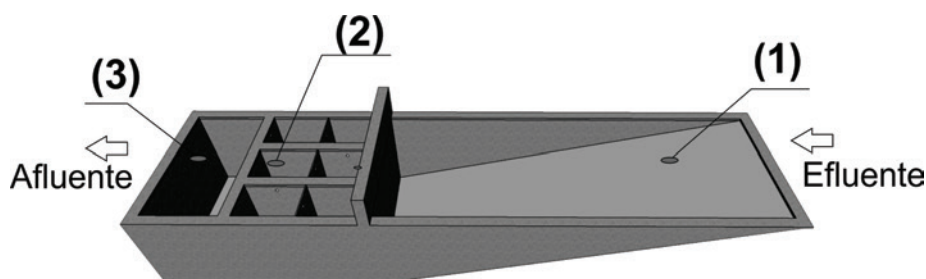
Águas de fontes alternativas devem atender a uma série de requisitos químicos e físicos para que seja possível seu uso na produção do concreto, visando não apenas que sejam mantidas as suas propriedades como, por exemplo, o tempo de pega e a resistência esperada, mas também que a água utilizada não prejudique a durabilidade do concreto produzido.

Os estudos encontrados na revisão da literatura indicaram que concretos produzidos com água residuária da própria usina apresentam resistência à compressão superior a 90% da obtida para o concreto produzido com água potável, que é um critério aceitável segundo ASTM C94/C94M [10] (Sandrolini e Franzoni [11]; Su, Miao e Liu [3]; Chatveera; Lertwattanaruk e Makul [12]) e EN 12390-2 [13] (Tsimas e Zervaki [14]), além de tempos de pega iniciais com diferenças inferiores a 30 minutos, critério aceitável segundo ASTM C403/C403M [15] (Su, Miao e Liu [3]) e EN 196-3 [16] (Tsimas e Zervaki [14]).

Vale ressaltar que a água para amassamento do concreto não deve conter impurezas que possam vir a prejudicar as reações de hidratação do cimento e a formação de seus compostos.

O uso da água residuária em outras atividades que prescindem da

**Figura 1 - Sistema de tratamento da água residuária e pontos de coleta das amostras para a caracterização da qualidade da água: (1) câmara de entrada do efluente da lavagem dos caminhões e do pátio, (2) câmara de decantação intermediária (3) câmara de saída**



água potável, como por exemplo, na lavagem de caminhões-betoneira foi avaliado em apenas um estudo constante na literatura investigada, sendo que o teor de sólidos foi destacado como um importante parâmetro a ser monitorado (Sealey, Phillips; Hill [1]). Em todos os estudos levantados, independentemente do destino dado ao efluente, existe um sistema de tratamento para a melhoria dos parâmetros de qualidade da água (Sealey, Phillips; Hill [1]; Tsimas e Zervaki [14]), o qual necessita, para a sua definição, da caracterização do afluente e da finalidade que será dada à água tratada.

O objetivo desse artigo é avaliar a qualidade da água residuária de uma usina de concreto e propor diretrizes para o seu tratamento tendo em vista o reúso em atividades que prescindam da água potável na própria usina como, por exemplo, a lavagem de caminhões betoneira, higienização de ambientes, descarga de bacias sanitárias, irrigação de áreas verdes e lavagem de pátio. Trata-se de um estudo de caso único, o qual poderá, contudo, subsidiar o desenvolvimento de estudos similares em outros locais.

## 2. Metodologia

Para o desenvolvimento do estudo foi considerada uma usina de concreto localizada na região sudeste do estado de Goiás, Brasil, com uma produção média mensal de 2000 m<sup>3</sup> de concreto.

Em um levantamento inicial, efetuado em algumas usinas de

concreto, indicou que o sistema usualmente utilizado para o tratamento da água residuária é composto por dois ou três tanques de sedimentação. Na usina investigada nesse estudo o sistema de tratamento é composto por um tanque de entrada do efluente; seis câmaras de sedimentação e um tanque de saída do afluente. As amostras de água para a realização dos ensaios de qualidade foram coletadas em três pontos distintos do sistema de tratamento (Figura 1): (1) câmara de entrada, cuja abertura se encontra no nível do piso, (2) uma das câmaras de decantação e (3) câmara de saída.

Destaca-se que a entrada de água para o sistema de tratamento se encontra no nível do piso, assim, o escoamento superficial, que contém detritos provenientes do pátio também é direcionado para este local. Em função disso, as coletas foram efetuadas em dois períodos, um de estiagem e outro chuvoso. Assim, as amostras para a determinação da cor aparente, da turbidez e do teor de ferro foram coletadas em oito ocorrências (C1 a C8), sendo três delas (C1 a C3) no período de estiagem (outubro e novembro de 2012) e cinco (C4 a C8) no período chuvoso (dezembro de 2012 e janeiro e fevereiro de 2013).

As amostras foram coletadas na superfície do líquido em todos os casos, utilizando-se de garrafas plásticas (PET). Após as coletas, as amostras foram identificadas e imediatamente transportadas para o laboratório para a realização dos ensaios, seguindo os métodos da APHA [17] apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1 – Parâmetros selecionados para a avaliação da qualidade da água, valores limites para a água não potável para aproveitamento/reúso e métodos de ensaio**

Parâmetros	I	II	III	IV	Método
pH	6 a 9	6 a 9	6 a 9	6 a 8	SM 4500-H+ B
Cor aparente	≤ 10 mg.L <sup>-1</sup>	< 30 mg.L <sup>-1</sup>	-	< 15 mg.L <sup>-1</sup>	SM 2120 C
Turbidez	≤ 2 NTU	< 5 NTU	≤ 2 NTU	< 2 NTU e, para usos menos restritivos, < 5 NTU	SM 2130 B
Cloro residual	-	Máx. 1 mg.L <sup>-1</sup> (a)	> 1.0 mg.L <sup>-1</sup>	0,5 a 3,0 mg.L <sup>-1</sup>	SM 4500 G
Coliformes termotolerantes	-	-	-	Ausência em 100 mL	SM 9221C
Cloreto	-	<350 mg.L <sup>-1</sup> (a) < 100 mg.L <sup>-1</sup> (b)	-	-	SM 4500 B
Alcalinidade	-	-	50 to 150 mg.L <sup>-1</sup> de CaCO <sub>3</sub> (c)	-	SM 2320 B

Nota: SM - Standard Methods, Fonte: APHA (17)

I - SAUTCHUK et al (19), padrão de qualidade de água recomendado para águas de Reúso Classe 1 (lavagem de veículos e descarga de bacias sanitárias)

II - SAUTCHUCK et al (19), padrão de qualidade de água recomendado para águas de Reúso Classe 3 (irrigação de áreas verdes e rega de jardins)

III - EPA/600/R-12/618 (20) padrão de qualidade de água indicado para o reúso urbano (para todos os tipos de irrigação, lavagem de veículos, descarga de bacias sanitárias, sistemas de combate a incêndio, sistemas comerciais de ar condicionado, e usos, acessos e exposição similares a estes)

(c) valores para água de reúso.

IV - NBR 15527 (18).

(a) para irrigação superficial (b) para irrigação com aspersores

Foram realizados os seguintes ensaios para a avaliação da qualidade da água: cor aparente, turbidez, cloro residual, coliformes termotolerantes, cloreto, oxigênio dissolvido, alcalinidade, dureza, teores de amônia, de ferro e de cloretos.

Em função da disponibilidade dos reagentes necessários para os ensaios, a avaliação do cloro residual e do teor de amônia foi feita somente no período de estiagem (coletas C1 a C3), e os teores de cloreto e de oxigênio dissolvido (OD) foram determinados somente no período chuvoso (C4 a C8). Por último, os ensaios de dureza, alcalinidade, pH e coliformes termotolerantes foram realizados apenas em algumas das coletas e pontos do sistema de tratamento.

As leituras do teor de oxigênio foram efetuadas em três tempos distintos: 5, 10 e 15 minutos.

Como não existe normalização no Brasil que contemple qualidade da água não potável, com exceção da NBR 15527 [18], esta norma foi considerada como referência para a análise dos parâmetros de qualidade nela constantes. Isso é válido porque os parâmetros em análise se referem à água após o tratamento, ou seja, se referem

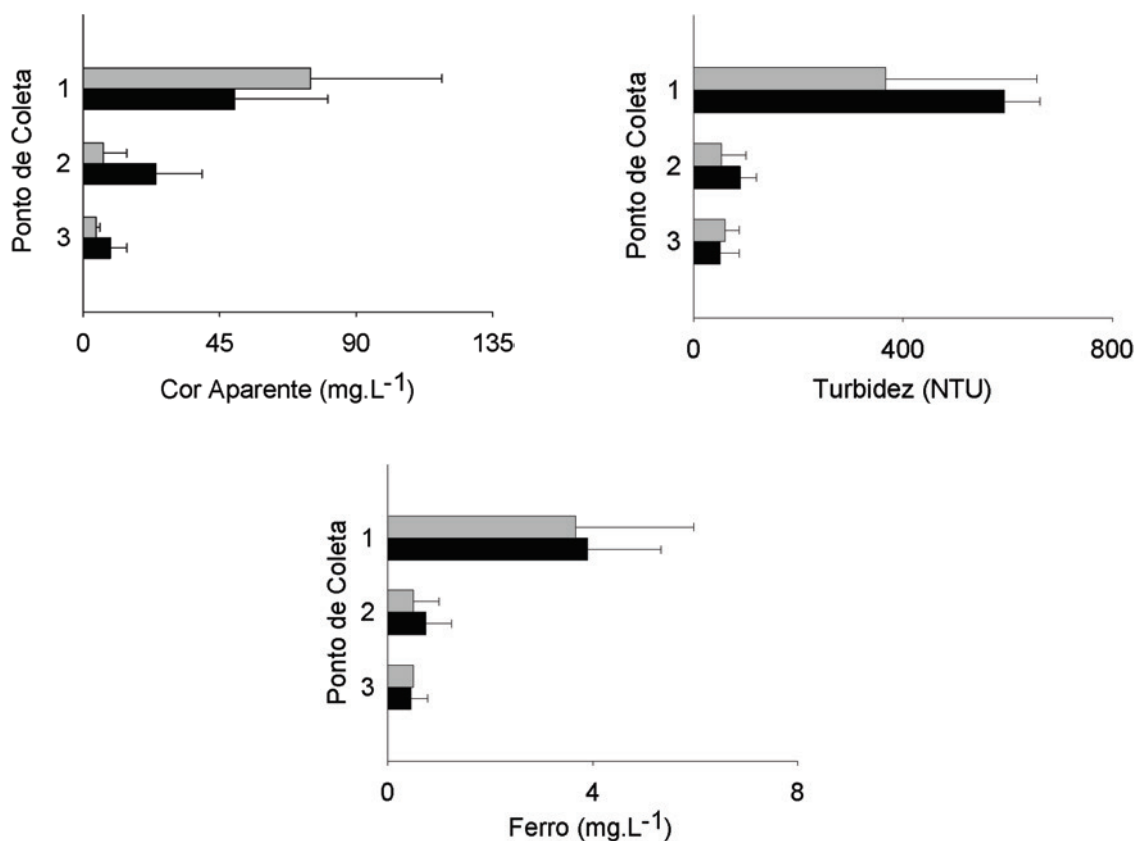
à água não potável, para abastecimento, independentemente de sua origem. Além disso, foram considerados dois outros documentos que vêm sendo empregados como referência para a avaliação da qualidade de água não potável para fins de abastecimento no país, quais sejam: Sautchuk et al [19] e EPA/600/R-12/618 [20].

Assim, os resultados de pH, cor aparente, turbidez, cloro residual, coliformes termotolerantes, cloretos e alcalinidade foram confrontados com os valores limite para a água não potável constantes em Sautchuk et al [19], EPA/600/R-12/618 [20], NBR 15527 [18], Manca e Jannuzzi [21] e Lopes [22].

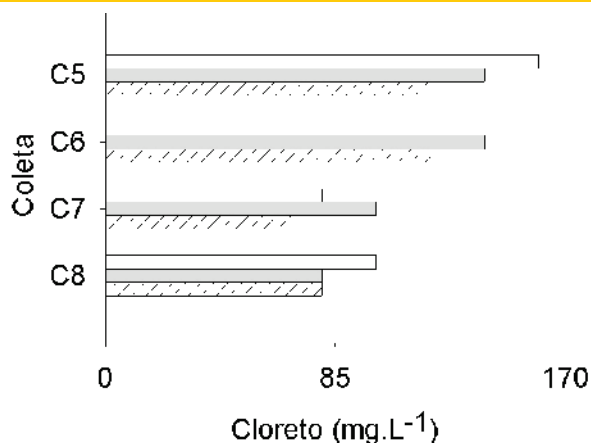
Por sua vez, os resultados do teor de ferro (Método do Tiocianato, conforme Boltz; Howell [23]) foram comparados com os valores limite constantes na resolução CONAMA 430 [8] para classificação de mananciais, utilizando como referência as águas classe III (teor de ferro máximo de 5,0 mg.L<sup>-1</sup>). O íon de ferro na água pode ser responsável pelo aparecimento de manchas em roupas e aparelhos sanitários e outras superfícies (Moruzzi [24]).

Para a avaliação da dureza da água, determinada conforme o Método SM 2340 C (APHA [17]), é caracterizada pela presença

**Figura 2 – Valores médios da cor aparente, turbidez e teor de Ferro das amostras coletadas nos pontos do sistema de tratamento: 1 (câmara de entrada), 2 (câmara intermediária) e 3 (câmara de saída). As barras de cor cinza representam os valores obtidos para as amostras coletadas no período chuvoso e as de preta os valores obtidos para o período de estiagem. As linhas indicam um desvio-padrão**



**Figura 3 – Teor de cloreto das amostras coletadas no período chuvoso (coletas C5 a C8). As barras de cor branca apresentam os valores obtidos para as amostras no ponto 1, as de cor cinza claro às amostras no ponto 2 e as com padrão listrado correspondem às amostras no ponto 3**

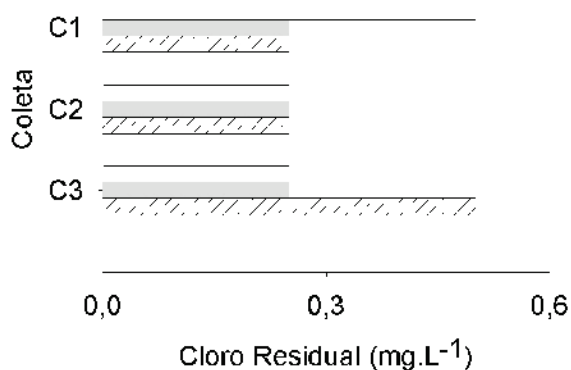


de sais alcalinos terrosos, como o cálcio e magnésio, que conferem sabor desagradável e efeito laxativo; reduzem a formação de espuma do sabão, aumentando o seu consumo; além de provocarem incrustações nas tubulações e caldeiras (Roloff [25]). Para sua avaliação foram considerados como referência os valores constantes em Von Sperling [26]: água mole: menos de 50 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub>; água de dureza moderada: entre 50 e 150 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub>; água dura: entre 150 e 300 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub> e água muito dura: mais de 300 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub>. Para o oxigênio dissolvido (OD), determinado conforme Método SM 4500-O (APHA [17]), considerou-se o valor recomendado por

Fiorucci; Benedetti Filho [27], de modo a se evitar problemas de corrosão em tubulações e acessórios: 2,5 mg.L<sup>-1</sup>.

Por último, foi efetuada uma análise comparativa dos resultados obtidos para a cor aparente, turbidez e teor de ferro por meio do teste não paramétrico de Wilcoxon, com nível de significância igual a 0,05, considerando-se os resultados aos pares. Este teste foi selecionado devido ao número pequeno de dados, à dependência dos resultados obtidos nos três pontos do sistema de tratamento e a não evidência de normalidade dos mesmos (Bunchaft e Kellner [28]; Volpato e Barreto [29]). Para essa análise, os dados dos dois períodos de coleta (estiagem e chuvoso) foram considerados conjuntamente.

**Figura 4 – Teor de cloro residual das amostras coletadas no período de estiagem (coletas C1 a C3). As barras de cor branca apresentam os valores obtidos para as amostras coletadas no ponto 1 (câmara de entrada), as de cor cinza claro as amostras do ponto 2 (câmara intermediária) e as que possuem padrão listrado correspondem às amostras do ponto 3 (câmara de saída)**





### 3. Resultados e discussão

A Figura 2 apresenta os resultados de cor aparente, turbidez e teor de Ferro para as amostras coletadas nos três pontos do sistema de tratamento nos períodos chuvoso e de estiagem.

A cor aparente das amostras coletadas no período chuvoso foi mais elevada no ponto 1, indicando a contribuição determinante do escoamento superficial do pátio da usina nesse parâmetro.

À medida que a água passa pelo sistema de tratamento, houve redução significativa no valor da cor aparente, o que se verificou tanto no período chuvoso como de estiagem. O valor médio da cor aparente no período chuvoso foi de 75 mg.L<sup>-1</sup> no ponto 1; 6,7 mg.L<sup>-1</sup> no ponto 2 e 4,3 mg.L<sup>-1</sup> no ponto 3. Já no período de estiagem, esses valores foram: 50 mg.L<sup>-1</sup> para o ponto 1, 24 mg.L<sup>-1</sup> para o ponto 2 e 9,0 mg.L<sup>-1</sup> para o ponto 3. A aplicação do teste estatístico ao conjunto total de dados (períodos chuvoso e estiagem em conjunto) confirmou a efetividade do sistema empregado para a redução desse parâmetro, uma vez que os valores obtidos para as amostras do ponto 1 foram significativamente diferentes daqueles obtidos para os pontos 2 e 3 ( $p < 0,05$ ), assim como os valores obtidos para o ponto 2 foram significativamente diferentes daqueles obtidos para o ponto 3.

A turbidez e o teor de ferro apresentaram comportamento similar à cor aparente, com valores bastante superiores no ponto 1 e diminuição significativa ao passar pelo sistema de tratamento.

A água coletada no ponto 1 apresentou grandes quantidades de sólidos em suspensão, com valores de turbidez entre 200 NTU e 700 NTU. Apesar do valor médio ter sido superior no período de estiagem, existiram valores similares aos do período chuvoso nesse ponto, indicando que o fator determinante para a turbidez consiste na diferença das quantidades de resíduos na água da lavagem de cada caminhão betoneira.

Os resultados da turbidez no ponto 1 foram significativamente superiores aqueles obtidos para o ponto 2 e também para o ponto 3 ( $p = 0,0017$  em ambos os casos). Por outro lado, os resultados obtidos para o ponto 3 não foram significativamente diferentes da-

queles encontrados para o ponto 2, indicando que houve pouca melhoria desse parâmetro entre esses dois pontos.

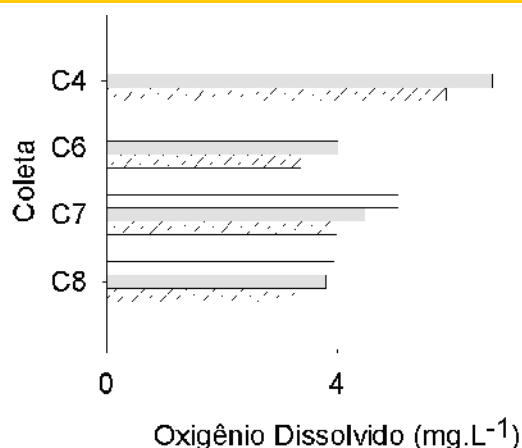
O teor de ferro em cada um dos pontos analisados foi um pouco superior no período de estiagem, pela maior concentração desse metal em função do menor volume de água escoada superficialmente para o sistema de tratamento. A presença desse metal se dá, principalmente, no lastro de concreto que retorna à usina, o qual se sedimenta ao passar pelo sistema de tratamento.

De maneira similar à turbidez, os resultados obtidos para o ponto 1 foram significativamente superiores aos obtidos para o ponto 2 e para o ponto 3 ( $p = 0,017$  em ambos os casos). Contudo, os resultados obtidos para o ponto 3 não foram significativamente diferentes daqueles obtidos para o ponto 2 ( $p = 0,208$ ), indicando que houve pouca melhoria desse parâmetro entre os referidos pontos. A similaridade entre os resultados obtidos para os pontos 2 e 3, no caso da turbidez e do teor de ferro, se deve à velocidade relativamente alta do escoamento da água dentro do sistema de tratamento, o que dificulta a sedimentação das partículas.

Para a análise da viabilidade de reúso da água tratada para fins não potáveis, foram considerados os valores dos parâmetros investigados no ponto 3, na câmara de saída do sistema de tratamento. No caso da cor aparente, verifica-se que foram atendidos os limites especificados nos documentos de referência para a qualidade da água não potável, com exceção de duas coletas efetuadas em dias seguidos, no período chuvoso, em que os resultados foram superiores apenas ao limite recomendado por Sautchuk et al. [19] para águas de reúso classe 1, que se destinam à lavagem de veículos e descarga de bacias sanitárias. Assim, caso o uso final da água tratada fosse esse, seria necessário um processo de tratamento adicional para remoção da cor.

No caso da turbidez, os valores encontrados para o ponto 3 foram sempre superiores aos limites recomendados para a água não potável nos documentos de referência utilizados, o que também indica a necessidade de tratamento adicional ao existente na usina. Conforme destacado anteriormente, não constam valores limite para o teor de ferro para a água não potável nos documentos de

**Figura 5 – Teor de oxigênio dissolvido das amostras coletadas no período chuvoso (coletas C4, C6, C7 e C8) nos pontos do sistema de tratamento: 1 (barras de cor branca), 2 (barras de cor cinza claro) e 3 (barras com padrão listrado)**



referência consultados. Em função disso, considerou-se o valor limite para água potável constante em CONAMA 430 [8], sendo que todos os valores obtidos se mantiveram dentro dos limites estabelecidos pela referida resolução.

A Figura 3 apresenta os resultados do teor de cloreto das amostras das 4 coletas realizadas no período chuvoso nos três pontos em estudo. No período de estiagem, este ensaio foi realizado apenas com as amostras de algumas coletas, devido a disponibilidade dos reagentes, resultando, em média, em 40 mg.L<sup>-1</sup> nos três pontos de coleta. Cabe destacar que nesse período houve uma pequena variabilidade entre os dados, não sendo, porém, significativa. Já no período chuvoso, os valores foram mais elevados (valor médio de 120 mg.L<sup>-1</sup> para os três pontos de coleta),

O comportamento desse parâmetro não foi o mesmo em todas as coletas; em algumas delas, os maiores valores ocorreram na câmara intermediária (ponto 2) e em outros, na de entrada (ponto 1). Segundo Su, Miao e Liu [3] a quantidade de cloreto aumenta com a profundidade do tanque, pela sedimentação dos sólidos. Como a coleta das amostras foi feita próximo à superfície da água, houve a sedimentação do material suspenso de um ponto para outro, diminuindo a quantidade de cloreto dissolvido na água.

Somente Sautchuk et al. [19] apresentaram valor limite desse parâmetro para a água não potável para abastecimento, sendo todos os valores encontrados nas amostras coletadas inferiores a ele, não sendo necessário, então, prever algum processo de tratamento adicional para o reúso da água tratada.

O teor de cloro residual da única amostra coletada no período chuvoso foi 0,25 mg.L<sup>-1</sup> para os pontos 1 e 2 e 0,50 mg.L<sup>-1</sup> para o ponto 3. Os valores desse parâmetro para o período de estiagem (coletas C1 a C3) são apresentados na Figura 4. Não houve um comportamento homogêneo do teor de cloro residual nas diferentes amostras coletadas; em uma delas o valor desse parâmetro foi bastante superior no ponto 1 e em outra, no ponto 3. Com exceção da última coleta, os valores obtidos para os pontos 2 e 3 foram iguais. Os

resultados obtidos foram inferiores os valores constantes em NBR 15527 [18], que sugere um intervalo de 0,5 a 3,0 mg.L<sup>-1</sup>.

Os valores do teor de oxigênio dissolvido (OD) para as amostras coletadas no período chuvoso são apresentados na Figura 5. Houve uma pequena diminuição desse parâmetro do ponto 1 para o ponto 3 na maioria das coletas efetuadas. Contudo, o limite proposto por Fiorucci e Benedetti Filho [27] foi ultrapassado em todas as amostras, independentemente do ponto de coleta.

Assim, para o reúso da água, seria necessário corrigir este parâmetro, pois valores elevados do mesmo podem ocasionar, entre outros problemas., corrosão de tubulações e acessórios. Vale ressaltar que a temperatura média da água residuária de concreto manteve-se entre 24,7 e 27,8°C, e que temperaturas mais elevadas provocariam a diminuição da solubilidade do oxigênio na água.

Os valores de alcalinidade da água residuária foram elevados, em função da presença de resíduos do lastro de concreto na betoneira dos caminhões. Os valores obtidos nos três pontos, um em cada coleta realizada no mês de outubro de 2012 (C1 – ponto 1 e ponto 3; C2 – ponto 2) e para a última coleta no mês de fevereiro de 2013 (C8), apresentando os valores, respectivamente, de 1200 e 760 mg.L<sup>-1</sup> (ponto 1), 1680 e 660 mg.L<sup>-1</sup> (ponto 2) e de 1550 e 680 mg.L<sup>-1</sup> (ponto 3) ultrapassaram os limites para água de reúso indicados pela EPA/600/R-12/618 [20]. Por sua vez, o pH foi determinado para as amostras coletadas nos três pontos investigados, no período de estiagem e na primeira coleta (C4) do período chuvoso, e resultou em um valor médio de 12,5. O cimento é rico em carbonatos e bicarbonatos, sendo a principal causa dos valores elevados de alcalinidade e, conseqüentemente, do pH. Assim, há necessidade de diminuição desse parâmetro para o reúso da água tratada.

A dureza total (determinada para as amostras das coletas C1 e C2 do período de estiagem e somente para os pontos 1 e 3) resultou em valores superiores a 1400 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub>, indicando ser uma água muito dura (>300 mg.L<sup>-1</sup> de CaCO<sub>3</sub>). Este resultado foi superior ao da alcalinidade, o que representa uma menor concentração

**Tabela 2 – Resumo dos resultados obtidos para a qualidade da água residuária da usina de concreto e identificação das necessidades de tratamento adicional para o reúso não potável**

Uso não potável previsto	Parâmetros dos documentos de referência		Additional treatment required
	Exigidos	Ultrapassados no presente estudo	
Lavagem de caminhões betoneira	pH Cor aparente Turbidez Alcalinidade	Todos	
Descarga de bacias sanitárias	pH Cor aparente Turbidez Cloro residual Cloreto	pH Cor aparente Turbidez	Acidificação – correção do pH Coagulação química – correção de cor aparente e turbidez Desinfecção (possibilidade de contato).
Lavagem de pátios*	pH Cor aparente Turbidez Cloro residual Coliformes termotolerantes	pH Cor aparente Turbidez	

\* Considerados os valores limites para reúso na irrigação.

de bicarbonatos solúveis. Águas com dureza e alcalinidade elevadas têm um processo formação contínua e prejudicial de crostas internas nas canalizações, ou seja, incrustação inorgânica, inicialmente oriunda da supersaturação de sais pouco solúveis ou insolúveis, resultante da evaporação da água. Assim, há necessidade de previsão de um processo de tratamento adicional para o reúso da água residuária.

Não foram encontrados coliformes termotolerantes em nenhuma amostra coletada nos três pontos investigados, o que indica que não existiu esse tipo de contaminação microbiológica na água coletada no sistema de tratamento.

A Tabela 2 apresenta um resumo dos resultados obtidos, com a indicação dos parâmetros de qualidade da água e do tipo de tratamento a ser conferido à água não potável para fins de reúso nas diferentes atividades identificadas na usina e que prescindem da água potável. Apesar de não terem sido detectados coliformes na água residuária, como há possibilidade de contato da água tratada com a pele, recomenda-se a desinfecção de forma preventiva. Além disso, há necessidade de correção da dureza e do oxigênio dissolvido, parâmetros não contemplados nos documentos consultados, porém importantes em função das características da água residuária em questão.

#### 4. Conclusões

A qualidade da água residuária do concreto indica a necessidade de tratamento adicional para o reúso não potável na própria usina. Considerando-se a qualidade da água não potável para fins de reúso prevista nos documentos de referência que vêm sendo empregados no país para este fim, há necessidade de correção do pH, da cor aparente e da turbidez. Tendo em vista os prováveis usos finais não potáveis, há necessidade de correção também dos seguintes parâmetros: alcalinidade e dureza.

Assim, para o uso não potável na própria usina seria necessário acrescentar ao processo de tratamento, pelo menos, a coagulação e a correção do pH. Importante destacar, contudo, que o emprego de coagulantes químicos, tais como o sulfato de alumínio e o cloreto férrico aumentam o volume do lodo gerado no tratamento, além de alterarem alguns parâmetros físicos e químicos da água. Existem também problemas ligados ao resíduo de alumínio que, em concentrações acima de 200  $\mu\text{g.L}^{-1}$ , pode causar o mal de Alzheimer (Bhatti; Mahmood e Raja [30]). Por isso, é importante investigar a possibilidade de uso de coagulantes naturais, com menor impacto ambiental.

Adicionalmente, recomenda-se a desinfecção de forma preventiva, pela possibilidade de contato direto da água de reúso com os usuários.

A passagem pelo sistema de tratamento existente na usina, composto essencialmente por câmaras de decantação, propiciou uma melhoria da qualidade da água residuária, com exceção da turbidez e do teor de ferro, em que não houve diferença significativa quando comparadas as amostras coletadas nos pontos 2 (câmara intermediária) e 3 (câmara de saída), o que pode ser motivado pela velocidade do escoamento relativamente alta, o que dificulta a sedimentação das partículas.

#### 5. Referências bibliográficas

[01] SEALEY, B.J.; PHILLIPS, P.S.; HILL, G.J. Waste management

issues for the UK ready-mixed concrete industry. *Resources, Conservation and Recycling*, v. 32, p. 321-331, 2001.

[02] CEMENT CONCRETE & AGGREGATES AUSTRALIA. Use of Recycled Water in Concrete Production. Australia, 2007; 27p.

[03] SU; MIAO, B.; LIU, F. Effect of wash water and underground water on properties of concrete. *Cement and Concrete Research*, v. 32, p. 777-782, 2002.

[04] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA Nº 237, DE 22 DE DEZEMBRO DE 1997. Regulamenta os aspectos de licenciamento ambiental estabelecidos na Política Nacional do Meio Ambiente [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 237, DECEMBER 22, 1997. Regulates the aspects of environmental licensing established in the National Environmental Policy]. Published in the DOU No. 247, Monday, 22 December 1997. *Diário Oficial da União*, Brasília, 22 December 1997.

[05] LIMA, A. P.; MOREIRA, B.; ARAÚJO, L. E.; GABRIELE, P. D.; CARVALHO, M. Sustentabilidade na Construção Civil [Sustainability in Civil Construction]. In: Congresso Nacional de Excelência em Gestão, 5º, 2009, Niterói. Anais, Niterói, 2009, 16p.

[06] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Lei Nº 12.305: Institui a Política Nacional de Resíduos Sólidos; altera a Lei no 9.605, de 12 de fevereiro de 1998; e dá outras providências [Ministry of the Environment. Law No. 12,305: Institutes the National Policy for Solid Wastes, alters Law No. 9,605, February 12, 1998, and provides other measures]. Brasília, 2010.

[07] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA Nº 448, DE 18 DE JANEIRO DE 2012 Publicada no DOU Nº 14, quinta-feira, 19 de janeiro de 2012. Altera os arts. 2º, 4º, 5º, 6º, 8º, 9º, 10º e 11º da Resolução nº 307, de 5 de julho de 2002, do Conselho Nacional do Meio Ambiente [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 448, JANUARY 18, 2012 Published in the DOU No. 14, Thursday, January 19, 2012. Alters Art. 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, and 11 of Resolution No. 307, July 5, 2002, from the National Council on the Environment]. *Diário Oficial da União*, Brasília, 19 January 2012.

[08] BRASIL. Ministério do Meio Ambiente. Resolução CONAMA Nº 430, DE 13 DE MAIO DE 2011, Dispõe sobre as condições e padrões de lançamento de efluentes, Complementa e altera a Resolução no 357, de 17 de março de 2005, do Conselho Nacional do Meio Ambiente-CONAMA [Ministry of the Environment. CONAMA Resolution No. 430, MAY 13, 2011, Adopts provisions and standards for the disposal of wastewater, complements and alters Resolution No. 357, March 17, 2005, of the National Council for the Environment]. *Diário Oficial da União*, Brasília, 16 de Maio. 2011.

[09] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Água para amassamento do concreto Parte 1: Requisitos – NBR 15900 [Water for mixing concrete Part 1: Requirements – NBR 15900], Rio de Janeiro, 2009.

[10] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C94 / C94 M – 99: Standard Specification for Ready-Mixed Concrete. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1999.

[11] SANDROLINI, F.; FRANZONI, E. Waste wash water recycling in ready-mixed concrete plants. *Cement and Concrete Research*, v. 31, p. 485-489, 2001.

- [12] CHATVEERA, B; LERTWATTANARUK, P e MAKUL, N. Effect of Sludge Water from Ready-mixed Concrete Plant on Properties and Durability of Concrete Cement and Concrete Composites. Elsevier, v. 28, n. 5, p. 441-450, 2006.
- [13] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). EN 12390-2: Testing hardened concrete – Part 2: Making and curing specimens for strength tests. Brussels, 2008.
- [14] TSIMAS, S; ZERVAKI, M. Reuse of waste water from ready-mixed concrete plants. Management of Environmental Quality: An International Journal, v. 22, n. 1, p. 7–17, 2011.
- [15] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM C403/C403 M-99: Standard Test Method for Time of Setting of Concrete Mixtures by Penetration Resistance. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1999.
- [16] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). EN 196-3: Methods of testing cement – Part 3: Determination of setting times and soundness. Brussels, 2008.
- [17] AMERICAN PUBLIC HEALTH ASSOCIATION. Standard methods for the examination of water and wastewater. 22 ed., 2012. 1496p.
- [18] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS [Brazilian Association of Technical Standards]. Água de chuva - Aproveitamento de coberturas em áreas urbanas para fins não potáveis – Requisitos. - NBR 15527 [Rain water – Recovery from roofs in urban areas for non-potable uses – Requirements – NBR 15527], Rio de Janeiro, 2007.
- [19] SAUTCHUK, C.; FARINA, H.; HESPANHOL, I.; OLIVEIRA, L. H.; COSTI, L. O.; ILHA, M.S.O.; GONÇALVES, O.M.; MAY, S.; BONI, S.S.N.; SCHMIDT, W. (2005) – Conservação e reúso da água em edificações – Manual da FIESP [Conservation and reuse of water in buildings – Manual of the FIESP]. São Paulo. 151 p.
- [20] U.S. ENVIRONMENTAL PROTECTION AGENCY (USEPA). 2012. Guidelines for Water Reuse. EPA. EPA/600/R-12/618, September 2012. Environmental Protection Agency. Washington, D.C.
- [21] MANCA, R. S.; JANNUZZI, G. M. O planejamento integrado de recursos do setor energético como base para o gerenciamento dos recursos hídricos em áreas urbanas [The integrated planning of resources from the energy sector as a basis for the management of water resources in urban areas]. Engenharia Ambiental – Espírito Santo do Pinhal, v. 5, n. 3, 2008, p. 323 – 341.
- [22] LOPES, G. B. Estudo de viabilidade técnica do aproveitamento de água de chuva para fins não potáveis na Universidade Federal de Uberlândia [Study of the technical viability of rain water recovery for non-potable uses in the Federal University of Uberlândia], Uberlândia (MG), Uberlândia, 2012, Masters Dissertation– Federal University of Uberlândia, 190 p.
- [23] BOLTZ; HOWELL. Colorimetric Determination of Nonmetals. 2nd ed., vol. 8. John Wiley & Sons Inc, 1978. 564 p.
- [24] MORUZZI, R. B. Oxidação e Remoção de Ferro e Manganês em Águas para fins de Abastecimento Público ou Industrial – uma abordagem geral [Oxidation and Removal of Iron and Manganese in Waters for Public or Industrial Supply Purposes]. Revista de Engenharia e Tecnologia, V. 4, n. 1, p. 29-43, 2012.
- [25] ROLOFF, T. A. Efeitos da não Aplicação do Controle de Qualidade da Água nas Indústrias Alimentícias [Effects of Not Applying Water Quality Control in the Food Industry]. Sa-Bios: Rev. Saúde e Biol., v. 1, n.1 p.52-57, 2006.
- [26] VON SPERLING, M. Introdução à qualidade das águas e ao tratamento de esgoto [Introduction to water quality and sewage treatment]. 3rd ed. – Belo Horizonte: Department of Sanitary and Environmental Engineering; Federal University of Minas Gerais; 2006.
- [27] FIORUCCI, A. R; BENEDETTI FILHO, E. A importância do oxigênio dissolvido em ecossistemas aquáticos [The importance of dissolved oxygen in aquatic ecosystems]. Química Nova na Escola, n. 22, p. 10 – 16, 2005.
- [28] BUNCHAFT, G.; KELLNER, L. H. M. H. Estatística sem mistérios [Statistics without mysteries]. 2nd. Ed. Vozes. Petrópolis. 2001.
- [29] VOLPATO, G; BARRETO, R. Estatística sem dor [Painless Statistics]. Botucatu: Best Writing, 2011. 64p.
- [30] BHATTI, Z. A.; MAHMOOD, Q.; RAJA, I. A. Sewage Water Pollutants' Removal Efficiency Correlates to the Concentration Gradient of Amendments. J. Chem. Soc. Pak., V. 41, n. 4, p. 665 – 671, 2009.

# Consideration of reinforced concrete crushing through cohesive models

## Consideração do esmagamento no concreto armado através de modelos coesivos

T. B. EVANGELHO<sup>a</sup>  
tiagoevangelho@yahoo.com.br

E. BITTENCOURT<sup>a</sup>  
eduardo.bittencourt@ufrgs.br

### Abstract

In this work, the overlapping crack mode is considered. It permits the modeling of concrete crushing through cohesive surfaces, in a similar way used to simulate fracture. The material is considered in damage when the surfaces interpenetrate each other. Besides simplicity, the big advantage of the methodology is the fact that constitutive relations are independent of the material scale. A generalization is here introduced to consider mixed crushing. Exploratory applications are made considering super-reinforced beams. The effects of the height of the beams, compressive rebars and stirrups are investigated. A good fitting with experiments is obtained.

**Keywords:** reinforced concrete, crushing, cohesive models, finite elements.

### Resumo

Neste trabalho é empregado o modelo de trincas sobrepostas, que permite modelar o comportamento em esmagamento do concreto através de superfícies coesivas, de forma similar à empregada na simulação de fraturas. O material entra em dano de compressão quando há interpenetração das superfícies. Além da simplicidade, a grande vantagem da metodologia é estar baseada em relações constitutivas independentes da escala do material. Uma generalização é introduzida de modo a considerar o modo misto de esmagamento. Aplicações exploratórias são realizadas considerando vigas super-armadas de concreto. Investigou-se o efeito da altura das vigas, das armaduras de compressão e dos estribos. Um bom ajuste com dados experimentais é obtido.

**Palavras-chave:** concreto armado, esmagamento, modelos coesivos, elementos finitos.

---

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Porto Alegre, Brasil.



### 1. Introduction

The post-peak behavior of concrete under compression has fundamental importance on ductility of it, modifying the ultimate behavior of reinforced concrete beams. The fact that post-peak stress-strain relations are strongly dependent on the scale [1] makes the objectivity of the analysis of such cases extremely doubtful. The strong localization of strains observed in the post-peak failure is another important characteristic. It indicates that the energy dissipation in this stage occurs in fact at internal surfaces of the material and not in volume [2]. Due to these two aspects, Carpinteri et al. [3,4] and Corrado [5] proposed a methodology to model concrete crushing using a methodology similar to the cohesive models used in Fracture Mechanics [6,7]. In the cohesive models, cracking is represented discretely by surfaces that separate each other symbolizing the crack opening. In the crushing model these surfaces overlap each other when there is compression. Such methodology is named “the overlapping crack model” by the authors and it is based on Fracture Mechanics principles. Then the constitutive law to represent the post-peak behavior of the concrete in compression is defined by a stress-displacement relation. The constitutive law is then not prone to objectivity problems, i.e. it is not dependent on the scale, as experimentally confirmed by van Vliet and van Mier [8] and by Jansen e Shah [9]. In the present work, the overlapping crack model [3-5] together with the cohesive crack model [7] are used in order to simulate completely the failure process of different reinforced concrete beams. Only super-reinforced beams are considered. In these cases, concrete is crushed in the final stages of the failure process. The overlapping crack model is here generalized in order to consider mixed mode fracture (shear effects), although such cases will not be considered in the experiments. In the chapter 2 is initially described the overlapping crack model considering only normal tractions and then modifications are introduced to consider mixed mode. In the chapter 3, numerical simulations are done. Beams

with different sizes and stirrup types are considered. The effect of compression rebars is also investigated. Final remarks are made in chapter 4.

### 2. The overlapping crack model

In this chapter, the overlapping crack model is described for two situations. First, the case where the cohesive surface is under normal tractions only is considered and, second, a general situation is taken into account, where the surface is under normal and shear tractions. Implementation of the model in a finite element context is also described.

#### 2.1 Consideration of normal tractions

Two internal surfaces of the body are considered where the separation between them is defined as  $w$ . If the surfaces open (cracking) the separation is positive and will be here identified by variable  $w^t$ . A traction  $s$  is then created. As it opposes opening, it is called a cohesive traction [6,7]. If the surfaces overlap (crushing) the separation is negative and will be here identified by variable  $w^c$ . A traction  $s$  is also created in this case, opposing the overlapping. The constitutive relation  $s$  versus  $w^c$  is the crushing constitutive law. In the present work such relation is separated in two parts: the pre-peak and the post-peak.

The pre-peak relation is elastic-linear and is valid for tractions smaller than compression strength ( $\sigma_c$ ). The overlap corresponding to this situation is identified by  $w_c^c$  and must be minimal [10]. The pre-peak relation does not exist in the original overlap crack model. The post-peak relation is defined in Figure 1.

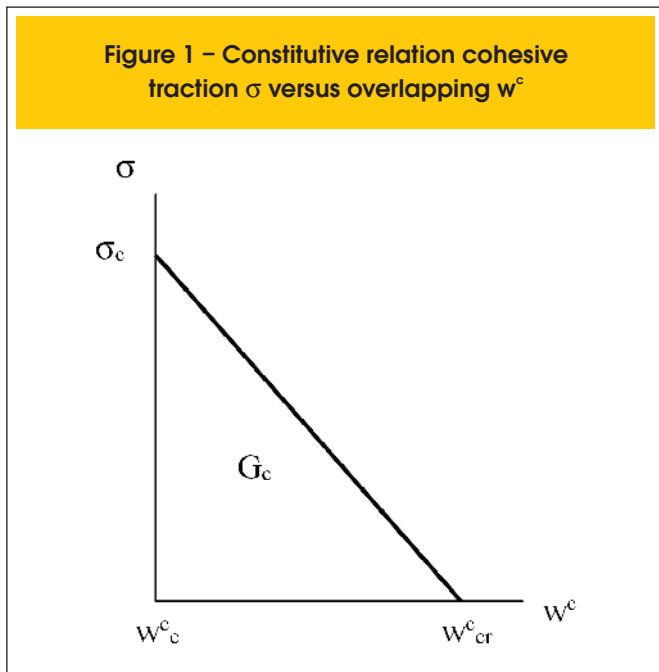
The area under the traction-overlap curve is designated crushing specific energy ( $G_c$ ), in analogy with the specific energy of fracture ( $G_f$ ), which is the area under the traction-opening curve. The overlapping model takes into account, in a simplified way, complex phenomena linked to crushing as fragmentation and propagation of micro-cracks in shear. Then  $G_c$  can be interpreted as the sum of the energy dissipated by micro-cracks during crushing plus friction effects [11]. As a consequence,  $G_c$  is, in general, two or three orders of magnitude greater than  $G_f$ . For plain concrete with  $s_c$  ranging from 20 to 90 MPa, corresponding  $G_c$  ranges from 30 to 58 N/mm [12,13]. However, the most basic aspect to be considered here is that  $G_c$  as well as the traction-overlap relation are concrete properties and are independent of the scale.

Suzuki et al. [13] established models to take into account the confinement effect due to stirrups. The authors determined relations of  $G_c$  with the steel yield stress used in stirrups as well as with the volume fraction of stirrups. The presence of stirrups increases considerably  $G_c$  and critical overlap  $w_{cr}^c$ . For instance, values in the order of up to 500 N/mm are reported to  $G_c$  in case of a high volume fraction of stirrups.

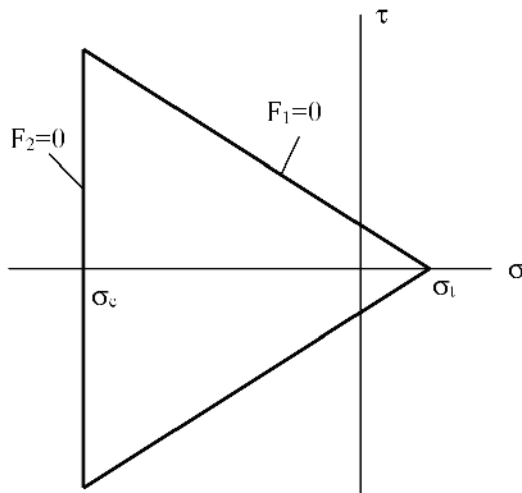
#### 2.2 Mixed mode considerations

The original overlapping crack model [3-5] considers that cohesive surface is subjected to normal tractions only. In this work a generalization is proposed in order to include the effect of shear tractions  $\tau$ .

Shear effects are here considered irrelevant until a limit defined by the Mohr-Coulomb relation is attained. This condition can be



**Figure 2 – Elastic limits of the cohesive elements in space  $\sigma$  versus  $\tau$**

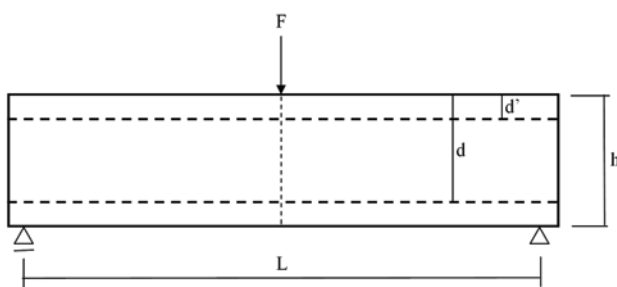


seen in Figure 2.  $F_1=0$  represents the traction limit according to the Mohr-Coulomb failure criterion, while  $F_2=0$  represents the traction limit linked to crushing.  $F_1$  and  $F_2$  are defined below, where  $\phi$  is the concrete friction angle and  $\sigma_t$  its tensile strength.

$$F_1 = |\tau| - (\sigma - \sigma_t) \tan \phi ; F_2 = \sigma - \sigma_c \quad (1)$$

If  $F_1$  and  $F_2$  are smaller than zero, material behavior is elastic. Graphically this situation corresponds to the internal region of the triangle shown in Figure 2. Traction outside the triangle ( $F_1$  and/or  $F_2 > 0$ ) are forbidden and must return to the surface. In this return process irreversible (or “plastic”) deformations are created, which are the responsible to damage the material. For instance, if  $F_2 > 0$ , the return process creates irreversible values of  $w^c$  that ultimately will decrease compression strength

**Figure 3 – Geometry of the beams used in simulations**



$\sigma_t$ , according to relation shown in Figure 1. Graphically this situation can be seen as the line  $F_2=0$  moving toward the right, in Figure 2. The process is completed when  $\sigma_t = 0$ , i.e. the material is completely damaged, without any strength. Details regarding the return process can be find in Evangelho [10] and Lens et al. [7].

### 2.3 Implementation in finite elements

In order to implement the methodology in a finite element context, internal surfaces are created using duplicated nodes in the mesh. Then the link between elements is done by cohesive tractions and not by the connectivity as in a standard methodology.

Once the surfaces are defined, opening and overlapping can be calculated and then cohesive tractions, following the procedures described above. Nodal forces can be obtained from the spatial integration of tractions. These forces are added to the global assemble of forces computed by standard finite element procedures. All non-linearity is confined to cohesive surfaces. The explanation for such restriction is based on the damage nature of the concrete, which is confined at surfaces, the volume remaining elastic-linear. Balance equations are satisfied through the use of the Newton-Raphson solution method. The volumetric finite element used is a linear four-node isoparametric with Lagrangean interpolation function.

## 3. Numerical experimentation

In this chapter, isostatic three-point beams of reinforced concrete are tested. Two points support the beams at the borders and are symmetrically loaded at the center, as seen in Figure 3. Plane strain state is considered. In the numerical modeling, rebars are replaced by a layer of steel with an equivalent height. This height is obtained by dividing the total cross section area of the rebars by the thickness of the beam. The equivalent layer is placed in the same position of the rebars.

The dotted horizontal line at the bottom of the beam in Figure 3 indicates the position of the tensile rebars and the dotted horizontal line at the top the position of the compression rebars. Based on physical observations, it is assumed that crushing process is totally localized at the central transversal section. Cracking is also considered localized at the same section, so all cohesive elements are placed in a central line, perpendicular to the length of the beam, as indicated by the dotted vertical line in Figure 3.

Four different beams are numerically simulated in this work and compared to experimental results of Burns and Siess [14]. Table 1 gives a description of the analyzed beams (denomination follows reference [14]).

**Table 1 – Characteristic of the tested beams (14)**

Beam	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_{esc}$ (MPa)	h (mm)	d (mm)
J1	34	330	305	255
J2	28	330	305	255
J10/J19	25	310	405	355

$\sigma_{esc}^0$  is the initial yield stress of the rebars. In all cases the same tensile rebars are used: two bars with 25,4 mm diameter. J2 beam is the only with compression rebars. They are two with 19 mm diameter and placed at  $d'=50$  mm (Figure 3). The steel is considered elastic-plastic with non-linear hardening defined by equation 2:

$$\sigma_{esc} = \sigma_{esc}^0 + (\sigma_{esc}^\infty - \sigma_{esc}^0)[1 - \exp(-k \varepsilon^{pl})] \quad (2)$$

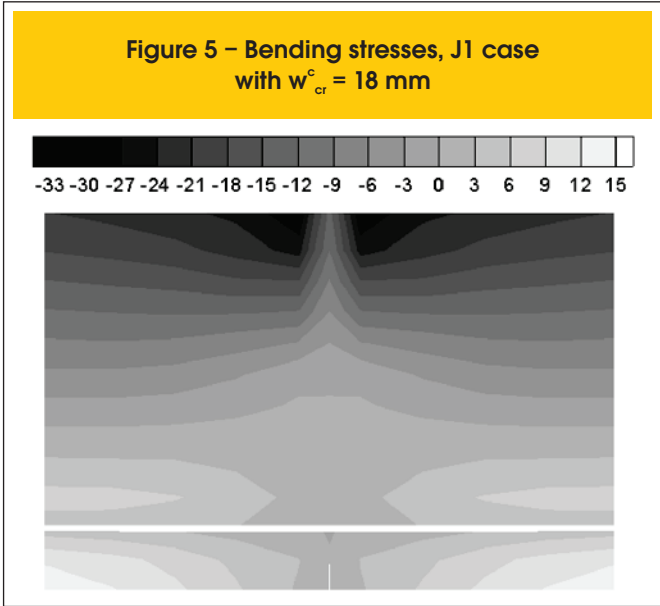
where  $\varepsilon^{pl}$  is the plastic strain. For the constants  $\sigma_{esc}^\infty$  and  $k$  the values 500 MPa and 2.5 are adopted, respectively, in order to adjust the stress-strain relation for the steel.

Except for case J19, all beams have stirrups with diameter equal to 9.5 mm. In case J19 stirrups have a diameter equal to 6.3 mm. In all cases spacing is equal to 150 mm.

Concrete-rebar bonding is modeled according the Code Model 90 [15]. Due to the presence of stirrups the confined condition was used. The length  $L$  of the beams is always the same and is equal to 3650 mm, as well as the thickness, equal to 200 mm.

To consider cracking, tensile strength is defined as  $\sigma_t = 0.3(\sigma_c)^{2/3}$  and  $G_f = 0.09$  N/mm in all cases.

In Figure 4 numerical results of load/deflection for case J1 are shown. Experimental results presented by Burns e Siess [14] are also shown. These authors describe the sequence of events in the experimentation as follows: elastic-linear behavior occurs only at the beginning of the test, with cracking initiating for a very low level of loading. For a loading level around 80 kN, the slope of the load/deflection curve decreases substantially. This change is linked to the onset of steel yielding. Afterwards the concrete crushing begins, decreasing further the curve slope, which ultimately becomes negative. The present model captures all this sequence of events. When crushing is not considered, peak loading is over-estimated by more than 10%, as seen in Figure 4. On the other side, the crushing energy has an effect only on the ductility of the beam. For a critical overlap ( $w_{cr}^c$ ) equal to 5 mm ( $G_c = 85$  N/mm) the maximal



deflection of the beam is not larger than 50 mm. For  $w_{cr}^c = 18$  mm ( $G_c = 306$  N/mm) the ductility is similar to ductility observed in experiments, with a maximal deflection equal to 120 mm.

Figure 5 shows the distribution of bending stresses for the same case J1, in the central region of the beam (case  $w_{cr}^c = 18$  mm). In the compressed zone (top of the beam) it is observed that stresses are never greater than compressive strength. At the very center of the beam stresses are smaller due to crushing and material damage, as expected. Those observations indicate that the use of only one line of cohesive elements is enough to capture crushing effects.

On the other side, in the traction zone (bottom of the beam) it is observed that bending stresses are greater than the tensile strength, estimated here to be around 3 MPa. This observation indicates that the use of only one cohesive line is not enough to capture completely the process of cracking in reinforced concrete.

In Figure 6, J1 and J10 beams are compared. The fundamental difference between them is the larger height of the case J10. It

Figure 4 – Comparison of numerical and experimental results (14) for J1 case. Different critical overlaps are considered. A case where there is not crushing is also considered

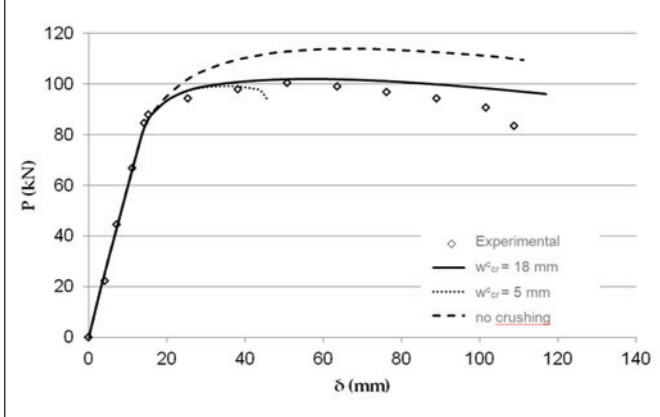
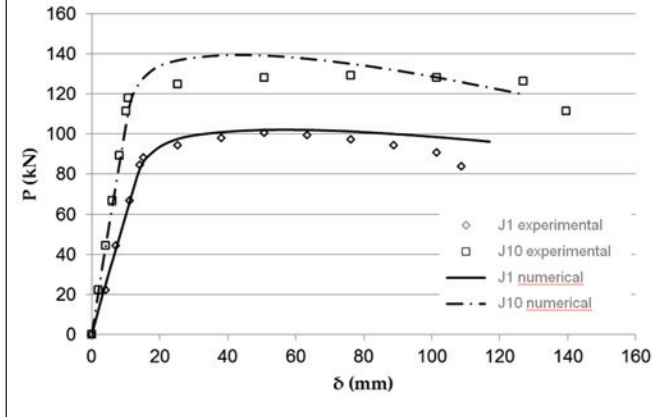


Figure 6 – Comparison of numerical and experimental results (14) for J1 and J10 cases



can be observed a good fit with experiments, as before. In case J1  $w_{cr}^c=18$  mm and in case J10  $w_{cr}^c=22$  mm.

In the simulations made in the present work, cases with larger height present the trend to overestimate the load for steel yielding. According to Carpinteri et al. [16], this loading is strongly influenced by concrete cracking and higher beams tend to suffer more cracking. As the models used in the present work have a poor representation of cracking (Figure 5), this can be an explanation for the difficulties observed in higher beams.

The effect of compression rebars was also investigated. Numerical results are compared with experiments in cases J1 and J2 in Figure 7 (case J2 has compression rebars while case J1 does not, as described before). In both cases the same critical overlap (18 mm) is used.

According to Carpinteri et al. [16], a substantial increase in the ultimate deformation of the beam is expected when compression rebars are introduced. This characteristic is captured by the present model, as seen in Figure 7, where the deformation of J2 beam is approximately three times as much the deformation of J1 beam. Still according to these authors, cracking has small influence in the ultimate behavior of this kind of beam, which is driven by crushing phenomena. As already commented, cracking has influence on the onset of steel yielding, or the beginning of the plateau of the load/deflection curve, exactly where the discrepancy with experiments is larger.

Transversal rebars (stirrups) are used basically to resist shear effects. In the cases analyzed here, they are considered to be rectangular. A decrease in the volume fraction of stirrups leads to a smaller critical overlap [12], case of the J19 beam when compared to others. In Figure 8, the behavior of J19 beam is compared with J10 beam. In the first  $w_{cr}^c=13,75$  mm and in the latter  $w_{cr}^c=22$  mm in accordance with the correspondent volume of stirrups.

It can be concluded, from numerical and experimental results, that the increase in the density of stirrups implies an increase in the beam deflection, without a noticeable increase in the maximal load supported. The reason is that stirrups basically increase ductility via concrete confinement, resulting a greater ultimate deflection.

## 4. Final remarks

In this work the overlapping crack model was used. The model permits to consider concrete crushing through traction/overlap constitutive laws, where scale effects are minimal. An exploratory study of the methodology was done in order to access its viability. Three different three-point beams were considered. Numerical results were compared with experiments [14] with the following conclusions:

- Damage in the reinforced concrete occurs in the following order: cracking, steel yielding and concrete crushing. The model presented in this work (cohesive models for cracking and crushing, coupled with a discrete model for rebars and the bonding concrete/rebar) was able to capture all these phases in a relatively precise way.
- Concretes with a higher crushing energy have a more ductile behavior. This energy increases substantially with the density of stirrups. In the case of plain concrete it is a material property.
- The methodology is able to capture automatically the effects of compression rebars, which increase considerably the ductility of the beam.
- The methodology is able to capture qualitatively the effects of stirrups on ductility.
- The methodology can be easily implemented in any non-linear finite element code.

The main goal of this work was to investigate the viability of the methodology. A more detailed study of the relations between crushing energy and density of stirrups would be very helpful. Another interesting study would be an investigation of the shear effects on crushing behavior. Such study would be fundamental to have a better understanding of rebars pull-out.

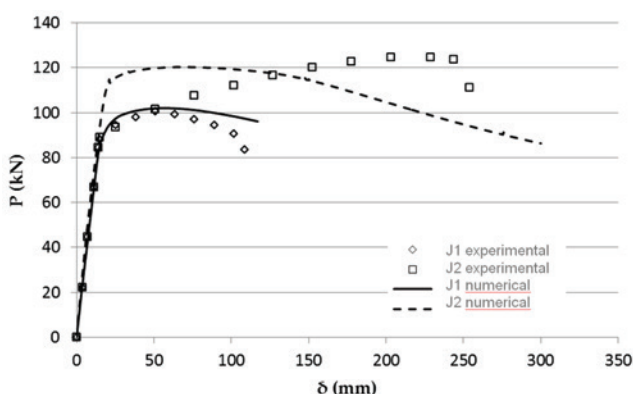
## 5. Acknowledgements

The authors thank CAPES and CNPq for the financial support.

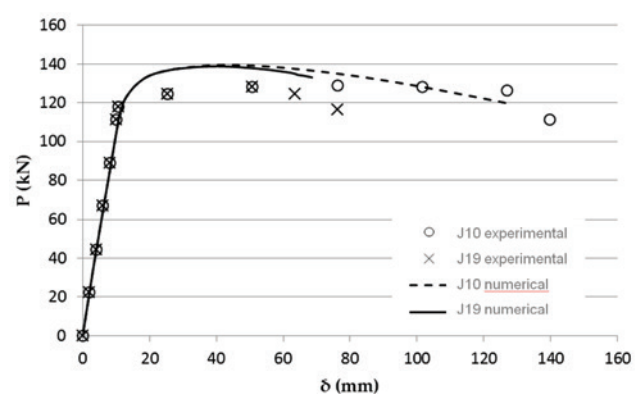
## 6. References

- [01] Indelicato, E. and Paggi M. Specimen shape and the problem of contact in the assessment of concrete

**Figure 7 – Comparison of numerical and experimental results (14) for J1 and J12 cases. (J2 case has compression rebars)**



**Figure 8 – Comparison of numerical and experimental results (14) for J10 and J19 cases. (J19 case has stirrups with smaller diameter)**



- compressive strength. *Materials and Structures*, v.41, n.2, 2008; p. 431-441.
- [02] Van Mier, J. G. M. Strain softening of concrete under multiaxial compression, Eindhoven, 1984, Tese (doutorado) – Eindhoven University of Technology, The Netherland.
- [03] Carpinteri, A., Corrado, M., Paggi, M. and Mancini, G. Cohesive versus overlapping crack model for a size effect analysis of RC members in bending. *In: 6<sup>th</sup> International FraMCoS Conference, Catalonia, 2007, Proceedings*, v.2, p.655-63.
- [04] Carpinteri, A., Corrado, M., Paggi, M. and Mancini, G. A numerical approach to modelling size effects on the flexural ductility of RC beams. *Rilem Materials and Structures*. doi: 10.1617/s11527-00809454-y.
- [05] Corrado, M., Effetti di scala sulla capacità di rotazione plastica di travi in calcestruzzo armato, Torino, 2007, Tese (doutorado) – Politecnico di Torino, Itália.
- [06] Hillerborg, A. Moderer, M. and Peterson, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v.6, n.6, 1976, p.773-782.
- [07] Lens, L. N., Bittencourt, E. and d'Avila, V. M. R. Constitutive models for cohesive zones in mixed-mode fracture of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, v.76, 2009, p.2281–2297.
- [08] van Vliet, M and van Mier, J. Experimental investigation of concrete fracture under uniaxial compression. *Mechanics of cohesive-frictional material*, v.1, n.1, 1996, p.115-127.
- [09] Jansen, D. C. and Shah, S. P. Effect of length on compressive strain softening of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, v.123, n.1, 1997, p.25-35.
- [10] Evangelho, T. B. Consideração do esmagamento do concreto através do modelo de trincas sobrepostas. Porto Alegre, 2013, Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [11] Carpinteri, A., Ciola, F. and Pugno, N. Boundary element method for the strain-softening response of quasi-brittle materials in compression. *Computers and Structures*, v.79, n.4, 2001, p.389-401.
- [12] Carpinteri, A., Corrado, M., Mancini, G. and Paggi, M. The overlapping crack model for uniaxial and eccentric concrete compression tests. *Magazine of Concrete Research*, v.61, n.9, 2009, p.745-757.
- [13] Suzuki, M., Akiyama, M., Matsuzaki, H. and Dang, T. H. Concentric loading test of RC columns with normal and high strength materials and averaged stress-strain model for confined concrete considering compressive fracture energy. *In: 2<sup>nd</sup> International Congress Federation Internationale du Béton, Naples, 2006, Proceedings, session 3*, p.1-10.
- [14] Burns, N.H. and Siess, C.P. Plastic hinging in reinforced concrete. *Journal of Structural Division, ASCE*, v.92, 1966, p. 45-61.
- [15] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. *Bulletin d'Information*, Lausanne, n. 213/214, mar. 1993.
- [16] Carpinteri, A., Corrado, M. and Paggi, M. An integrated cohesive/overlapping crack model for the analysis of flexural cracking and crushing in RC beams. *International Journal of Fracture*, v.161, 2010, p.161-173.



# Consideration of reinforced concrete crushing through cohesive models

## Consideração do esmagamento no concreto armado através de modelos coesivos

T. B. EVANGELHO<sup>a</sup>  
tiagoevangelho@yahoo.com.br

E. BITTENCOURT<sup>a</sup>  
eduardo.bittencourt@ufrgs.br

### Abstract

In this work, the overlapping crack mode is considered. It permits the modeling of concrete crushing through cohesive surfaces, in a similar way used to simulate fracture. The material is considered in damage when the surfaces interpenetrate each other. Besides simplicity, the big advantage of the methodology is the fact that constitutive relations are independent of the material scale. A generalization is here introduced to consider mixed crushing. Exploratory applications are made considering super-reinforced beams. The effects of the height of the beams, compressive rebars and stirrups are investigated. A good fitting with experiments is obtained.

**Keywords:** reinforced concrete, crushing, cohesive models, finite elements.

### Resumo

Neste trabalho é empregado o modelo de trincas sobrepostas, que permite modelar o comportamento em esmagamento do concreto através de superfícies coesivas, de forma similar à empregada na simulação de fraturas. O material entra em dano de compressão quando há interpenetração das superfícies. Além da simplicidade, a grande vantagem da metodologia é estar baseada em relações constitutivas independentes da escala do material. Uma generalização é introduzida de modo a considerar o modo misto de esmagamento. Aplicações exploratórias são realizadas considerando vigas super-armadas de concreto. Investigou-se o efeito da altura das vigas, das armaduras de compressão e dos estribos. Um bom ajuste com dados experimentais é obtido.

**Palavras-chave:** concreto armado, esmagamento, modelos coesivos, elementos finitos.

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, Porto Alegre, Brasil.

## 1. Introdução

O comportamento pós-pico do concreto em compressão tem fundamental importância na avaliação da ductilidade do mesmo, o que afeta por exemplo a capacidade última de vigas de concreto armado. Uma dificuldade que surge neste caso é o fato das relações tensão-deformação pós-pico do concreto serem fortemente dependentes da escala [1], tornando a objetividade deste tipo de análise bastante questionável. Outro aspecto do comportamento pós-pico é o fato de experimentos indicarem uma forte localização da deformação. Isto indica que o processo de dissipação de energia neste regime na verdade ocorre em superfícies internas e não no volume [2].

Em função destes dois aspectos, Carpinteri et al. [3,4] e Corrado [5], propuseram uma metodologia para o modelamento do esmagamento do concreto usando uma abordagem similar à dos modelos coesivos da Mecânica da Fratura [6,7]. Nos modelos coesivos a fissuração é representada discretamente por superfícies que se abrem representando desta forma a abertura das fissuras. No modelo de esmagamento estas superfícies se interpenetram quando há compressão. Tal metodologia foi denominada pelos autores como “overlapping crack model” (será aqui denominada modelo de trincas sobrepostas) e tem seus fundamentos também baseados na Mecânica da Fratura. Assim a relação constitutiva do modelo é definida por uma relação tensão-deslocamento. Esta relação representará o comportamento pós-pico do concreto em compressão. Esta forma de colocar a relação constitutiva (relação tensão-deslocamento) tem a grande vantagem de ser independente da escala, como confirmam experimentos feitos por van Vliet e van Mier [8] e por Jansen e Shah [9], eliminando desta forma os problemas de objetividade relativos ao comportamento pós-pico.

No presente trabalho será empregado o modelo de trincas sobrepostas [3-5] juntamente com o modelo de trincas coesivas [7] de modo a simular completamente o processo de colapso de

diferentes vigas de concreto armado. Apenas as chamadas vigas “super-armadas” serão consideradas de modo que o concreto entre em esmagamento nos estágios finais do colapso. O modelo das trincas sobrepostas é aqui também generalizado de modo a considerar o modo misto de fratura (efeitos de corte), embora tais situações não sejam aqui testadas. No capítulo 2 é inicialmente descrito o modelo de trincas sobrepostas somente considerando tensões normais e posteriormente as modificações introduzidas para a consideração do modo misto. No capítulo 3 são feitas experimentações numéricas. Vigas de diferentes tamanhos e tipos de estribos são consideradas. O efeito de armaduras de compressão é também investigado. Finalmente no capítulo 4 são feitas considerações finais.

## 2. O modelo das trincas sobrepostas

Neste capítulo será descrito o modelo de trincas sobrepostas para duas situações. Primeiro, considera-se um caso no qual a superfície coesiva está submetida apenas à tensões normais e posteriormente um caso misto, no qual a superfície é submetida a tensões normal e de corte. Implementação do modelo num contexto de elementos finitos também é descrita.

### 2.1 Consideração de tensões normais

Duas superfícies internas ao corpo são consideradas nas quais a separação normal entre elas é definida como  $w$ . Se as superfícies se abrem (fissuração) a abertura é positiva e será aqui denominada  $w^f$ . Uma tensão  $\sigma$ , que tende a se opor à abertura, surge e por esta razão é denominada tensão coesiva [6,7]. Se as superfícies se sobrepoem (esmagamento) a abertura é negativa e será aqui denominada  $w^c$ . Tensões  $\sigma$  também surgem neste caso e se opõem a interpenetração. A relação constitutiva tensão  $\sigma$  versus  $w^c$  constitui a relação constitutiva de esmagamento. Diferentemente do modelo de trincas sobrepostas original [3-5], no presente trabalho tal relação constitutiva é separada em duas partes. Uma de pré-pico e outra de pós-pico.

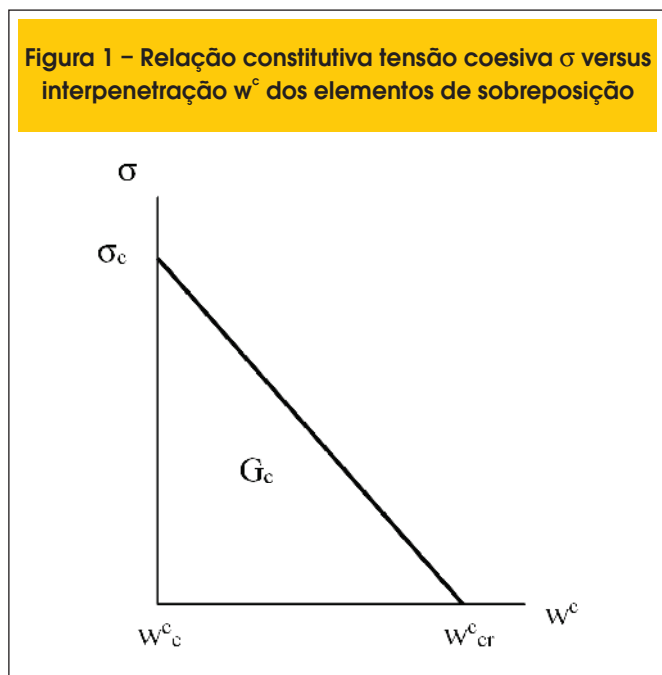
A relação pré-pico é uma relação elástica-linear e é válida até que as tensões atinjam a tensão de ruptura à compressão ( $\sigma_c$ ). A interpenetração correspondente a este caso é denominada  $w_c^e$  e deve ser mínima [10]. A relação pré-pico inexistente no modelo de trincas sobrepostas original.

A relação pós-pico é definida na Figura 1.

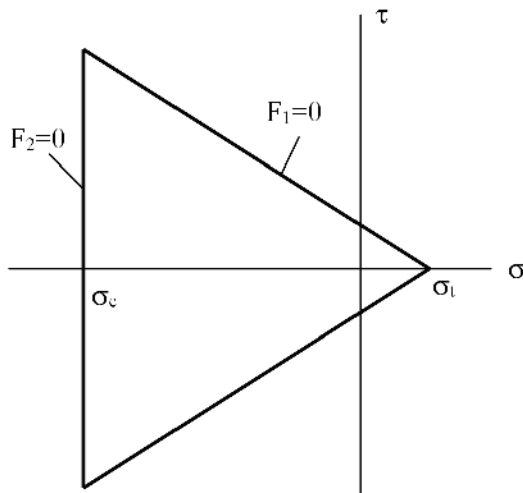
A área sob a curva tensão-interpenetração é denominada de energia específica de esmagamento ( $G_c$ ), numa analogia com a energia específica de fratura ( $G_f$ ) que corresponde a área abaixo da curva tensão-abertura. O modelo de trincas sobrepostas considera, de forma simplificada, processos complexos que ocorrem no esmagamento como fragmentação e propagação de trincas em corte. Assim  $G_c$  pode ser interpretado como a soma da energia de fratura dissipada por micro-trincas durante o fenômeno de esmagamento mais efeitos friccionais [11]. Por esta razão em geral  $G_c$  é de duas a três ordens de magnitude maiores que  $G_f$ . Para concretos com  $\sigma_c$  variando de 20 a 90 MPa,  $G_c$  varia de 30 até 58 N/mm [12,13]. No entanto, o aspecto mais fundamental a ser considerado aqui é que tanto  $G_c$  como a forma da relação tensão-interpenetração são uma propriedade do concreto e independem da escala.

Suzuki et al. [13] formularam modelos para levar em consideração o confinamento do concreto induzido por estribos. Os autores es-

Figura 1 – Relação constitutiva tensão coesiva  $\sigma$  versus interpenetração  $w^c$  dos elementos de sobreposição



**Figura 2 – Superfície elástica limite dos elementos coesivos, no espaço  $\sigma$  versus  $\tau$**



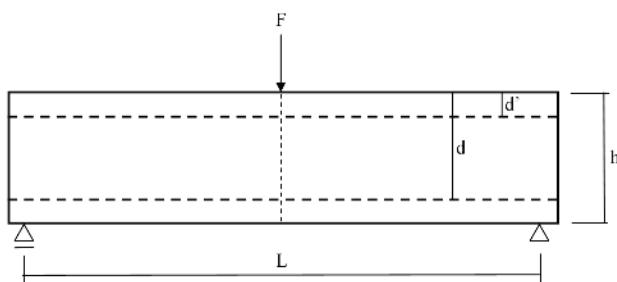
tabelecem relações de  $G_c$  com a tensão de escoamento e fração volumétrica dos estribos. Importante a ser ressaltado aqui é que a presença dos estribos aumenta consideravelmente tanto  $G_c$  como a interpenetração crítica  $w_{cr}^c$ . Por exemplo, valores na ordem de até 500 N/mm são reportados para  $G_c$  no caso de elevados níveis de fração volumétrica de estribos.

## 2.2 Consideração do modo misto

Os modelos originais de trincas sobrepostas [3-5] admitem que a superfície coesiva esteja submetida somente a tensões normais. Neste trabalho uma generalização é proposta de modo a considerar o efeito das tensões de corte  $\tau$ .

Considera-se que o efeito de corte é desprezível até que o limite definido pela relação de Mohr-Coulomb é atingida. Esta condição pode ser visualizada na Figura 2.  $F_1=0$  representa o limite de tensões conforme o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, enquanto  $F_2=0$  representa o limite de tensões causado pelo esmagamento.

**Figura 3 – Geometria das vigas empregadas nas simulações**



$F_1$  e  $F_2$  são definidos abaixo, onde  $\phi$  é o ângulo de atrito do concreto e  $\sigma_t$  é sua resistência à tração.

$$F_1 = |\tau| - (\sigma - \sigma_t) \tan \phi ; F_2 = \sigma - \sigma_c \quad (1)$$

Se  $F_1$  e  $F_2$  são menores que zero, o comportamento é elástico e corresponde à zona interna do triângulo mostrado na Figura 2. Estados de tensões fora do triângulo ( $F_1$  e/ou  $F_2 > 0$ ) são proibidos e devem retornar para sobre a superfície. Neste processo de retorno se desenvolvem deslocamentos irreversíveis (ou "plásticos") que danificam o material. Por exemplo, se  $F_2 > 0$  o processo de retorno desenvolve valores irreversíveis de  $w^c$  que farão com que a resistência à compressão  $\sigma_c$  diminua conforme a relação mostrada na Figura 1. Graficamente esta situação pode ser visualizada na Figura 2 com a reta  $F_2=0$  se movendo para a direita. O processo se completa quando  $\sigma_c = 0$ , ou seja o material está completamente danificado sem mais resistência alguma. Detalhes quanto ao processo de retorno podem ser encontrados em Evangelho [10] e Lens et al. [7].

## 2.3 Implementação em elementos finitos

No caso de implementação em elementos finitos, as superfícies internas são criadas gerando nós duplos na malha. Ou seja, a ligação entre elementos passa a ser feita via tensões coesivas e não mais através da conectividade como nos métodos usuais. Definidas as superfícies, pode-se calcular deslocamentos e tensões coesivas, estas obtidas dos processos descritos acima. Finalmente é necessário integrar espacialmente as tensões coesivas, o que fornecerá forças internas que se somarão às forças internas normalmente computadas em problemas usuais de elementos finitos.

Deve-se ressaltar aqui que toda a não linearidade do comportamento do concreto é restrita às superfícies coesivas. Isto se dá devido a natureza do processo de dano do concreto, que tanto em tração como em compressão é restrito às superfícies, permanecendo o volume do material elástico-linear.

Devido a não-linearidade, o método de Newton-Raphson é empregado como método de solução. Os elementos finitos empregados são isoparamétricos quadriláteros lineares com função de interpolação de Lagrange.

## 3. Experimentação numérica

Neste capítulo simulam-se vigas isostáticas de concreto armado

**Tabela 1 – Características das vigas ensaiadas (14)**

Viga	$\sigma_c$ (MPa)	$\sigma_{esc}$ (MPa)	h (mm)	d (mm)
J1	34	330	305	255
J2	28	330	305	255
J10/J19	25	310	405	355

em flexão de três pontos, dois apoios e um ponto de aplicação de carga no centro da borda superior da estrutura, como exemplifica a Figura 3. Estado plano de deformação é considerado. Na modelagem numérica, as barras de armadura são substituídas por uma camada de altura equivalente de aço, obtida dividindo a área da seção transversal total da armadura pela largura da viga. O centro de gravidade da camada de altura equivalente de aço coincide com o centro de gravidade da armadura.

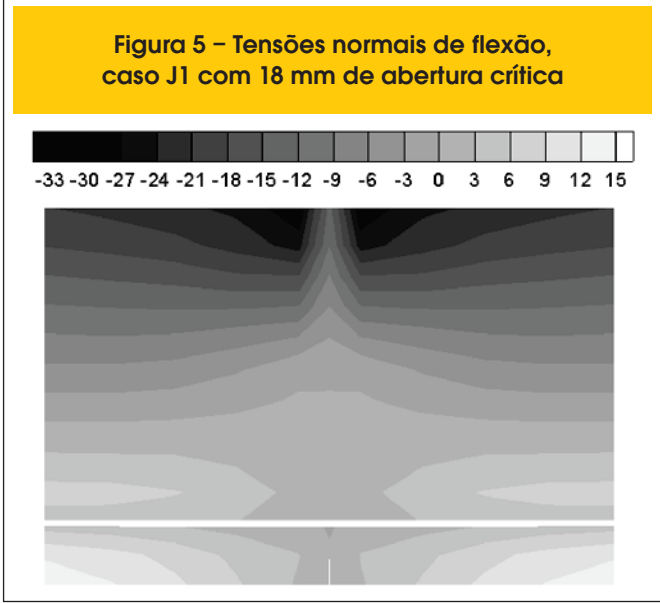
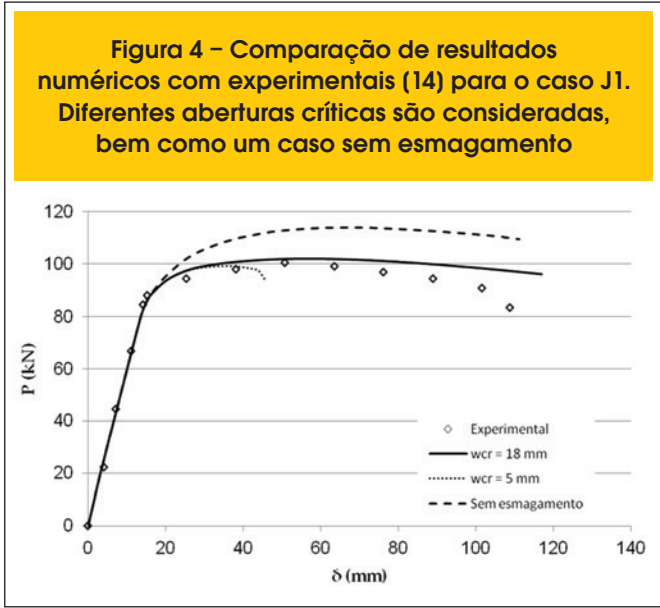
A linha horizontal pontilhada inferior na Figura 3 indica a posição da armadura de tração e a linha horizontal pontilhada superior a armadura de compressão. Assume-se que todo o processo de esmagamento é totalmente localizado na seção transversal central, o que é consistente com as constatações físicas quanto ao esmagamento. A fissuração também é considerada localizada na mesma seção, de modo que todos os elementos coesivos são considerados numa linha central, perpendicular ao comprimento da viga, conforme indica a linha pontilhada vertical na Figura 3.

Quatro diferentes vigas foram numericamente simuladas neste trabalho e comparadas com resultados experimentais de Burns e Siess [14]. A Tabela 1 fornece a descrição das vigas analisadas (denominação conforme [14]).

Onde  $\sigma_{esc}^0$  é a tensão de escoamento inicial da armadura. Em todos os casos a mesma armadura de tração é empregada: duas barras de diâmetro 25,4 mm. A viga J2 é a única que possui armadura de compressão e consiste de duas barras de diâmetro 19 mm posicionada em  $d'=50$  mm. O aço da armadura é considerado elasto-plástico com endurecimento não linear definido pela equação 2:

$$\sigma_{esc} = \sigma_{esc}^0 + (\sigma_{esc}^\infty - \sigma_{esc}^0)[1 - \exp(-k \epsilon^{pl})] \quad (2)$$

Onde  $\epsilon^{pl}$  é a deformação plástica. Para as constantes  $\sigma_{esc}^\infty$  e  $k$  foram adotados os valores 500 MPa e 2,5, respectivamente, de modo a ajustar a relação tensão-deformação do aço empregado nos experimentos.



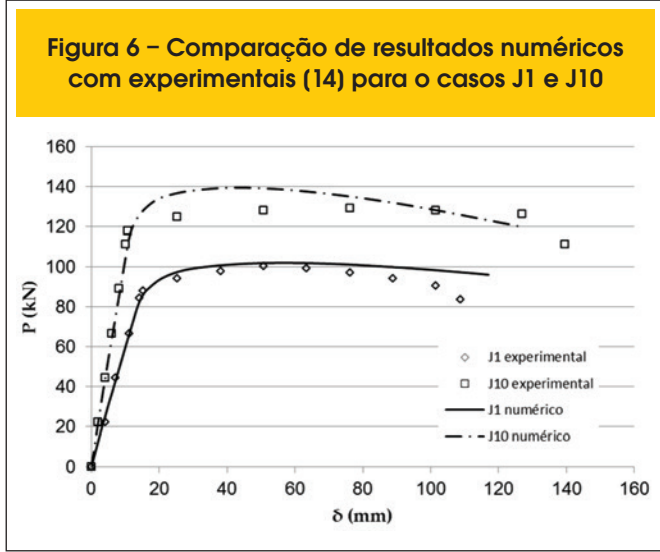
Com exceção do caso J19, as vigas possuem estribos de 9,5 mm de diâmetro. No caso J19 os estribos têm 6,3 mm de diâmetro. Em todos os casos o espaçamento dos mesmos é de 150 mm.

Admite-se neste trabalho um comportamento de aderência entre concreto e armadura conforme o Código Modelo 90 [15]. Devido à presença de estribos a condição confinada foi empregada.

O comprimento  $L$  das vigas é o mesmo e vale 3650 mm, bem como a largura, que vale 200 mm.

Para a consideração da fissuração, a resistência à tração é definida como  $\sigma_t = 0,3(\sigma_c)^{2/3}$  e  $G_f = 0,09$  N/mm em todos os casos.

Na Figura 4 são mostrados resultados de simulação carga/deslocamento para três diferentes situações, comparadas com o resultado experimental apresentado por Burns e Siess [14] para o caso J1. Estes autores descrevem a sequência de eventos no ensaio da seguinte forma: o comportamento elástico-linear só ocorre para níveis muito baixos de carga, quando então começa a fissuração do concreto. Para níveis de carga em torno de



80 kN, a não linearidade aumenta e corresponde ao início do escoamento do aço. Logo em seguida tem início o esmagamento do concreto, quando então a relação carga/deflexão tende a se tornar decrescente. Esta sequência de eventos é capturada pelo presente modelo.

Quando o esmagamento não é considerado, valores de carga de pico são superestimados em mais de 10%, como mostra a figura. Já a energia de esmagamento tem efeito somente sobre a ductilidade da viga. Para uma abertura crítica de 5 mm ( $G_c=85$  N/mm) a deflexão máxima não ultrapassa 50 mm. Já para uma abertura de 18 mm ( $G_c=306$  N/mm) a ductilidade é próxima daquela observada nos experimentos, com uma deflexão máxima de 120 mm.

A Figura 5 mostra a distribuição das tensões normais de flexão para o mesmo caso J1, na região central da viga (caso com abertura crítica de 18 mm). Observa-se que as tensões na zona comprimida (parte superior da viga) nunca ultrapassam a resistência a compressão. Também pode-se observar uma zona de alívio das tensões no centro da viga que corresponde à zona que sofreu maior esmagamento, conforme esperado. Tais constatações indicam que o uso de uma única linha com superfícies coesivas é suficiente para capturar os efeitos do esmagamento.

Por outro lado, na zona de tração (parte inferior da viga) observa-se que as tensões ultrapassam as tensões de resistência a tração, estimada aqui em torno de 3 MPa, o que indica que o uso de apenas uma linha com superfícies coesivas não é suficiente para capturar completamente a fissuração no concreto armado.

Na Figura 6 as vigas J1 e J10 são comparadas. A diferença fundamental entre elas é a altura ligeiramente maior do caso J10. Pode-se observar um bom ajuste novamente com os dados experimentais. No caso J1 empregou-se a mesma abertura crítica de 18 mm e no caso J10 de 22 mm.

Existe uma tendência dos casos com maior altura de viga de que a carga obtida numericamente no início do escoamento do aço fique superestimada em relação aos dados experimentais. Conforme comentado por Carpinteri et al. [16], esta região da curva é fortemente influenciada pela fissuração. Como o modelo empregado

fornece uma representação mais pobre da fissuração (Figura 5), esta pode ser uma justificativa para a dificuldade dos resultados numéricos em ajustar os experimentos em vigas mais altas.

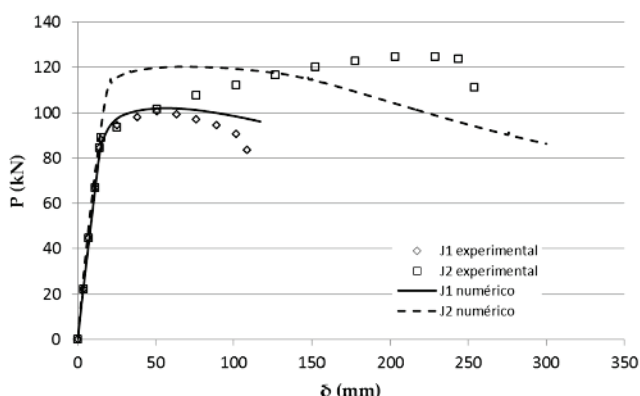
Foi investigado também o efeito da armadura de compressão. Resultados numéricos são comparados com experimentais nos casos J1 e J2 na Figura 7 (caso J2 possui armadura de compressão conforme descrito acima). Em ambos os casos a mesma abertura crítica de 18 mm foi empregada.

De acordo com Carpinteri et al. [16], há um considerável aumento da deformação última com a incorporação da armadura de compressão, caso capturado neste trabalho, conforme se nota da Figura 7, onde a deformação da viga J2 é aproximadamente três vezes maior que a da viga J1. Ainda segundo estes autores, a fissuração tem pouca influência no comportamento último deste tipo de vigas, sendo este controlado por fenômenos relacionados ao esmagamento. Conforme já comentado anteriormente, a fissuração tem influência no início do patamar da curva força/deflexão, justamente onde o presente modelo apresenta menor precisão.

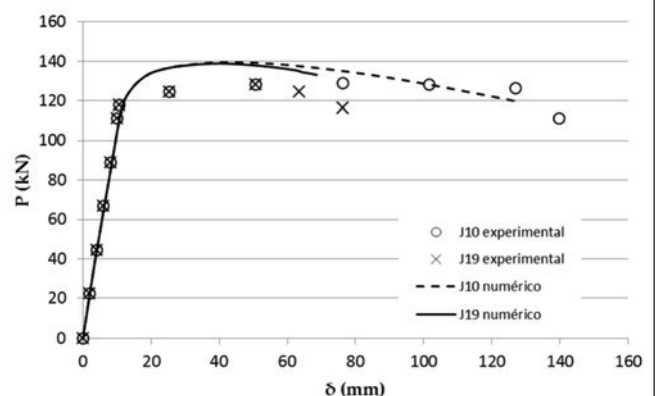
Para resistir aos esforços de cisalhamento, emprega-se as armaduras transversais, os estribos. Nos casos aqui analisados os mesmos possuem formato retangular fechado e são colocados de maneira perpendicular às armaduras. Segundo Carpinteri et al. [12], a diminuição da taxa de estribos determina uma diminuição da sobreposição crítica, caso da viga J19 em relação às demais. Comparou-se aqui o comportamento da viga J19 com a J10. Resultados experimentais também são disponíveis e são mostrados na Figura 8. Buscou-se estabelecer-se uma proporcionalidade com os valores de sobreposição crítica sugeridos por Carpinteri et al. [12], assim este valor para o caso J19 foi de 13,75 mm. (Para o caso J10 o mesmo valor de 22 mm foi empregado).

A partir dos resultados numéricos e experimentais pode-se concluir que o aumento na taxa de armadura transversal implica em um aumento na deflexão última, contudo, sem aumentar de modo significativo o valor da carga máxima suportada pela viga. Isto se deve ao fato de que a presença de estribos influencia basicamente na ductilidade, uma vez que aumenta o confinamento do concreto, com um consequente aumento na deformação última.

**Figura 7 – Comparação de resultados numéricos com experimentais (14) para o casos J1 e J12. (Caso J2 possui armadura de compressão)**



**Figura 8 – Comparação de resultados numéricos com experimentais (14) para o casos J10 e J19. (Caso J19 possui estribos de menor diâmetro)**





## 4. Conclusões

Neste trabalho foi considerado o chamado modelo coesivo de trincas sobrepostas, que permite considerar o esmagamento do concreto através de relações constitutivas do tipo tensão/interpenetração, nas quais o efeito de escala é mínimo. Um estudo exploratório da metodologia foi realizado com o objetivo de observar sua viabilidade, considerando vigas de três pontos submetidas à flexão. Os resultados foram comparados com experimentos [14] com as seguintes conclusões:

- O uso de modelos coesivos (tanto para consideração da fissuração como do esmagamento), juntamente com um modelo discreto para as barras de armadura e aderência concreto/armadura, é capaz de simular todas as etapas de dano no concreto armado, ou seja, pela ordem: fissuração, escoamento do aço e esmagamento.
- Concretos com maior energia de esmagamento, tendem a ter um comportamento mais dúctil. A energia de esmagamento é fortemente aumentada com a densidade e resistência dos estribos, porém é uma propriedade no concreto simples.
- A metodologia é capaz de capturar automaticamente os efeitos da inclusão de armadura de compressão, que tende a aumentar consideravelmente a ductilidade da viga.
- A metodologia também é capaz de, qualitativamente, capturar o efeito dos estribos na ductilidade da viga.
- A metodologia é de fácil implementação em qualquer código não-linear de elementos finitos.

O objetivo principal deste trabalho foi estudar qualitativamente a viabilidade do uso da metodologia. Pretende-se no futuro estudar de forma mais detalhada como definir a energia de esmagamento como uma função da densidade dos estribos ou do confinamento do concreto, que são os fatores mais importantes na definição desta energia. Outro tema a ser estudado no futuro é o efeito dos termos de corte no comportamento em esmagamento. Tal efeito é fundamental para entender, por exemplo, o processo de arrancamento das armaduras.

## 5. Agradecimentos

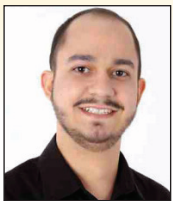
Os autores agradecem à CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro.

## 6. Referências bibliográficas

- [01] Indelicato, E. e Paggi M. Specimen shape and the problem of contact in the assessment of concrete compressive strength. *Materials and Structures*, v.41, n.2, 2008; p. 431-441.
- [02] Van Mier, J. G. M. Strain softening of concrete under multiaxial compression, Eindhoven, 1984, Tese (doutorado) – Eindhoven University of Technology, The Netherlands.
- [03] Carpinteri, A., Corrado, M., Paggi, M. e Mancini, G. Cohesive versus overlapping crack model for a size effect analysis of RC members in bending. *In: 6<sup>th</sup> International FraMCoS Conference, Catalonia, 2007, Proceedings*, v.2, p.655-63.
- [04] Carpinteri, A., Corrado, M., Paggi, M. e Mancini, G. A numerical approach to modelling size effects on the flexural ductility of RC beams. *Rilem Materials and Structures*. doi: 10.1617/s11527-00809454-y.
- [05] Corrado, M., Effetti di scala sulla capacità di rotazione plastica di travi in calcestruzzo armato, Torino, 2007, Tese (doutorado) – Politecnico di Torino, Itália.
- [06] Hillerborg, A. Moderer, M. e Peterson, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research*, v.6, n.6, 1976, p.773-782.
- [07] Lens, L. N., Bittencourt, E. e d'Avila, V. M. R. Constitutive models for cohesive zones in mixed-mode fracture of plain concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, v.76, 2009, p.2281-2297.
- [08] van Vliet, M. e van Mier, J. Experimental investigation of concrete fracture under uniaxial compression. *Mechanics of cohesive-frictional material*, v.1, n.1, 1996, p.115-127.
- [09] Jansen, D. C. e Shah, S. P. Effect of length on compressive strain softening of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, v.123, n.1, 1997, p.25-35.
- [10] Evangelho, T. B. Consideração do esmagamento do concreto através do modelo de trincas sobrepostas. Porto Alegre, 2013, Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- [11] Carpinteri, A., Ciola, F. e Pugno, N. Boundary element method for the strain-softening response of quasi-brittle materials in compression. *Computers and Structures*, v.79, n.4, 2001, p.389-401.
- [12] Carpinteri, A., Corrado, M., Mancini, G. e Paggi, M. The overlapping crack model for uniaxial and eccentric concrete compression tests. *Magazine of Concrete Research*, v.61, n.9, 2009, p.745-757.
- [13] Suzuki, M., Akiyama, M., Matsuzaki, H. e Dang, T. H. Concentric loading test of RC columns with normal and high strength materials and averaged stress-strain model for confined concrete considering compressive fracture energy. *In: 2<sup>nd</sup> International Congress Federation Internationale du Beton, Naples, 2006, Proceedings, session 3*, p.1-10.
- [14] Burns, N.H. e Siess, C.P. Plastic hinging in reinforced concrete. *Journal of Structural Division, ASCE*, v.92, 1966, p. 45-61.
- [15] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. *Bulletin d'Information, Lausanne*, n. 213/214, mar. 1993.
- [16] Carpinteri, A., Corrado, M. e Paggi, M. An integrated cohesive/overlapping crack model for the analysis of flexural cracking and crushing in RC beams. *International Journal of Fracture*, v.161, 2010, p.161-173.

# Influence of the reinforcement corrosion on the bending moment capacity of reinforced concrete beams: a structural reliability approach

## *Influência da corrosão da armadura na capacidade resistente à flexão de vigas em concreto armado: uma abordagem via teoria da confiabilidade estrutural*



E. A. P. LIBERATI<sup>a</sup>  
elysonpl@usp.br

E. D. LEONEL<sup>a</sup>  
edleonel@sc.usp.br

C. G. NOGUEIRA<sup>a</sup>  
gorlanog@sc.usp.br

### Abstract

Reinforced concrete structures are, certainly, one of the most used types of structure around world. When it is located in non-aggressive environments, it respects, in general, the structural life predicted. Unless the structure be used improperly. However, the durability of these structures is strongly connected to degradation processes whose origin is environmental and/or functional. Among these processes, it is worth to mention those related to corrosion of reinforcements. The reinforcement's corrosion is directly related to the durability and safety of concrete structures. Moreover, the chlorides diffusion is recognized as one of major factors that triggers the corrosion. Therefore, at modelling accurately the chloride diffusion, the corrosion of reinforcements can be better evaluated. Consequently, design criteria can be more realistically proposed in order to assure safety and economy into reinforced concrete structures. Due to the inherent randomness present on chloride diffusion and corrosion, these phenomena can only be properly modelled considering probabilistic approaches. In this paper, the durability of a beam designed using the criteria proposed by ABNT NBR 6118:2003 [1] is assessed using probabilistic approaches. The corrosion time initiation is determined using Fick's diffusion law whereas Faraday's corrosion laws are adopted to model the steel loss. The probability of structural failure is determined using Monte Carlo simulation. The mentioned beam is analysed considering different failure scenarios in order to study the influence of water/cement ratio and environmental aggressiveness on the probability of failure. Based on these results, some remarks are performed considering NBR recommendations and the real probability of failure.

**Keywords:** corrosion of reinforcement, reinforced concrete, Fick's second law, Faradays's laws.

### Resumo

As estruturas de concreto armado estão certamente entre as mais utilizadas no mundo da construção civil moderna. Quando tais estruturas estão localizadas em ambientes não agressivos, elas respeitam, em geral, a vida útil para a qual foram projetadas, a menos, evidentemente, que sejam utilizadas de maneira imprópria, violando as funções para as quais foram projetadas. No entanto, a durabilidade destas estruturas está fortemente vinculada a processos de degradação de origem ambiental, que ocorrem em ambientes considerados agressivos. Dentre estes processos de degradação, destacam-se aqueles que desencadeiam a corrosão das armaduras. Dessa forma, a durabilidade está diretamente associada à corrosão das armaduras, que por sua vez, tem como um dos fatores de maior importância, a difusão de íons cloreto como agente desencadeador do processo corrosivo. Assim, efetuando a modelagem precisa deste fenômeno, a corrosão das armaduras pode ser mais bem avaliada e, conseqüentemente, critérios mais adequados podem ser propostos para proteger o aço dentro do elemento de concreto, garantindo maior segurança estrutural e, portanto, durabilidade da obra. Neste trabalho, os procedimentos descritos pela ABNT NBR 6118:2003 [1] para o dimensionamento de vigas em concreto armado são avaliados por meio de análises probabilísticas. O tempo de início da corrosão das armaduras via penetração de íons cloreto também é analisado a partir do cálculo de probabilidades de ocorrência desse estado limite. Por fim, as leis de Fick e Faraday são utilizadas para a análise da perda de seção transversal de armaduras do elemento estrutural em estudo, submetido à penetração de íons cloreto ao longo do tempo. Para a determinação das probabilidades de falha, o método de simulação de Monte Carlo é utilizado. São apresentados alguns exemplos que mostram a direta influência do fator água/cimento e do ambiente agressivo ao qual o elemento estrutural está inserido na avaliação final probabilidade de falha.

**Palavras-chave:** corrosão de armaduras, concreto armado, segunda lei de Fick, leis de Faraday.

<sup>a</sup> Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, Brasil.

## 1. Introduction

Concrete properties, such as versatility in the design of complex architectural geometries, competitive cost when compared to other structural materials and suitable mechanical properties for a wide range of structural requirements, all enhanced with the addition of steel for structural ductility and tensile resistance, make reinforced concrete the most used construction material in the world since the 1950s [2]. Construction techniques and mathematical models for the design of reinforced concrete structures are currently well developed and consolidated in the context of modern engineering. Although safety, economic and functionality requirements are considered during the design process, structural durability has frequently been neglected. The latest review of the Brazilian design code, ABNT NBR 6118 [1], which addresses the design and construction of reinforced and pre-stressed concrete structures, provided significant improvements to accurately consider durability. The inclusion of environmental aggressiveness classes and the correlation with the quality of concrete, the consideration of limits for water/cement ratios and compressive resistance, the improvement on concrete cover values and on the control of concrete cracking reflect the importance and priority of concrete structural durability in actual engineering applications [3].

According to [3], the following factors are primarily responsible for pathological structural manifestations: deficiencies in design, inadequate concrete cover thickness, inadequate specifications for the concrete and constituent materials, inefficient construction processes, inefficient maintenance procedures and the effects of an aggressive environment at the structure's location. Among these factors, environmental aggressiveness cannot be manipulated and modified by human intervention. Environmental aggressiveness is more severe in coastal zones and industrial neighbourhoods, which are classified as classes IV and III, respectively, by ABNT NBR 6118:2003 [1].

Reinforcement corrosion directly affects the durability of reinforced concrete structures. The diffusion of chloride is recognised as one of most important triggers of the corrosion process [4]. The high costs associated with steel loss, structural material mechanical degradation and repair, the loss of structural stability and the recurrence of these problems make the corrosion of reinforcements the principal pathological manifestation in reinforced concrete structures [5].

The corrosion of reinforcements leads to an expansive reaction that causes concrete cracking. Consequently, the concrete porosity increases [6]. A loss of steel is also observed, which leads to the decrease of both the cross-sectional area of the reinforcing bars and the bending and shear structural resistances. Therefore, reinforcement corrosion directly affects the safety of structures.

In general, the mechanical degradation process of reinforced concrete structures resulting from reinforcement corrosion can be divided into two stages: initiation and propagation. During the initiation period, chlorides penetrate into the concrete cover by the diffusion mechanism. Over time, the chloride concentration grows until a threshold value is reached, leading to reinforcement depassivation and, consequently, the start of corrosion. The propagation period includes the development of corrosion, i.e., the period in which the reduction of steel is observed. The propagation period is relatively short when compared to the initiation period. Therefore, the process of chloride diffusion into concrete pores (the initiation

period) is often used to indicate the durability and service life of reinforced concrete structures in the framework of reinforcement corrosion [7, 8]. Thus, by modelling the chloride diffusion phenomenon, from exterior surface to concrete cover, and determining the chloride concentration growth along the concrete cover over time, the corrosion of reinforcements and concrete damage because of corrosive reactions can be efficiently evaluated. These last two processes begin when a threshold level of chloride concentration is reached near the reinforcements [9-11].

The chloride ingress is controlled by complex interactions between physical and chemical mechanisms in which several sources of uncertainties are observed. This phenomenon is often simplified, without significant loss of accuracy, to a process controlled only by diffusion. Therefore, this problem can be modelled considering the second Fick's law for diffusion, which requires the following assumptions: the apparent diffusion coefficient is constant over time and homogeneous in space, the concentration of chloride in the environment is constant, and the concrete is assumed to be fully saturated. Uncertainties surrounding material properties, environmental conditions and the mathematical/numerical models that simulate corrosion exist. These uncertainties make the modelling of this problem a difficult task. Therefore, purely deterministic approaches cannot properly assess the durability of reinforced concrete structures subject to the corrosion process [12].

After the reliability theory was first applied to structural analyses in the 1980s, the modelling of structural phenomena considering uncertainties became attractive. This approach allows the inclusion of uncertainties in several analyses in a consistent theoretical manner through statistical associations [13]. Therefore, the combination of a mechanical model based on Fick's laws and reliability algorithms allows for a more consistent, comprehensive and reliable framework than a purely deterministic approach. Such models are robust, for instance, in estimating the probability of corrosion start, supporting several maintenance and repair procedures.

Several studies have dealt with the problem of reinforcement corrosion affecting only the reinforcement cross-sectional area without considering the concrete damage effect [10-12]. These methodologies can be considered as preliminary because they do not consider the consequences of corrosion on the concrete mechanical behaviour. However, these approaches may be used in determining pre-design goals.

In this paper, a study on the bending structural resistance loss in reinforced concrete beams subjected to chloride penetration and reinforcement corrosion is performed. The analyses are conducted using a reliability approach, which involves the combination of Fick's laws, empirical laws for corrosion evolution and the bending resistance equations given by [1]. The primary goal is to assess the probability of corrosion initiation and the increase in this probability when the reinforcement corrosion begins. Therefore, this study aims to contribute to the structural durability field, using equilibrium equations defined by a standard code [1], and assess structural safety when mechanical degradation processes are present.

## 2. Simple bending case

The equations that express the equilibrium conditions for bended beams, considering single and double layer of reinforcement, are presented in this section. These formulations are based on the following assumptions [1]:

- a) the structural cross-sections remain plane until structural failure and normal strains along the cross-section are linearly distributed;
- b) the concrete and reinforcement have perfect adherence. Bond-slip behaviour is not considered;
- c) the resistance contribution of tensiled concrete is not considered;
- d) the reduction in failure conditions for concrete not fully in compression is equal to 3,5‰ (domains 3, 4 and 4a);
- e) the maximum elongation allowed for tensiled reinforcement is 10‰. This value is defined to prevent excessive plastic strains;
- f) the distribution of compressive stresses in the concrete follows a parabolic-rectangle stress-strain diagram. However, a simplified rectangular diagram is used, which states that the height of the reinforced concrete is  $y = 0,8x$ . This last diagram assumes that height  $y$  is subjected to a constant compressive stress equal to  $\sigma_{cd}$ .

The strains in the reinforced concrete components subjected to bending belong to domains 2, 3 and 4, which are defined by [1]. Based on these assumptions, the neutral surface is contained within the structural cross-section. Therefore, the cross-section area includes an area in compression and a complementary area in tension.

### 2.1 Design of reinforced concrete considering single and double layer reinforcement

The structural cross-sections with a single layer of reinforcement are cross-sections in which the reinforcement layers are located at the tensile face, whereas cross-sections with a double layer of reinforcement are those in which reinforcement layers are positioned at both compressive and tensile faces. The formulation adopted in this study assumes that reinforcements are positioned in one layer, at either tensiled, compressed or both faces; even in practical applications, more than one layer may be possible. Figure 1 shows the nomenclature used in the adopted formulation, states the strain distribution and the simplified rectangular diagram for stress distribution on concrete, with height  $y = 0,8x$  and the equivalent forces ( $R_c$ ,  $R_s$  and  $R'_s$ ) associated with the rectangular structural cross-section considering double layer of reinforcement ( $A_s$  and  $A'_s$ ). The

cross-section width is defined as  $b$  and the effective depth as  $d$ . Thus, considering Figure 1, the equilibrium of forces and bending moments can be written as follows:

$$R_c + R'_s - R_s = 0 \rightarrow 0,68bd\beta_x f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s = 0 \tag{1}$$

$$M_d = \gamma_f M_a = R_c (d - y/2) + R'_s (d - d') \tag{2}$$

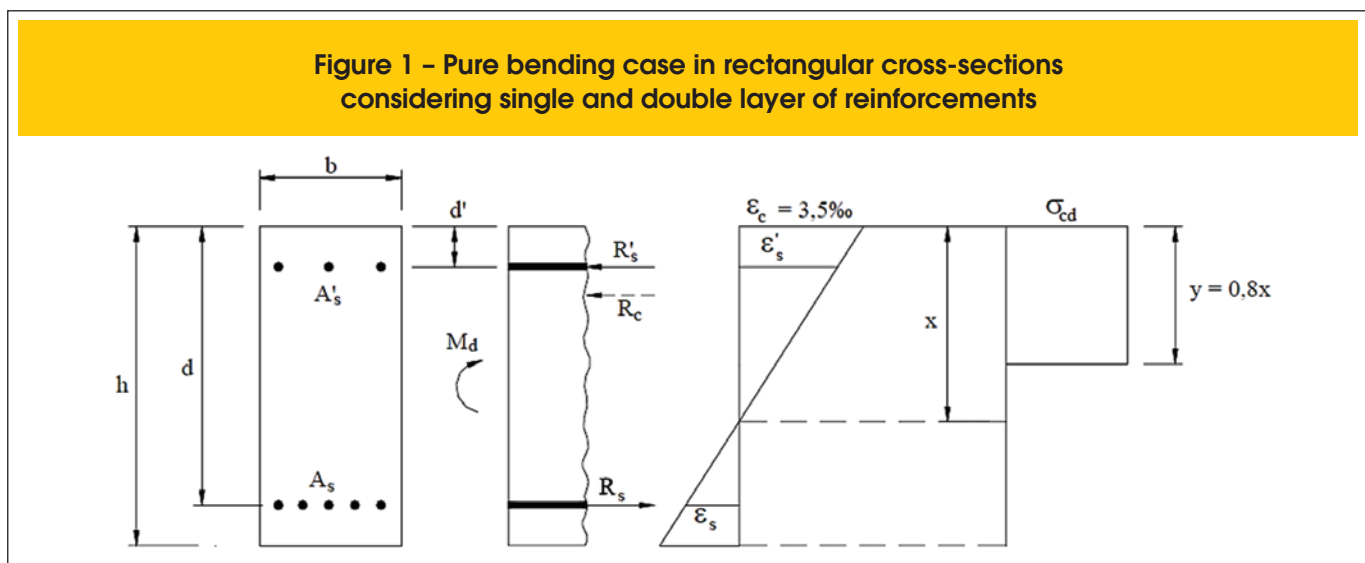
Using the definitions presented in Figure 1, Eq. (2) can be rewritten as follows:

$$M_d = 0,68bd^2\beta_x f_{cd} (1 - 0,4\beta_x) + A'_s \sigma'_s (d - d') \tag{3}$$

If the single layer of reinforcement case is considered, Eq. (3) can be simplified because  $A'_s$  is null. Then, Eq. (1) and Eq. (3) are rewritten, for the single reinforcement layer, as follows:

$$0,68bd\beta_x f_{cd} - A_s \sigma_s = 0 \tag{4}$$

$$M_d = 0,68bd^2\beta_x f_{cd} (1 - 0,4\beta_x) \tag{5}$$





If a simple bended beam subjected to a uniformly distributed load is considered, the maximum exterior bending moment is given by:

$$M_a = \frac{PL^2}{8} \quad (kN.m) \quad (6)$$

where the external load  $P$  is composed of:

$$P = G + Q \quad (kN/m) \quad (7)$$

where  $G$  is the permanent load and  $Q$  is the accidental load. Based on the reinforcement area and cross-section dimensions, the resistance bending moment of a beam is calculated as follows:

$$M_r = 0.408bd^2 f_{cd} \beta_x^2 + A_s \sigma_s d (1 - \beta_x) + A'_s \sigma'_s (d\beta_x - d') \quad (kNm) \quad (8)$$

The structural resistance in terms of bending moment is given by Eq. (8). This equation will be adopted to evaluate the structural resistance over time to assess the probability of structural failure because of reinforcement corrosion.

### 3. Fick's diffusion laws

In 1885, Fick was the first researcher to describe the phenomenon of diffusion through an adaptation of Fourier's empirical heat conduction equations [14]. The transport phenomenon associated with the movement of chlorides along structures exposed to aggressive environments is primarily attributed to the diffusion of chloride ions into concrete pores under a concentration gradient. The coefficient of chloride diffusion, which depends on the pore structure of the concrete, characterises this flow under a given external concentration of chloride. This parameter is a characteristic of hardened concrete. To simulate the chloride ingress and its transport into concrete pores, Fick's diffusion laws [15] have been widely considered acceptable models. Fick's laws for diffusion are applicable for homogeneous, isotropic and inert materials [16]. The mechanical properties related to the diffusion process are assumed identical along all directions and kept constants over time. Because concrete is well known as a heterogeneous, anisotropic and chemically reactive (continued hydration and microcracking process) material, these hypotheses are not completely satisfied. However, the methods commonly adopted for chloride transportation modelling in concrete consider this process to be governed by ionic diffusion only. The concrete cover is assumed to be completely saturated. Therefore, the hypotheses of Fick's laws are acceptable for the chloride ingress modelling. In this case, the material is assumed to be completely saturated, with unidirectional chloride flux, i.e., from the exterior surface into the concrete depth. When chloride diffuses into concrete, a change in chloride concentration,  $C$ , occurs at time,  $t$ , at every point,  $x$ , of the concrete, i.e., it is a non-steady state of diffusion. To simplify the analysis, the diffusion problem

is considered one-dimensional. Numerous chloride ingress engineering problems, such as those discussed in this paper, can be solved using this simplification. Figure 2 shows a typical profile of chloride penetration into the concrete cover.

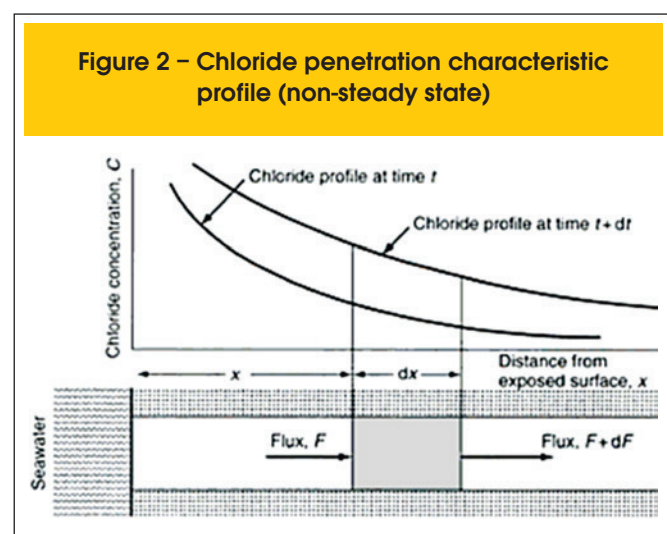
The assumption of Fick's diffusion theory is that the transport of chloride into concrete through a unit section area of concrete per unit of time (the flux  $F$ ) is proportional to the chloride concentration gradient normal to the section. Then:

$$F = -D_c \frac{\partial C}{\partial x} \quad (9)$$

The negative sign in the equation above signifies that the diffusion of chlorides occurs in the direction opposite the increasing concentration of chlorides. The constant of proportionality  $D_c$ , presented in Eq. (9), is called the chloride diffusion coefficient. In general,  $D_c$  is not constant but depends on many parameters, including the time diffusion occurred, location in the concrete and composition of concrete. If the chloride diffusion coefficient is constant, Eq. (9) is usually referred to as Fick's first diffusion law. If this is not the case, the relation is referred to as Fick's first general diffusion law. This simple relation should not always be applied, particularly when the diffusion process may be irreversible or has a history of dependence. In such cases, Fick's diffusion laws are not valid and the diffusion process is considered anomalous. However, non-observation so far indicates that the chloride diffusion into concrete pores should be characterised as an anomalous diffusion. Fick's second law can be derived considering the mass balance principle. Therefore:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -D_c \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (10)$$

To apply Fick's second diffusion law in this form, for concrete exposed to chloride over a long period, the variation of the chloride





diffusion coefficient over time,  $t$ , is required. If only a few observations exist in a specific case, it is possible to estimate the upper and lower boundary for the variation of  $D$  over time. Despite this dependence, a unique case can be considered when the chloride diffusion coefficient is independent of location,  $x$ , time,  $t$  and chloride concentration,  $C$ . In this case, Fick's second law can be written in this simple form:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_0 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (11)$$

where  $D_0$  is the constant coefficient of diffusion.

The solution of the differential equation presented above, for a semi-infinite domain with a uniform concentration at the structural surface, is given by:

$$C(x,t) = C_0 \operatorname{erfc} \left[ \frac{x}{2\sqrt{D_0 t}} \right] \quad (12)$$

where  $C_0$  is the chloride concentration at the structural surface, assumed constant over time; and  $\operatorname{erfc}$  is the complementary error function.

In a physical sense, field conditions deviate significantly from the assumptions implicit in Fick's laws. For instance, the concrete cover is not always saturated with water, and chloride ions penetrate concrete by diffusion and advection provided by the penetrating moisture front. Concrete is not homogeneous because of the presence of microcracking and interconnected pores, and the diffusion coefficient will change over time as hydration proceeds. Hence, Fick's laws are not the ideal model for this phenomenon. However, Fick's laws are often used because the diffusion equation provides the best approximation of laboratory or field data in many cases. Predictions using this approach are valid only if best-fit parameter values are applied to structures with similar material, environmental and field conditions. It is preferable, in using this approach, that concentrations are given in terms of water-soluble chloride because it is generally accepted that corrosion is influenced by the free chloride concentration present in the concrete pore solution [17].

In this paper, Eq. (12) is used to evaluate the time at which the corrosion process starts. After the corrosion initiation phase, the reinforcement areas deteriorate using the relations that will be presented in next section.

If the threshold chloride concentration value at the steel reinforcements is known, then the time for steel depassivation and, consequently, the time for corrosion initiation can be determined. In this case, the time for corrosion initiation can be explicitly obtained as follows:

$$t_r = \frac{1}{D_0} \left\{ \frac{x}{2 \operatorname{erfc}^{-1} [C(x,t)/C_0]} \right\}^2 \quad (13)$$

## 4. Reinforcement corrosion modelling

Corrosion can be defined as the mechanical degradation process that occurs in metallic materials as a result of chemical or electrochemical actions. This process can also be associated with external loads [18]. In corrosion of metallic materials, the material is converted into a non-metallic material. When corrosion occurs, the metal loses some essential properties such as mechanical resistance, elasticity and ductility [19].

The corrosion process can be classified as chemical or electrochemical. The first type of corrosion, also known as dry corrosion or simple oxidation, occurs by a gas-metal reaction, which produces an oxide film. It is a slow process and does not cause substantial deterioration of the metal surfaces, except in the presence of extremely aggressive gases. Electrochemical corrosion produces effective material damage because this type of corrosion involves the conduction of electrons among different regions of the metal [19].

According to the classical corrosion model proposed by [17], the reinforcement corrosion phenomenon occurs in two distinct stages: initiation and propagation. The initiation period is limited by the time required for reinforcement depassivation resulting from the penetration of chlorides. The propagation period includes that time when the cross-sectional area of the reinforcement steel is lost. Therefore, in this final corrosion phase, maintenance and repair are mandatory to avoid structural failure resulting from a decrease in structural resistance. Figure 3 shows the evolution of the cross-sectional diameter of the reinforcements as a function of time, where the initiation and propagation periods are clearly defined.

The amount of reinforcement corrosion during the propagation period will depend on environmental moisture and the amount of available oxygen. These two parameters significantly influence the cathodic process and the concrete resistivity. Temperature also catalyses the corrosion process.

### 4.1 Modelling of reinforcement cross-section area loss

Mathematical approaches for modelling the propagation period of corrosion are not often available in literature because many

Figure 3 – Evolution of corrosion process

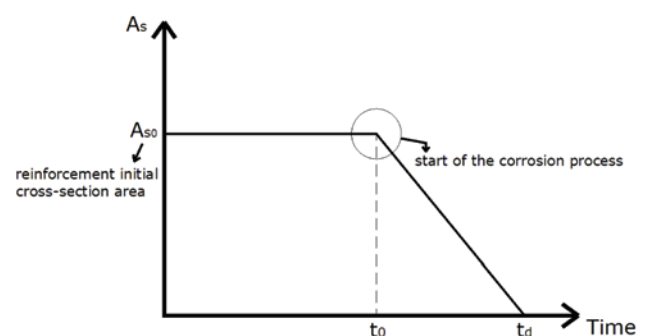
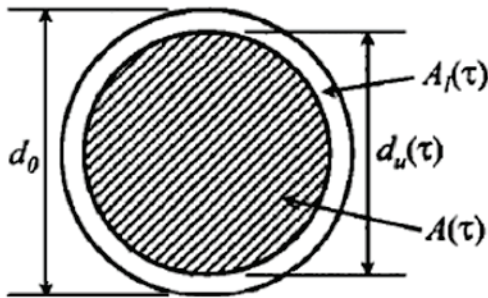


Figure 4 – Uniform corrosion model



researchers consider the initiation period as the structural lifetime. However, the reduction in steel is consistently represented by the models presented in [4, 20]. This model was determined empirically, considering a tropical climate.

In this study, the steel loss is evaluated using the model presented in [4, 20], which assumes that steel corrodes uniformly along its perimeter, as presented in Figure 4. For this model, the diameter of corroded reinforcements is determined as follows:

$$d(t) = \begin{cases} d_{initial} & \text{if } t \leq t_0 \\ d_{initial} - 0.0232i_{CORR}(t - t_0) & \text{if } t > t_0 \end{cases} \quad (14)$$

where  $d_{initial}$  is the reinforcement diameter before depassivation in mm;  $t_0$  represents the time of corrosion initiation in years; and  $i_{corr}$  indicates the corrosion ratio given by  $\mu A / cm^2$ .

The corrosion ratio is calculated using the expression presented in [4], which was determined empirically.

$$i_{CORR} = \frac{37,8(1 - w/c)^{-1,64}}{CVR} \quad (\mu A / cm^2) \quad (15)$$

where  $w/c$  indicates the water/cement ratio and  $CVR$  represents the concrete cover thickness in cm.

## 5. Structural reliability theory and analysis methods

### 5.1 General concepts

The goal of the reliability analysis is to calculate the probability of failure given a specific failure scenario, known as the limit state. Reliability,  $R$ , and probability of failure  $P_f$  are complementary concepts, and  $R=1 - P_f$ .

The first step in the reliability assessment is to identify the basic set of random variables  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  for which uncertainties must be considered. For all of these variables, probability distributions are assigned to model the randomness. These

probability distributions can be defined by physical observations, statistical studies, laboratory analysis and expert opinion. The number of random variables is an important parameter to determine the computing time utilised during the reliability analysis. To reduce the size of the random variable space, it is strongly recommended that all variables whose uncertainties minimally affect the probability of failure should be considered deterministic.

The second step consists of defining a number of potentially critical failure modes. For each mode, a limit state function  $G(X)$  separates the space into the following two regions as described in Figure 5: the safe domain, where  $G(X) > 0$ , and the failure domain where  $G(X) < 0$ . The boundary between these two domains is defined by  $G(X) = 0$ , known as the limit state itself. An explicit expression for the limit state function is not often possible. In this study, the limit state functions are those presented in Eq. (5), Eq. (8) and Eq. (13).

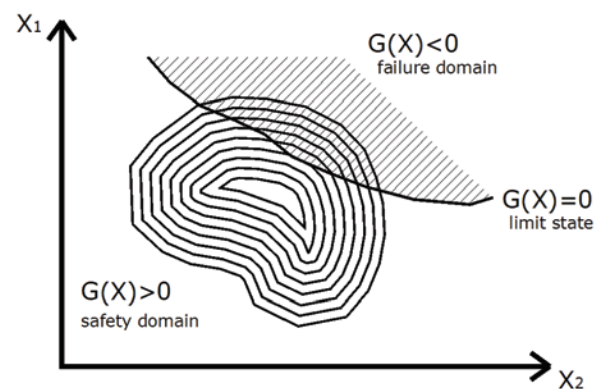
The probability of failure is evaluated by integrating the joint density function over the failure domain [21]:

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (16)$$

where  $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$  is the joint density function of the variables  $X$ . The evaluation of the above integration is impossible in practice because the joint density function does not have an explicit form; alternative procedures have thus been developed based on the concept of reliability index,  $\beta$  [22]. This parameter is defined by the distance between the mean point and the failure point placed at the limit state function  $G(X) = 0$  in the normalised space of random variables. The reliability index allows the calculation of the probability of failure as follows:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (17)$$

Figure 5 – Failure and safety domains considering two random variables



where  $\Phi(\cdot)$  is the standard Gaussian cumulated distribution function. There are alternative procedures available to calculate probabilities of failures that are based on numerical simulation techniques. The Monte Carlo simulation is adopted in this study to determine the probability of structural failure. This approach will be discussed in the following section.

## 5.2 Monte Carlo simulation

Monte Carlo methods are numerical simulation procedures widely used in reliability problems. In this method, a sampling of random variables is used to construct a set of values to describe the failure and safe spaces to calculate Eq. (16). The sampling is constructed based on the statistical distribution assigned for each random variable considered in the problem. Because this method addresses the simulation of the limit state function, the larger the sample, the more accurate the spaces' description and the probability of failure calculation.

The kernel of this method consists of the construction of a sampling for the random variables involved in the problem, as described in Figure 6. The probability of failure is calculated, using a Monte Carlo simulation, using the following equation:

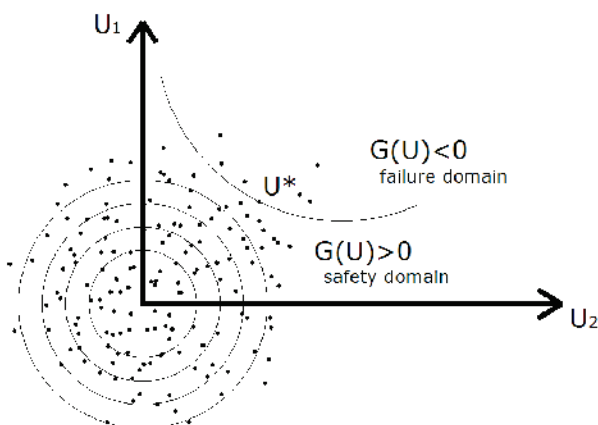
$$P_f = \int_{G \leq 0} f_X(x_i) dx_i = \int_{G \leq 0} I(x_i) f_X(x_i) dx_i = E[I(x_i)] \quad (18)$$

The function  $I(x_i)$  can be estimated as follows:

$$I(x_i) = \begin{cases} 1 \rightarrow G \leq 0 \\ 0 \rightarrow G > 0 \end{cases} \quad (19)$$

By simulating the limit state function for a convenient number of samples, the mean value of  $I(x_i)$  will be an estimator for the probability of failure:

**Figure 6 – Monte Carlo's simulation considering two random variables**



$$\bar{P}_f = E[I(x_i)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i) \quad (20)$$

The disadvantage of this method is the large number of simulations required to accurately compute the probability of failure. Normally, to accurately estimate a probability of failure of  $10^{-n}$ , the number of simulations must be greater than  $10^{n+2}$  or  $10^{n+3}$ . Thus, for engineering structures, when the probability of failure is between  $10^{-3}$  and  $10^{-6}$ ,  $10^5$  to  $10^9$  realisations of the limit state function are required. When complex numerical mechanical models are involved, requiring significant computational times, this method may not be reliable. However, theoretically, when the number of simulations tends to infinity, the calculated probability of failure tends to its real value. Other details about the Monte Carlo simulation can be found in [23].

## 6. Analysis methodology

The structural element analysed in this study is a simple supported bended beam constructed of reinforced concrete and subjected to a uniform distributed load, as shown in Figure 7. The computational codes developed for the design of the analysed beam and all reliability approaches considered were written in FORTRAN.

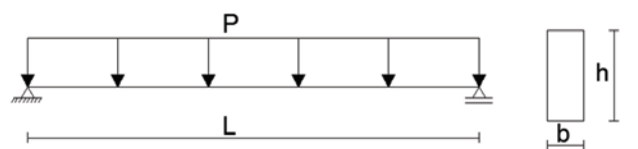
The following deterministic values were adopted for the analyses performed: beam length (L): 6.0 m; cross-section width (b): 17.0 cm; beam height (h): 50.0 cm; stirrups diameter: 6.3 mm; structural lifetime ( $t_p$ ): 50 years; and time assumed for corrosion development ( $t_{corr}$ ): 30 years.

Considering the standard procedures described in [1], the first example of this study determines the probability of structural failure considering the beam presented in Figure 7 without corrosion effects. Several values of  $\beta_x$  are analysed, which are related to the strain domains considered. For the first example, structural failure is observed when the bending moment resulting from an external load is greater than the resistance bending moment of the concrete and steel. The main parameters considered in this reliability analysis are the following:

- Permanent load: G;
- Accidental load: Q;
- Resistance of concrete:  $f_{ck}$ ;
- Yield resistance of steel:  $\sigma_s$ .

The modelling of the corrosion phenomenon in reinforced concrete structures considers two different stages: initiation and propagation. The initiation period is related to the chloride penetration into

**Figure 7 – Structural element considered in this study**



**Table 1 – Results of the design of the reinforced concrete beam analyzed**

Variables	$\beta_x=0.259$	$\beta_x=0.5$	$\beta_x=0.628$ single reinforcements' layer	$\beta_x=0.628$ double reinforcements' layer
d (cm)	44.12	42.50	40.87	40.87
d' (cm)	–	–	–	4.26
As (cm <sup>2</sup> )	7.5	12.50	15.00	17.50
A's (cm <sup>2</sup> )	–	–	–	2.50

the concrete pores over time but steel loss does not occur. During this period, the chloride concentration along the structural cover increases. The corrosion process starts when a threshold level of chloride concentration at the steel reinforcements is reached, leading to the loss of passive chemical protection provided by the concrete (depassivation). The second beam example considered in this paper assesses the probability of failure considering the time for corrosion initiation as the failure scenario. Therefore, failure is observed when the chloride concentration surrounding the steel reinforcements reaches the threshold value. The following parameters are considered in this reliability analysis:

- Threshold level of chloride concentration required to begin the corrosion process [4]:  $C(x, t)$ ;
- Chloride concentration at the structural surface [10]:  $C_0$ ;
- Concrete diffusion coefficient [24]:  $D_0$ ;
- Structural cover thickness [1]:  $x$ .

According to [4], the chloride concentration at the structural surface depends on the aggressiveness of the environment where the structure is located. The structural cover thickness is determined according to the level of environmental aggressiveness, as described in [1]. The concrete diffusion coefficient, which describes the concrete resistance against chloride ingress, is a function of the water/cement ratio.

In the final beam presented, a probabilistic analysis combines the mechanical model given by [1], Fick's laws and corrosion equations. Therefore, the last application assesses the probability of failure considering the effects of the corrosion process on structural resistance, i.e., the loss of reinforcement area. The reinforced concrete beam is evaluated considering different values of  $\beta_x$ . The parameters considered in this last reliability analysis are identical to those presented above.

The probabilistic analyses considered in this study were performed based on different limit state functions to evaluate the influences of an aggressive environment and the water/cement ratio on the development of corrosion process. In the following examples, the analyses were performed considering two aggressive environ-

ments, with four different water/cement ratios for each aggressiveness category. The initial cracks resulting from concrete hardening and creep were not considered.

## 7. Results and discussion

### 7.1 Example 1

In this example, the reinforced concrete beam was designed as follows:  $\beta_x = 0.259$ ;  $\beta_x = 0.500$ ;  $\beta_x = 0.628$  for a single layer of reinforcement; and  $\beta_x = 0.628$  for a double layer of reinforcement. Table 1 presents the values used based on this beam design. The Monte Carlo simulation was then used together with the mechanical model, Eq. (6) and Eq. (8), to assess the probability of structural failure.

For the first evaluation of probability of structural failure, the following limit state function was considered:

$$G_1 = M_r - M_a \quad (21)$$

where  $M_r$  is the resistant bending moment and  $M_a$  is the bending moment from external loads.

Table 2 presents the random variables considered in this analysis and the statistical properties.

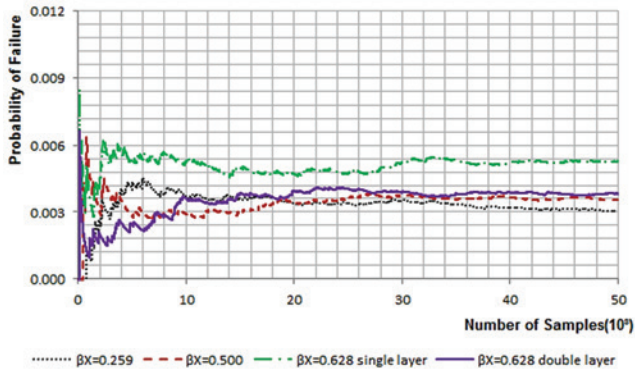
The analyses based on Monte Carlo simulation were performed considering 50,000 samples for each random variable, which produced 50,000 simulations of the limit state function. The relationship between the probability of structural failure and the number of samples can be observed in Figure 8. In all studied cases, the probability of structural failure tends toward convergence as the number of samples increases. This behaviour is expected because when using a Monte Carlo simulation, the larger the sample adopted, the more accurate the results. Therefore, the sample range

**Table 2 – Statistic data for random variables**

Random variable	Mean	Coefficient of variation	Statistic distribution
G	15kN/m	10%	Normal
Q	5kN/m	20%	Gumbel
$f_{ck}$	25MPa	15%	Normal
$\sigma_s$	50kN/cm <sup>2</sup>	10%	Log-normal



Figure 8 – Probability of failure versus number of samples



used in this example provides sufficiently accurate results. Figure 8 also shows that the choice of  $\beta x$  values results in different probabilities of structural failure. The calculated probabilities of structural failure are consistent with the safety values recommended by [25], which range from  $10^{-3}$  to  $10^{-4}$ . The use of different positions for the neutral surface, i.e., different design domains, results in different values of probability of failure, even with the use of identical partial safety factors and other design parameter values.

7.2 Example 2

This example assessed the probability of failure considering the failure scenario defined as the time for corrosion initiation. The limit state function for this example is defined as follows:

$$G_2 = t_R - t_P \tag{22}$$

where  $t_R$  is the time of corrosion initiation calculated using Fick's law and  $t_P$  is the predicted structural life, considered as 50 years.

Figure 9 – Probability of failure versus number of samples for CAII

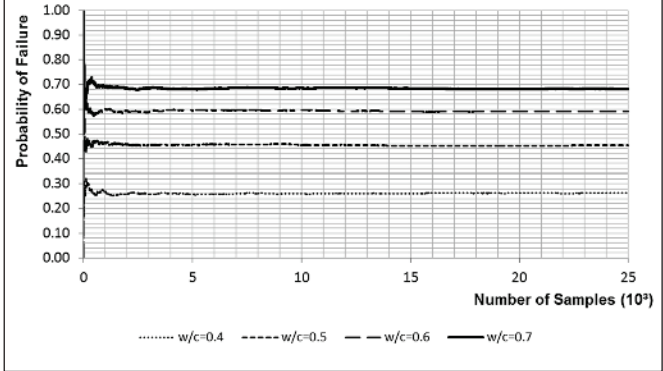


Table 3 presents the random variables considered and the statistical properties.

The concrete diffusion coefficient depends on the water/cement ratio ( $w/c$ ), used during the concrete production. The chloride concentration at the structural surface and the concrete cover thickness depend on the environmental aggressiveness (CA). In this study, the environmental aggressiveness CA II (urban environment) and CA III (marine environment) were considered. For each CA, the following four  $w/c$  ratios were considered:  $w/c=0.4$ ,  $w/c=0.5$ ,  $w/c=0.6$  and  $w/c=0.7$ .

In this example, Monte Carlo simulations were performed considering a range sample of 25,000 for each random variable, resulting in 25,000 limit state function simulations. The results of this analysis are shown in Figures 9 and 10.

According to the results presented in these figures, the probability of corrosion initiation converges to the response as the number of samples increases. In Figure 9, a dependence on the probability of failure values and the  $w/c$  ratio is observed. When the  $w/c$  ratio is 0.70, the probability of failure is 0.70. These values were expected because a larger  $w/c$  ratio indicates a more porous concrete and it is easier for the chloride to penetrate into the structure. This increases the probability of failure.

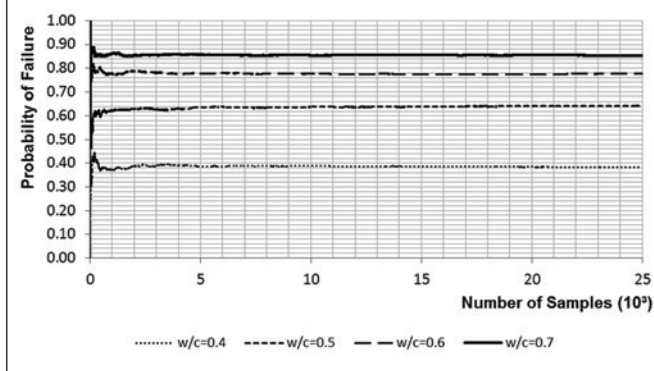
In addition to the influence of the  $w/c$  ratio on the probability of failure, the chloride concentration at the structural surface also has a

Table 3 – Statistic data for random variables

Random variable	Mean	Coefficient of variation	Statistic distribution
$C(x,t)$	$0.9\text{kg/m}^3$	19%	Uniform (0.6 a 1.2)
$C_0$	CA II – $1.15\text{kg/m}^3$	50%	Log-normal
	CA III – $2.95\text{kg/m}^3$	70%	Log-normal
$D_0$	$w/c = 0.4$ – $14.2\text{mm}^2/\text{year}$	75%	Log-normal
	$w/c = 0.5$ – $41.0\text{mm}^2/\text{year}$	75%	Log-normal
	$w/c = 0.6$ – $86.4\text{mm}^2/\text{year}$	75%	Log-normal
	$w/c = 0.7$ – $162.7\text{mm}^2/\text{year}$	75%	Log-normal
$x$	CA II – 30mm	50%	Log-normal
	CA III – 40mm	50%	Log-normal



Figure 10 - Probability of failure versus number of samples for CAIII



major influence on the probability of corrosion initiation. As shown in Figure 10, the change in the environmental aggressiveness significantly increases the probability of failure. For instance, when the structural element is located in a CA III environment, with a w/c ratio of 0.7, the probability of failure reaches 0.85.

The initiation and propagation periods were also studied assuming the mean values for all random variables that influence the corrosion process, i.e.,  $[C(x, t), D_0, C_0, x]$ . Figures 11, 13 and 15 show the results obtained when the analysed beam is located in a CA II environment. The initiation and propagation periods were determined based on the following design configurations:  $\beta_x=0.259$ ;  $\beta_x=0.628$  for a single reinforcement layer; and  $\beta_x=0.628$  for a double reinforcement layer. Different w/c ratio values were adopted.

Figures 12, 14 and 16 present the initiation and propagation periods, assuming CA III environmental aggressiveness.

The results presented in Figures 11-16 indicate the direct influence of the w/c ratio and the chloride concentrations at the structural surface on the reinforcement depassivation.

As observed in previous results, the propagation period for CA II is considerably shorter than the initiation period. Therefore, for this environmental aggressiveness class, the initiation period should be used to evaluate durability.

However, for CA III and high w/c ratios, the opposite behaviour is observed. This behaviour is expected because more porous concrete has larger w/c ratios and the ingress of chloride is easier. When large w/c ratios are considered and the environment is aggressive, the initiation period is short compared to the propagation period. According to [4] and [9], the larger the w/c ratio, the less severe the corrosion rate. This is another factor that reduced the initiation period in this analysis. However, the structural lifetime (initiation and propagation periods together) for CA III is considerable shorter than for the CA II scenario.

Therefore, it can be concluded that for concretes with a low w/c ratio, the initiation period is larger than the propagation period. For concretes with a high w/c ratio, the initiation period is shorter than the propagation period. The durability, i.e., the sum of the initiation and propagation periods, is higher for concretes with a low w/c ratio.

### 7.3 Example 3

In this example, the reinforced concrete beam was analysed considering the following strain domains:  $\beta_x=0.259$ ;  $\beta_x=0.628$  for a single reinforcement layer; and  $\beta_x=0.628$  for a double reinforcement layer to evaluate the probability of structural failure resulting from the loss of structural resistance because of reinforcement

Figure 11 - Initiation and propagation periods considering CA II and  $\beta_x=0.259$

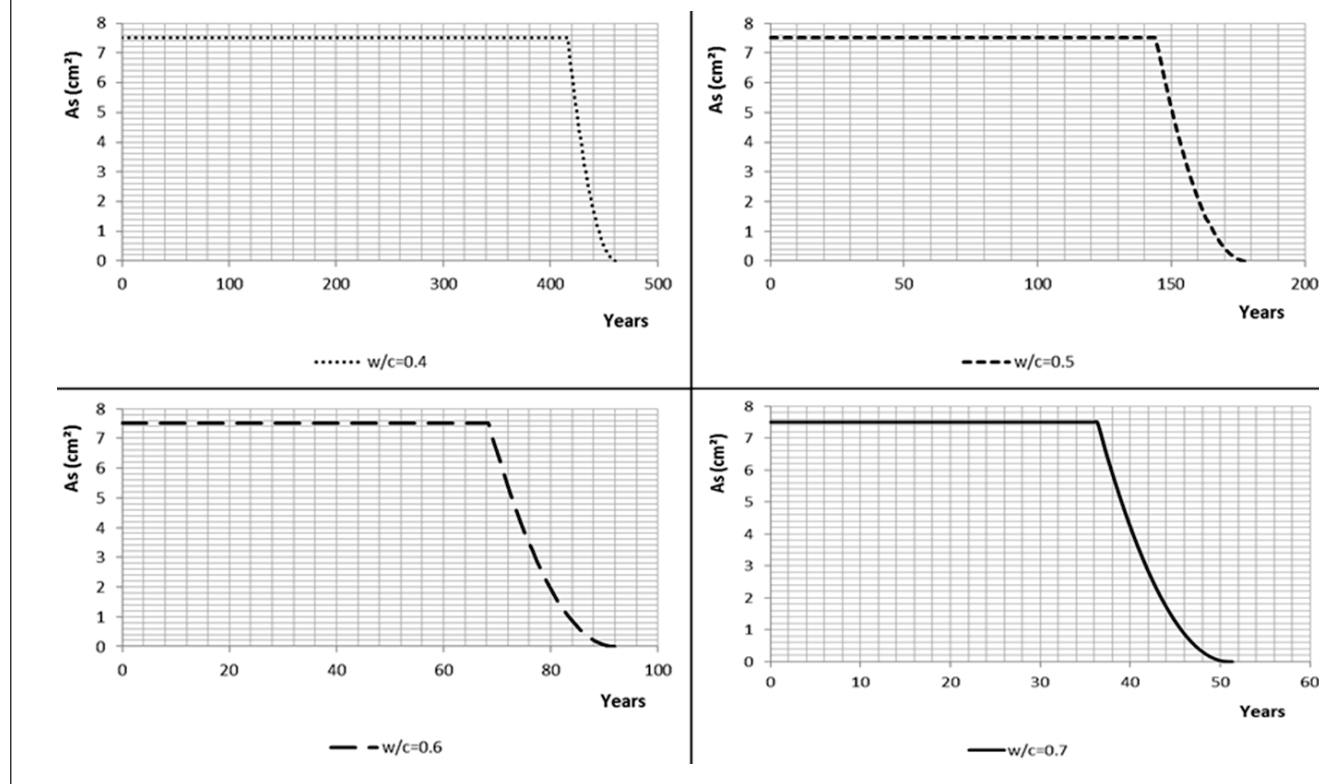


Figure 12 - Initiation and propagation periods considering CA III and  $\beta x=0.259$

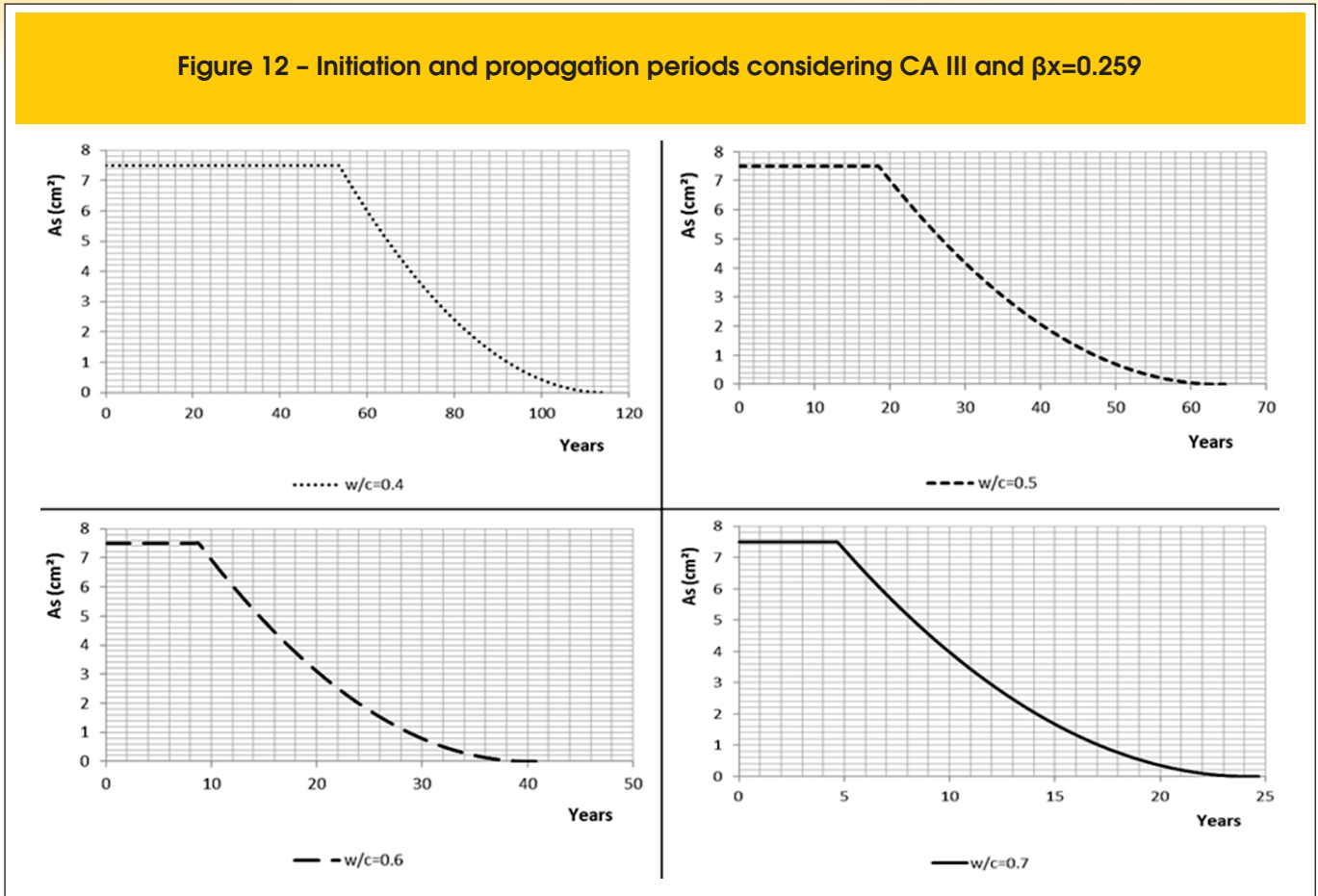


Figure 13 - Initiation and propagation periods considering CA II and  $\beta x=0.628$  single reinforcements' layer

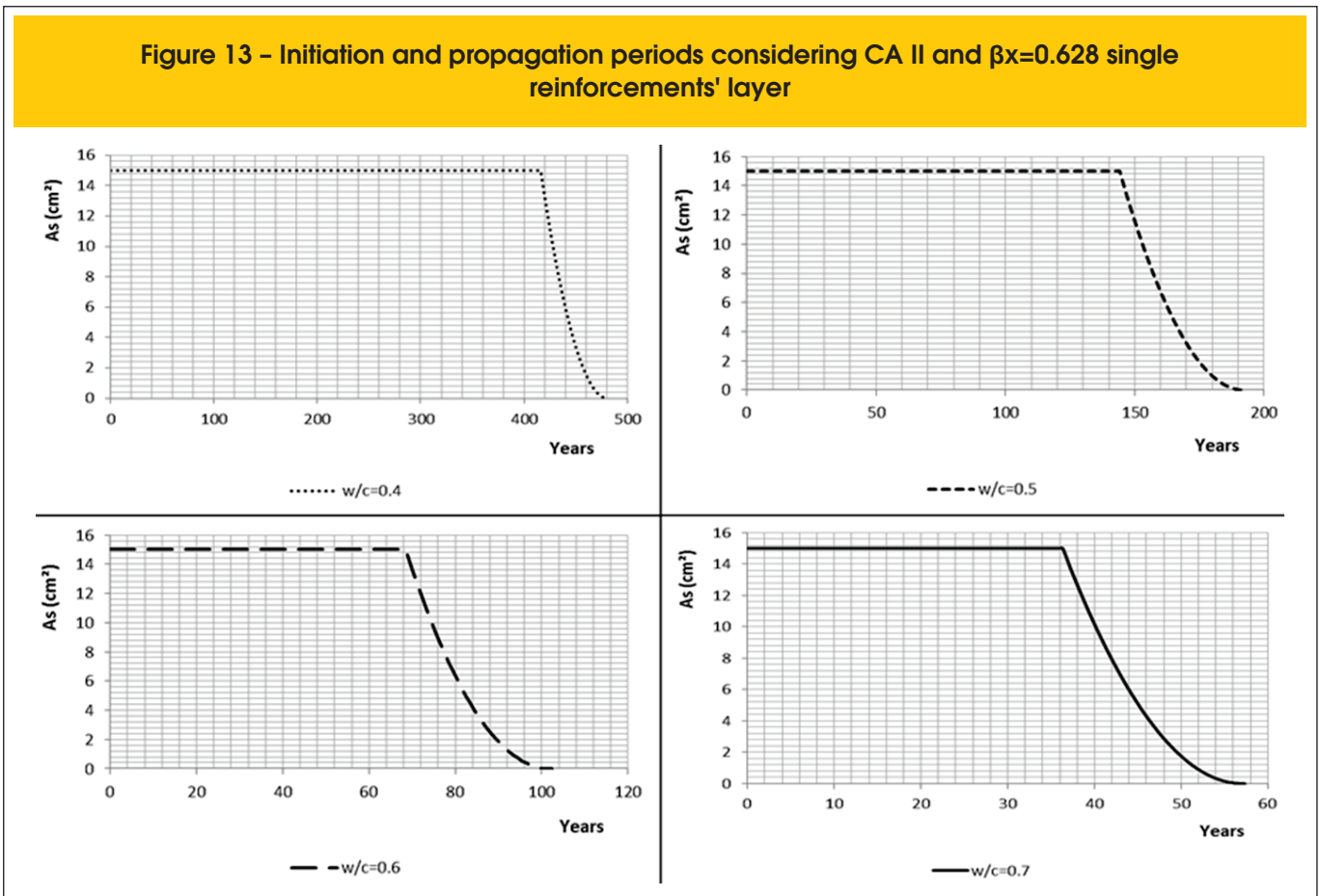


Figure 14 - Initiation and propagation periods considering CA III and  $\beta x=0.628$  single reinforcements' layer

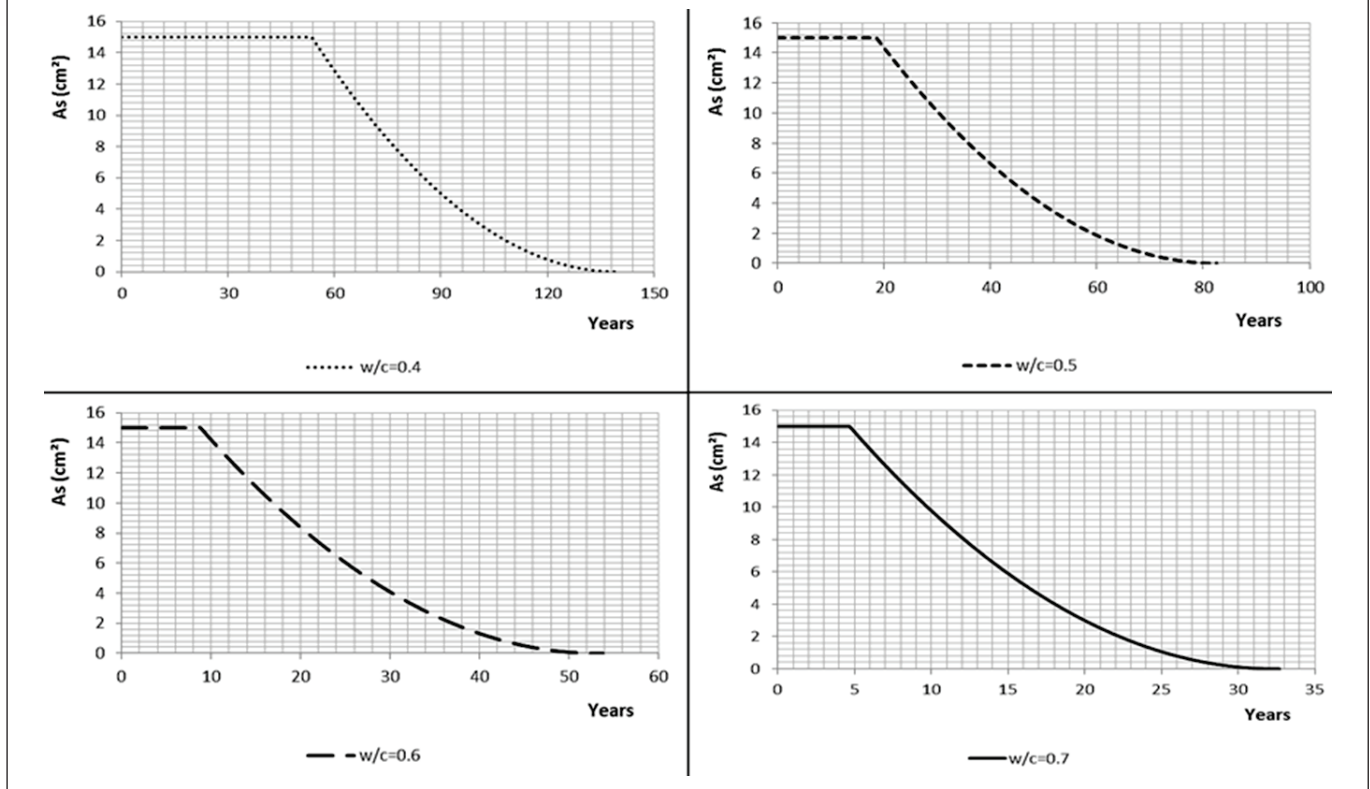
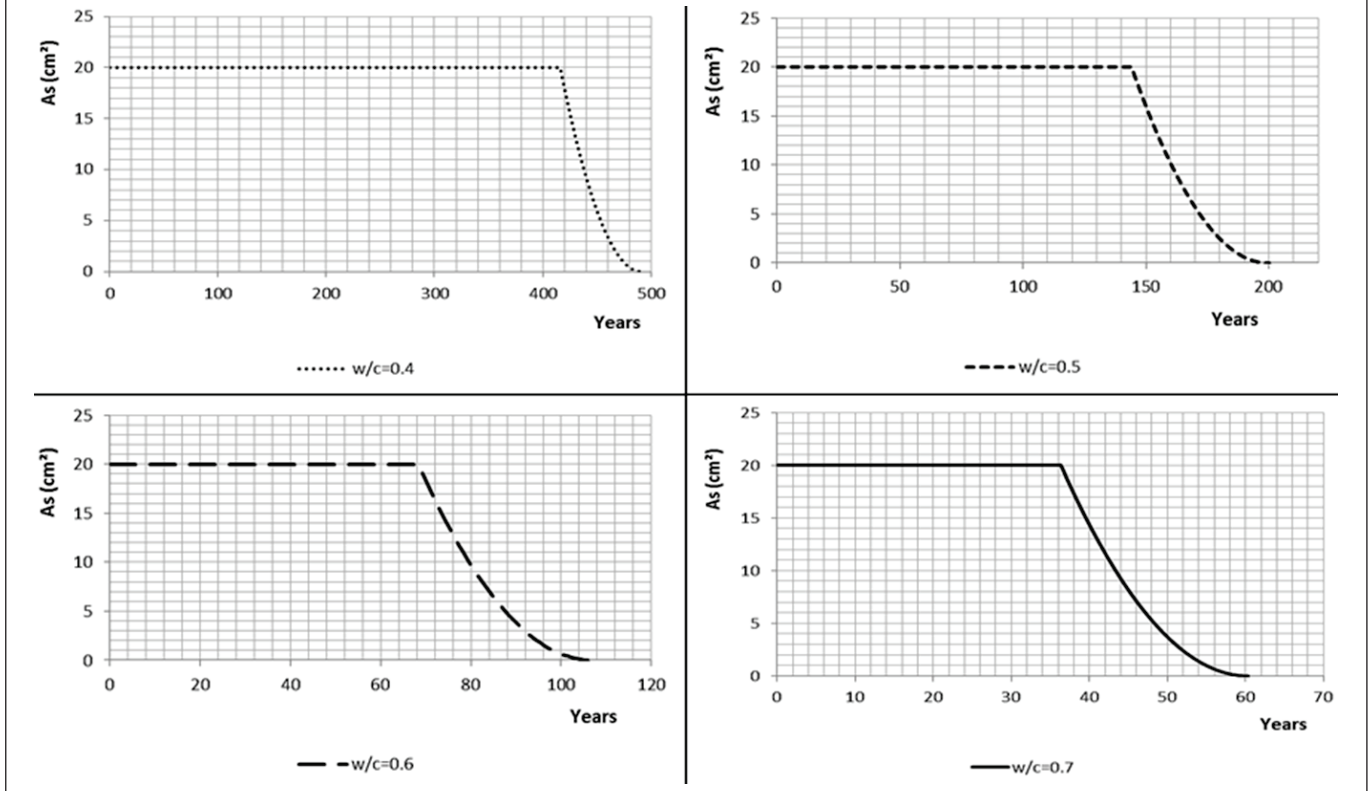


Figure 15 - Initiation and propagation periods considering CA II and  $\beta x=0.628$  double reinforcements' layer





corrosion. The limit state function considered in this analysis is given by:

$$G_3 = M_r - M_a \quad (23)$$

When the initiation period finishes, the corrosion of reinforcements is considered and the reinforcement cross section deteriorates using Eq. (14). After determining the initial reinforcements cross-section from Equations (1), (3) or (4) (for beam with single or double layer reinforcement) the diameter of the corroded reinforcements is determined using Eq. (14). The probabilistic analyses were performed considering a structural lifetime equal to 30 years ( $t_{corr}$ ).

The corrosion rate ( $i_{CORR}$ ) was calculated using CA II (urban environment) and CA III (marine environment) and the following water/cement ratios were used:  $w/c=0.4$ ,  $w/c=0.5$ ,  $w/c=0.6$  and  $w/c=0.7$ .

After determining the diameter of the corroded reinforcements, the neutral surface within the beam cross-section and the reinforcement areas were updated and the resistant bending moment was evaluated using Eq. (8).

The probabilistic analyses were performed using Monte Carlo simulations with 500,000 samples for each random variable. The results are shown in Figures 17–22. These figures illustrate the probability of structural failure over time considering two aggressive environments, three strain domains and four water/cement ratios. Based on the results, the probabilities of failure of 0.003, 0.005 and 0.004 calculated for the strain domains of  $\beta_x=0.259$ ,  $\beta_x=0.628$  for single reinforcement layer and  $\beta_x=0.628$  for double reinforce-

ment layer, respectively, remained constant from construction until reinforcement depassivation, which was expected. After the reinforcement depassivation, the probabilities of failure increased significantly for all  $w/c$  ratio values considered.

As observed in Figures 18, 20 and 22, high environmental aggressiveness (CA III) triggered earlier corrosion of the reinforcements.

## 8. Conclusions

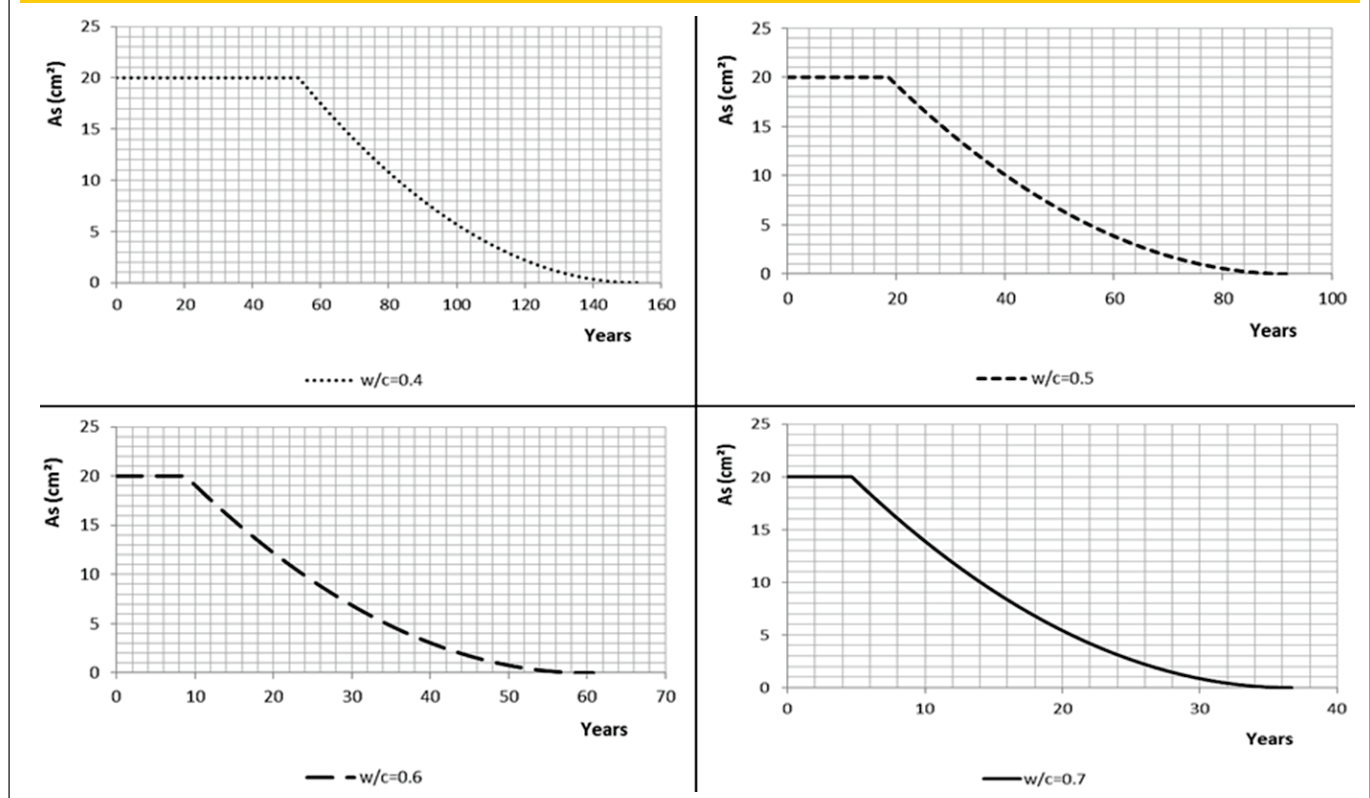
The results from the studied examples indicate that the design procedures presented in [1] result in a safe structural level. The calculated probabilities of failure are in the range  $10^{-3} - 10^{-4}$ , which is acceptable according to [25].

The start of reinforcement corrosion depends on several factors. Of particular importance are the chloride concentration at the structural surface, which is associated with an aggressive environment, and the water/cement ratio, which reflects the porosity of the material. The chloride ingress increases with the porosity of the material.

The durability of reinforced concrete structures should be associated with more accurate cover thickness and water/cement ratio values. By specifying more accurate concrete cover values, the chloride ingress and its concentration over time are improved, delaying reinforcement corrosion. The probabilistic approach, considering the inherent randomness of the variables that influence this mechanical problem, has proven adequate for determining the times for corrosion initiation and reinforcement cross-section deterioration.

Finally, the results presented on this paper inspire studies aiming to consider maintenance and reparation procedures assuming the more probable time of structural failure. This study is due

Figure 16 – Initiation and propagation periods considering CA III and  $\beta_x=0.628$  double reinforcements' layer



in course by the research group headed by the senior author of this paper.

## 9. Acknowledgements

Sponsorship of this research project by CAPES is greatly appreciated. This research is a part of the activities scheduled by the research project USP/COFECUB 2012.1.672.1.0.

## 10. References

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [02] MEHTA, P.; MONTEIRO, P.J. Concrete: Microstructure, Properties and Materials, Third edition, McGraw Hill, 2006.
- [03] BICZÓK, I. Corrosión y protección del hormigón. España: Urmo S. A. De Ediciones, 1972.
- [04] VU, K.A.T.; STEWART, M.G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. *Structural Safety*, v.22, p.313-333, 2000.
- [05] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D.; CODA, H.B. Reliability algorithms applied to reinforced concrete structures durability assessment. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.5, 440-450, 2012.
- [06] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D. Probabilistic models applied to safety assessment of reinforced concrete structures subjected to chloride ingress. *Engineering Failure Analysis*, v.31, p.76-89, 2013.
- [07] JUNG, W.Y.; YOON, Y.S.; SOHN, Y.M. Predicting the remaining service life of land concrete by steel corrosion. *Cement and concrete research*, v.33, p.663-677, 2003.
- [08] KONG, J.S.; ABABNEH, A.N.; FRANGOPOL, D.M.; XI, Y.P. Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v.17, p.305-315, 2002.
- [09] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D.; CODA, H.B. Probabilistic failure modelling of reinforced concrete structures subjected to chloride penetration. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, v.4, p.10, 2012.
- [10] VAL, D.V.; STEWART, M.G. Life-cycle cost analysis of reinforced concrete structures in marine environments. *Structural Safety*, v.25, p.343-362, 2003.
- [11] BASTIDAS-ARTEAGA, E.; CHATEAUNEUF, A.; SÁNCHEZ-SILVA, M.; BRESSOLETTE, P.; SCHOEFS, F. A comprehensive probabilistic model of chloride ingress in unsaturated concrete. *Engineering Structures*, v.51, p.259-266, 2011.
- [12] EL-HASSAN, J.; BRESSOLETTE, P.; CHATEAUNEUF, A.; EL TAWIL, K. Reliability-based assessment of the effect of climatic conditions on the corrosion of RC structures subjected to chloride ingress. *Engineering Structures*, v.32, p.3279-3287, 2010.
- [13] LEONEL, E.D.; BECK, A.T.; VENTURINI, W.S. On the performance of response surface and direct coupling approaches in solution of random crack propagation problems. *Structural Safety*, v.33, p.261-274, 2011.
- [14] DURACRETE. Statistical quantification of the variables in the limit state functions. The European Union Brite EuRam 3 contract BRPR-CT95-0132 Project BE95-1347, Report BE95-1347/R7, May, 2000.
- [15] CRANCK, J. The mathematics of diffusion, 2<sup>nd</sup> Ed., Clarendon Press, Oxford, London. 414 p, 1975.
- [16] DHIR, R.K.; JONES, M.R.; NG, S.L.D. Prediction of total chloride content profile and concentration/time-dependent

**Figura 17 - Probability of failure along time for CA II and  $\beta_x=0.259$**

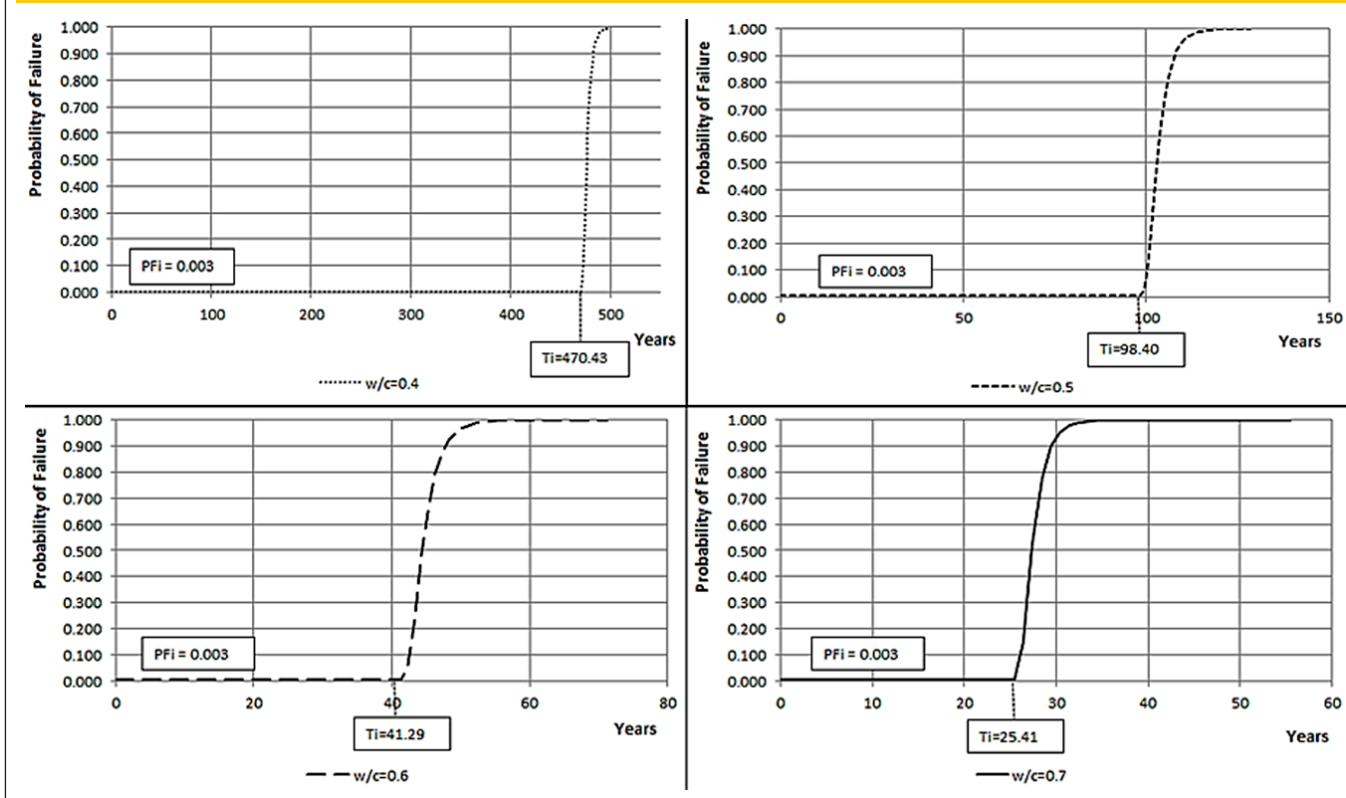




Figure 18 - Probability of failure along time for CA III and  $\beta x=0.259$

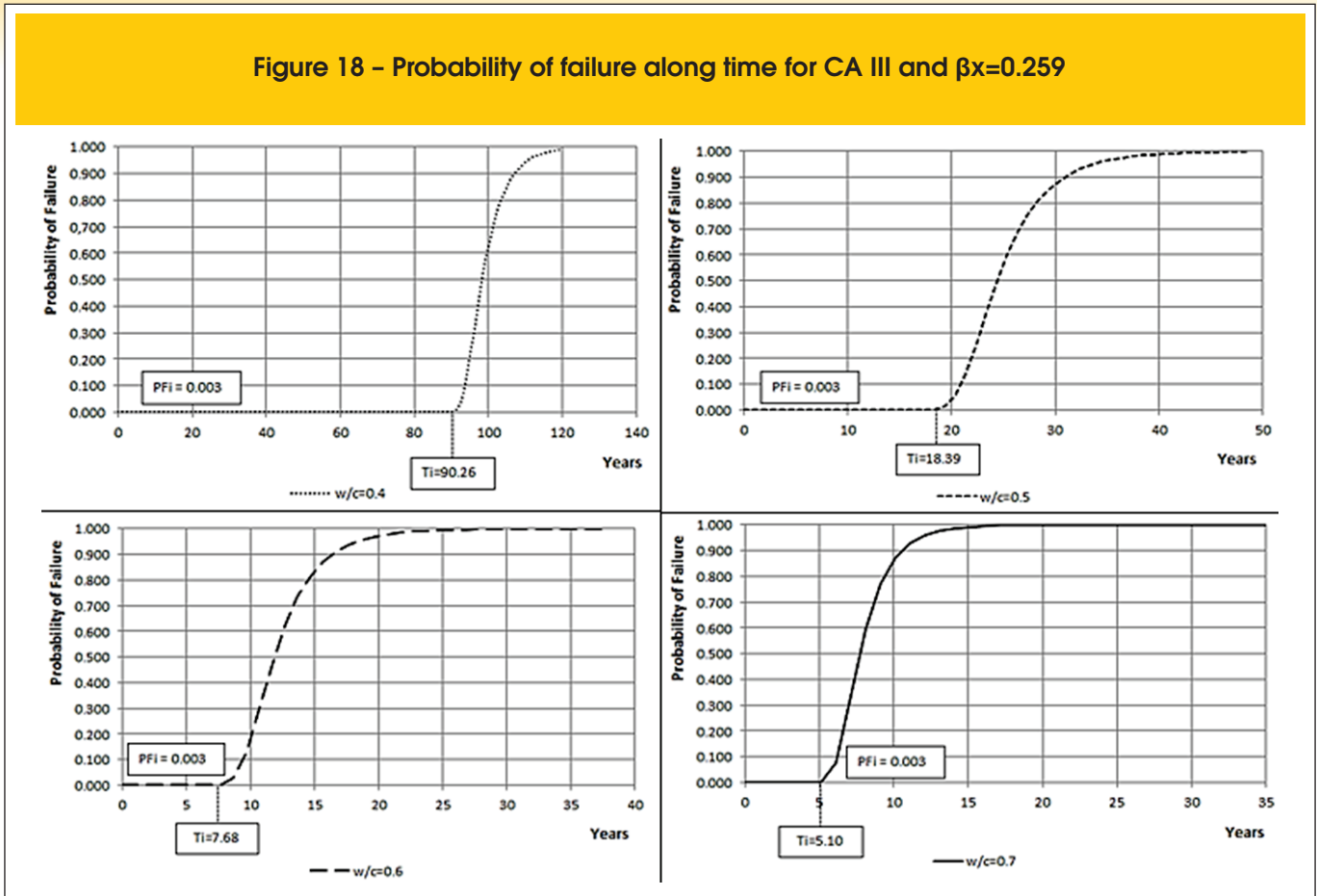


Figure 19 - Probability of failure along time for CA II and  $\beta x=0.628$  single reinforcements' layer

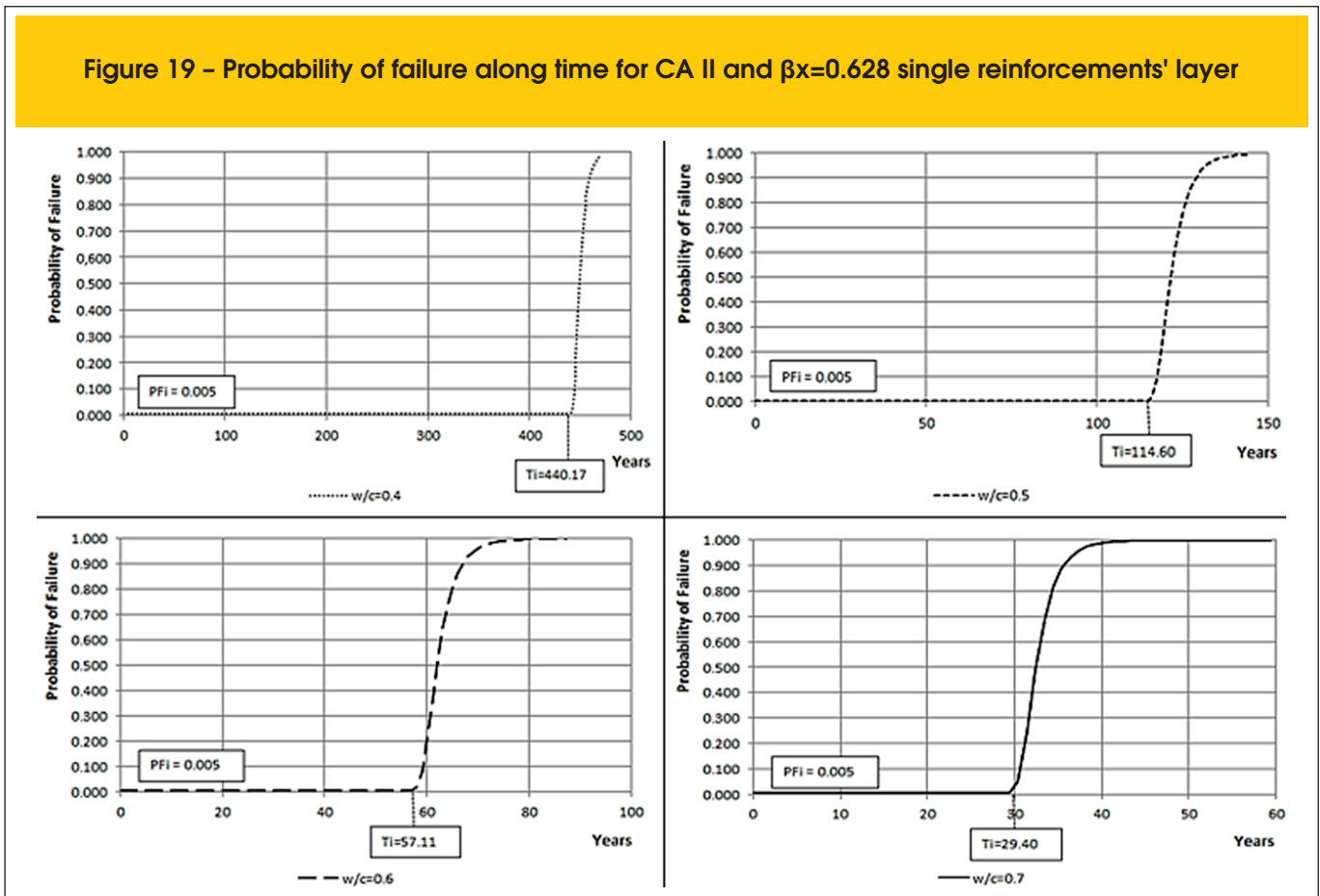


Figure 20 - Probability of failure along time for CA III and  $\beta_x=0.628$  single reinforcements' layer

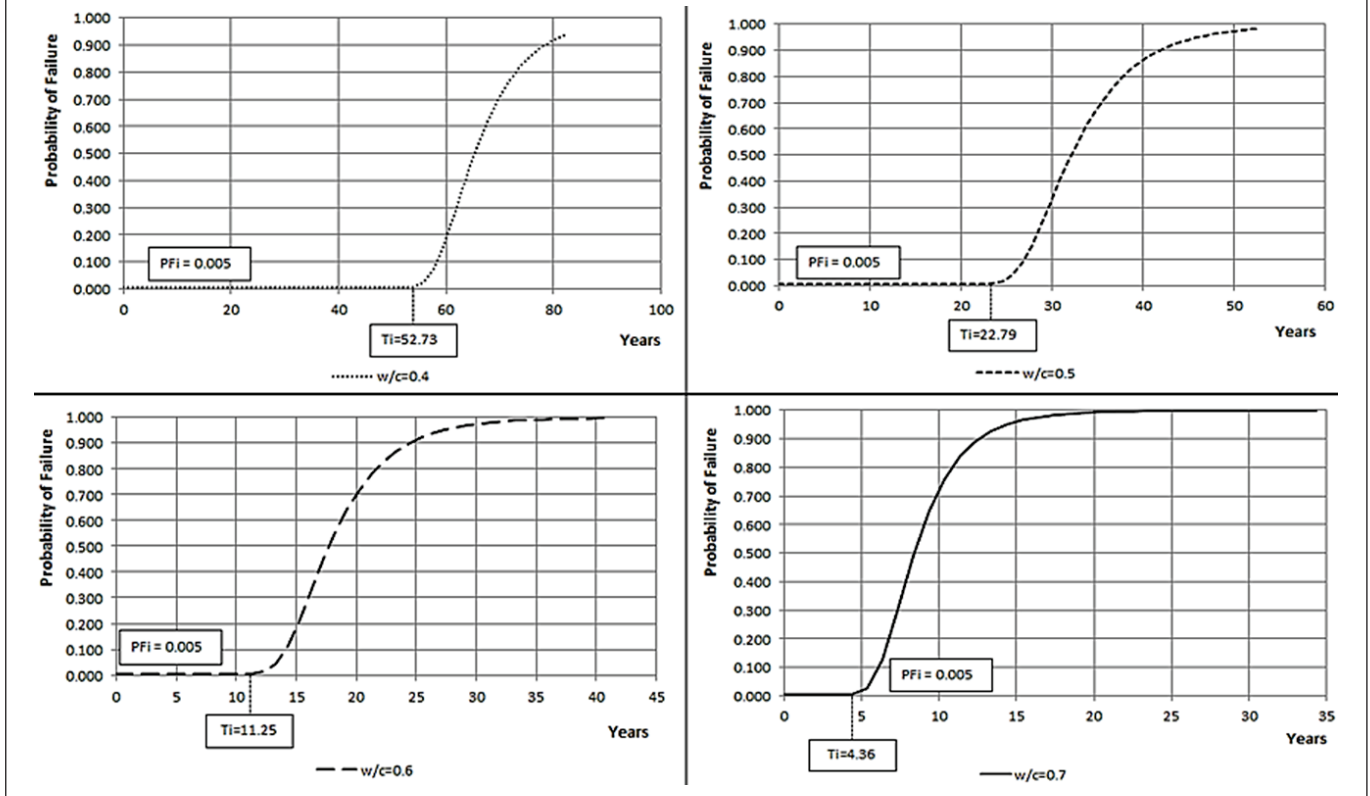
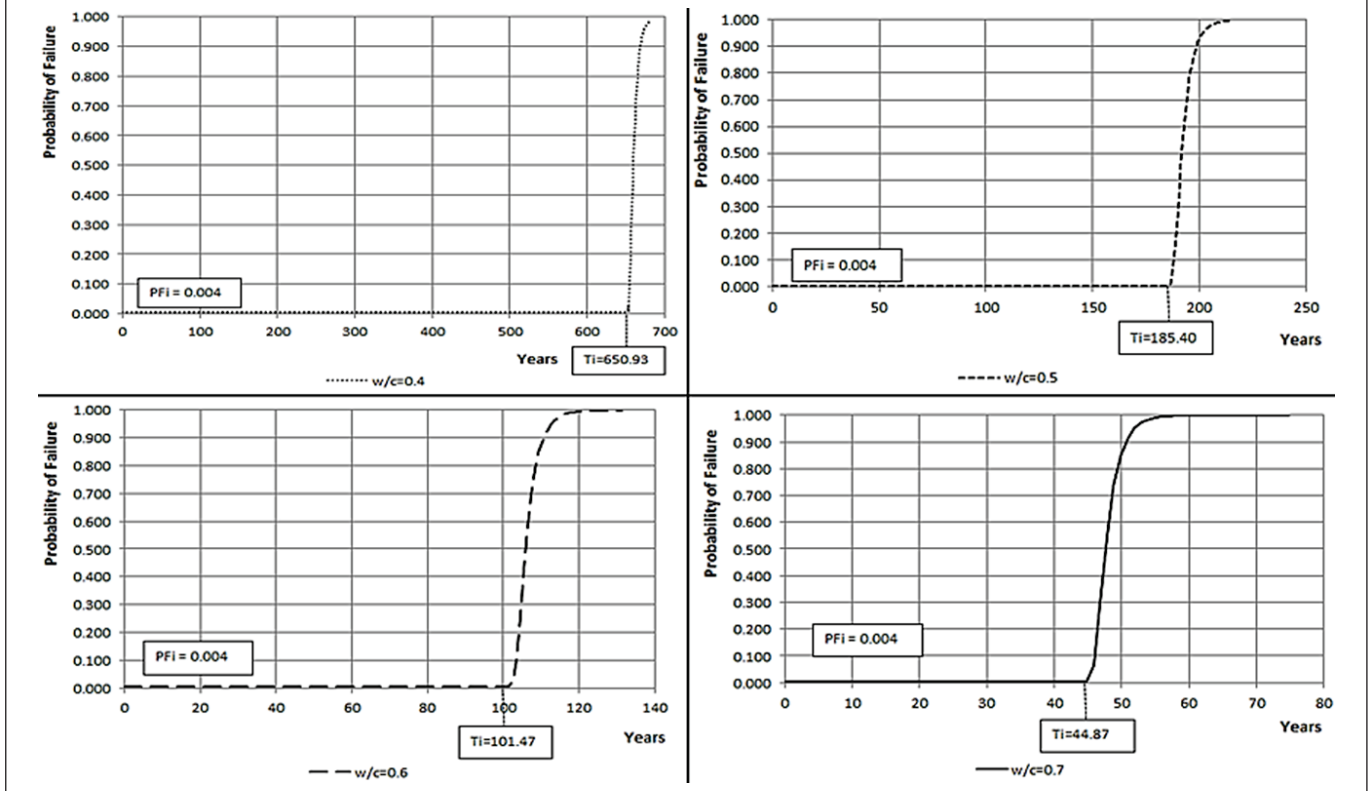
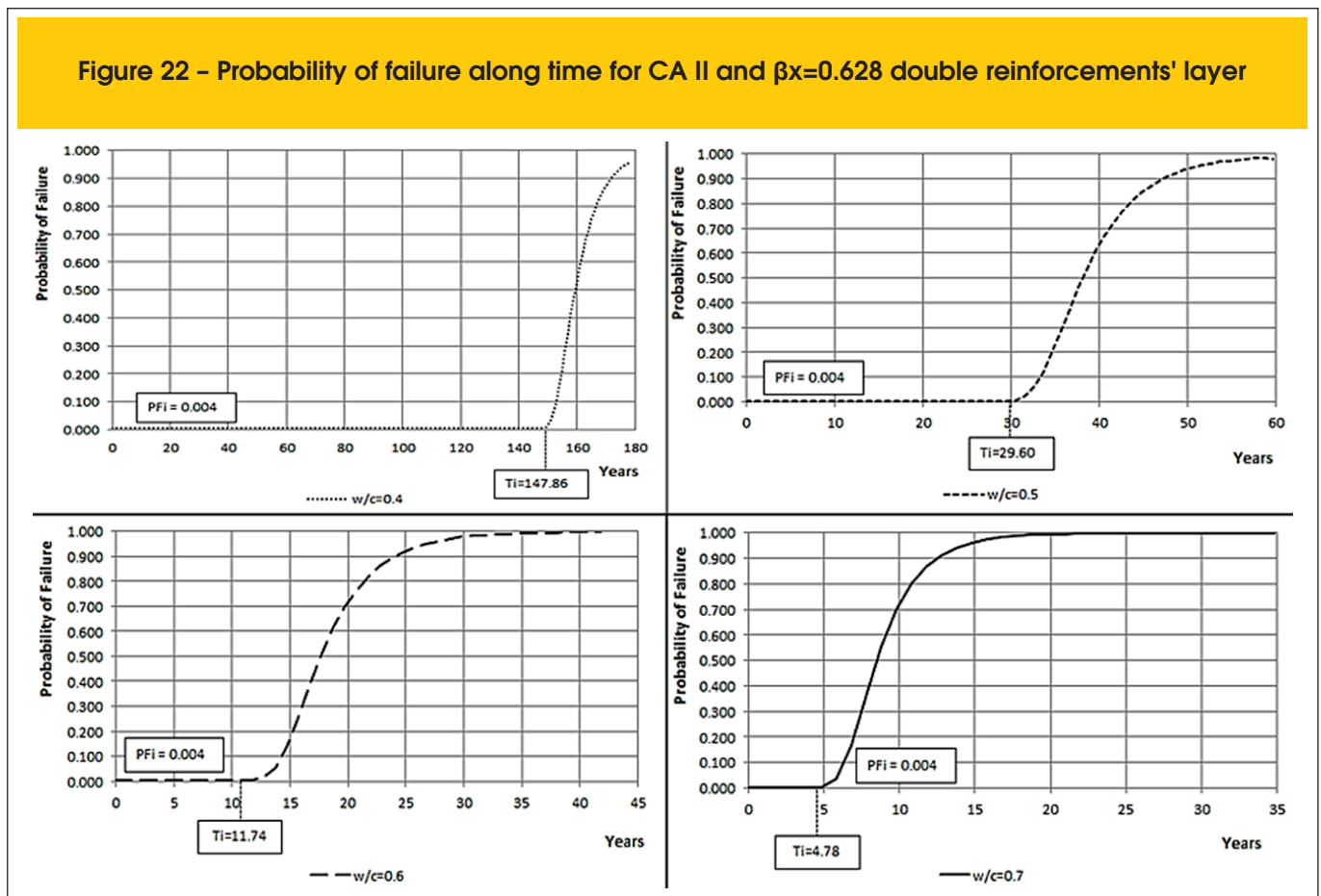


Figure 21 - Probability of failure along time for CA II and  $\beta_x=0.628$  double reinforcements' layer



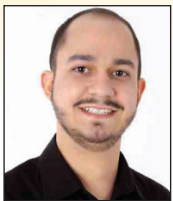
- diffusion coefficients for concrete, Magazine of Concrete Research, 50:37-48, 1998.
- [17] TUUTTI, K. Corrosion of steel in concrete Swedish. Cement and Concrete Research Institute Stockholm, 1982.
  - [18] GENTIL, V. Corrosão. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
  - [19] CASCUDO, O. O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas. São Paulo: Pini; Goiânia: Editora UFG, 1997.
  - [20] BASTIDAS-ARTEAGA, E.; SCHOEFS, F.; STEWART, M.G.; WANG, X. Influence of global warming on durability of corroding RC structures: A probabilistic approach. Engineering Structures, v.51, p.259-266, 2013.
  - [21] DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O. Structural reliability method, New York: John Wiley and Sons, 1996.
  - [22] HASOFER, A.M.; LIND, N.C. Exact and invariant second moment code format. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE. 100 (EM1): p.111-121, 1974.
  - [23] NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. Reliability of structures. McGraw Hill, Michigan, 2000.
  - [24] PAPADAKIS, V.G.; ROUMELIOTIS, A.P.; FARDIS, M.N.; VAGENAS, C.G. Mathematical modeling of chloride effect on concrete durability and protection measures. In Dhir, R.K., Jones, M.R., editors. Concrete repair, rehabilitation and protection. London, E&FN Spon, 1996.
  - [25] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, STANDARD EN 1992-1-1:2004, Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

Figure 22 - Probability of failure along time for CA II and  $\beta_x=0.628$  double reinforcements' layer



# Influence of the reinforcement corrosion on the bending moment capacity of reinforced concrete beams: a structural reliability approach

## *Influência da corrosão da armadura na capacidade resistente à flexão de vigas em concreto armado: uma abordagem via teoria da confiabilidade estrutural*



E. A. P. LIBERATI<sup>a</sup>  
elysonpl@usp.br

E. D. LEONEL<sup>a</sup>  
edleonel@sc.usp.br

C. G. NOGUEIRA<sup>a</sup>  
gorlanog@sc.usp.br

### Abstract

Reinforced concrete structures are, certainly, one of the most used types of structure around world. When it is located in non-aggressive environments, it respects, in general, the structural life predicted. Unless the structure be used improperly. However, the durability of these structures is strongly connected to degradation processes whose origin is environmental and/or functional. Among these processes, it is worth to mention those related to corrosion of reinforcements. The reinforcement's corrosion is directly related to the durability and safety of concrete structures. Moreover, the chlorides diffusion is recognized as one of major factors that triggers the corrosion. Therefore, at modelling accurately the chloride diffusion, the corrosion of reinforcements can be better evaluated. Consequently, design criteria can be more realistically proposed in order to assure safety and economy into reinforced concrete structures. Due to the inherent randomness present on chloride diffusion and corrosion, these phenomena can only be properly modelled considering probabilistic approaches. In this paper, the durability of a beam designed using the criteria proposed by ABNT NBR 6118:2003 [1] is assessed using probabilistic approaches. The corrosion time initiation is determined using Fick's diffusion law whereas Faraday's corrosion laws are adopted to model the steel loss. The probability of structural failure is determined using Monte Carlo simulation. The mentioned beam is analysed considering different failure scenarios in order to study the influence of water/cement ratio and environmental aggressiveness on the probability of failure. Based on these results, some remarks are performed considering NBR recommendations and the real probability of failure.

**Keywords:** corrosion of reinforcement, reinforced concrete, Fick's second law, Faradays's laws.

### Resumo

As estruturas de concreto armado estão certamente entre as mais utilizadas no mundo da construção civil moderna. Quando tais estruturas estão localizadas em ambientes não agressivos, elas respeitam, em geral, a vida útil para a qual foram projetadas, a menos, evidentemente, que sejam utilizadas de maneira imprópria, violando as funções para as quais foram projetadas. No entanto, a durabilidade destas estruturas está fortemente vinculada a processos de degradação de origem ambiental, que ocorrem em ambientes considerados agressivos. Dentre estes processos de degradação, destacam-se aqueles que desencadeiam a corrosão das armaduras. Dessa forma, a durabilidade está diretamente associada à corrosão das armaduras, que por sua vez, tem como um dos fatores de maior importância, a difusão de íons cloreto como agente desencadeador do processo corrosivo. Assim, efetuando a modelagem precisa deste fenômeno, a corrosão das armaduras pode ser mais bem avaliada e, conseqüentemente, critérios mais adequados podem ser propostos para proteger o aço dentro do elemento de concreto, garantindo maior segurança estrutural e, portanto, durabilidade da obra. Neste trabalho, os procedimentos descritos pela ABNT NBR 6118:2003 [1] para o dimensionamento de vigas em concreto armado são avaliados por meio de análises probabilísticas. O tempo de início da corrosão das armaduras via penetração de íons cloreto também é analisado a partir do cálculo de probabilidades de ocorrência desse estado limite. Por fim, as leis de Fick e Faraday são utilizadas para a análise da perda de seção transversal de armaduras do elemento estrutural em estudo, submetido à penetração de íons cloreto ao longo do tempo. Para a determinação das probabilidades de falha, o método de simulação de Monte Carlo é utilizado. São apresentados alguns exemplos que mostram a direta influência do fator água/cimento e do ambiente agressivo ao qual o elemento estrutural está inserido na avaliação final probabilidade de falha.

**Palavras-chave:** corrosão de armaduras, concreto armado, segunda lei de Fick, leis de Faraday.

<sup>a</sup> Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, São Carlos, Brasil.

## 1. Introdução

As características do concreto, tais como grande versatilidade na obtenção de formas diversas, custo competitivo em relação a outros materiais estruturais e suas propriedades mecânicas adequadas aos requisitos estruturais exigidos, bem como do aço como material responsável em resistir às tensões de tração e garantir ductilidade aos elementos estruturais fizeram do material concreto armado o material mais utilizado no mundo, a partir da década de 1950. As técnicas de projeto e modelos matemáticos para o cálculo de estruturas em concreto armado encontram-se atualmente bem desenvolvidos e consolidados no contexto da engenharia moderna. No entanto, além dos requisitos de segurança, economia e funcionalidade das estruturas de um modo geral, a durabilidade exerce papel tão importante quanto os demais e precisa, portanto, ser considerada e avaliada já na fase de projeto e concepção. No caso das estruturas em concreto armado, as últimas revisões da norma brasileira ABNT NBR 6118, que versa sobre o projeto e execução de estruturas em concreto armado e pretendido, fizeram modificações expressivas no quesito da durabilidade dessas estruturas. A introdução das classes de agressividade ambiental e sua correspondência com a qualidade do concreto, impondo-se restrições no fator água-cimento e resistência à compressão, bem como o aumento dos limites de cobertura para as armaduras e mais rigor quanto ao controle de fissuração nos elementos refletem a importância e a preocupação com a durabilidade das estruturas de concreto no cenário atual da engenharia e sociedade. Diversos fatores podem ser apontados como responsáveis pela ocorrência de patologias que afetam a durabilidade das estruturas em concreto armado: deficiências de projeto, características inadequadas do concreto e seus materiais constituintes, espessura insuficiente de cobertura de armadura, falhas de execução, uso indevido da edificação, ausência de planos de manutenção periódica e a ação agressiva do meio ambiente na qual a estrutural encontra-se inserida [2]. Dentre os fatores listados, a ação agressiva do meio ambiente é o único em que não se pode exercer um controle direto a ponto de minimizar ou eliminar seu efeito degradante sobre as estruturas. O problema se agrava ainda mais quando os ambientes são mais agressivos como é o caso de centros fortemente industrializados e regiões litorâneas, especificadas como classes III e IV na escala de agressividade definida pela ABNT NBR 6118:2003 [1].

No âmbito dos mecanismos causadores de degradação dentre as diversas possibilidades de ações agressivas do meio ambiente, a corrosão das armaduras e, especificamente, a corrosão eletroquímica causada pela difusão de íons cloreto dentro do concreto é o principal agente causador de problemas estruturais ao longo da vida das edificações, afetando diretamente a durabilidade das estruturas [3]. Os altos custos dispendidos ao longo do processo corrosivo, isto é, tanto a perda de material deteriorado (concreto e aço), comprometimento da resistência e estabilidade da edificação, quanto à correção do problema fazem com que o fenômeno da corrosão de armaduras seja o principal responsável ambiental pelo comprometimento da durabilidade de estruturas de concreto armado [4].

A corrosão das armaduras por ser uma reação expansiva provoca fissuração de dentro para fora no concreto, contribuindo para o aumento das fissuras e, conseqüentemente, aumento da permeabilidade do concreto [5]. Além disso, em função dos produtos da

corrosão eletroquímica, há perda de aço e, portanto, diminuição da área de seção transversal das barras das armaduras, o que diminui a capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento dos elementos estruturais. Dessa forma, a corrosão das armaduras influi diretamente na segurança das estruturas, pois diminui a quantidade de aço das barras da armadura e aumenta a fissuração no concreto, contribuindo para a perda de rigidez das seções transversais e diminuição global da capacidade resistente das peças.

Em geral, o processo de deterioração das estruturas de concreto armado em função da corrosão do aço das armaduras pode ser dividido em dois períodos: iniciação e propagação. Durante o período de iniciação, os íons cloreto penetram no cobrimento de concreto por difusão até atingem as armaduras. Com o passar do tempo, a concentração de cloretos atinge um valor limite admissível definido pela proteção passiva das barras de aço, desencadeando o início do processo de corrosão do aço. O período de propagação, por sua vez, consiste no desenvolvimento da corrosão, o qual provoca a redução do volume de aço na estrutura, até o instante em que o elemento estrutural ou a própria estrutura não resiste mais e sofre o colapso. Comparado com a primeira etapa, o período de propagação é relativamente curto. Portanto, o processo de difusão de cloretos no concreto é frequentemente utilizado para indicar a durabilidade e a vida útil de estruturas de concreto armado no âmbito da corrosão de armaduras [6], [7]. Assim, a partir da modelagem do fenômeno de transferência de íons cloreto da superfície externa para dentro do concreto e da determinação das concentrações de cloretos ao longo da espessura dos cobrimentos estruturais, a corrosão das armaduras e a danificação do concreto provocada pela reação corrosiva podem ser eficientemente estimadas. Estes dois últimos processos começam quando um nível limite de concentração de cloretos é atingido no entorno das armaduras, conduzindo o aço à despассивação e, logo na seqüência, ao início da corrosão [8], [9], [10].

No entanto, um complicador natural da avaliação desse processo todo é dado pela penetração de cloretos no concreto. Essa penetração dos íons é controlada por complexas interações entre os mecanismos físicos e químicos dos materiais, onde várias fontes de incertezas podem ser observadas. Este fenômeno é muitas vezes simplificado, sem perda significativa de generalidade, por problemas controlados apenas pelo processo de difusão. Desse modo, esses problemas podem ser modelados considerando a Segunda Lei de Fick para a difusão, que pressupõe algumas hipóteses simplificadoras: o coeficiente aparente de difusão é constante ao longo do tempo e homogêneo no espaço; a concentração de íons cloreto no ambiente também é considerada constante; o concreto é tratado como um meio em condições totalmente saturadas. Além disso, existem as incertezas presentes nas propriedades dos materiais, nas condições ambientais e nos próprios parâmetros dos modelos matemáticos que simulam a corrosão, dificultando ainda mais as análises. Diante disso, abordagens puramente determinísticas não são capazes de avaliar adequadamente a vida útil de estruturas em concreto armado sujeitas ao processo de corrosão [11].

Com o advento da Teoria da Confiabilidade aplicada à análise de estruturas a partir da década de 1980, a modelagem de fenômenos estruturais considerando as incertezas dos parâmetros tornou-se muito atrativa, pois permitiu o tratamento dessas incertezas de uma forma teórica mais consistente através de associações estatísticas. Portanto, o acoplamento de um modelo baseado



nas Leis de Difusão de Fick com algoritmos de confiabilidade pode resultar numa abordagem mais consistente, abrangente e confiável do que processos determinísticos. Tais modelos acoplados podem, por exemplo, estimar probabilidade de ocorrência do início do processo de corrosão, auxiliando a montagem de possíveis ações de inspeção e/ou manutenção programada em estruturas de concreto armado.

Ainda na literatura, diversos trabalhos analisam o problema da corrosão de armaduras penalizando apenas a área das seções transversais das barras de aço, sem a preocupação de seus efeitos sobre o concreto [10], [11], [12] e [9]. Essas metodologias podem ser consideradas como preliminares já que não levam em conta as consequências do processo de corrosão sobre o concreto, porém podem ser utilizadas numa primeira análise para avaliar o comportamento estrutural dos elementos de concreto armado a partir de modelos mecânicos analíticos usuais de cálculo utilizados em projetos.

Neste artigo, propõe-se um estudo sobre a perda de capacidade resistente à flexão em vigas de concreto armado provocado pela corrosão das armaduras, a partir de uma abordagem combinada entre a teoria da confiabilidade, o modelo de difusão de Fick e as leis de Faraday para a evolução da corrosão. O objetivo principal do trabalho é estimar probabilidades de início de corrosão em vigas de concreto armado numa primeira etapa e, em seguida, avaliar o aumento da probabilidade de falha à flexão na fase de propagação da corrosão, a partir de respostas mecânicas obtidas com a formulação analítica convencional do cálculo de vigas à flexão. Dessa forma, o que se pretende com o estudo é desenvolver um procedimento padronizado para análises iniciais sobre a influência da corrosão na segurança estrutural de vigas à flexão ao longo do tempo, com avaliação de seu impacto na durabilidade das estruturas.

## 2. Flexão normal simples

Com o objetivo de facilitar o acompanhamento da metodologia desenvolvida, o equacionamento de vigas à flexão simples e com armadura dupla é exposto nesta seção.

Na determinação dos esforços resistentes de elementos fletidos, como as vigas, são admitidas as seguintes hipóteses básicas [1]:

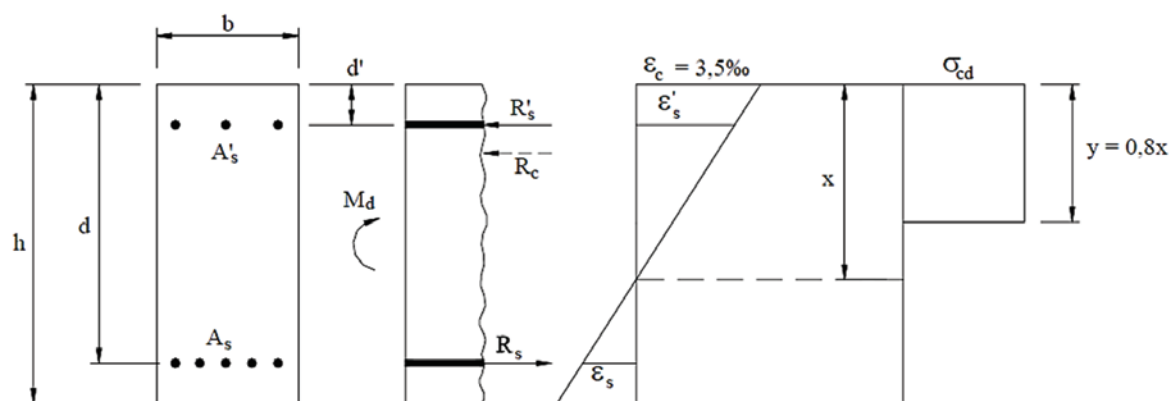
- as seções transversais permanecem planas até a ruptura, com distribuição linear das deformações na seção;
- a deformação em cada barra de aço é a mesma do concreto no seu entorno. Essa propriedade ocorre desde que haja aderência entre o concreto e a barra de aço e retrata a hipótese de aderência perfeita entre os materiais;
- no estado limite último (ELU) despreza-se obrigatoriamente a resistência do concreto à tração;
- o encurtamento de ruptura convencional do concreto nas seções não inteiramente comprimidas é de 3,5 ‰ (domínios 3, 4 e 4a);
- o alongamento máximo permitido ao longo da armadura de tração é de 10 ‰, a fim de prevenir deformações plásticas excessivas;
- a distribuição das tensões de compressão no concreto ocorre segundo o diagrama tensão deformação parábola-retângulo. Porém, é permitida a substituição desse diagrama pelo retangular simplificado, com altura  $y = 0,8x$  e a mesma tensão de compressão  $\sigma_{cd}$ .

As deformações nos materiais componentes das vigas de concreto armado submetidas à flexão simples encontram-se nos domínios de deformações 2, 3 ou 4 [1]. Nestes domínios, a linha neutra está contida na seção transversal, produzindo tração em uma borda e compressão na outra.

### 2.1 Dimensionamento com armadura simples e dupla

As seções com armadura simples são aquelas em que a armadura está situada somente na região tracionada, ao passo que a armadura dupla surge quando há a necessidade de barras extras na região comprimida. Nas equações a seguir, consideram-se as armaduras situadas em uma única faixa nas regiões de tração e compressão, mesmo sendo possível na prática haver mais de uma camada de armadura [13]. A Figura 1 apresenta a nomenclatura, os estados de deformação e o diagrama retangular simplificado de distribuição de tensões de compressão no concreto, com altura  $y$

Figura 1 - Flexão pura com armadura dupla para seção transversal retangular



=  $0,8x$  e as respectivas forças resultantes das tensões ( $R_c$ ,  $R_s$  e  $R'_s$ ) associadas à seção retangular com armadura dupla ( $A_s$  e  $A'_s$ ). A largura da seção é  $b$  e a altura útil  $d$ , esta sendo definida como a distância da fibra mais comprimida até a posição do centro de gravidade da armadura de tração.

Sendo assim, a partir da Figura 1, as equações de equilíbrio de força e de momento fletor podem ser escritas, respectivamente, como:

$$R_c + R'_s - R_s = 0 \rightarrow 0.68bd\beta_x f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s = 0 \quad (1)$$

$$M_d = \gamma_f M_a = R_c (d - y/2) + R'_s (d - d') \quad (2)$$

A Eq. (2) pode ainda ser reescrita como:

$$M_d = 0.68bd^2\beta_x f_{cd} (1 - 0.4\beta_x) + A'_s \sigma'_s (d - d') \quad (3)$$

No caso de se trabalhar com armadura simples, a Eq. (3) pode ser degenerada na expressão que fornece o momento fletor resistente da seção, bastando anular a parcela de  $A'_s$ . Assim, as Eq. (1) e (3) resultam em:

$$0.68bd\beta_x f_{cd} - A_s \sigma_s = 0 \quad (4)$$

$$M_d = 0.68bd^2\beta_x f_{cd} (1 - 0.4\beta_x) \quad (5)$$

O momento atuante ( $M_a$ ) em uma viga bi-apoiada e com carregamento uniformemente distribuído é dado por:

$$M_a = \frac{PL^2}{8} \quad (kN.m) \quad (6)$$

E a força atuante ( $P$ ) na viga é:

$$P = G + Q \quad (kN/m) \quad (7)$$

Onde:  $G$  é a carga permanente na viga e  $Q$  é a carga acidental.

A partir da determinação da área de aço pode-se, então, calcular o momento resistente na viga como sendo:

$$M_r = 0.408bd^2 f_{cd} \beta_x^2 + A_s \sigma_s d (1 - \beta_x) + A'_s \sigma'_s (d\beta_x - d') \quad (kNm) \quad (8)$$

A expressão do momento fletor resistente define a resistência à flexão da viga em concreto armado e será utilizada para a avaliação da probabilidade de falha ao longo do tempo, a medida que a área de aço das armaduras diminui pelo processo de corrosão.

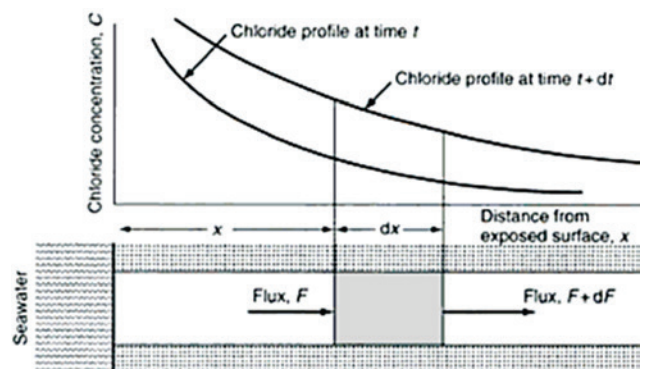
### 3. Leis de difusão de Fick

Fick foi o primeiro, em 1855, a descrever o fenômeno da difusão por meio de uma adaptação da equação empírica de condução de calor de Fourier [14]. Segundo as premissas teóricas da difusão de Fick, o transporte de cloretos no concreto, através de uma seção transversal unitária de material por unidade de tempo (fluxo  $F$ ) é proporcional ao gradiente de concentração de cloretos, medido na direção normal à seção transversal. Assim:

$$F = -D_c \frac{\partial C}{\partial x} \quad (9)$$

O sinal negativo nesta equação surge, pois a difusão de íons cloreto ocorre na direção oposta ao aumento da concentração destes íons. A constante de proporcionalidade,  $D$ , apresentada na Eq. (9), é denominada coeficiente de difusão de cloretos. Em geral,  $D$  não é uma constante, pois depende de vários parâmetros, como o tempo para o qual a difusão deve ser medida, localização do ponto na estrutura, composição do concreto entre outros. Se o coeficiente de difusão é constante, a Eq. (9) é usualmente denominada de primeira lei de difusão de Fick (lei esta aplicada para fenômenos de difusão em estado estacionário). Se este não é o caso, esta relação é conhecida como primeira lei geral de difusão

Figura 2 – Perfil característico da penetração de íons cloreto (estado de difusão não estacionário)



de Fick. Existem casos em que esta simples relação não pode ser aplicada; por exemplo, se o processo de difusão for irreversível ou dependente do tempo. Nesses casos, a lei de Fick não é válida e o processo de difusão é dito anômalo. Entretanto, não existem observações que indiquem que a difusão de cloretos em concreto possa ser caracterizada como um processo de difusão anômalo [8], [15].

De acordo com [8], quando os íons cloreto penetram no concreto, ocorre uma mudança na concentração de cloretos,  $C$ , ao longo de um tempo,  $t$ , em cada ponto,  $x$ , no interior do concreto, caracterizando um estado de difusão não estacionário. Com o intuito de simplificar a análise, o problema de difusão pode ser considerado como sendo unidimensional. Muitos problemas de ingresso de íons cloreto podem ser resolvidos considerando essa simplificação prática sem perdas significativas de representatividade. A Figura 2 apresenta um perfil característico de penetração unidimensional de íons cloreto ao longo do cobrimento estrutural.

A segunda lei de Fick considera o fluxo variável com a profundidade de penetração e com o tempo, retratando uma situação mais real do processo de difusão de cloretos no concreto. Por meio do princípio do balanço de massa, a segunda lei de Fick pode ser escrita como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( -D_c \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (10)$$

Para a aplicação da segunda lei de difusão de Fick, como apresentado na Eq. (10), em concretos expostos a cloretos durante um longo período de tempo, seria necessário conhecer a variação do coeficiente de difusão ao longo do tempo. Se apenas poucas observações existirem em um cenário específico, é possível estimar limites inferiores e superiores para a variação de  $D$  ao longo do tempo. Apesar dessa dependência, pode-se considerar um caso particular no qual o coeficiente de difusão é independente da localização,  $x$ , do tempo,  $t$ , e da concentração de cloretos,  $C$ . Neste caso, a segunda lei de Fick pode ser assim reescrita:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_0 \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (11)$$

Onde:  $D_0$  é o coeficiente de difusão constante.

A solução desta equação diferencial, para um domínio semi-infinito e com uma concentração uniforme na superfície do elemento estrutural, é dada por:

$$C(x,t) = C_0 \operatorname{erfc} \left[ \frac{x}{2\sqrt{D_0 t}} \right] \quad (12)$$

Onde:  $C_0$  é a concentração de íons cloreto sobre a superfície da estrutura (considerada constante ao longo do tempo);  $\operatorname{erfc}$  é a função matemática de valor complementar da função erro de Gauss. Sabendo-se o valor da concentração de cloretos limite na interface concreto-aço, pode-se determinar o tempo para a despassivação

das armaduras e, conseqüentemente, o início da corrosão. Neste caso, o tempo para iniciação da corrosão pode ser determinado explicitamente de acordo com:

$$t_R = \frac{1}{D_0} \left\{ \frac{x}{2 \operatorname{erfc}^{-1} [C(x,t)/C_0]} \right\}^2 \quad (13)$$

De acordo com [24], apesar de já existirem outras formulações mais recentes para se modelar a penetração de agentes agressivos para o interior do concreto, a segunda lei de Fick é empregada em função da sua extrema simplicidade de resolução matemática e pela sua consagração quando comparada às demais formulações propostas, que ainda necessitam de validações mais consistentes.

#### 4. Modelagem da corrosão de armaduras

A corrosão pode ser definida como a deterioração de um material, geralmente metálico, por ação química ou eletroquímica do meio ambiente aliada ou não a esforços mecânicos [16]. No caso de um metal, este é convertido a um estado não metálico e quando isto ocorre, o metal perde suas qualidades essenciais, tais como resistência mecânica, elasticidade e ductilidade [17].

Segundo a natureza do processo, a corrosão pode ser classificada em química e eletroquímica. A primeira, também conhecida por corrosão seca ou simplesmente oxidação, acontece por uma reação gás-metal, com formação de uma película de óxido. É um processo lento e não provoca deteriorações substanciais das superfícies metálicas, exceto quando se tratar de gases extremamente agressivos. Já a corrosão eletroquímica, que efetivamente traz problemas às obras civis, trata-se da condução de cargas (elétrons) entre regiões diferentes de um mesmo metal [17].

De acordo com o modelo clássico de corrosão proposto por [14], a corrosão de armaduras ocorre através de fenômenos que se processam em duas etapas distintas: período de iniciação e período de propagação. O período de iniciação é limitado pelo tempo necessário para a ocorrência da despassivação das armaduras em decorrência da penetração de íons cloreto. Já o período de propagação está relacionado com a perda de área transversal de

**Figura 3 – Evolução cronológica do processo de corrosão**

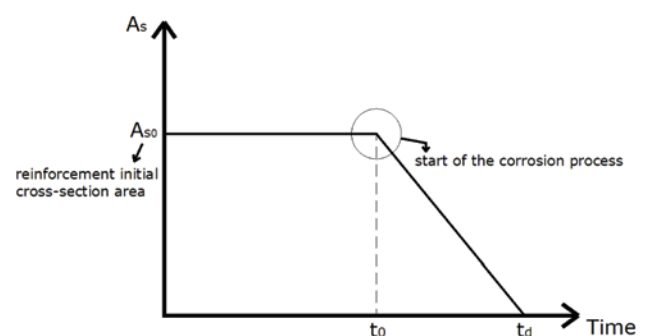
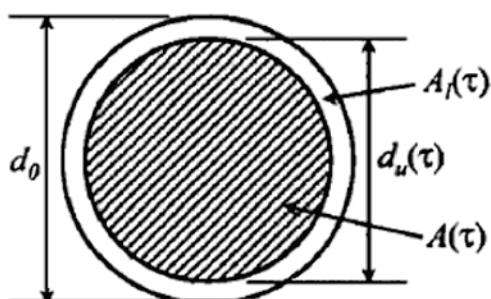


Figura 4 – Modelo de corrosão uniforme



aço, resultando, portanto, em intervenção e reparos para que a falha estrutural em decorrência da falta de capacidade resistente não ocorra. A Figura 3 mostra a evolução da área de seção transversal das armaduras em função do tempo, podendo-se separar claramente os períodos de iniciação e propagação.

Na fase de propagação, a taxa de corrosão das armaduras dependerá do teor de umidade e da disponibilidade de oxigênio. Estes dois fatores influenciam o processo catódico e a resistividade do concreto. Além deles, a temperatura pode catalisar o processo da corrosão.

#### 4.1 Modelagem da perda da área da seção transversal das armaduras

Durante a fase de propagação, os fatores que mais influem na velocidade da redução da área de aço são a acessibilidade ao oxigênio e a resistividade do concreto. Apesar de ser muito importante, não há na literatura muitos modelos matemáticos disponíveis para a modelagem dessa fase, uma vez que muitos pesquisadores consideram como vida útil estrutural apenas o período de iniciação. Porém, a redução da área de aço pode ser consistentemente representada através de modelos baseados nas leis de Faraday para a corrosão.

Neste artigo, a redução da área de aço ao longo do tempo será modelada através de equações baseadas nas leis de Faraday e apresentadas em [3] e [9]. A determinação da perda de aço é efetuada considerando-se o modelo de corrosão uniforme. Neste modelo, o diâmetro da barra da armadura é calculado admitindo-se uma redução uniforme da área de aço ao longo do tempo, ou seja, assume-se que a perda de massa ocorre uniformemente ao longo de todo o perímetro da barra, conforme ilustrado na Figura 4. Após determinada a área equivalente em um dado instante de tempo, o diâmetro da barra pode ser facilmente determinado. Para o modelo de corrosão uniforme, o diâmetro é penalizado através da seguinte expressão:

$$d(t) = \begin{cases} d_{inicial} & \text{se } t \leq t_{ini} \\ d_{inicial} - 0,0232i_{CORR}(t - t_{ini}) & \text{se } t > t_{ini} \end{cases} \quad (14)$$

Onde:  $d_{inicial}$  é o diâmetro da barra antes da despasseificação das

armaduras (mm);  $t_{ini}$  é o tempo até o início da corrosão (ano);  $i_{CORR}$  é a intensidade de corrosão ( $\mu A/cm^2$ ).

A intensidade de corrosão ( $i_{CORR}$ ) pode ser calculada através da Eq. (14), que foi desenvolvida empiricamente por [3]:

$$i_{CORR} = \frac{37,8(1-w/c)^{-1,64}}{cwr} \quad (\mu A/cm^2) \quad (15)$$

Onde:  $a/c$  é o fator água/cimento;  $c$  é o cobrimento, dado em centímetros.

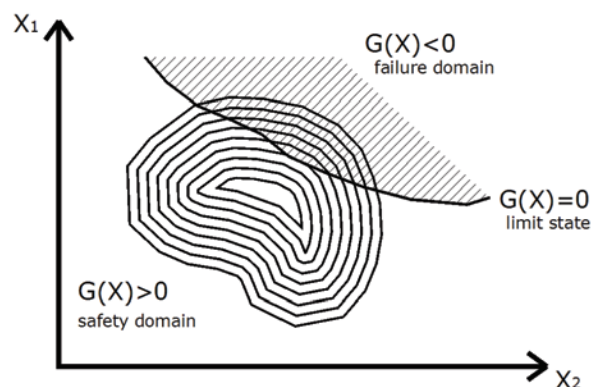
Na sequência deste trabalho, o modelo apresentado neste item será aplicado para a avaliação da redução da área de aço ao longo do tempo em um elemento estrutural de viga em concreto armado submetido à penetração de íons cloreto.

## 5. Conceitos de confiabilidade estrutural e métodos de análise

### 5.1 Conceitos gerais

A análise de confiabilidade tem como objetivo principal calcular a probabilidade de ocorrência de um evento referente a um cenário específico, conhecido como região ou domínio de falha. A primeira etapa para a avaliação da confiabilidade é identificar o conjunto básico de variáveis aleatórias  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  para os quais as incertezas devem ser consideradas. Para todas estas variáveis, as distribuições de probabilidades adequadas são atribuídas a fim de modelar a sua aleatoriedade. Estas distribuições de probabilidade podem ser definidas através de observações físicas, estudos estatísticos, análises laboratoriais e opiniões de especialistas. O número de variáveis aleatórias é um parâmetro importante para a determinação do tempo computacional consumido durante a análise de confiabilidade. De modo a reduzir o número de variáveis aleatórias, é recomendado considerar como determinísticas todas as variáveis cujas incertezas conduzem a efeitos secundários sobre o valor da probabilidade de falha, facilitando o cálculo da mesma.

Figura 5 – Domínios de falha e segurança para duas variáveis aleatórias



A segunda etapa consiste na definição de um número de modos de falha potencialmente críticos. Para cada um deles, uma função de estado limite,  $G(X)$ , separa o espaço em duas regiões como descrito na Figura 5: o domínio seguro, onde  $G(X) > 0$  e o domínio de falha onde  $G(X) < 0$ . O limite entre estes dois domínio é definido como  $G(X) = 0$ , conhecido como equação de estado limite. Vale ressaltar que uma expressão explícita da função de estado limite não é normalmente possível na grande maioria dos problemas práticos da engenharia.

Neste trabalho, equações de estado limite são definidas usando os modos de falha críticos calculados pelas Equações (5), (8), (13). A probabilidade de falha é avaliada por meio da integração sobre o domínio da falha da função conjunta de densidade de probabilidades [18]:

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n \quad (16)$$

Onde:  $f_X(X)$  é a função conjunta de densidade das variáveis  $X$ . Como a avaliação da integral definida pela Eq. (16) é quase impossível na prática, procedimentos alternativos foram desenvolvidos com base no conceito de índice de confiabilidade  $\beta$ , [19]. Esse parâmetro é definido pela distância entre o ponto médio e o ponto de falha colocado sobre a função de estado limite  $G(X) = 0$  no espaço normalizado de variáveis aleatórias. Com o índice de confiabilidade, a probabilidade de falha pode ser calculada como segue:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (17)$$

Onde:  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição normal padrão acumulada. Existem procedimentos alternativos disponíveis para a determinação das probabilidades de falhas, que são baseados em técnicas

Figura 6 – Simulação de Monte Carlo para duas variáveis aleatórias

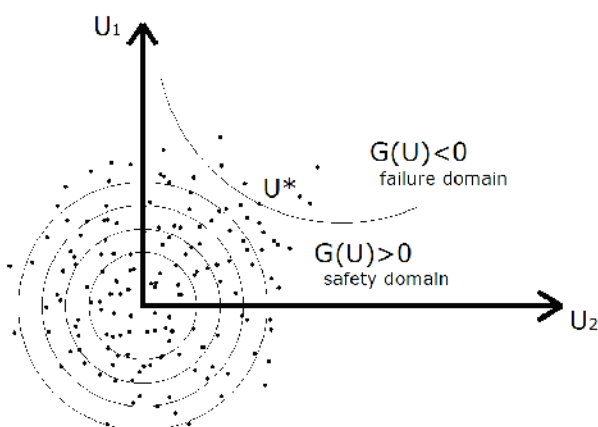
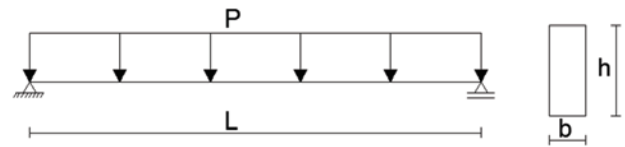


Figura 7 – Elemento estrutural considerado no estudo



de simulação numérica. O método mais importante, entre eles, é o método de simulação Monte Carlo. Neste estudo, o método de simulação de Monte Carlo é utilizado para avaliar a probabilidade de falha, considerando o processo de início da corrosão, em um elemento em concreto armado. Estas abordagens serão discutidas nas seções seguintes.

### 5.2 Metodologia de simulação de Monte Carlo

O método de simulação de Monte Carlo é um procedimento numérico, amplamente utilizado, para a realização de experimentos aleatórios em problemas de confiabilidade. Neste método, uma amostra de variáveis aleatórias é utilizada para construir um conjunto de realizações do experimento com o intuito de descrever a falha, os espaços seguros e calcular a probabilidade pela Eq. (16). A amostra é construída com base na distribuição estatística atribuída a cada variável aleatória do problema. Como este método trata com a simulação da função de estado limite, quanto maior for a amostra gerada, mais precisa será a descrição do espaço e mais precisa será a probabilidade de falha determinada. O núcleo deste método consiste na construção de uma amostra para as variáveis aleatórias envolvidas no problema, tal como descrito na Figura 6. A probabilidade de falha é calculada utilizando um estimador, baseado na avaliação da função de estado limite, conforme:

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_X(x_i) dx_i = \int_{G \leq 0} I(x_i) f_X(x_i) dx_i = E[I(x_i)] \quad (18)$$

A função  $I(x_i)$  pode ser estimada como:

$$I(x_i) = \begin{cases} 1 \rightarrow G \leq 0 \\ 0 \rightarrow G > 0 \end{cases} \quad (19)$$

Simulando a função de estado limite para um número conveniente de amostras, o valor médio  $I(x_i)$  será uma estimativa para a probabilidade de falha:

$$\bar{P}_f = E[I(x_i)] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i) \quad (20)$$



Tabela 1 – Resultados do dimensionamento das seções transversais consideradas no estudo

Variáveis	$\beta_x=0,259$	$\beta_x=0,5$	$\beta_x=0,628$	$\beta_x=0,628$ com armadura dupla
d (cm)	44,12	42,50	40,87	40,87
d' (cm)	-	-	-	4,26
As (cm <sup>2</sup> )	7,5	12,50	15,00	17,50
A's (cm <sup>2</sup> )	-	-	-	2,50

A desvantagem deste método está relacionada ao elevado número de simulações exigidas para a determinação, com precisão, da probabilidade de falha. Normalmente, objetivando-se estimar com precisão a probabilidade de falha de  $10^{-n}$ , o número de simulações deve ser maior que  $10^{n+2}$  ou  $10^{n+3}$ . Isto significa que, em estruturas civis, onde a probabilidade de falha está entre  $10^{-3}$  a  $10^{-6}$ , torna-se necessário  $10^5$  a  $10^9$  realizações de funções de estado limite que definem o problema estudado. Quando modelos mecânicos escritos a partir de métodos numéricos mais complexos estão envolvidos, o tempo computacional torna-se extremamente elevado, inviabilizando o uso do método de Monte Carlo Puro. Outros detalhes a respeito da simulação de Monte Carlo e abordagens de acoplamento direto entre o modelo mecânico e o modelo de busca do índice de confiabilidade podem ser encontrados em [20] e [21].

## 6. Metodologia para análise

O elemento estrutural a ser considerado neste trabalho é dado por uma viga em concreto armado bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído, conforme a Figura 7. As rotinas para o dimensionamento dessa viga e as análises de confiabilidade foram desenvolvidas em linguagem de programação FORTRAN. Os valores determinísticos de algumas variáveis utilizadas no estudo foram pré-fixados conforme segue: comprimento da viga (L): 6,0 m; largura da viga (b): 17,0 cm; distância de As' até a fibra mais comprimida (d'): 3,0 cm; tempo de projeto ( $t_p$ ): 50 anos; tempo de desenvolvimento da corrosão ( $t_{corr}$ ): 30 anos.

Com base nos procedimentos descritos em [1], o primeiro exemplo deste estudo refere-se à determinação da probabilidade de falha, considerando o procedimento padrão de dimensionamento à flexão. Neste exemplo, a viga é avaliada adotando-se diferentes valores de  $\beta_x$ . A falha é observada quando o momento fletor atuante é maior do que o momento fletor resistente na seção transversal mais solicitada da viga. Os principais parâmetros considerados nesta análise de confiabilidade são:

- Carga permanente da viga: G;
- Carga acidental na viga: Q;
- Resistência característica do concreto:  $f_{ck}$ ;
- Tensão de escoamento do aço:  $\sigma_s$ .

Conforme visto anteriormente, a modelagem do fenômeno da corrosão em estruturas de concreto armado é realizada levando-se em conta dois períodos diferentes, iniciação e propagação. O período de iniciação está relacionado com a penetração de cloretos nos poros do concreto. Nesse período, a concentração de cloretos, ao longo da espessura do revestimento, aumenta com o tempo. A corrosão se inicia quando a concentração de cloretos em torno das armaduras atinge um nível crítico, conduzindo à perda da proteção química passiva do concreto (despassivação). Nesse período, as armaduras de aço permanecem intactas. O segundo exemplo que será exposto em seguida avalia a probabilidade de falha considerando o cenário de falha previsto pelo período de iniciação. Sendo assim, a falha é observada quando a concentração de cloretos ao longo da armadura atinge um nível crítico. Os principais parâmetros considerados nesta análise de confiabilidade são:

- Limite de concentração de cloretos na interface entre o concreto e armaduras, o qual define o início do processo de corrosão [3]:  $C(x, t)$ ;
- Concentração de cloretos na superfície do elemento estrutural [9]:  $C_0$ ;
- Coeficiente de difusão do concreto [22]:  $D_0$ ;
- Profundidade da camada de concreto, que neste estudo, é definido como o revestimento de concreto [1]:  $x$ .

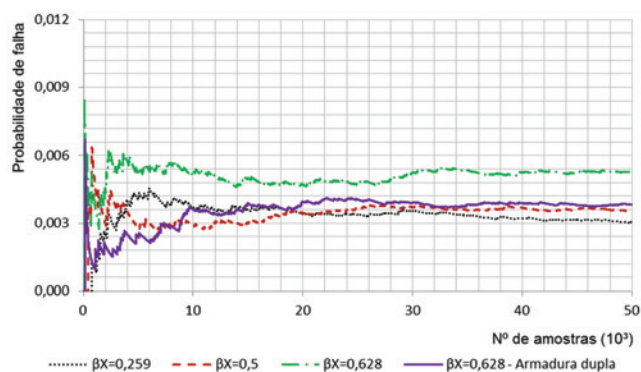
De acordo com [3], a concentração de cloretos na superfície do elemento estrutural é função da atmosfera (ambiente agressivo), onde esses elementos estão localizados. A espessura do revestimento é também definida de acordo com o ambiente agressivo, conforme descrito em [1]. O coeficiente de difusão do concreto, que representa a resistência do material a entrada de cloretos, é influenciado pelo fator água/cimento.

No último exemplo que será discutido, a análise probabilística é realizada por meio do acoplamento entre o modelo mecânico de

Tabela 2 – Dados estatísticos das variáveis aleatórias

Variável aleatória	Média	Coefficiente de variação	Distribuição estatística
G	15kN/m	10%	Normal
Q	5kN/m	20%	Gumbel
$f_{ck}$	25MPa	15%	Normal
$\sigma_s$	50kN/cm <sup>2</sup>	10%	Log-normal

Figura 8 – Probabilidade de falha versus número de amostras



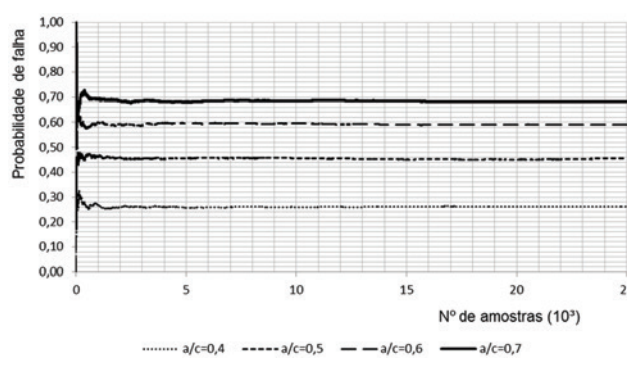
dimensionamento, com os modelos que descrevem a penetração de íons cloreto no concreto e do processo de propagação da corrosão uniforme. Com isso, o terceiro exemplo avalia a influência da penalização da área de aço causada pela corrosão das armaduras por difusão de íons cloreto no período de propagação. Nesse exemplo, a viga de concreto armado é avaliada para diferentes valores de  $\beta_x$ . Os principais parâmetros considerados nesta análise de confiabilidade são os mesmos apresentados anteriormente. As análises probabilísticas apresentadas foram realizadas considerando equações de estado limite distintas, de modo a avaliar a influência do meio ambiente agressivo e o fator água/cimento no desenvolvimento do processo corrosivo. Nos exemplos a seguir as análises contemplam dois tipos de agressividade com quatro diferentes fatores água/cimento para cada categoria de agressividade. Vale ressaltar que as fissuras iniciais devido à cura do concreto e/ou efeitos de flexão/cisalhamento e, ainda, fissuração longitudinal não foram considerados nas formulações.

## 7. Resultados e discussões

### 7.1 Exemplo 1

Neste exemplo, a viga em concreto armado considerada no estu-

Figura 9 – Probabilidade de falha versus número de amostras para CA II



do é dimensionada por meio de quatro possibilidades:  $\beta_x=0,259$ ;  $\beta_x=0,500$ ;  $\beta_x=0,628$  e  $\beta_x=0,628$  com armadura dupla. A Tabela 1 mostra os valores encontrados após o dimensionamento da viga. Em seguida, os algoritmos de confiabilidade são acoplados com o modelo mecânico, Eq. (6) e Eq. (8), com o objetivo de se estimar a probabilidade de falha à flexão da viga.

Para a primeira avaliação da probabilidade de falha, foi considerada a seguinte equação de estado limite:

$$G_1 = M_r - M_a \quad (21)$$

Onde:  $M_r$  é o momento fletor resistente da seção transversal da viga;  $M_a$  é o momento fletor atuante na mesma seção transversal, conforme visto anteriormente.

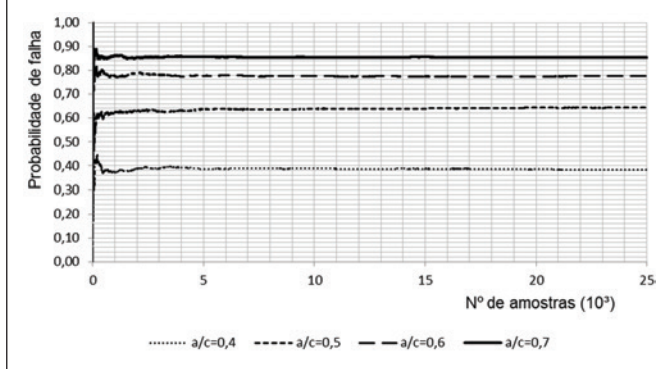
A Tabela 2 mostra os parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias adotados nesta primeira análise.

As análises utilizando a simulação de Monte Carlo foram realizadas com uma amostra de 50.000 valores para cada variável aleatória, o que leva a 50.000 simulações da equação de estado limite. A relação entre as probabilidades de falha com o número de amostras pode ser vista na Figura 8. Observa-se em todos

Tabela 3 – Dados estatísticos das variáveis aleatórias

Variável aleatória	Média	Coefficient of variation	Statistic distribution
$C(x,t)$	0,9kg/m <sup>3</sup>	19%	Uniform (0,6 a 1,2)
$C_0$	CA II – 1,15kg/m <sup>3</sup>	50%	Log-normal
	CA III – 2,95kg/m <sup>3</sup>	70%	Log-normal
$D_0$	w/c = 0,4 – 14,2mm <sup>2</sup> /ano	75%	Log-normal
	w/c = 0,5 – 41,0mm <sup>2</sup> /ano	75%	Log-normal
	w/c = 0,6 – 86,4mm <sup>2</sup> /ano	75%	Log-normal
	w/c = 0,7 – 162,7mm <sup>2</sup> /ano	75%	Log-normal
$x$	CA II – 30mm	50%	Log-normal
	CA III – 40mm	50%	Log-normal

**Figura 10 – Probabilidade de falha versus número de amostras para CA III**



os casos que com o maior número de amostras, a probabilidade de falha do elemento estrutural tende a se estabilizar. Isto ocorre uma vez que a incerteza ou erro estatístico da simulação diminui à medida que se aumenta o número de simulações ( $n_{si}$ ), tendendo a zero quando  $n_{si} \rightarrow \infty$ .

Ainda pela Figura 8 foi possível observar que a escolha de diferentes domínios de deformação para o dimensionamento da viga resultou em probabilidades de falha diferentes à flexão. Os valores obtidos foram: 0,003; 0,004; 0,005 e 0,004 para  $\beta_x=0,259$ ;  $\beta_x=0,500$ ;  $\beta_x=0,628$  e  $\beta_x=0,628$  com armadura dupla, respectivamente. Entretanto, constatou-se que essas probabilidades de falha estão dentro de um intervalo aceitável para a segurança no estado limite último, que estabelece um intervalo para a probabi-

lidade de falha entre  $10^{-3}$  e  $10^{-4}$ , conforme [23]. Vale ainda ressaltar que o uso de posições relativas diferentes da linha neutra e, portanto, a escolha do domínio de deformação resulta em valores distintos na segurança à flexão da viga, mesmo com o uso dos mesmos coeficientes parciais de segurança e demais parâmetros de projeto.

### 7.2 Exemplo 2

Este exemplo tem como objetivo avaliar a probabilidade de ocorrência do início da corrosão na viga em estudo, considerando o tempo de início de corrosão. A equação de estado limite que descreve o problema é definida por:

$$G_2 = t_R - t_P \tag{22}$$

Onde:  $t_R$  é o tempo de início de corrosão;  $t_P$  é o tempo de projeto considerado como 50 anos.

A Tabela 3 apresenta os parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias utilizados nesta análise.

O coeficiente de difusão de íons cloreto do concreto é influenciado pelo fator a/c utilizado na produção do material. Já a concentração de cloretos da superfície da peça e o cobrimento de concreto variam conforme a classe de agressividade (CA). Foi considerada CA II (ambiente urbano) e CA III (ambiente marinho) e, ainda, variação do fator água/cimento: a/c=0,4; a/c=0,5; a/c=0,6 e a/c=0,7. As análises utilizando a simulação de Monte Carlo foram realizadas com uma amostra de 25.000 valores para cada variável aleatória, o que levou a 25.000 simulações da equação de estado

**Figura 11 – Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA II -  $\beta_x=0,259$**

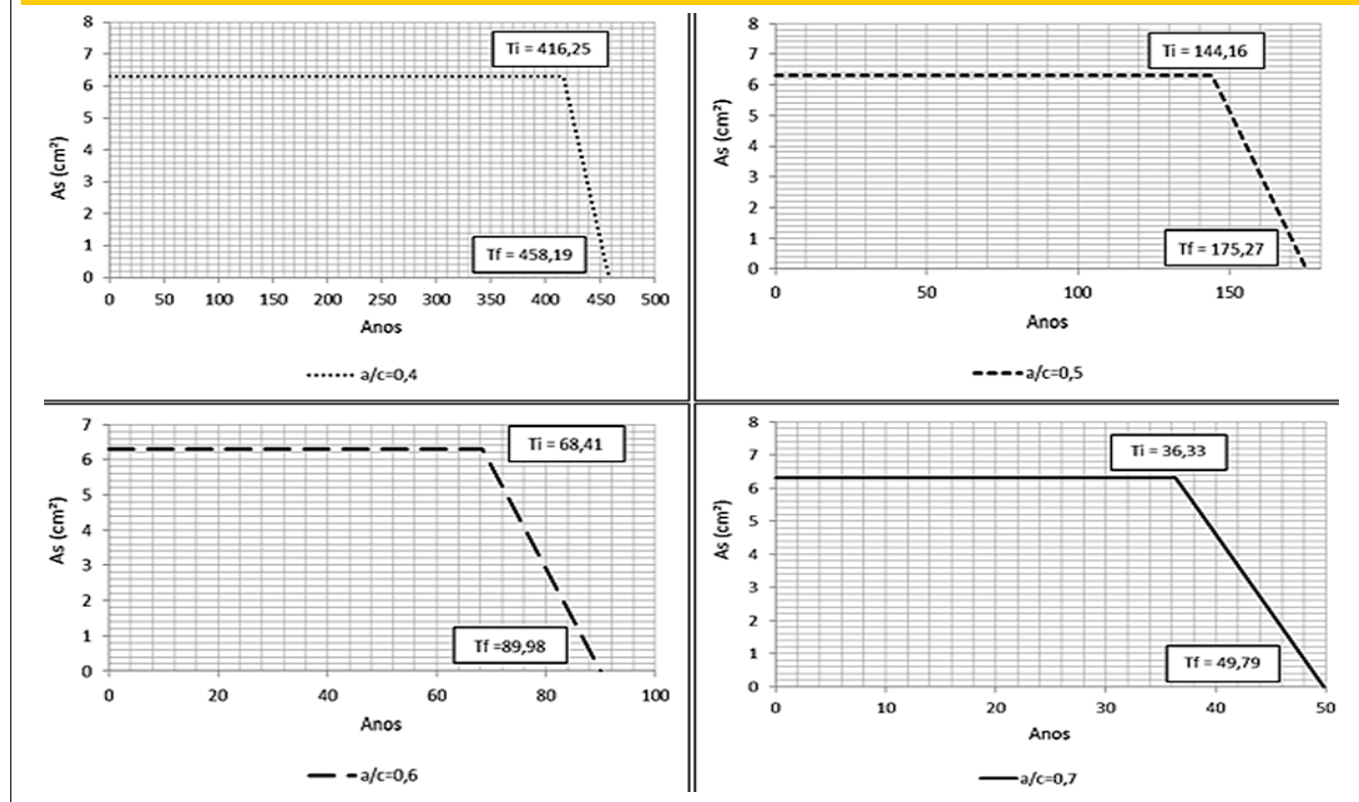


Figura 12 - Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA III -  $\beta_x=0,259$

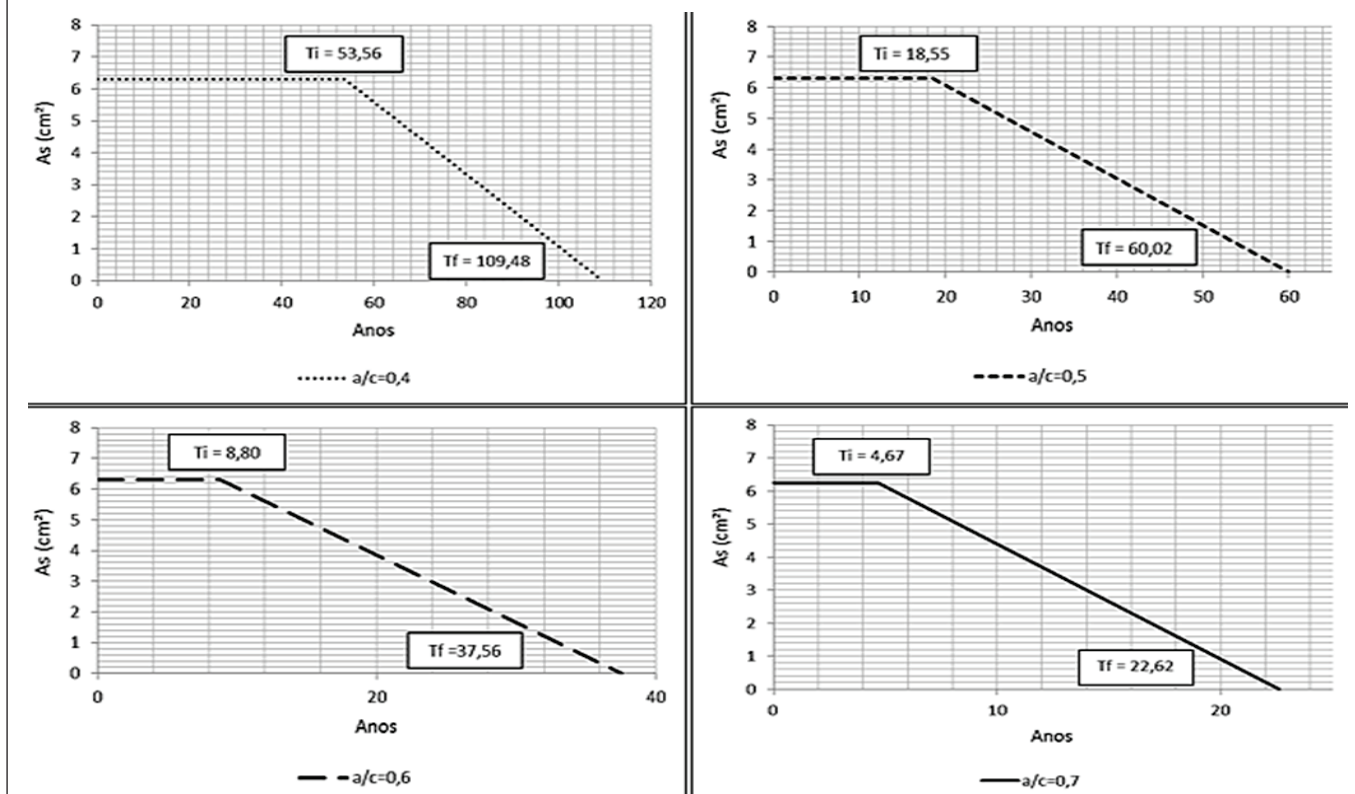


Figura 13 - Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA II -  $\beta_x=0,628$

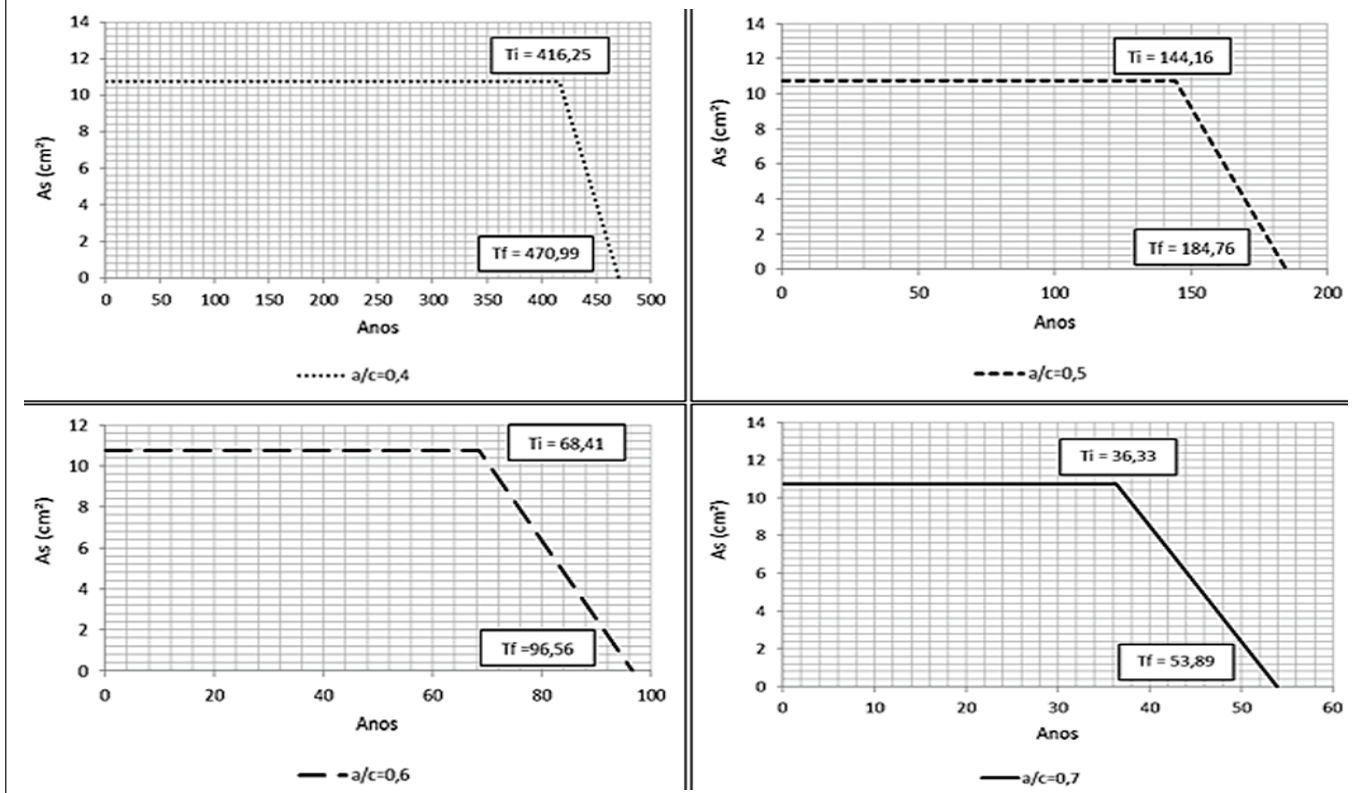




Figura 14 - Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA III -  $\beta x=0,628$

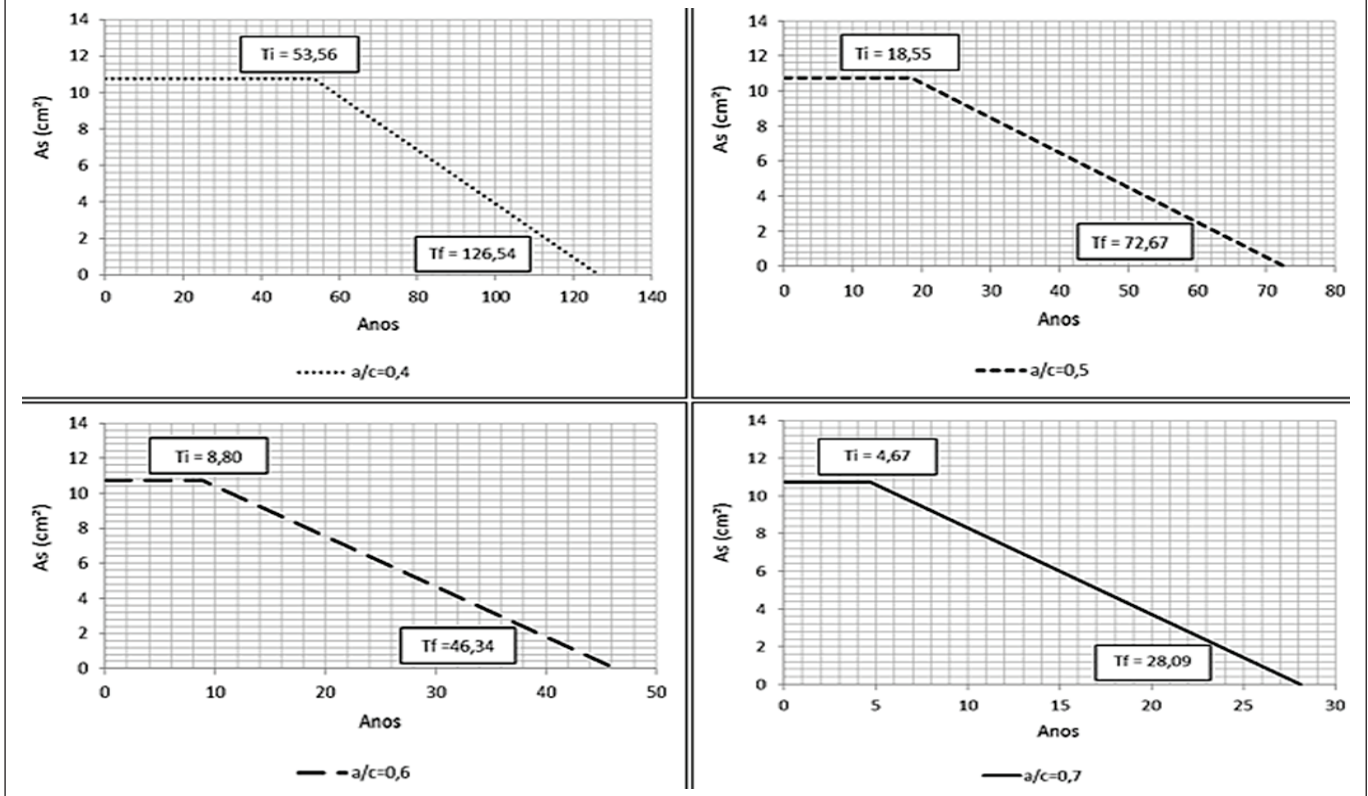
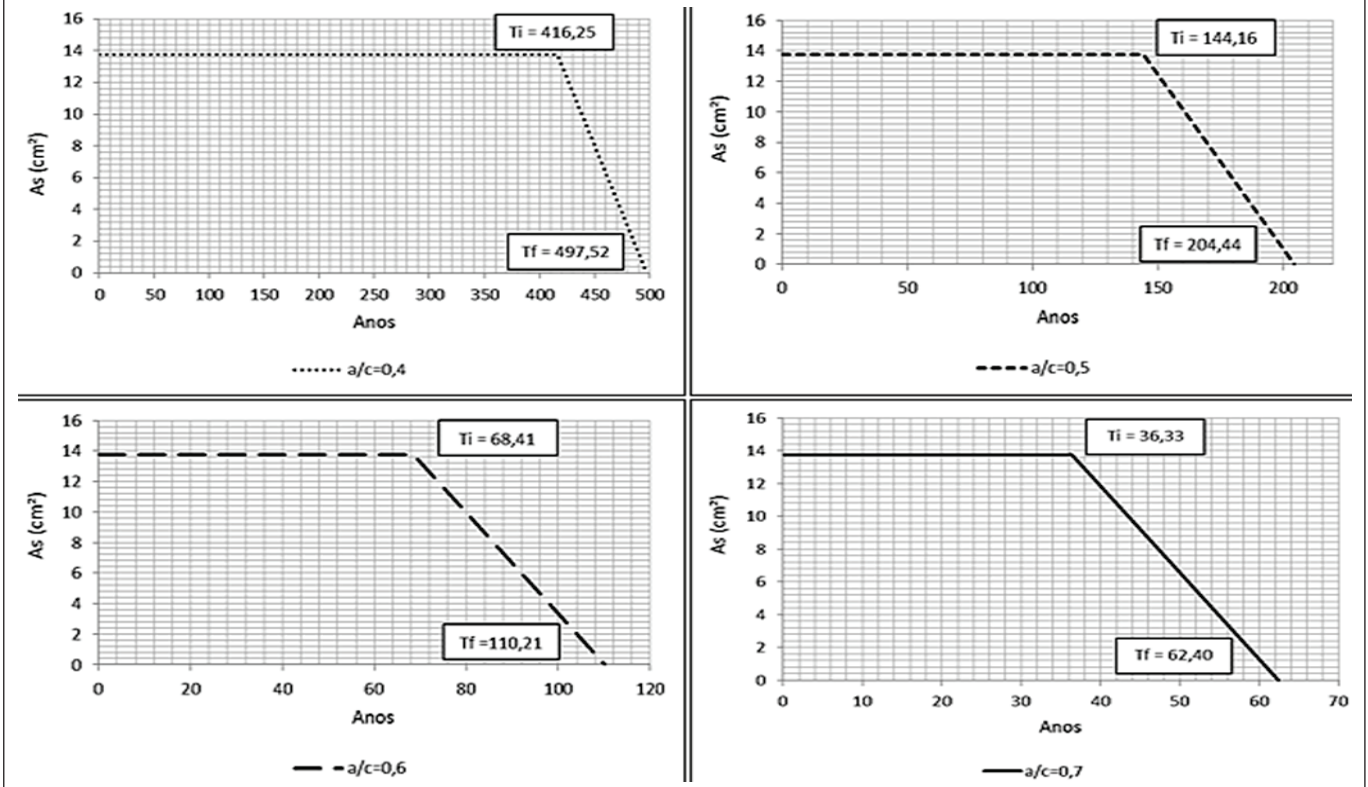


Figura 15 - Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA II -  $\beta x=0,628$  com armadura dupla





limite. Os resultados da análise encontram-se nas Figuras 9 e 10. De acordo com os resultados obtidos, observou-se que as probabilidades de início do processo corrosivo também tendem a se estabilizar em função do número de amostras utilizadas. Na Figura 9, verificou-se a dependência entre o início da corrosão de armaduras e o fator água/cimento, resultando em uma probabilidade de falha de 0,70 quando  $a/c=0,7$ . Esta dependência era esperada, porque quanto maior for o fator água/cimento, maior será a permeabilidade do concreto e, conseqüentemente, mais fácil é a penetração de cloretos, aumentando a chance do início de corrosão da armadura.

Além da influência do fator água/cimento, verificou-se que a concentração de cloretos na superfície do elemento estrutural apresentou também influência sobre o tempo de iniciação da corrosão. Na Figura 10 observou-se que, quando da inserção do elemento estrutural em um ambiente mais agressivo (CA III), as probabilidades de falha para todos os fatores  $a/c$  utilizados aumentaram consideravelmente atingindo, por exemplo, 0,85 para  $a/c=0,7$ .

Ainda neste exemplo, adotando-se o valor médio das variáveis que influenciam a corrosão de armaduras [ $C(x,t)$ ,  $D_0$ ,  $C_x$ ,  $x$ ] foi possível obter uma estimativa para os tempos de iniciação e desenvolvimento da corrosão para os diversos tipos de projeto estrutural adotados. As Figuras 11, 13 e 15 mostram os resultados da viga em estudo inserida em um ambiente com CA II. Foram obtidos os tempos de iniciação e de desenvolvimento da corrosão para as seguintes configurações de projeto:  $\beta_x=0,259$ ;  $\beta_x=0,628$  e  $\beta_x=0,628$  com armadura dupla. Diferentes valores para o fator  $a/c$  também foram adotados. As Figuras 12, 14 e 16 mostram os mesmos resultados, porém para o elemento estrutural inserido em um ambiente com CA III.

A partir das Figuras 11 a 16, notou-se, novamente, a influência

direta do fator  $a/c$  e da concentração de cloretos na superfície do elemento estrutural para a despassivação das armaduras.

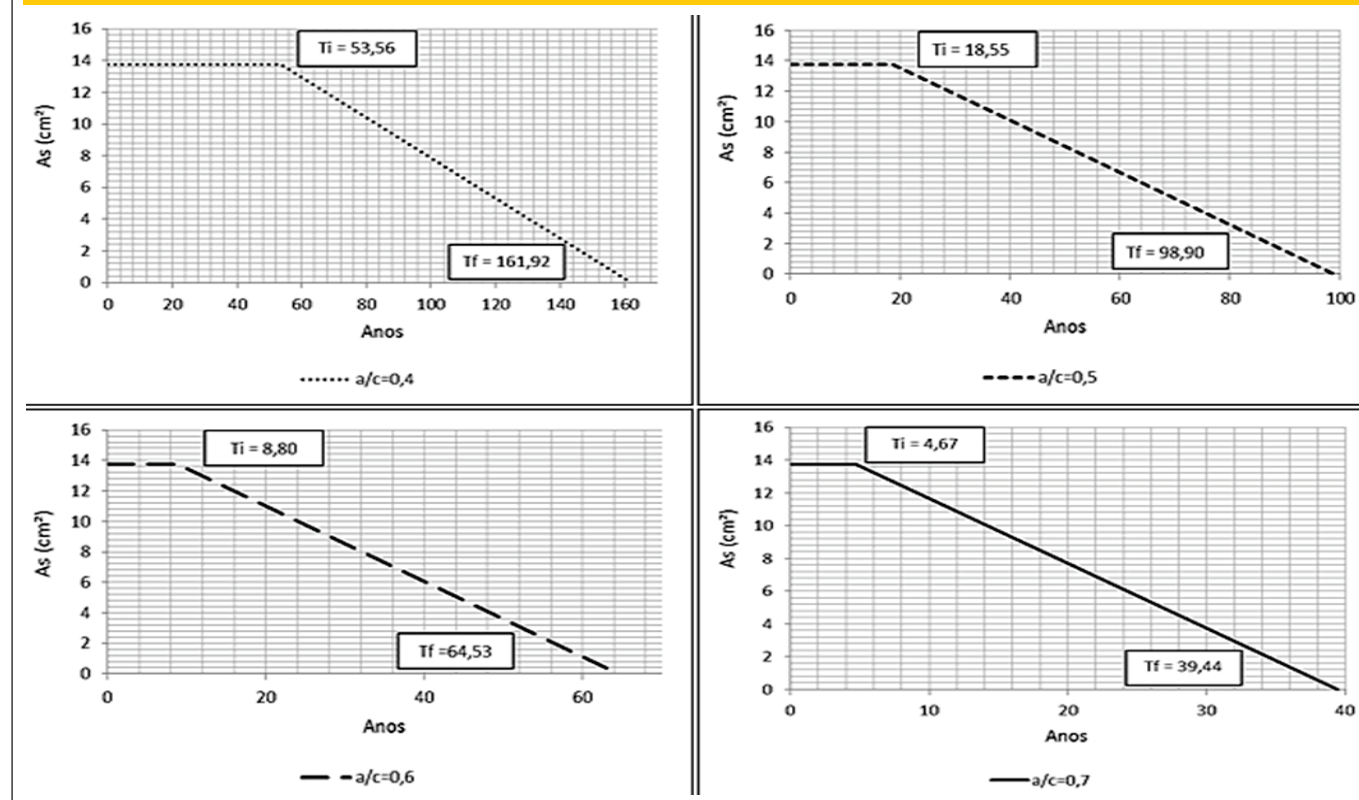
Como pode ser observado constatou-se que, para a classe de agressividade II, comparado ao período de iniciação da corrosão, o período de propagação é muito curto, o que permite a adoção do tempo de iniciação da corrosão como o parâmetro mais indicado para a avaliação da durabilidade estrutural. Porém no caso da classe de agressividade III, o que ocorreu foi que o tempo de propagação para fatores água/cimento mais elevados resultou maior do que o tempo de início de corrosão. Isso ocorreu porque o início da corrosão depende fortemente do coeficiente de difusão do concreto como agente inibidor/facilitador da corrosão, isto é, quanto maior o fator água/cimento, maior a permeabilidade do concreto e, portanto, menor é o tempo de início da corrosão. No entanto, na perda de área da seção transversal, quanto maior o fator água/cimento, menor é a intensidade de corrosão [3] e [9]. Dessa forma, o tempo de propagação para esses casos resultou maior do que o tempo total de início do processo de corrosão das armaduras.

Portanto, conclui-se com esta análise que para concretos mais permeáveis, o intervalo entre o início da corrosão e a perda total de seção transversal de aço é menor quando comparado aos concretos menos permeáveis, isto é, que apresentam maior fator água/cimento.

### 7.3 Exemplo 3

Neste exemplo, a viga em concreto armado foi avaliada para diferentes valores de  $\beta_x$ , sendo adotados 0,259; 0,628 e 0,628 com armadura dupla, com o objetivo de verificar a escolha do domínio de deformação no processo de dimensionamento à flexão, bem como a evolução da perda de capacidade resistente da viga analisada com a corrosão através do cálculo da probabilidade de falha

**Figura 16 - Tempo de iniciação e desenvolvimento da corrosão para CA III -  $\beta_x=0,628$  com armadura dupla**



ao longo do tempo. A equação de estado limite a ser analisada é a mesma do Exemplo 1, dada por:

$$G_3 = M_r - M_a \quad (23)$$

Entretanto, aqui se aplica a penalização do aço, por meio da corrosão uniforme das barras mensurada pela lei de Faraday. Após a determinação da área de aço, a partir das Eq. (1), (3) ou (4) (para viga com armadura dupla ou simples), calcula-se o diâmetro equivalente representativo da área total de aço. Em seguida, este é reduzido por meio da Eq. (14) para a consideração do efeito da corrosão na fase de propagação. Após o início da corrosão das armaduras, as análises probabilísticas foram realizadas considerando um período de 30 anos ( $t_{corr}$ ).

A taxa de corrosão ( $i_{CORR}$ ) foi empregada adotando-se, novamente, CA II (ambiente urbano) e CA III (ambiente marinho) e a mesma variação do fator água/cimento utilizado no Exemplo 2, isto é,  $a/c = 0,4; 0,5; 0,6$  e  $0,7$ .

Após a redução do diâmetro equivalente pela corrosão, os valores de área de aço para cada caso, bem como a posição da linha neutra são atualizados e, em seguida, o momento fletor resistente da viga considerando agora a armadura penalizada é avaliado, conforme Eq. (8).

Por meio da simulação de Monte Carlo, uma amostra de 500.000 valores para cada variável aleatória foi adotada para a avaliação da equação de estado limite. Os resultados obtidos encontram-se nas Figuras 17 a 22.

As Figuras 17 a 22 mostram o tempo de início de corrosão para os diversos valores adotados do fator água/cimento e classes de

agressividade. A evolução da probabilidade de falha do elemento estrutural no tempo também pode ser verificada.

A partir dos resultados obtidos, constatou-se que as probabilidades de falha 0,003; 0,005 e 0,004 para  $\beta_x$  de 0,259; 0,628 e 0,628 com armadura dupla, respectivamente, permaneceram constantes desde a produção do elemento estrutural até a despassivação das armaduras e, conseqüentemente, no início da corrosão. A partir deste instante, as probabilidades de falha aumentaram drasticamente para todos os valores do fator água/cimento considerados no estudo, atingindo o colapso do elemento estrutural antes mesmo do período de tempo ( $t_{corr}$ ) adotado para o desenvolvimento da corrosão.

No caso das Figuras 18, 20 e 22, verificou-se que a exposição do elemento estrutural ao ambiente mais agressivo (CA III) fez com que a corrosão das armaduras se iniciasse mais rapidamente. Entretanto, observou-se a influência do cobrimento de concreto no desenvolvimento do processo corrosivo e, conseqüentemente, nas probabilidades de falha do elemento estrutural.

## 8. Conclusões

Com base nos resultados obtidos nos exemplos apresentados, concluiu-se, primeiramente, que os procedimentos descritos por norma garantem que a probabilidade de falha de um elemento estrutural de viga em concreto armado submetido à flexão esteja dentro de um intervalo aceitável ( $10^{-3}$  a  $10^{-4}$ ), conforme [23].

Como verificado nos resultados apresentados, o início da corrosão depende de vários fatores. No entanto, a concentração de cloretos na superfície do elemento estrutural e o valor da espessura do cobrimento demonstraram ter grande importância na análise probabilística. O coeficiente de difusão é também um parâmetro importante, uma vez que este mede a resistência do material

Figura 17 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA II -  $\beta_x=0,259$

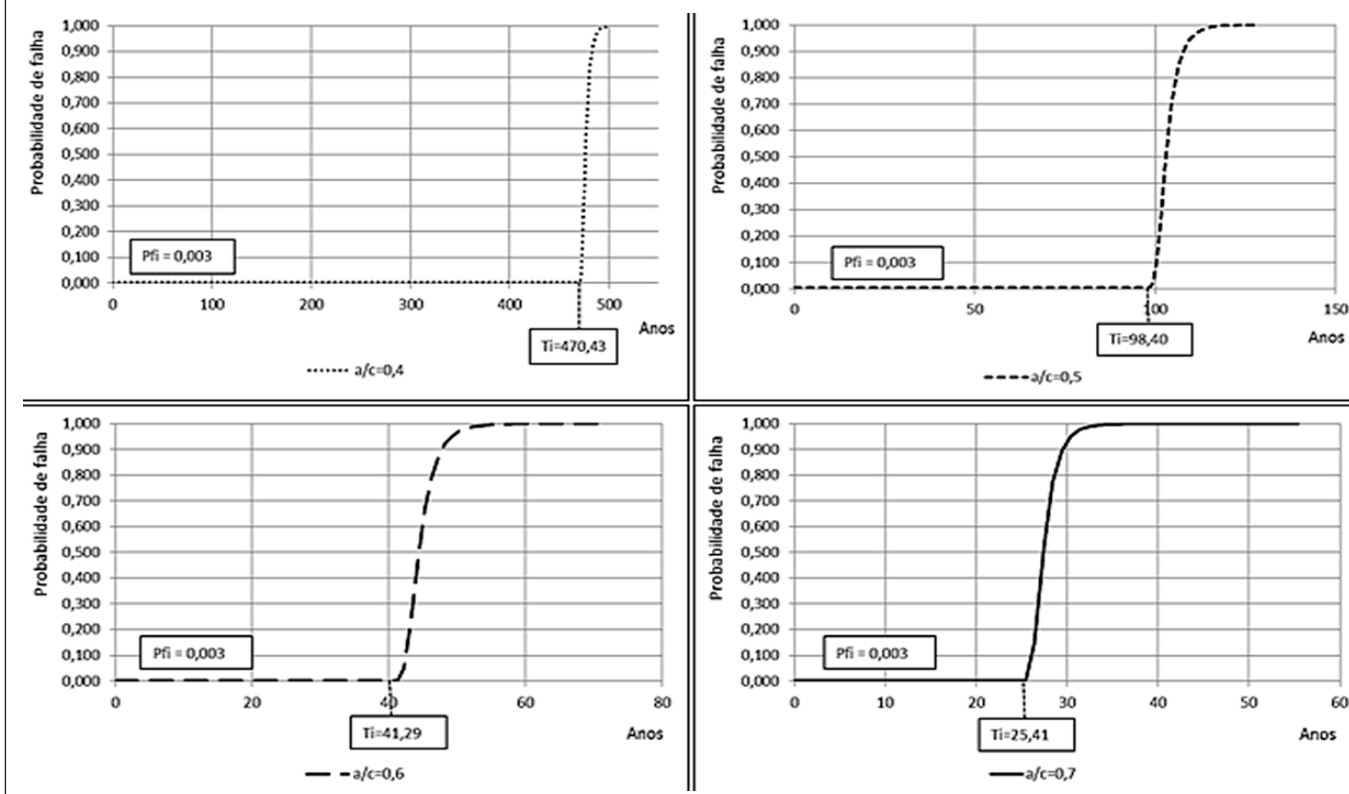


Figura 18 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA III -  $\beta_x=0,259$

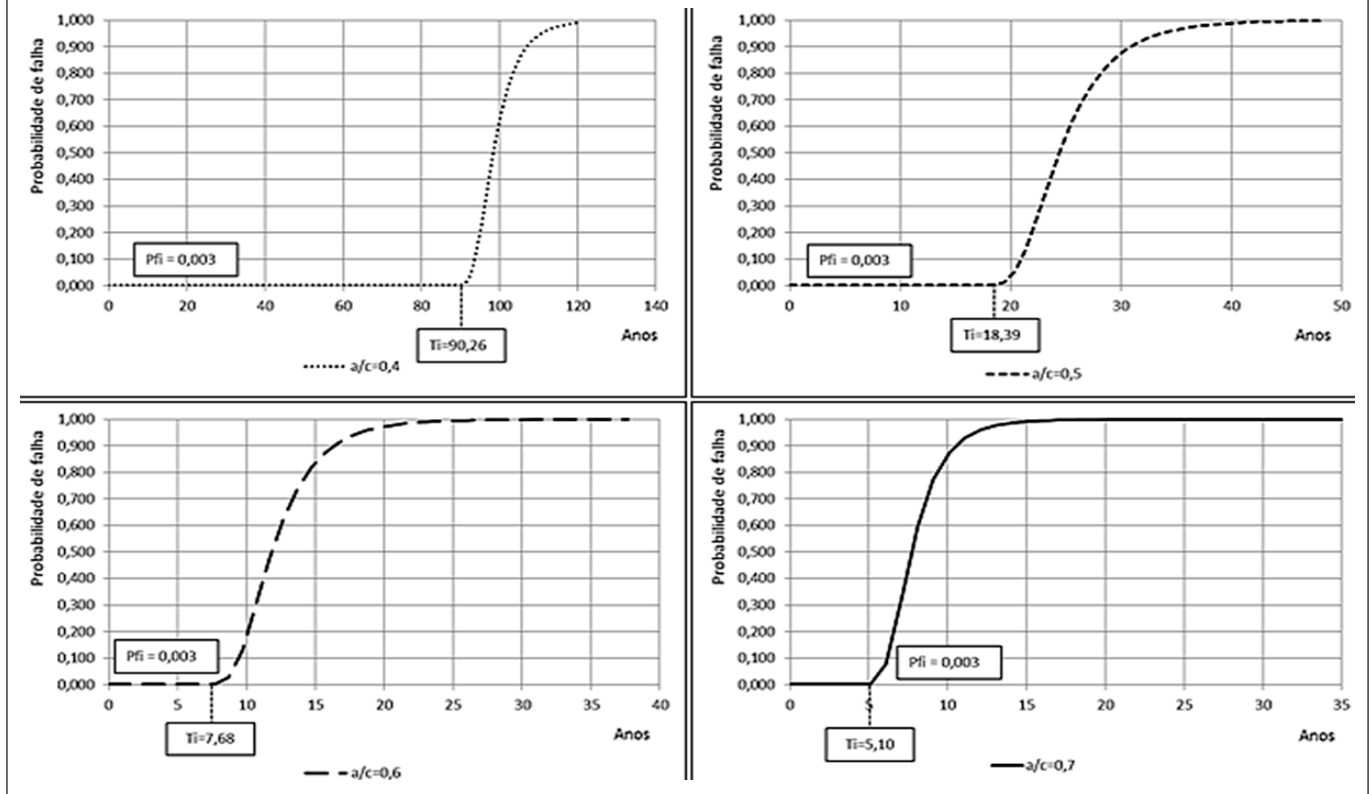


Figura 19 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA II -  $\beta_x=0,628$

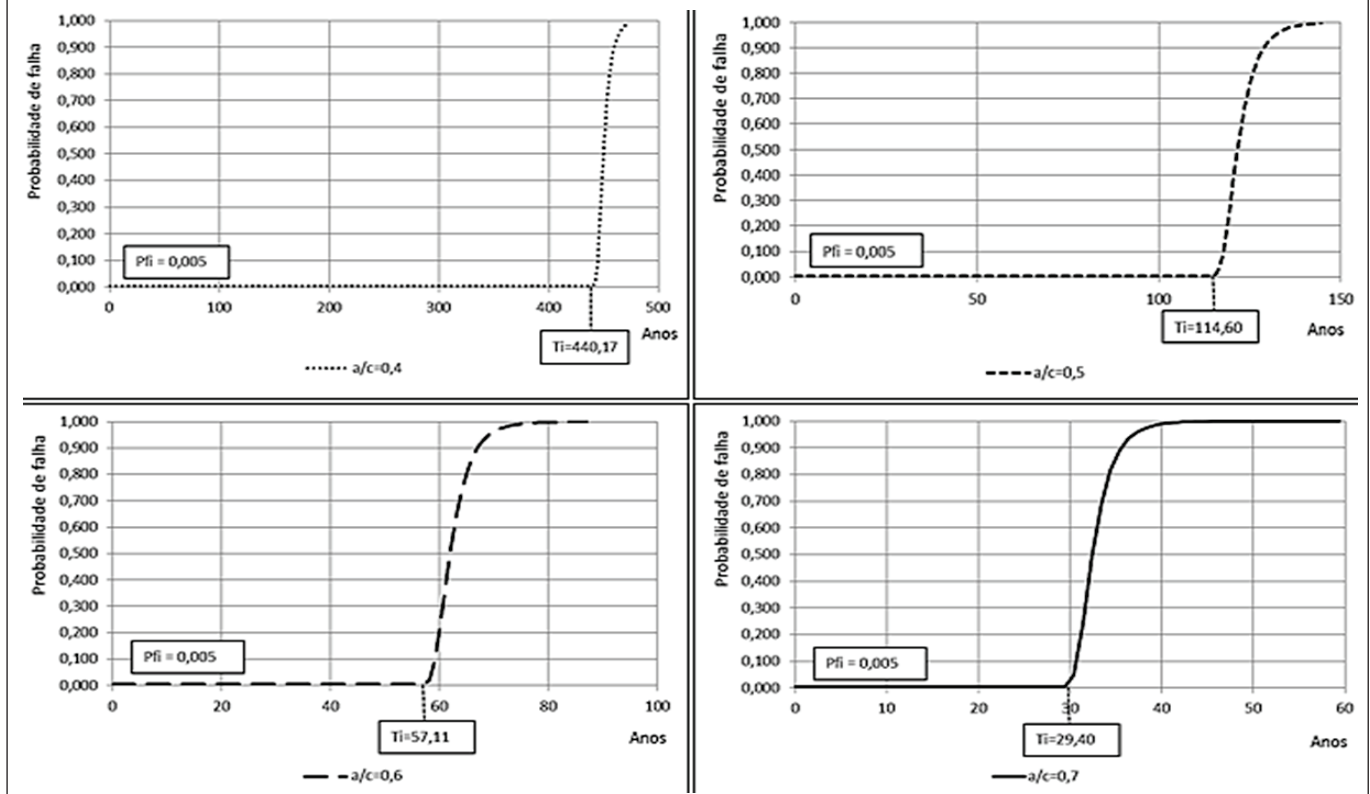


Figura 20 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA III -  $\beta x=0,628$

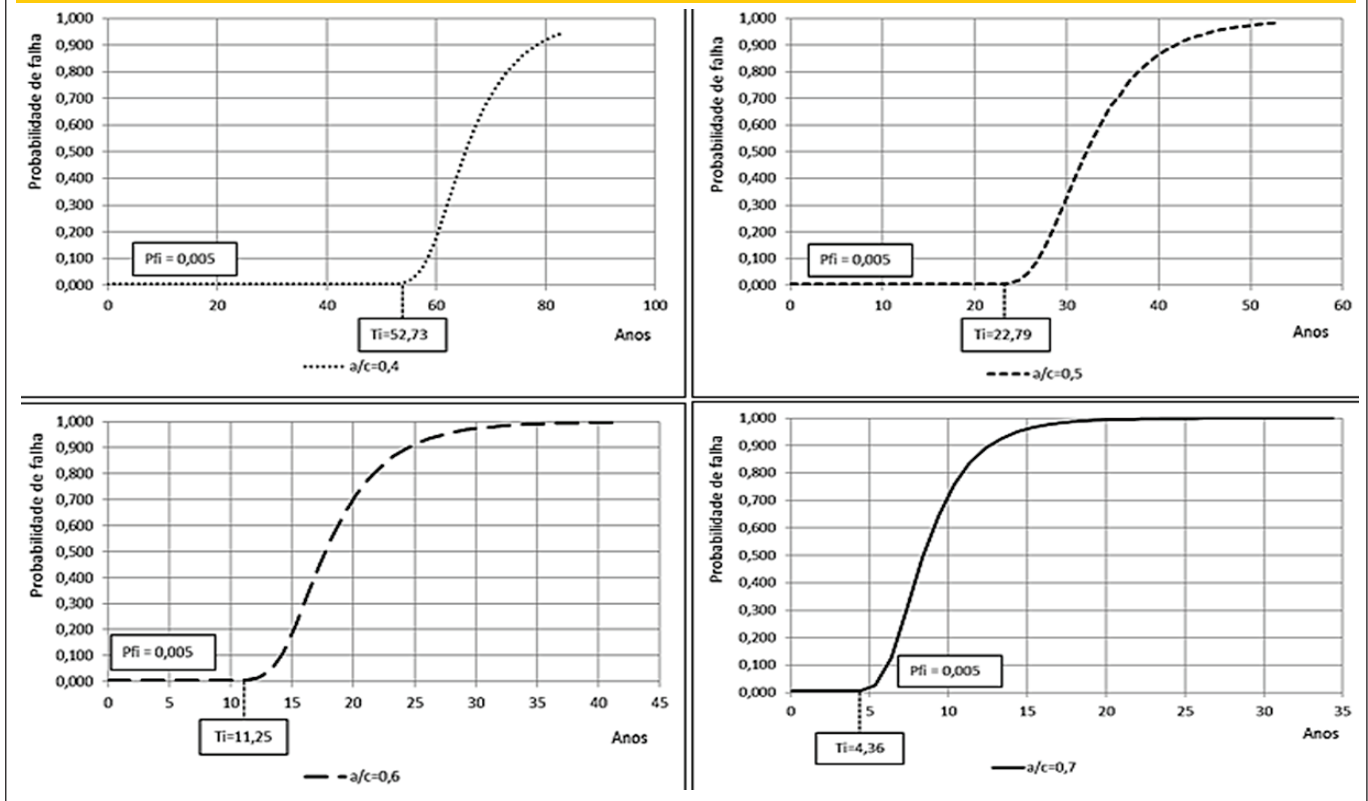
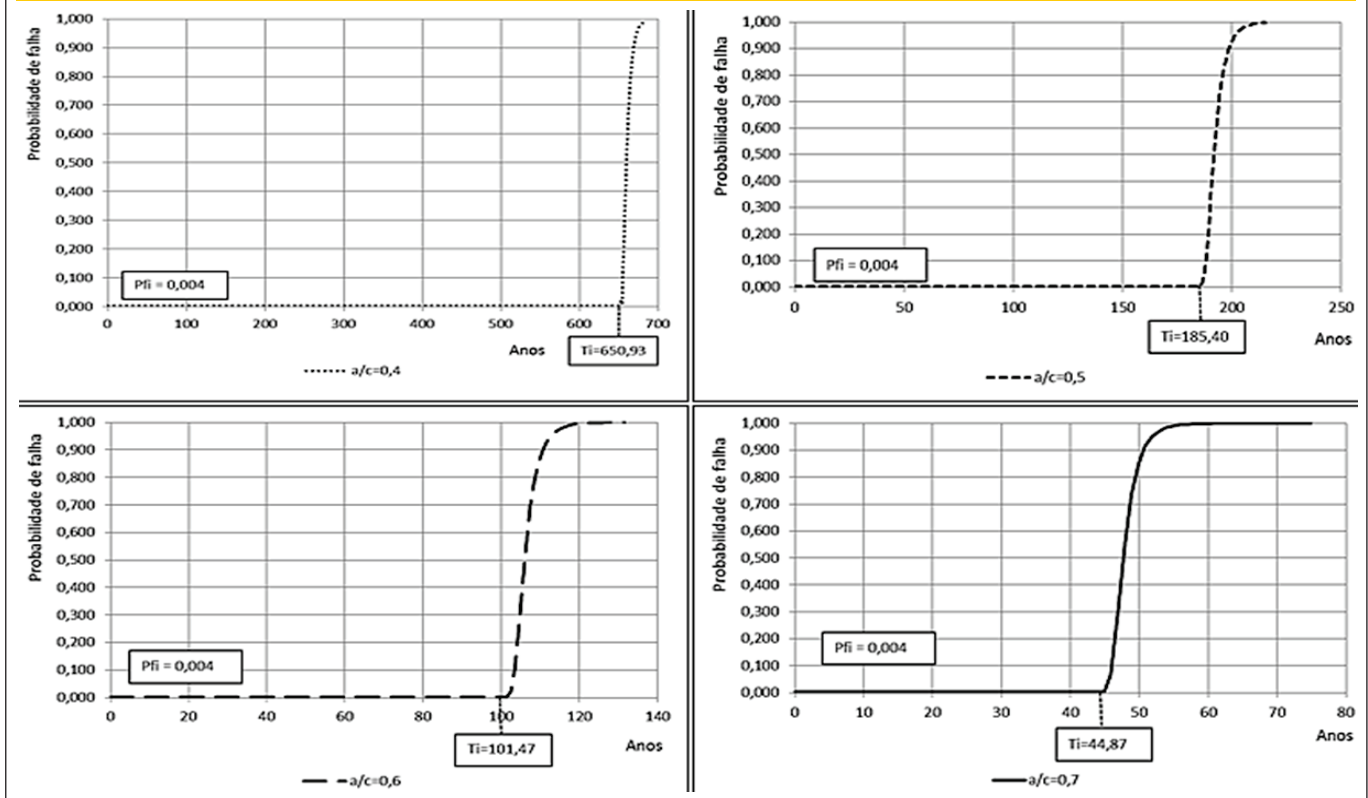


Figura 21 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA II -  $\beta x=0,628$  com armadura dupla





contra a penetração de cloretos e pode ser determinante para a escolha de valores ótimos de cobrimento de concreto.

De acordo com os resultados obtidos no estudo, a durabilidade de estruturas de concreto armado deve ser associada a valores mais rigorosos de espessura de cobrimento, bem como concretos menos porosos (baixo fator água/cimento). O maior controle na manutenção da espessura da camada de concreto do cobrimento especificada no projeto garante menor variabilidade da mesma e, conseqüentemente, diminui a probabilidade de ocorrência do início da corrosão. Acredita-se, finalmente, que a abordagem estatística do problema da durabilidade através da consideração da aleatoriedade dos parâmetros envolvidos mostrou-se adequada para a determinação de tempos de início de corrosão e/ou tempos de perda de área de aço, fornecendo assim, as informações necessárias para inspeções e manutenções em estruturas de concreto armado.

E finalmente, é interessante destacar o tipo de aplicação direta que estudos como este podem resultar. A criação de um programa de inspeção periódica em estruturas definido pelo tempo mais provável de início da corrosão e, em seguida, inspeções regulares para verificar se há ou não perda significativa de área de armadura. Em análises prévias é possível verificar a redistribuição de esforços na estrutura, em função da perda de área de armadura e determinar qual o limite aceitável de corrosão das barras para posterior intervenção. Esses estudos são temas dos próximos trabalhos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa.

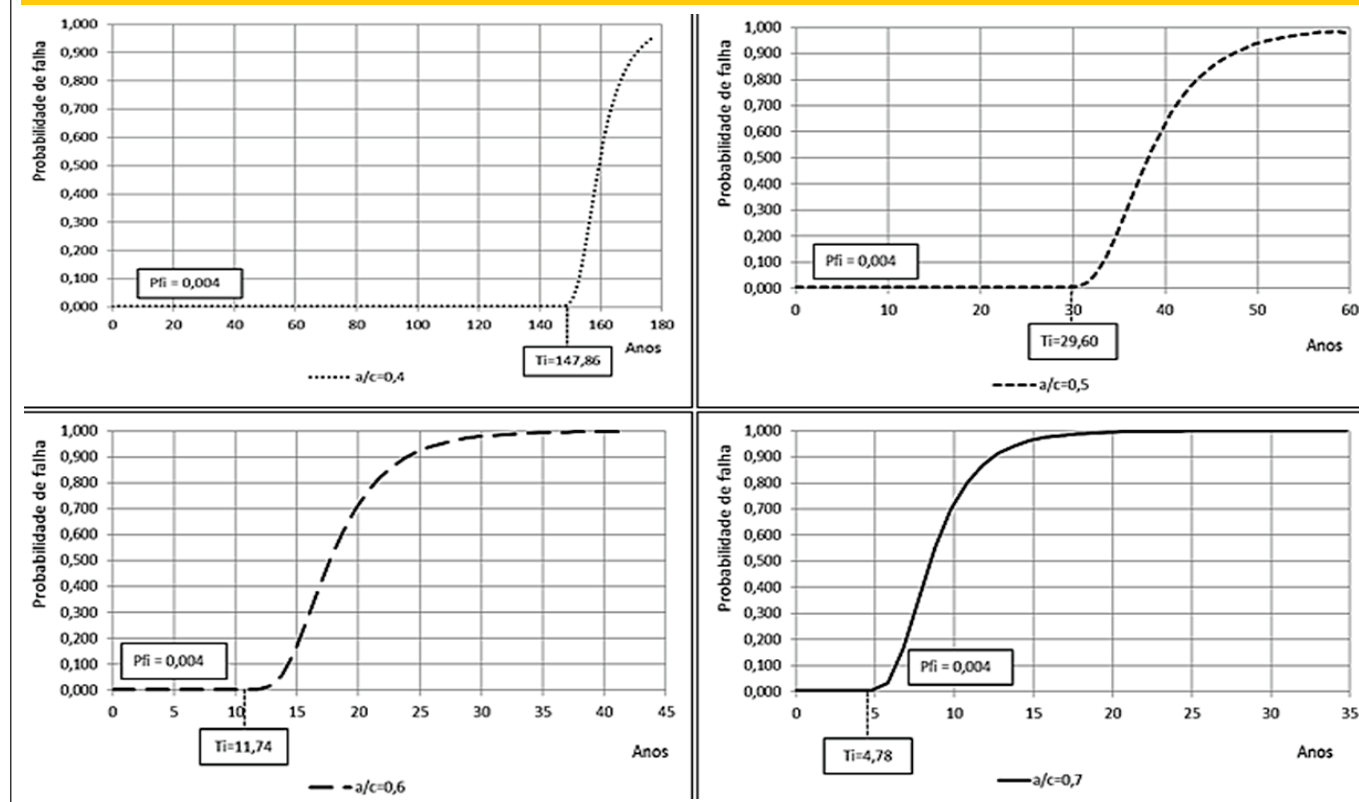
### 9. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), sem o qual esta pesquisa não poderia ter sido desenvolvida.

### 10. Referências bibliográficas

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2003.
- [02] MEHTA, P.; MONTEIRO, P.J. Concrete: Microstructure, Properties and Materials, Third edition, McGraw Hill, 2006.
- [03] BICZÓK, I. Corrosión y protección del hormigón. España: Urmo S. A. De Ediciones, 1972.
- [04] VU, K.A.T.; STEWART, M.G. Structural reliability of concrete bridges including improved chloride-induced corrosion models. *Structural Safety*, v.22, p.313-333, 2000.
- [05] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D.; CODA, H.B. Reliability algorithms applied to reinforced concrete structures durability assessment. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v.5, 440-450, 2012.
- [06] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D. Probabilistic models applied to safety assessment of reinforced concrete structures subjected to chloride ingress. *Engineering Failure Analysis*, v.31, p.76-89, 2013.
- [07] JUNG, W.Y.; YOON, Y.S.; SOHN, Y.M. Predicting the remaining service life of land concrete by steel corrosion. *Cement and concrete research*, v.33, p.663-677, 2003.
- [08] KONG, J.S.; ABABNEH, A.N.; FRANGOPOL, D.M.; XI, Y.P. Reliability analysis of chloride penetration in saturated concrete. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v.17, p.305-315, 2002.
- [09] NOGUEIRA, C.G.; LEONEL, E.D.; CODA, H.B. Probabilistic failure modelling of reinforced concrete structures subjected to chloride penetration. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, v.4, p.10, 2012.
- [10] VAL, D.V.; STEWART, M.G. Life-cycle cost analysis of rein-

**Figura 22 - Probabilidade de falha ao longo do tempo para CA III -  $\beta_x=0,628$  com armadura dupla**





- forced concrete structures in marine environments. *Structural Safety*, v.25, p.343-362, 2003.
- [11] BASTIDAS-ARTEAGA, E.; CHATEAUNEUF, A.; SÁNCHEZ-SILVA, M.; BRESSOLETTE, P.; SCHOEFS, F. A comprehensive probabilistic model of chloride ingress in unsaturated concrete. *Engineering Structures*, v.51, p.259-266, 2011.
- [12] EL-HASSAN, J.; BRESSOLETTE, P.; CHATEAUNEUF, A.; EL TAWIL, K. Reliability-based assessment of the effect of climatic conditions on the corrosion of RC structures subjected to chloride ingress. *Engineering Structures*, v.32, p.3279-3287, 2010.
- [13] LEONEL, E.D.; BECK, A.T.; VENTURINI, W.S. On the performance of response surface and direct coupling approaches in solution of random crack propagation problems. *Structural Safety*, v.33, p.261-274, 2011.
- [14] DURACRETE. Statistical quantification of the variables in the limit state functions. The European Union Brite EuRam 3 contract BRPR-CT95-0132 Project BE95-1347, Report BE95-1347/R7, May, 2000.
- [15] CRANCK, J. *The mathematics of diffusion*, 2<sup>nd</sup> Ed., Clarendon Press, Oxford, London. 414 p, 1975.
- [16] DHIR, R.K.; JONES, M.R.; NG, S.L.D. Prediction of total chloride content profile and concentration/time-dependent diffusion coefficients for concrete, *Magazine of Concrete Research*, 50:37-48, 1998.
- [17] TUUTTI, K. *Corrosion of steel in concrete* Swedish. Cement and Concrete Research Institute Stockholm, 1982.
- [18] GENTIL, V. *Corrosão*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
- [19] CASCUDO, O. *O controle da corrosão de armaduras em concreto: inspeção e técnicas eletroquímicas*. São Paulo: Pini; Goiânia: Editora UFG, 1997.
- [20] BASTIDAS-ARTEAGA, E.; SCHOEFS, F.; STEWART, M.G.; WANG, X. Influence of global warming on durability of corroding RC structures: A probabilistic approach. *Engineering Structures*, v.51, p.259-266, 2013.
- [21] DITLEVSEN, O.; MADSEN, H.O. *Structural reliability method*, New York: John Wiley and Sons, 1996.
- [22] HASOFER, A.M.; LIND, N.C. Exact and invariant second moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*. 100 (EM1): p.111-121, 1974.
- [23] NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. *Reliability of structures*. McGraw Hill, Michigan, 2000.
- [24] PAPADAKIS, V.G.; ROUMELIOTIS, A.P.; FARDIS, M.N.; VAGENAS, C.G. Mathematical modeling of chloride effect on concrete durability and protection measures. In Dhir, R.K., Jones, M.R., editors. *Concrete repair, rehabilitation and protection*. London, E&FN Spon, 1996.
- [25] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, STANDARD EN 1992-1-1:2004, Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004.

# Punching shear in reinforced concrete flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer

## *Punção em lajes lisas de concreto armado com furo adjacente ao pilar e transferência de momento*



D. C. OLIVEIRA<sup>a</sup>  
diordrum@gmail.com

R. B. GOMES<sup>a</sup>  
rbggomes@gmail.com

G. S. MELO<sup>b</sup>  
guilherm@unb.br

### Abstract

The structural behavior and the ultimate punching shear resistance of internal reinforced concrete flat slab-column connections, with one hole adjacent to the column, with or without flexural moment transfer of the slab to the column was investigated. Main variables were: the existence whether or not hole, flexural reinforcement layout and ratio, the direction and sense of the moment transferred and the eccentricity of the load ( $M$  (moment transferred to column) /  $V$  (shear)) ratio at the connection - 0,50 m or 0,25 m. Seven internal slab-column joining were tested and ultimate loads, cracking, deflections, concrete and reinforcement strains were analyzed. The existence of hole adjacent to the smaller column dimension, the hole dimension, flexural reinforcement rate and placing, the variation of relation  $M_u/V_u$  in function of the load, and, than, of eccentricity of the load, influenced the slabs behavior and rupture load. Test results were compared with the estimations from CEB-FIP/MC1990 [7], EC2/2004 [12], ACI-318:2011 [1] and NBR 6118:2007 [5]. ACI [1] and EC2 [12] presented most conservative estimates, although have presented some non conservative estimates. Brazilian NBR [5], even though being partly based in EC2 [12], presented smaller conservative estimates and more non conservative estimates. A modification on all codes is proposed for taking in account the moment caused by the eccentricity at the critical perimeter for slabs with holes.

**Keywords:** structures, flat slabs, reinforced concrete, punching shear, hole.

### Resumo

São investigados o comportamento estrutural e a resistência última à punção de ligações laje-pilar de regiões internas das lajes lisas, com um furo adjacente ao pilar, e com ou sem transferência de momento fletor da laje ao pilar. As principais variáveis foram: a existência ou não de furo, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a direção e o sentido do momento transferido e a excentricidade de carga (relação  $M$ (momento transferido ao pilar)/ $V$ (força cortante)) na ligação, igual a 0,50 m ou 0,25 m. Foram ensaiadas 7 (sete) ligações internas laje-pilar e analisados os resultados das cargas últimas, fissuração, deslocamento vertical, deformações das armaduras de flexão e do concreto. A existência de furo adjacente ao menor lado do pilar, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a variação da relação  $M_u/V_u$  em função do carregamento, e, por conseguinte, da excentricidade, influenciaram o comportamento e a carga de ruptura das lajes. Os resultados experimentais foram comparados com os estimados pelas normas: CEB-FIP/MC1990 [7], EC2/2004 [12], ACI-318:2011 [1] e NBR 6118:2007 [5]. O ACI [1] e o EC2 [12] apresentaram estimativas mais conservadoras, embora tenham apresentado algumas estimativas contra a segurança. A NBR 6118:2007 [5], apesar de baseada em parte no EC2 [12], apresentou estimativas menos conservadoras e com um número maior de estimativas contra a segurança.

**Palavras-chave:** estruturas, laje lisa, concreto armado, punção, furo.

<sup>a</sup> School of Civil Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil;

<sup>b</sup> Department of Civil and Environmental Engineering, University of Brasília, Brasília, Brazil.

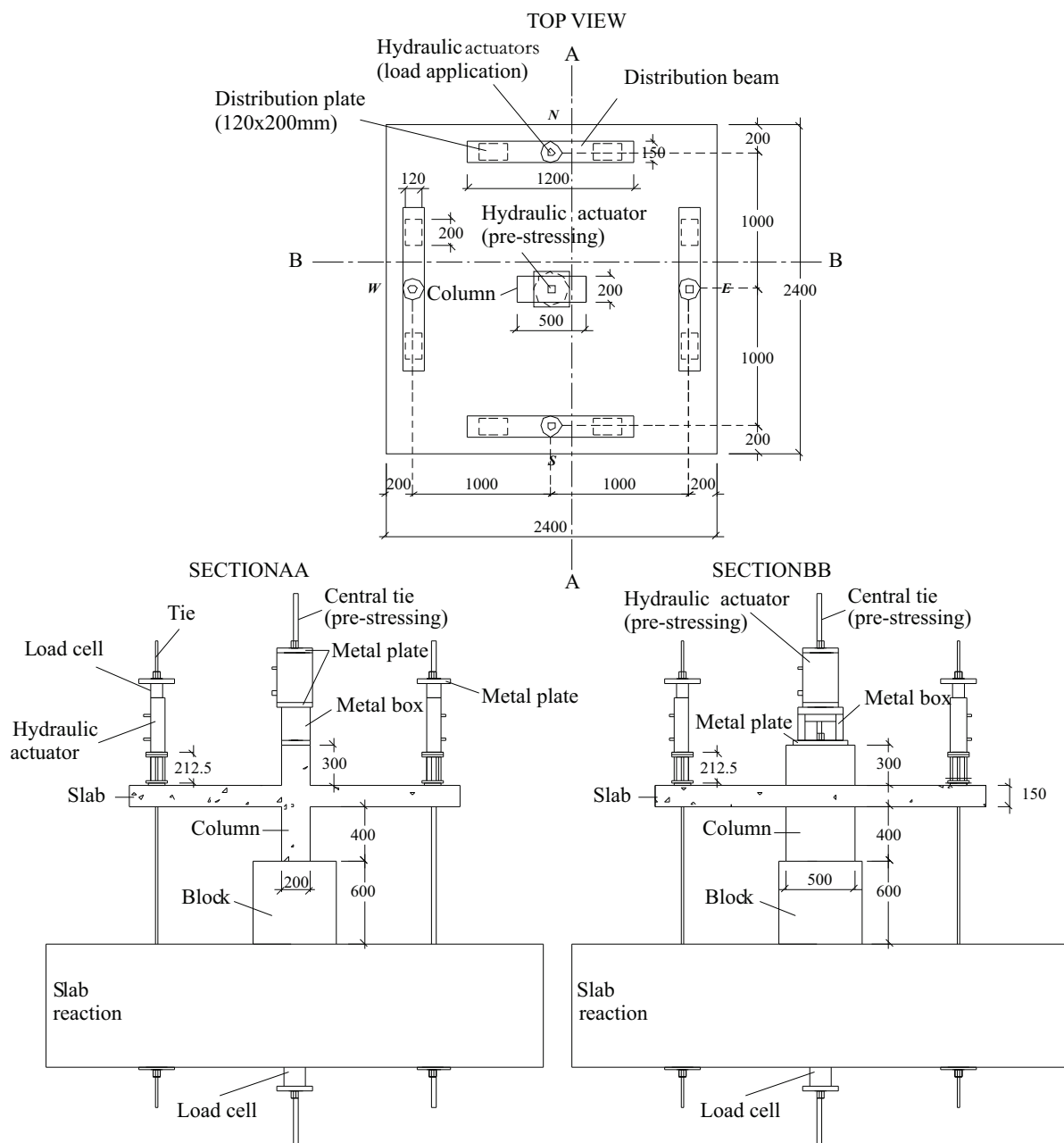
## 1. Introduction

Flat slabs according to NBR 6118:2007 [4] are flat horizontal laminar structures, directly supported on columns. It is an alternative structural system to the conventional one, in which slabs are supported on beams. The absence of beams may present some advantages, such as saving formwork, reduced height, increased number of stories for buildings with quota limitation and greater flexibility for architectural arrangement. The adoption of flat slabs

also enables greater slab panels speed execution, which makes them more economical, comparing to conventional system with beams. This increased speed can be obtained by constructive simplicity, facilitating implementation means, reducing the cutting due to the beams absence; in the cut, fold and placement of reinforcements, and concreting.

A disadvantage of flat slabs is the possibility of a punching failure for a lower load that would be the fracture load by bending. The rupture by punching occurs suddenly, with little or no warning,

Figure 1 - Testing system, top view and section (mm)



almost without ductility, which may lead to a progressive collapse (propagation of a failure that was originally held in a small part of the structure, in which the resulting damage is disproportionately larger than the original).

### 1.1 Justification

Despite this structural system (flat slabs) being widely used, the shear punching study is not yet theoretically a fully defined subject. International codes and national standards address this subject (shear punching), based on empirical studies. The criteria used for sizing are not the same and specific calculations given are often asked by scholars in the area. Experimental researches are crucial for understanding the many issues surrounding the use of this type of system.

Several experimental studies have been conducted abroad and in Brazil, evaluating the shear punching resistance of reinforced concrete flat slabs and addressing many aspects, such as concentrated loads, existence of shear reinforcement, border columns, existence of openings and moment transfer, quoting HANDON and HANSON [16], REGAN [20], TAKEYA [25], CARVALHO [8], GOMES and REGAN [13 and 14], PINTO [19], CORDOVIL [10], GOMES and ANDRADE [15], SANTOS [22], DIAS [11], VARGAS [27], OLIVEIRA [17], ANDRADE [3], COELHO [9], REGAN [21], ANDRADE [2], TRAUTWEIN [26], OLIVEIRA [18], BORGES [6], SOUZA [23] and SOUZA [24]. Among these studies, we highlight the “Shear punching in Reinforced Concrete Flat Plates with Openings Adjacent to Column and Moment Transfer”, SOUZA [24], in which this study was based on. This research contributes to the solution of the problem of flat slabs shear punching with openings, and flexural moment transfer of the slab to the column.

## 1.2 Literature Review

### 1.2.1 Regan [20]

REGAN [20] evaluated the effect of openings positioned adjacently to columns in the shear punching resistance of flat slabs, and tried to minimize the loss of this resistance by using shear reinforcement. Eight square slabs of 2000 mm length and 160 mm thickness were tested. They were supported in the center of a column of 250 mm x 150 mm. A load was applied in eight loading points, two at each end of the slab. From this research the author concluded that the shear reinforcement placed beside the openings can be highly effective to restore lost strength due to the opening.

### 1.2.2 Gomes e Andrade [15]

At Furnas Centrais Elétricas SA in Aparecida de Goiânia, Goiás, GOMES and ANDRADE [15] researched the influence of shear reinforcement “stud” type on shear punching resistance of flat slabs with openings near the column region, which simulated the passage of pipes through slabs. According to the authors, the results showed that the openings reduced the shear punching resistance of a smooth reinforced concrete slab. However, the use of shear reinforcement with openings allowed to recover the loss, even in regions where the concrete was minimal.

### 1.2.3 Souza [24]

SOUZA [24] jointly investigated the effect of the use of adjacent openings and the application of bending moment. 19 squared flat slabs of 2400 mm length and thickness of 150 mm were tested. They were monolithically connected to a column with 850 mm

**Table 1 – Characteristics and failure loads of BORGES' slabs (6)**

Slab	Column (mm)		d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ (%)	Holes	Hook anchorage	Shear reinforcement		V <sub>u</sub> (kN)
	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>						Layers	φ (mm)	
L45	200	600	154	40.5	1.28	0	No	(b)	(b)	798
L45FS_CG	200	600	154	40.5	1.14	1	Yes	(b)	(b)	742
L45FD	200	600	154	41.4	1.38	1	No	(b)	(b)	726
L45FD_CG	200	600	154	39.0	1.38	1	Yes	(b)	(b)	700
L45FFS_CG	200	600	154	41.6	1.00	2	Yes	(b)	(b)	700
L45FFD	200	600	144	37.0	1.38	2	No	(b)	(b)	635
L45FFD_CG	200	600	164	40.6	1.24	2	Yes	(b)	(b)	800
L45FFD_AC 2	200	600	154	43.8	1.38	2	No	4	10.0	1180
L45FFD_AC 3	200	600	154	39.6	1.38	2	No	3	8.0	1000
L45FFD_AC 4	200	600	154	43.2	1.38	2	No	3	8.0	835
L45FFD_AC 5	200	600	154	40.7	1.38	2	No	2	8.0	787

(a) Slab without opening - without anchoring hook.

(b) Slab without shear reinforcement.

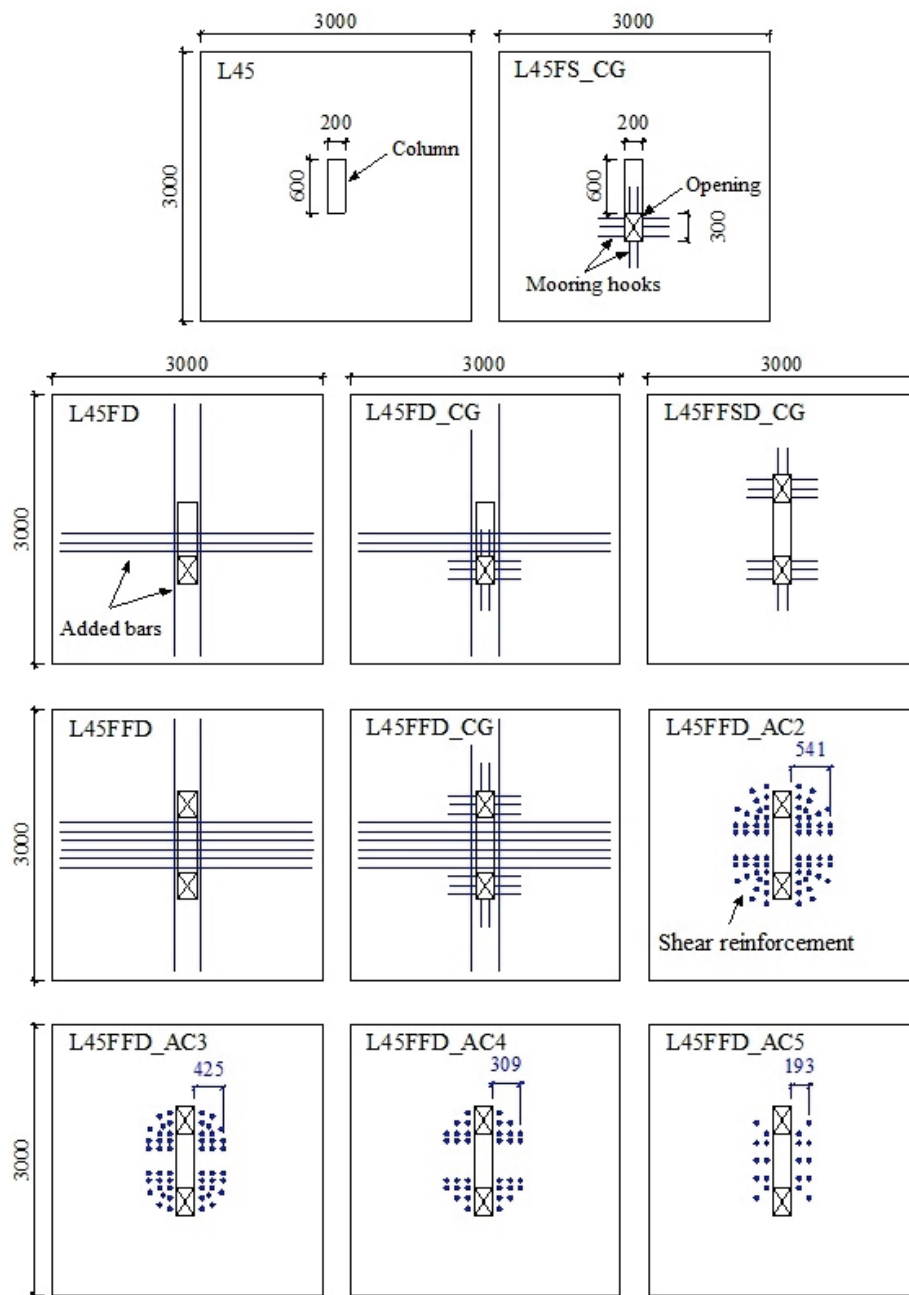
c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub> - the column dimensions (mm); d - slab effective height (mm); f<sub>c</sub> - Cylinder compressive strength of concrete (MPa); ρ - slab reinforcement ratio (%); holes - indicates the number of holes; Hook anchorage - indicates anchorage hook presence or absence; V<sub>u</sub> - slab failure load.

F - one opening; FF - two openings; S - no extra bar, D - with addition of bar; CG - with anchorage hook; ACi - shear reinforcement type “i”.

(300 mm up to 400 mm down) tall with a rectangular cross section 200 mm x 500 mm. The slabs were loaded at the edges, from the top down. Between the slabs, the main features that differ from each other are: quantity, placement and dimensions of the openings, the rate and distribution of flexural reinforcement, the shear reinforcement and the load eccentricity (ratio  $M$  (moment transferred to the column) /  $V$  (shear)) in slab-column connection. The test system used is shown in Figure 1. The author concluded that

resistance losses were greater for the slabs with an adjacent opening to the smallest column side, and the adjacent opening dimension greater than the dimension of the column (slabs L2, L3 and L4), which had as variables the rate and the flexural reinforcement position. It is also observed that for slabs with applied moment, the worst situations regarding the loss of resistance with adjacent column opening and moment transfer occurred when the moment is towards the opening region, which is more brittle and has no

Figure 2 – Tested slabs models by BORGES (6) – mm





concrete to resist compressions in the plate bottom layer, which are increased due to the moment.

1.2.4 Borges [6]

BORGES [6] analyzed experimentally twenty flat square slabs of reinforced concrete, with 3000 mm length and 200 mm of thickness, aiming to investigate the behavior of slabs with rectangular columns, with some relations between the sides of the column, openings and reinforced shear. The characteristics and failure loads of slabs tested are shown in Table 1. In Figure 2 the models of the tested slabs by BORGES [6] are presented. The author concluded that the shear reinforcement used, consisting of "studs", positioned to engage slabs flexural reinforcement, showed adequate performance, leading to a failure surface formation to the outer region with shear steel, and that the resistance of slabs with openings and shear reinforcement can reach and even exceed the strength of similar slabs without openings. The shear reinforcement use in slabs with openings allowed an up to 86 % increase compared to the similar slab with openings and without such steel, and allowed the slab to reach shear punching resistance at least equal to the similar slab without opening. It was also reported that the use of additional flexural reinforcement bars in the region around the openings caused no increase to slabs shear punching resistance, although it has led to vertical displacements similar to the reference slab without openings. And the hooks used as anchorage of the main flexural reinforcement, which was intercepted by the openings, did not alter the failure loads of the slabs with openings.

1.2.5 Souza [23]

SOUZA [23] investigated the effect of the use of adjacent or distant column openings in eight flat reinforced concrete flat slabs of 1800 mm x 1800 mm x 130 mm. The characteristics and the slabs failure loads are shown in Table 2. Two openings were made in each slab with varying dimensions, and were located with respect to the square column with 150 mm length, as shown in Figure 3.

Shear reinforcement was not used in any slabs. The failure loads were inversely proportional to the openings dimensions and their distances related to the column. The author found that openings in flat slabs of any size located near column significantly reduce shear punching resistance. We also found that the studied openings at a distance of 4 times effective depth (4d) related to column surface do not influence the load and failure mode for shear punching. Finally, it is shown that more studies should be conducted to a clearer conclusion about the influence of distant openings in the column shear punching resistance.

1.2.6 Rules and specifications

The recommendations for calculation of flat slabs are presented in table 3, with and without openings, of the American Concrete Code (ACI/318-2011 [1]), of the European Code (EC2/2004 [12]) and of the Euro-International du Béton Committee (CEB-FIP, 1990 [7]) and the Brazilian Rules (NBR 6118:2007 [5]).

Table 4 presents the control perimeters and their locations for flat slabs with openings, where a cut is made in the perimeter control length for slabs without openings, from radial lines, from the center of the column towards the openings. For the calculation of stresses was considered the area corresponding to the perimeter control multiplied by the effective depth of the slab (d). Only CEB-FIP/MC 1990 [7] does not state in their perimeter control prescriptions, when there are openings, to be considered.

2. Materials and experimental program

The experimental program was consisted of testing, until seven slabs were ruptured (L1 to L7) aiming to experimentally investigate the behavior of slab-column connections in inner regions of flat slabs with one or two adjacent column openings, and with or without flexural moment transfer of the slab to the column. Two geometric patterns were performed. They were told apart by openings, with dimensions according to Figure 4. The main variables involved in this experimental research were: 1) the presence of openings; 2) the rate and distribution of flexural reinforcement; and

Table 2 - Characteristics and failure loads of SOUZA' slabs (23)

Slab	$f_c$ (MPa)	$\rho_x$ (%)	$\rho_y$ (%)	$\rho$ (%)	d (mm)	Holes (mm)	$s^{(1)}$ (mm)	$V_u$ (kN)
L1	35.5	1.27	1.46	1.36	91	-	-	274
L2	35.7	2.29	1.27	1.71	90	150x150	0	205
L3	36.0	1.77	1.52	1.64	89	150x150	180	275
L4	36.2	1.63	1.46	1.54	91	150x150	360	300
L5	31.9	2.23	0.83	1.36	91	150x300	0	140
L6	32.0	2.23	0.42	0.96	91	150x450	0	101
L7	32.1	1.71	1.43	1.56	92	150x300	180	225
L8	32.2	1.71	1.43	1.56	92	150x450	180	210

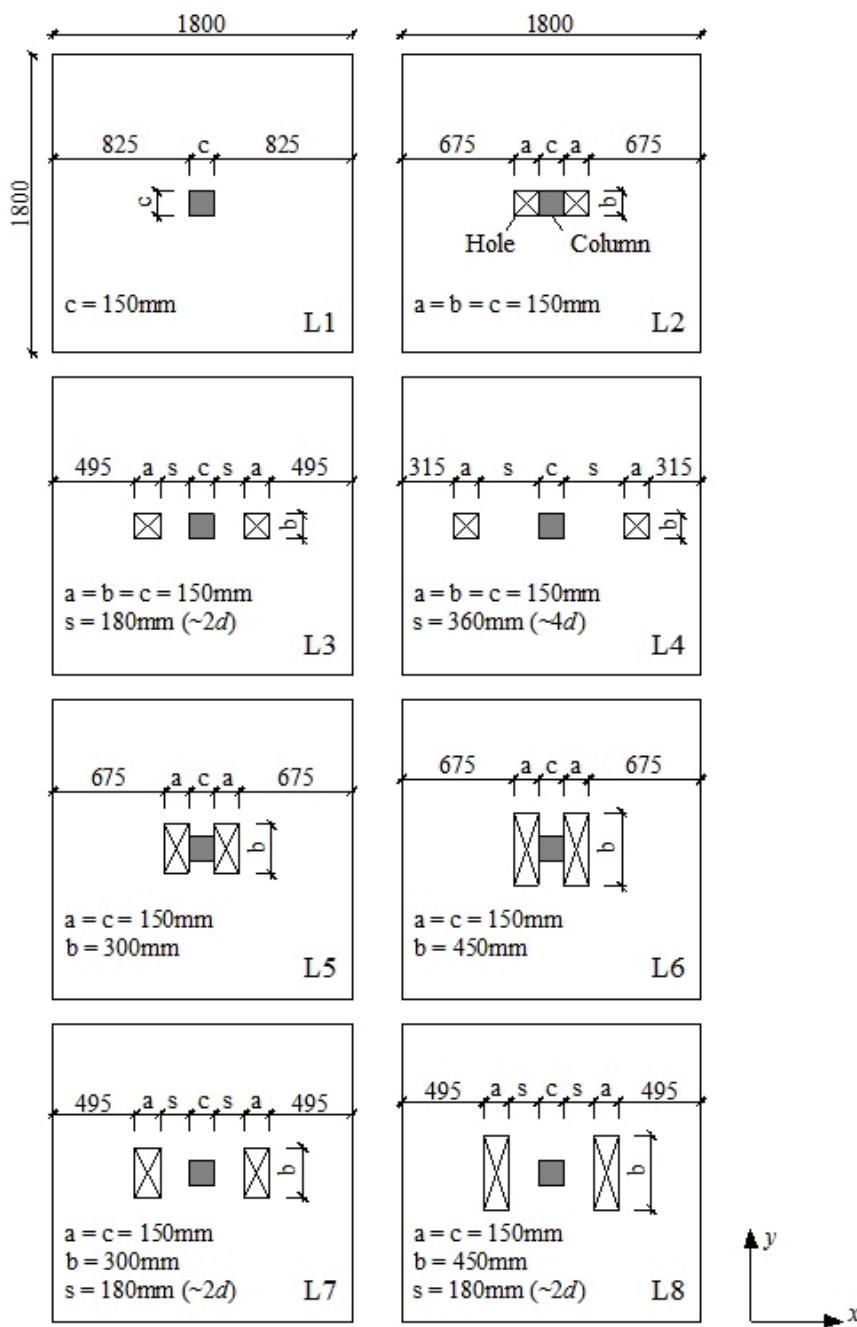
<sup>(1)</sup> - distance between openings and column surfaces;  $f_c$  - Cylinder compressive strength of concrete (MPa);  $\rho_x$  - reinforcement ratio in horizontal direction (%);  $\rho_y$  - reinforcement ratio in vertical direction (%);  $\rho = \rho_x + \rho_y$ ; d - Slab effective height (mm);  $V_u$  - Last load of failure slab.

3) load, with different flexural moment transfers from the slab to the column.

Model 1, slabs L1 and L2, are with slabs without opening. Model 2 comprises a square opening with 400 mm length side adjacent to the smallest side of the column, L2 to L7, monolithically connected to a pre-stressed column, with a 200 x 500 mm rectangular. The models represent a discrete flat slab model, simulating a negative moment of an internal column. Thus, the load application points of

tested slabs simulate slabs inflection points, full-scale, suggesting slabs with spans ranging from 8 to 10 meters. The discrete model represents the column region and slab to be analyzed, suitable for shear punching isolated analysis, not covering the efforts of membranes in a slab panel. Regarding the load, the same was given in Table 5. The load was defined based on SOUZA [24] study, and was designed to simulate the shear punching next to the column region, both for slabs with or without loading symmetry, transferring

Figure 3 – Tested slabs characteristics by SOUZA (23) - mm



the flexural moment from the slab to the column (discontinuity of slab flexural moment) which is a problem frequently found in projects engineering in flat slabs (when there are different loadings or different spans on either side of the column) - and also to study the applied moment intensity effects. In order to encourage the transfer of the flexural moment in a certain direction, the applied load intensity was greater on one side of the sample. On slab L4, for example, a load was applied designated as "2P", which is the same as saying that the loading on this region was twice more than on others, except to the opposite side, which had no loading (charging designated as "0"). However, the total vertical load (four corners sum of applied load) was the same in all slabs ("4P"). The load was applied from above through leaked hydraulic actuators. It was placed on metal beams resting on the actuators, and on distribution steel beams of 100 mm x 200 mm x 20 mm, fixed on the slab plates according to Figure 1. Figure 5 shows the load supported by each distribution plate for slabs L1, without the moment transfer,

and L6 with moment transfer. Figure 6 shows photographs of the test system (slab L2). These actuators were anchored in four metal ties with 29 mm of diameter. The ties passed through the slab and steel beams through holes previously made, and were anchored in the reaction slab. The reaction to loading occurred in the central column, monolithically connected to the slab. The column was supported in the bottom on a cubic block of reinforced concrete with edges of 600 mm. The block was inserted to facilitate the displacement under the slab and it had the function of transmitting the test part reaction to the slab. Due to the moment transfer, column pre-stressing was used in order to prevent rotation and also to simulate the loading of the column. The pre-stressing was done by a leaked hydraulic actuator with 1500 kN capacity, supported by a metal pre-stressing box (SAC 1045 steel). This actuator was anchored by a tie with 44 mm of diameter, passing through the metal pre-stressing box, the column and the block (hole protected by steel tubes on the column and block).

**Table 3 – Equations used to calculate failure loads in flat slabs**

Rules	Slabs without shear reinforcement	Check the crushing of the concrete strut
	$V_c = 0,17 \left( 1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equation 1)	-
ACI-318 (2011)*	$V_c = 0,083 \left( \frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equation 2)	-
	$V_c = 0,33 \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equation 3)	-
CEB – FIP (1990)	$P_{sd} = 0,12 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_1 d$ (Equation 4)	-
EC2 (2004)	$V_{Ed} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} u d$ (Equation 5)	-
NBR 6118 (2007)*	$F_{Sd} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} C' d$ (Equation 6)	$F_{Sd} = 0,27 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c} C d$ (Equation 7)

\* - the failure load will be lowest one shown in equations application;

Where:

$f_{ck}, f'_c$ : resistance characteristic to concrete compression (MPa);

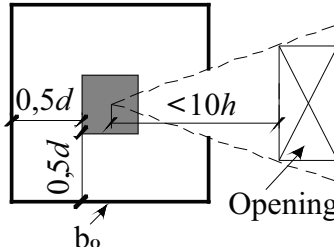
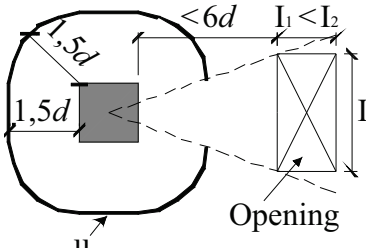
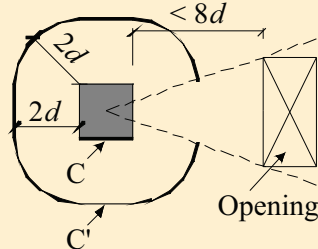
$\beta_c$ : ratio between the longest side lengthon the lowest side of the column;

$\alpha_s$ : constant to the values: 40 for internal columns, 30 to edge columns and 20 for corner columns (for all slabs of this study  $\alpha_s=40$ );

$\gamma_c$ : mitigation coefficient equal to 1.4 for NBR 6118/2007 and 1.5 for EC2 (2004), but as it is an experimental results verification, nosafety factor was adopted ( $\gamma_c=1.0$ );

$\rho_1 = \rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$  reinforcement ratio in two orthogonal directions, reached using a column width dimension plus "3d" for each side (or to the slab edge, whether it is nearer).

Table 4 - Control perimeters with openings

Rules	Control perimeter
ACI-318 (2011)	 <p><math>b_0</math> – control perimeter for slabs with distant openings up to <math>10h</math> (<math>h</math>=slab total height) from the center of the column.</p>
CEB – FIP (1990)	–
EC2 (2004)	 <p>If <math>I_1 &gt; I_2</math>,  <math>I_2 = \sqrt{I_1 I_2}</math></p> <p><math>u_1</math> – control perimeter for slabs with openings distant up to <math>6d</math> to column face.</p>
NBR 6118 (2007)	 <p><math>C, C'</math> – perimeters control for slabs with openings distant up to <math>8d</math> to column surface.</p>

The NBR 6118/2007 does not predict a reduction in the critical perimeter  $C$ , when there are openings.

Negative flexural reinforcements were composed by orthogonal meshes with 12.5 mm of diameter bars and positioned near the upper edge of the slabs (15 mm covering). Figures 7 and 8 show flexural reinforcement used in the models 1 and 2, respectively.

The positive flexural reinforcements used in model 1 was composed of an orthogonal mesh with 10 bars of 6.3 mm of diameter in two directions, spaced in each 24 cm, as shown in Figure 9. For model 2 samples, the bars coinciding with the opening position were cut, so that it was inserted, without replacement bars, as shown in Figure 9. The steel used was CA-50 and CA-60 types. In order to obtain these material mechanical properties, samples were tested as NBR 6152 (1992) [4]. Table 6 shows the characteristics (mechanical properties) of steels tested.

The concrete used was a self-compacting concrete (SCC), settled to reach 30 MPa (characteristic compression strength). Table 7 shows the proportion of the materials used to produce one concrete cubic meter. The slabs were shaped in steel formworks. A metal tube with

830 mm of length and 75 mm of diameter was embedded in each formwork, in the column center, for subsequent passage of the central tie; and four rectangular metal tubes with external measures 60 mm x 100 mm for later lateral passage of the ties. For slabs with openings shaping, molds with Expanded Polystyrene (Styrofoam) were made. Figure 10 shows photographs of metallic formwork and reinforcement before L7 slab concreting and L1 and L2 moulded slabs. After concreting, water was placed on the slabs and they were covered with plastic sheets for seven (7) days. Water was replenished twice a day for the first three days and once on remaining days.

### 3. Results

#### 3.1 Vertical displacement

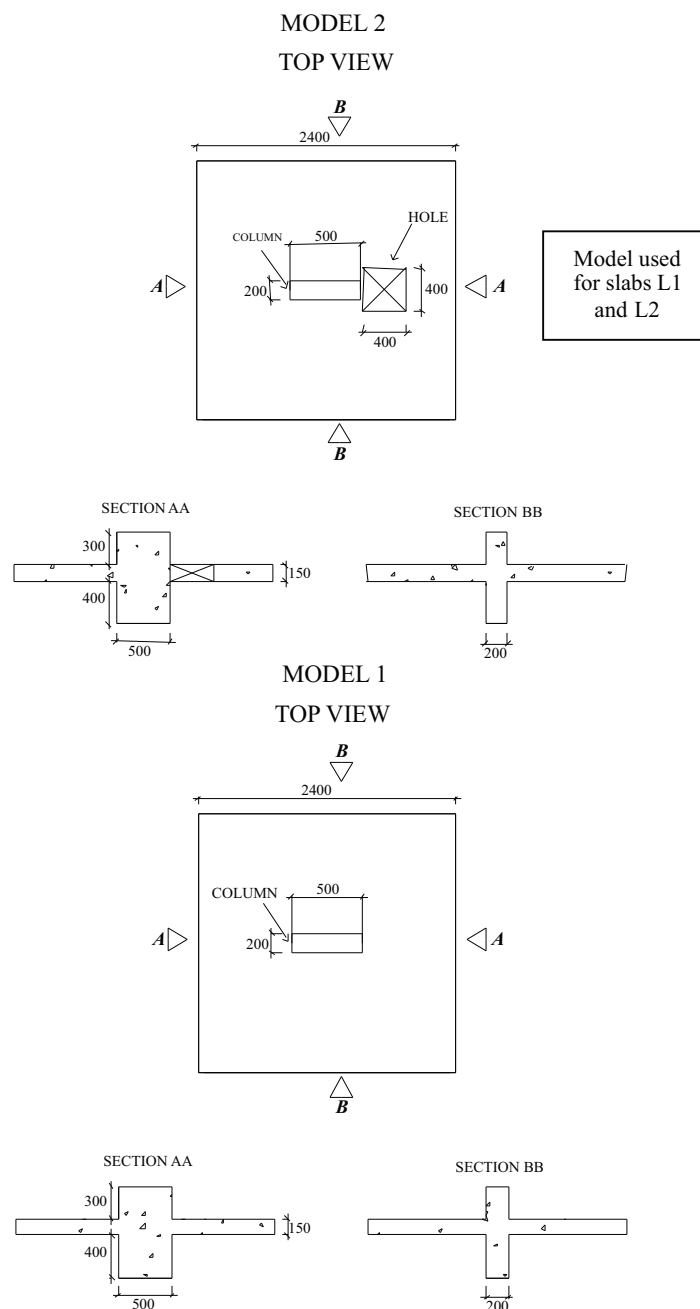
In Figures 11 and 12 are shown the graphs of *vertical displacement*

$x$  position relative to the center of the slab, in each axis, for slabs L1 (without openings and without applied moment) and L3 (with opening and moment applied in the direction parallel to the largest side of the column). The behavior in both directions was symmetrical in slab L1. In slab L3, there was rotation in  $WE$  direction where displacements in each side were opposed. However, in  $W$  side there was a displacement down, and up in  $E$  side. The  $W$  maximum displacements were on average 2.1 times higher on the maximum dis-

placement in  $E$  side. This was due to the applied load, which was “2P” intensity in  $W$  side, while the opposite side ( $E$ ) has not received a load. In the  $NS$  direction, the maximum displacements in  $N$  side were slightly higher, 0.07 mm on the load of 25 kN and 1.01 mm on the load of 200 kN.

### 3.2 Load and failure mode

Figure 4 – Tested slabs geometric characteristics - Models 1 and 2





All slabs were cracked by puncturing. Table 8 shows the main characteristics of the slabs and their failure loads.

The L2 slab ( $V_u = 266$  kN,  $M_u = 116.8$  kN.m), without opening and moment applied parallel to the longest side of the column, had a 38 % loss compared to L1 slab (reference slab). This failure load reduction was due to the flexural moment transfer from the slab to the column in that sample.

The moment influence on decreasing shear resistance could also be observed comparing L4 and L5 slabs. Both of them had parallel moment applied to the longest side of the column towards the 400 mm x 400 mm opening. The difference between the models was the applied moment intensity, which was higher on L4 slab. As a result, the latter showed a of 68 % loss compared to the reference slab, while on L5 slab the loss was lower, 50 %.

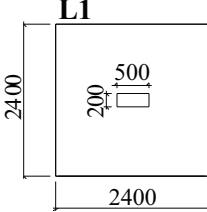
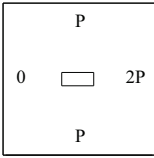
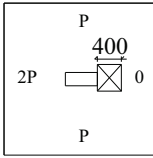
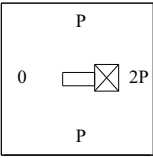
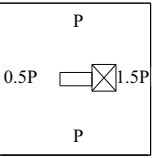
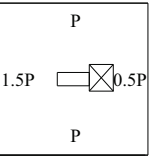
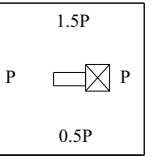
Comparing the slabs with openings and moment transfer (L3 to L7) with L2 slab, without opening and moment transfer, it

was observed that reducing the perimeter of the slab-column link (due to adjacent opening) does not result in load loss if the flexural moment is not applied towards the opening. The slabs L2 ( $V_u = 266$  kN,  $M_u = 116.8$  kN.m) and L3 ( $V_u = 250$  kN,  $M_u = 113.7$  kN.m), despite the last one having opening, slabs showed very close failure loads. It is also interesting to observe that when the moment intensity applied on the slab with opening was reduced, L6 slab ( $V_u = 305$  kN,  $M_u = 65.8$  kN.m), resulted in a failure load even greater than L2 slab without opening. This indicates that the transfer of slab flexural moment to the column is more damaging to the shear resistance, than the existence of adjacent openings to the column.

### 3.3 Cracking and surface failure

In slabs L1 and L2, the radial cracks initiated at the column.

**Table 5 – Slabs loading L1 to L7**

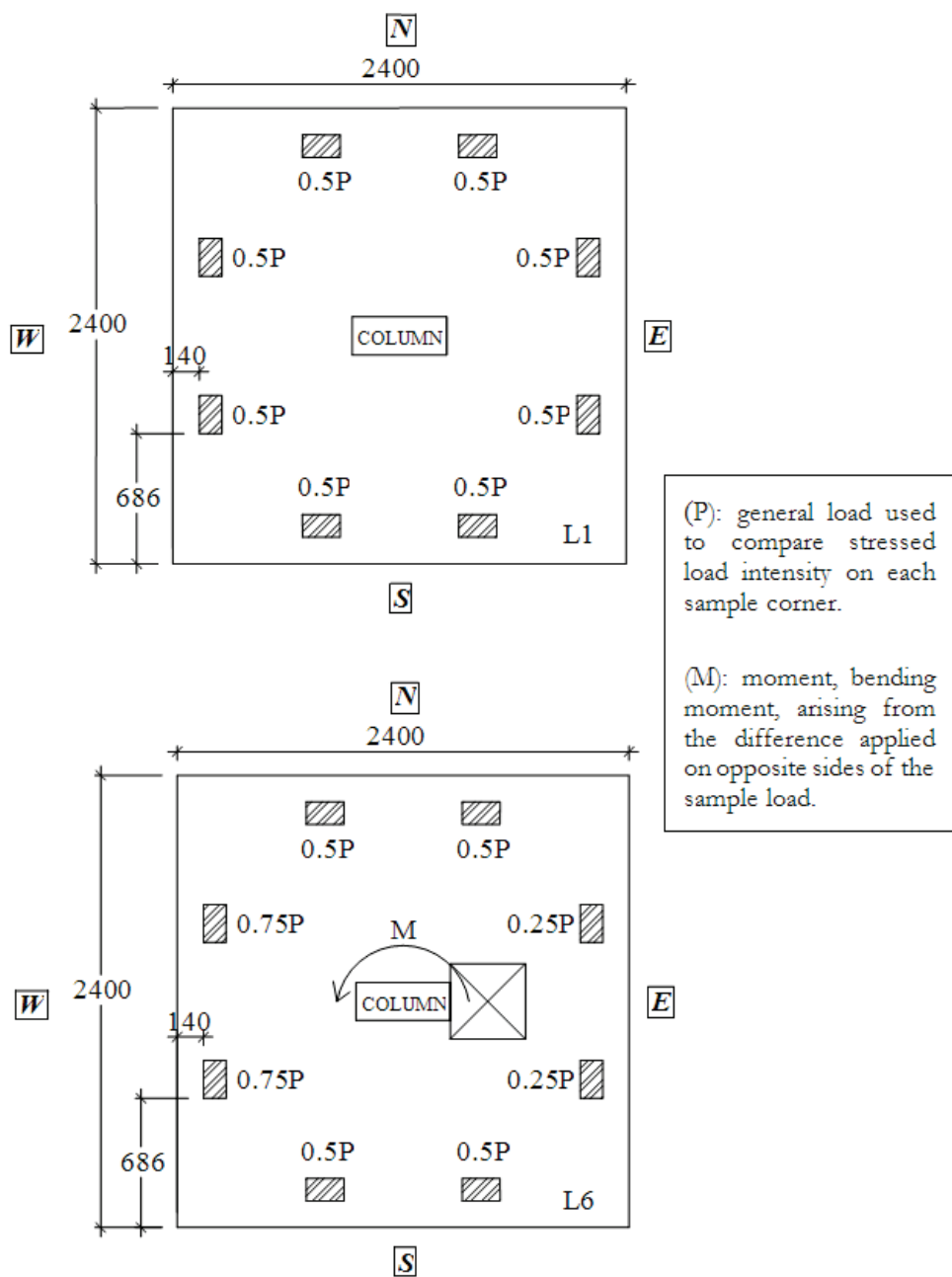
		WITHOUT HOLE					
WITHOUT MOMENT	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 426</math>  <math>M_u = 0,0</math>  <math>f_c = 44.7</math>  <math>d = 120</math>  <math>\rho = 1.22</math> </p>						
			<div style="text-align: right;">                     Units:  <math>V_u \rightarrow</math> kN  <math>M_u \rightarrow</math> kN.m  <math>f_c \rightarrow</math> MPa  <math>d \rightarrow</math> mm  <math>\rho \rightarrow</math> %                 </div>				
WITH MOMENT	WITHOUT HOLE	WITH 1 HOLE 400X400 mm					
	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 266</math>  <math>M_u = 116.8</math>  <math>f_c = 44.1</math>  <math>d = 122</math>  <math>\rho = 1.19</math> </p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 250</math>  <math>M_u = 113.7</math>  <math>f_c = 42.8</math>  <math>d = 125</math>  <math>\rho = 1.17</math> </p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 137</math>  <math>M_u = 59.0</math>  <math>f_c = 44.6</math>  <math>d = 123</math>  <math>\rho = 1.20</math> </p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 213</math>  <math>M_u = 27.0</math>  <math>f_c = 44,5</math>  <math>d = 122</math>  <math>\rho = 1.22</math> </p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 305</math>  <math>M_u = 65.8</math>  <math>f_c = 45.6</math>  <math>d = 124</math>  <math>\rho = 1.19</math> </p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> <math>V_u = 260</math>  <math>M_u = 44.5</math>  <math>f_c = 46.8</math>  <math>d = 121</math>  <math>\rho = 1.24</math> </p>	

(P): Generic load used to compare the intensity of applied load on each corner of the sample.  
 (0): Null load value representing the part of the sample which was not loaded.

In slabs L3, L6 and L7, such cracks initiated at the same time, in the column and the openings corners. In slabs L4 and L5, the radial cracks initiated at the corners of the openings. These cracks widened toward the slabs edges. Subsequently or at the same loading, circumferential cracks appeared. The slabs cracking view is shown in Figure 13.  
 The failure surfaces, slabs L1 to L7, started on the slab upper surface (tensioned surface) and extended towards the column-slab

junction, the slab underside (compressed surface), leading to a variety of inclinations, which originated the shear punching "cone". In slabs with opening, it was possible to see the failure surface formation through itself. The surface slope in relation to the underside of the slab L1 ranged between 31° and 53°. In L2 slab, failure surfaces occurred with slopes ranged from 27° to 85°. In L3 slab, this variation was from 26° to 32°. In slabs L4 to L7, variations were, respectively, from 22° to 67°, 24° to 41°, 17° to 36° and

Figure 5 - L1 and L6 slabs loading (dimensions in mm)



2° to 41°. Figures 14 and 15 show the surfaces failure configuration for slabs L1 to L4.

### 3.4 Comparison between experimental and theoretical results

Rules for estimated loads allow the concrete strength, for the test date, as equal to concrete strength characteristics ( $f_{ck} \cong f_c$ ). Because it is a scan of experimental results, no safety factor was adopted.

The results estimated by some rules ended up being lower to those experimentally found. It is worth noting that in this study, the slabs were subjected only to the efforts of shear punching and moment transfer, and the codes are committed to predict many other conditions not included in the tests, and that may happen in a real situation, such as possible asymmetric loads concentrated near the column, horizontal forces, cracking of concrete at early ages, adding arrows due to charges maintenance for a long period, unfavorable

Figure 6 – Test system photographs (L2 Slab)

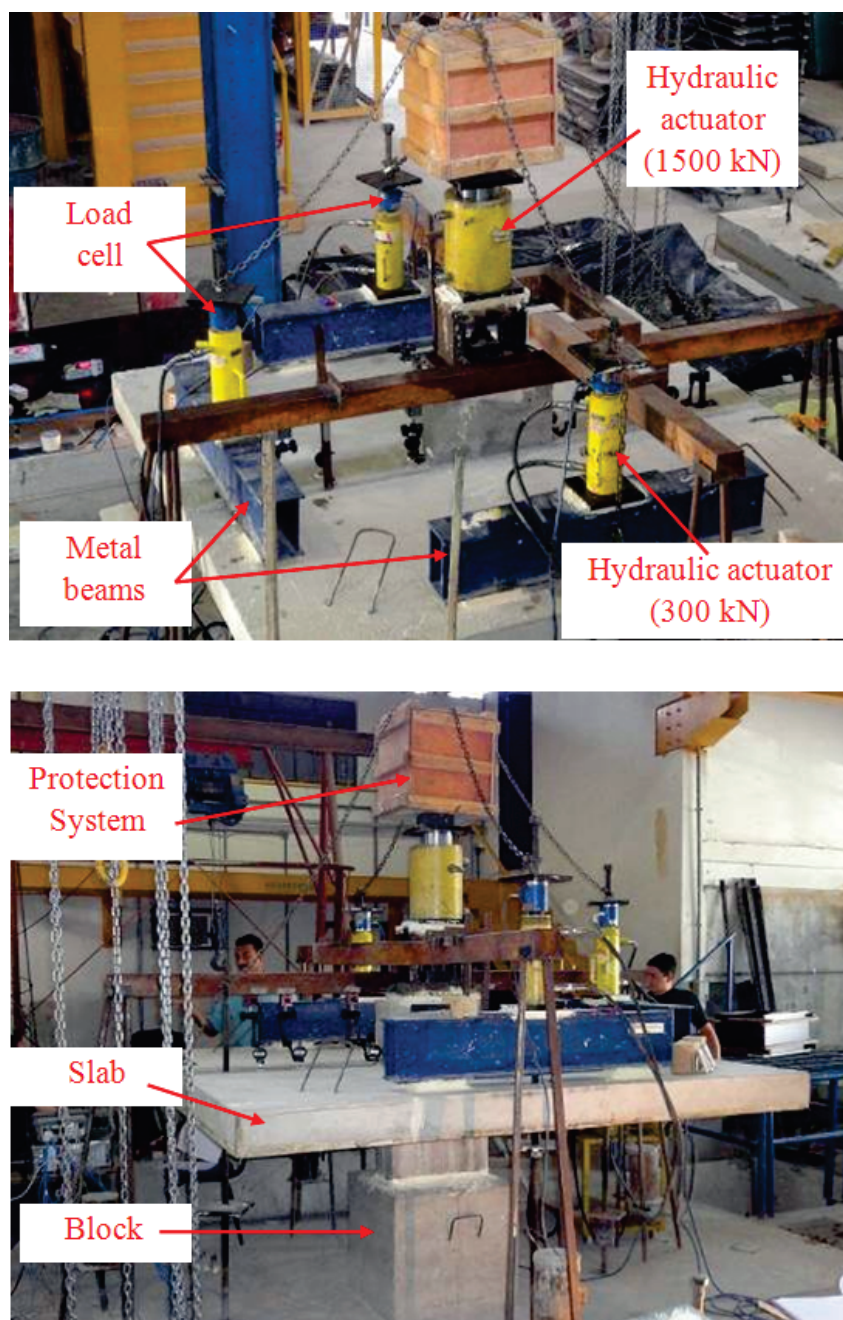




Figura 8 – Flexural reinforcement of slabs with opening (Model 2): L3 to L7 (measured in cm)

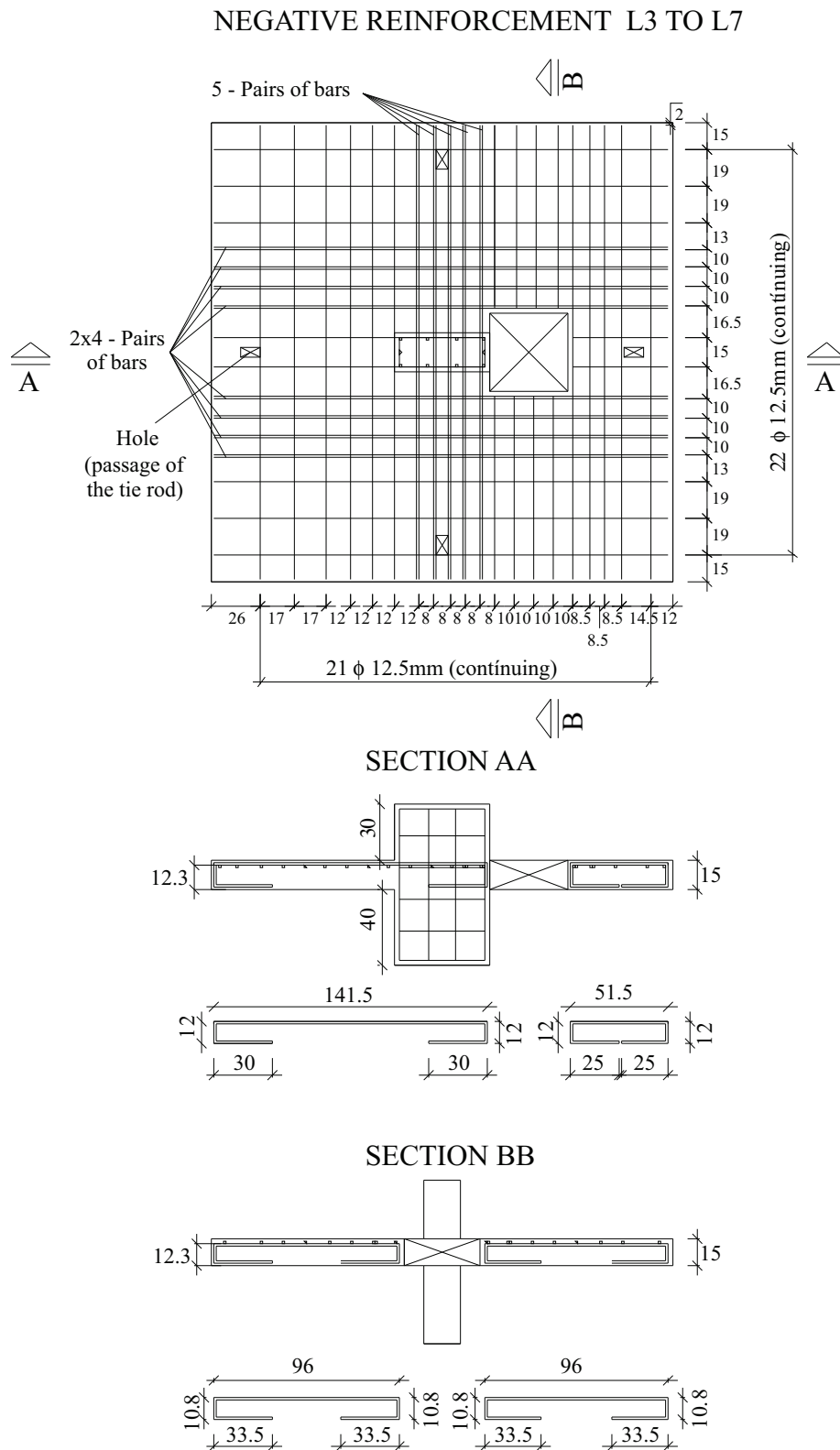
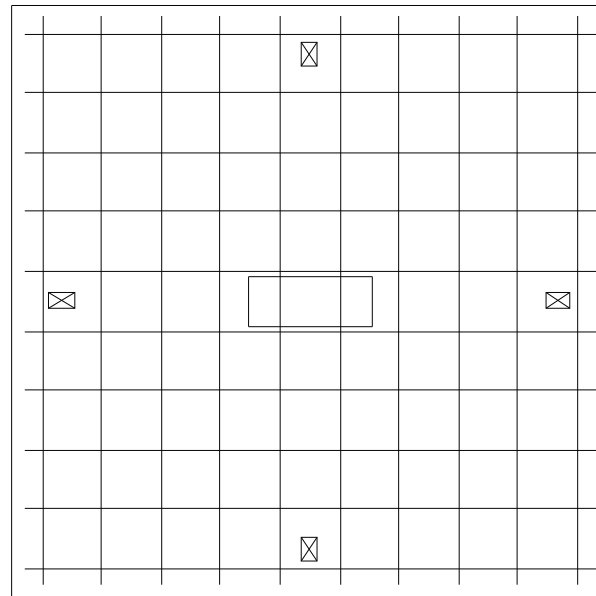




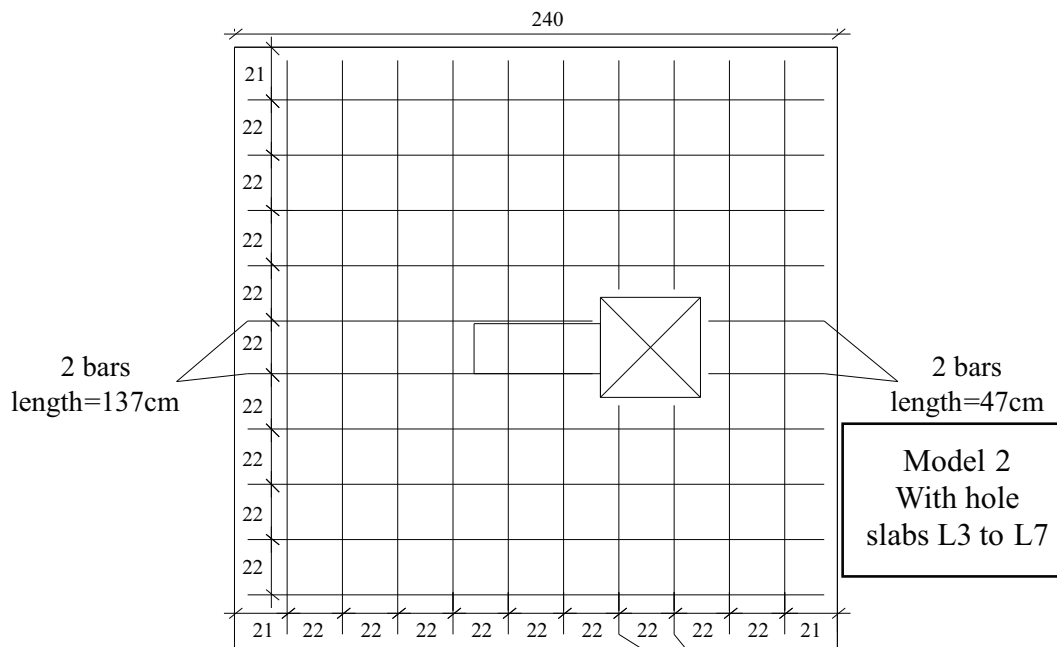
Figure 9 – Positive reinforcement of slabs without openings (Model 1 - L1 and L2) and slabs with opening (model 2 - L3 to L7 (cm))

POSITIVE REINFORCEMENT L1 AND L2



Model 1  
Without hole  
slabs L1 and L2

10  $\phi$  6.3 c/ 24cm - length=230cm  
in both directions



Model 2  
With hole  
slabs L3 to L7

2 bars  
length=137cm

2 bars  
length=47cm

16  $\phi$  6.3 c/ 24cm - length=230cm  
in both directions  
\*bars cut the hole

2x2 - Pairs of bars  
length=92cm

**Table 6 – Mechanical properties of used steels**

Lot	Diameter (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_y$ (mm/m)	$E_s$ (GPa)	Use of bar
1	6.3	649	766	2.2	273	Lower flexural reinforcement and L4 slab column stirrups
2	6.3	673	807	2.9	213	Lower flexural reinforcement and L1 to L3 and L5 to L7 slabs column stirrups
1	12.5	595	739	2.7	200	Top flexural reinforcement L4 slab
2	12.5	623	770	2.4	205	Top flexural reinforcement L1 to L3 slabs
3	12.5	583	710	2.4	236	Top flexural reinforcement L5 to L7 slabs
1	16.0	595	739	2.7	200	Longitudinal reinforcement of all slabs columns

load construction conditions due to re-shoring, heavy equipment, among others. Figure 16 shows graphically the comparison between “experimental loading” / “estimated loading” (L1 slab) and “experimental stress” / “estimated stress” (slabs L2 to L7) relations. The “estimated load” and “estimated stress” were obtained with the studied standards usage.

The CEB-FIP/MC1990 [7] does not provide specifications about openings use in flat slabs. The failure load was calculated only for the L1 and L2 slabs.

The NBR 6118:2007 [5], as well as other standards showed results against safety for L1 slab (reference slab), and the ACI-318: 2011 [1] was the closest one to the experimental result. For L2 slab, without openings, estimated standards were similar to those experimentally obtained. The NBR 6118:2007 [5] had “experimental stress” / “estimated stress” relation equal to 0.97. The ACI-318: 2011 [1] was the most conservative standard: it showed “experimental stress” higher than “estimated stress” in 25 %. For L3 and L6 slabs, both with moment applied in the opposite direction to the opening, all standards presented estimates for safety, highlighting the ACI-318: 2011 [1] and EC2/2004 [12], which showed the most conservative results, related to “experimental stress” / “estimated stress” ranging between 1.26 and 1.54. For NBR 6118: 2007 [5] this ratio ranged between 1.10 and 1.28. In slabs L4 and L5, both with moment applied towards the opening, most of the rules showed estimate against safety, including NBR 6118:2007 [5], with ratio “experimental stress” / “estimated stress” ranging from 0.66 and 0.68. The only exception was ACI-318: 2011 [1], which showed results favoring safety for L4 slab. In slab L7, only ACI-318: 2011 [1] showed results favoring safety (ratio “experimental tension” / “estimated stress” equal to 1.17), although the estimated EC2/2004 [12] was fairly close to the experimental result (ratio “experimental stress” / “estimated stress” equal to 0.97). For the same slab, the NBR 6118: 2007 [5] showed a correlation of 0.84 against the security.

### 3.5 Comparison between experimental results and SOUZA's results [24]

#### 3.5.1 Vertical displacement

The slabs vertical displacements behavior pattern in this study was similar to SOUZA's Slabs [24], verifying: 1) openings that led to an increase of vertical displacements around them; 2) in the direction that the moment was applied, there was a spin and the most loaded side displaced towards the load application, while the opposite edge displaced opposite the stressed load direction; 3) the direc-

tion to which the moment was not applied, displacements showed by all slabs were similar to those obtained in the reference slab L1, without openings and without moment; 4) in slabs with openings and with parallel moment applied to the longest side of the column, openings did not result in large differences of displacements on the side with opening, in relation to the slab without opening with moment applied in the same direction; 5) slab with opening and parallel moment applied to the column shortest side is the one that shows greater displacements at the most loaded edge. The probable cause would be slab-column connection inertia, being this parallel one lower than the column shortest side.

#### 3.5.2 Failure load

In this study slab L6 ( $V_u = 305$  kN,  $M_u = 65.8$  kN.m,  $f_c = 45.6$  MPa,  $d = 124$  mm,  $\rho = 1.19$  %), with a 400 mm x 400 mm opening adjacent to the smallest column side and situated on the stressed edge, with parallel moment applied toward to the longest side of the column, had a failure load very close to SOUZA's L12 slab [24] ( $V_u = 319$  kN,  $M_u = 74.4$  kN.m,  $f_c = 37.8$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1.48$  %), with a 200 mm x 200 mm opening adjacent to the lowest side of the column, placed on the stressed edge, with a moment applied towards the longest parallel direction column side. This means that a 200 mm x 200 mm opening adjacent to the smallest

**Table 7 – Composition of concrete per m<sup>3</sup>**

Material	Weight (kg)
Cement (CPII F32)	405
Natural sand (maximum dimension: 4.8 mm)	410
Artificial sand (maximum dimension: 4.8 mm)	270
Gravel 0 (maximum dimension: 12.5 mm)	510
Gravel 1 (maximum dimension: 19.0 mm)	510
Water	200
Super plasticizer additive – 2.43 liters	

side of the column and compressed by the applied moment can be as damaging to the failure load as a 400 mm x 400 mm opening adjacent to the lowest column side and tensioned by the moment applied to the variables used in this study. It is noteworthy that all

SOUZA's slabs [24] have identical geometric characteristics to the slabs of this study, varying their dimension (200 mm x 200 mm, 200 mm x 300 mm or 400 mm x 400 mm) and openings location (parallel to the longest or shortest column side).

**Figure 10 – Photographs of reinforcement placed in metallic formwork (L7 Slab) and moulded-shaped slabs L1 and L2**



For slabs with failure parallel moment applied to the shortest column side, the use of two 300 mm x 200 mm openings adjacent to the longest side of the column is less damaging to the failure load than a 400 mm x 400 mm opening adjacent the lowest column side. In this study, it was observed a 20% load loss in slab L7 ( $V_u = 260$  kN,  $M_u = 44.5$  kN.m,  $f_c = 46.8$  MPa,  $d = 121$  mm,  $\rho = 1.24$  %) in relation to SOUZA's L18 slab [24] ( $V_u = 322$  kN,  $M_u = 53.1$  kN.m,  $f_c = 37.3$  MPa,  $d = 126$  mm,  $\rho = 1.05$  %), with two 300 mm x 200 mm openings adjacent to the column longest side.

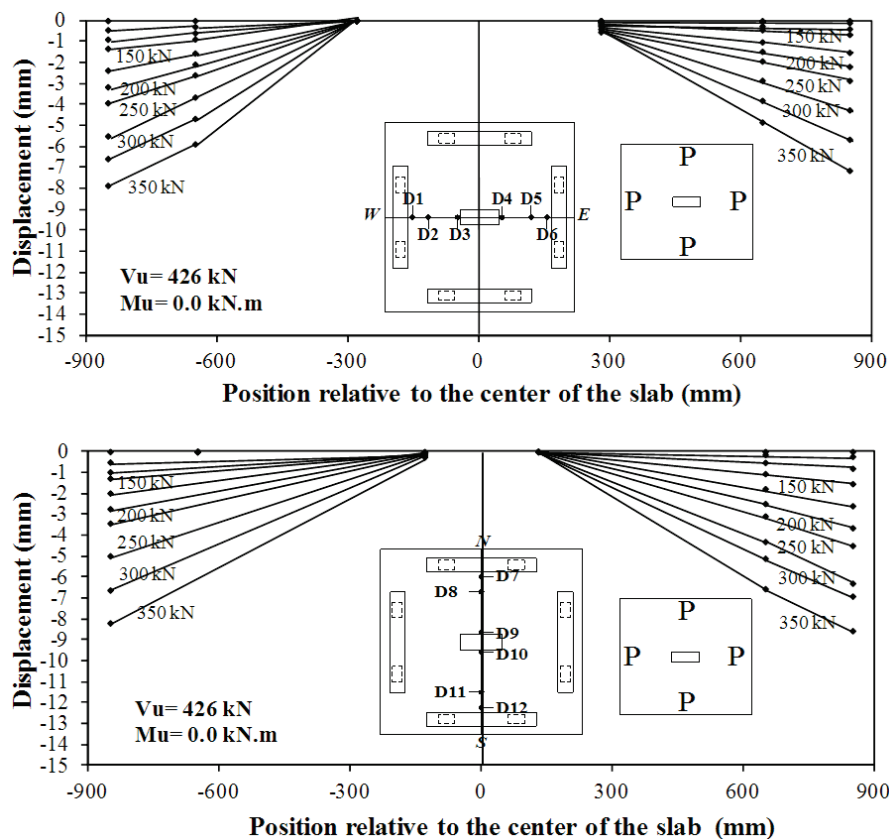
For slabs with failure moment applied parallel to the longest column side, the partial slab-column connection loss in the region on the corners caused by two openings of 200 mm x 200 mm adjacent to the smallest side of the column, is less damaging to the failure load than a single 400 mm x 400 mm opening adjacent to the column lowest side and located in the compressed edge. Regarding SOUZA's L10 slabs [24] ( $V_u = 189$  kN,  $M_u = 83.0$  kN.m,  $f_c = 34.2$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1.24$  %), with two openings of 200 mm x 200 mm adjacent to the lowest side of the column, the L4 slab in this

study ( $V_u = 137$  kN,  $M_u = 59.0$  kN.m,  $f_c = 44.6$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1.20$  %), with 400 mm x 400 mm opening adjacent to the smallest side of the column and located in the compressed edge, showed a 28 % lower failure load. Table 11 presents the characteristics of mentioned slabs.

### 3.5.3 Concrete and flexural reinforcement deformations

It can be observed that such slabs in this study as in SOUZA's slabs [24] that the reinforcement flow was reached on several points, mainly in the columns region, as expected. The discontinuous flexural reinforcement bars (which ended in the opening) were little solicited, indicating that these reinforcements are not effective against bending and therefore punching. Concerning the concrete, the largest deformation (compression) in L1 reference slab, with no opening and with no applied moment, were observed near the column center, perpendicularly directed to its longest side. For slabs with applied flexural moment, the instrumented points on the

Figure 11 – Vertical displacements measured by D1 to D12 dial gauges in slab L1



$V_u$ : last failure load ;  $M_u$ : last failure moment; P: general load used to compare load intensity on each sample corner; 0: null load value representing the sample which received no load.



load side, parallel to the moment direction, had the highest deformations. Some strain gauges situated in the least loaded sides showed that there was tension, and the most loaded sides showed compression, indicating these slabs rotation.

### 4. Conclusions

Regarding the failure load, it was confirmed through bibliography, which refers to shear punching resistance reduction, against the moment transfer from the slab to the column (L2 slab without opening, with applied moment, showed failure load 38% lower than L1 reference slab, without opening and without applied moment). In slabs with openings, the moment transfer to the column led to a decrease in resistance between 28% and 68%, relative to the L1 slab reference. However, the worst situations regarding opening slabs resistance loss, in slabs adjacent the column, and with moment transfer, occur when the moment is towards the opening region, which is more fragile and has the same volume of concrete to resist compressions in the bottom layer of the slab. When the moment is not applied towards the opening region, the failure load is very close, or even higher than a slab without opening (with moment transfer), as comparison between the slab L2 ( $V_u = 266 \text{ kN}$ ,  $M_u = 116.8 \text{ kN.m}$ ) with L3 slabs ( $V_u = 250 \text{ kN}$ ,  $M_u = 113.7 \text{ kN.m}$ ), with opening and moment applied in opposite direction to the opening region, and L6 ( $V_u = 305 \text{ kN}$ ,  $M_u = 65.8 \text{ kN.m}$ ),

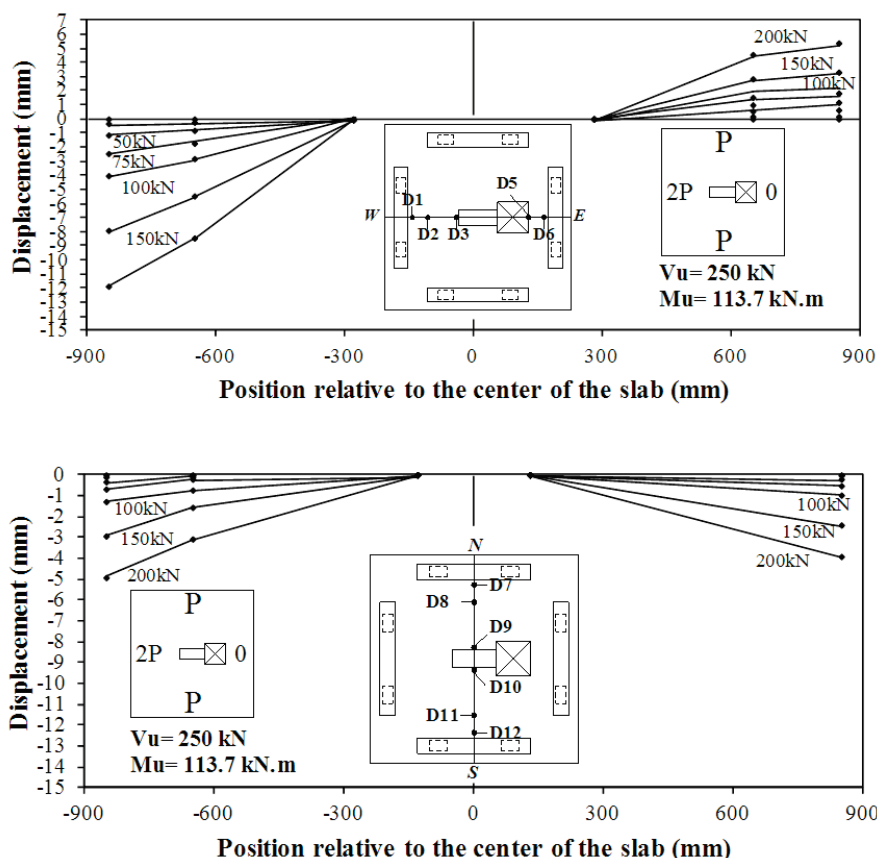
identical to the previous slab. However, the moment was applied with less intensity. Thus, based on test samples, flexural moment transfer from the slab to the column is more damaging to the shear strength, than opening adjacent to the column.

As for design rules, they must be safe and even conservative, especially about failure to slabs punching, fragile and no warning ruptures, comparison of experimental results in this study with rules estimates showed that the rules requirements are not meeting the desired security. The results were not satisfactory, some even against the security, especially when the moment is applied to the parallel direction of the column largest dimension towards the opening region. As shown in Table 9, ACI-318: 2011 [1] showed that the standard was more conservative, with arithmetic average of relations  $\tau_u / \tau_{r1}$  equal to 1.21, and EC2/2004 [12] was the closest to experimental results, with arithmetic average of relations  $v_u / v_{R,c}$  equal to 1.06, for slabs with applied moment. Regarding L1 reference slab, with no opening and no applied moment, all rules mentioned showed estimates against the safety, according to Table 10. The code that showed closest experimental result was the ACI-318: 2011 [1] with respect  $V_u / V_{calc}$  equal to 0.92.

### 5. Thanks

The authors thank CNPq and CAPES for the financial support.

Figure 12 - Vertical displacements measured by D1 to D12 dial gauges in slab L3



$V_u$ : last failure load;  $M_u$ : last failure moment; P: general load used to compare load intensity on each sample corner; 0: null load value representing the sample which received no load.

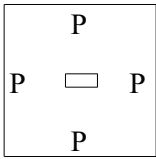
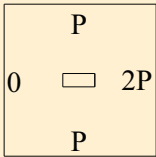
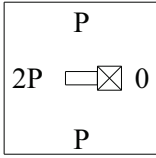
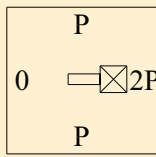
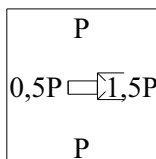
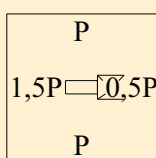
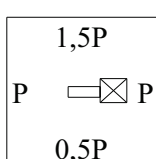


They also thank the enterprises Carlos Campos Consultoria Limitada and Realmix Concreto Limitada for having collaborated with materials testing and characterization.

## 6. Bibliographic References

- [01] ACI COMMITTEE 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary - ACI 318/2011. Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute, 2011.
- [02] ANDRADE, J. L. S. de. Estudo Experimental da Inclinação de Estribos Abertos em Lajes Cogumelo de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília 2000, 142 p.
- [03] ANDRADE, M. A. S. de. Punção em lajes cogumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação

**Table 8 – Slabs failure characteristics and loads**

Slab	$f_c$ (MPa)	Hole (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	Geometry and loading	$V_u$ (kN)	$M_u$ (KN.m)	$e_u$ (m)	$V_u / V_{u,L1}$
L1	44.7	-	120	1.22		426	0.0	-	1.00
L2	44.1	-	122	1.19		266	116.8	0.440	0.62
L3	42.8	<sup>1</sup> 400x400	125	1.17		250	113.7	0.455	0.59
L4	44.6	<sup>1</sup> 400x400	123	1.20		137	59.0	0.430	0.32
L5	44.5	<sup>1</sup> 400x400	122	1.22		213	27.0	0.127	0.50
L6	45.6	<sup>1</sup> 400x400	124	1.19		305	65.8	0.216	0.72
L7	46.8	<sup>1</sup> 400x400	121	1.24		257	41.0	0.160	0.60

$f_c$ : cylinder compressive strength of concrete;  $\rho$ : reinforcement ratio;  $V_u$ : last load of failure;  $M_u$ : last moment of failure;  $e_u$ : load eccentricity (ratio  $M_u / V_u$ ). P: general load used to compare stressed load intensity on each sample corner.

Figure 13 - Cracking in slabs L1 and L4 to L7

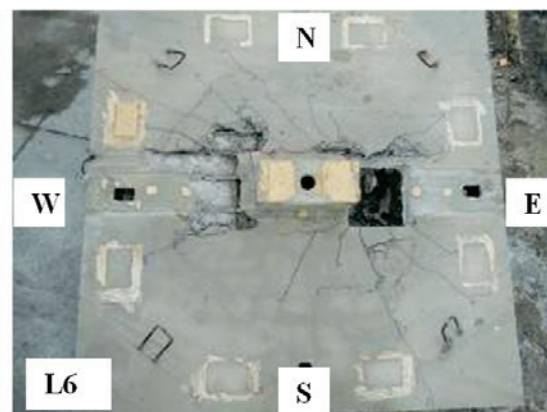
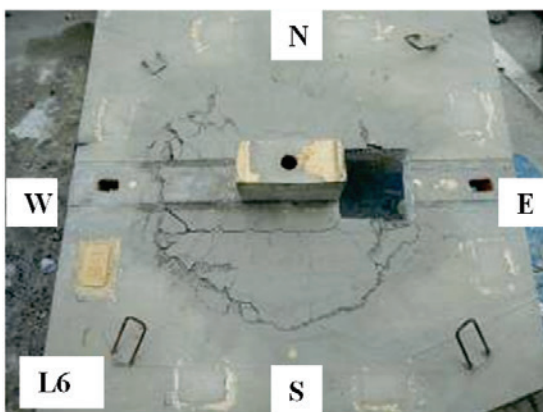
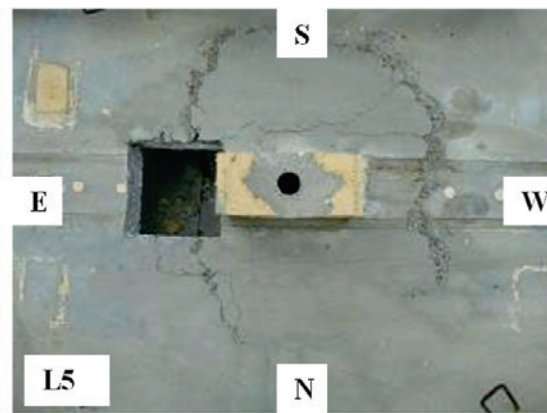
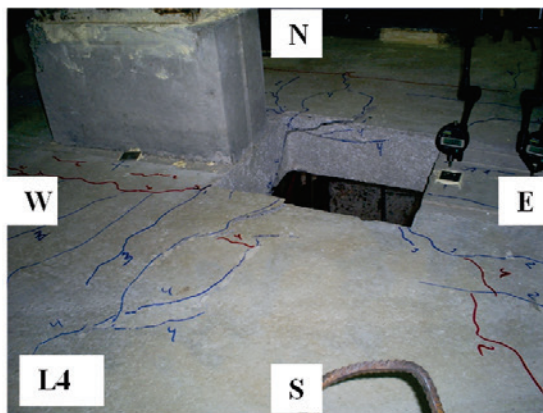
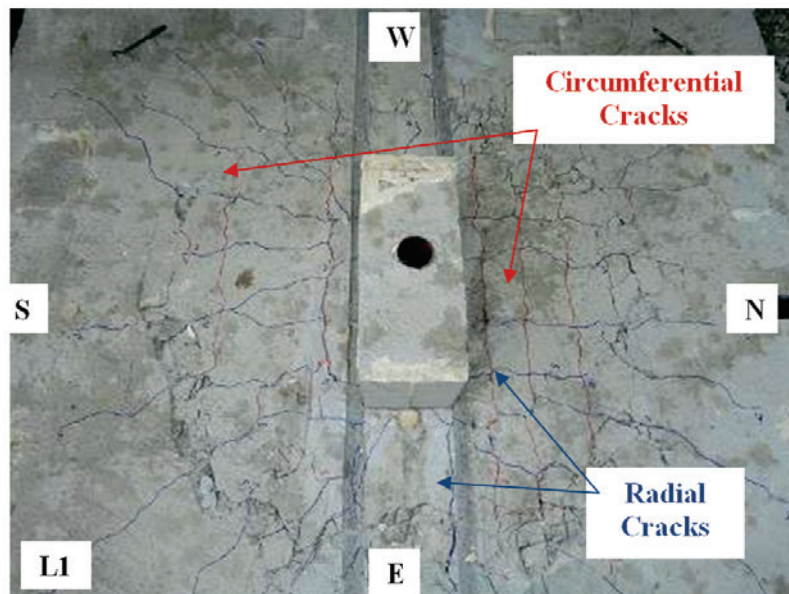


Figure 14 - Failure surfaces configuration in slabs L1 and L2

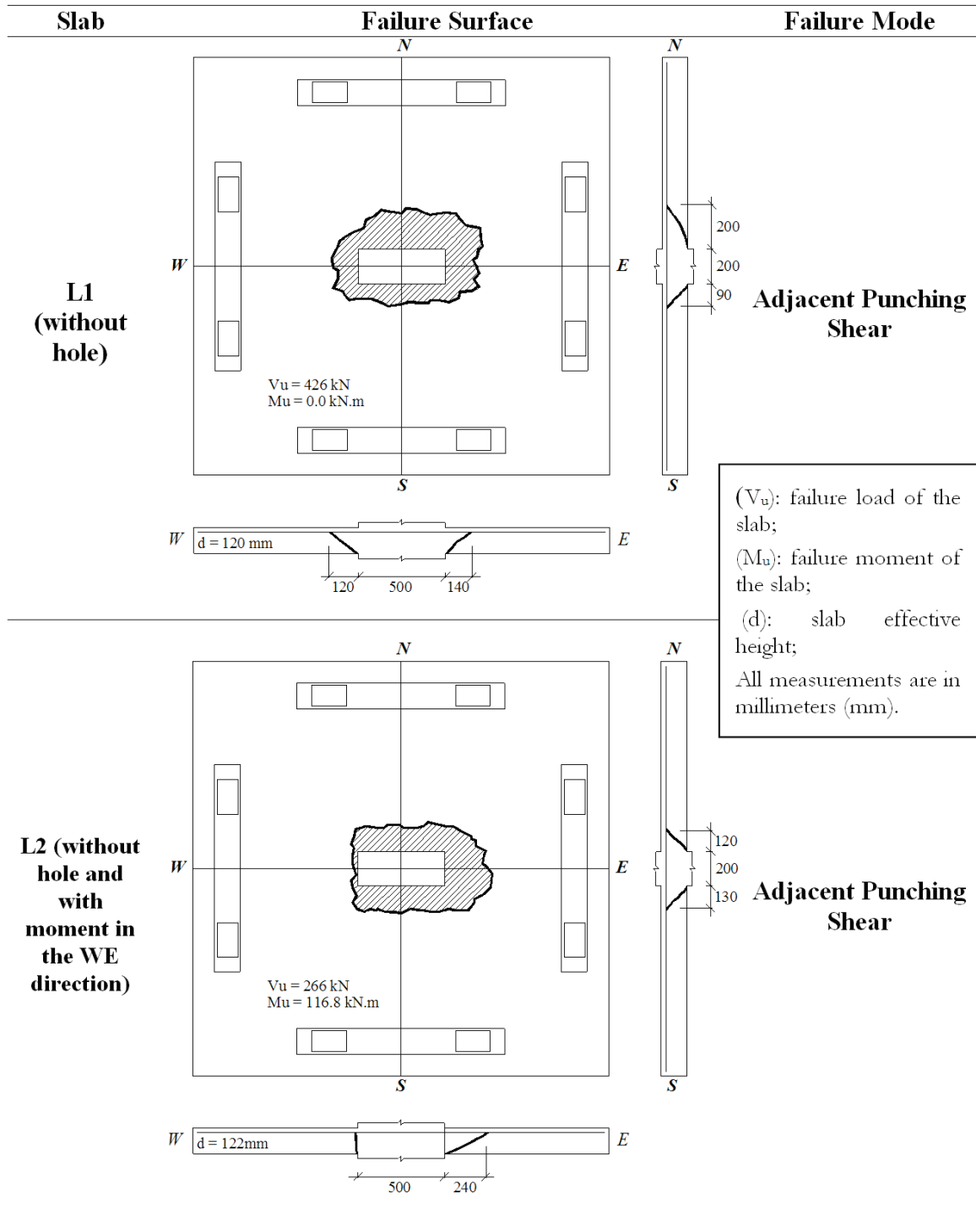
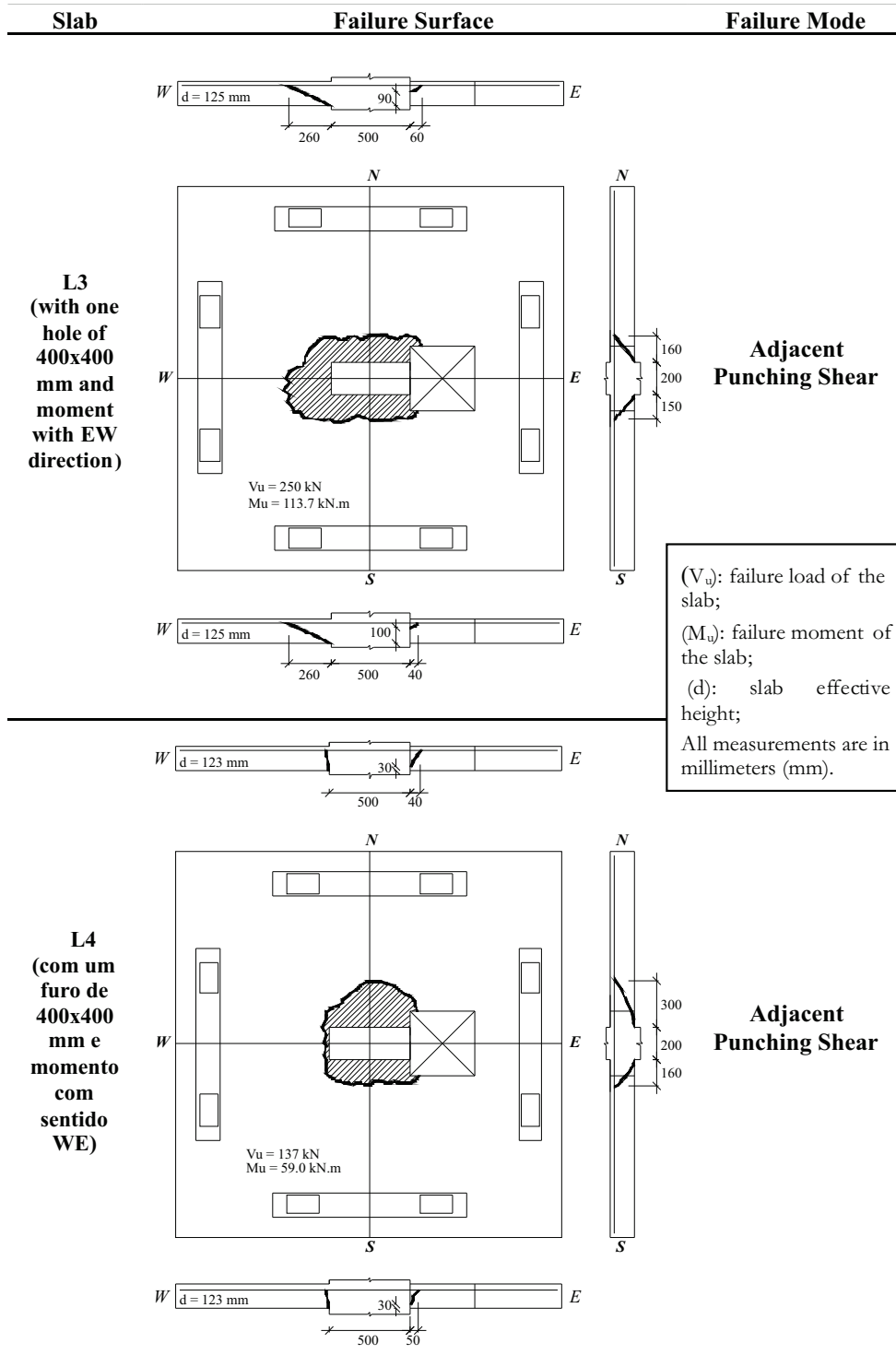
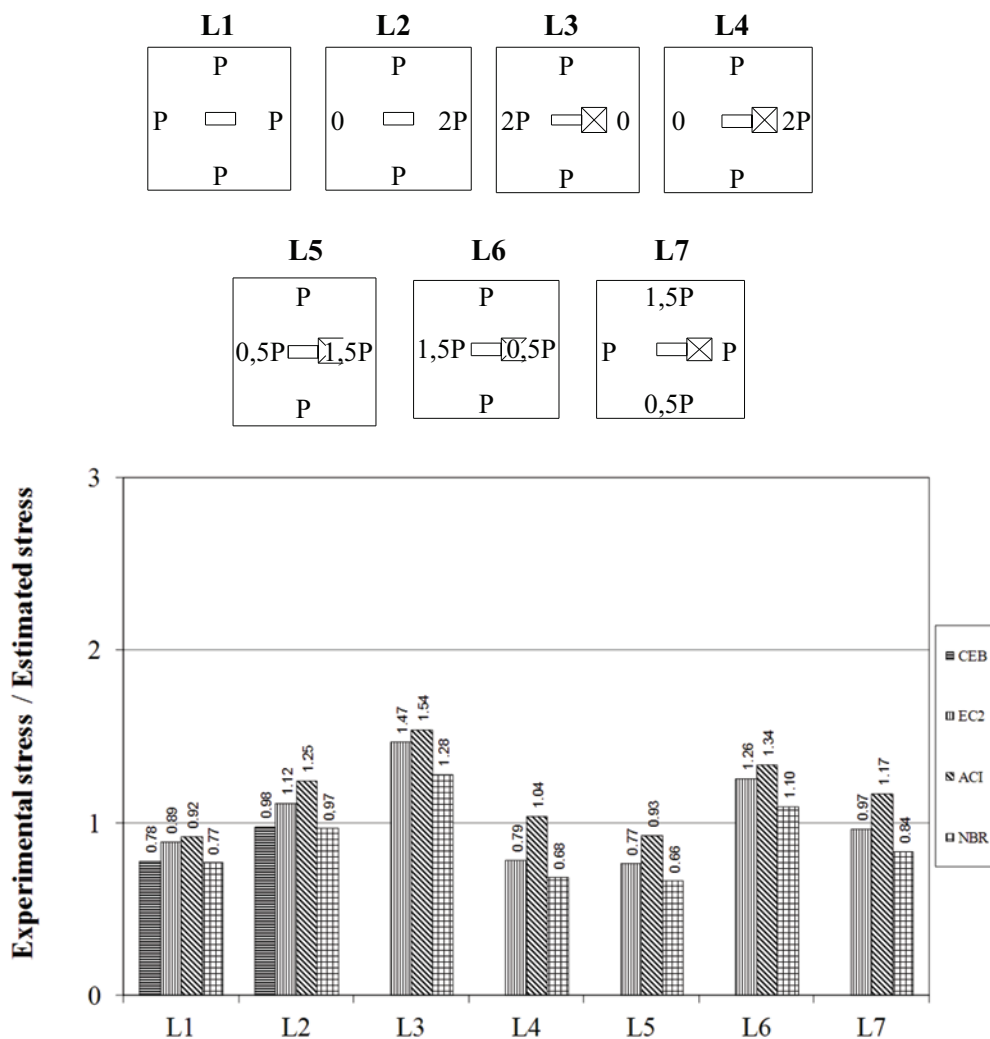


Figure 15 – Failure surfaces configuration in slabs L1 and L2



- à Armadura de Flexão. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 1999, 156 p.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6152:1992 – Materiais Metálicos – Determinação das Propriedades de Tração. Rio de Janeiro, 1992.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2003 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- [06] BORGES, Liana de Lucca Jardim; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching shear of reinforced concrete flat plates with openings. ACI Structural Journal, v. 110, p. 547-556, 2013.
- [07] CEB-FIP (1990). CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft. Bulletin D'Information, Committe Euro-International du Beton, Lausanne, July. 1991.
- [08] CARVALHO, E. M. L. Puncionamento de Lajes Protendidas. Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 1982.
- [09] COELHO, A. E. G. Puncionamento em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Resistência de 30 MPa e Armadura de Cisalhamento Vertical e Inclinada. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 1999, 133 p.
- [10] CORDOVIL, F.A.B. Punção em Placas de Concreto Armado. 1995, 393p. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1995.
- [11] DIAS, D. P. Reforço ao Puncionamento em Lajes-cogumelo. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1997.

**Figure 16 - Comparison between experimental load and estimated load relations (slab L1) and experimental stress and estimated stress (slabs L2 to L7)**





**Table 9 – Comparison between experimental stress and estimated stress relations by the rules, for L2 to L7 slabs, with moment transfer**

Slab	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	CEB 1990 (7)	EC2 2004 (12)	ACI -318 2011 (1)	NBR 6118 2007 (5)
			$\tau_u/\tau_R$	$v_u/v_{R,c}$	$v_u/v_{u(AB)}$	$\tau_u/\tau_H$
L2	266	116.8	0.98	1.12	1.25	0.97
L3	250	113.7	–	1.47	1.54	1.28
L4	137	59.0	–	0.79	1.04	0.68
L5	213	27.0	–	0.77	0.93	0.66
L6	305	65.8	–	1.26	1.34	1.10
L7	260	44.5	–	0.97	1.17	0.84
Average			–	1.06	1.21	0.92
Standard deviation			–	0.27	0.22	0.24
Coef. var. (%)			–	26.0	17.9	26.2

$V_u$ : last load of failure;  $M_u$ : last moment of failure;  $\tau_u, v_u$ : experimental rupture stress;  $\tau_R$ : estimated failure stress by CEB-FIP/MC1990 (7) and the NBR 6118:2007 (5);  $v_{R,c}$ : estimated failure stress by EC2/2004 (12);  $v_{u(AB)}$ : estimated failure stress by ACI-318:2011 (1) and NBR; Coef. Var: Coefficient of variation.

- [12] EUROCODE 2. Design of concrete structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings. European Prestandard ENV 2004-1-1:2004. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [13] GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching strength of slabs reinforced for shear with offcuts of rolled steel I section. Magazine of Concrete Research, London, United Kingdom, v. 51, n.2, p. 121-129, 1999.
- [14] GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching resistance of RC flat slab with shear reinforcement. Journal of Structural Engineering (New York, N.Y.), EUA, v. JUNE, n.vol.125, p. 684-692, 1999.
- [15] GOMES, R. B.; ANDRADE, M.A.S. de. Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs with Holes. In: Proceedings of Developments in Computer Aided Design and Modelling for Structural Engineering. Edinburgh-UK, pp.185-193, 1995.
- [16] HANSON, N.W.; HANSON, J.M. Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns. Journal. PCA Research and Development Laboratories. Vol. 10, no 1, pp 2-16, 1968.
- [17] OLIVEIRA, D. R. C. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência com Armadura Inclined de Punção. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 1998, 137 p.
- [18] OLIVEIRA, D. R. C. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 2003, 214p.
- [19] PINTO, R. C. A. Punção Assimétrica em Lajes. 1993, 145p. Tese de Mestrado, Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1993.
- [20] REGAN, P. E. Design for Punching Shear. The Structural Engineer, vol. 52, n° 6, p. 197-207, June, 1974.
- [21] REGAN, P.E. Punching Tests of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement with Openings Adjacent to Columns. 35 Marylebone Road London NW1 5LS. School of the Built Environment, University of Westminster, London, July. 1999.
- [22] SANTOS, V. C. F. Resistência ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado. Projeto Final de Graduação, UnB, 1995, 48p.
- [23] SOUZA, Raphael Miranda de; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, Ronaldo Barros. Ligações

**Table 10 – Comparison between experimental load and estimated load relations by the rules, for L1 slab without moment transfer**

Slab	$V_u$ (kN)	CEB 1990 (7)	EC2 2004 (12)	ACI -318 2011 (1)	NBR 6118 2007 (5)
		$v_u/v_{calc}$	$v_u/v_{calc}$	$v_u/v_{calc}$	$v_u/v_{calc}$
L1	426	0.78	0.89	0.92	0.77

$V_u$ : last load of failure;  $V_{calc}$ : last estimated failure load by CEB-FIP/MC1990 (7), EC2/2004 (12), ACI -318: 2011 (1) and NBR 6118: 2007 (5).

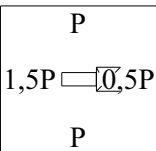
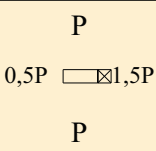
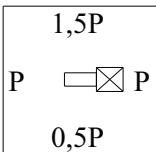
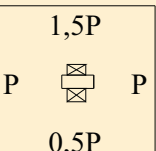
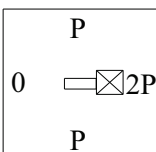
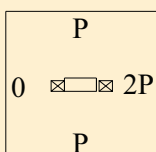
Laje-Pilar de Lajes Lisas, com Furos Adjacentes ao Pilar: Estudo Experimental e Comparações com a NBR 6118:2003. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC2011, 2011, Florianópolis. Anais do 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011. v. 1. p. 1-16.

[24] SOUZA, Raphael Miranda de; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, Ronaldo Barros. Estudo de

ligações laje-pilar de lajes lisas, com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento: estudo experimental e comparações com a NBR 6118:2003. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011, 2011, Florianópolis. Anais do 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011, 2011. v. 1. p. 1-16.

[25] TAKEYA, T. Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-pilar em Bordas de Laje Cogumelo. Dissertação de

**Table 11 - Characteristics and slabs failure loads in this study with SOUZA's slabs (24)**

Slab	$f_c$ (MPa)	Hole (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	Geometry and loading	$V_u$ (kN)	$M_u$ (KN.m)	$e_u$ (m)
L6	45.6	1 400x400	124	1.19		305	65.8	0.216
L12*	37.9	1 200x200	123	1.48		319	74.4	0.233
L7	46.8	1 400x400	121	1.24		257	41.01	0.160
L18*	37.3	2 300x200	126	1.05		250	13.7	0.454
L4	44.6	1 400x400	123	1.20		137	59.0	0.430
L10*	34.2	2 200x200	123	1.48		189	83.0	0.439

\* SOUZA's slabs study (24);

$f_c$ : resistance to stressed concrete; d: slab effective height;  $\rho$ : reinforcement ratio;  $V_u$ : last load of failure;  $M_u$ : last moment of failure;  $e_u$ : load eccentricity (ratio  $M_u/V_u$ ). P: general load used to compare stressed load intensity on each sample corner.

- Mestrado, Esc. de Eng. de São Carlos, USP, , 1981, 241p.
- [26] TRAUTWEIN, Leandro Mouta; BITTENCOURT, Túlio Nogueira; GOMES, R. B.; DELLABELLA, J. C.. Punching strength of flat slabs with unbraced shear reinforcement. *ACI Structural Journal*, v. 108, p. 197-205, 2011.
- [27] VARGAS, E. N. Z., *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência Reforçado com Fibras de Aço*. Dissertação de Mestrado, EESC/USP, São Carlos, 1997.

# Punching shear in reinforced concrete flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer

## *Punção em lajes lisas de concreto armado com furo adjacente ao pilar e transferência de momento*



D. C. OLIVEIRA<sup>a</sup>  
diordrum@gmail.com

R. B. GOMES<sup>a</sup>  
rbggomes@gmail.com

G. S. MELO<sup>b</sup>  
guilherm@unb.br

### Abstract

The structural behavior and the ultimate punching shear resistance of internal reinforced concrete flat slab-column connections, with one hole adjacent to the column, with or without flexural moment transfer of the slab to the column was investigated. Main variables were: the existence whether or not hole, flexural reinforcement layout and ratio, the direction and sense of the moment transferred and the eccentricity of the load ( $M$  (moment transferred to column) /  $V$  (shear)) ratio at the connection - 0,50 m or 0,25 m. Seven internal slab-column joining were tested and ultimate loads, cracking, deflections, concrete and reinforcement strains were analyzed. The existence of hole adjacent to the smaller column dimension, the hole dimension, flexural reinforcement rate and placing, the variation of relation  $M_u/V_u$  in function of the load, and, than, of eccentricity of the load, influenced the slabs behavior and rupture load. Test results were compared with the estimations from CEB-FIP/MC1990 [7], EC2/2004 [12], ACI-318:2011 [1] and NBR 6118:2007 [5]. ACI [1] and EC2 [12] presented most conservative estimates, although have presented some non conservative estimates. Brazilian NBR [5], even though being partly based in EC2 [12], presented smaller conservative estimates and more non conservative estimates. A modification on all codes is proposed for taking in account the moment caused by the eccentricity at the critical perimeter for slabs with holes.

**Keywords:** structures, flat slabs, reinforced concrete, punching shear, hole.

### Resumo

São investigados o comportamento estrutural e a resistência última à punção de ligações laje-pilar de regiões internas das lajes lisas, com um furo adjacente ao pilar, e com ou sem transferência de momento fletor da laje ao pilar. As principais variáveis foram: a existência ou não de furo, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a direção e o sentido do momento transferido e a excentricidade de carga (relação  $M$ (momento transferido ao pilar)/ $V$ (força cortante)) na ligação, igual a 0,50 m ou 0,25 m. Foram ensaiadas 7 (sete) ligações internas laje-pilar e analisados os resultados das cargas últimas, fissuração, deslocamento vertical, deformações das armaduras de flexão e do concreto. A existência de furo adjacente ao menor lado do pilar, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a variação da relação  $M_u/V_u$  em função do carregamento, e, por conseguinte, da excentricidade, influenciaram o comportamento e a carga de ruptura das lajes. Os resultados experimentais foram comparados com os estimados pelas normas: CEB-FIP/MC1990 [7], EC2/2004 [12], ACI-318:2011 [1] e NBR 6118:2007 [5]. O ACI [1] e o EC2 [12] apresentaram estimativas mais conservadoras, embora tenham apresentado algumas estimativas contra a segurança. A NBR 6118:2007 [5], apesar de baseada em parte no EC2 [12], apresentou estimativas menos conservadoras e com um número maior de estimativas contra a segurança.

**Palavras-chave:** estruturas, laje lisa, concreto armado, punção, furo.

<sup>a</sup> School of Civil Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil;

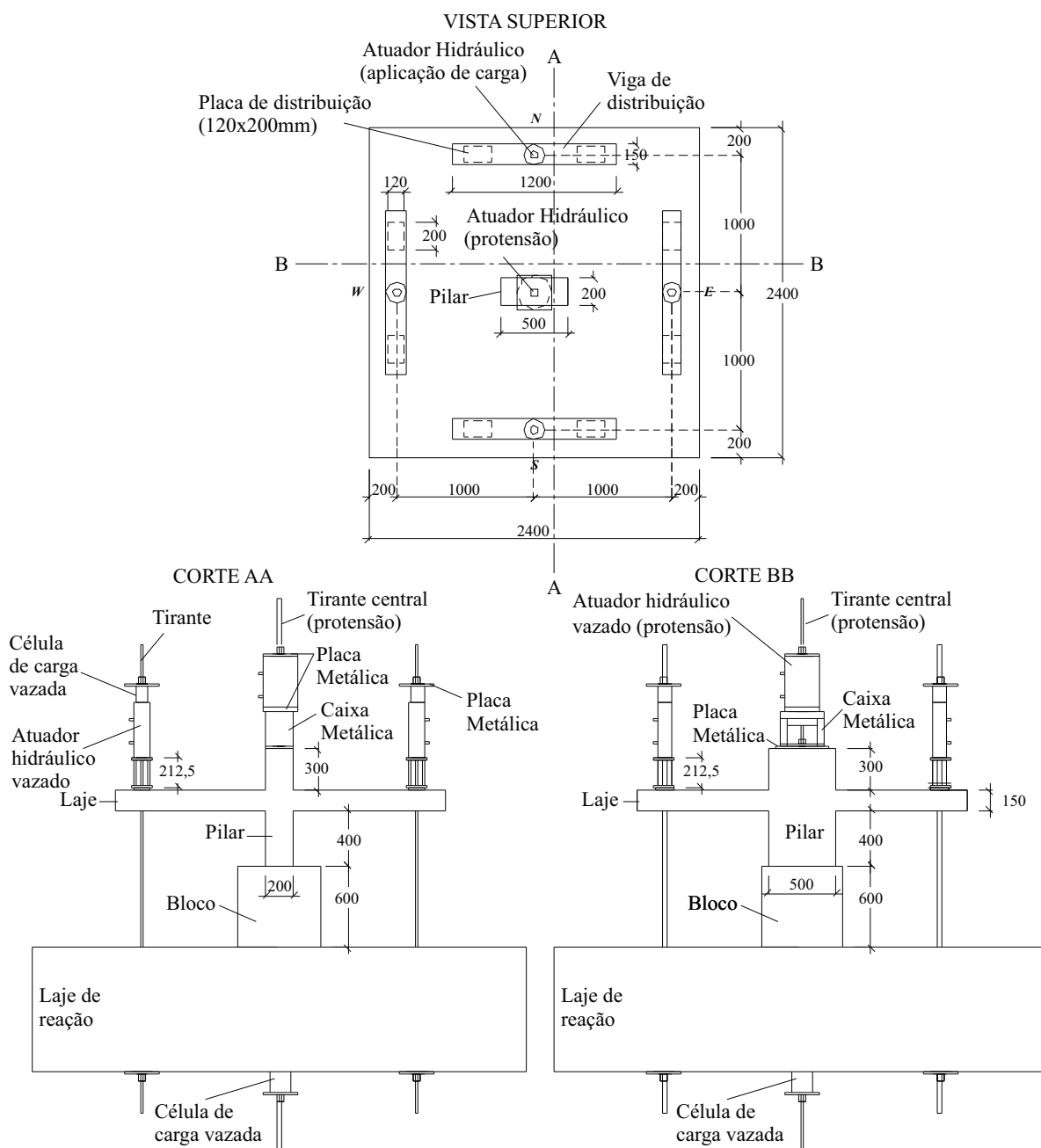
<sup>b</sup> Department of Civil and Environmental Engineering, University of Brasília, Brasília, Brazil.

### 1. Introdução

Lajes lisas, conforme a NBR 6118:2007 [4], são estruturas laminares planas, horizontais, apoiadas diretamente sobre pilares. É um sistema estrutural que aparece como alternativa para o sistema convencional, em que as lajes são apoiadas em vigas. A ausência de vigas pode apresentar algumas vantagens, tais como: economia de fôrmas, diminuição do pé direito, aumento do número de

andares para prédios com limitação de cota e uma maior flexibilidade para o arranjo arquitetônico. A adoção de lajes lisas também possibilita uma maior velocidade de execução dos painéis de laje, o que as torna mais econômicas em comparação com o sistema convencional, com vigas. Esta maior velocidade pode ser obtida pela simplicidade construtiva, com facilidade na: execução de formas, com a redução de recorte devido à ausência de vigas; no corte, na dobra e na colocação das armaduras; e na concretagem.

Figura 1 - Sistema de ensaio, vista superior e cortes (mm)





Uma desvantagem das lajes lisas é a possibilidade de uma ruptura por punção, para uma carga menor do que seria a carga de ruptura por flexão. A ruptura por punção ocorre repentinamente, com pequeno ou nenhum aviso, praticamente sem apresentar ductilidade, podendo levar até a ocorrência de colapso progressivo (propagação de uma ruptura ocorrida originalmente em pequena parte da estrutura, na qual o dano resultante é desproporcionalmente maior que o original).

### 1.1 Justificativa

Apesar deste sistema estrutural (lajes lisas) ser amplamente utilizado, o estudo da punção é um assunto ainda não perfeitamente definido teoricamente. Os códigos internacionais e a norma nacional abordam o assunto (punção) baseado em trabalhos empíricos, sendo que os critérios adotados para o dimensionamento não são os mesmos e as especificações de cálculo apontadas são frequentemente questionadas pelos estudiosos da área. As pesquisas experimentais são fundamentais no entendimento dos diversos problemas que envolvem a utilização deste tipo de sistema.

Vários trabalhos experimentais têm sido realizados no exterior e no Brasil avaliando a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado e abordando vários aspectos tais como: cargas concentradas, existência de armadura de cisalhamento, pilares de borda, existência de furos e de transferência de momentos, a citar HANSON e HANSON [16], REGAN [20], TAKEYA [25], CARVALHO [8], GOMES [13], PINTO [19], CORDOVIL [10], GOMES e ANDRADE [15], SANTOS [22], DIAS [11], VARGAS [27], OLIVEIRA [17], ANDRADE [3], COELHO [9], REGAN [21], ANDRADE [2], TRAUTWEIN [26], OLIVEIRA [18], BORGES [6], SOUZA [23] e SOUZA [24]. Dentre estes estudos, destacamos a tese "Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Furos Adjacentes ao Pi-

lar e Transferência de Momento" de SOUZA [24], na qual foi baseado o presente trabalho. Esta pesquisa contribui para a solução do problema de punção em lajes lisas com furos e com transferência de momento fletor da laje ao pilar.

### 1.2 Revisão bibliográfica

#### 1.2.1 Regan [20]

REGAN [20] avaliou o efeito de furos, posicionados adjacentes a pilares, na resistência à punção de lajes lisas e procurou minimizar a perda desta resistência com o uso de armadura de cisalhamento. Foram ensaiadas oito lajes quadradas com lado de 2000 mm e espessura de 160 mm, apoiadas no centro de um pilar de 250x150 mm. Foi aplicado um carregamento em oito pontos de carga, sendo dois em cada extremidade da laje. Da pesquisa o autor concluiu que a armadura de cisalhamento, colocada ao lado dos furos, pode ser altamente efetiva para reestabelecer a resistência perdida devido ao furo.

#### 1.2.2 Gomes e Andrade [15]

Com ensaios realizados em Furnas Centrais Elétricas S.A., em Aparecida de Goiânia, Goiás, GOMES e ANDRADE [15] pesquisaram a influência da armadura de cisalhamento tipo "stud" na resistência à punção de lajes lisas, com furos próximos à região do pilar, que simulavam a passagem de tubulações através das lajes. Segundo os autores, os resultados apresentados neste trabalho mostraram que a existência de furos reduziu a resistência à punção de uma laje lisa de concreto armado. Entretanto, a utilização da armadura de cisalhamento na presença de furos permitiu a recuperação de tal perda, mesmo em regiões onde o concreto existente era mínimo.

**Tabela 1 - Características e cargas de ruptura das lajes de BORGES (6)**

Laje	Pilar (mm)		d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ (%)	Qt. furo	Gancho ancorag.	Armadura cisalhamento		V <sub>u</sub> (kN)
	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>						Qt. cam.	φ (mm)	
L45	200	600	154	40,5	1,28	0	Não	(b)	(b)	798
L45FS_CG	200	600	154	40,5	1,14	1	Sim	(b)	(b)	742
L45FD	200	600	154	41,4	1,38	1	Não	(b)	(b)	726
L45FD_CG	200	600	154	39,0	1,38	1	Sim	(b)	(b)	700
L45FFS_CG	200	600	154	41,6	1,00	2	Sim	(b)	(b)	700
L45FFD	200	600	144	37,0	1,38	2	Não	(b)	(b)	635
L45FFD_CG	200	600	164	40,6	1,24	2	Sim	(b)	(b)	800
L45FFD_AC 2	200	600	154	43,8	1,38	2	Não	4	10,0	1180
L45FFD_AC 3	200	600	154	39,6	1,38	2	Não	3	8,0	1000
L45FFD_AC 4	200	600	154	43,2	1,38	2	Não	3	8,0	835
L45FFD_AC 5	200	600	154	40,7	1,38	2	Não	2	8,0	787

(a) laje sem furo - sem gancho de ancoragem;

(b) laje sem armadura de cisalhamento;

c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub> - dimensões do pilar (mm); d - altura útil da laje (mm); f<sub>c</sub> - resistência a compressão do concreto (MPa);

ρ - taxa de armadura da laje (%); Gancho ancorag. - indica a existência ou não de gancho de ancoragem; V<sub>u</sub> - carga de ruptura da laje;

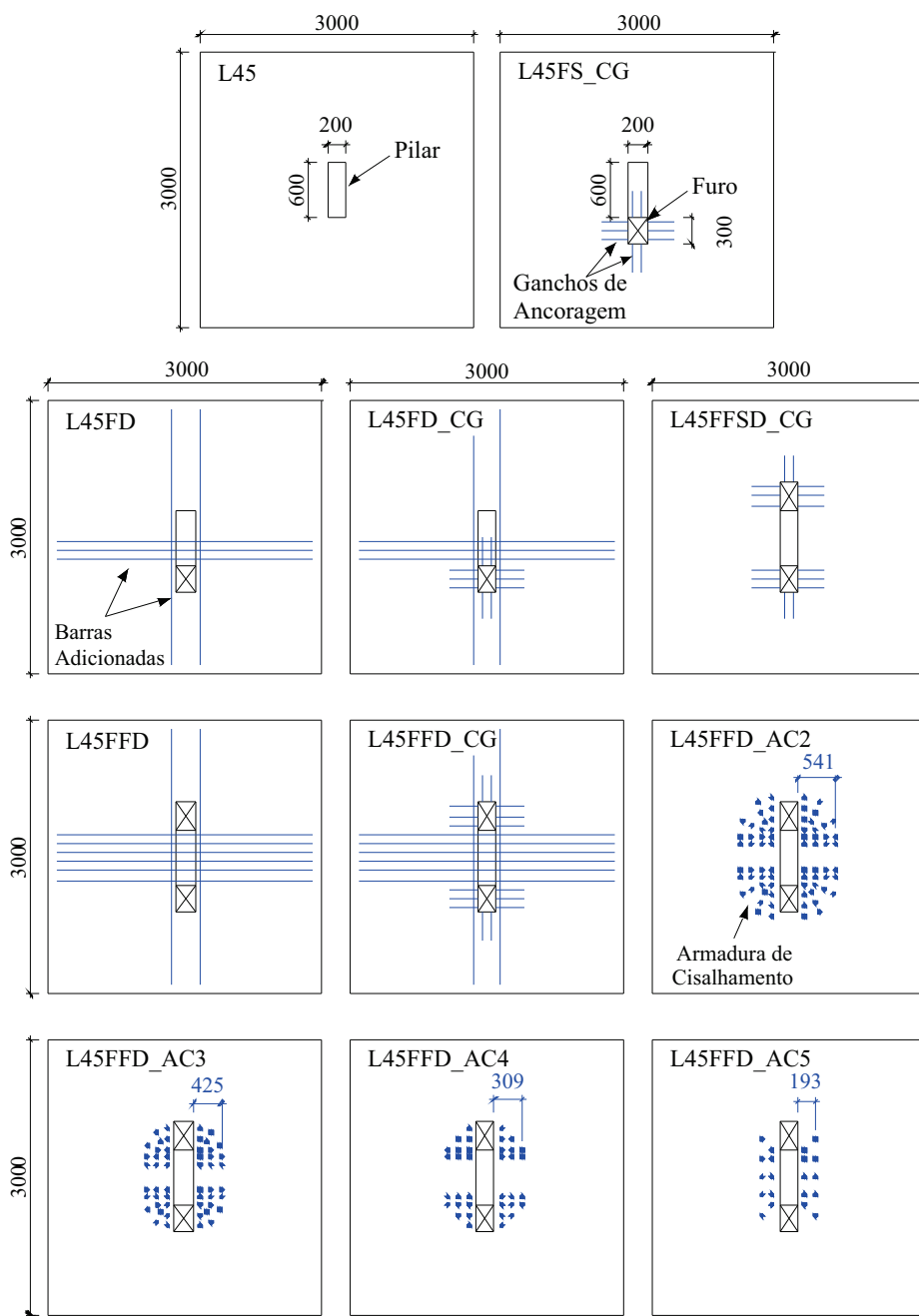
F - um furo; FF - dois furos; S - sem acréscimo de barra, D - com acréscimo de barra; CG - com gancho de ancoragem; ACi - armadura de cisalhamento do tipo "i".

1.2.3 Souza [24]

SOUZA [24] investigou conjuntamente o efeito da utilização de furos adjacentes e a aplicação de momento fletor. Foram ensaiadas 19 lajes lisas quadradas com 2400 mm de lado e espessura de 150 mm, ligadas monoliticamente a um tronco de pilar com 850 mm (300 mm para cima e 400 mm para baixo) de altura com seção transversal retangular de 200x500 mm. As lajes foram carregadas nas bordas, de

cima pra baixo. Entre as lajes, as principais características que diferem umas das outras são: quantidade, posicionamento e dimensões dos furos, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a armadura de cisalhamento e a excentricidade de carga (relação  $M(\text{momento transferido ao pilar})/V(\text{força cortante})$ ) na ligação laje-pilar. O sistema de ensaio utilizado é mostrado na Figura 1. O autor concluiu que as maiores perdas de resistência ocorreram para as lajes com um furo adjacente ao menor lado do pilar e com a dimensão adjacente do furo

Figura 2 – Modelos das lajes ensaiadas por BORGES (6) – mm



maior que a dimensão do pilar (lajes L2, L3 e L4), que tiveram como variável a taxa e o posicionamento da armadura de flexão. Também observou que, para as lajes com momento aplicado, as piores situações com relação à perda de resistência, com furo adjacente ao pilar e transferência de momento, ocorrem quando o momento está no sentido da região com furo, que é mais frágil e não tem concreto para resistir às compressões presentes na camada inferior da placa que são aumentadas devido ao momento.

#### 1.2.4 Borges [6]

BORGES [6] analisou experimentalmente vinte lajes lisas de concreto armado quadradas, com 3000 mm de lado e 200 mm de espessura, com o objetivo de investigar o comportamento de lajes com pilares retangulares, com algumas relações entre os lados do pilar, furos e armadura de cisalhamento. As características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas são apresentadas na Tabela 1. Na Figura 2 são apresentados os modelos das lajes ensaiadas por BORGES [6]. O autor concluiu que a armadura de cisalhamento utilizada, constituída de “studs”, posicionada de forma a envolver a armadura de flexão das lajes, apresentou um adequado desempenho, conduzindo à formação de uma superfície de ruptura externa à região com armadura, e que a resistência de lajes com furos e armadura de cisalhamento pode atingir e até superar a resistência de lajes similares sem furos. A utilização de armadura de cisalhamento nas lajes com furos possibilitou um aumento de até 86% em relação à laje similar com furos e sem tal armadura, e, permitiu à laje alcançar resistência à punção, no mínimo, igual à da laje similar sem furo. Relatou, ainda, que a utilização de barras adicionais de armadura de flexão na região em torno dos furos não provocou acréscimo de resistência ao puncionamento das lajes, embora tenha conduzido a deslocamentos verticais semelhantes à laje de referência sem furo. E, os ganchos utilizados como ancoragem da armadura principal de flexão, que foi interceptada pelos furos, não alteraram as cargas de ruptura das lajes com furos.

#### 1.2.5 Souza [23]

SOUZA [23] investigou o efeito da utilização de furos adjacentes

ou distantes do pilar em oito lajes planas de concreto armado de 1800x1800x130 mm. As características e as cargas de rupturas das lajes são apresentadas na Tabela 2. Em cada laje foram feitos dois furos com dimensões variadas, e foram situados em relação ao pilar quadrado, com 150 mm de lado, conforme mostrado na Figura 3. Em nenhuma laje foi utilizada armadura de cisalhamento. As cargas de ruptura foram inversamente proporcionais às dimensões dos furos e as distâncias desses em relação ao pilar. O autor concluiu que furos em lajes lisas de qualquer dimensão situados próximos ao pilar reduzem significativamente a resistência ao puncionamento. Também verificou que os furos estudados a uma distância de 4d em relação à superfície do pilar não influenciaram na carga e no modo de ruptura à punção. Em suas considerações finais, evidencia que mais estudos devem ser realizados para uma conclusão mais clara sobre a influência de furos distantes do pilar na resistência à punção.

#### 1.2.6 Normas e especificações

Na tabela 3 são apresentadas, de forma resumida, as recomendações de cálculo para lajes lisas, com e sem furos, do Código Americano (ACI/318-2011 [1]), do Código Europeu (EC2/2004 [12]), do Comitê Euro-Internacional du Béton (CEB-FIP, 1990 [7]), e da Norma Brasileira (NBR 6118:2007 [5]).

Na Tabela 4 são apresentados os perímetros de controle e suas localizações para lajes lisas com furos, onde é feito um corte no comprimento do perímetro de controle para lajes sem furos, a partir de retas radiais partindo do centro do pilar em direção aos furos. Para o cálculo das tensões, foi considerada a área correspondente ao perímetro de controle multiplicado pela altura útil da laje (d). Apenas o CEB-FIP/MC 1990 [7] não estipula em suas prescrições o perímetro de controle a ser considerado quando há a presença de furos.

## 2. Materiais e programa experimental

O programa experimental consistiu no ensaio até a ruptura de sete lajes (L1 a L7) com o objetivo de investigar experimentalmente o comportamento de ligações laje-pilar de regiões internas de lajes

**Tabela 2 - Características e cargas de ruptura das lajes ensaiadas por SOUZA (23)**

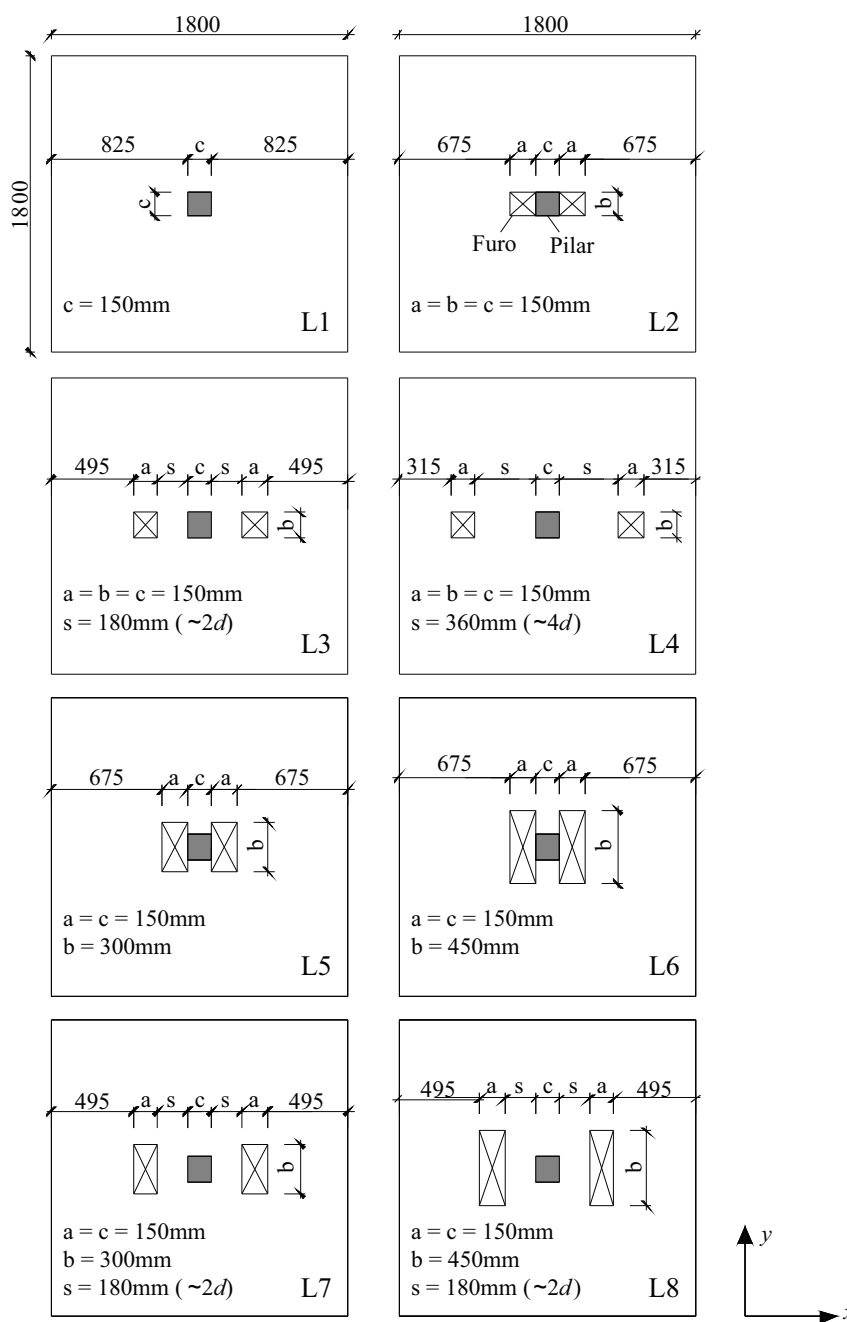
Laje	$f_c$ (MPa)	$\rho_x$ (%)	$\rho_y$ (%)	$\rho$ (%)	d (mm)	Furos (mm)	$s^{(1)}$ (mm)	$V_u$ (kN)
L1	35,5	1,27	1,46	1,36	91	-	-	274
L2	35,7	2,29	1,27	1,71	90	150x150	0	205
L3	36,0	1,77	1,52	1,64	89	150x150	180	275
L4	36,2	1,63	1,46	1,54	91	150x150	360	300
L5	31,9	2,23	0,83	1,36	91	150x300	0	140
L6	32,0	2,23	0,42	0,96	91	150x450	0	101
L7	32,1	1,71	1,43	1,56	92	150x300	180	225
L8	32,2	1,71	1,43	1,56	92	150x450	180	210

<sup>(1)</sup> - distância entre os furos e as faces do pilar;  $f_c$  - resistência a compressão do concreto (MPa);  $\rho_x$  - taxa de armadura na direção horizontal (%);  $\rho_y$  - taxa de armadura na direção vertical (%);  $\rho = \rho_x + \rho_y$ ; d - altura efetiva da laje (mm);  $V_u$  - carga última de ruptura da laje.

lisas com um ou dois furos adjacentes ao pilar e com ou sem transferência de momento fletor da laje para o pilar. Foram executados dois padrões geométricos, diferenciados pela existência ou não de furo, com as dimensões de acordo com a Figura 4. As principais variáveis envolvidas nesta investigação experimental foram: 1) a existência ou não de furo; 2) a taxa e a distribuição da armadura de flexão; e 3) o carregamento, com diferentes transferências de momento fletor da laje para o pilar.

O modelo 1, lajes L1 e L2, trata-se de uma laje maciça sem furo. Já o modelo 2 é composto por exemplares com um furo quadrado de 400 mm de lado adjacente ao menor lado do pilar, lajes L2 a L7, ligado monoliticamente a um tronco de pilar protendido, de seção retangular com lados de 200 x 500 mm e com 850 mm de altura (300 mm acima da laje e 400 mm abaixo). Os modelos representam um modelo discreto de laje lisa, simulando um trecho com momento negativo de um pilar interno. Dessa forma, os pontos de aplicação de carga das

Figura 3 - Características das lajes ensaiadas por SOUZA (23) - mm



lajes testadas simulam os pontos de inflexão das lajes, em escala real, o que sugere lajes com vão de aproximadamente 8 a 10 metros. O modelo discreto representa localmente a região do pilar e da laje a ser analisada, adequado para análise isolada de punção, não abrangendo os esforços de membrana existentes num painel de laje. Referente ao carregamento, o mesmo se deu conforme a Tabela 5. O carregamento foi definido com base no trabalho de SOUZA [24] e teve o intuito de simular a punção na região próxima ao pilar, para lajes tanto com simetria de carregamento quanto com a falta de simetria, transferindo momento fletor da laje para o pilar (descontinuidade de momento fletor na laje) - problema frequentemente encontrado na engenharia de projetos em lajes lisas (quando da existência de vãos diferentes ou carregamentos diferenciados para cada lado do pilar) - e também para estudar os efeitos da intensidade do momento aplicado. Com vistas a estimular a transferência de momento fletor em determinado sentido, a intensidade de carga aplicada era maior em um dos lados da amostra. Na laje L4, por exemplo, foi aplicado um carregamento de-

signado como "2P", o que equivale a dizer que o carregamento neste canto da peça foi o dobro do aplicado nos demais cantos, exceto em relação ao lado oposto, que não teve carregamento (designado como carregamento "0"). No entanto, o carregamento vertical total (soma da carga aplicada nos quatro cantos da peça) foi o mesmo em todas as lajes ("4P"). O carregamento era aplicado de cima para baixo por meio de atuadores hidráulicos vazados, colocados sobre vigas metálicas de distribuição e estas apoiadas sobre placas de aço de 100 mm x 200 mm x 20 mm, fixadas sobre a laje, conforme a Figura 1. A Figura 5 mostra o carregamento suportado por cada placa de distribuição para as lajes: L1, sem transferência de momento, e L6, com transferência de momento. A Figura 6 apresenta fotografias do sistema de ensaio (laje L2). Os referidos atuadores foram ancorados em quatro tirantes metálicos, com 29 mm de diâmetro. Os tirantes atravessaram a laje e as vigas metálicas através de furos previamente executados e foram ancorados na laje de reação. A reação ao carregamento ocorreu no pilar central, ligado monoliticamente à laje. O pilar foi apoiado na sua

**Tabela 3 - Equações utilizadas no cálculo da carga de ruptura de lajes lisas**

Normas	Lajes sem armadura de cisalhamento	Verificação do esmagamento da diagonal comprimida do concreto
	$V_c = 0,17 \left( 1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equação 1)	-
ACI-318 (2011)*	$V_c = 0,083 \left( \frac{\alpha_s d}{b_0} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equação 2)	-
	$V_c = 0,33 \sqrt{f'_c} b_0 d$ (Equação 3)	-
CEB - FIP (1990)	$P_{sd} = 0,12 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} u_1 d$ (Equação 4)	-
EC2 (2004)	$V_{Ed} = \frac{0,18}{\gamma_c} \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} u d$ (Equação 5)	-
NBR 6118 (2007)*	$F_{Sd} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) (100 \rho f_{ck})^{1/3} C' d$ (Equação 6)	$F_{Sd} = 0,27 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \frac{f_{ck}}{\gamma_c} C d$ (Equação 7)

\* - a carga de ruptura será o menor valor apresentado na aplicação das equações;

Onde:

$f_{ck}$ ,  $f'_c$ : resistência característica à compressão do concreto (MPa);

$\beta_c$ : razão entre o comprimento do maior lado sobre o menor lado do pilar;

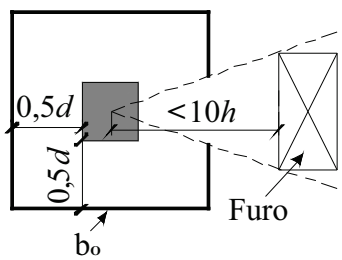
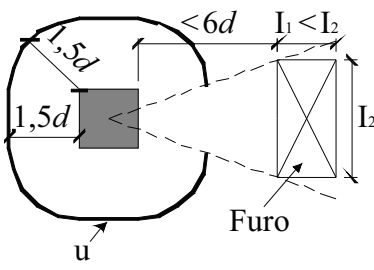
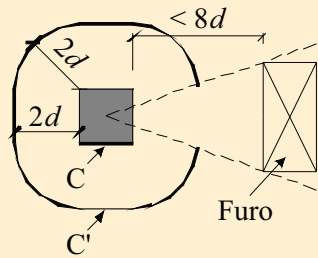
$\alpha_s$ : constante que assume os seguintes valores: 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto (para todas as lajes deste trabalho  $\alpha_s = 40$ );

$\gamma_c$ : coeficiente de minoração igual a 1,4 para NBR 6118/2007 e 1,5 para EC2 (2004), mas por se tratar de uma verificação de resultados experimentais, não foi adotado nenhum coeficiente de segurança ( $\gamma_c = 1.0$ );

$\rho_1 = \rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ , taxa de armadura nas duas direções ortogonais, obtida utilizando uma largura igual a dimensão do pilar mais "3d" para cada um dos lados (ou até a borda da laje, se esta estiver mais próxima).



Tabela 4 - Perímetros de controle com a existência de furos

Normas	Perímetros de controle
ACI-318 (2011)	 <p><math>b_0</math> - perímetro de controle para lajes com furos distantes até <math>10h</math> (<math>h</math>=altura total da laje) do centro do pilar.</p>
CEB - FIP (1990)	-
EC2 (2004)	 <p>Se <math>I_1 &gt; I_2</math>, adotar:  <math display="block">I_2 = \sqrt{I_1 I_2}</math> <math>u_1</math> - perímetro de controle para lajes com furos distantes até <math>6d</math> da face do pilar.</p>
NBR 6118 (2007)	 <p><math>C, C'</math> - perímetros de controle para lajes com furos distantes até <math>8d</math> da face do pilar.</p>

Obs.: a NBR 6118/2007 não prevê a diminuição no perímetro crítico C, quando há a presença de furos.

parte inferior sobre um bloco de concreto armado de formato cúbico, com arestas de 600 mm. O bloco foi inserido para facilitar o deslocamento embaixo da laje e teve a função de transmitir a reação da peça de ensaio à laje de reação. Devido ao momento transferido, foi decidida pela introdução de protensão no pilar a fim de prevenir a rotação e, também, simular o carregamento do pilar. A protensão foi efetuada por um atuador hidráulico vazado, com capacidade de 1500 kN, apoiado numa caixa metálica de protensão (aço SAC1045). Este atuador foi ancorado por um tirante, com 44 mm de diâmetro, que atravessava a caixa metálica de protensão, o pilar e o bloco (furo encamisado por tubos de aço no pilar e no bloco).

As armaduras de flexão negativa foram compostas por malhas ortogonais, com barras de 12,5 mm de diâmetro, e posicionadas próximas ao bordo superior das lajes (cobrimento de 15 mm). As Figuras 7 e 8 mostram as armaduras de flexão utilizadas nos modelos 1 e 2, respectivamente.

A armadura de flexão positiva utilizada no modelo 1 foi composta

por uma malha ortogonal com 10 barras de 6,3 mm de diâmetro, nas duas direções, espaçadas a cada 24 cm, conforme é mostrado na Figura 9. Já para as amostras do modelo 2, as barras que coincidiram com a posição do furo foram cortadas para que o mesmo fosse inserido, não havendo reposição de barras, como é mostrado na Figura 9.

O aço utilizado foi do tipo CA-50 e CA-60. Para obtenção das propriedades mecânicas desse material, foram ensaiadas amostras conforme NBR 6152 (1992) [4]. A Tabela 6 apresenta as características (propriedades mecânicas) dos aços ensaiados.

O concreto utilizado foi o auto-adensável (CAA), dosado para atingir 30 MPa de resistência característica à compressão. A Tabela 7 apresenta a proporção dos materiais utilizados para produção de um metro cúbico de concreto.

As lajes foram moldadas em formas metálicas. Em cada forma foi encaixado um tubo metálico, com 830 mm de comprimento e 75 mm de diâmetro, no centro do pilar, para posterior passagem do

tirante central; e quatro tubos metálicos retangulares com medidas externas de 60 mm x 100 mm, para posterior passagem dos tirantes laterais. Para a moldagem das lajes com furos, foram feitos moldes com Poliestireno Expandido (isopor). A Figura 10 mostra as fotografias da forma metálica e da armadura antes da concretagem para laje L7 e das lajes L1 e L2 moldadas. Após início da pega do concreto, foi colocada água sobre as lajes e estas foram cobertas por lonas plásticas durante 7 (sete) dias. A água foi re-

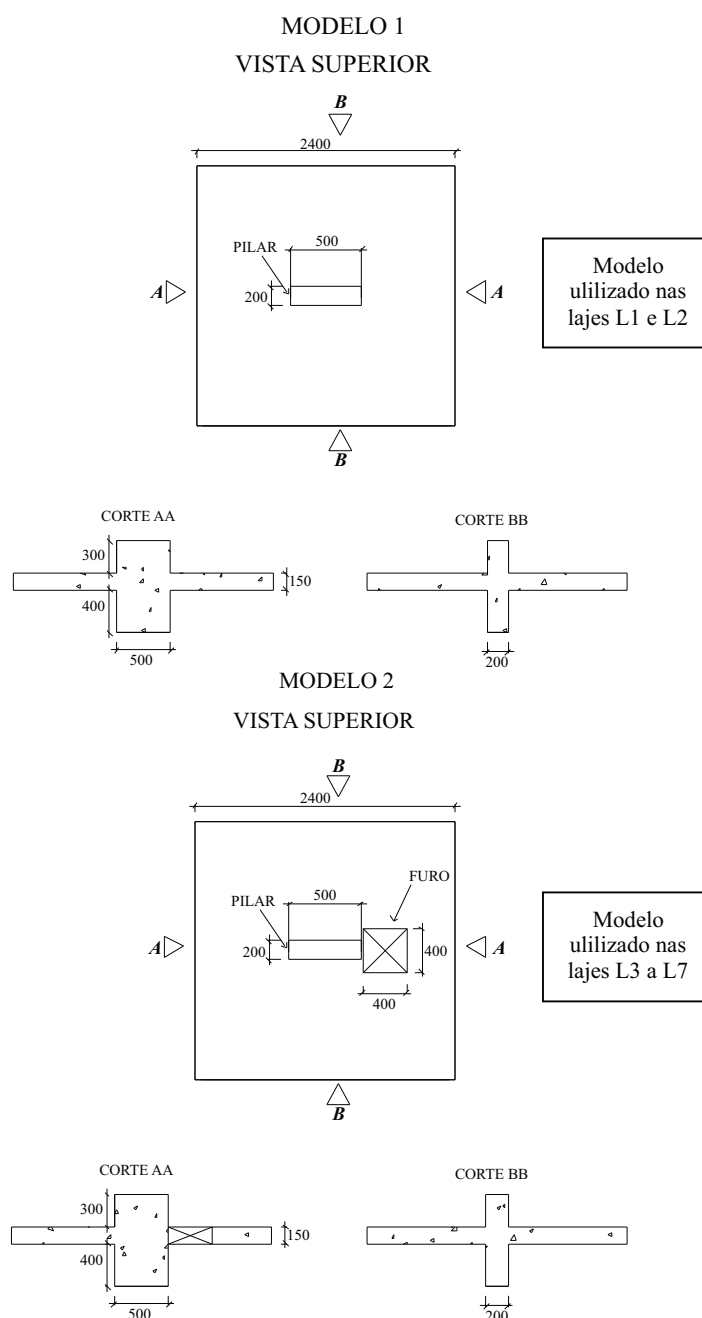
abastecida duas vezes por dia, durante os três primeiros dias, e uma vez nos dias remanescentes.

### 3. Resultados

#### 3.1 Deslocamento vertical

Nas Figuras 11 e 12 são apresentados os gráficos de *Desloca-*

**Figura 4 - Características geométricas das lajes ensaiadas - Modelos 1 e 2**



mento vertical x Posição em relação ao centro da laje, em cada eixo, dos defletômetros instalados nas lajes L1 (sem furo e sem momento aplicado) e L3 (com furo e com momento aplicado na direção paralela ao maior lado do pilar). Na laje L1, o comportamento da laje nas duas direções foi simétrico, com pouca variação em relação ao previsto. Na laje L3, houve rotação na direção WE onde os deslocamentos nos lados foram contrários, porém, em W houve deslocamento para baixo e em E para cima. Os deslocamentos máximos em W foram superiores, em média, 2,1 vezes os deslocamentos máximos em E. Isto ocorreu devido ao carregamento aplicado, que foi de intensidade "2P" em W, ao passo que o lado oposto (E) não recebeu carregamento. Na direção NS, os deslocamentos máximos em N foram ligeiramente superiores, maiores em 0,07 mm na carga de 25 kN e, na carga de 200 kN, em 1,01 mm.

### 3.2 Carga e modo de ruptura

Todas as lajes romperam por punção. Na Tabela 8 é apresentado um resumo das principais características das lajes e suas cargas de ruptura.

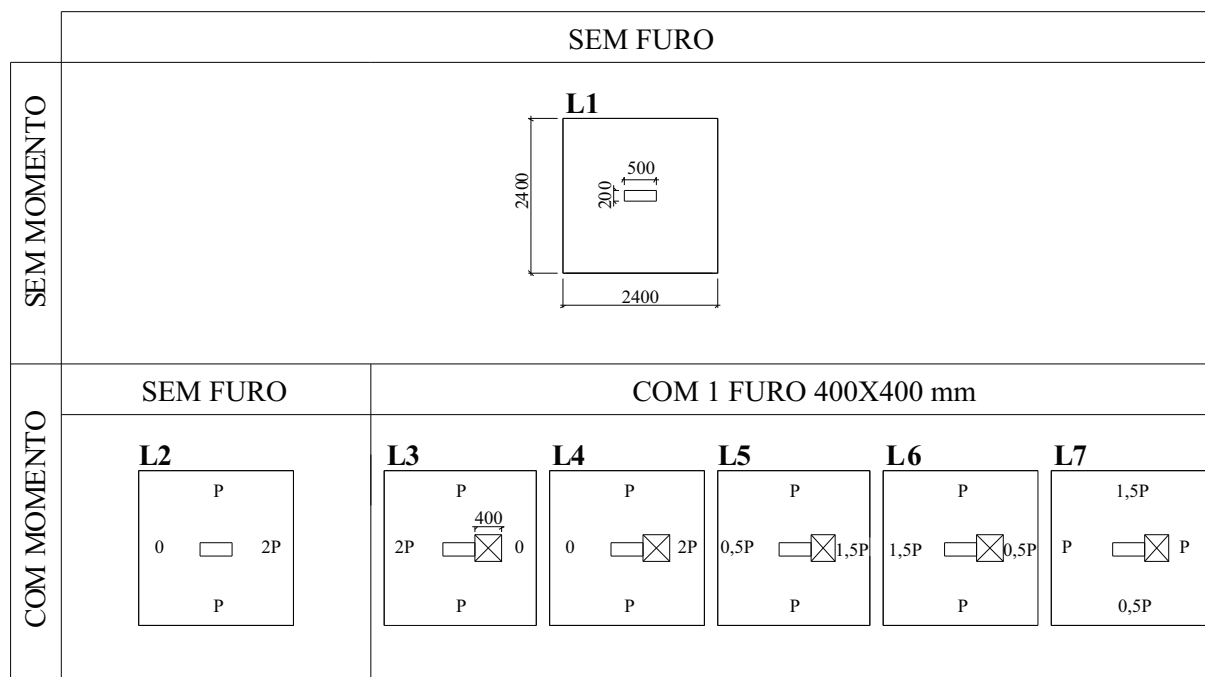
A laje L2 ( $V_u = 266 \text{ kN}$ ,  $M_u = 116,8 \text{ kN.m}$ ), sem furo e com momento aplicado paralelo ao maior lado do pilar, teve perda de 38% em relação à laje L1 (laje de referência). Esta redução da carga de ruptura ocorreu devido a transferência de momento fletor da laje para o pilar naquela amostra.

A influência do momento na diminuição da resistência ao cisalhamento também pôde ser verificada na comparação entre as lajes L4 e L5. Ambas tiveram momento aplicado paralelo ao maior lado do pilar e no sentido do furo de 400x400 mm. A diferença entre os modelos foi a intensidade do momento aplicado, que foi maior na laje L4. Como resultado, esta última apresentou perda de 68% em relação à laje de referência, enquanto que na laje L5 a perda foi menor, 50%. Comparando-se as lajes com furos e com transferência de momento (L3 a L7) com a laje L2, sem furo e com transferência de momento, observou-se que a redução do perímetro da ligação laje-pilar (devido a existência de furo adjacente) não resulta em perda de carga se o momento fletor não estiver aplicado no sentido do furo. As lajes L2 ( $V_u = 266 \text{ kN}$ ,  $M_u = 116,8 \text{ kN.m}$ ) e L3 ( $V_u = 250 \text{ kN}$ ,  $M_u = 113,7 \text{ kN.m}$ ), apesar da existência de furo nesta última, apresentaram cargas de ruptura bastante próximas. Interessante observar ainda que, quando a intensidade do momento aplicado foi reduzida na laje com furo, Laje L6 ( $V_u = 305 \text{ kN}$ ,  $M_u = 65,8 \text{ kN.m}$ ), resultou em uma carga de ruptura inclusive superior a da laje L2, sem furo. Isto indica que a transferência de momento fletor da laje para o pilar é mais prejudicial para a resistência ao cisalhamento que a existência de furo adjacente ao pilar.

### 3.3 Fissuração e superfície de ruptura

Nas lajes L1 e L2, as fissuras radiais iniciaram no pilar. Nas lajes

Tabela 5 - Carregamento das lajes L1 a L7



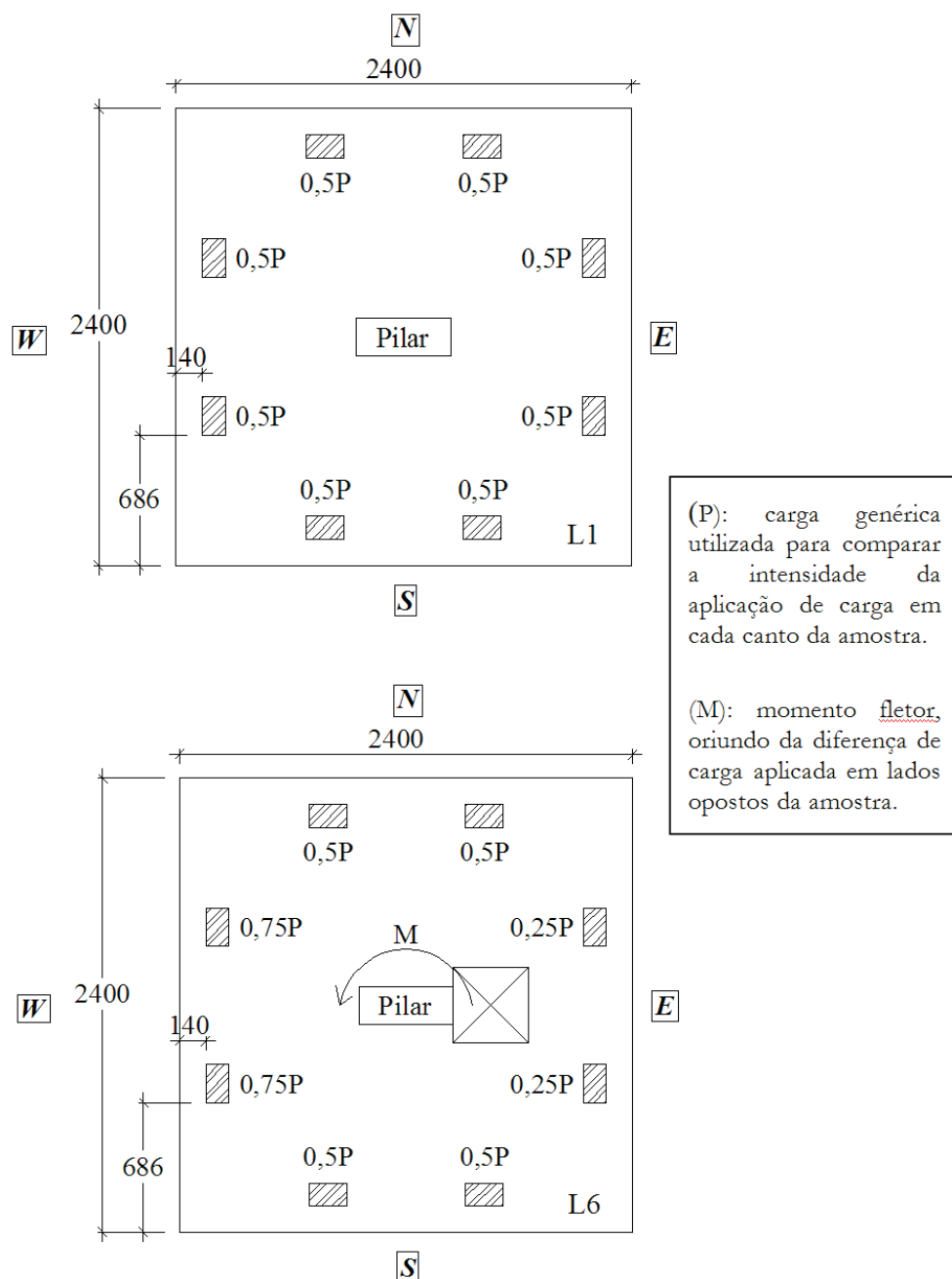
(P): carga genérica utilizada para comparar a intensidade da aplicação de carga em cada canto da amostra.  
 (0): carga de valor nulo que representa o lado da amostra que não recebeu carregamento.

L3, L6 e L7, tais fissuras iniciaram, ao mesmo tempo, no pilar e nos vértices dos furos. Nas lajes L4 e L5, as fissuras radiais iniciaram nos vértices dos furos. Estas fissuras se ampliaram em direção às bordas das lajes. Posteriormente ou no mesmo carregamento surgiram as fissuras circunferenciais. O panorama de fissuração das lajes é mostrado na Figura 13.

As superfícies de ruptura, das lajes L1 a L7, surgiram na face superior da laje (face tracionada) e se estendeu em direção da junção da

laje com o pilar, na face inferior da laje (face comprimida), formando inclinações variadas, que originaram o “cone” de punção. Nas lajes com furo, foi possível ver a formação da superfície de ruptura através do mesmo. A inclinação da superfície de ruptura em relação à face inferior na laje L1 variou entre  $31^\circ$  e  $53^\circ$ . Na laje L2 as superfícies de ruptura se desenvolveram com inclinações que variaram de  $27^\circ$  a  $85^\circ$ . Na laje L3, essa variação foi de  $26^\circ$  a  $32^\circ$ . Nas lajes L4 a L7 as variações foram de, respectivamente,  $22^\circ$  a  $67^\circ$ ,  $24^\circ$  a  $41^\circ$ ,

Figura 5 - Carregamento das lajes L1 e L6 (dimensões em mm)



17° a 36° e 2° a 41°. As Figuras 14 e 15 apresentam a configuração das superfícies de ruptura para as lajes L1 a L4.

### 3.4 Comparação entre os resultados experimentais e os teóricos

As cargas estimadas pelas normas admitem a resistência do concreto para a data do ensaio como igual à resistência característica

do concreto ( $f_{ck} \cong f_c$ ). Por se tratar de uma verificação de resultados experimentais, não foi adotado nenhum coeficiente de segurança. Os resultados estimados por algumas normas mostram-se inferiores aos encontrados experimentalmente. É válido lembrar que nesta pesquisa as lajes foram submetidas apenas aos esforços de punção e transferência de momento, sendo que os códigos têm o compromisso de prever muitas outras condições não incluídas nos ensaios e que podem vir a ocorrer numa situação real, tais como:

Figura 6 – Fotografias do sistema de ensaio (Laje L2)

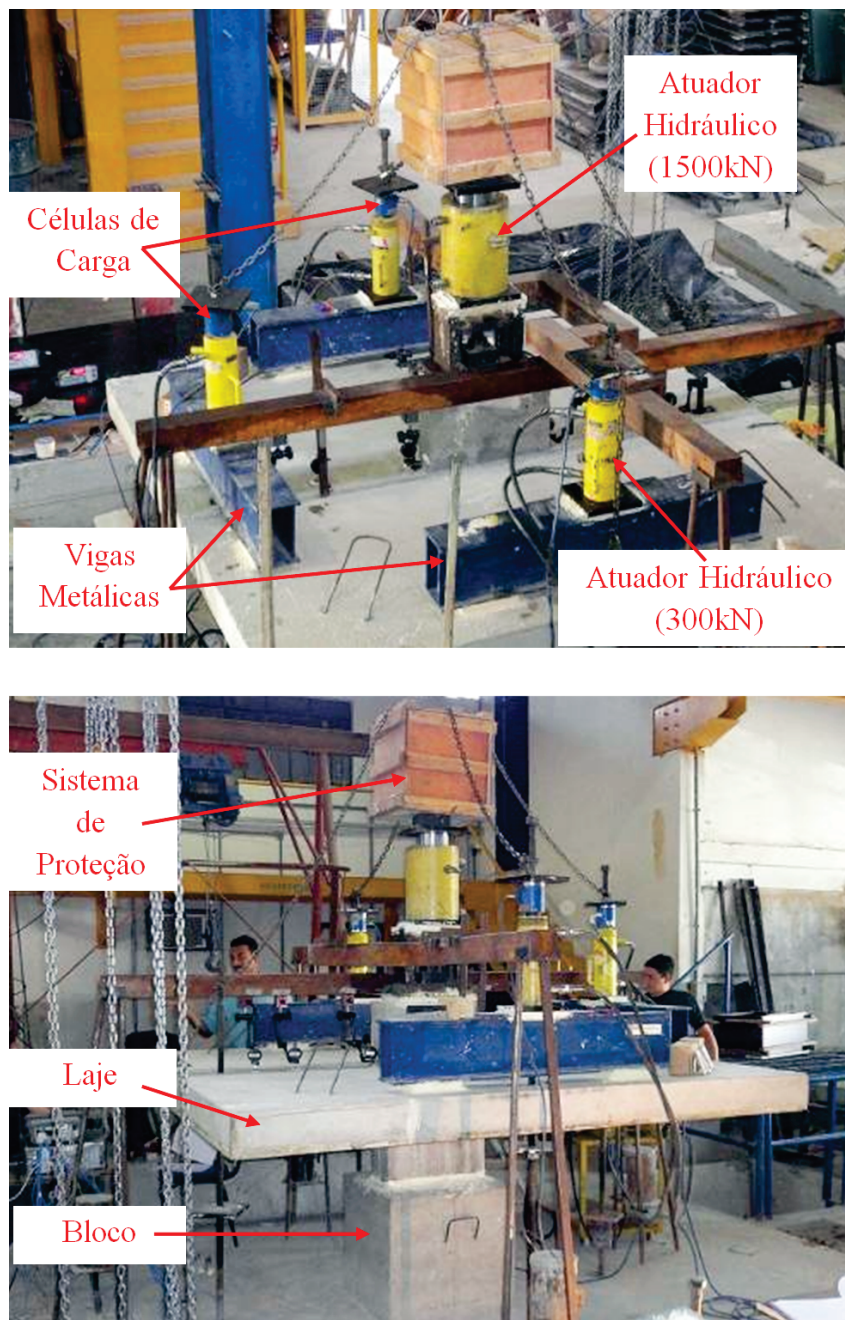




Figura 7 - Armadura de flexão das lajes sem furo (modelo 1): L1 e L2 (medidas em cm)

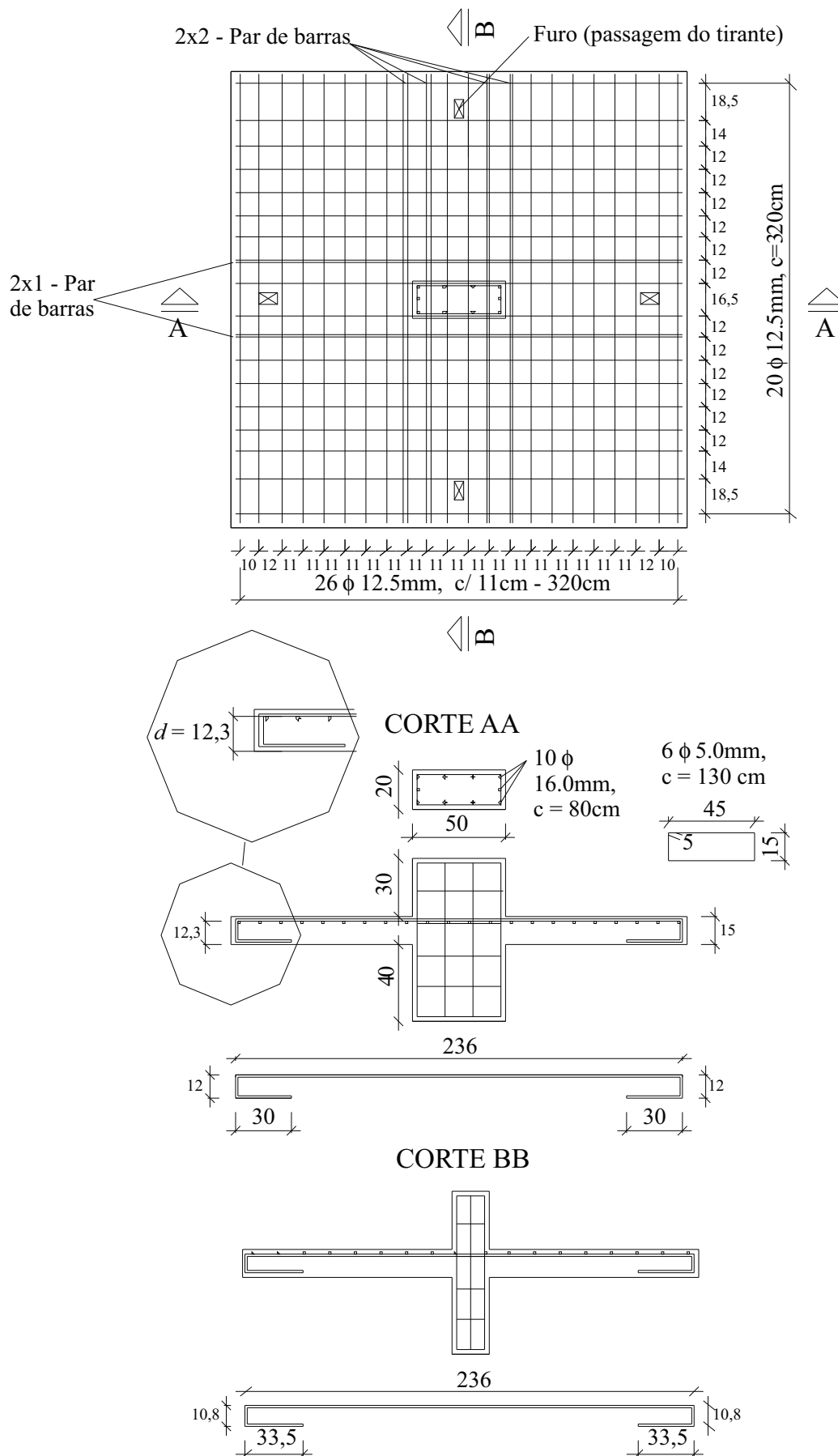
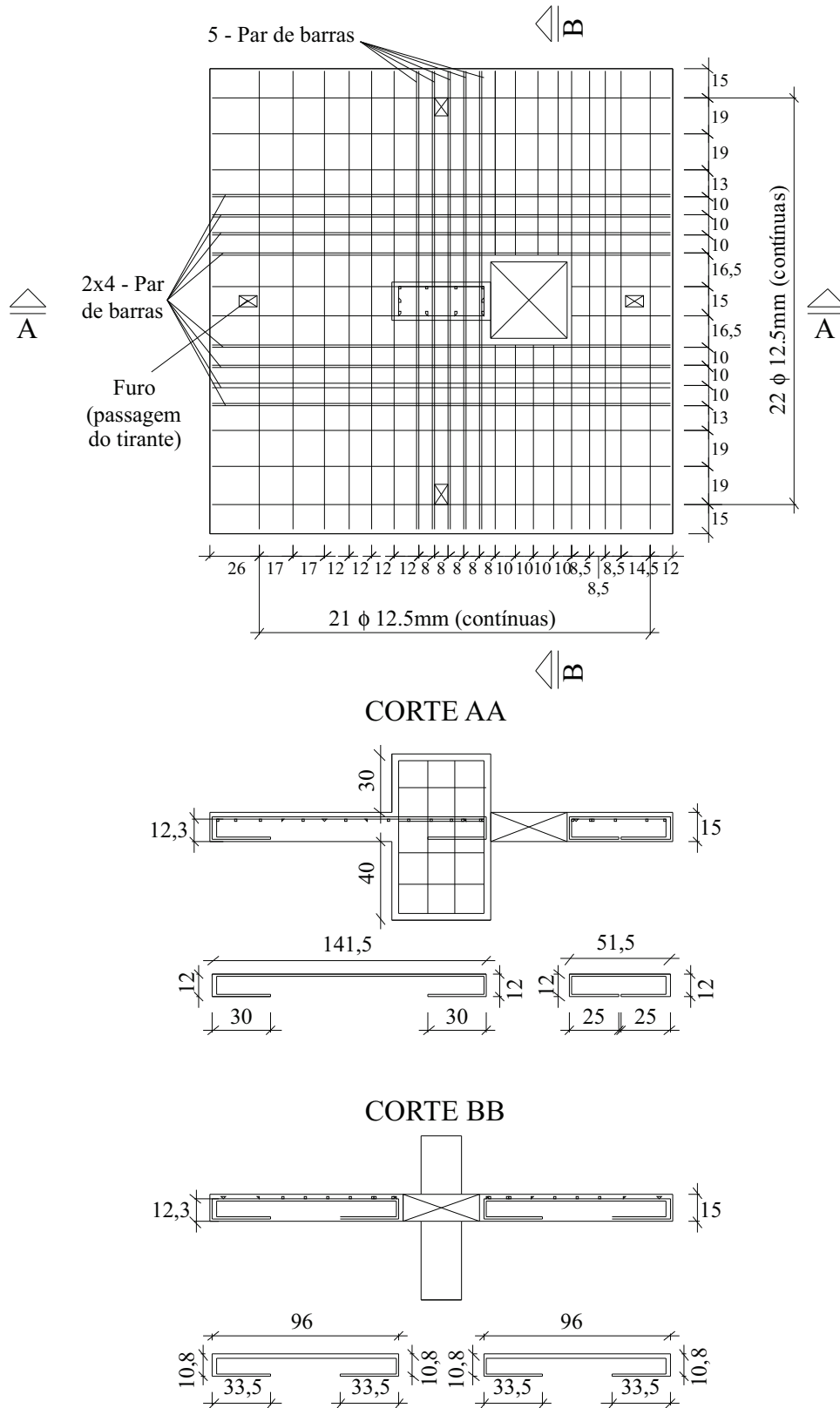
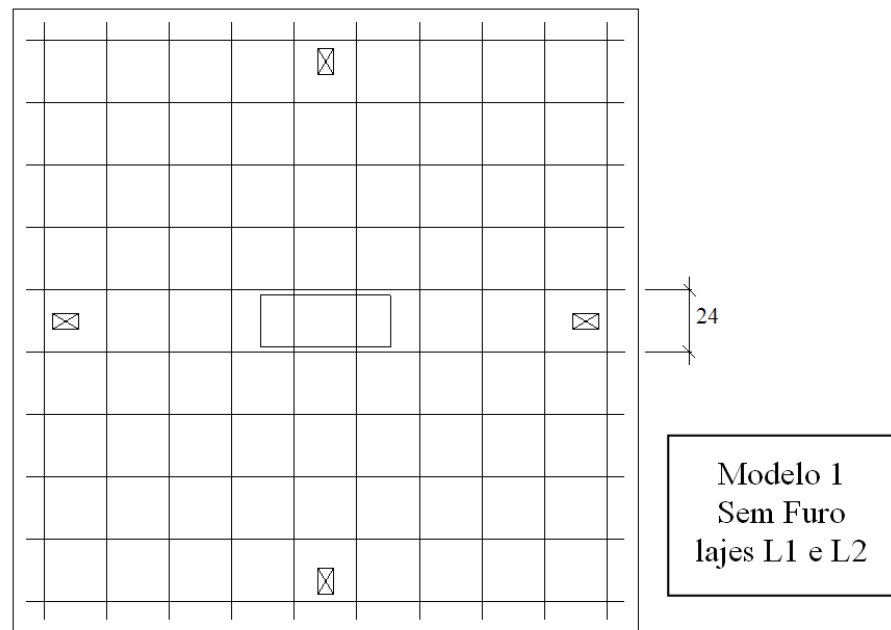


Figura 8 - Armadura de flexão das lajes com furo (modelo 2): L3 a L7 (medidas em cm)

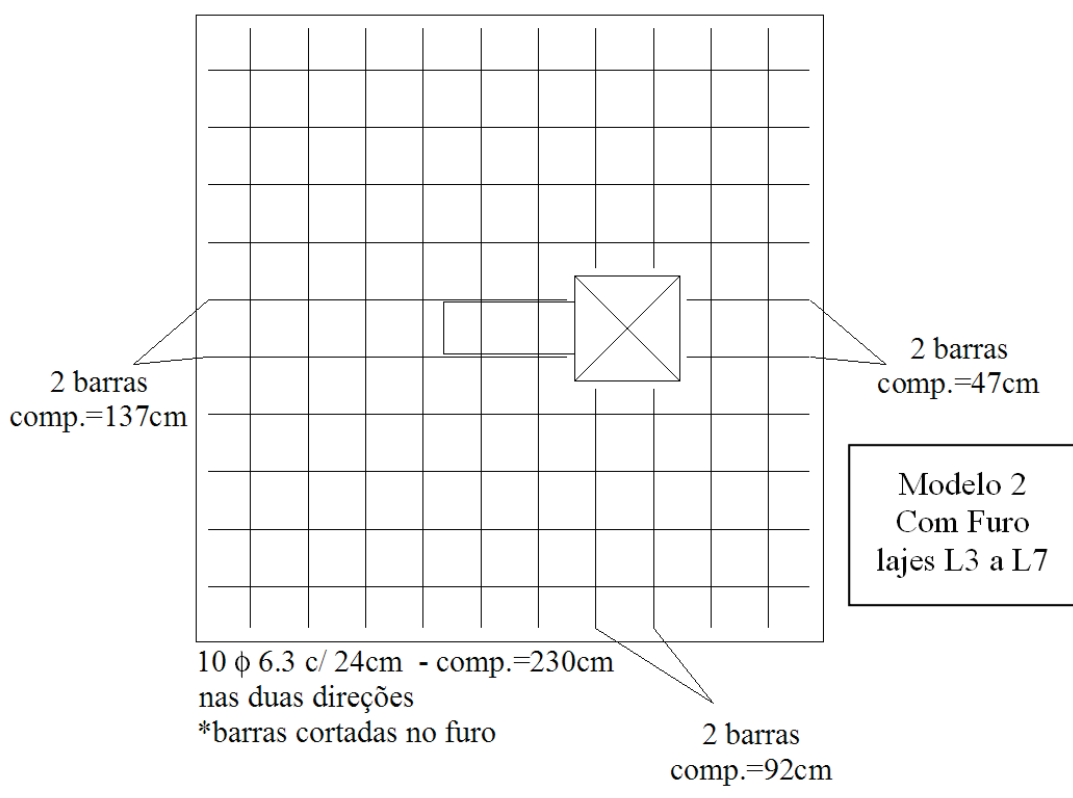


**Figura 9 - Armadura Positiva das lajes sem furo (modelo 1 - L1 e L2) e das lajes com furo (modelo 2 - L3 a L7 (cm))**



10  $\phi$  6.3 c/ 24cm - comp.=230cm  
nas duas direções

Modelo 1  
Sem Furo  
lajes L1 e L2



10  $\phi$  6.3 c/ 24cm - comp.=230cm  
nas duas direções  
\*barras cortadas no furo

2 barras  
comp.=47cm

Modelo 2  
Com Furo  
lajes L3 a L7

2 barras  
comp.=92cm

Tabela 6 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados

Lote	Diâmetro (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_y$ (mm/m)	$E_s$ (GPa)	Utilização das barras
1	6,3	649	766	2,2	273	Armadura inferior de flexão e estribos do pilar da laje L4
2	6,3	673	807	2,9	213	Armadura inferior de flexão e estribos do pilar das lajes L1 a L3 e L5 a L7
1	12,5	595	739	2,7	200	Armadura superior de flexão da laje L4
2	12,5	623	770	2,4	205	Armadura superior de flexão das lajes L1 a L3
3	12,5	583	710	2,4	236	Armadura superior de flexão das lajes L5 a L7
1	16,0	595	739	2,7	200	Armadura longitudinal dos pilares de todas as lajes

existência de eventuais cargas concentradas assimétricas nas proximidades do pilar, forças horizontais, fissuração nas primeiras idades do concreto, acréscimo de flechas devido à manutenção de cargas por um longo período, condições desfavoráveis de cargas de construção devido à reescoramento, equipamentos pesados, entre outros. Na Figura 16 é apresentada graficamente a comparação entre relações “carga experimental” / “carga estimada” (laje L1) e “tensão experimental” / “tensão estimada” (lajes L2 a L7), sendo que a “carga estimada” e a “tensão estimada” foram obtidas com a utilização das normas estudadas.

O CEB-FIP/MC1990 [7] não traz especificações sobre a utilização de furos em lajes lisas. Em razão disto, a carga de ruptura foi calculada apenas para as lajes L1 e L2.

A NBR 6118:2007 [5], assim como as demais normas apresentaram resultados contra a segurança para a laje L1 (laje de referência), sendo que a norma americana, ACI-318:2011 [1], foi a que mais se aproximou do resultado experimental. Para a laje L2, sem furo, as estimativas das normas estiveram próximas das obtidas experimentalmente. A NBR 6118:2007 [5] teve relação “tensão experimental” / “tensão estimada” igual a 0,97. O ACI-318:2011 [1] foi a norma que se mostrou mais conservadora: apresentou “tensão experimental” superior a “tensão estimada” em 25%. Para as lajes L3 e L6, ambas com momento aplicado no sentido oposto ao furo, todas as normas apresentaram estimativas a favor da segurança, com destaque para o ACI-318:2011 [1] e o EC2/2004 [12], que apresentaram os resultados mais conservadores, com as relações “tensão experimental” / “tensão estimada” variando entre 1,26 e 1,54. Para a NBR 6118:2007 [5] esta relação variou entre 1,10 e 1,28. Nas lajes L4 e L5, ambas com momento aplicado no sentido do furo, a maioria das normas apresentou estimativa contra a segurança, inclusive a NBR 6118:2007 [5], com relações “tensão experimental” / “tensão estimada” variando entre 0,66 e 0,68. A única exceção foi o ACI-318:2011 [1], que apresentou resultado a favor da segurança para a laje L4. Na laje L7, apenas o ACI-318:2011 [1] apresentou resultado a favor da segurança (relação “tensão experimental” / “tensão estimada” igual a 1,17), apesar de que a estimativa do EC2/2004 [12] esteve bastante próxima do resultado experimental (relação “tensão experimental” / “tensão estimada” igual a 0,97). Para a mesma laje, a NBR 6118:2007 [5] apresentou relação de 0,84, portanto contra a segurança.

### 3.5 Comparação entre os resultados experimentais e os resultados de SOUZA [24]

#### 3.5.1 Deslocamento vertical

O padrão de comportamento dos deslocamentos verticais das la-

jes dos presente trabalho foi semelhante ao das lajes de SOUZA [24], sendo verificadas as seguintes situações: 1) a presença de furos conduziu a um aumento dos deslocamentos verticais nas regiões dos furos; 2) na direção em que foi aplicado o momento, houve rotação e o lado mais carregado se deslocou no sentido da aplicação da carga, enquanto o bordo oposto se deslocou em sentido contrário ao da aplicação da carga; 3) a direção na qual não foi aplicado o momento, os deslocamentos apresentados por todas as lajes foram semelhantes aos obtidos na laje de referência L1, sem furo e sem momento; 4) nas lajes com furo e momento aplicado paralelo ao maior lado do pilar, a existência de furo não implicou em grandes diferenças de deslocamentos no lado com furo, em relação à laje sem furo com momento aplicado na mesma direção; 5) laje com furo e com momento aplicado paralelo ao menor lado do pilar é a que apresenta maiores deslocamentos na borda mais carregada. A provável causa seria a inércia da ligação laje-pilar, sendo esta inferior na direção paralela ao menor lado do pilar.

#### 3.5.2 Carga de ruptura

A laje L6 do presente trabalho ( $V_u = 305$  kN,  $M_u = 65,8$  kN.m,  $f_c = 45,6$  MPa,  $d = 124$  mm,  $\rho = 1,19\%$ ), com furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar e situado na borda tracionada,

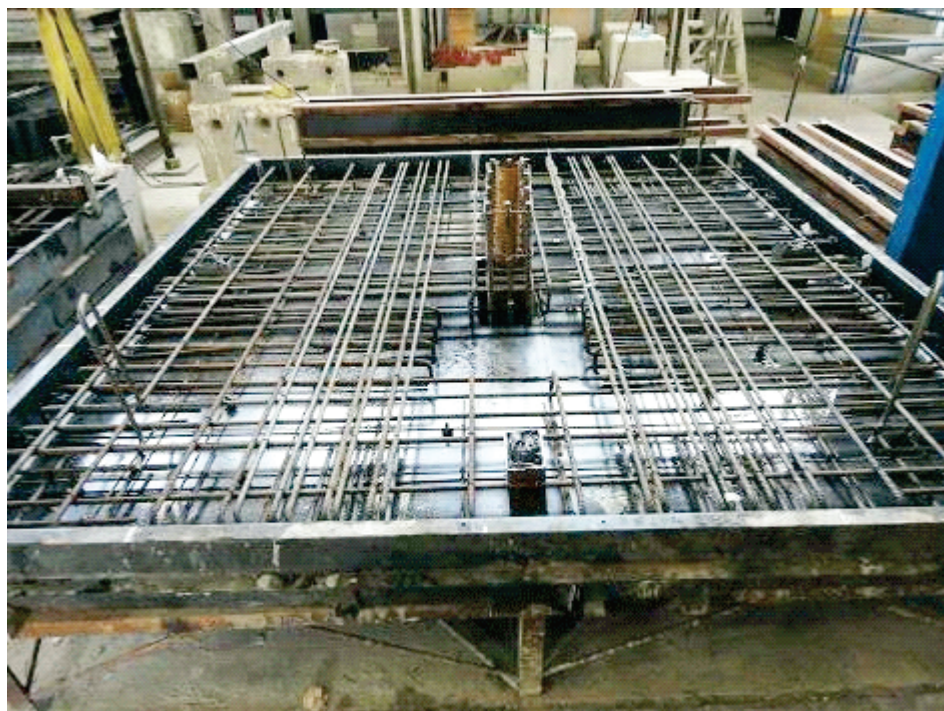
Tabela 7 – Composição do concreto por m<sup>3</sup>

Material	Peso (kg)
Cimento (CPII F32)	405
Areia natural (dimensão máxima de 4,8 mm)	410
Areia artificial (dimensão máxima de 4,8 mm)	270
Brita 0 (dimensão máxima de 12,5 mm)	510
Brita 1 (dimensão máxima de 19,0 mm)	510
Água	200
Aditivo superplastificante – 2,43 litros	

com momento aplicado na direção paralela ao maior lado do pilar, teve carga de ruptura bastante próxima da laje L12 de SOUZA [24] ( $V_u = 319$  kN,  $M_u = 74,4$  kN.m,  $f_c = 37,8$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1,48\%$ ), com furo de 200x200 mm adjacente ao menor lado do

pilar e situado na borda comprimida, com momento aplicado na direção paralela ao maior lado do pilar. Isto significa que um furo de 200x200 mm adjacente ao menor lado do pilar e comprimido pelo momento aplicado pode ser tão prejudicial para a carga de

**Figura 10 - Fotografias da armadura colocada na forma metálica (Laje L7) e das lajes L1 e L2 moldadas**





ruptura quanto um furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar e tracionado pelo momento aplicado, para as variáveis utilizadas nesta pesquisa. Ressalta-se que todas as lajes de SOUZA [24] apresentam características geométricas idênticas às lajes do presente trabalho, apenas variando a dimensão (200x200 mm, 200x300 mm ou 400x400 mm) e a localização (paralelo ao maior ou menor lado do pilar) dos furos.

Para lajes com momento de ruptura aplicado paralelo ao menor lado do pilar, a utilização de dois furos de 300x200 mm adjacente ao maior lado do pilar é menos prejudicial para a carga de ruptura que um furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar. Foi observada uma perda de carga de 20% da laje L7 do presente trabalho ( $V_u = 260$  kN,  $M_u = 44,5$  kN.m,  $f_c = 46,8$  MPa,  $d = 121$  mm,  $\rho = 1,24\%$ ) em relação à laje L18 de SOUZA [24] ( $V_u = 322$  kN,  $M_u = 53,1$  kN.m,  $f_c = 37,3$  MPa,  $d = 126$  mm,  $\rho = 1,05\%$ ), com dois furos de 300x200 mm adjacentes ao maior lado do pilar.

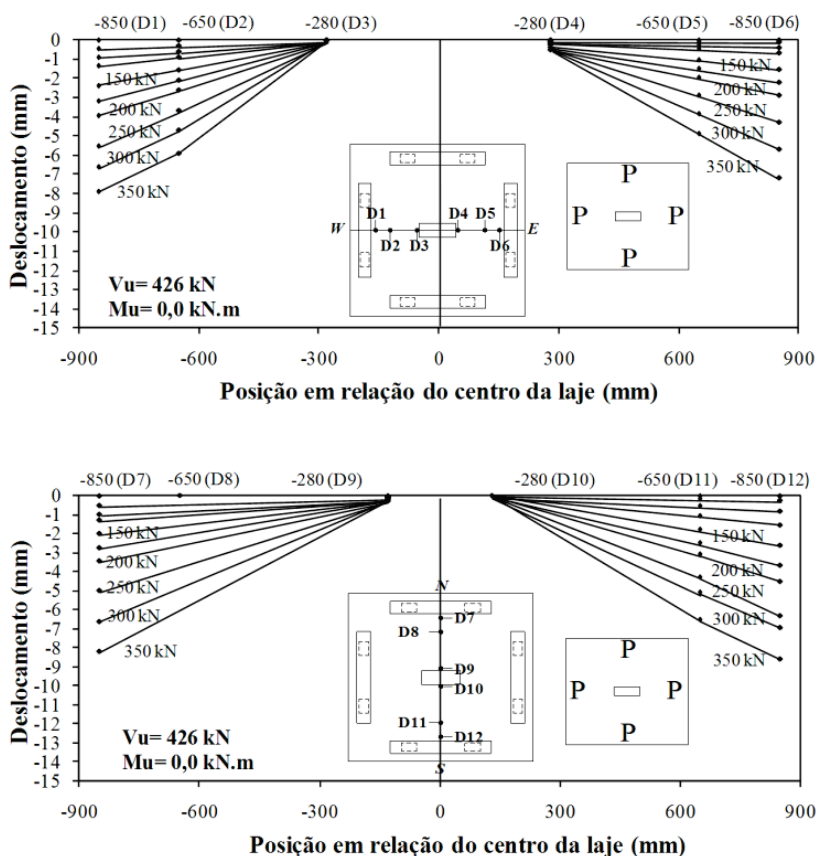
Para lajes com momento de ruptura aplicado paralelo ao maior lado do pilar, a perda de parte da região de ligação laje-pilar nos

vértices, provocada por dois furos de 200x200 mm adjacentes ao menor lado do pilar, é menos prejudicial para a carga de ruptura que um único furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar e localizado na borda comprimida. Em relação à laje L10 de SOUZA [24] ( $V_u = 189$  kN,  $M_u = 83,0$  kN.m,  $f_c = 34,2$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1,24\%$ ), com dois furos de 200x200 mm adjacentes ao menor lado do pilar, a laje L4 do presente trabalho ( $V_u = 137$  kN,  $M_u = 59,0$  kN.m,  $f_c = 44,6$  MPa,  $d = 123$  mm,  $\rho = 1,20\%$ ), com furo de 400x400 mm adjacente ao menor lado do pilar e situado na borda comprimida, apresentou carga de ruptura 28% inferior. A Tabela 11 apresenta as características das lajes acima referidas.

### 3.5.3 Deformações das armaduras de flexão e do concreto

Podem ser observados tanto nas lajes do presente trabalho quanto nas lajes de SOUZA [24] que o escoamento da armadura foi alcançado em vários pontos, principalmente na região dos pilares, como esperado. As barras da armadura de flexão descontínuas

Figura 11 – Deslocamentos verticais medidos pelos deflectômetros D1 a D12 na laje L1



$V_u$ : carga última de ruptura;  $M_u$ : momento último de ruptura; P: carga genérica utilizada para comparar a intensidade da aplicação de carga em cada canto da amostra; 0: carga de valor nulo que representa o lado da amostra que não recebeu carregamento.

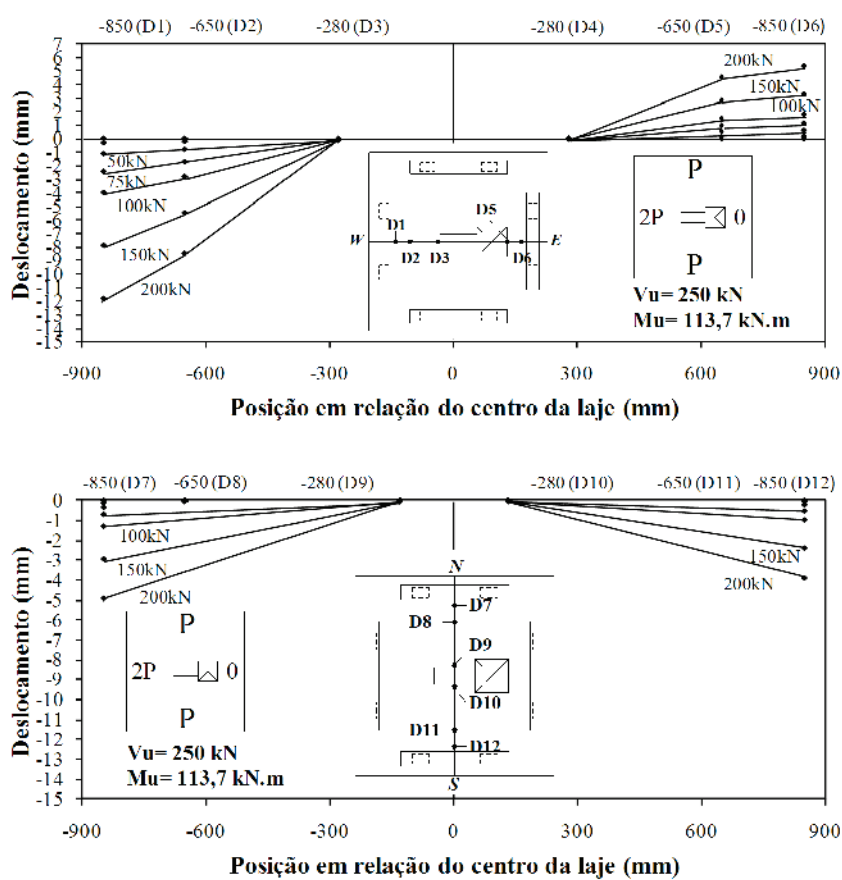
(que terminavam no furo) foram pouco solicitadas, indicando que essas armaduras não são efetivas quanto ao combate à flexão e, por conseguinte, à punção. Referente ao concreto, as maiores deformações (de compressão) na laje de referência L1, sem furo e sem momento aplicado, foram observadas próximas ao centro do pilar, na direção perpendicular ao maior lado deste. Para as lajes com momento fletor aplicado, os pontos instrumentados no lado mais carregado, paralelos à direção do momento, tiveram as maiores deformações. Alguns extensômetros, que estavam situados nos lados menos carregados, indicaram que houve tração e nos lados mais carregados indicaram compressão, evidenciando a rotação destas lajes.

## 5. Conclusões

Quanto à carga de ruptura, confirmou-se a bibliografia no que se refere à redução da resistência ao punçonnemento em face da transferência de momento da laje para o pilar (a laje L2, sem furo e

com momento aplicado, apresentou carga de ruptura 38% menor que a laje de referência L1, sem furo e sem momento aplicado). Nas lajes com furos, a transferência de momento para o pilar levou a um decréscimo de resistência entre 28% e 68%, em relação à laje de referência L1. No entanto, as piores situações com relação à perda de resistência nas lajes com furo adjacente ao pilar e com transferência de momento ocorrem quando o momento está no sentido da região do furo, que é mais frágil e não tem o mesmo volume de concreto para resistir às compressões presentes na camada inferior da placa. Quando o momento não está aplicado no sentido da região do furo a carga de ruptura é bastante próxima, ou até mesmo superior a de uma laje sem furo (com transferência de momento), conforme a comparação entre a laje L2 ( $V_u = 266$  kN,  $M_u = 116,8$  kN.m) com as lajes L3 ( $V_u = 250$  kN,  $M_u = 113,7$  kN.m), com furo e com momento aplicado no sentido contrário à região do furo, e L6 ( $V_u = 305$  kN,  $M_u = 65,8$  kN.m), idêntica à laje anterior, porém o momento foi aplicado com menor intensidade. Assim, com base nas amostras ensaiadas, a transferência de mo-

Figura 12 – Deslocamentos verticais medidos pelos deflectômetros D1 a D12 na laje L3

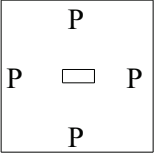
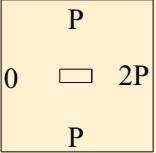
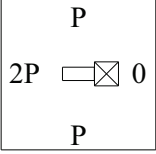
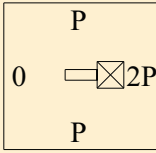
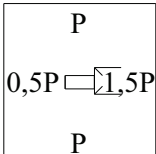
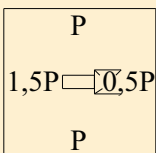
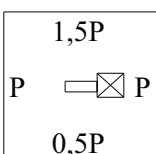


$V_u$ : carga última de ruptura;  $M_u$ : momento último de ruptura; P: carga genérica utilizada para comparar a intensidade da aplicação de carga em cada canto da amostra; 0: carga de valor nulo que representa o lado da amostra que não recebeu carregamento.

mento fletor da laje para o pilar é mais prejudicial para a resistência ao cisalhamento que a existência de furo adjacente ao pilar. Quanto às normas de projeto, partindo do princípio de que estas devem ser seguras e até certo ponto conservadoras, principalmente em se tratando de ruptura à punção de lajes, rupturas frágeis e sem aviso, a comparação dos resultados experimentais obtidos nesta pesquisa com as estimativas das normas mostrou que as prescrições das normas não estão apresentando a segu-

rança almejada. Os resultados não foram satisfatórios, alguns inclusive contra a segurança, principalmente quando o momento é aplicado na direção paralela à maior dimensão do pilar, no sentido da região do furo. Conforme mostra a Tabela 9, o ACI-318:2011 [1] foi a norma que mostrou maior conservadorismo, com média aritmética das relações  $\tau_u/\tau_{r1}$  igual a 1,21, e o EC2/2004 [12] foi o que mais se aproximou dos resultados experimentais, com média aritmética das relações  $v_u/v_{R,c}$  igual a 1,06, para as lajes com

Tabela 8 - Características e cargas de ruptura das lajes

Laje	$f_c$ (MPa)	Furo (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	Geometria e carregam.	$V_u$ (kN)	$M_u$ (KN.m)	$e_u$ (m)	$V_u/V_{u,L1}$
L1	44,7	-	120	1,22		426	0,0	-	1,00
L2	44,1	-	122	1,19		266	116,8	0,440	0,62
L3	42,8	<sup>1</sup> 400x400	125	1,17		250	113,7	0,455	0,59
L4	44,6	<sup>1</sup> 400x400	123	1,20		137	59,0	0,430	0,32
L5	44,5	<sup>1</sup> 400x400	122	1,22		213	27,0	0,127	0,50
L6	45,6	<sup>1</sup> 400x400	124	1,19		305	65,8	0,216	0,72
L7	46,8	<sup>1</sup> 400x400	121	1,24		257	41,0	0,160	0,60

$f_c$  : resistência à compressão do concreto na data do ensaio; d: altura útil da laje;  $\rho$ : taxa de armadura;  $V_u$ : carga última de ruptura;  $M_u$ : momento último de ruptura;  $e_u$ : excentricidade de carga (relação  $M_u/V_u$ ). P: carga genérica utilizada para comparar a intensidade da aplicação de carga em cada canto da amostra.

momento aplicado. Em relação à laje de referência L1, sem furo e sem momento aplicado, todas as normas citadas apresentaram estimativas contra a segurança, conforme a Tabela 10. A norma que mostrou resultado mais próximo do experimental foi o ACI-318:2011 [1], com relação  $V_u/V_{u,calc}$  igual a 0,92.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e a Capes pelo apoio financeiro. Eles também agradecem às empresas Carlos Campos Consultoria Limitada e Realmix Concreto Limitada por terem

Figura 13 – Fissuração nas lajes L1 e L4 a L7

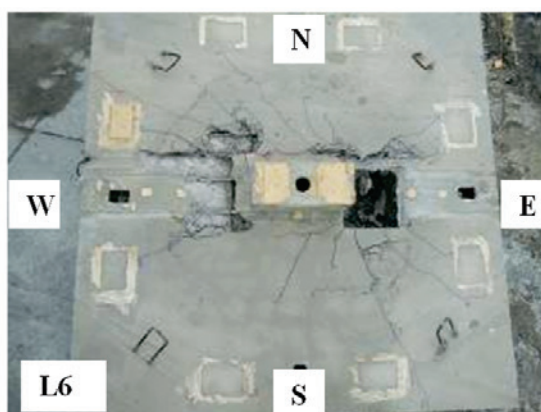
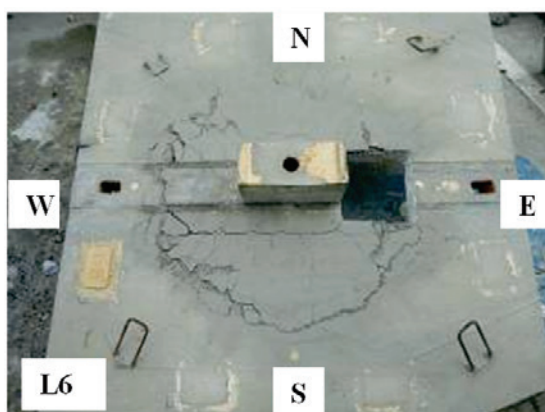
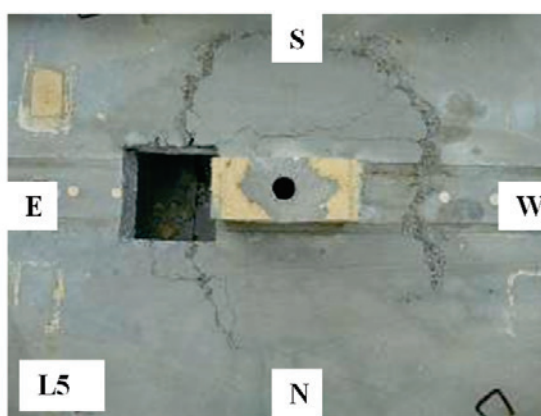
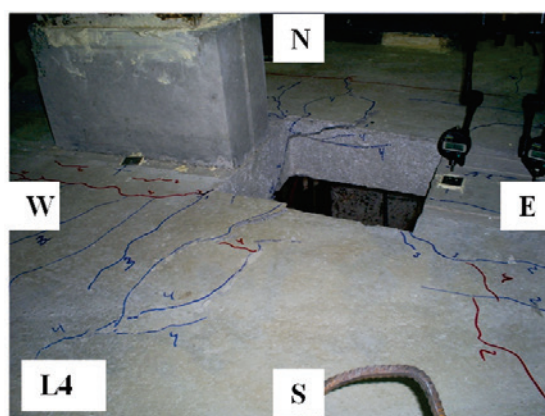
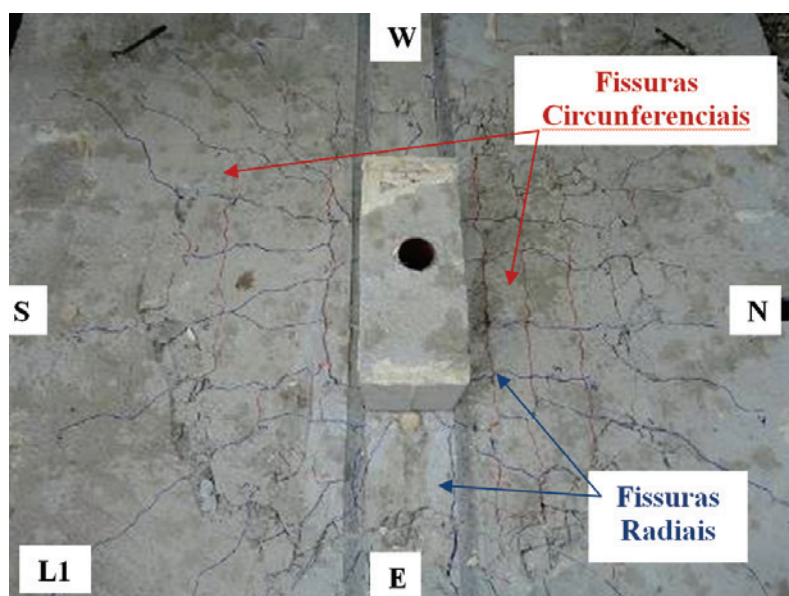


Figura 14 - Configuração das superfícies de ruptura das lajes L1 e L2

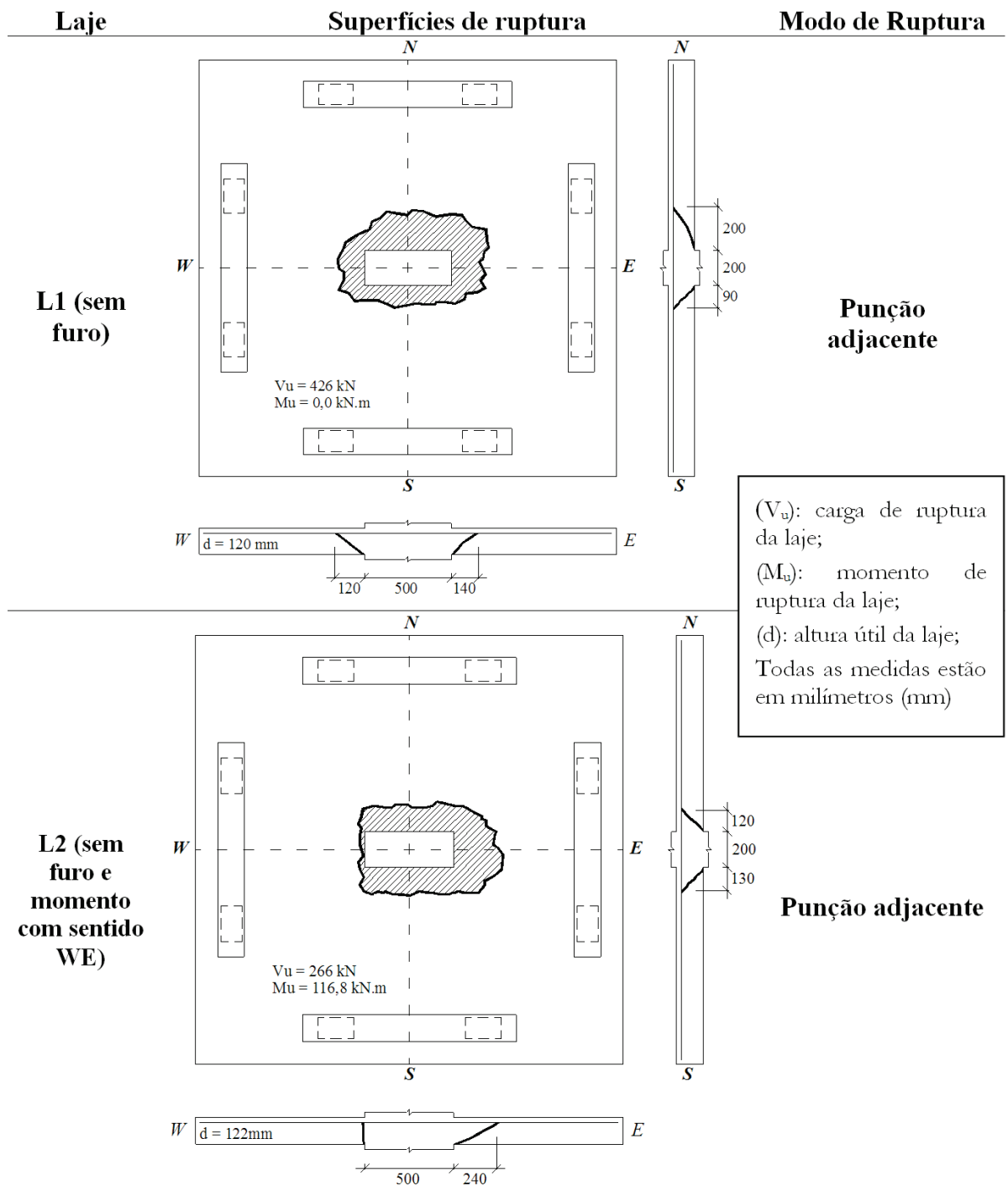
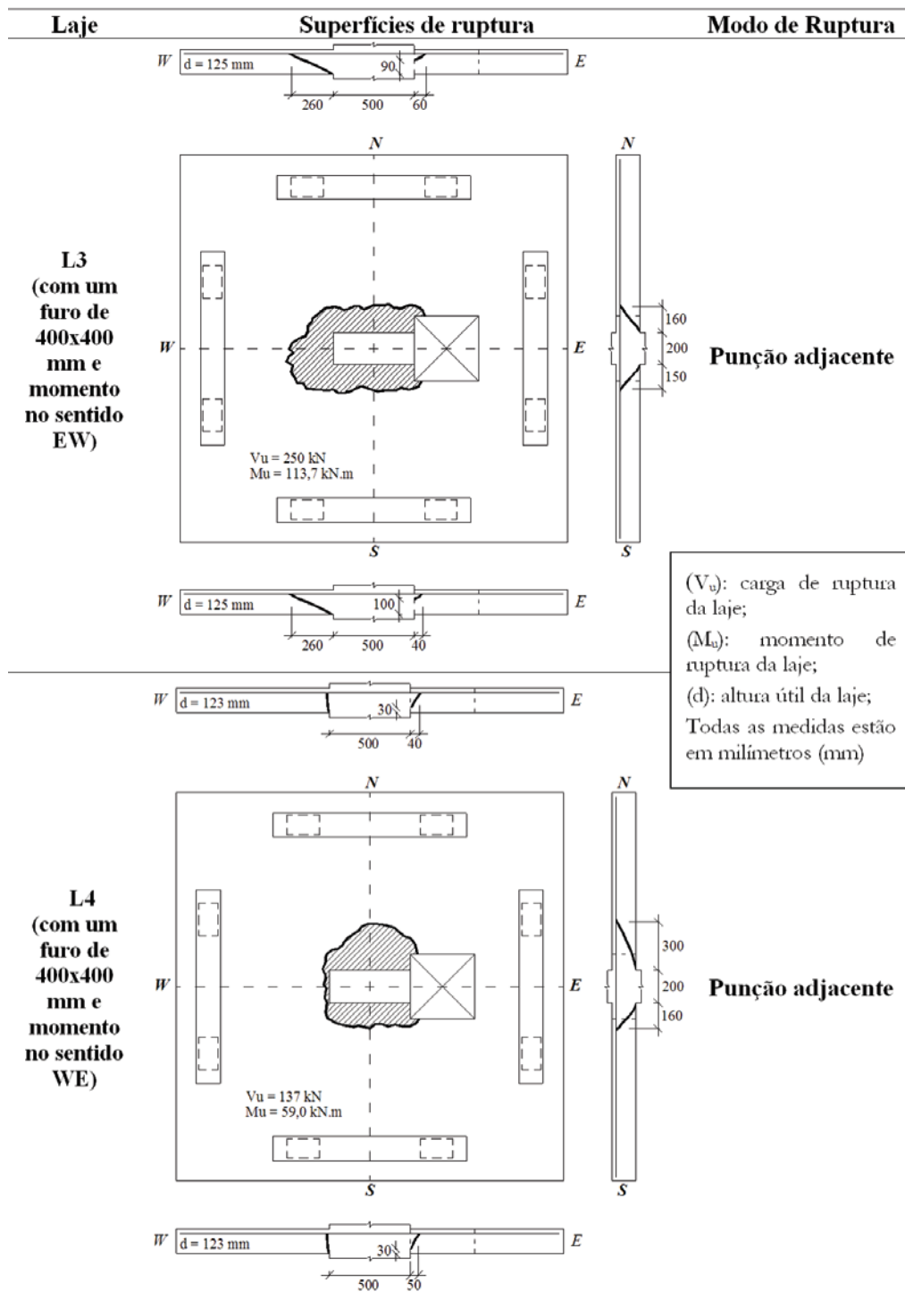




Figura 15 - Configuração das superfícies de ruptura das lajes L3 e L4



colaborado com materiais e ensaios de caracterização.

### 7. Referências bibliográficas

[01] ACI COMMITTEE 318. Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary - ACI 318/2011. Farmington Hills, Michigan, American Concrete Institute, 2011.

[02] ANDRADE, J. L. S. de. Estudo Experimental da Inclinação de Estribos Abertos em Lajes Cogumelo de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília 2000, 142 p.

[03] ANDRADE, M. A. S. de. Punção em lajes cogumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação à Armadura de Flexão. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 1999, 156 p.

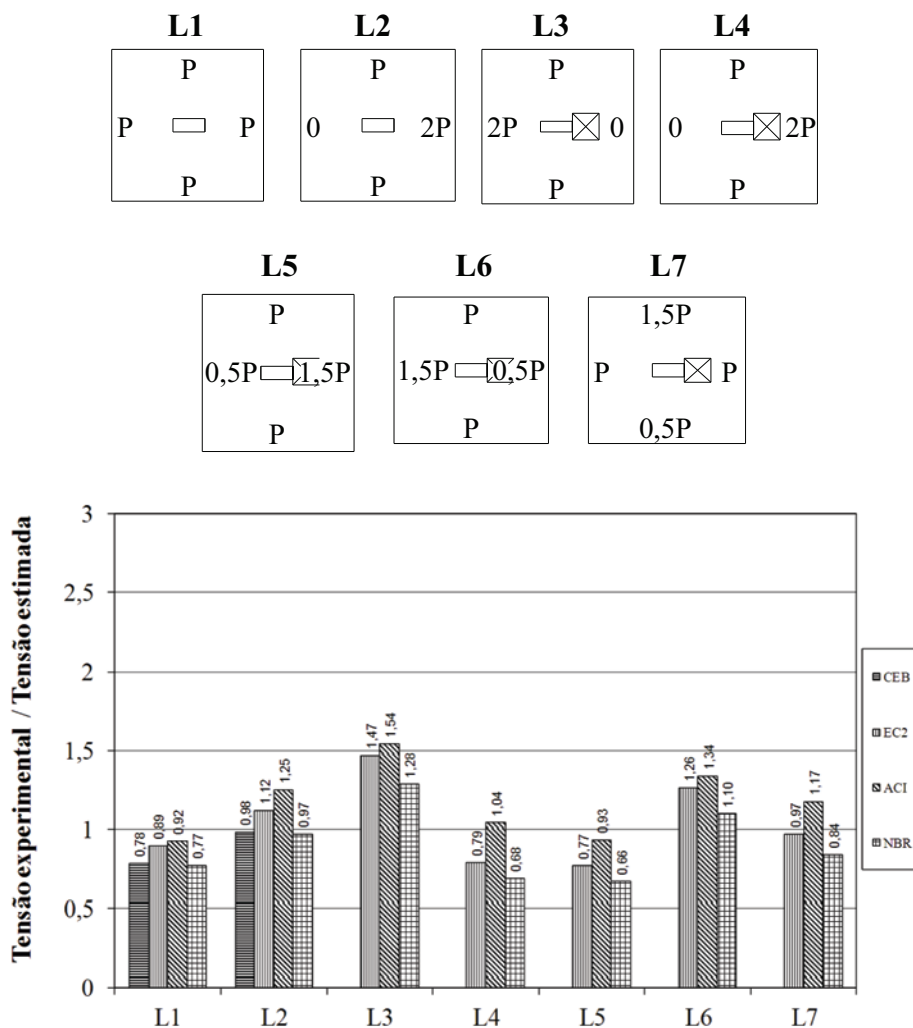
[04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6152:1992 – Materiais Metálicos – Determinação das Propriedades de Tração. Rio de Janeiro, 1992.

[05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2003 – Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

[06] BORGES, Liana de Lucca Jardim; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching shear of reinforced concrete flat plates with openings. ACI Structural Journal, v. 110, p. 547-556, 2013.

[07] CEB-FIP (1990). CEB-FIP Model Code 1990: Final Draft. Bulletin D'Information, Committe Euro-International du Beton, Lausanne, July. 1991.

Figura 16 - Comparação entre as relações carga experimental e carga estimada (Laje L1) e tensão experimental e tensão estimada (lajes L2 a L7)



**Tabela 9 – Comparação entre as relações tensão experimental e tensão estimada pelas normas, para as lajes L2 a L7, com transferência de momento**

Laje	$V_u$ (kN)	$M_u$ (kN.m)	CEB 1990 (7)	EC2 2004 (12)	ACI -318 2011 (1)	NBR 6118 2007 (5)
			$\tau_u/\tau_R$	$V_u/V_{R,c}$	$V_u/V_{u(AB)}$	$\tau_u/\tau_H$
L2	266	116,8	0,98	1,12	1,25	0,97
L3	250	113,7	–	1,47	1,54	1,28
L4	137	59,0	–	0,79	1,04	0,68
L5	213	27,0	–	0,77	0,93	0,66
L6	305	65,8	–	1,26	1,34	1,10
L7	260	44,5	–	0,97	1,17	0,84
Média			–	1,06	1,21	0,92
Desvio padrão			–	0,27	0,22	0,24
Coef. var. (%)			–	26,0	17,9	26,2

$V_u$ : carga última de ruptura;  $M_u$ : momento último de ruptura;  $\tau_u$ ,  $v_u$ : tensão experimental de ruptura;  $\tau_R$ : tensão de ruptura estimada pelo CEB-FIP/MC1990 (7) e pela NBR 6118:2007 (5);  $V_{R,c}$ : tensão de ruptura estimada pelo EC2/2004 (12);  $v_{u(AB)}$ : tensão de ruptura estimada pelo ACI-318:2011 (1); Coef. var.: coeficiente de variação.

- [08] CARVALHO, E. M. L. Puncionamento de Lajes Protendidas. Dissertação de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, 1982.
- [09] COELHO, A. E. G. Puncionamento em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Resistência de 30 MPa e Armadura de Cisalhamento Vertical e Inclinada. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 1999, 133 p.
- [10] CORDOVIL, F.A.B. Punção em Placas de Concreto Armado. 1995, 393p. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1995.
- [11] DIAS, D. P. Reforço ao Puncionamento em Lajes-cogumelo. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1997.
- [12] EUROCODE 2. Design of concrete structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings. European Prestandard ENV 2004-1-1:2004. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [13] GOMES, R. B.; REGAN, P. E. Punching strength of slabs reinforced for shear with offcuts of rolled steel I section. Magazine of Concrete Research, London, United Kingdom, v. 51, n.2, p. 121-129, 1999.
- [14] GOMES, R. B; REGAN, P. E. Punching resistance of RC flat slab with shear reinforcement. Journal of Structural Engineering (New York, N.Y.), EUA, v. JUNE, n.vol.125, p. 684-692, 1999.
- [15] GOMES, R. B.; ANDRADE, M.A.S. de. Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs with Holes. In: Proceedings of Developments in Computer Aided Design and Modelling for Structural Engineering. Edinburgh-UK, pp.185-193, 1995.
- [16] HANSON, N.W.; HANSON, J.M. Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Columns. Journal. PCA Research and Development Laboratories. Vol. 10, no 1, pp 2-16, 1968.
- [17] OLIVEIRA, D. R. C. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência com Armadura Inclinada de Punção. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 1998, 137 p.
- [18] OLIVEIRA, D. R. C. Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Tese de Doutorado, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 2003, 214p.

**Tabela 10 – Comparação entre as relações carga experimental e carga estimada com as normas para a laje L1, sem transferência de momento**

Laje	$V_u$ (kN)	CEB 1990 (7)	EC2 2004 (12)	ACI -318 2011 (1)	NBR 6118 2007 (5)
		$V_u/V_{calc}$	$V_u/V_{calc}$	$V_u/V_{calc}$	$V_u/V_{calc}$
L1	426	0,78	0,89	0,92	0,77

$V_u$ : carga última de ruptura;  $V_{calc}$ : carga última de ruptura estimada pelo CEB-FIP/MC1990 (7), EC2/2004 (12), ACI-318:2011 (1) e NBR 6118:2007 (5).

[19] PINTO, R. C. A. Punção Assimétrica em Lajes. 1993, 145p. Tese de Mestrado, Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 1993.

[20] REGAN, P. E. Design for Punching Shear. The Structural Engineer, vol. 52, n° 6, p. 197-207, June, 1974.

[21] REGAN, P.E. Punching Tests of Reinforced Concrete Slabs with and without Shear Reinforcement with Openings Adjacent to Columns. 35 Marylebone Road London NW1 5LS. School of the Built Environment, University of Westminster, London, July. 1999.

[22] SANTOS, V. C. F. Resistência ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado. Projeto Final de Graduação, UnB, 1995, 48p.

[23] SOUZA, Raphael Miranda de; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, Ronaldo Barros. Ligações Laje-

Tabela 11 - Características e cargas de ruptura de lajes do presente trabalho com as lajes de SOUZA (24)

Laje	$f_c$ (MPa)	Furo (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	Geometria e carregam.	$V_u$ (kN)	$M_u$ (KN.m)	$e_u$ (m)
L6	45,6	1 400x400	124	1,19		305	65,8	0,216
L12*	37,9	1 200x200	123	1,48		319	74,4	0,233
L7	46,8	1 400x400	121	1,24		257	41,01	0,160
L18*	37,3	2 300x200	126	1,05		250	13,7	0,454
L4	44,6	1 400x400	123	1,20		137	59,0	0,430
L10*	34,2	2 200x200	123	1,48		189	83,0	0,439

\* Lajes do trabalho de SOUZA (24);  
 $f_c$  : resistência à compressão do concreto na data do ensaio; d: altura útil da laje;  $\rho$ : taxa de armadura;  $V_u$ : carga última de ruptura;  $M_u$ : momento último de ruptura;  $e_u$ : excentricidade de carga (relação  $M_u/V_u$ ). P: carga genérica utilizada para comparar a intensidade da aplicação de carga em cada canto da amostra.

- Pilar de Lajes Lisas, com Furos Adjacentes ao Pilar: Estudo Experimental e Comparações com a NBR 6118:2003. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC2011, 2011, Florianópolis. Anais do 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011. v. 1. p. 1-16.
- [24] SOUZA, Raphael Miranda de; MELO, Guilherme Sales Soares de Azevêdo; GOMES, Ronaldo Barros. Estudo de ligações laje-pilar de lajes lisas, com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento: estudo experimental e comparações com a NBR 6118:2003. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011, 2011, Florianópolis. Anais do 53º Congresso Brasileiro do Concreto CBC 2011, 2011. v. 1. p. 1-16.
- [25] TAKEYA, T. Estudo Experimental da Ruína de Ligações Laje-pilar em Bordas de Laje Cogumelo. Dissertação de Mestrado, Esc. de Eng. de São Carlos, USP, , 1981, 241p.
- [26] TRAUTWEIN, Leandro Mouta; BITTENCOURT, Túlio Nogueira; GOMES, R. B.; DELLABELLA, J. C.. Punching strength of flat slabs with unbraced shear reinforcement. *ACI Structural Journal*, v. 108, p. 197-205, 2011.
- [27] VARGAS, E. N. Z., Punção em Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência Reforçado com Fibras de Aço. Dissertação de Mestrado, EESC/USP, São Carlos, 1997.



## Statistical analysis and conformity testing of concrete in port construction work

### *Análise estatística e teste de conformidade do concreto de obras portuárias*



**M. C. LARROSSA**<sup>a</sup>  
milarrossa@gmail.com

**M. V. REAL**<sup>a</sup>  
mauroreal@furg.br

**C. R. R. DIAS**<sup>a</sup>  
claudio.dias@furg.br

**F. C. MAGALHÃES**<sup>b</sup>  
fabiocmagalhaes@gmail.com

#### Abstract

Conformity control of concrete is part of a range of control and standard methods which must be employed in all construction work to assure its compliance with quality requirements. The compressive strength of the concrete is considered as a random variable that must be controlled by standardized sampling and testing in order to ensure the structural safety. Therefore, the use of a large amount of compressive strength test results of concretes with similar characteristics has been seen as an important tool in the assessment of current standard norms. This paper describes an analysis based on the conformity control used in large port construction works which have recently been carried out in the Rio Grande Port, located in Rio Grande, RS, Brazil. Statistical analyses were performed and acceptance tests of the product were conducted. They were based on the acceptance criteria of different methodologies from different continents and showed the variations that can occur in the results of the conformity testing, depending on the adopted model. It is worth mentioning that the concrete used in port construction works in the region has been in accordance with current Brazilian norms.

**Keywords:** concrete, port structures, compressive strength conformity control.

#### Resumo

O controle tecnológico do concreto faz parte de uma gama de controles e métodos normalizados que devem ser empregados em todas as obras para a garantia da conformidade deste produto, visto que a resistência à compressão do concreto é considerada uma variável aleatória que deve ser controlada através de amostragem e realização de ensaios padronizados, podendo assim, garantir a segurança da estrutura. Neste sentido, o uso de uma grande quantidade de resultados de controle tecnológico de concreto com características similares apresenta-se como uma importante ferramenta no processo de aferição das normas técnicas vigentes. O presente trabalho apresenta uma análise com base no controle tecnológico presente em grandes obras portuárias ocorridas nos últimos anos no Porto do Rio Grande, na cidade de Rio Grande - RS. Foram realizadas análises estatísticas e de aceitação do produto, com base nos critérios de aceitação de distintas metodologias de diferentes continentes, mostrando as variações que podem ocorrer nos resultados dos testes de conformidade dependendo do modelo adotado. Verificou-se que a construção das obras portuárias em concreto na região está em conformidade com as normas brasileiras vigentes.

**Palavras-chave:** concreto, obras portuárias, resistência à compressão, controle tecnológico.

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande – FURG; Rio Grande/RS, Brasil;

<sup>b</sup> Instituto Federal do Rio Grande do Sul – IFRS, Rio Grande/RS, Brasil.

## 1. Introduction

The seaport located in Rio Grande, in Rio Grande do Sul state, is one of the busiest ports in Brazil. This seaport has eight privately managed terminals that operate with containers, bulk grain commodities (mainly soybean and wheat), oil, petrochemicals and fertilizers. There are also shipyards for the construction and renovation of oil exploration platforms.

In order to meet market requirements, much construction work has recently been carried out in the port area to improve technical characteristics of navigability, increase its ability to receive loads, reduce time spent to load/unload containerized cargo and carry out a diversification of trading activities, as well. Current construction work comprises the enlargement of the Barra do Rio Grande Breakwater and of the container terminal, besides the construction of the Rio Grande Shipyard.

The enlargement of the Barra do Rio Grande Breakwater, with the use of tetrapods, aimed at the improvement of the technical characteristics of the access channel by deepening it; hence, the possibility of increasing the total cargo at the Rio Grande Port. The enlargement of the container terminal led to higher speed in loading and unloading operations. The bottom slab of the dry dock is an important part of the Rio Grande Shipyard ERG1, a major maritime installation whose main purpose is the construction, conversion and repair of offshore units for the oil industry.

The main structures of these construction projects were made of concrete. Therefore, the objective of this paper is to describe the statistical analyses of the results of the acceptance control of the concrete used for the manufacturing of tetrapods at the Barra do Rio Grande Breakwater, the concrete piles in the container terminal and the bottom slab in the shipyard dry dock.

Common characteristics of the concrete mixes used for these three construction projects are the compressive strength of 40 MPa at 28 days, the use of specialized concrete production plants in compliance with ABNT NBR 7212 (2012) and the use of rigorous quality

control during preparation, launching, curing, molding and testing of specimens up to their final acceptance. Type A preparation condition was used in all cases. The concrete of the dry dock bottom slab and of the tetrapods is classified as exposed to class IV of environmental aggression. The concrete used for the piles of the container pier was considered to meet the specifications to be classified as class IV in compliance with ABNT NBR 6118 (2007). These characteristics were adopted because of the high risk of concrete deterioration since the construction sites are near the Atlantic Ocean.

### 1.1 The Barra do Rio Grande Breakwater construction project

The Barra do Rio Grande Breakwater was built in order to ensure the navigability of the Rio Grande Access Channel and maintain its characteristics, especially its depth. The breakwater comprises two parallel marine structures which protect the entrance of the channel that takes to the Rio Grande Port: the west jetty is located on Cassino Beach, in Rio Grande, and the east one is located in São José do Norte.

The first construction project, which used irregular natural stones, was completed in 1915. Its enlargement was carried out from 2001 to 2011, with precast concrete blocks weighing 8 and 12.5 tons, called tetrapods, besides natural stones.

Both west and east jetties have been enlarged for 350 and 700 meters, respectively, with about 1.361.000 cubic meters of rock and 12.090 units of tetrapods. The concrete blocks are formed by the intersection geometry of four truncated cones which, according to Migliorini (2011), are simply juxtaposed. They overlap and form almost regular and relatively compact structures.

Figure [1] illustrates the assembly of tetrapods during their installation on site. This paper describes the statistical analyses of the data of the 8 ton concrete tetrapods with the following mix: 418 kg/m<sup>3</sup> cement, additive Glenium 51 ® and Metacaulim (pozzolan) in the proportion of 30 kg/m<sup>3</sup>.

**Figure 1 – Installation of the tetrapods in the construction site of Barra do Rio Grande breakwaters expansion project (Source: Migliorini, 2011)**



### 1.2 Berth III of Rio Grande Container Terminal construction project

With the construction of the third berth section, the container terminal was 900 meters in length, and could handle three vessels simultaneously from 2008 on. At the same period, the installation of more equipment has made it possible to achieve the goal of reducing the time that vessels spend in the terminal by increasing handling capacity and the flow of containerized goods.

The pier structures were made of reinforced concrete, mostly precast, divided into precast prestressed piles and precast structural elements. According to Gireli (2007), the former have hollow a circular cross section, with an inner diameter of 50 cm and an outer diameter of 80 cm, and 48 meters in length. The precast pier elements have a  $\pi$  cross section. In this study, only the database of precast prestressed piles will be used. The ones used in the container terminal are shown in Figure [2].

The concrete used for molding the piles had the following mix specifications: pozzolanic Portland cement of domestic manufacturing (CP-32 RS-IV) in the ratio of 400 kg/m<sup>3</sup> and water-cement ratio of 0.40. This cement is resistant to sulfates and complies with

Figure 2 – Piles of the pier (Source: FURG)



the specifications of the Brazilian norms ABNT NBR 5736 (1991). Crushed stone and natural sand were used as coarse and fine aggregates, respectively. Superplasticizer Glenium ® 51 was also employed in the concrete mix.

### 1.3 Dry dock bottom slab construction project

Despite the need for high investment, a dry dock is one of the main parts of a shipyard not only because it makes the addition of blocks to the vessel easy, but also because it is placed on a horizontal plane and allows docking for post-release repairs (Favarin, 2011). The dry dock of the Rio Grande Shipyard interconnects directly to the Patos Lagoon. Its base is situated 13.80 meters below the water level. The dock is drained during the activities of construction and assembly. However, when vessels need to move in or out, it is flooded so that they may be floated in or out.

The dimensions of the bottom slab are 350.00 meters in length, 133.00 meters in width and from 0.56 to 1.00 meter in thickness. These dimensions demanded casting to be performed in parts. According to Larrossa et al. (2011), “due to its large size, the concrete bottom slab was executed in stages, i. e., with concrete panels; therefore, the occurrence of construction joints, which are pre-programmed and mostly impermeable, is inevitable.”

The concrete was made with Uruguayan cement ANCAP (in the ratio of 380 kg/m<sup>3</sup>), strength class C40, with high similarity to the classification of normal cement Portland CP I, ABNT NBR 5732 (1991). The aggregates (coarse and fine ones) came from Pelotas, RS. The polyfunctional additive RheoTec ® 418 and silica fume were also added to the concrete mix. Figure [3] shows this structure.

### 1.4 Justification

Considered as a basic requirement in any structural design of reinforced or prestressed concrete, the compressive strength is the most common property used as a criterion for material acceptance. However, the compressive strength of concrete is characterized as a random variable with a probability distribution that is a function of material characteristics, the production process, placement,

and others. The inherent variation in acceptance tests of concrete, especially compressive strength, makes it fundamental to use statistical methods for its proper analysis.

This paper describes analyses based on the acceptance control used in large port construction work that has been carried out at the Rio Grande Port, located in Rio Grande, RS, in recent years. Acceptance criteria of different methodologies used in different continents were tested; they show the variations that can occur in the results of compliance tests depending on the adopted model. In addition, efforts that are currently made in the construction industry regarding concrete production in order to meet Brazilian norms are also described.

## 2. Methodology

The study of concrete quality control was carried out by statistical

Figura 3 – Aerial view of the Rio Grande dry dock yard - ERG1





**Table 1 – Quality of the concrete according to coefficient of variation for  $f_{ck} > 34.5$  MPa (ACI 214, 2002)**

Class	Coefficient of variation for different control standards (%)				
	Excellent	Very good	Good	Reasonable	Bad
Test in the work	< 7.00	7.00 – 9.00	9.00 – 11.00	11.00 – 14.00	> 14.00
Laboratory tests	< 3.50	3.50 – 4.50	4.50 – 5.50	5.50 – 7.00	> 7.00

analysis of the compression test results of specimens at 28 days of age. According to Azevedo and Diniz (2008), it is a well-known fact that the compressive strength of concrete depends on the level of quality control exerted in all stages of concrete production. During the analysis, sample specimens are collected along the time of the production process in order to verify if changes and improvement are required to comply with established norms.

In this study, a statistical analysis of the concrete specimen compressive strength was performed by determining its mean value, standard deviation, coefficient of variation, Shewhart control chart and the validity of Normal and Lognormal probability distributions by the Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test.

To check the concrete production quality, the acceptance criteria of the Brazilian (ABNT NBR 12655, 2006), American (ACI 318, 2011) and European norms (EN 206-1, 2000) were applied to the three construction sites.

### 2.1 Mean value

The mean value of the compressive strength of a concrete lot is very important since it is used to calculate the estimated strength parameter ( $f_{ck}$ ) and, consequently, to verify concrete acceptance or rejection parameters. It is calculated by Equation [1].

$$f_{cm} = \frac{\sum f_i}{n} \quad (1)$$

where:

- $f_{cm}$  is the mean value of the concrete compressive strength of the lot (MPa);
- $f_i$  is the compressive strength of the test specimen, (MPa);
- $n$  is the number of test specimens.

### 2.2 Standard derivation

The standard deviation is a suitable measure of the dispersion of the concrete strength in relation to its mean value, playing an important role in most statistical methods (WALPOLE et al., 2009). It is calculated by Equation [2].

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - f_{cm})^2}{n-1}} \quad (2)$$

where:

- $s$  is the standard deviation of the production lot (MPa);
- $f_{cm}$  is the mean value of the concrete compressive strength of the lot (MPa);
- $f_i$  is the compressive strength of the test specimen, (MPa);
- $n$  is the number of test specimens.

### 2.3 Coefficient of variation

The coefficient of variation (CV) measures the degree of dispersion in the data analysis, indicating the quality control of the production process. The lower the value of this parameter, the closer to the mean value the results will be and the better the concrete quality will be. It is obtained by Equation [3].

$$CV = \frac{s}{f_{cm}} \cdot 100 \quad (3)$$

Where:

- CV is the coefficient of variation (%);
- $s$  is the standard deviation of the production lot (MPa);
- $f_{cm}$  is the mean value of the concrete compressive strength of the lot (MPa).

ACI 214 (2002) provides a standardized scale to assess the quality of the concrete based on the coefficient of variation, as shown in Table [1].

### 2.4 Shewhart control charts

The Shewhart control charts were developed by physicist Walter A. Shewhart in 1924 in order to visually show the occurrence of unusual values and trends in the results. This methodology provides information on the production process that must be interpreted for decision making, thus reducing the risk of non-compliance in the final product. Control limits calculated from the data and alert thresholds based on the variation of the production process are used (HARRISSON and GIBB, 2010).

The chart consists of various horizontal lines. A center line (CL) is the reference value of the monitored characteristic. Lines that represent the upper control limit (UCL), the lower control limit (LCL), the upper warning limit (UWL) and the lower warning limit (LWL) may be added. Table [2] shows the calculation of bounds.

### 2.5 The normal probability distribution

The normal distribution is the most important distribution in

**Table 2 – Control and warning limits for formulation of Shewhart control charts**

Limit	Identification	Equation
Line center	LC	$f_{cm}$
Upper control limit	UCL	$f_{cm} + 3.s$
Lower control limit	LCL	$f_{cm} - 3.s$
Upper warning limit	UWL	$f_{cm} + 2.s$
Lower warning limit	LWL	$f_{cm} - 2.s$

probability and statistics (WALPOLE et al., 2009). It is represented by a bell-shaped normal curve which adequately describes many phenomena that occur in nature.

According to Devore (2006), the mathematical equation for the probability distribution of the normal variable depends on two parameters, mean and standard deviation. The probability density function of the normal distribution is given by Equation [4].

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot (x-\mu)^2}, -\infty < x < +\infty \quad (4)$$

where:

- $\pi = 3.14159\dots$ ;
- $e = 2.71828\dots$ ;
- $\mu =$  mean value;
- $\sigma =$  standard deviation.

### 2.6 The lognormal distribution

The lognormal probability distribution is the distribution of a random variable whose logarithm follows normal distribution. This model has no symmetry in relation to the mean value of the results. This probability distribution has been studied as an alternative to the model proposed by Gauss when it does not provide adequate fitness to the results. The lognormal distribution is given by Equation [5].

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2}, 0 \leq x < \infty \quad (5)$$

$\lambda = E(\ln x)$   
 $\xi = \sqrt{\text{Var}(\ln x)}$

The Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test, for a 95% level of significance, was used in this study to determine which one of both distribution models, normal or lognormal, has the better fitness to the values of compressive strength test results (MAGALHÃES, 2009).

### 2.7 Acceptance of concrete in agreement with ABNT NBR 12655 (2006)

Brazilian norm NBR 12655:2006 specifies the tests and methodologies for the control and acceptance of concrete; ABNT NM 67 (1996) requires the consistency test whereas ABNT NBR 5739 (2007) recommends the compressive strength test. Lots of concrete cylinders are formed by “n” samples depending on the sampling method to be used: the partial sampling method or the total sampling method. This lot of concrete cylinders will represent the concrete volume to be analyzed. The samples consist of two (02) cylinders and the highest of both values obtained by the compressive test is considered the strength of the sample. For the acceptance of the concrete lot in both methods,  $f_{ck,est}$  must be higher than the  $f_{ck}$  specified in the structural design.

#### 2.7.1 Concrete statistical control by partial sampling ( $f_{ck,est}^1$ )

The number of cylinders to be molded depends on the minimum requirements for the concrete class; for concrete group I (up to C50), at least six (06) pairs. The calculation equations are different, depending on the number of samples, as follows.

- a) if the number of samples “n” is such that  $6 \leq n < 20$ , the estimated characteristic strength is determined by Equation [6]

$$f_{ck,est}^1 = 2 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{m-1} - f_m}{m-1} \quad (6)$$

Where:

- $m = n/2$ ;
- $f_1, f_2, \dots, f_m$  are the strength values of the specimens arranged in ascending order.

The value of  $f_{ck,est}^1$  must not be lower than  $\Psi_6 \cdot f_1$ , adopting the  $\Psi_6$  coefficient in agreement with the values shown in Table [3] and depending on the kind of concrete preparation and the number of samples in the lot.

**Table 3 – Values of  $\Psi_6$  according to ABNT NBR 12655 (2006)**

Condition of preparation	Number of samples in the lot										
	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	≥16
A	0.82	0.86	0.89	0.91	0.92	0.94	0.95	0.97	0.99	1.00	1.02



Table 4 – Acceptance of concrete according to EN 206-1 (2000)

Production	Number “n” of test results of compressive strength in the group	Criteria 1 Average of “n” results ( $f_{cm}$ ) MPa	Criteria 2 Any individual test result ( $f_{ci}$ )MPa
Initial	3	$\geq f_{ck} + 4$	$\geq f_{ck} - 4.00$
Continuous	$\geq 15$	$\geq f_{ck} + 1.48.s$	$\geq f_{ck} - 4.00$

b) When the number of elements exceeds twenty,  $n \geq 20$ , the estimated characteristic strength is given by Equation [7]:

$$f_{ck,est}^1 = f_{cm} - 1,65.s \quad (7)$$

### 2.7.2 Concrete statistical control by total sampling ( $f_{ck,est}^2$ )

Samples are taken from all concrete lots. There are two possibilities for the determination of the estimated characteristic strength.

- If the number of samples is lower than twenty ( $n \leq 20$ ), the value of the estimated characteristic strength is equal to the lowest strength of all test specimens.
- If  $n > 20$ , test results are arranged in ascending order and the estimated value of the characteristic strength is equal to the strength value that represents the fifth percentile.

### 2.8 Acceptance of concrete in agreement with ACI 318 (2011)

American norm ACI COMMITTEE 318 (2011) specifies the routine sampling and manufacturing of molded cylinders that must be cured and tested in standardized procedures. Equations [8] and [9] are used to calculate the estimated compressive strength of concrete with  $f_{ck} \geq 35$  MPa. The original American notation has been changed to provide better understanding for Brazilian readers.

$$f_{cm} = f_{ck,est}^4 + 1,34.s \quad (8)$$

$$f_{cm} = 0,90.f_{ck,est}^4 + 2,33.s \quad (9)$$

Where  $f_{ck,est}^4$  is the lowest value calculated by both equations.

### 2.9 Acceptance of concrete in agreement with EN 206-1 (2000)

European norms recommend the use of compressive tests and require the analysis of the results collected from individuals or from

the average of test results of two or more specimens of a sample produced and tested at the same age. The acceptance of concrete is evaluated by two criteria in the test specimens at the same age:

- Groups of “n” results of consecutive tests of mean compressive strength of concrete ( $f_{cm}$ ), with or without overlapping (Criterion 1);
- Each individual test result of concrete compressive strength ( $f_{ci}$ ) (Criterion 2).

The  $f_{ck,est}^5$  is calculated in accordance with the criteria adopted in Table [4].

## 3. Results and discussion

### 3.1 Data base

In the case of the concrete used in the 8 ton tetrapods, divided into 14 lots, test results were compiled from 05/24/2008 to 12/26/2008, as shown in Table [5 (b)].

The concrete used in the piles of the pier was produced from 06/09/2006 to 02/27/2007; data were grouped into five lots for analysis, as shown in Table [6].

In the case of the concrete of the bottom slab, specimens were molded from 11/27/2008 to 10/11/2009 and tests were carried out from December 2008 to December 2009. The data were organized into thirteen lots, as shown in Table [7 (b)].

### 3.2 Statistical analysis

Following the classification of ACI-214 (2002), the coefficients of variation of concrete are mostly classified into excellent, very good or good whereas a few lots are considered reasonable. The analysis which employed Shewhart charts shows points out of the warning limits, although there are some points outside the control limits in the three data groups. The last six lots (lots 9-14) of the tetrapod concrete had the highest mean values, i.e., higher values for the central parameter of the graphs, resulting in higher values for the control and warning limits. Lot 10 was the only set of samples that did not exceed any limit. Control limits were exceeded in eight cases by 1.299, about 0.62 %, while the alert limits were exceeded by 38 points, resulting in 2.93 %.

The concrete of the piles of the container terminal showed two cases of 327 points, about 0.61%, beyond the control limits, while the upper warning limit was surpassed by eleven points, resulting in 3.36%. Lot 5 did not have values above or below the limits, while the others had different characteristics; lot 4 surpassed the lower control limit and lot 2 surpassed the higher control limit.

Regarding the compressive test results of specimens of the dry dock bottom slab, totaling 4871 samples, seven points exceeded the upper limit in five lots (one point in lots 4, 7 and 10; two points

Table 5 (a e b) - Datas of concrete tetrapods (a - lots 1 ao 7 e b - lots 8 ao 14)

a							
Data	Lots						
Fortnight	1	2	3	4	5	6	7
Period	05/24/08 06/08/08	06/09/08 06/24/08	06/25/08 07/10/08	07/11/08 07/26/08	07/27/08 08/11/08	08/12/08 08/27/08	08/28/08 09/12/08
n	33	33	63	167	262	122	131
s (MPa)	2.50	2.26	5.04	5.94	4.42	3.48	4.02
CV (%)	5.79	5.32	11.26	11.97	9.05	6.79	8.59
$f_{cm}$ (MPa)	43.09	42.47	44.76	49.63	48.84	51.32	46.84
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	38.97	38.74	36.45	39.83	41.55	45.57	40.20
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	40.00	40.20	40.00	41.37	41.25	46.73	41.63
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	39.74	39.44	36.69	39.77	42.83	46.65	41.45
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	39.39	39.12	37.31	40.84	42.30	46.16	40.89

b							
Data	Lots						
Fortnight	8	9	10	11	12	13	14
Period	09/13/08 09/28/08	09/29/08 10/14/08	10/15/08 10/30/08	10/31/08 11/15/08	11/16/08 12/01/08	12/02/08 12/17/08	12/18/08 12/26/08
n	72	90	74	68	84	75	25
s (MPa)	3.23	5.26	5.56	3.95	4.08	5.51	4.42
CV (%)	6.85	9.42	9.89	7.02	7.33	9.70	6.84
$f_{cm}$ (MPa)	47.14	55.83	56.23	56.25	55.59	56.84	64.55
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	41.82	47.15	47.06	49.73	48.87	47.74	57.27
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	42.65	48.89	46.98	50.51	48.10	48.38	56.30
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	42.82	48.42	48.08	50.95	50.13	48.88	58.64
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	42.37	48.05	48.00	50.40	49.56	48.68	58.02

Table 6 - Datas of concrete piles of the pier

Data	Lots				
Month	1	2	3	4	5
Period	10/09/06 11/06/06	11/10/06 12/07/06	12/11/06 01/08/07	01/10/07 02/01/07	02/12/07 02/27/07
n	39	72	81	99	36
s (MPa)	2.90	4.40	3.82	1.87	2.08
CV (%)	5.17	7.86	6.53	3.02	3.50
$f_{cm}$ (MPa)	56.13	55.99	58.56	61.89	59.50
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	51.34	48.72	52.25	58.81	56.07
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	51.44	51.44	53.48	59.21	55.77
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	52.24	50.09	53.44	59.39	56.71
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	51.83	49.47	52.90	59.13	56.42

Table 7 (a e b) - Datas of concrete bottom slab (a - lots 1 ao 7 e b - lots 8 ao 13)

a							
Data	Lots						
Month	1	2	3	4	5	6	7
Period	dec/08	jan/09	feb/09	mar/09	apr/09	may/09	jun/09
n	35	130	106	162	364	441	593
s (MPa)	2.58	4.88	5.00	5.53	3.82	3.69	3.25
CV (%)	4.34	9.50	9.42	11.39	7.59	7.53	6.70
$f_{cm}$ (MPa)	59.45	51.33	53.03	48.55	50.39	49.07	48.52
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	55.19	43.28	44.79	39.42	44.08	42.98	43.16
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	55.20	42.20	43.50	40.80	44.70	43.30	42.80
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	56.00	44.40	45.99	39.62	45.27	44.12	44.16
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	55.63	44.11	45.64	40.36	44.73	43.61	43.71

b						
Data	Lots					
Month	8	9	10	11	12	13
Period	jul/09	aug/09	sep/09	oct/09	nov/09	dec/09
n	158	414	609	892	807	160
s (MPa)	4.66	3.93	4.35	3.40	3.76	4.09
CV (%)	8.84	7.48	8.83	7.10	7.84	8.88
$f_{cm}$ (MPa)	52.79	52.52	49.26	47.98	47.95	46.02
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	45.09	46.04	42.08	42.36	41.75	39.27
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	45.70	44.80	42.20	42.10	42.00	40.60
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	46.54	47.25	43.43	43.42	42.91	40.54
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	45.89	46.70	42.82	42.94	42.39	39.97

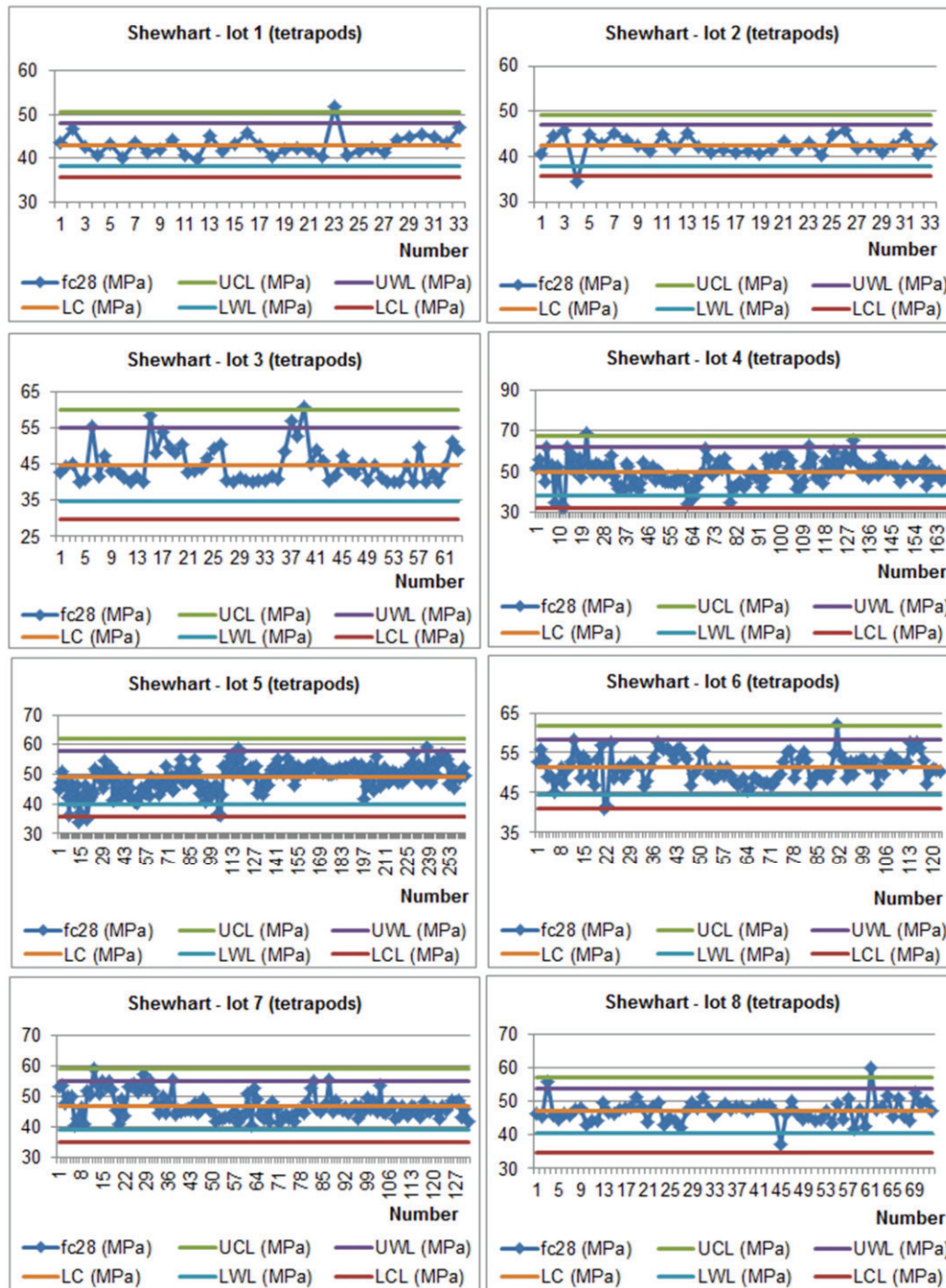
Table 8 - Results of Kolmogorov-Smirnov test for concrete tetrapods

Lot	Number of copies (n)	s (MPa)	Maximum difference		D (0.05; n)	Decision
			Normal	Lognormal		
1	33	2.50	0.1087	0.1033	0.2367	Lognormal
2	33	2.26	0.1009	0.1104	0.2367	Normal
3	63	5.04	0.1582	0.1512	0.1713	Lognormal
4	167	5.94	0.0495	0.0746	0.1052	Normal
5	262	4.42	0.1029	0.1164	0.0840	-
6	122	3.48	0.0496	0.0571	0.1231	Normal
7	131	4.02	0.1287	0.1135	0.1188	Lognormal
8	72	3.23	0.0868	0.0750	0.1603	Lognormal
9	90	5.26	0.0994	0.0857	0.1434	Lognormal
10	74	5.56	0.0739	0.0832	0.1581	Normal
11	68	3.95	0.0746	0.0720	0.1649	Lognormal
12	84	4.08	0.0819	0.0945	0.1484	Normal
13	75	5.51	0.0855	0.0699	0.1570	Lognormal
14	25	4.42	0.1873	0.1987	0.2720	Normal

in lots 5 and 8) and one point was beyond the lowest limit (lot 13), representing 0.14%. The alert limits were surpassed by approximately 3.16% of the specimens. Figures [4], [5], [6], [7] and [8] show the Shewhart charts for the lots of concrete under study. In general, both normal and lognormal distributions have shown

good fitness to the values of the concrete compressive strength. The data had a few lots that did not fit satisfactorily into any of the distributions, but, when the probability distribution failed in the goodness-of-fit test, the other got the same result. Therefore, both models could represent the data properly. In the case of most of

Figure 4 - Lots 1-8: the Shewhart chart for the data of tetrapods



the lots, maximum difference values are lower than the limit value D (0.05, n). Tables [8], [9] and [10] show the results of the goodness-of-fit test to the concrete tests for the tetrapods, the piles of the container pier and the dry dock bottom slab, respectively.

### 3.3 Analysis of the acceptance criteria

As specified by the Brazilian norms, the construction projects under study had strict quality control in their construction stages. During the construction of the tetrapods and the dry dock bottom slab, total sampling control was applied, while for the concrete used in the container pier piles, partial sampling was used, in agreement with ABNT NBR 12655:2006, for the concrete at 28 days.

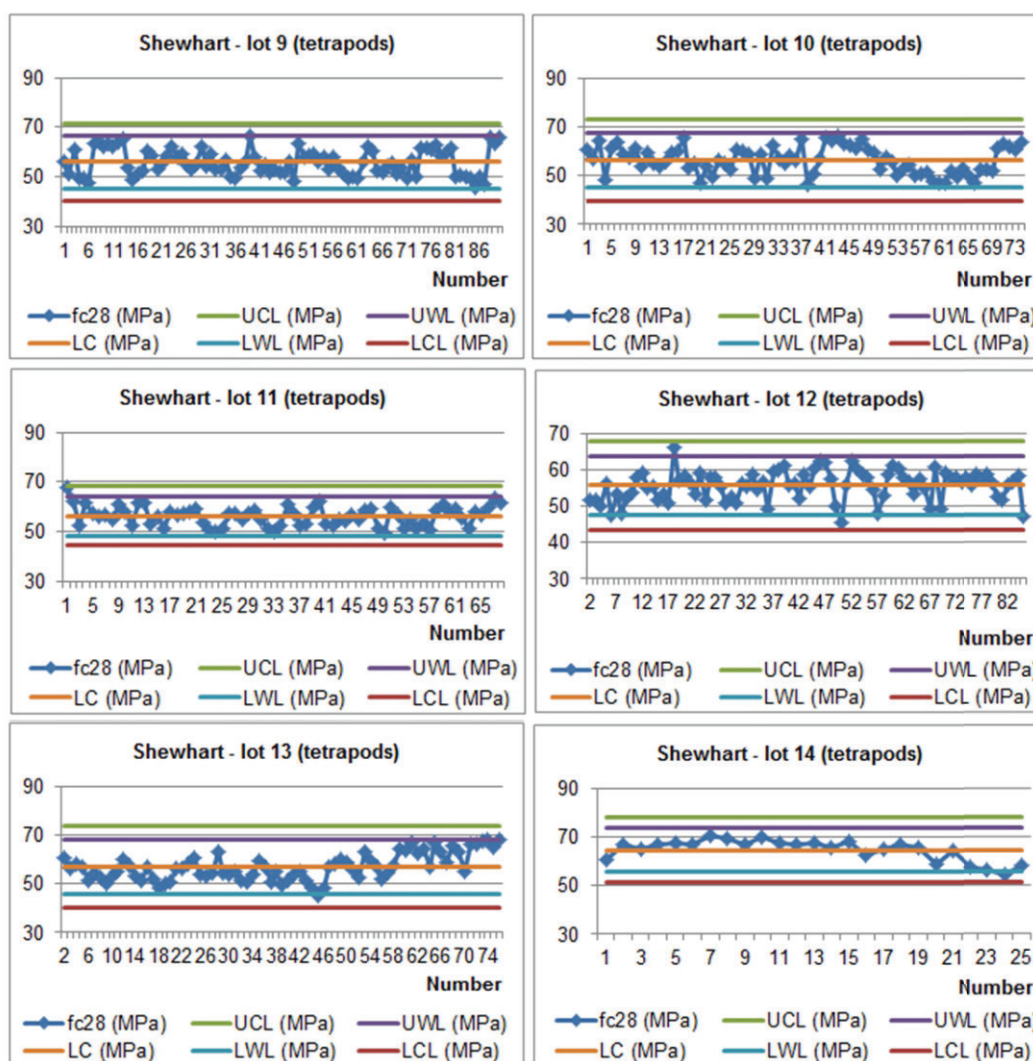
Regarding the acceptance criterion of Brazilian, North American and European norms, data showed that, for the bottom slab, two of the lots would not comply. Lot 4 would comply neither with ABNT NBR

12655 (2006), the criterion for partial sampling, not with ACI 318 (2011) whereas Lot 13 would comply neither with ABNT NBR 12655 (2006), the criterion for partial sampling, nor with EN 206-1 (2000). Concerning data on tetrapods, Brazilian (method of partial sampling), North American and European norms would show non-conformities in four lots. Lots 1, 2, 3 and 4 would comply neither with ABNT NBR 12655 (2006) (partial sampling) nor with ACI 318 (2011). Lots 1, 2 and 3 would not comply with recommendations issued by EN 206-1 (2000).

The concrete lots of the container terminal piles complied with the three norms under analysis with good margin of safety.

Figures [9], [10] and [11] show that the strength values estimated by ACI 318 (2011) resulted in higher values than the ones issued by other norms, followed by EN 206-1 (2000) and, then, by ABNT NBR 12655 (2006), when the total sampling method is used. It can be explained by the fact that this methodology shows differences in

Figure 5 - Lots 9-14 the Shewhart chart for the data of tetrapods





the definition of  $f_{ck}$ , by comparison with the Brazilian and European models. For the composition of the equations of ACI 318 (2011), 9 % of the values may be lower than the value of  $f_{ck}$ , unlikely other norms that consider lower values of 7% and 5 % for EN 206-1 (2000) and ABNT NBR 12655 (2006), respectively.

The statistical analysis showed that all the concretes under study, the dry dock bottom slab, the tetrapods, the container terminal piles met the quality requirements for the compressive strength recommended by Brazilian norms at all stages of the production process.

#### 4. Conclusions

The analyses of the coefficient of variation of the concrete lots show that good quality control was adopted during the production process and that all lots were accepted.

The application of the Shewhart control charts clearly showed the

sensitivity of this methodology to detect small changes in the results during the production process . Due to the simplicity of its implementation, this type of control chart can be used not only to control many processes but also to help find changes in product characteristics and verify non-conformities .

To check the acceptance criteria of the norms under study, all 32 lots in three construction projects complied with ABNT NBR 12655 (2006), total sampling criteria ,  $f_{ck,est}^2$ . The five lots of concrete of the container terminal piles were also completely accepted for the criterion of partial sampling  $f_{ck,est}^1$ , the criterion actually used during the manufacturing process of the concrete.

The criterion for partial sampling by ABNT NBR 12655 (2006) proved to be the strictest one, leading to the rejection of some lots used in the concrete bottom slab and tetrapods whereas ACI 318 (2011) was less strict than the other norms. The criteria of the European norm are at an intermediate level between the

Figure 6 – Lots 1-5 the Shewhart chart for the data of piles

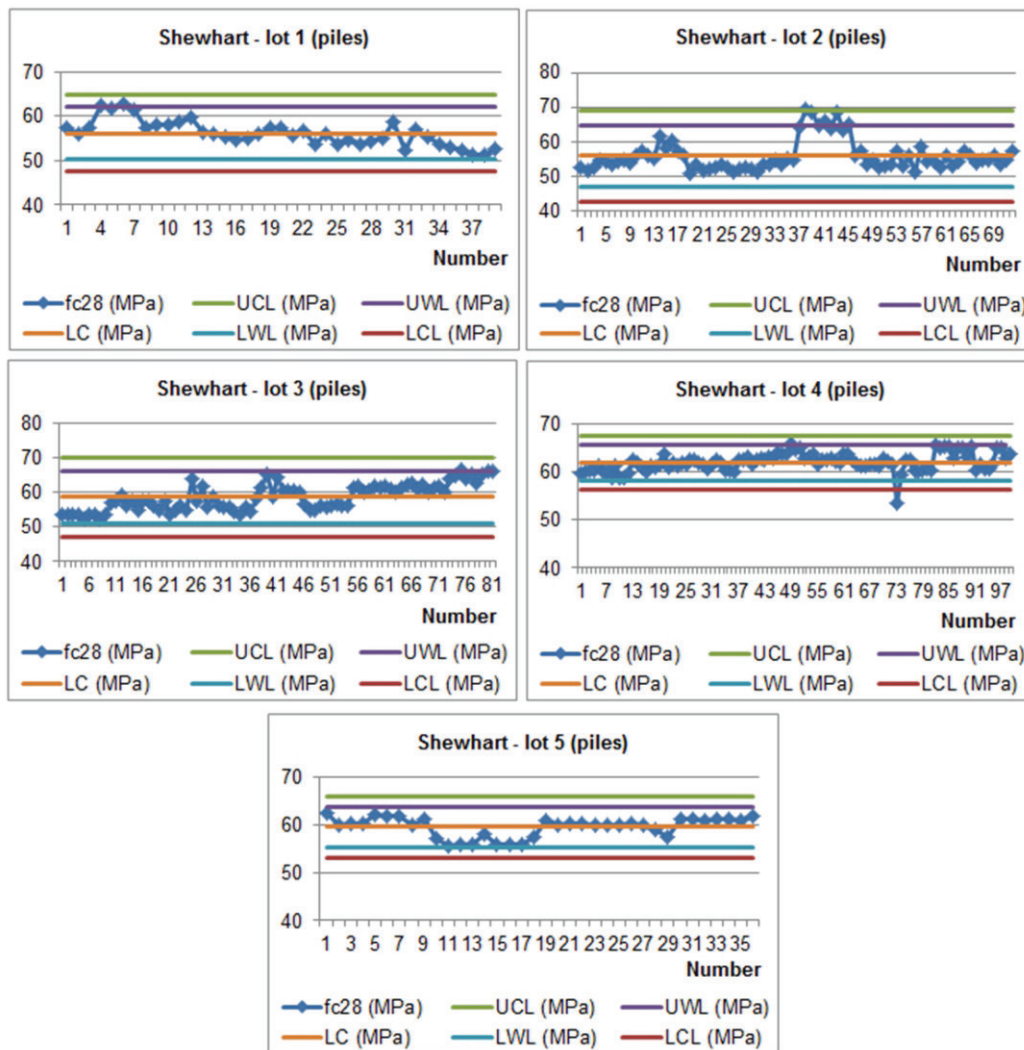


Figure 7 - Lots 1-8 the Shewhart chart for the data of bottom slab

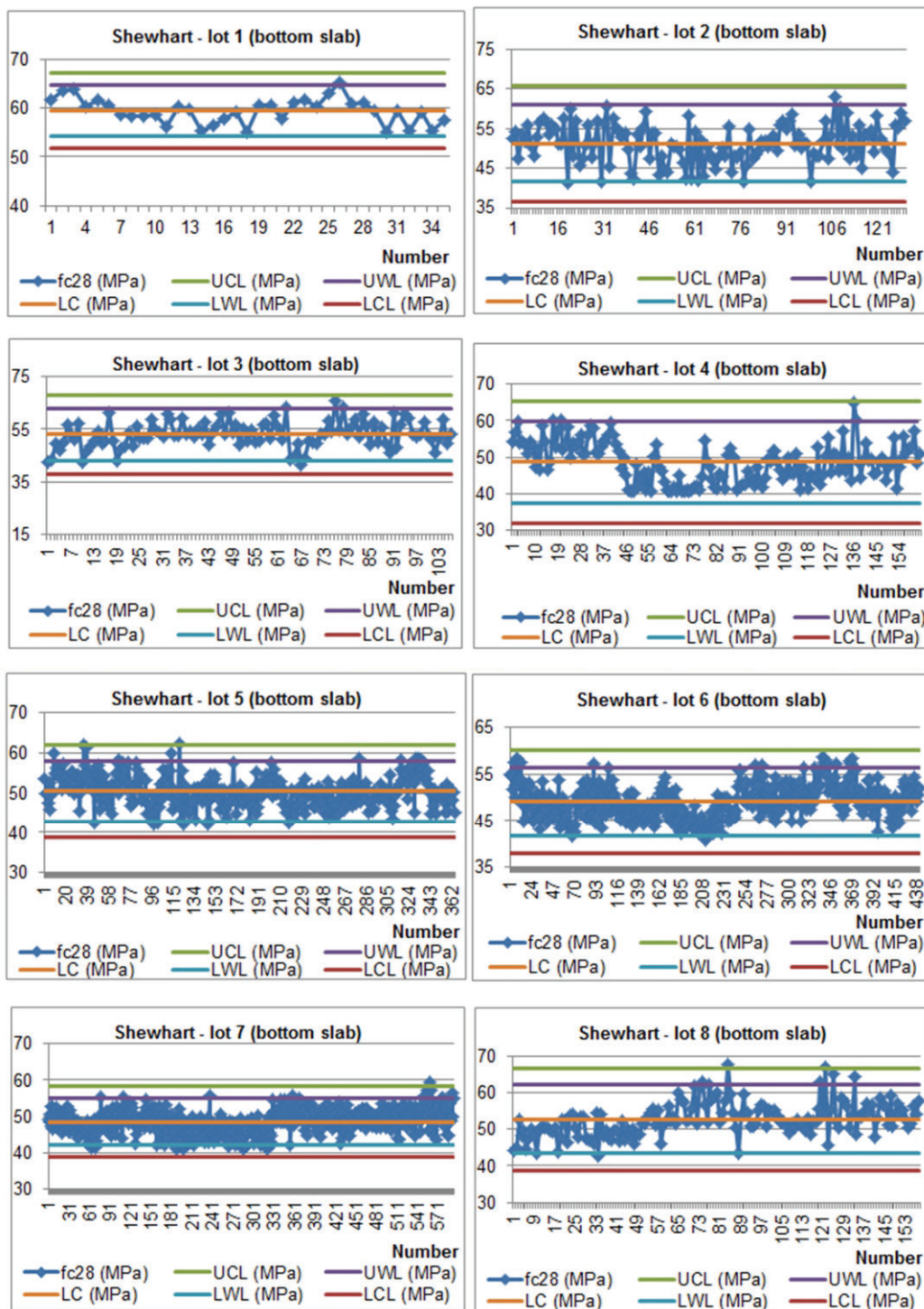


Figure 8 - Lots 9-13 the Shewhart chart for the data of bottom slab

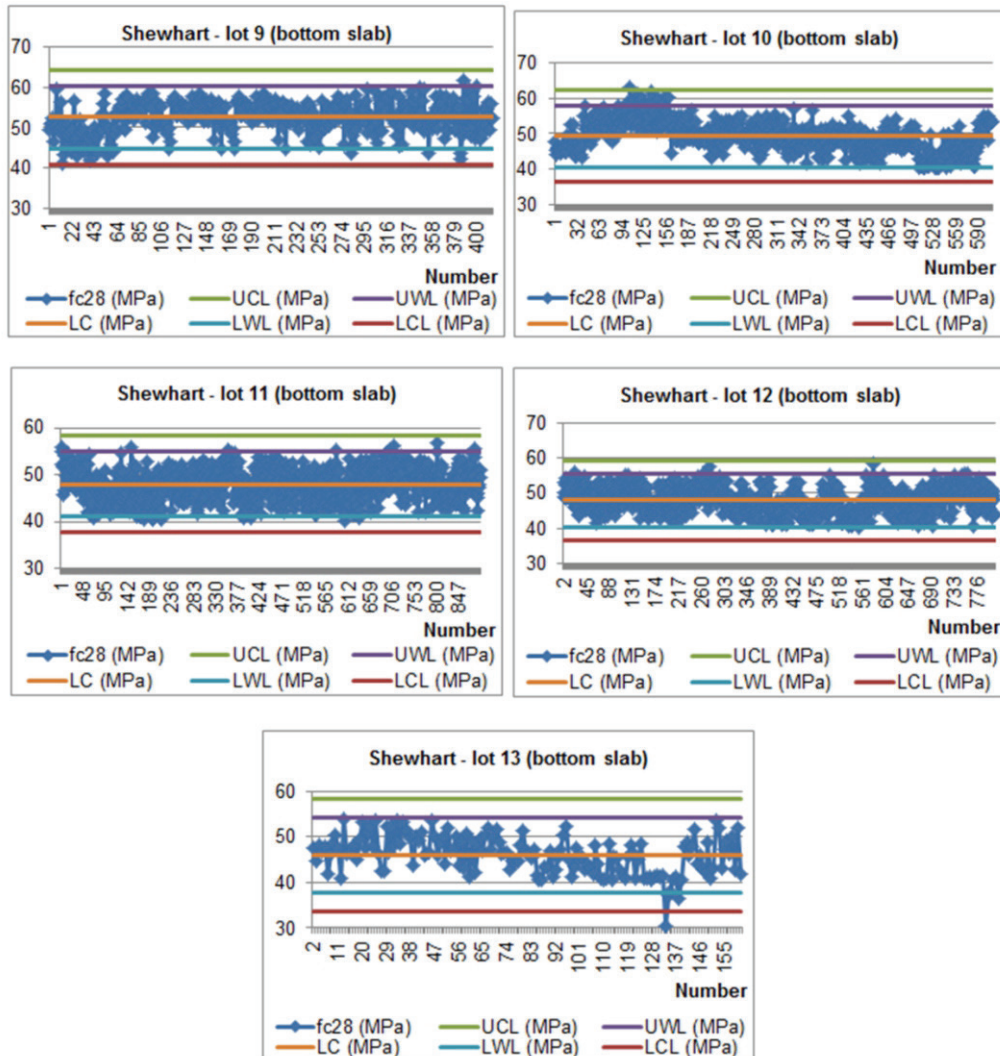


Figure 9 - Strength values estimated by ANBT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) of concrete bottom slab

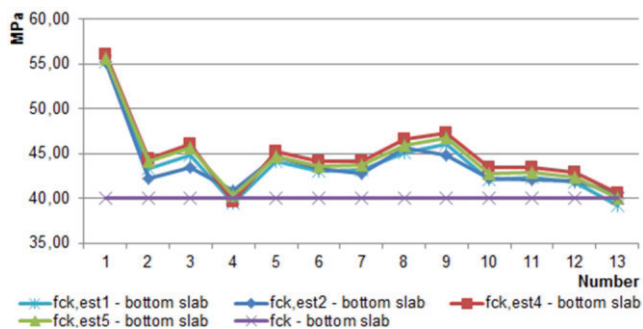


Figure 10 - Strength values estimated by ANBT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) of concrete tetrapods

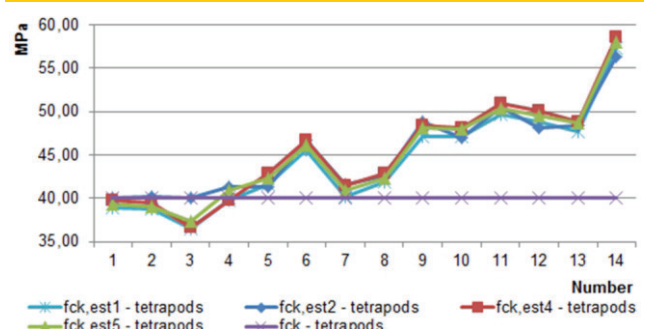


Table 9 – Results of Kolmogorov-Smirnov test for piles of the pier

Lot	Number of copies (n)	s (MPa)	Maximum difference		D (0.05; n)	Decision
			Normal	Lognormal		
1	39	2.90	0.1123	0.1032	0.2178	Lognormal
2	72	4.40	0.2195	0.2041	0.1603	-
3	81	3.82	0.1220	0.1152	0.1511	Lognormal
4	99	1.87	0.1025	0.0995	0.1367	Lognormal
5	36	2.08	0.2310	0.2366	0.2267	-

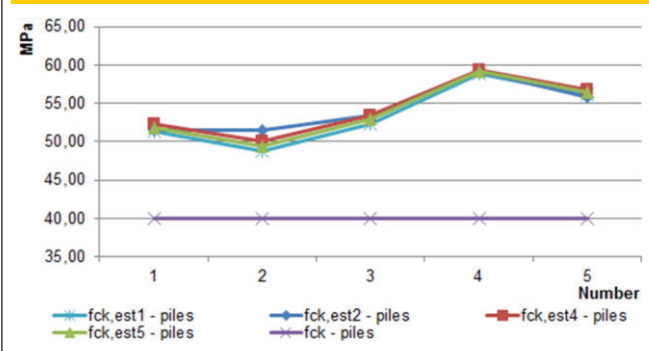
Table 10 – Results of Kolmogorov-Smirnov test of concrete bottom slab

Lot	Number of copies (n)	s (MPa)	Maximum difference		D (0.05; n)	Decision
			Normal	Lognormal		
1	35	2.58	0.0801	0.0838	0.2299	Normal
2	130	4.88	0.0387	0.0458	0.1193	Normal
3	106	5.00	0.0568	0.0556	0.1321	Lognormal
4	162	5.53	0.0671	0.0668	0.1069	Lognormal
5	364	3.82	0.0617	0.0474	0.0713	Lognormal
6	441	3.69	0.0402	0.0370	0.0648	Lognormal
7	593	3.25	0.0384	0.0517	0.0558	Normal
8	158	4.66	0.0739	0.0578	0.1082	Lognormal
9	414	3.93	0.0696	0.0722	0.0668	-
10	609	4.35	0.0261	0.0279	0.0551	Normal
11	892	3.40	0.0504	0.0531	0.0455	-
12	807	3.76	0.0541	0.0540	0.0479	-
13	160	4.09	0.0582	0.0627	0.1075	Normal

American and Brazilian norms. Even though the application of the European and the American acceptance criteria resulted in the rejection of some lots, the other values obtained for the estimated concrete compressive strength were higher than those estimated by the criteria of the Brazilian norm.

This study showed the strict control of the concrete produced and used in the structures of the dry dock bottom slab at the Rio Grande Shipyard ERG1, tetrapods used to enlarge the Barra do Rio Grande Breakwater and the piles of third berth on the pier of the Rio Grande Container Terminal. This control contributed to the acceptance of these structures, not only assuring reliability and safety but also generating a database with a large number of experimental results to prove the potential compressive strength of the concrete of these construction projects.

Figure 11 – Strength values estimated by ANBT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) of concrete piles



## 5. References

- [01] ACI COMMITTEE 214. Evaluation of Strength Test Results of Concrete (ACI 214R-02). American Concrete Institute, 2002.
- [02] ACI COMMITTEE 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-11). American Concrete Institute, 2011.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cimento Portland Comum. NBR 5732. Rio de Janeiro, 1991.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cimento Portland Pozolânico. NBR 5736. Rio de Janeiro, 1991.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.



- Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. NBR 5739. Rio de Janeiro, 2007.
- [06] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118. Rio de Janeiro, 2007.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Execução de concreto dosado em central. NBR 7212. Rio de Janeiro, 2012
- [08] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto de cimento Portland – Preparo, controle e recebimento – Procedimento. NBR 12655. Rio de Janeiro, 2006.
- [09] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. NBR NM 67. Rio de Janeiro, 1996.
- [10] AZEVEDO, C. P. B.; DINIZ, S. M. C. Estudo probabilístico da resistência à compressão de concretos utilizados em fundações. In: 50º Congresso Brasileiro do Concreto, Anais..., Salvador – BA, 2008.
- [11] DEVORE, Jay L. Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências. Tradução: Joaquim Pinheiro Nunes da Silva. E. Pioneira Thomson Learning. São Paulo, 2006.
- [12] EN 206-1. Concrete - Part 1: Specification, performance, production and conformity. European Committee for Standardization. 2000.
- [13] FARIA, Regina H. Y.; REAL, Mauro V.; DIAS, Claudio R. R. Trabalho da disciplina de Confiabilidade em Engenharia Oceânica. 2010. Universidade Federal do Rio Grande.
- [14] FAVARIN, J. V. R. Metodologia de formulação de estratégia de produção para estaleiros brasileiros. Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Ed. Rev. São Paulo, 2011. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.
- [15] GIBB Ian; HARRISON Ton. Use of control charts in the production of concrete. Ed. Rev. MPA/BRMCA – ERMCO. 2010.
- [16] GIRELI, Everton Luiz. Concretos pré-fabricados de elevado desempenho da obra do terminal de contêineres do Porto de Rio Grande – Controle de qualidade e os métodos estatísticos. Trabalho de conclusão do curso da Engenharia Civil. Departamento de Materiais e Construção da FURG. Rio Grande, 2007.
- [17] MAGALHÃES, Fabio Costa. Estudo probabilístico da resistência à compressão e da resistência à tração na flexão dos concretos utilizados na construção do dique seco do estaleiro rio grande, no Superporto, em Rio Grande – RS. Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal do Rio Grande. Ed. Rev. Rio Grande, 2009. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.
- [18] LARROSSA, M. C.; MAGALHÃES, F. C.; REAL, M. V. Concreto da laje de fundo do dique seco do Polo Naval do Rio Grande: análise estatística básica. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto, 2011, Florianópolis. Anais. São Paulo: IBRACON, 2011. v. 1. p. 1-16.
- [19] MIGLIORINI, A. V. Estudo de fibras de aço em blocos de concreto para a possível utilização em carapaça de molhes. Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal do Rio Grande. Ed. Rev. Rio Grande, 2011. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.
- [20] WALPOLE, Ronald E. et. al. Probabilidade e estatística para engenharia e ciências. Tradução Luciane F. Pauleti Vianna. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.



## Statistical analysis and conformity testing of concrete in port construction work

### *Análise estatística e teste de conformidade do concreto de obras portuárias*



**M. C. LARROSSA**<sup>a</sup>  
milarrossa@gmail.com

**M. V. REAL**<sup>a</sup>  
mauroreal@furg.br

**C. R. R. DIAS**<sup>a</sup>  
claudio.dias@furg.br

**F. C. MAGALHÃES**<sup>b</sup>  
fabiocmagalhaes@gmail.com

#### Abstract

Conformity control of concrete is part of a range of control and standard methods which must be employed in all construction work to assure its compliance with quality requirements. The compressive strength of the concrete is considered as a random variable that must be controlled by standardized sampling and testing in order to ensure the structural safety. Therefore, the use of a large amount of compressive strength test results of concretes with similar characteristics has been seen as an important tool in the assessment of current standard norms. This paper describes an analysis based on the conformity control used in large port construction works which have recently been carried out in the Rio Grande Port, located in Rio Grande, RS, Brazil. Statistical analyses were performed and acceptance tests of the product were conducted. They were based on the acceptance criteria of different methodologies from different continents and showed the variations that can occur in the results of the conformity testing, depending on the adopted model. It is worth mentioning that the concrete used in port construction works in the region has been in accordance with current Brazilian norms.

**Keywords:** concrete, port structures, compressive strength conformity control.

#### Resumo

O controle tecnológico do concreto faz parte de uma gama de controles e métodos normalizados que devem ser empregados em todas as obras para a garantia da conformidade deste produto, visto que a resistência à compressão do concreto é considerada uma variável aleatória que deve ser controlada através de amostragem e realização de ensaios padronizados, podendo assim, garantir a segurança da estrutura. Neste sentido, o uso de uma grande quantidade de resultados de controle tecnológico de concreto com características similares apresenta-se como uma importante ferramenta no processo de aferição das normas técnicas vigentes. O presente trabalho apresenta uma análise com base no controle tecnológico presente em grandes obras portuárias ocorridas nos últimos anos no Porto do Rio Grande, na cidade de Rio Grande - RS. Foram realizadas análises estatísticas e de aceitação do produto, com base nos critérios de aceitação de distintas metodologias de diferentes continentes, mostrando as variações que podem ocorrer nos resultados dos testes de conformidade dependendo do modelo adotado. Verificou-se que a construção das obras portuárias em concreto na região está em conformidade com as normas brasileiras vigentes.

**Palavras-chave:** concreto, obras portuárias, resistência à compressão, controle tecnológico.

<sup>a</sup> Universidade Federal do Rio Grande – FURG; Rio Grande/RS, Brasil;

<sup>b</sup> Instituto Federal do Rio Grande do Sul – IFRS, Rio Grande/RS, Brasil.

## 1. Introdução

O porto marítimo localizado na cidade de Rio Grande, no Rio Grande do Sul, é um dos portos com maior atividade no Brasil. Possui oito terminais de administração privados, especializados nas cargas que operam contêineres, graneis agrícolas, petrolíferas, petroquímicas e fertilizantes. Abrigando também, estaleiros destinados à construção e/ou reforma de plataformas de exploração de petróleo.

Visando o atendimento ao mercado consumidor neste porto foram realizadas obras para a melhora das suas características técnicas de navegabilidade, aumento da sua capacidade de recebimento/saída de cargas, redução do tempo de parada de navios para a descarga da carga containerizada e, também, a diversificação das atividades executadas na área portuária. Dentre estas obras foram realizadas a ampliação dos molhes da Barra, a ampliação do cais do terminal de contêineres e o estaleiro Rio Grande.

A ampliação dos molhes, com a utilização de tetrápodes, teve como objetivo a melhora das características técnicas do canal de acesso, possibilitando o aprofundamento da Barra e, por consequência, a possibilidade de aumento da carga transportada pelos navios que chegam ou saem do porto de Rio Grande.

Enquanto que a ampliação do cais do terminal de contêineres tem como objetivo o aumento da sua capacidade de carga/descarga e melhorar a agilidade na movimentação das mercadorias com consequente redução do tempo de permanência dos navios no terminal.

Já a obra da laje de fundo do dique seco é parte importante de um grandioso empreendimento, que é o estaleiro Rio Grande-ERG1, que tem como finalidade principal de construção, conversão e reparo de unidades marítimas para a indústria de petróleo. O dique seco é um dos principais ativos do estaleiro, pois permite a montagem de grandes embarcações/navios/plataformas facilitando o acesso dos blocos à embarcação e permitindo as docagens para correções pós-lançamento.

**Figura 1 – Montagem dos tetrápodes da obra de ampliação dos molhes da Barra de Rio Grande (fonte: Migliorini, 2011)**



Sendo as principais estruturas destas obras executadas em concreto este artigo apresenta a análise dos resultados obtidos do vasto controle tecnológico deste produto. Os dados foram analisados sob os aspectos estatísticos e de controle de aceitação dos resultados do rompimento de corpos de prova de concreto das obras de ampliação dos molhes (fabricação dos tetrápodes); concreto empregado nas estacas do berço III do cais do terminal de contêineres e da laje de fundo do dique seco do estaleiro.

Como semelhança nas características dos concretos tem-se a resistência característica à compressão de 40,00 MPa aos 28 (vinte e oito) dias, utilização de usinas de concreto especializadas na atividade que atenderam a ABNT NBR 7212 (2012), emprego de rigoroso controle de qualidade durante o preparo, o lançamento, a cura, a moldagem e os ensaios dos corpos de prova até a sua aceitação final. Bem como, o emprego da condição de preparo do tipo A. Os concretos da laje de fundo do dique e tetrápodes são classificados com classe de agressividade ambiental IV e, os concretos das estacas do cais foram considerados, por atender às especificações mínimas da classificação, também, como classe IV de acordo com a ABNT NBR 6118 (2007). Características estas adotadas devido o elevado risco de deterioração das estruturas, visto que foram instaladas/executadas às margens da Laguna dos Patos e do Oceano Atlântico.

### 1.1 Obra de ampliação dos molhes da Barra de Rio Grande

Os molhes da Barra foram construídos com a função de garantir a navegabilidade do canal de acesso de Rio Grande, mantendo as características do canal sem alterações constantes provocadas pela ação das águas e reduzir o assoreamento do canal. Cada molhe compõe uma lateral do canal de acesso ao Porto de Rio Grande, o molhe oeste no lado do Cassino e o molhe leste no lado de São José do Norte.

A primeira obra para a sua construção foi concluída em 1915 na qual foram utilizadas pedras naturais irregulares em granito. Já a sua ampliação, foi executada no período de 2001 a 2011, com o empregado, além das pedras naturais, blocos pré-moldadas em concreto com peso de 8,00 e 12,50 toneladas, chamadas de tetrápodes.

Os molhes leste e oeste foram estendidos em 350,00 e 700,00 metros, respectivamente, com a utilização de cerca de 1.361.000,00 metros cúbicos de pedra e 12.090,00 unidades de tetrápodes. Os blocos em concreto têm a geometria formada pela intersecção de quatro troncos de cone e, conforme Migliorini (2011) são simplesmente justapostos, encaixados e sobrepostos uns aos outros, formando estruturas mais ou menos regulares e relativamente compactadas ao longo de diques portuários e obras costeiras.

A figura [1] ilustra a montagem dos tetrápodes durante a sua instalação na obra.

Neste artigo é apresentada apenas a análise com os dados do concreto dos tetrápodes de 8,00 toneladas, com traço: 418,00 kg/m<sup>3</sup> de cimento, aditivo da marca Glenium® 51 e Metacaulim na proporção de 30,00 kg/m<sup>3</sup>.

### 1.2 Obra do berço III do terminal de contêineres de Rio Grande

Com a construção do terceiro trecho o cais de atracação do terminal de contêineres atingiu 900,00 (novecentos) metros de compr-

Figura 2 – Estacas protendidas pré-moldadas (fonte: Banco de imagens FURG)



mento, passando a comportar, a partir do ano de 2008, 03 (três) navios simultaneamente. Em concomitante com a instalação de mais equipamentos fez com que o objetivo de redução do tempo de permanência dos navios no terminal fosse alcançado, aumentando a capacidade de carga e descarga e de escoamento de mercadorias containerizadas.

O cais foi executado com estruturas em concreto armado, a maior parte pré-moldado, sendo estas peças divididas em estacas pré-moldadas protendidas e peças estruturais pré-moldadas. Segundo Gireli (2007) as estacas pré-moldadas protendidas possuem seção circular vazada no centro, com diâmetro interno de 50,00 centímetros, e diâmetro externo de 80,00 centímetros, com comprimento total de 48,00 metros. Enquanto que as peças pré-moldadas do cais possuem seção transversal  $\pi$ .

Neste trabalho será utilizado apenas o banco de dados das estacas pré-moldadas que são apresentadas na figura [2].

O concreto empregado na fabricação das peças teve como especificações a utilização de cimento Portland Pozolânico de fabricação nacional (CP IV-32-RS) na proporção de 400,00 kg/m<sup>3</sup> e fator A/C de 0,40. Este cimento é resistente à sulfatos e segue especificações da norma brasileira ABNT NBR 5736 (1991). Foi utilizado como agregado graúdo, brita 1 e agregados miúdos provenientes de jazida, além de aditivo superplastificante, o Glenium® 51.

### 1.3 Obra da laje de fundo do dique seco

Conforme Favarin (2011) o dique seco é um dos principais ativos de um estaleiro, pois apesar de necessitar de maiores investimentos, facilita o acesso dos blocos à embarcação por estar no plano horizontal e permite docagens para correções pós-lançamento.

O dique seco do estaleiro Rio Grande interliga o estaleiro à Laguna dos Patos de forma direta, com sua base abaixo do nível da água em cerca de 13,80 metros, operando seco durante as atividades de construção e montagem. Porém quando há necessidade de entrada ou saída de embarcações, ele passa por uma operação de enchimento, que possibilita que a embarcação seja docada ou desdocada através da sua flutuação.

As dimensões da laje de fundo são de 350,00 metros de comprimento, 133,00 metros de largura e altura variando de 0,56 a 1,00 metro, demandaram que o lançamento do concreto fosse executada em partes. Conforme registram Larrossa *et. al.* (2011) “devido as suas grandes dimensões o lançamento do concreto da laje de fundo foi executado por etapas, chamadas panos de concretagem, sendo, portanto inevitável a ocorrência de juntas de construção, que foram previamente programadas e, principalmente, impermeabilizadas”.

O concreto foi fabricado com cimento uruguaio da marca ANCAP (na proporção de 380 kg/m<sup>3</sup>) classe de resistência 40, com grande semelhança deste cimento com a classificação do Cimento Portland Comum CP I, ANBT NBR 5732 (1991). Com agregados graúdo e miúdo oriundos da região de Pelotas – RS, aditivo polifuncional da marca Rheotec® 418 e sílica ativa. A figura [3] ilustra o dique.

Figura 3 – Vista aérea do dique seco do estaleiro Rio Grande - ERG I





**Tabela 1 – Coeficiente de variação para variação global pelo ACI 214 (2002) para  $f_{ck} > 34,5$  MPa**

Classe de operação	Coeficiente de variação para diferentes padrões de controle (%)				
	Excelente	Muito bom	Bom	Razoável	Ruim
Ensaio de obra	< 7,00	7,00 – 9,00	9,00 – 11,00	11,00 – 14,00	> 14,00
Ensaio em laboratório	< 3,50	3,50 – 4,50	4,50 – 5,50	5,50 – 7,00	> 7,00

### 1.4 Justificativa

Requisito básico em qualquer projeto estrutural em concreto armado ou protendido, a resistência à compressão é a propriedade mais utilizada como critério de aceitação do material. No entanto, a resistência à compressão do concreto caracteriza-se como uma variável aleatória, com uma distribuição de probabilidades que varia em função de características dos materiais, do processo produtivo, execução, entre outros. A variação inerente aos ensaios de aceitação do concreto, sobretudo a resistência, torna fundamental a utilização de metodologias estatísticas para uma correta análise dos dados. O presente trabalho apresenta uma análise com base no controle tecnológico presente em grandes obras portuárias ocorridas nos últimos anos no Porto do Rio Grande, na cidade de Rio Grande – RS, sob o ponto de vista de critérios de aceitação de distintas metodologias de diferentes continentes, mostrando as variações que podem ocorrer nos resultados dos testes de conformidade dependendo do modelo adotado. Além de demonstrar os cuidados atualmente empregados na indústria da construção civil durante a produção de concreto a fim de atender às normas brasileiras.

## 2. Metodologia

O estudo do controle de qualidade dos concretos foi realizado através da análise estatística dos dados de rompimento dos corpos de prova aos 28 (vinte e oito) dias de idade. Todavia conforme Azevedo e Diniz (2008) é fato bastante conhecido que a resistência à compressão do concreto depende do nível de controle de qualidade exercido em todas as fases da produção do concreto. Para a análise são necessários dados amostrais dos produtos, extraídos ao longo do tempo e do processo produtivo, com o intuito de verificar necessidades de mudança e melhoria deste, para adequação máxima à conformidade. Neste trabalho como ferramentas para a análise estatística dos dados dos resultados da resistência dos exemplares dos concretos em estudo foi realizada a análise detalhada desta característica, utilizando-se a média, o desvio padrão, análise do coeficiente de variação, gráfico de controle de Shewart e aderência às distribuições de probabilidade Normal e Lognormal.

E para a verificação do nível de controle e desempenho do processo produtivo foi realizada a investigação da aceitação dos lotes de concreto pelas normas brasileira (ABNT NBR 12655, 2006), norte-americana (ACI 318, 2011) e europeia (EN 206-1, 2000).

### 2.1 Média dos valores de resistência dos exemplares rompidos

O valor da resistência à compressão média dos lotes de concreto torna-se importante visto a sua utilização como parte do parâmetro do

cálculo da resistência estimada e, conseqüentemente, verificação da aceitação ou rejeição do concreto. É calculada conforme a equação [1].

$$f_{cm} = \frac{\sum f_i}{n} \quad (1)$$

Onde:

- $f_{cm}$  é o valor da resistência média do lote de concreto, expresso em MPa;
- $f_i$  é o valor das resistências encontradas nos exemplares rompidos, expresso em MPa;
- $n$  é o número de elementos rompidos (exemplares).

### 2.2 Desvio padrão da amostra

O desvio padrão mede a variabilidade em unidades lineares, desempenhando papel importante nos métodos estatísticos e é mais usado em aplicações do que, por exemplo, a variância (WALPOLE *et. al.*, 2009). É calculado através da utilização da equação [2].

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - f_{cm})^2}{n - 1}} \quad (2)$$

Onde:

- $s$  é o desvio padrão da dosagem, expresso em MPa;
- $f_{cm}$  é o valor da resistência média do lote de concreto, expresso em MPa;
- $f_i$  é o valor das resistências encontradas nos exemplares rompidos, expresso em MPa;
- $n$  é o número de elementos rompidos (exemplares).

### 2.3 Coeficiente de variação da amostra

O coeficiente de variação (CV) é outra medida do grau de dispersão existente nos dados em análise, indicando o controle de qualidade do processo produtivo. Quanto menor o valor deste parâmetro mais concentrados em torno da média estarão os valores e melhor será a qualidade do concreto. É obtido através da equação [3].

$$CV = \frac{s}{f_{cm}} \cdot 100 \quad (3)$$

Onde:

- CV é o coeficiente de variação do lote, expresso em porcentagem;
- s é o desvio padrão da dosagem, expresso em MPa;
- $f_{cm}$  é o valor da resistência média do lote de concreto, expresso em MPa.

A norma ACI 214 (2002) indica uma escala para avaliação da qualidade do concreto segundo o coeficiente de variação, conforme a tabela [1].

### 2.4 Gráficos de controle de Shewhart

Os gráficos de controle de Shewhart, metodologia desenvolvida em 1924 pelo físico Walter A. Shewhart, apresentam de forma visual valores incomuns e tendências existentes nos resultados. Fornecem informações do processo produtivo que devem ser interpretados para auxílio na tomada de decisões, reduzindo assim o risco de não conformidades no produto final. São utilizados os limites de controle calculados a partir dos dados e limites de alerta com base na variação do processo de produção (GIBB e HARRISON, 2010).

É constituído de linhas horizontais sendo uma linha central (CL) que é um valor de referência da característica controlada. Existem também linhas que representam o limite superior de controle (UCL) e limite inferior de controle (LCL), podendo ser adicionados o limite de alerta superior (UWL) e o limite de alerta inferior (LWL). A tabela [2] demonstra o cálculo dos limites.

### 2.5 Distribuição normal

Para os autores Walpole *et. al.* (2009) a distribuição Normal é a mais importante das distribuições de probabilidade e estatística. É representada pela curva normal, em forma de sino, e descreve adequadamente muitos fenômenos que ocorrem na natureza.

De acordo com Devore (2006) a equação matemática para a distribuição de probabilidade da variável normal depende de dois parâ-

metros, média e desvio padrão. Possuindo valores de densidade conforme equação [4].

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \cdot (x-\mu)^2}, -\infty < x < +\infty \quad (4)$$

Onde:

- $\pi = 3,14159\dots$ ;
- $e = 2,71828\dots$ ;
- $\mu$  = média;
- $\sigma$  = desvio padrão.

### 2.6 Distribuição lognormal

Magalhães (2009) relata que a distribuição Lognormal de probabilidade é a distribuição de uma variável aleatória cujo logaritmo segue uma distribuição Normal. O modelo Lognormal de distribuição de probabilidades não possui simetria em relação à média dos resultados. Esta distribuição de probabilidade tem sido muito estudada como alternativa ao modelo proposto por Gauss, quando este último não apresenta aderência adequada aos resultados estudados. A distribuição Lognormal é dada pela equação [5].

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2}, 0 \leq x < \infty \quad (5)$$

$\lambda = E(\ln x)$   
 $\xi = \sqrt{\text{Var}(\ln x)}$

Para o teste de aderência dos conjuntos de dados analisados neste artigo foram utilizados os testes de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov, assim como Magalhães (2009), para uma significância de 95,00 %. Estes testes foram realizados a fim de determinar qual dos modelos de distribuição, Normal ou Lognormal, representa melhor aderência aos valores de resistência à compressão analisados.

### 2.7 Aceitação do concreto conforme ABNT NBR 12655 (2006)

A norma brasileira especifica os ensaios e metodologias para o controle de aceitação do concreto, especificando a realização de ensaios de consistência, segundo a ABNT NM 67 (1996) e ensaios de resistência à compressão, segundo a ABNT NBR 5739 (2007).

Tabela 2 - Limites de controle e limites de alerta para formulação dos gráficos de controle de Shewhart		
Limites	Identificação dos limites	Equação
Linha central	LC	$f_{cm}$
Limite superior de controle	UCL	$f_{cm} + 3.s$
Limite inferior de controle	LCL	$f_{cm} - 3.s$
Limite de alerta superior	UWL	$f_{cm} + 2.s$
Limite de alerta inferior	LWL	$f_{cm} - 2.s$

Tabela 3 - Valores de $\Psi_6$ segundo a ABNT NBR 12655 (2006)											
Condição de preparo	Número de exemplares										
	2	3	4	5	6	7	8	10	12	14	≥16
A	0,82	0,86	0,89	0,91	0,92	0,94	0,95	0,97	0,99	1,00	1,02



**Tabela 4 - Critérios de conformidade da resistência à compressão EN 206-1 (2000)**

Produção	Número "n" de resultados de ensaios da resistência à compressão no grupo	Critério 1	Critério 2
		Média dos "n" resultados ( $f_{cm}$ ) MPa	Qualquer resultado individual de ensaio ( $f_{ci}$ ) MPa
Inicial	3	$\geq f_{ck} + 4$	$\geq f_{ck} - 4,00$
Contínua	$\geq 15$	$\geq f_{ck} + 1,48.s$	$\geq f_{ck} - 4,00$

Os lotes das amostras são formados por "n" exemplares conforme o método de amostragem a ser utilizado, devendo representar a amassada de concreto em análise. Os exemplares são formados por 02 (dois) corpos de provas cada um e toma-se como resistência do exemplar o maior dos dois valores obtidos no ensaio, tanto quando for utilizada a amostragem parcial ou a amostragem total,  $f_{ck,est}^1$  ou  $f_{ck,est}^2$ , respectivamente. E para a aceitação do lote em ambos os métodos o  $f_{ck,est}$  deve ser superior ao  $f_{ck}$ .

**2.7.1 Controle estatístico do concreto por amostragem parcial ( $f_{ck,est}^1$ )**

A moldagem de corpos de prova é realizada em algumas betonadas, atendendo ao mínimo de exemplares, que para concretos do grupo I (até C 50) são no mínimo 06 (seis) conjuntos. As equações de cálculo dividem-se de acordo com o número de exemplares formados, conforme segue.

a) Número de elementos "n" tal que  $6 \leq n < 20$ , a resistência característica estimada é determinada pela equação [6]:

$$f_{ck,est}^1 = 2 \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_{m-1} - f_m}{m-1} \tag{6}$$

Onde:

- $m = n/2$ ;
- $f_1, f_2, \dots, f_m$  são os valores de resistência dos exemplares organizados em ordem crescente.

Atendendo-se ainda a condição de que o valor de  $f_{ck,est}$  não deve ser inferior a  $\Psi_6 \cdot f_c$ , adotando para  $\Psi_6$  os valores apresentados na tabela [3], em função da condição de preparo do concreto e do número de exemplares da amostra.

b) Quando o número de elementos for superior a vinte,  $n \geq 20$ , a resistência característica estimada é dada pela equação [7]:

$$f_{ck,est}^1 = f_{cm} - 1,65.s \tag{7}$$

**2.7.2 Controle estatístico do concreto por amostragem total ( $f_{ck,est}^2$ )**

As amostras são extraídas de todas as amassadas de concreto, utilizando-se, também, duas possibilidades para a determinação da resistência característica estimada.

- a) Para número de elementos menor que vinte ( $n \leq 20$ ) o valor da resistência característica estimada do lote é igual ao valor da menor resistência dentre os exemplares ensaiados.
- b) Para  $n > 20$ , colocam-se os resultados dos ensaios dos exemplares em ordem crescente e o valor da resistência estimada é igual ao valor do elemento que representa o quinto percentil.

**2.8 Aceitação do concreto conforme ACI 318 (2011)**

A norma norte-americana ACI COMMITTEE 318 (2011) especifica a amostragem de rotina e a fabricação de peças moldadas (cilindros) que devem ser curados e testados sob procedimentos padronizados. Refletindo assim, o valor da resistência potencial do concreto ( $f_{ck,est}^4$ ), em vez da resistência efetiva do concreto na estrutura. As equações [8] e [9] são utilizadas para o cálculo da resistência estimada à compressão, para concretos com  $f_{ck} \geq 35,00$  MPa. A notação utilizada foi alterada para melhor entendimento.

$$f_{cm} = f_{ck,est}^4 + 1,34.s \tag{8}$$

$$f_{cm} = 0,90.f_{ck,est}^4 + 2,33.s \tag{9}$$

Sendo que o  $f_{ck,est}^4$  do lote é o menor valor calculado dentre as equações específicas.

**2.9 Aceitação do concreto conforme EN 206-1 (2000)**

A norma europeia indica que devem ser moldados corpos de prova, e as análises através de resultados individuais ou da média dos resultados de ensaio de dois ou mais corpos de prova fabricados de uma amostra e ensaiados com a mesma idade. A aceitação do concreto é avaliada, por dois critérios, em corpos de prova ensaiados com mesma idade:

- a) Grupos de "n" resultados de ensaios consecutivos da resistência média à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ) com ou sem sobreposição (Critério 1);
- b) Cada resultado individual do ensaio de resistência à compressão do concreto ( $f_{ci}$ ) (Critério 2).

O  $f_{ck,est}^5$  é calculado de acordo com o critério adotado conforme indicado na tabela [4].

Tabela 5 (a e b) - Dados do concreto dos tetrápodes (a - lote 1 ao 7 e b - lote 8 ao 14)

a							
Dados	Lotes						
Quinzena	1	2	3	4	5	6	7
Período	05/24/08 06/08/08	06/09/08 06/24/08	06/25/08 07/10/08	07/11/08 07/26/08	07/27/08 08/11/08	08/12/08 08/27/08	08/28/08 09/12/08
n	33	33	63	167	262	122	131
s (MPa)	2,50	2,26	5,04	5,94	4,42	3,48	4,02
CV (%)	5,79	5,32	11,26	11,97	9,05	6,79	8,59
$f_{cm}$ (MPa)	43,09	42,47	44,76	49,63	48,84	51,32	46,84
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	38,97	38,74	36,45	39,83	41,55	45,57	40,20
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	40,00	40,20	40,00	41,37	41,25	46,73	41,63
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	39,74	39,44	36,69	39,77	42,83	46,65	41,45
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	39,39	39,12	37,31	40,84	42,30	46,16	40,89

b							
Dados	Lotes						
Quinzena	8	9	10	11	12	13	14
Período	09/13/08 09/28/08	09/29/08 10/14/08	10/15/08 10/30/08	10/31/08 11/15/08	11/16/08 12/01/08	12/02/08 12/17/08	12/18/08 12/26/08
n	72	90	74	68	84	75	25
s (MPa)	3,23	5,26	5,56	3,95	4,08	5,51	4,42
CV (%)	6,85	9,42	9,89	7,02	7,33	9,70	6,84
$f_{cm}$ (MPa)	47,14	55,83	56,23	56,25	55,59	56,84	64,55
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	41,82	47,15	47,06	49,73	48,87	47,74	57,27
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	42,65	48,89	46,98	50,51	48,10	48,38	56,30
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	42,82	48,42	48,08	50,95	50,13	48,88	58,64
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	42,37	48,05	48,00	50,40	49,56	48,68	58,02

Tabela 6 - Dados do concreto das estacas do cais do terminal de contêineres

Dados	Lotes				
Mês	1	2	3	4	5
Período	10/09/06 11/06/06	11/10/06 12/07/06	12/11/06 01/08/07	01/10/07 02/01/07	02/12/07 02/27/07
n	39	72	81	99	36
s (MPa)	2,90	4,40	3,82	1,87	2,08
CV (%)	5,17	7,86	6,53	3,02	3,50
$f_{cm}$ (MPa)	56,13	55,99	58,56	61,89	59,50
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	51,34	48,72	52,25	58,81	56,07
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	51,44	51,44	53,48	59,21	55,77
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	52,24	50,09	53,44	59,39	56,71
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	51,83	49,47	52,90	59,13	56,42

Tabela 7 (a e b) – Dados do concreto da laje de fundo (a – lote 1 ao 7 e b – lote 8 ao 13)

a							
Dados	Lotes						
Mês	1	2	3	4	5	6	7
Período	dez/08	jan/09	fev/09	mar/09	abr/09	mai/09	jun/09
n	35	130	106	162	364	441	593
s (MPa)	2,58	4,88	5,00	5,53	3,82	3,69	3,25
CV (%)	4,34	9,50	9,42	11,39	7,59	7,53	6,70
$f_{cm}$ (MPa)	59,45	51,33	53,03	48,55	50,39	49,07	48,52
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	55,19	43,28	44,79	39,42	44,08	42,98	43,16
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	55,20	42,20	43,50	40,80	44,70	43,30	42,80
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	56,00	44,40	45,99	39,62	45,27	44,12	44,16
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	55,63	44,11	45,64	40,36	44,73	43,61	43,71

b						
Dados	Lotes					
Mês	8	9	10	11	12	13
Período	jul/09	ago/09	set/09	out/09	nov/09	dez/09
n	158	414	609	892	807	160
s (MPa)	4,66	3,93	4,35	3,40	3,76	4,09
CV (%)	8,84	7,48	8,83	7,10	7,84	8,88
$f_{cm}$ (MPa)	52,79	52,52	49,26	47,98	47,95	46,02
$f_{ck,est}^1$ (MPa)	45,09	46,04	42,08	42,36	41,75	39,27
$f_{ck,est}^2$ (MPa)	45,70	44,80	42,20	42,10	42,00	40,60
$f_{ck,est}^4$ (MPa)	46,54	47,25	43,43	43,42	42,91	40,54
$f_{ck,est}^5$ (MPa)	45,89	46,70	42,82	42,94	42,39	39,97

Tabela 8 – Resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov para o concreto dos tetrápodes

Lote	Quant. exemplar (n)	s (MPa)	Diferença máxima		D (0,05; n)	Decisão
			Normal	Lognormal		
1	33	2,50	0,1087	0,1033	0,2367	Lognormal
2	33	2,26	0,1009	0,1104	0,2367	Normal
3	63	5,04	0,1582	0,1512	0,1713	Lognormal
4	167	5,94	0,0495	0,0746	0,1052	Normal
5	262	4,42	0,1029	0,1164	0,0840	-
6	122	3,48	0,0496	0,0571	0,1231	Normal
7	131	4,02	0,1287	0,1135	0,1188	Lognormal
8	72	3,23	0,0868	0,0750	0,1603	Lognormal
9	90	5,26	0,0994	0,0857	0,1434	Lognormal
10	74	5,56	0,0739	0,0832	0,1581	Normal
11	68	3,95	0,0746	0,0720	0,1649	Lognormal
12	84	4,08	0,0819	0,0945	0,1484	Normal
13	75	5,51	0,0855	0,0699	0,1570	Lognormal
14	25	4,42	0,1873	0,1987	0,2720	Normal

### 3. Resultados e discussões

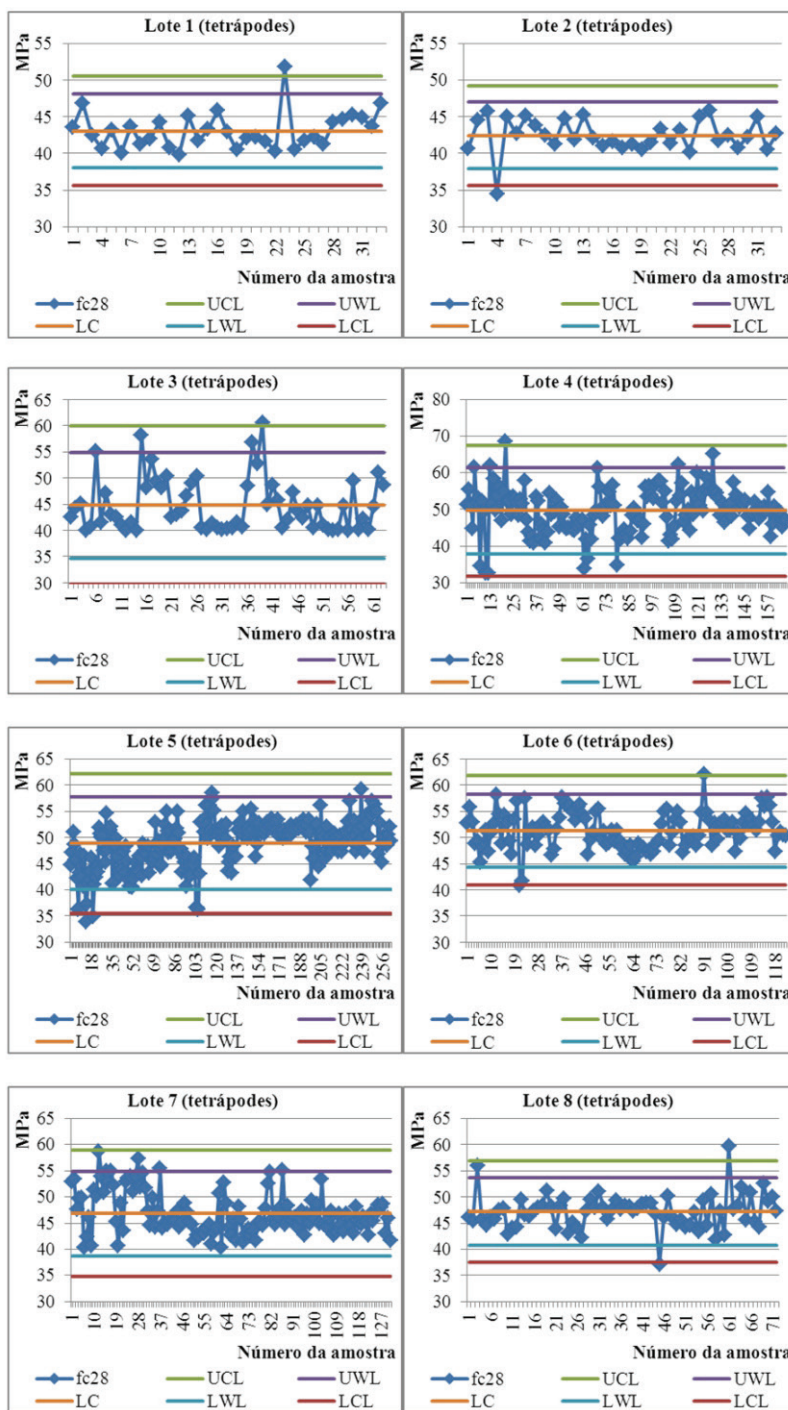
#### 3.1 Apresentação dos dados

Para o concreto dos tetrápodes de 8,00 toneladas foram com-

pilados os valores de rompimento no período de 24/05/2008 à 26/12/2008, dividindo-os em quatorze lotes, conforme resumo da mostrado na tabela [5 (a e b)].

O concreto empregado nas estacas do cais foi produzido no período de 09/06/2006 à 27/02/2007 e os dados foram agrupados em

Figura 4 – Lotes 1 ao 8 do gráfico de Shewhart para os dados dos tetrápodes



cinco lotes para análise conforme a tabela [6]. Para o concreto da laje de fundo, parte em análise neste trabalho, os corpos de prova foram moldados entre os dias 27/11/2008 e 10/11/2009, com ensaios realizados no período de dezembro de 2008 a dezembro de 2009. Os dados foram organizados em treze lotes, de acordo com a tabela [7 (a e b)].

### 3.2 Análise estatística

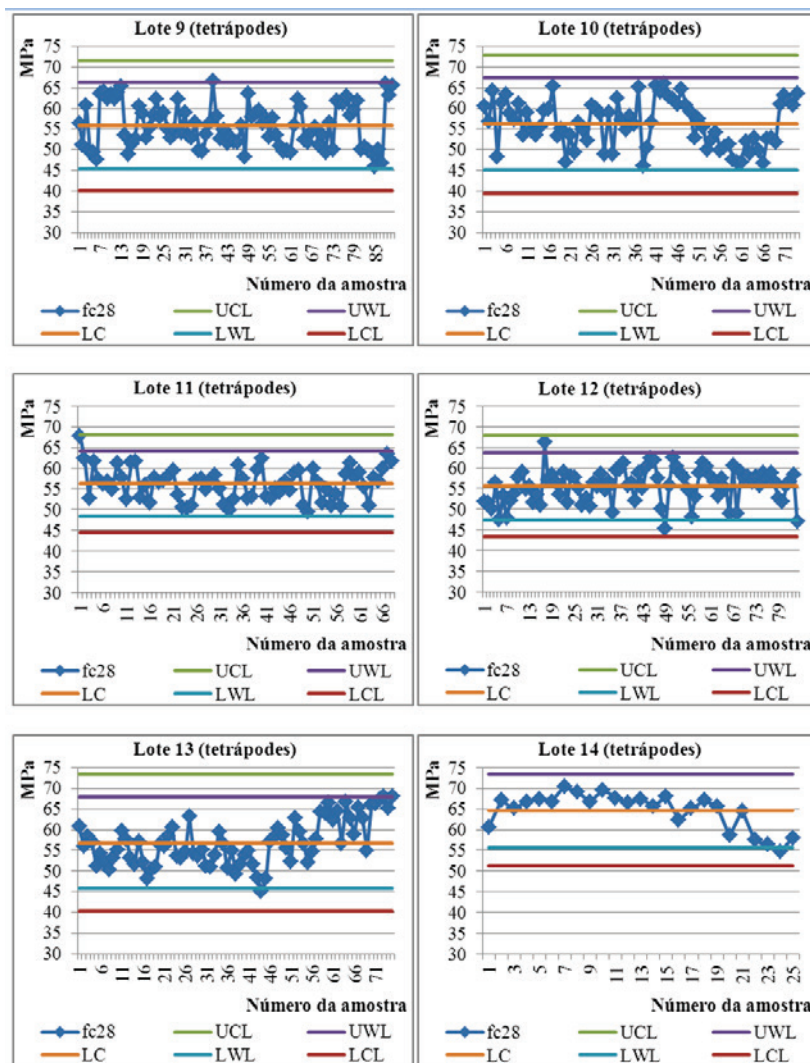
Para a classificação da ACI 214 (2002) os valores dos coeficientes de variação dos concretos ficam na maior parte classificados entre excelente, muito bom e bom e, poucos lotes enquadrados no controle razoável.

A análise com a utilização de Shewhart apresentou principalmente pontos fora dos limites de alerta, porém, também, há alguns pontos fora dos limites de controle nos três grupos de dados.

Os últimos seis lotes (lote 9 ao 14) do concreto dos tetrápodes tiveram as maiores médias, ou seja, maiores valores para o parâmetro central dos gráficos, resultando nos maiores valores para os limites de controle e de alerta. O lote 10 foi o único que os dados dos exemplares não ultrapassaram nenhum dos limites. Os limites de controle foram excedidos em oito dos 1.299,00 exemplares, cerca de 0,62 %, enquanto que os limites de alerta tiveram 38,00 pontos em que foram excedidos, resultando em 2,93 %.

O concreto das estacas do terminal de contêineres mostrou dois dos 327,00 exemplares, cerca de 0,61 % pontos além dos limites de controle, enquanto que o limite superior de alerta teve onze pontos em que foram excedidos, resultando em 3,36 %. O lote 5 não teve valores dos exemplares acima ou abaixo os limites, enquanto que os demais tiveram características diferentes, ultrapassando os limites de controle inferior (lote 4) e o superior, no lote 2. Para os resultados de rompimento de corpos de prova da laje de

Figura 5 – Lotes 9 ao 14 do gráfico de Shewhart para os dados dos tetrápodes





fundo, num total 4.871,00 exemplares, sete pontos aleatórios foram detectados em quatro lotes excedendo o limite superior (um ponto nos lotes 7 e 8 e dois pontos nos lotes 5 e 8, cada um) e um lote para o limite inferior (no lote 13), representando 0,14 %, já os limites de alerta em cerca de 3,16 % dos exemplares.

As figuras [4], [5], [6], [7] e [8] demonstram os gráficos de Shewhart para os lotes dos concretos em análise.

Em proporção geral, ambas as distribuições Normal e Lognormal mostraram-se adaptadas aos valores de resistência à compressão dos concretos. Nos dados tiveram alguns poucos lotes que não se enquadram satisfatoriamente em nenhuma das distribuições, porém quando o resultado de uma distribuição encontrou enquadramento a outra obteve mesmo resultado. Por isso pode dizer que ambos os modelos representam de forma adequada os dados. Pois na maior parte dos lotes os valores da diferença máxima são inferiores ao parâmetro de comparação  $D(0,05; n)$ . As tabelas [8],

[9] e [10] mostram os resultados desta avaliação, para o concreto dos tetrápodes, estacas do cais e laje de fundo, respectivamente.

### 3.3 Análise dos critérios de aceitação

Assim como especificam as normas brasileiras, as obras em análise tiveram rigoroso controle de qualidade nas suas etapas construtivas. Para o concreto, aos 28 (vinte e oito) dias, da laje de fundo e dos tetrápodes o critério utilizado durante a fabricação foi a amostragem a total da ABNT NBR 12655 (2006) e para as estacas foi a amostragem parcial. O estudo com relação ao critério de aceitação das normas brasileira, norte americana e europeia, mostrou que para os dados da laje de fundo dois dos lotes estariam não conformes, o lote 4, pela norma ABNT NBR 12655 (2006) – critério de amostragem parcial e pela ACI 318 (2011) e o lote 13 pela ABNT NBR 12655 (2006) – critério de amostragem parcial e pela EN 206-1 (2000).

Figura 6 – Lotes 1 ao 5 do gráfico de Shewhart para os dados das estacas do terminal

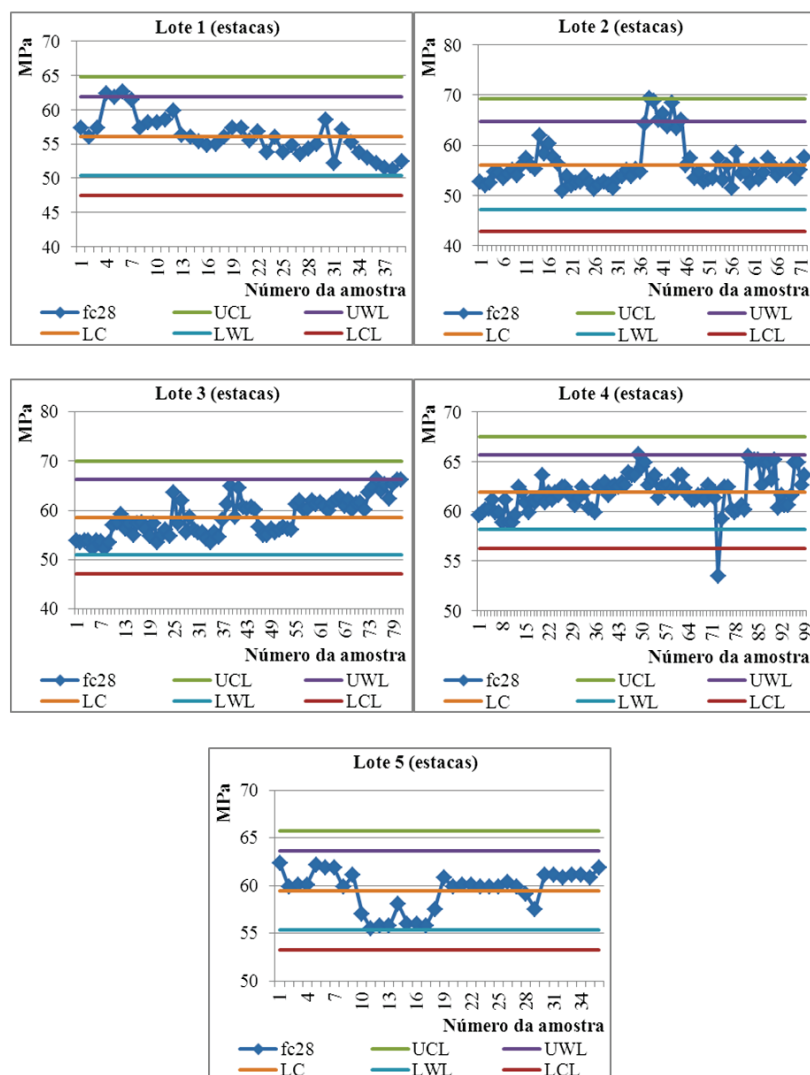


Figura 7 - Lotes 1 ao 8 do gráfico de Shewhart para os dados da laje de fundo

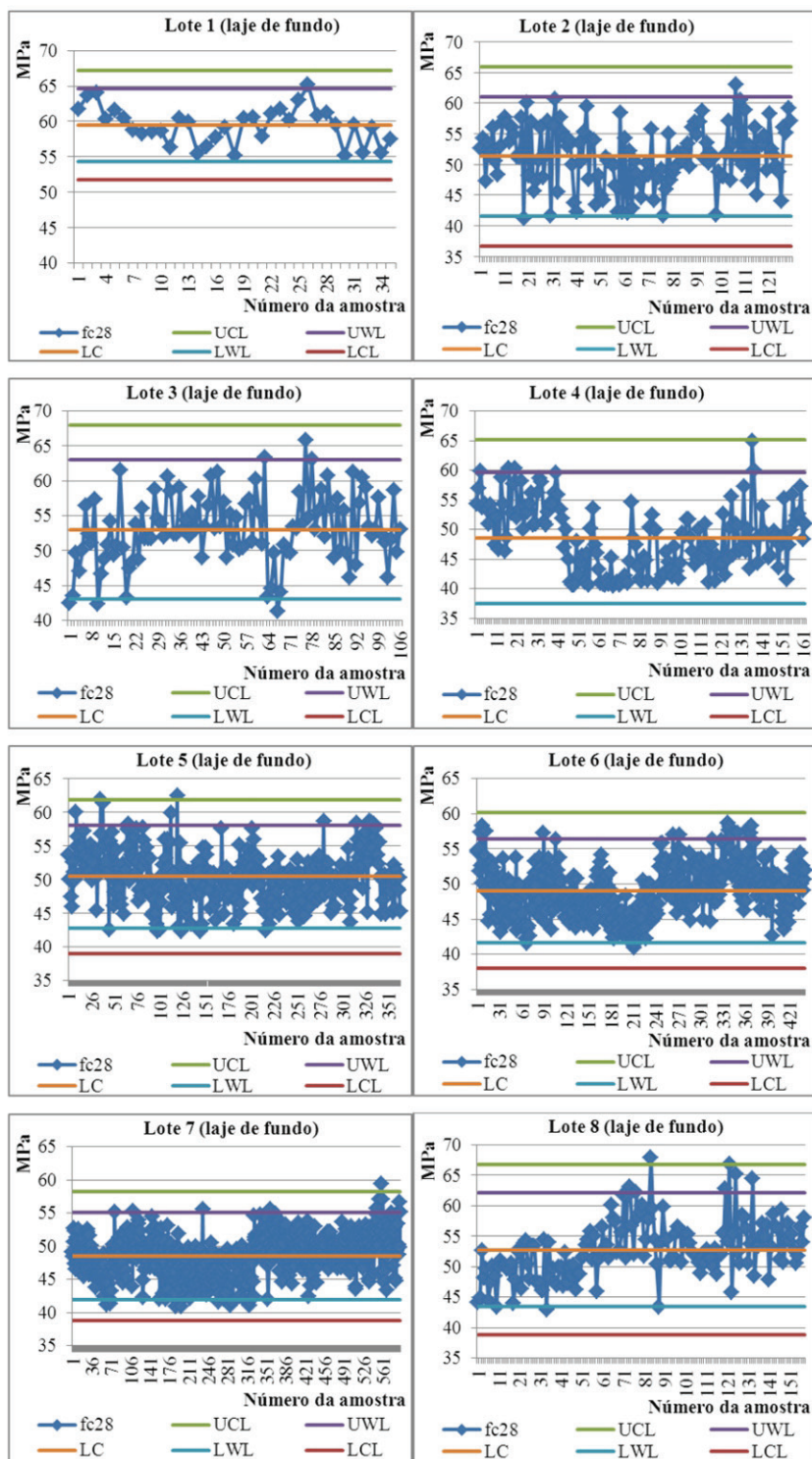


Figura 8 – Lotes 9 ao 13 do gráfico de Shewhart para os dados da laje de fundo

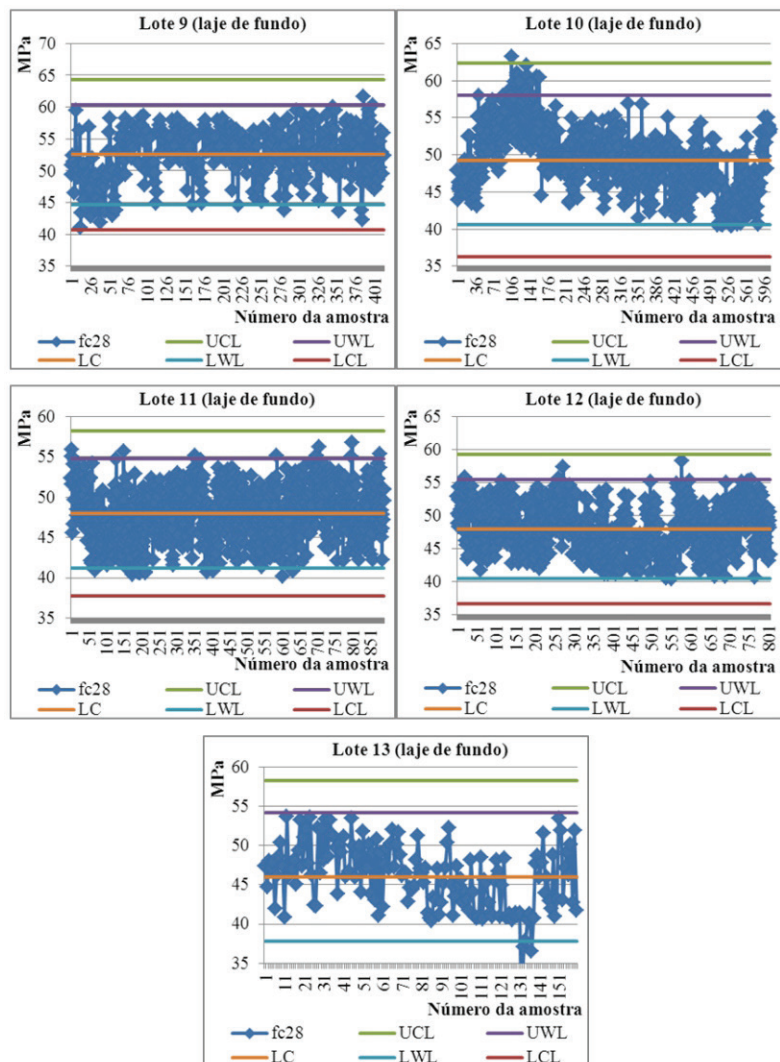


Figura 9 – Resistência estimada pelos métodos da ANBT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) do concreto da laje de fundo

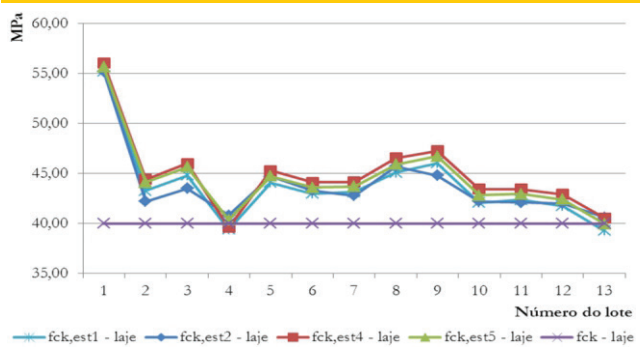
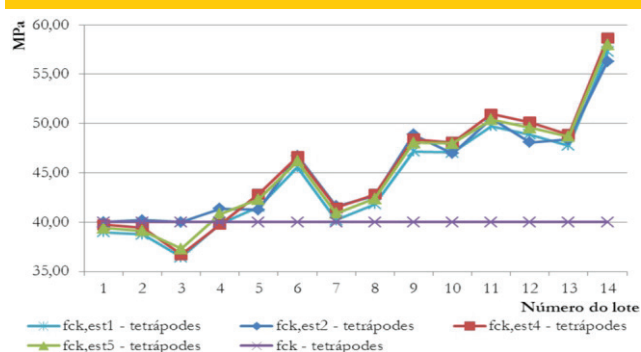


Figura 10 – Resistência estimada pelos métodos da ANBT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) do concreto dos tetrápodes



**Tabela 9 – Resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov para os dados das estacas do cais do terminal**

Lote	Quant. exemplar (n)	s (MPa)	Diferença máxima		D (0.05; n)	Decisão
			Normal	Lognormal		
1	39	2,90	0,1123	0,1032	0,2178	Lognormal
2	72	4,40	0,2195	0,2041	0,1603	-
3	81	3,82	0,1220	0,1152	0,1511	Lognormal
4	99	1,87	0,1025	0,0995	0,1367	Lognormal
5	36	2,08	0,2310	0,2366	0,2267	-

**Tabela 10 – Resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov para o concreto da laje de fundo**

Lote	Quant. exemplar (n)	s (MPa)	Diferença máxima		D (0.05; n)	Decisão
			Normal	Lognormal		
1	35	2,58	0,0801	0,0838	0,2299	Normal
2	130	4,88	0,0387	0,0458	0,1193	Normal
3	106	5,00	0,0568	0,0556	0,1321	Lognormal
4	162	5,53	0,0671	0,0668	0,1069	Lognormal
5	364	3,82	0,0617	0,0474	0,0713	Lognormal
6	441	3,69	0,0402	0,0370	0,0648	Lognormal
7	593	3,25	0,0384	0,0517	0,0558	Normal
8	158	4,66	0,0739	0,0578	0,1082	Lognormal
9	414	3,93	0,0696	0,0722	0,0668	-
10	609	4,35	0,0261	0,0279	0,0551	Normal
11	892	3,40	0,0504	0,0531	0,0455	-
12	807	3,76	0,0541	0,0540	0,0479	-
13	160	4,09	0,0582	0,0627	0,1075	Normal

E para os dados dos tetrápodes as normas brasileira (método da amostragem parcial), norte americana e europeia apresentariam não conformidades em até quatro lotes. Os lotes de números 1, 2, 3 e 4 teriam não conformidade pela amostragem parcial da ABNT NBR 12655 (2006) e pela ACI 318 (2011). Ou então, os lotes 1, 2 e 3 pela EN 206-1 (2000).

Já os lotes do concreto das estacas pré-moldadas protendidas do cais tiveram conformidade e seriam aceitos com folga por todos os métodos/critérios de aceitação das normas analisadas.

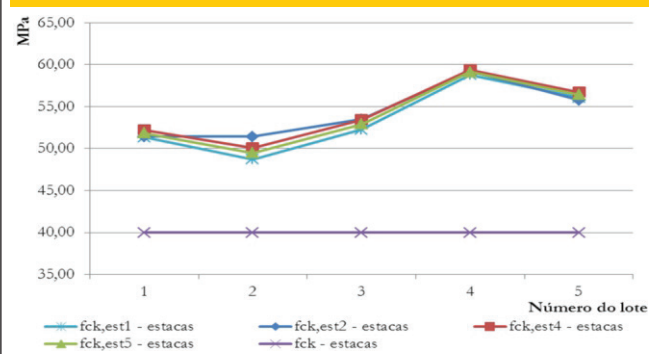
Nas figuras [9], [10] e [11] pode-se, também, verificar que os valores da resistência estimada pela ACI 318 (2011), resultaram em valores superiores às demais normas, seguido pela EN 206-1 (2000) e, depois, pela ANBT NBR 12655 (2006), método da amostragem total. Isto pode ser explicado pelo fato desta metodologia apresentar diferença na definição do  $f_{ck}$ , quando comparado aos modelos brasileiro e europeu. Pois na composição as equações do ACI 318 (2011) consideram que 9,00 % dos valores podem ser inferiores ao valor de  $f_{ck}$  de projeto, diferente das demais normas que consideram valores inferiores de 7,00 % e 5,00 % para a EN 206-1 (2000) e ABNT NBR 12655 (2006), respectivamente.

As análises estatísticas realizadas mostraram que todos os concretos analisados; laje de fundo, tetrápodes e estacas do cais; atenderam aos requisitos de qualidade em relação à resistência prescritos pelas normas brasileiras em todas as etapas do processo produtivo.

#### 4. Conclusões

Nas análises realizadas com relação ao coeficiente de variação dos lotes pode-se concluir que durante o processo de produção

**Figura 11 – Resistência estimada pelos métodos da ABNT NBR 12655 (2006), ACI 318 (2011) e EN 206-1 (2000) do concreto das estacas do terminal**





houve um bom controle de qualidade buscando a aceitação de todos os lotes.

A aplicação do método de controle de Shewhart mostrou, de forma clara e simples, a sensibilidade desta metodologia para detectar pequenas alterações nos resultados durante o processo produtivo. Devido a simplicidade de aplicação deste tipo de gráfico de controle o mesmo pode ser empregado para o controle de muitos processos apoiando na constatação de mudanças nas características dos produtos e na verificação de não conformidades.

Para a verificação dos critérios de aceitação das normas analisadas todos os 32,00 (trinta e dois) lotes verificados, para as três obras, tiveram aceitação total pela ABNT NBR 12655 (2006), critério de amostragem total,  $f_{ck,est}^2$ . Sendo que no caso dos 05 (cinco) lotes de concreto das estacas os mesmos também tiveram aceitação total pelo critério de amostragem parcial,  $f_{ck,est}^1$ , critério este utilizado durante o processo de produção do concreto.

Já o critério de amostragem parcial da ABNT NBR 12655 (2006) se mostrou o mais rígido, com rejeição de alguns lotes no concreto empregado na laje de fundo e nos tetrápodes. Enquanto que a ACI 318 (2011) se mostrou menos rígida do que as demais normas, seguida pela EN 206-1 (2000). Mesmo que ambas tenham resultado em rejeição de alguns lotes, nos demais os valores das resistências à compressão estimada são superiores aos computados pelos métodos da norma brasileira.

Este trabalho evidenciou o minucioso controle tecnológico do concreto produzido e empregado nas estruturas da laje de fundo do dique seco do Estaleiro Rio Grande – ERG1, tetrápodes utilizados na ampliação dos molhes da Barra do Rio Grande e estacas da ampliação do cais do Terminal de Contêineres do Rio Grande. Controle este que corroborou para a aceitação destas estruturas, confirmação da confiabilidade e segurança necessários e gerou um banco de dados com grande número de resultados experimentais da comprovação da resistência à compressão potencial dos concretos destas infraestruturas.

## 5. Referências bibliográficas

- [01] ACI COMMITTEE 214. Evaluation of Strength Test Results of Concrete (ACI 214R-02). American Concrete Institute, 2002.
- [02] ACI COMMITTEE 318. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-11). American Concrete Institute, 2011.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cimento Portland Comum. NBR 5732. Rio de Janeiro, 1991.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Cimento Portland Pozolânico. NBR 5736. Rio de Janeiro, 1991.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. NBR 5739. Rio de Janeiro, 2007.
- [06] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. NBR 6118. Rio de Janeiro, 2007.
- [07] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Execução de concreto dosado em central. NBR 7212. Rio de Janeiro, 2012
- [08] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto de cimento Portland – Preparo, controle e recebimento – Procedimento. NBR 12655. Rio de Janeiro, 2006.
- [09] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. NBR NM 67. Rio de Janeiro, 1996.
- [10] AZEVEDO, C. P. B.; DINIZ, S. M. C. Estudo probabilístico da resistência à compressão de concretos utilizados em fundações. In: 50º Congresso Brasileiro do Concreto, Anais..., Salvador – BA, 2008.
- [11] DEVORE, Jay L. Probabilidade e estatística: para engenharia e ciências. Tradução: Joaquim Pinheiro Nunes da Silva. E. Pioneira Thomson Learning. São Paulo, 2006.
- [12] EN 206-1. Concrete - Part 1: Specification, performance, production and conformity. European Committee for Standardization. 2000.
- [13] FARIA, Regina H. Y.; REAL, Mauro V.; DIAS, Claudio R. R. Trabalho da disciplina de Confiabilidade em Engenharia Oceânica. 2010. Universidade Federal do Rio Grande.
- [14] FAVARIN, J. V. R. Metodologia de formulação de estratégia de produção para estaleiros brasileiros. Dissertação de mestrado apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Ed. Rev. São Paulo, 2011. Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.
- [15] GIBB Ian; HARRISON Ton. Use of control charts in the production of concrete. Ed. Rev. MPA/BRMCA – ERMCO. 2010.
- [16] GIRELI, Everton Luiz. Concretos pré-fabricados de elevado desempenho da obra do terminal de contêineres do Porto de Rio Grande – Controle de qualidade e os métodos estatísticos. Trabalho de conclusão do curso da Engenharia Civil. Departamento de Materiais e Construção da FURG. Rio Grande, 2007.
- [17] MAGALHÃES, Fabio Costa. Estudo probabilístico da resistência à compressão e da resistência à tração na flexão dos concretos utilizados na construção do dique seco do estaleiro rio grande, no Superporto, em Rio Grande – RS. Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal do Rio Grande. Ed. Rev. Rio Grande, 2009. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.
- [18] LARROSSA, M. C.; MAGALHÃES, F. C.; REAL, M. V. Concreto da laje de fundo do dique seco do Polo Naval do Rio Grande: análise estatística básica. In: 53º Congresso Brasileiro do Concreto, 2011, Florianópolis. Anais. São Paulo: IBRACON, 2011. v. 1. p. 1-16.
- [19] MIGLIORINI, A. V. Estudo de fibras de aço em blocos de concreto para a possível utilização em carapaça de molhes. Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal do Rio Grande. Ed. Rev. Rio Grande, 2011. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica.
- [20] WALPOLE, Ronald E. et. al. Probabilidade e estatística para engenharia e ciências. Tradução Luciane F. Pauleti Vianna. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.



## Design of reinforced concrete walls casted in place for the maximum normal stress of compression

### *Dimensionamento de paredes de concreto armado moldadas no local para a máxima tensão normal de compressão*



T. C. BRAGUIM<sup>a</sup>  
thales@osmb.com.br

T. N. BITTENCOURT<sup>a</sup>  
tbitten@gmail.com

#### Abstract

It is important to evaluate which designing models are safe and appropriate to structural analysis of buildings constructed in Concrete Wall system. In this work it is evaluated, through comparison of maximum normal stress of compression, a simple numerical model, which represents the walls with frame elements, with another much more robust and refined, which represents the walls with shells elements. The designing of the normal stress of compression it is done for both cases, based on NBR 16055, to conclude if the wall thickness initially adopted, it is enough or not.

**Keywords:** reinforced concrete walls; numerical models; normal stress of compression.

#### Resumo

É fundamental se conhecer quais modelos numéricos são seguros e pertinentes para a análise estrutural de edificações construídas pelo sistema Paredes de Concreto. Neste trabalho é avaliado, por meio da comparação da máxima tensão normal de compressão, um modelo numérico mais simples, que discretiza as paredes em elementos de barra, com outro mais robusto e refinado que discretiza as paredes com elementos de casca. A verificação do dimensionamento da máxima tensão normal de compressão é realizada para os dois casos, considerando as premissas da norma brasileira NBR 16055 a fim de concluir se a espessura das paredes adotada inicialmente é suficiente ou não.

**Palavras-chave:** paredes de concreto armado; modelos numéricos; tensão normal de compressão.

<sup>a</sup> Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

## 1. Introduction

Since 2007, a significant use of the system known as Concrete Wall has been influenced the Brazilian residential construction market. In April 2012, a Brazilian code exclusively devoted to this system was published. Besides that, the challenge in reducing housing deficit stimulate the use of this alternative method, because when properly applied it provides high productivity and lower costs compared with other construction methods. As it is a constructive method which the main concept brings the idea of the industrialization of the construction, it is important to highlight that it is necessary to consider the time for the structure execution (one advantage of the Concrete Wall System because it is considered fast), to make a realistic comparison of costs between it and the conventional method or the structure masonry, for instance. In terms of structural design it is important to evaluate which designing models are safe and appropriate to structural analysis of buildings constructed in Concrete Wall System. This work presents the comparison of results between some possible numerical models to design a concrete wall for the maximum normal stress of compression, as the recent Brazilian code NBR 16055:2012 - *Concrete wall castes in place for building construction – Requirements and proceedings* [4].

### 1.1 Initial consideration

In the structural design of buildings constructed by Concrete Walls system, the thickness of the walls is one of the main settings to be made. This definition involves several variables such as, the height of the building, the external forces acting in it, the resistance of the materials used and the assumptions of how these walls are represented numerically.

Normally the walls of a building of concrete walls are subjected to normal compressive stresses that are superior on the normal tensile and shear stresses. Thus, the definition of wall thickness is made by comparing the maximum normal stress of compression with the ultimate normal stress of compression according with some code.

### 1.2 Aims

This study aims to compare the maximum normal stress of compression in the critical cross section of the concrete walls of a building, obtained by two different numerical models, and verify it with the ultimate strength of compression calculated by the NBR 16055 [4]. From the comparison of results is a purpose evaluate the quality of the simpler model over more refined model and see if the wall thickness adopted initially is sufficient.

### 1.3 Method

It was used as a study case, the building Condomínio das Árvores, built in 2012 in São Bernado do Campo by construction Sergus Construções e Comércio Ltda.

The building was modeled using the finite element method. The first model, called Finite Element Model (MEF), and taken as a reference model for the comparison of results to be the most refined, represents the walls with shell Tridimensional Frame Model (MPT). First, the distribution of vertical loads on the walls is done according to each numerical model. The concentrated characteristic normal

force, obtained only by vertical loads, is compared between the models at the foundation level, in order to verify the differences.

Then the characteristic normal forces and bending moments obtained from some walls, considering only horizontal actions, are compared through their diagrams.

The combination of vertical and horizontal actions is done to obtain the maximum normal stress of compression. This result is compared between the two models on some walls of the studied building.

Finally, it is calculated the ultimate strength of compression using the expression given in NBR 16055 [4], and it is checked whether the thickness of the walls of the building studied initially adopted, it is enough to resist to normal stresses of compression.

It is noteworthy that the NBR 16055 [4] covers concepts that go beyond the NBR 6118:2007 - Design of concrete structures - Procedures [1], such as the definition of concrete wall. According to NBR 16055 [4], in item 14.4, a concrete wall is defined when the length of the wall is greater than or equal to ten times its thickness. The NBR 6118 [1] defines pillar-wall, on your item 14.4.2.4, when the largest cross-sectional dimension of a pillar is greater than or equal to 5 times their smaller size. Another observation is that this paper brings a study of walls, and not wall-beams. That means that the concrete walls analyzed have continuous support throughout your base, unlike the wall-beams that have discrete support.

The numerical models (FEM and MPT) were developed in

**Figure 1 – Building Condomínio das Árvores under construction – 13 type floors concreted**



SAP2000 software - version 15, based on the Finite Element Method, considering linear elastic analysis. The interaction between soil and structure was not considered.

## 2. Study case

It was used an adaptation of the building Condomínio das Árvores of the enterprise Reserva Jardim Botânico, built in the city of São Bernardo do Campo, in 2012, by the construction Sergus Construções e Comércio Ltda, as shown in Figure [1]. The structural design was provided by OSMB Engineers and Associates S / S Ltda.

The geometry of the building was adapted in relation to the building constructed in order to simplify the numerical modeling. However, its main features have been retained. All measurements were multiple of 40 cm, and the number of floors was adopted equal to fifteen types, thus not having the transition from the ground to the first floor and the attic, provided for in the original design. It was considered the distance between floors of 2.80 m. The Figure [2] shows the type floorplan with walls and lintels (regions above and below doors and windows) of reinforced concrete, named as the horizontal and vertical directions. Though the massive concrete slabs are not named in Figure [2], they were considered in the whole floorplan, with a thickness of 10 cm, except in pressurization, lift and installations openings, where a hole is represented

by X . The stairwell was considered to be a massive slab of 10 cm thick. The only pillar in the structure is also made with reinforced concrete and it is located at the middle of the stairwell. In the floorplan it is represented by a hatch in red.

## 3. Loads considered

### 3.1 Vertical loads

The vertical loads considered were the permanent loads (dead loads) and the accidental loads (live loads) according to NBR 6120 [2]. For that were considered:

- own weight for the structure elements:  $\gamma = 250 \text{ kN/m}^3$ ;
- permanent loads (dead loads):  $g_L = 1,0 \text{ kN/m}^2$ ;
- accidental loads (live loads):  $q_L = 1,5 \text{ kN/m}^2$ .

To calculate the reactions of slabs on the walls, it was used the method of plastic hinges which is based in the approximate position of the break lines that define the areas of influence of the slabs on the walls.

Figure [3] shows the areas of influence of the slabs to unload their loads in walls and lintels by the method of plastic hinges.

The values of the areas of influence ( $A_L$ ), lengths of influence ( $L_{inf}$ ), along which the load of their area of influence is distributed in the walls and/or lintels and the concentrated loads (P) and distribut-

Figure 2 – Type floor plan of the study case: geometry (cm) and names of walls and lintels

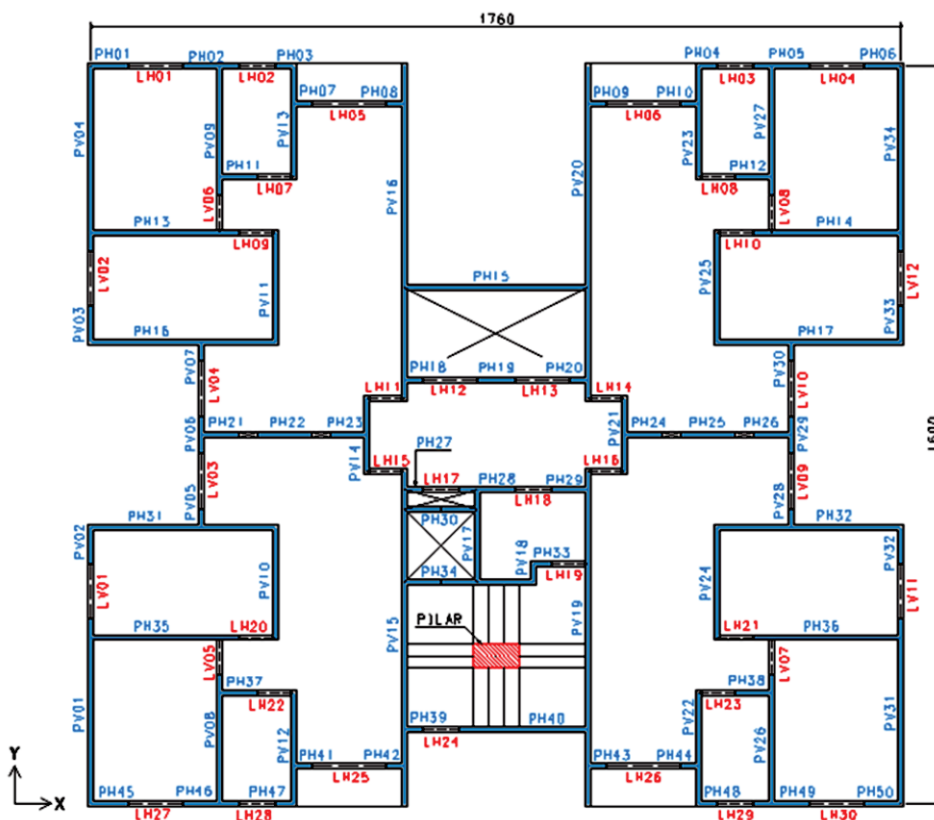
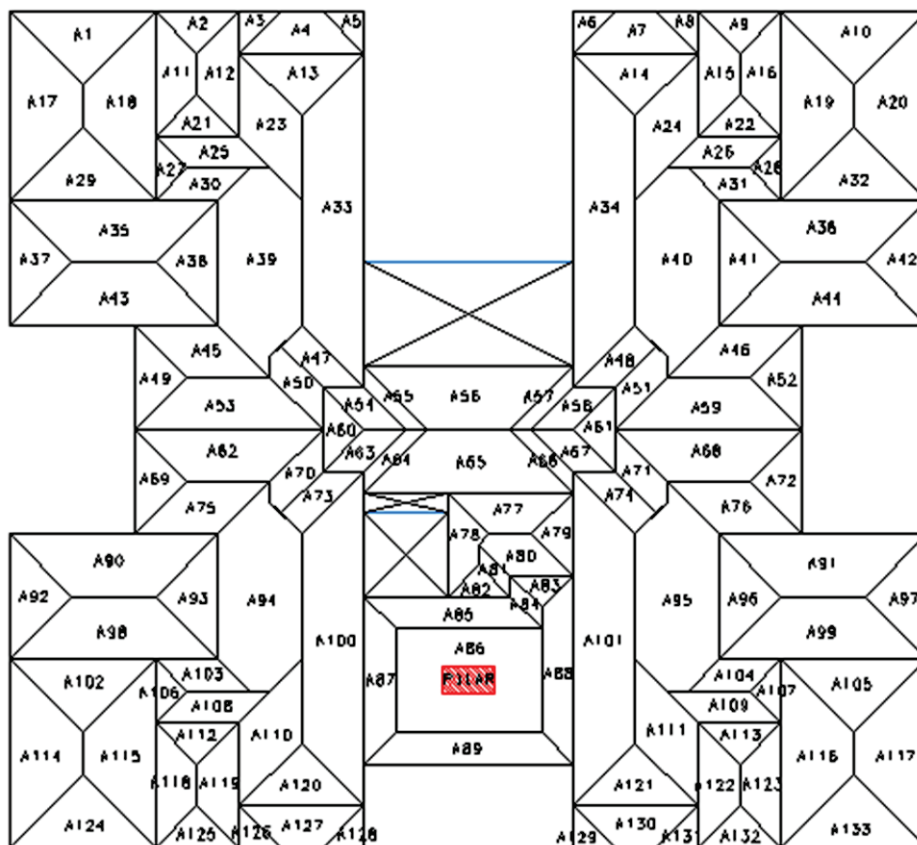


Figure 3 – Areas of influence of the slabs on the walls and lintels



ed loads ( $p$ ), acting in the length of influence, are shown in Table [1]. Corrêa and Ramalho [7] reported that the definition of how the action of the slabs on the walls that serve as support takes place, and also how interactions occur between walls, are crucial to obtain a coherent structural analysis aspects of the walls.

### 3.2 Horizontal loads

This work was just considered horizontal loads due to wind and out of plumb load, centered.

The ABNT NBR 6123:1988 - Forces due to wind on buildings [5], allows to transform the wind pressures that fall perpendicularly on the surface of the walls in static forces. For this it is necessary to define the characteristic wind speed as shown in Equation [1]:

$$v_k = v_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \tag{1}$$

where  $v_k$  is the characteristic wind velocity (m/s),  $v_0$  is the basic wind speed (m/s),  $S_1$  is the topographic factor,  $S_2$  is the factor which considers the roughness of the terrain and the variation of wind speed with the height of a building and its dimensions in plan and  $S_3$  is the statistical factor.

The dynamic wind pressure  $q_{vento}$  (N/m<sup>2</sup>) is determined by the characteristic wind velocity as pointed in item 4.2 of NBR 6123 [5], described in Equation [2]:

$$q_{vento} = 0,613v_k^2 \tag{2}$$

Finally the drag force which is the component of the global wind force in a given direction is defined by Equation [3]:

$$F_a = C_a \cdot q_{vento} \cdot A_e \tag{3}$$

in which,  $F_a$  is the drag force in the direction of the wind,  $C_a$  is the drag coefficient as wind direction and  $A_e$  is the effective frontal area on a plane perpendicular to the wind direction.

The out of plumb caused by eccentricities arising from construction of a building is considered in the structure by horizontal loads equivalents to this displacements. As indicated in the NBR 16055 [4] for multi-story buildings, must be considered a

global out of plumb through an angle of out of plumb, calculated by Equation [4]:

$$\theta = \frac{1}{170 \cdot \sqrt{H}} \quad (4)$$

where,  $\theta$  is the angle of out of plumb (rad) and H is the total height of the building (m).

The equation [5] transform the effect of the out of plumb into an equivalent horizontal force ( $F_{dp}$ ) in terms of  $\theta$  and total vertical load on the floor, represented by  $\Delta P$ .

$$F_{dp} = \Delta P \theta \quad (5)$$

**Table 1 - Values of the areas of influence of the slabs on the walls and lintels and their respective loads**

Area of influence and loads from the slabs														
Area	A (m <sup>2</sup> )	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)	Area	A (m <sup>2</sup> )	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)	Area	A (m <sup>2</sup> )	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)
A1	1,96	2,80	9,80	3,50	A46	1,60	1,60	8,00	5,00	A91	3,36	4,00	16,80	4,20
A2	0,64	1,60	3,20	2,00	A47	0,80	0,80	4,00	5,00	A92	1,44	2,40	7,20	3,00
A3	0,32	0,80	1,60	2,00	A48	0,80	0,80	4,00	5,00	A93	1,44	2,40	7,20	3,00
A4	1,28	2,40	6,40	2,67	A49	1,00	2,00	5,00	2,50	A94	5,12	2,40	25,60	10,67
A5	0,32	0,80	1,60	2,00	A50	0,76	0,80	3,80	4,75	A95	5,12	2,40	25,60	10,67
A6	0,32	0,80	1,60	2,00	A51	0,76	0,80	3,80	4,75	A96	1,44	2,40	7,20	3,00
A7	1,28	2,40	6,40	2,67	A52	1,00	2,00	5,00	2,50	A97	1,44	2,40	7,20	3,00
A8	0,32	0,80	1,60	2,00	A53	2,60	3,60	13,00	3,61	A98	3,36	4,00	16,80	4,20
A9	0,64	1,60	3,20	2,00	A54	0,64	0,80	3,20	4,00	A99	3,36	4,00	16,80	4,20
A10	1,96	2,80	9,80	3,50	A55	0,40	0,40	2,00	5,00	A100	6,24	6,40	31,20	4,88
A11	1,28	2,40	6,40	2,67	A56	3,36	4,00	16,80	4,20	A101	6,24	6,40	31,20	4,88
A12	1,28	2,40	6,40	2,67	A57	0,40	0,40	2,00	5,00	A102	1,96	2,80	9,80	3,50
A13	1,44	2,40	7,20	3,00	A58	0,64	0,80	3,20	4,00	A103	0,72	1,20	3,60	3,00
A14	1,44	2,40	7,20	3,00	A59	2,60	3,60	13,00	3,61	A104	0,72	1,20	3,60	3,00
A15	1,28	2,40	6,40	2,67	A60	0,64	1,60	3,20	2,00	A105	1,96	2,80	9,80	3,50
A16	1,28	2,40	6,40	2,67	A61	0,64	1,60	3,20	2,00	A106	0,36	1,20	1,80	1,50
A17	3,08	3,60	15,40	4,28	A62	2,60	3,60	13,00	3,61	A107	0,36	1,20	1,80	1,50
A18	3,08	3,60	15,40	4,28	A63	0,64	0,80	3,20	4,00	A108	0,96	1,60	4,80	3,00
A19	3,08	3,60	15,40	4,28	A64	0,40	0,40	2,00	5,00	A109	0,96	1,60	4,80	3,00
A20	3,08	3,60	15,40	4,28	A65	3,36	4,00	16,80	4,20	A110	1,92	1,60	9,60	6,00
A21	0,64	1,60	3,20	2,00	A66	0,40	0,40	2,00	5,00	A111	1,92	1,60	9,60	6,00
A22	0,64	1,60	3,20	2,00	A67	0,64	0,80	3,20	4,00	A112	0,64	1,60	3,20	2,00
A23	1,92	1,60	9,60	6,00	A68	2,60	3,60	13,00	3,61	A113	0,64	1,60	3,20	2,00
A24	1,92	1,60	9,60	6,00	A69	1,00	2,00	5,00	2,50	A114	3,08	3,60	15,40	4,28
A25	0,96	1,60	4,80	3,00	A70	0,76	0,80	3,80	4,75	A115	3,08	3,60	15,40	4,28
A26	0,96	1,60	4,80	3,00	A71	0,76	0,80	3,80	4,75	A116	3,08	3,60	15,40	4,28
A27	0,36	1,20	1,80	1,50	A72	1,00	2,00	5,00	2,50	A117	3,08	3,60	15,40	4,28
A28	0,36	1,20	1,80	1,50	A73	0,80	0,80	4,00	5,00	A118	1,28	2,40	6,40	2,67
A29	1,96	2,80	9,80	3,50	A74	0,80	0,80	4,00	5,00	A119	1,28	2,40	6,40	2,67
A30	0,72	1,20	3,60	3,00	A75	1,60	1,60	8,00	5,00	A120	1,44	2,40	7,20	3,00
A31	0,72	1,20	3,60	3,00	A76	1,60	1,60	8,00	5,00	A121	1,44	2,40	7,20	3,00
A32	1,96	2,80	9,80	3,50	A77	1,28	2,40	6,40	2,67	A122	1,28	2,40	6,40	2,67
A33	6,24	6,40	31,20	4,88	A78	0,88	2,00	4,40	2,20	A123	1,28	2,40	6,40	2,67
A34	6,24	6,40	31,20	4,88	A79	0,64	1,60	3,20	2,00	A124	1,96	2,80	9,80	3,50
A35	3,36	4,00	16,80	4,20	A80	0,92	1,20	4,60	3,83	A125	0,64	1,60	3,20	2,00
A36	3,36	4,00	16,80	4,20	A81	0,24	0,40	1,20	3,00	A126	0,32	0,80	1,60	2,00
A37	1,44	2,40	7,20	3,00	A82	0,36	1,20	1,80	1,50	A127	1,28	2,40	6,40	2,67
A38	1,44	2,40	7,20	3,00	A83	0,36	1,20	1,80	1,50	A128	0,32	0,80	1,60	2,00
A39	5,12	2,40	25,60	10,67	A84	0,24	0,40	1,20	3,00	A129	0,32	0,80	1,60	2,00
A40	5,12	2,40	25,60	10,67	A85	1,68	2,80	8,40	3,00	A130	1,28	2,40	6,40	2,67
A41	1,44	2,40	7,20	3,00	A86	5,60	1,00	28,00	28,00	A131	0,32	0,80	1,60	2,00
A42	1,44	2,40	7,20	3,00	A87	1,56	3,20	7,80	2,44	A132	0,64	1,60	3,20	2,00
A43	3,36	4,00	16,80	4,20	A88	1,80	3,60	9,00	2,50	A133	1,96	2,80	9,80	3,50
A44	3,36	4,00	16,80	4,20	A89	2,04	4,00	10,20	2,55	-	-	-	-	-
A45	1,60	1,60	8,00	5,00	A90	3,36	4,00	16,80	4,20	-	-	-	-	-



Figure 4 – Local axis system for the Shell element (CSI - SAP2000, 2011 (12))

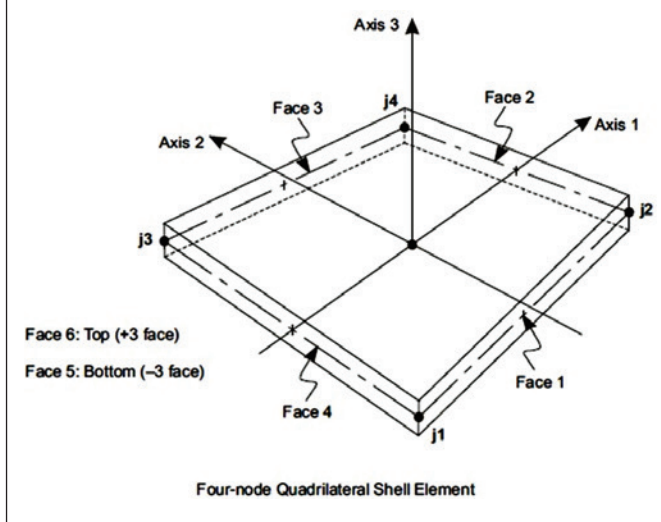
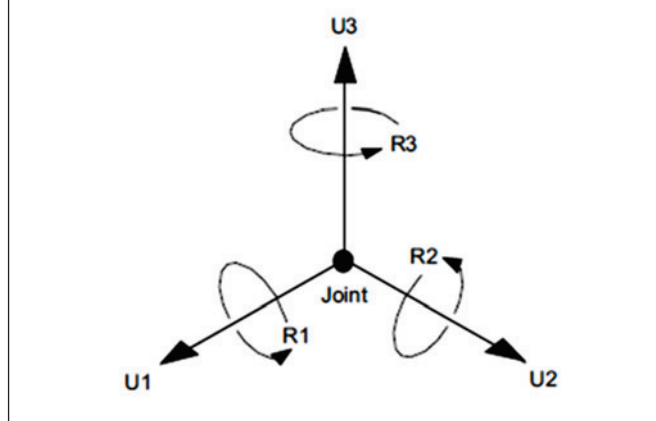


Figure 5 – Degrees of freedom for the node at certain finite element (CSI - SAP2000, 2011 (12))



## 4. Numerical models

### 4.1 Finite element model

The Finite Element Model named in this work refers to the representation of the walls of the building analyzed in square plane shell elements, with nodes only at the vertices. It was used the shell

element from software SAP2000 for such modeling, with dimensions 40 cm x 40 cm and thickness as the same as the wall, adopted equal to 12 cm. The system of local axes of the element and its four nodes are shown in Fig. [4]. The degrees of freedom for the element node are shown in Figure [5]. The slabs were not represented, and to simulate its behavior, it was used the tool rigid diaphragm. Figure [6] shows the Finite Element Model of the studied building.

### 4.2 Tridimensional frame model

The Tridimensional Frame Model, named by Nascimento Neto [8],

Figure 6 – Building represented by Finite Elements Method (MEF)

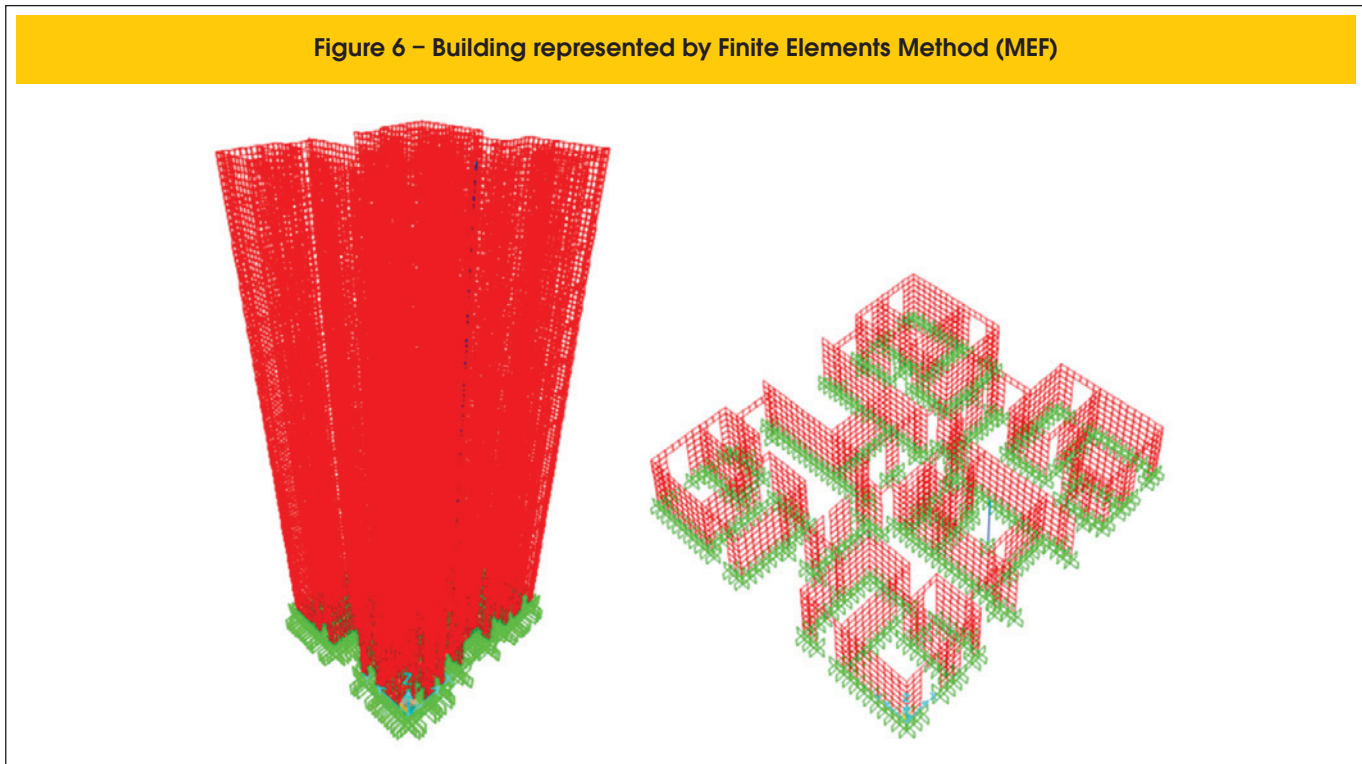
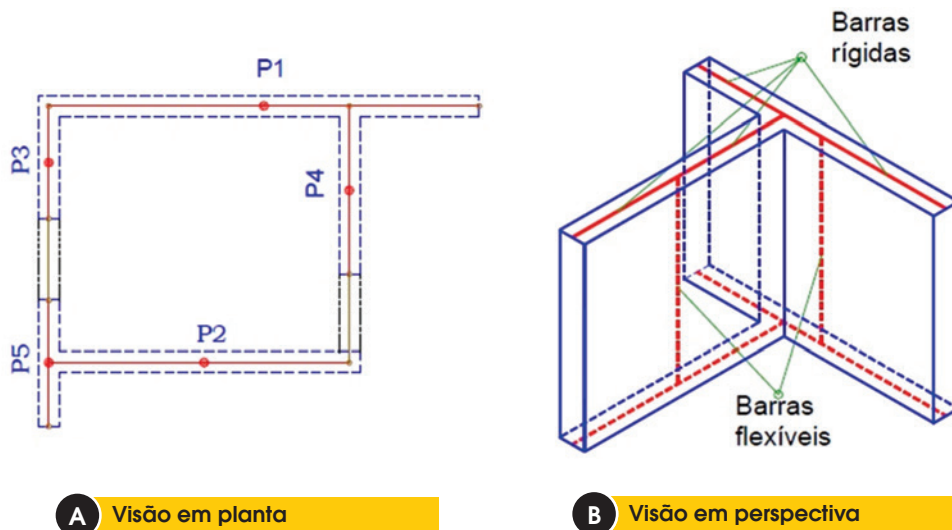


Figure 7 – Tridimensional Frame Model (CORRÊA, 2003 (6))



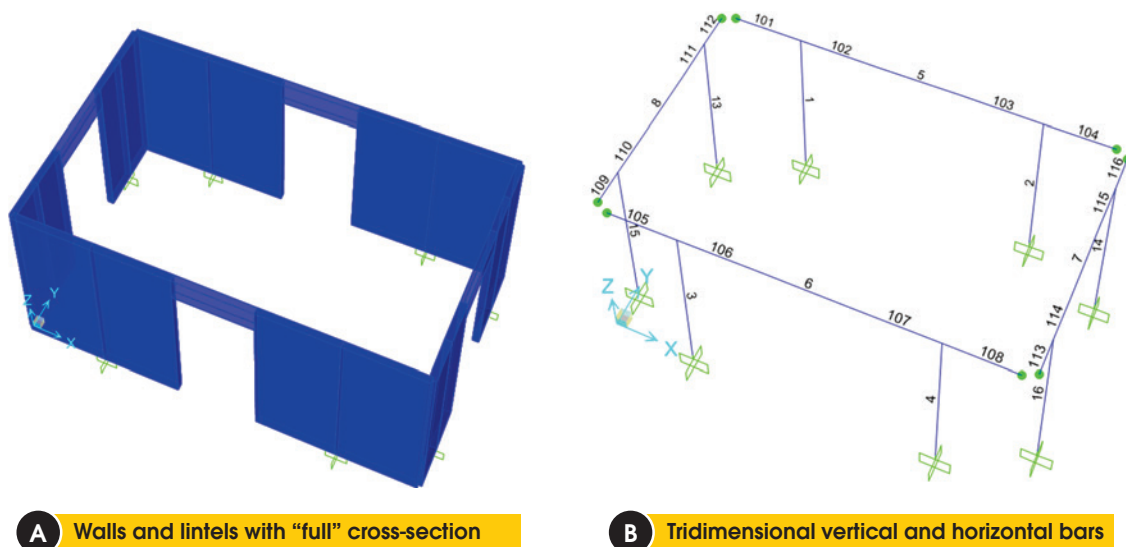
is an adaptation of a model proposed by Yagui [11], which makes the representation of hard-core in bar elements, horizontally restricted by slabs acting as a rigid diaphragm.

The adaptation of Yagui [11] model proposed by Nascimento Neto [8] and called Tridimensional Frame Model has small changes in the formulation of the element, making it more comprehensive. Moreover, its application has been made in structural systems composed of walls, as in the case of buildings constructed in Structural Masonry and Concrete Walls. Nunes [10] used the Tridimen-

sional Frame Model to analyze the internal forces of a building of concrete walls, as well as Nascimento Neto [8] evaluated for the case of Structural masonry.

Unlike Yagui model, the Tridimensional Frame Model considers the flexural rigidity in the direction of lower inertia of the wall, because it is modeled by three-dimensional bar with six degrees of freedom at each end. However, the layout and some features of the bars in the Tridimensional Frame Model, are the same as in Yagui model, i.e.:

Figure 8 – Application of Tridimensional Frame Model



- a flexible vertical bar is positioned at the vertical axis of the wall having the elastic and geometric features that replaces the wall segment;
- beyond the bending deformation, the shear deformation is considered in flexible vertical bars;
- horizontal rigid bars are arranged at floor level and connect the ends of the walls to the flexible vertical bar; the height and width of the cross section is equal to the wall that the bar represents;
- the endpoints nodes of the horizontal rigid bars are articulated (except when the end is connected to a lintel or other rigid horizontal bar collinear), and the common node to the flexible vertical bar is continuous;
- horizontal rigid bars have infinite flexural rigidity in the plane and simulate the length of the walls and the interaction between them.

It is important to consider the shear deformation in the vertical bar elements due to the relatively large dimensions of the walls when compared to a beam, for example. According to NBR 16055 [4], in item 14.3, for the consideration of the wall as a structural bracing system, represented by linear element component, it is necessary to consider besides the bending deformation, the shear deformation. The horizontal bars are rigid and therefore such deformation is not considered therein.

The Tridimensional Frame Model is shown in Figure [7].

As Nascimento and Corrêa [9], the walls that intersect are interlinked / connected by horizontal rigid bars, in order to consider the interaction that effectively develops between walls, which is simulated by the shear that arises in the intersection node. Thus, the horizontal rigid bars that are not collinear, has its endpoint node articulated which is as well an intersection node. So the only degree of freedom associated to this node is vertical translation.

The inclusion of lintels is also possible in this model, which greatly increases the rigidity of the building. When taken, it is necessary that the connection between the lintel and the rigid horizontal bar is continuous so as to simulate a real contribution. Figure [8] shows an application of the Tridimensional Frame

Model to illustrate some of its features. In Figure [8a], walls and lintels are presented with their "full" cross sections. In Figure [8b], it is observed the three-dimensional vertical and horizontal bars, with their names. Analyzing the ends of the horizontal bars not collinear, it is noted that they have been articulated (the joint is represented by a green circle). It is also evident that the continuity between horizontal rigid bars and lintels was maintained (example: connecting the bar 102 to bar 5). There was also continuity in meeting vertical bars with horizontal bars (example: connecting the bar 1 with bars 101 and 102).

It is important to remember that as the wall is represented by a vertical bar which has the geometrical characteristics of the wall and horizontal bars having the same height and thickness of the wall and simulate its length, it is necessary to disregard the own weight of the horizontal bars. Otherwise, the weight of the wall would be counted twice.

In studies carried out in this work, it was multiplied by 100 the bending stiffness of the major inertia direction of the horizontal rigid bar in order to make them infinitely rigid in the plane of the wall.

The hypothesis of the slabs acting as a rigid diaphragm is also considered in the Tridimensional Frame Model. Thus, the initial and final nodes of the vertical bars are linked to the respective floor master node. Thus, in the six degrees of freedom at each end of the vertical bar, three are "slaves" to the master node of the floor, which are related to the two horizontal translations and rotation about the longitudinal axis of the vertical bar.

As previously mentioned, the Tridimensional Frame Model was developed by the finite element method in commercial software SAP2000. To represent the horizontal rigid bars and vertical flexible bars rigid bars, it was used the frame element from the library of elements of the program, which formulation is as Bathe e Wilson *apud* CSI [12]. The shear deformation is considered in this formulation, however, it was not considered in the horizontal rigid bars. The system of axes of the local frame element can be seen in Figure [9] and the degrees of freedom of a node element

Figure 9 – Local axis system for the Frame element (CSI - SAP2000, 2011 (12))

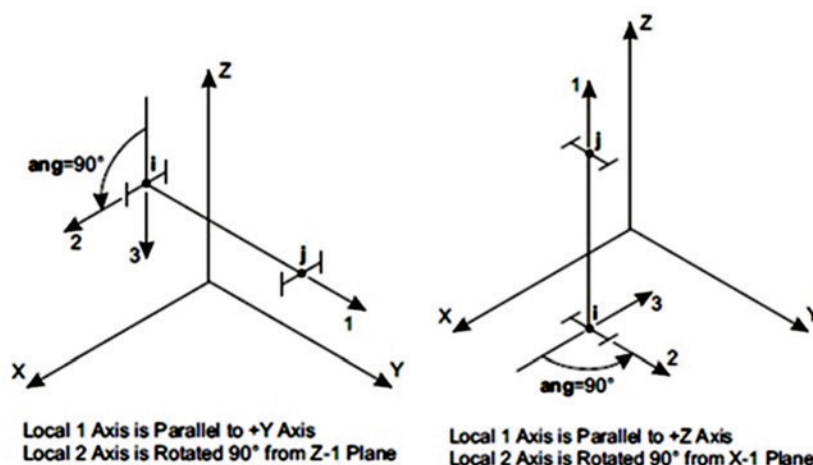
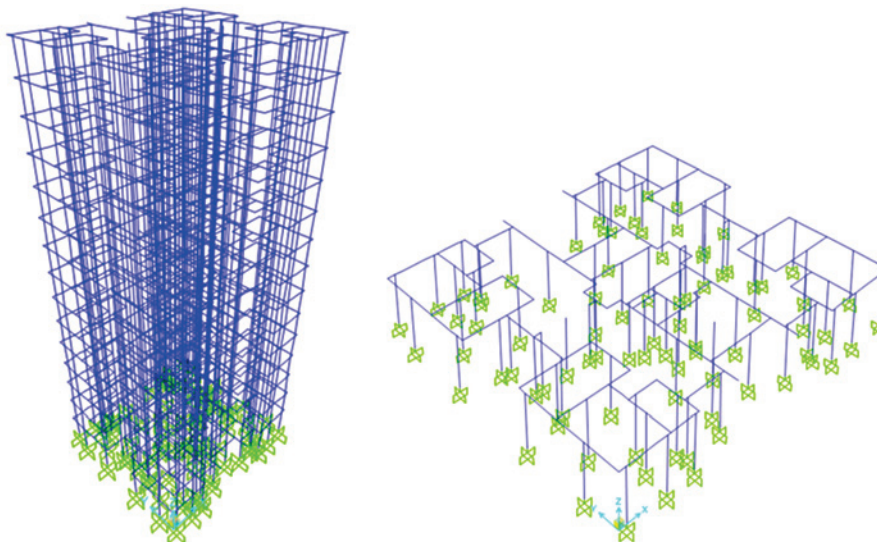


Figure 10 – Building represented by Tridimensional Frame Model



in Figure [5]. The Figure [10] shows the Tridimensional Frame Model applied to the studied building.

### 4.3 Mechanical properties of concrete

It was considered physical linearity to concrete material in both numerical model (MEF and MPT). The mechanical properties considered for the concrete material were: compression strength of 25 MPa (25000 kN/m<sup>2</sup>), secant modulus of elasticity  $E_c = 24000000$  kN/m<sup>2</sup>, Poisson's ratio  $\nu = 0.2$  and a specific weight  $\gamma_c = 250$  kN/m<sup>3</sup>. The material was considered as isotropic.

## 5. Results

### 5.1 Distribution of vertical loads

Table [2] compares the normal concentrated forces only from the vertical load ( $N_{k,vert}$ ), obtained by MEF and MPT at the foundation level models. The cells painted in green mean that the difference in outcome of MPT compared to MEF is less than or equal, in absolute value, than 5%, showing an excellent approximation. Those painted in yellow mean that the difference was obtained at all, greater than 5% and less than or equal to 15% range that describes the results as good value. Painted red cells show differences above 15% threshold at which the result is considered bad. The 15% limit which classifies the difference in results between calculation models as poor, was based on the coefficient  $\gamma_{f3}$  which considers the possible errors in the evaluation of the load effects, occurred by construction problems or by deficiency of the method of calculation employed. According to NBR 8681:2003 - *Actions and safety of structures - Procedures* [3], when considering the ultimate limit states, the  $\gamma_f$  coefficients can be considered as the product of  $\gamma_{f1}$ , considering the variability of the actions and,  $\gamma_{f3}$  that can be adopted equal to 1.18. This means that the

accuracy of a model calculation can vary by up to 18% without the degree of safety of the structure is affected.

The approximation of results is very good, since 93% of the walls showed differences of less than 5%, 2% of the walls differences between 5% and 15%, and only 5% of the walls showed poor result.

The walls PV14 and its symmetrical PV21, and the walls PH23 and its symmetrical PH24, showed differences of  $N_{k,vert}$ , between the two models analyzed, greater than 15% and up to 20.3%. The wall PH23 interacts with the wall PV14, and the wall PH24 interacts with the wall PV21 in order to standardize the vertical loads. So, each pair of these walls forms a group of walls. Note that the group of walls PH23-PV14 and PV21-PH24, are connected through lintels to much larger groups of walls, which are located in the middle of the building.

The interaction between groups with high rigidity with groups of relative small stiffness, through just a lintel, may be the cause of the difference in results for these cases, however this hypothesis needs to be examined.

Another important factor, and that makes the MPT in favor of safety, is the fact that all the poor results in terms of normal concentrated force are higher than the normal concentrated forces obtained by MEF model.

In order to show the verification of the maximum normal compressive stress, and avoid excessive results, it was decided to present the diagrams of internal forces of two shear walls in the horizontal direction (PH16 and PH34) and two shear walls in vertical direction (PV08 and PV15).

Figure [11] shows the normal force diagrams, considering only the distribution of vertical loads, of the PH16, PH34, PV08 and PV15 walls. It is noted that a good approximation results between MPT and MEF models occurs along the entire height of the wall.

### 5.2 Bending moment and normal force due to only horizontal actions

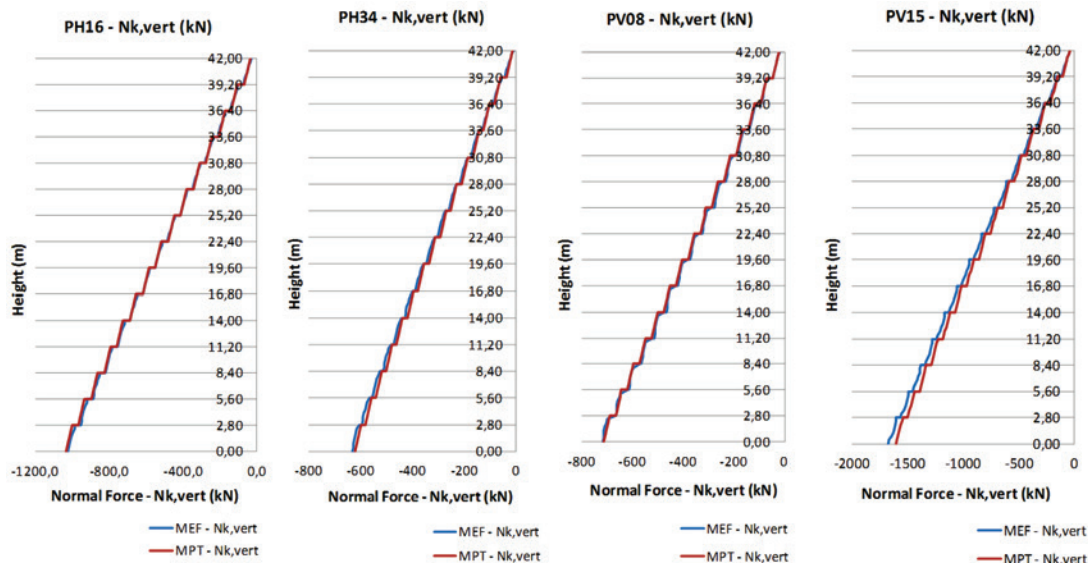
The following are presented and compared the bending moment

Table 2 – Comparison of  $N_{k,vert}$  at the foundation level

Distribution of vertical loads – $N_{k,vert}$ (kN) -> $t = 12$ cm									
Wall	L(m)	MEF	MPT	%	Wall	L(m)	MEF	MPT	%
PH01	0,80	199,1	199,0	0,0	PH45	0,80	201,0	199,9	-0,6
PH02	1,20	311,9	304,3	-2,4	PH46	1,20	315,1	306,3	-2,8
PH03	0,40	100,9	102,2	1,3	PH47	0,40	102,2	103,1	0,9
PH04	0,40	101,1	102,4	1,3	PH48	0,40	102,1	102,2	0,1
PH05	1,20	313,0	306,0	-2,3	PH49	1,20	315,4	305,1	-3,2
PH06	0,80	200,6	201,3	0,3	PH50	0,80	201,7	200,5	-0,6
PH07	0,40	98,3	102,6	4,4	PV01	4,00	1005,0	1000,9	-0,4
PH08	0,40	85,5	87,0	1,7	PV02	0,80	203,8	202,7	-0,5
PH09	0,40	86,0	87,7	1,9	PV03	0,80	204,0	203,2	-0,4
PH10	0,40	98,3	102,7	4,4	PV04	4,00	1000,1	999,4	-0,1
PH11	0,80	201,7	203,1	0,7	PV05	0,40	98,9	103,7	4,9
PH12	0,80	201,8	203,2	0,7	PV06	0,80	213,5	209,3	-2,0
PH13	3,20	803,7	813,2	1,2	PV07	0,40	99,1	103,9	4,8
PH14	3,20	804,9	814,8	1,2	PV08	2,80	716,4	714,1	-0,3
PH15	4,00	860,8	840,8	-2,3	PV09	2,80	710,6	710,0	-0,1
PH16	4,00	1020,7	1033,3	1,2	PV10	2,40	621,0	635,3	2,3
PH17	4,00	1020,8	1031,2	1,0	PV11	2,40	620,1	635,1	2,4
PH18	0,40	87,0	84,9	-2,4	PV12	2,40	607,8	619,3	1,9
PH19	0,80	188,0	185,0	-1,6	PV13	2,40	600,9	614,1	2,2
PH20	0,40	87,3	85,3	-2,2	PV14	1,60	391,7	463,8	18,4
PH21	0,80	210,3	209,1	-0,6	PV15	7,20	1677,5	1605,0	-4,3
PH22	1,20	324,5	324,5	0,0	PV16	7,20	1614,7	1513,0	-6,3
PH23	0,80	192,3	231,3	20,3	PV17	2,00	445,8	444,6	-0,3
PH24	0,80	194,5	231,5	19,1	PV18	0,40	93,4	89,2	-4,5
PH25	1,20	324,5	324,5	0,0	PV19	7,20	1712,0	1656,8	-3,2
PH26	0,80	210,2	208,8	-0,7	PV20	7,20	1622,0	1523,8	-6,1
PH27	0,40	88,9	88,4	-0,6	PV21	1,60	395,6	463,6	17,2
PH28	1,20	277,8	268,3	-3,4	PV22	2,40	607,1	614,4	1,2
PH29	0,80	185,1	184,4	-0,4	PV23	2,40	601,5	614,1	2,1
PH30	1,60	353,7	355,0	0,4	PV24	2,40	619,0	631,8	2,1
PH31	4,00	1019,5	1031,9	1,2	PV25	2,40	617,9	631,1	2,1
PH32	4,00	1022,5	1036,2	1,3	PV26	2,80	717,2	712,4	-0,7
PH33	0,40	89,9	90,6	0,8	PV27	2,80	712,3	712,1	0,0
PH34	2,80	631,8	619,9	-1,9	PV28	0,40	99,1	104,0	4,9
PH35	3,20	805,4	814,2	1,1	PV29	0,80	213,6	209,2	-2,1
PH36	3,20	808,4	816,5	1,0	PV30	0,40	99,0	103,5	4,6
PH37	0,80	202,9	204,3	0,7	PV31	4,00	1012,0	1008,7	-0,3
PH38	0,80	203,0	203,7	0,3	PV32	0,80	205,5	205,3	-0,1
PH39	0,40	90,3	89,9	-0,5	PV33	0,80	205,0	204,0	-0,5
PH40	2,80	645,7	637,5	-1,3	PV34	4,00	1006,4	1008,4	0,2
PH41	0,40	99,4	103,7	4,4	-	-	-	-	MPT
PH42	0,40	89,8	92,0	2,5	-	-	-	-	5%
PH43	0,40	91,7	93,6	2,2	-	-	-	-	2%
PH44	0,40	99,1	103,0	3,9	-	-	-	-	93%



Figure 11 – Diagram of  $N_{k,vert}$  of the walls PH16, PH34, PV08 and PV15



diagrams and normal force obtained by MEF and MPT models, of the PH16, PH34, PV08 and PV15 walls, considering only horizontal actions.

Following the vector notation and the directions of the global coordinate axis, shown in Figure [2], the results for PH16 and PH34 walls are characteristic bending moments in the Y direction ( $M_{k,y}$ ) and the PV08 and PV15 walls are characteristic bending moments in the X direction ( $M_{k,x}$ ).

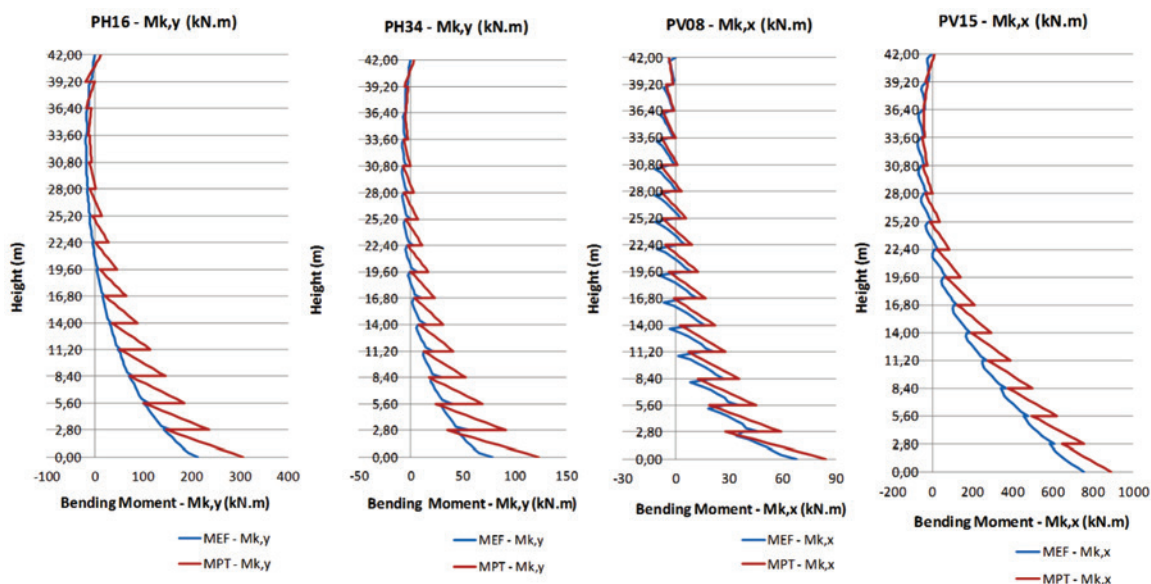
The characteristic bending moment diagrams shown in Figure [12] show that the MPT model tends to the behavior of the MEF, however make it clear that there are considerable differences in results. Table [3] compares the largest bending moments obtained on the walls analyzed. In all cases, the cross-section at the foundation level 0,00 m section was the one with the highest value of bending moment. Note that there are differences of up to 56,21%

as in the case of PH34 wall.

While models present similar behavior, analyzing the normal forces diagrams in Figure [13], highlights the difference in nature between the bar model (MPT) and the models of shells (MEF). In the shell model, the wall is represented throughout its height, making the internal forces and interaction walls are better represented. The model of bars represented each wall with only one vertical bar per floor and horizontal bars to simulate the interaction between them, i.e. is a much simpler model.

The normal forces from only horizontal actions in MPT are constant in each leg of the walls, unlike what happens in MEF, where the distribution of this internal force is not constant. This is justified, because in the shell model, the interaction between the walls occurs throughout the entire height of the deck through the nodal displacements compatibility. In the bar model this simulation is

Figure 12 – Diagram of  $M_{k,y}$  of the walls PH16 and PH34 and  $M_{k,x}$  of the walls PV08 and PV15



summarized with one nodal force applied to the level floor, at the meeting of the horizontal rigid bars.

Table [4] shows the difference of the maximum normal force obtained by MEF and MPT models. In the case of the wall PH34 difference reaches 63.05%.

### 5.3 Maximum normal stress of compression

To design a concrete wall of a building it is used the method of limit states which is based on probabilistic methods that take into account the variability of actions and resistances through combinations of

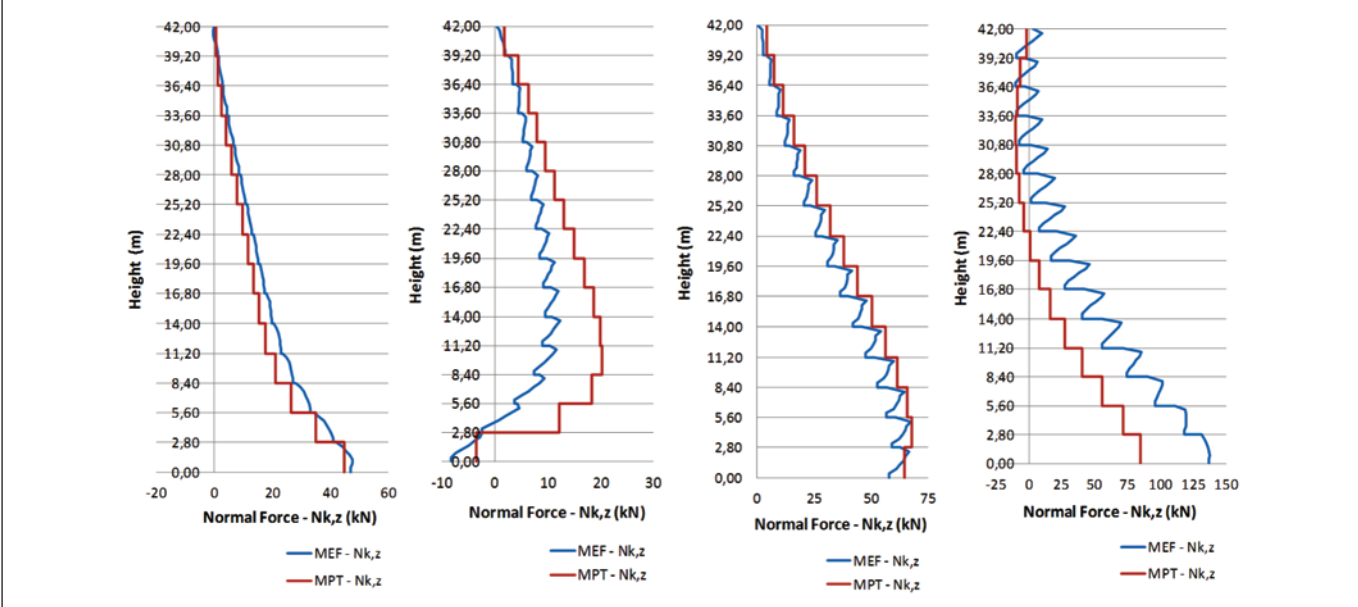
actions and weighting coefficients to obtain the values of design. It can be used a combination of actions C1 shown in Equation [6] to afford the internal forces that generate the most unfavorable condition for the normal stress of compression for a given cross-section. The weighting coefficients were adopted as shown in NBR 16055 [4].

$$C_1 : F_{Cd} = 1,4.(PP) + 1,4.(G_{LAB}) + 1,4.(Q_{WIND}) + 0,7.(Q_{LAB}) + 0,86.(Q_{PLUMB}) \quad (6)$$

**Table 3 – Comparison of maximum bending moments in the walls analyzed**

Comparison of Mk (kN.m) obtained by MEF and MPT models					
Wall	Internal Force	level (m)	MEF	MPT	%
PH16	Mk,y	0,00	213,68	306,02	43,21
PH34	Mk,y	0,00	78,96	123,34	56,21
PV08	Mk,x	0,00	67,71	84,39	24,64
PV15	Mk,x	0,00	754,70	889,02	17,80

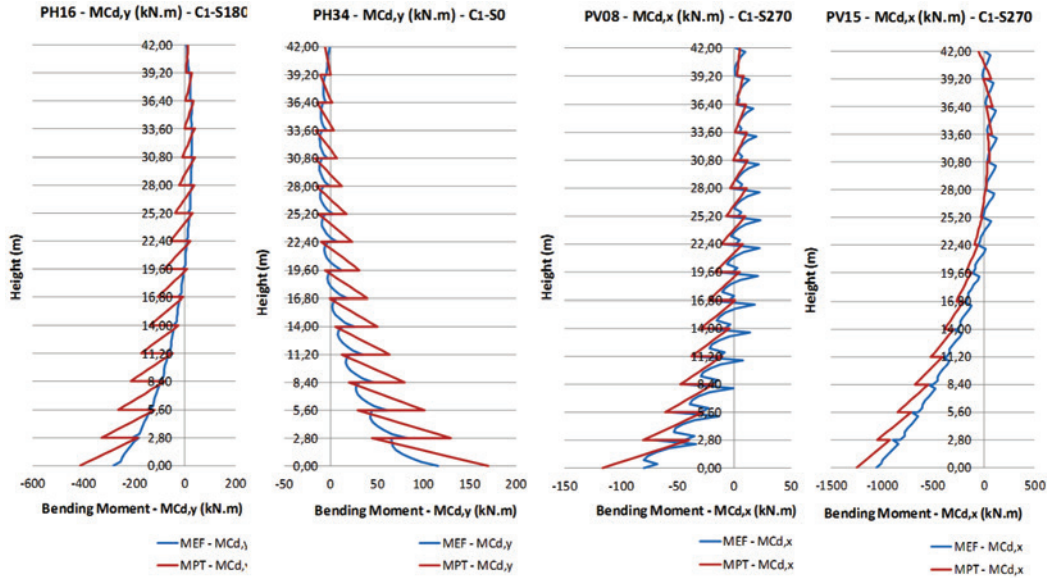
**Figure 13 – Diagram of  $N_{k,z}$  of the walls PH16, PH34, PV08 and PV15**



**Table 4 – Comparison of the maximum normal forces on the walls analyzed**

Comparison of Nk (kN) obtained by MEF and MPT models					
Wall	Internal Force	level (m)	MEF	MPT	%
PH16	Nk,z	0,80	47,61	44,88	-5,74
PH34	Nk,z	13,60	12,30	20,05	63,05
PV08	Nk,z	5,20	67,41	67,90	0,72
PV15	Nk,z	0,80	137,94	84,93	-38,43

Figure 14 – Diagram of  $M_{Cd,y}$  of the walls PH16 and PH34 and  $M_{Cd,x}$  of the walls PV08 and PV15



Onde:

- $F_{cd}$  : internal force that provides de maximum stress of compression;
  - $P_{cd}$  : self-weight of structural elements;
  - $G_{SLAB}$  : coating considered on the slabs;
  - $Q_{WIND}$  : wind action toward the bracing wall;
  - $Q_{SLAB}$  : live load on the slabs as the NBR 6120;
  - $Q_{PLUMB}$  : out of plumb action in the same direction as the wind action.
- When checking the normal compressive stress of a concrete wall, it is necessary to compose the internal forces made by the vertical loads (normal force), and the internal forces made by the horizontal loads (bending moment and normal force) as Equation [7].

Where:

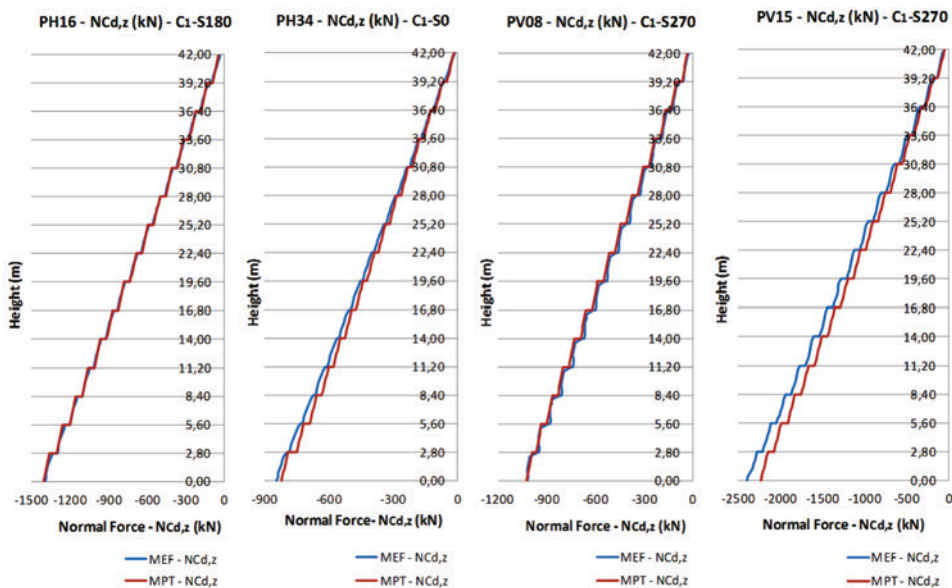
- $\sigma$  : normal stress for the condition to the maximum compression;
- $N_{cd}$  : normal force that provides the maximum compression;
- $M_{cd}$  : bending moment that provides the maximum compression;
- $A$  : area of the cross section of the wall;
- $W$  : flexural modulus.

Figures [14] and [15] show diagrams of  $M_{cd}$  and  $N_{cd}$  of the walls analyzed, respectively.

Table [5] compares the differences obtained between the MPT and MEF models, characteristic of the maximum characteristic bending moments calculated considering only horizontal actions, and the maximum design bending moment, considering the combination of actions C1, showing the level where they occur, and the percentage difference. Since the bending moment is practically influenced only by horizontal actions, the magnitude of the differences ob-

$$\sigma_{Cd} = \frac{N_{Cd}}{A} \pm \frac{M_{Cd}}{W} \quad (7)$$

Figure 15 – Diagram of  $N_{Cd,z}$  of the walls PH16, PH34, PV08 and PV15



tained when comparing the characteristic values and the design ones, is almost the same.

Table [6] compares the differences obtained between the MPT and MEF models, of the maximum characteristics normal force calculated considering only horizontal actions, and the maximum design normal forces, considering the combination of actions C1, showing the level where they occur, and the percentage difference.

Observe in the title of bending moment diagrams, normal force and design stress of compression, the direction in which the horizontal actions are more unfavorable to the internal forces of the respective wall bracing. For example, the wall PH16, has the horizontal actions in the X direction in the 180° because it provides the most unfavorable values for the bending moment  $M_{e,y}$ .

The results in Table [6] show that when the normal forces from horizontal actions are combined with normal forces from the vertical loads, the differences between MPT and MEF models are reduced significantly with results very close. This is because, as seen in the diagrams of Figure [11], the differences between the models are very small when compared the normal forces from vertical loads only. Also they are much larger when compared with the normal forces obtained only by horizontal actions.

With design bending moments and design normal forces presented, the normal stress diagram of the cross section, at the foundation level, which is critical in all walls analyzed here, is plotted as Figures [16] and [17].

**Table 5 - Comparison of the maximum  $M_{k,y}$  and  $M_{cd,y}$  on the walls PH16 and PH34 and the maximum  $M_{k,x}$  and  $M_{cd,x}$  on the walls PV08 and PV15**

WALL	level (m)	$M_{k,y}$ (kN.m)			$M_{cd,y}$ (kN.m)			
		MEF	MPT	%	level (m)	MEF	MPT	%
PH16	0,00	213,68	306,02	43,21	0,00	-280,94	-411,90	46,62
PH34	0,00	78,96	123,34	56,21	0,00	115,65	169,79	46,81

WALL	level (m)	$M_{k,x}$ (kN.m)			$M_{cd,x}$ (kN.m)			
		MEF	MPT	%	level (m)	MEF	MPT	%
PV08	0,00	67,71	84,39	24,64	0,00	-79,88	-116,35	45,65
PV15	0,00	754,70	889,02	17,80	0,00	-1050,08	-1245,33	18,59

**Table 6 - Comparison of the maximum  $N_{k,z}$  and  $N_{cd,z}$  on the walls PH16, PH34, PV08 and PV15**

WALL	level (m)	$N_{k,z}$ (kN)			$N_{cd,z}$ (kN)			
		MEF	MPT	%	level (m)	MEF	MPT	%
PH16	0,80	47,61	44,88	-5,74	0,00	-1396,43	-1409,39	0,93
PH34	13,60	12,30	20,05	63,05	0,00	-842,11	-821,33	-2,47
PV08	5,20	67,41	67,90	0,72	0,00	-1016,63	-1022,93	0,62
PV15	0,80	137,94	84,93	-38,43	0,00	-2393,01	-2230,87	-6,78

**Figure 16 - Diagram of  $\sigma_{cd}$  of the walls PH16 and PH34**

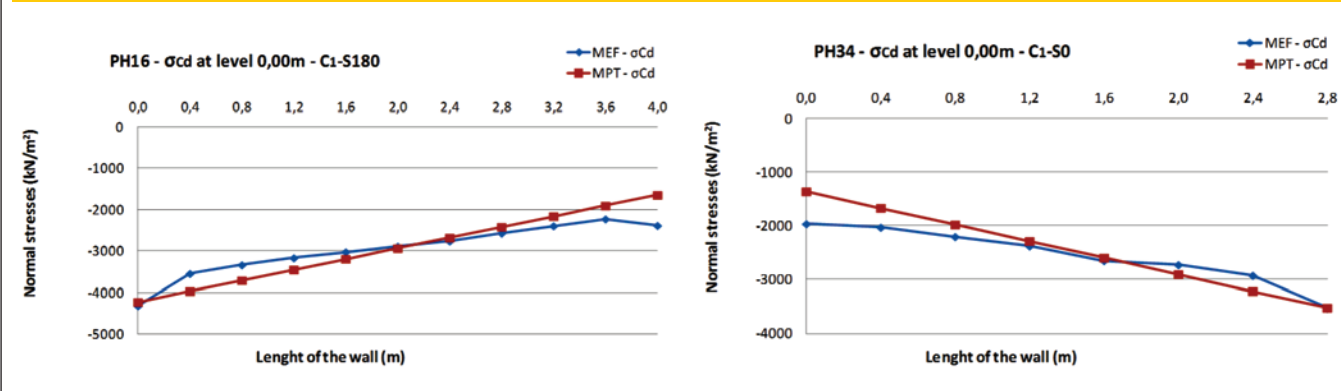


Figure 17 – Diagram of the  $\sigma_{cd}$  of the walls PV08 and PV15

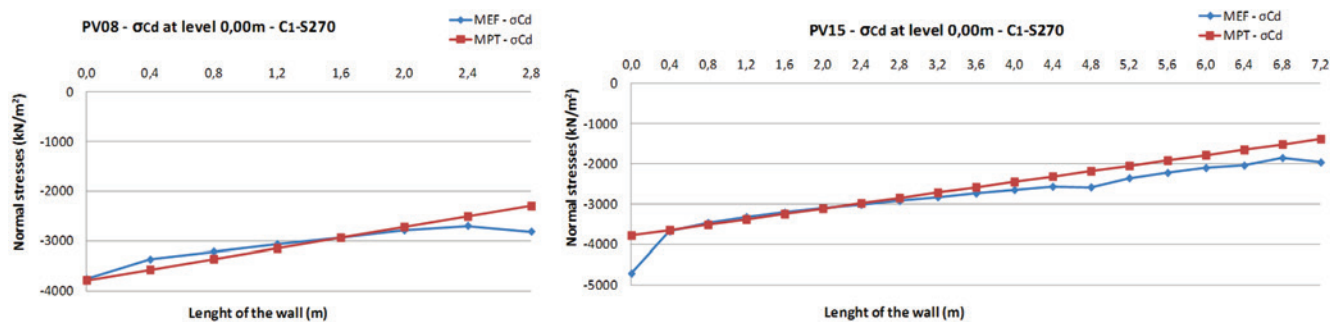


Table 7 – Comparison of the maximum normal stress of compression obtained by both models

$\sigma_{cd,max}$ (kN/m <sup>2</sup> ) – C1				
WALLS	level (m)	MEF	MPT	%
PH16	0,00	-4315,92	-4223,43	-2,14
PH34	0,00	-3531,92	-3527,27	-0,13
PV08	0,00	-3762,75	-3786,43	0,63
PV15	0,00	-4716,17	-3783,15	-19,78

It is noteworthy the quality of MPT by its proximity from MEF, checked in the normal stresses diagrams. The maximum compressive stress compared in Table [7] reinforce this fact. The largest difference occurs in the wall PV15, where the compressive stress obtained by MPT is 19,78% lower than the one obtained by MEF. This comparison is made at the point where the cross section of the wall is more compressed. Comparing the distribution of normal stresses along the entire section of the wall PV15, this difference falls and gets close to zero

at various points, as shown in the diagram in Figure [17]. The normal maximum compressive stress in the other walls have very similar results between the two models. The largest difference is 2,14% (obtained after the wall PV15) and 0,13% is the lower.

#### 5.4 Design verification for the maximum stress of compression

The design verification for the maximum stress of compression is done as procedures of NBR 16055 [4]. The maximum stress obtained should be lower than the ultimate stress of compression. The last one is calculated dividing the ultimate strength by the thickness of the wall. The ultimate strength of compression of the wall is calculated as the expression of item 17.5.1 from NBR 16055 [4], presented in Equation [8] :

$$\eta_{d, resist} = \frac{(0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot f_{scd}) \cdot t}{k_1 [1 + 3k_2 (2 - k_2)]} \leq \frac{(0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot f_{scd}) \cdot t}{1,643} \leq 0,4 \cdot f_{cd} \cdot t \quad (8)$$

Figure 18 – Calculation of  $\ell_e$  as the type of bracing walls (NBR 16055:2012 (4))

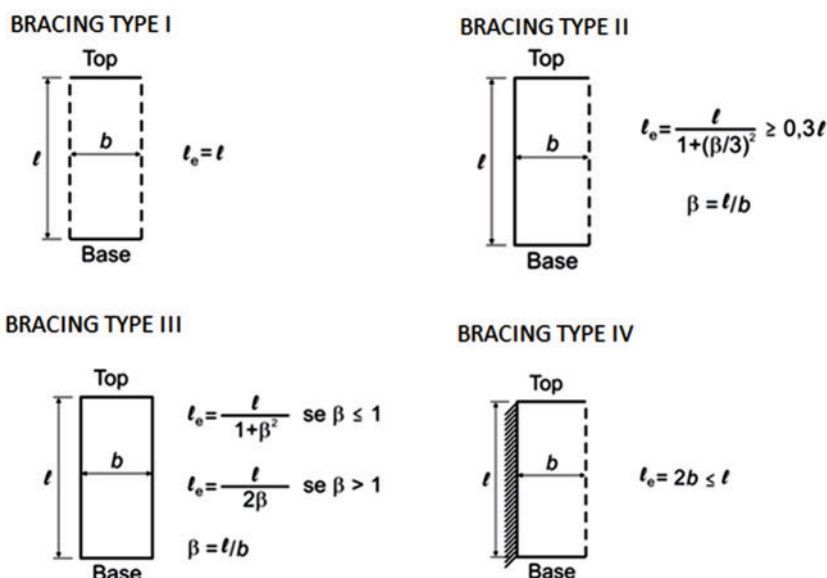
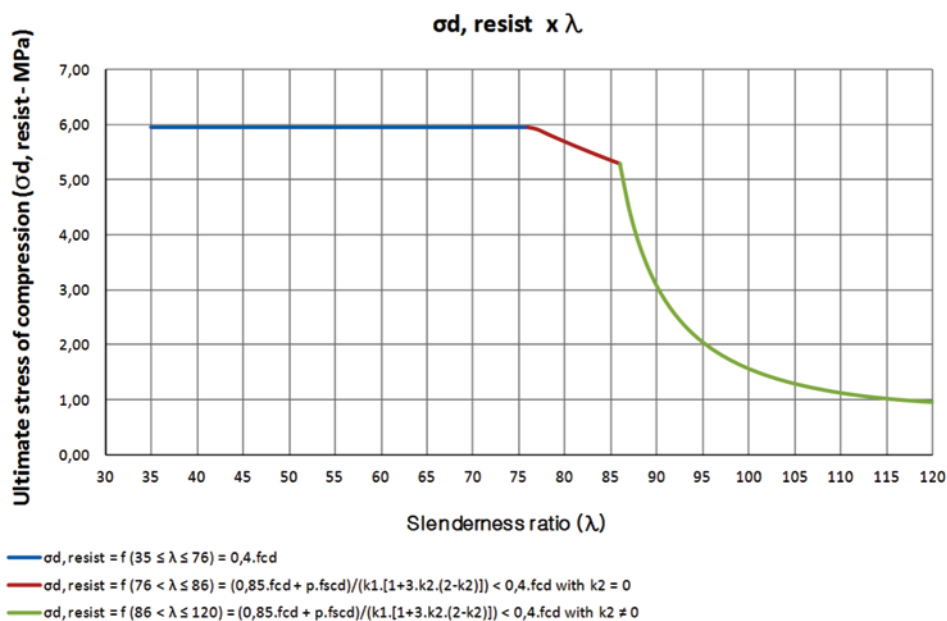




Figure 19 – Decrease of the ultimate stress of compression with increasing slenderness ratio, according to NBR 16055 (4)



Where:

- $\eta_{d, resist}$  : ultimate strength of compression;
  - $f_{cd}$  : design compressive strength of concrete;
  - $\rho$  : ratio of vertical reinforcement not bigger than 1 %;
  - $t$  : thickness of the wall;
  - $f_{scd}$  : design compressive strength of steel:  $f_{scd} = \frac{E_s \cdot 0,002}{\gamma_s}$  ;
  - $E_s$  : modulus of elasticity of the steel;
  - $\gamma_s$  : reduction coefficient of resistance of steel equal to 1,15;
- The definition of the coefficients  $k_1$  and  $k_2$  depends on the slenderness ratio of the wall, which is defined by Equation [9].

$$\lambda = \frac{\ell_e \cdot \sqrt{12}}{t} \tag{9}$$

Figure 2 of NBR 16055 [4], presented here in Figure [18] in an adapted form, defines the equivalent length of the wall, depending on their bracings.

The coefficient  $k_1$  is defined to  $k_1 = \lambda / 35$  for any value of  $\lambda$ . When the slenderness ratio is in the range  $35 \leq \lambda \leq 86$ ,  $k_2$  is equal to zero. If the slenderness ratio is in the range  $86 < \lambda \leq 120$ ,  $k_2$  is defined by Equation [10].

$$k_2 = \frac{(\lambda - 86)}{120} \tag{10}$$

The coefficients  $k_1$  and  $k_2$  consider the penalization in the ultimate strength of compression due to the instability caused by localized effects of 2nd order. To get magnitude, the graph of Figure

Table 8 – Calculation of the ultimate strength of compression as NBR 16055 (4)

Ultimate strength of compression - NBR 16055 -> t = 12 cm											
WALLS	Bracings	L (m)	β = h/L	h <sub>o</sub> (m)	h <sub>o</sub> /t	λ	k1	k2	η <sub>d, resist</sub> (kN/m)	σ <sub>d, resist</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	
PH16a	III	2,4	1,17	1,20	10,0	34,6	0,99	0,00	714,29	5952,38	
PH16b	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PH34a	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PH34b	II	1,2	2,33	1,74	14,5	50,4	1,44	0,00	714,29	5952,38	
PV08a	III	2,4	1,17	1,20	10,0	34,6	0,99	0,00	714,29	5952,38	
PV08b	II	0,4	7,00	0,84	7,0	24,2	0,69	0,00	714,29	5952,38	
PV15a	II	0,8	3,50	1,19	9,9	34,2	0,98	0,00	714,29	5952,38	
PV15b	III	0,8	3,50	0,40	3,3	11,5	0,33	0,00	714,29	5952,38	
PV15c	III	3,2	0,88	1,59	13,2	45,8	1,31	0,00	714,29	5952,38	
PV15d	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PV15e	III	0,4	7,00	0,20	1,7	5,8	0,16	0,00	714,29	5952,38	
PV15f	II	0,4	7,00	0,84	7,0	24,2	0,69	0,00	714,29	5952,38	

Table 9 – Verification of the design to the maximum normal stress of compression as NBR 16055 (4)

WALLS	level (m)	$\sigma_{Cd,max}$ (kN/m <sup>2</sup> ) - C1			%	$\sigma_{d,resist}$ (kN/m <sup>2</sup> ) NBR 16055:2012	STATUS
		MEF	MPT				
PH13	0,00	-3764,92	-4006,79	6,42	-5952,38	OK	
PH16	0,00	-4315,92	-4223,43	-2,14	-5952,38	OK	
PV08	0,00	-3762,75	-3786,43	0,63	-5952,38	OK	
PV12	0,00	-3928,58	-3711,41	-5,53	-5952,38	OK	
PV15	0,00	-4716,17	-3783,15	-19,78	-5952,38	OK	

[19] shows the decrease in the ultimate stress of compression as the slenderness ratio increases, where as  $f_{ck} = 25$  MPa,  $f_{scd} = 365,2$  MPa and  $\rho = 0,1\%$ . When plotting the graph, the expression of the ultimate strength of compression, as described in Equation [8], is applied without considering the thickness of the wall so that the values stay in terms of stress. The loss of strength is visible and significant when  $\lambda > 86$ , the threshold from which  $k_2$  it is nonzero and that, consequently, the influence of localized instability is much larger. If it is wanted to make a more precise analysis of local and localized instabilities, the expressions of items 15.8 and 15.9 of NBR 6118 [1] should be used.

The ultimate strength of compression of the PH16, PH34, PV08 and PV15 walls are shown in Table [8] by portions represented by the letters a, b, c, etc.. that consider the change caused by bracing of the side walls transverse to them. Consequently, the length of these walls is given by portions and defined by transverse walls.

Finally Table [9] presents the verification of the design of the most requested cross section of the walls PH16, PH34, PV08 and PV15, for the compressive stress, according to the assumptions of the standard NBR 16055 [4].

Finally, it has been found that the initially thickness of 12 cm for the analyzed walls of the studied building are sufficient to resist the normal stresses of compression. This result is valid for both numerical models adopted (MPT and MEF).

## 6. Conclusions

The comparison between the results obtained by MEF and MPT models was done in order to evaluate them qualitatively when applied to the design concrete walls for the maximum normal stress of a building.

It was found an excellent approximation between MPT and MEF models for distributing vertical loads. The normal force concentrated at the foundation level coming from only vertical loads showed very similar results.

The diagrams of bending moments and normal forces, considering only the forces due to wind and out of plumb forces were traced. It was observed significant differences between the values obtained by MEF and MPT models. The bending at the foundation level of PH34 wall differed between models in 56,21%. The same occurred with the maximum normal force obtained for this wall, which arrived at 63,05% difference. In spite of the differences in the results of these two internal forces, the curves of the diagrams were nearby and tended to the same conduct.

The differences checked between MEF and MPT when bending moments and normal forces (obtained from horizontal actions only) was compared, became insignificant when the design of de maximum normal stress of compression was done. Therefore, it was necessary to combine the vertical and horizontal loads.

When the composition of the design normal force calculation with the design bending moment was taken as the combination of actions C1, the values of normal stress obtained by the two models were very close. In the case of PH34 wall, the difference between the two models related to the maximum normal stress of compression was only 0,13%. The diagrams of the normal stresses, plotted in the critical cross section of the other walls also showed the proximity between models. This similarity of stresses was justified by the close proximity obtained in normal forces arising only from vertical loads. Furthermore, due to the normal forces from vertical loads were much higher than those internal forces obtained by horizontal loads.

The maximum normal stress of compression has always been lower than the ultimate strength of compression calculated by NBR 16055 [4], considering the walls with 12 cm of thickness, which therefore satisfy the minimum condition for the design.

Therefore, it is concluded that the Tridimensional Frame Model can be used in the structural analysis of buildings constructed in the concrete wall system. The MPT proved a reliable model for the proximity of results when compared with MEF. The analysis of results via MEF is complicated, making it a tool not often used in everyday life of an office. The use of MEF is recommended for local analyzes and for situations that requires more details.

## 7. References

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2007) NBR 6118. Projeto de estrutura de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2007.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980) NBR 6120. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003) NBR 8681. Ações e segurança nas estruturas – Procedimentos. Rio de Janeiro, 2003.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2012) NBR 16055. Parede de concreto moldada no local para a construção de edificações – Requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro, 2012.

- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2012) NBR 6123. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 2012.
- [06] CORRÊA, M. R. S. (2003). Fluxo de forças em edifícios de alvenaria estrutural. 156f. Texto apresentado para o concurso de Professor Livre Docente do departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.
- [07] CORRÊA, M.R.S.; RAMALHO, M.A.. Projeto de edifícios de alvenaria estrutural. São Paulo: Editora PINI Ltda, 2003.
- [08] NASCIMENTO NETO, J. A. (1999). Investigação das solicitações de cisalhamento em edifícios de alvenaria estrutural submetidos a ações horizontais. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos Universidade de São Paulo.
- [09] NASCIMENTO NETO, J.A.; CORRÊA, M.R.S. (2002). Análise tridimensional de edifícios em alvenaria estrutural submetidos à ação do vento. Cadernos de Engenharia de São Carlos, n.19, p. 81-100, São Carlos, 2002.
- [10] NUNES, V.Q.G. (2011). Análise estrutural de edifícios de paredes de concreto armado. Dissertação de mestrado pela Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.
- [11] YAGUI, T. (1971). Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1971.
- [12] COMPUTERS & STRUCTURES INC. (2011). CSI Analysis reference manual for SAP2000. Berkeley, California, USA, 2011.

## Design of reinforced concrete walls casted in place for the maximum normal stress of compression

### *Dimensionamento de paredes de concreto armado moldadas no local para a máxima tensão normal de compressão*



T. C. BRAGUIM<sup>a</sup>  
thales@osmb.com.br

T. N. BITTENCOURT<sup>a</sup>  
tbitten@gmail.com

#### Abstract

It is important to evaluate which designing models are safe and appropriate to structural analysis of buildings constructed in Concrete Wall system. In this work it is evaluated, through comparison of maximum normal stress of compression, a simple numerical model, which represents the walls with frame elements, with another much more robust and refined, which represents the walls with shells elements. The designing of the normal stress of compression it is done for both cases, based on NBR 16055, to conclude if the wall thickness initially adopted, it is enough or not.

**Keywords:** reinforced concrete walls; numerical models; normal stress of compression.

#### Resumo

É fundamental se conhecer quais modelos numéricos são seguros e pertinentes para a análise estrutural de edificações construídas pelo sistema Paredes de Concreto. Neste trabalho é avaliado, por meio da comparação da máxima tensão normal de compressão, um modelo numérico mais simples, que discretiza as paredes em elementos de barra, com outro mais robusto e refinado que discretiza as paredes com elementos de casca. A verificação do dimensionamento da máxima tensão normal de compressão é realizada para os dois casos, considerando as premissas da norma brasileira NBR 16055 a fim de concluir se a espessura das paredes adotada inicialmente é suficiente ou não.

**Palavras-chave:** paredes de concreto armado; modelos numéricos; tensão normal de compressão.

<sup>a</sup> Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

## 1. Introdução

Desde meados de 2007, um aumento significativo de unidades construídas pelo sistema Paredes de Concreto tem influenciado o mercado da construção habitacional no Brasil. Em abril de 2012, foi publicada uma norma brasileira que trata exclusivamente desse sistema. Além disso, o desafio em minimizar o déficit habitacional estimula a utilização desse método alternativo, pois quando aplicado adequadamente proporciona alta produtividade e menor custo em relação a outros métodos construtivos. Como se trata de um método construtivo cujo principal conceito é a industrialização da construção, cabe ressaltar que é necessário levar em conta o tempo de execução da estrutura (uma vantagem do sistema Paredes de Concreto, por ser considerado rápido), para se fazer um comparativo de custos realista em relação ao método convencional, ou então à alvenaria estrutural, por exemplo. Em termos do projeto estrutural é de fundamental importância conhecer quais modelos numéricos são seguros e pertinentes para a análise estrutural de edificações construídas pelo sistema Paredes de Concreto. Esse trabalho apresenta a comparação de resultados de alguns modelos numéricos possíveis para o dimensionamento de uma parede de concreto para a máxima tensão normal de compressão, conforme a recente norma brasileira NBR 16055:2012 - *Parede de concreto moldada no local para a construção de edificação – Requisitos e procedimentos* [4].

### 1.1 Considerações iniciais

No projeto estrutural de edifícios construídos pelo sistema Paredes de Concreto, a espessura das paredes é uma das principais definições a serem feitas. Essa definição envolve diversas variáveis, como, por exemplo, a altura do prédio, as ações a que ele está submetido, a resistência dos materiais utilizados e as hipóteses de como essas paredes são representadas numericamente. Normalmente as paredes de um edifício de Paredes de Concreto são submetidas a tensões normais de compressão que são preponderantes sobre as tensões normais de tração e tensões tangenciais. Desta maneira, a definição da espessura das paredes é feita em função da verificação da máxima tensão normal de compressão com a tensão última à compressão, essa última calculada por algum código normativo.

### 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo comparar a máxima tensão normal de compressão na seção transversal crítica de paredes de concreto de um edifício, obtida por dois modelos numéricos distintos e, verificá-la com a resistência última à compressão calculada pela NBR 16055 [4]. A partir da comparação de resultados é objetivo avaliar a qualidade do modelo mais simples em relação ao modelo mais refinado e constatar se a espessura da parede adotada inicialmente é suficiente.

### 1.3 Método

Foi utilizado como estudo de caso o edifício Condomínio das Árvores construído em 2012 na cidade de São Bernardo do Campo pela construtora Sergus Construções e Comércio Ltda.. O edifício foi modelado utilizando-se o método dos elementos

finitos. O primeiro modelo, chamado de Modelo em Elementos Finitos (MEF), e tido como modelo de referência para a comparação de resultados por ser o mais refinado, discretiza as paredes em elementos de casca. O segundo modelo discretiza as paredes em elementos de barra, seguindo as premissas do Modelo Pórtico Tridimensional (MPT).

Primeiramente a distribuição de cargas verticais nas paredes é realizada de acordo com cada modelo numérico. A força normal concentrada característica, obtida apenas por cargas verticais, é comparada entre os dois modelos ao nível da fundação, a fim de verificar as diferenças.

Em seguida as forças normais e momentos fletores característicos obtidos de algumas paredes, considerando apenas as ações horizontais, são comparados por meio de seus diagramas.

A combinação de ações verticais e horizontais é realizada para se obter a máxima tensão normal de compressão. Este resultado é comparado entre os dois modelos em algumas paredes do edifício estudado. Por fim, calcula-se a resistência última à compressão utilizando-se a expressão dada na norma NBR 16055 [4], e verifica-se se a espessura das paredes do edifício estudado, adotada inicialmente, é suficiente para resistir às tensões normais de compressão.

Ressalta-se que a NBR 16055 [4] abrange conceitos que vão além da NBR 6118:2007 - *Projeto de estruturas de concreto – Procedimentos* [1], como por exemplo a definição de parede de

**Figura 1 – Edifício Condomínio das Árvores em fase de construção – 13 pavimentos tipo concretados**





concreto. Segundo a NBR 16055 [4], em seu item 14.4, uma parede de concreto é definida quando o comprimento da parede for maior ou igual a dez vezes a sua espessura. A NBR 6118 [1] define pilar-parede, em seu item 14.4.2.4, quando a maior dimensão da seção transversal de um pilar for maior ou igual a 5 vezes a sua menor dimensão. Outra observação, é que o presente trabalho trata de paredes, e não vigas-paredes. Ou seja, as paredes de concreto analisadas têm apoio contínuo em todo sua base, diferente das vigas-parede que têm apoios discretos.

Os modelos numéricos (MEF e MPT) foram desenvolvidos no software SAP2000 - versão 15, baseado no Método dos Elementos Finitos, considerando análise elástica linear. A interação entre o solo e a estrutura não foi considerada.

## 2. Estudo de caso

Utilizou-se uma adaptação do edifício Condomínio das Árvores do empreendimento Reserva Jardim Botânico, construído na cidade de São Bernardo do Campo, no ano de 2012, pela construtora Sergus Construções e Comércio Ltda., conforme Figura [1]. O projeto estrutural foi fornecido pela OSMB Engenheiros e Associados S/S Ltda. A geometria do edifício foi adaptada em relação ao edifício construído com o objetivo de simplificar as modelagens numéricas. Contudo, suas características principais foram mantidas. Todas

as medidas ficaram múltiplas de 40 cm, e o número de pavimentos foi adotado igual a quinze tipos, não havendo, portanto, a transição do térreo para o primeiro pavimento, nem o ático, previstos no projeto original. Considerou-se a distância entre pisos de 2,80 m. A Figura [2] mostra a planta do pavimento tipo com as paredes e os lintéis (regiões sobre e sob portas e janelas) de concreto armado, nomeados conforme as direções horizontal e vertical. Apesar das lajes maciças em concreto armado não estarem nomeadas na Figura [2], elas foram consideradas em toda planta, com espessura de 10 cm, exceto nos poços de elevador e pressurização e nos shafts de instalações, onde um furo é representado com um X. O poço de escada foi considerado como sendo uma laje maciça com 10 cm de espessura. O único pilar da estrutura, também em concreto armado, está localizado no poço de escada e é representado com uma hachura em vermelho.

## 3. Ações consideradas

### 3.1 Cargas verticais

As cargas verticais consideradas foram as permanentes (soma do peso próprio da estrutura com as cargas de revestimento das lajes) e as cargas acidentais (sobrecarga das lajes conforme NBR 6120 [2]). Para tanto, foram considerados:

Figura 2 – Planta do Pavimento Tipo do estudo de caso: geometria (cm) e nomenclatura das paredes e lintéis

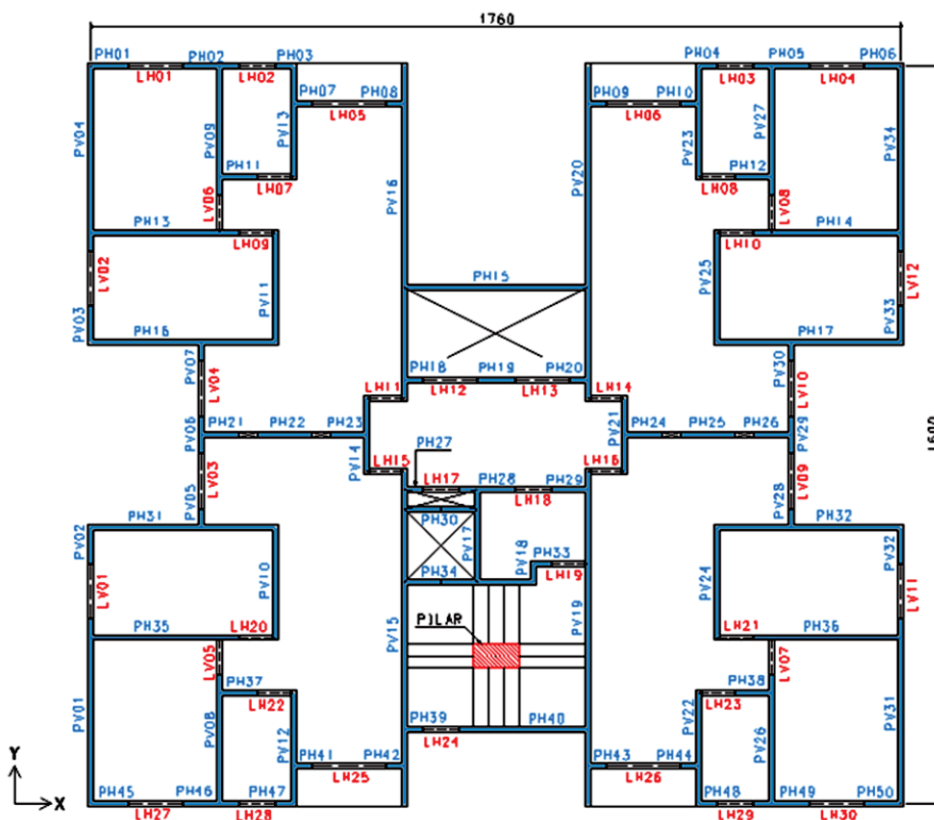
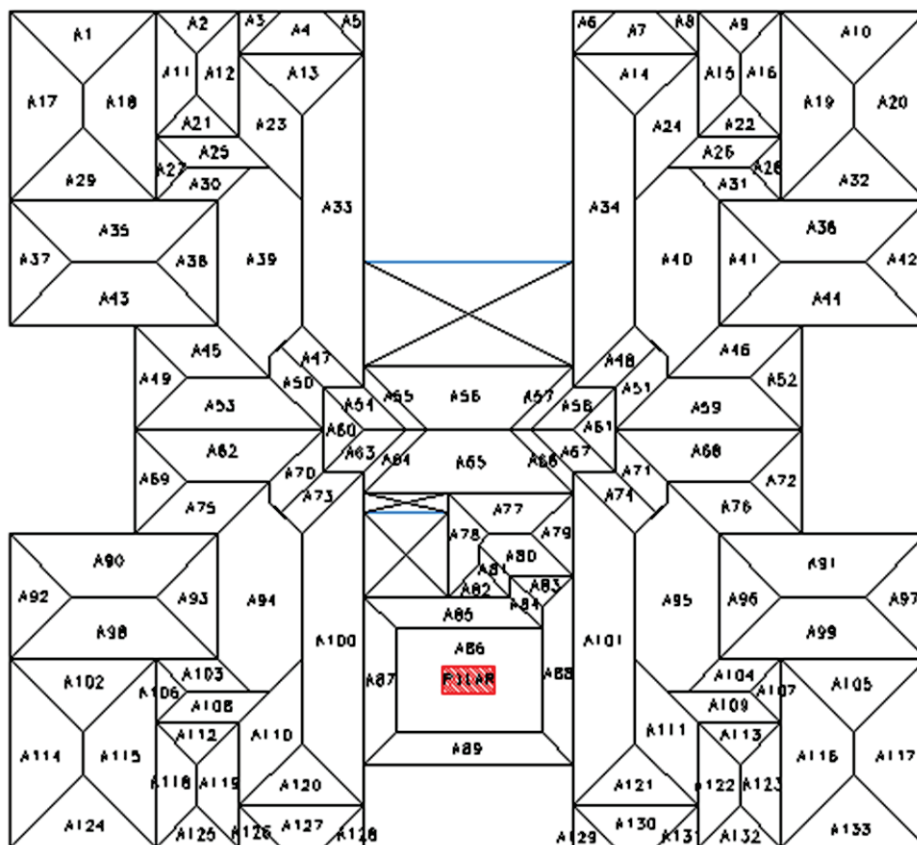


Figura 3 – Áreas de influências das lajes sobre paredes e lintéis



- peso próprio dos elementos estruturais:  $\gamma = 250 \text{ kN/m}^3$ ;
- cargas permanentes das lajes (revestimentos):  $g_L = 1,0 \text{ kN/m}^2$ ;
- cargas acidentais nas lajes:  $q_L = 1,5 \text{ kN/m}^2$ .

Para o cálculo das reações das lajes nas paredes, utilizou-se o método das charneiras plásticas o qual se baseia na posição aproximada das linhas de ruptura que definem as áreas de influência das lajes sobre as paredes.

A Figura [3] apresenta as áreas de influência das lajes ao descarregar suas cargas pelo método das charneiras plásticas, em paredes e lintéis. Os valores das áreas de influência ( $A_L$ ), comprimentos de influência ( $L_{inf}$ ), ao longo do qual a carga da respectiva área de influência é distribuída em paredes e/ou lintéis e, as cargas concentradas (P) e distribuídas (p), que atuam no comprimento de influência, encontram-se na Tabela [1].

Corrêa e Ramalho [7] ressaltam que a definição de como a ação das lajes sobre as paredes que lhe servem de apoio se realiza, e também como ocorrem as interações entre paredes, são aspectos determinantes para se obter uma análise estrutural coerente das paredes.

### 3.2 Ações horizontais

Neste trabalho foram consideradas apenas as ações horizontais devido ao vento e ao desaprumo, centradas.

A norma ABNT NBR 6123:1988 – *Forças devidas ao vento em edificações* [5], permite transformar as pressões do vento que inci-

dem perpendicularmente na superfície das paredes em forças estáticas. Para isso é necessário definir a velocidade característica do vento como indica a Equação [1]:

$$v_k = v_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (1)$$

onde,  $v_k$  é a velocidade característica do vento (m/s),  $v_0$  é a velocidade básica do vento (m/s),  $S_1$  é o fator topográfico,  $S_2$  é o fator que considera a rugosidade do terreno e a variação da velocidade do vento com a altura do edifício e suas dimensões em planta e  $S_3$  é o fator estatístico.

A pressão dinâmica do vento  $q_{vento}$  (N/m<sup>2</sup>) é determinada em função da velocidade característica conforme item 4.2 da NBR 6123 [5], descrita na Equação [2]:

$$q_{vento} = 0,613 v_k^2 \quad (2)$$

Finalmente a força de arrasto que é a componente da força global

do vento numa determinada direção é definida pela Equação [3]:

$$F_a = C_a \cdot q_{vento} \cdot A_e \tag{3}$$

na qual,  $F_a$  é a força de arrasto na direção do vento,  $C_a$  é o coeficiente de arrasto conforme direção do vento e  $A_e$  é a área frontal efetiva sobre um plano perpendicular à direção do vento. O desaprumo causado por excentricidades originadas durante a

construção de um edifício é considerado na estrutura por meio de forças horizontais equivalentes a esses deslocamentos. Conforme indica a NBR 16055 [4], para edifícios de múltiplos andares, deve ser considerado um desaprumo global através de um ângulo de desaprumo  $\theta$ , calculado pela Equação [4]:

$$\theta = \frac{1}{170 \cdot \sqrt{H}} \tag{4}$$

Tabela 1 - Valores das áreas de influência das lajes sobre as paredes e lintéis e suas respectivas cargas

Área de influência e cargas das lajes														
Área	A (m²)	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)	Área	A (m²)	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)	Área	A (m²)	L inf (m)	P (kN)	p (kN/m)
A1	1,96	2,80	9,80	3,50	A46	1,60	1,60	8,00	5,00	A91	3,36	4,00	16,80	4,20
A2	0,64	1,60	3,20	2,00	A47	0,80	0,80	4,00	5,00	A92	1,44	2,40	7,20	3,00
A3	0,32	0,80	1,60	2,00	A48	0,80	0,80	4,00	5,00	A93	1,44	2,40	7,20	3,00
A4	1,28	2,40	6,40	2,67	A49	1,00	2,00	5,00	2,50	A94	5,12	2,40	25,60	10,67
A5	0,32	0,80	1,60	2,00	A50	0,76	0,80	3,80	4,75	A95	5,12	2,40	25,60	10,67
A6	0,32	0,80	1,60	2,00	A51	0,76	0,80	3,80	4,75	A96	1,44	2,40	7,20	3,00
A7	1,28	2,40	6,40	2,67	A52	1,00	2,00	5,00	2,50	A97	1,44	2,40	7,20	3,00
A8	0,32	0,80	1,60	2,00	A53	2,60	3,60	13,00	3,61	A98	3,36	4,00	16,80	4,20
A9	0,64	1,60	3,20	2,00	A54	0,64	0,80	3,20	4,00	A99	3,36	4,00	16,80	4,20
A10	1,96	2,80	9,80	3,50	A55	0,40	0,40	2,00	5,00	A100	6,24	6,40	31,20	4,88
A11	1,28	2,40	6,40	2,67	A56	3,36	4,00	16,80	4,20	A101	6,24	6,40	31,20	4,88
A12	1,28	2,40	6,40	2,67	A57	0,40	0,40	2,00	5,00	A102	1,96	2,80	9,80	3,50
A13	1,44	2,40	7,20	3,00	A58	0,64	0,80	3,20	4,00	A103	0,72	1,20	3,60	3,00
A14	1,44	2,40	7,20	3,00	A59	2,60	3,60	13,00	3,61	A104	0,72	1,20	3,60	3,00
A15	1,28	2,40	6,40	2,67	A60	0,64	1,60	3,20	2,00	A105	1,96	2,80	9,80	3,50
A16	1,28	2,40	6,40	2,67	A61	0,64	1,60	3,20	2,00	A106	0,36	1,20	1,80	1,50
A17	3,08	3,60	15,40	4,28	A62	2,60	3,60	13,00	3,61	A107	0,36	1,20	1,80	1,50
A18	3,08	3,60	15,40	4,28	A63	0,64	0,80	3,20	4,00	A108	0,96	1,60	4,80	3,00
A19	3,08	3,60	15,40	4,28	A64	0,40	0,40	2,00	5,00	A109	0,96	1,60	4,80	3,00
A20	3,08	3,60	15,40	4,28	A65	3,36	4,00	16,80	4,20	A110	1,92	1,60	9,60	6,00
A21	0,64	1,60	3,20	2,00	A66	0,40	0,40	2,00	5,00	A111	1,92	1,60	9,60	6,00
A22	0,64	1,60	3,20	2,00	A67	0,64	0,80	3,20	4,00	A112	0,64	1,60	3,20	2,00
A23	1,92	1,60	9,60	6,00	A68	2,60	3,60	13,00	3,61	A113	0,64	1,60	3,20	2,00
A24	1,92	1,60	9,60	6,00	A69	1,00	2,00	5,00	2,50	A114	3,08	3,60	15,40	4,28
A25	0,96	1,60	4,80	3,00	A70	0,76	0,80	3,80	4,75	A115	3,08	3,60	15,40	4,28
A26	0,96	1,60	4,80	3,00	A71	0,76	0,80	3,80	4,75	A116	3,08	3,60	15,40	4,28
A27	0,36	1,20	1,80	1,50	A72	1,00	2,00	5,00	2,50	A117	3,08	3,60	15,40	4,28
A28	0,36	1,20	1,80	1,50	A73	0,80	0,80	4,00	5,00	A118	1,28	2,40	6,40	2,67
A29	1,96	2,80	9,80	3,50	A74	0,80	0,80	4,00	5,00	A119	1,28	2,40	6,40	2,67
A30	0,72	1,20	3,60	3,00	A75	1,60	1,60	8,00	5,00	A120	1,44	2,40	7,20	3,00
A31	0,72	1,20	3,60	3,00	A76	1,60	1,60	8,00	5,00	A121	1,44	2,40	7,20	3,00
A32	1,96	2,80	9,80	3,50	A77	1,28	2,40	6,40	2,67	A122	1,28	2,40	6,40	2,67
A33	6,24	6,40	31,20	4,88	A78	0,88	2,00	4,40	2,20	A123	1,28	2,40	6,40	2,67
A34	6,24	6,40	31,20	4,88	A79	0,64	1,60	3,20	2,00	A124	1,96	2,80	9,80	3,50
A35	3,36	4,00	16,80	4,20	A80	0,92	1,20	4,60	3,83	A125	0,64	1,60	3,20	2,00
A36	3,36	4,00	16,80	4,20	A81	0,24	0,40	1,20	3,00	A126	0,32	0,80	1,60	2,00
A37	1,44	2,40	7,20	3,00	A82	0,36	1,20	1,80	1,50	A127	1,28	2,40	6,40	2,67
A38	1,44	2,40	7,20	3,00	A83	0,36	1,20	1,80	1,50	A128	0,32	0,80	1,60	2,00
A39	5,12	2,40	25,60	10,67	A84	0,24	0,40	1,20	3,00	A129	0,32	0,80	1,60	2,00
A40	5,12	2,40	25,60	10,67	A85	1,68	2,80	8,40	3,00	A130	1,28	2,40	6,40	2,67
A41	1,44	2,40	7,20	3,00	A86	5,60	1,00	28,00	28,00	A131	0,32	0,80	1,60	2,00
A42	1,44	2,40	7,20	3,00	A87	1,56	3,20	7,80	2,44	A132	0,64	1,60	3,20	2,00
A43	3,36	4,00	16,80	4,20	A88	1,80	3,60	9,00	2,50	A133	1,96	2,80	9,80	3,50
A44	3,36	4,00	16,80	4,20	A89	2,04	4,00	10,20	2,55	-	-	-	-	-
A45	1,60	1,60	8,00	5,00	A90	3,36	4,00	16,80	4,20	-	-	-	-	-

Figura 4 – Sistema de eixos local do elemento Shell (CSI - SAP2000, 2011 (12))

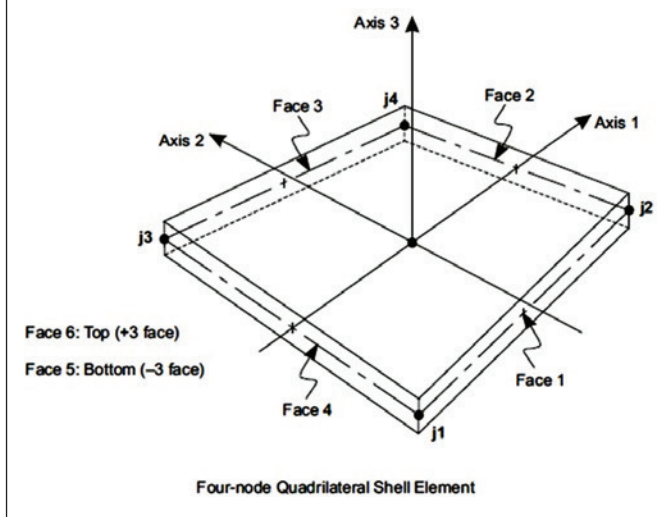
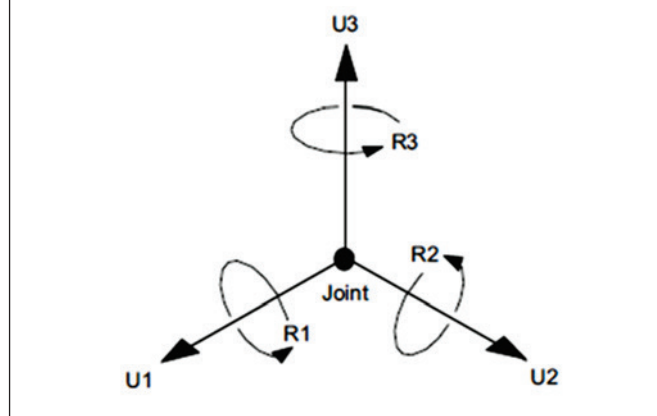


Figura 5 – Graus de liberdade por nó de determinado elemento finito (CSI - SAP2000, 2011 (12))



## 4. Modelos numéricos

### 4.1 Modelo em elementos finitos

onde,  $\theta$  é o ângulo de desaprumo (rad) e H a altura total do edifício (m). A Equação [5] transforma o efeito do desaprumo em uma força horizontal equivalente ( $F_{dp}$ ), em função de  $\theta$  e da carga vertical total do pavimento, representada por  $\Delta P$ .

$$F_{dp} = \Delta P \theta \quad (5)$$

O Modelo em Elementos Finitos denominado neste trabalho se refere à discretização das paredes do edifício analisado, em elementos de casca plana quadrados, com nós apenas nos vértices. Foi utilizado o elemento *Shell* do *software* SAP2000 para tal modelagem, com dimensões 40 cm x 40 cm e espessura igual à da parede, adotada igual a 12 cm. O sistema de eixos local do elemento e seus quatro nós são apresentados na Figura [4]. Os graus de liberdade por nó do elemento são mostrados na Figura [5]. As lajes não foram discretizadas, e para simular seu comportamento,

Figura 6 – Edifício representado pelo Modelo em Elementos Finitos

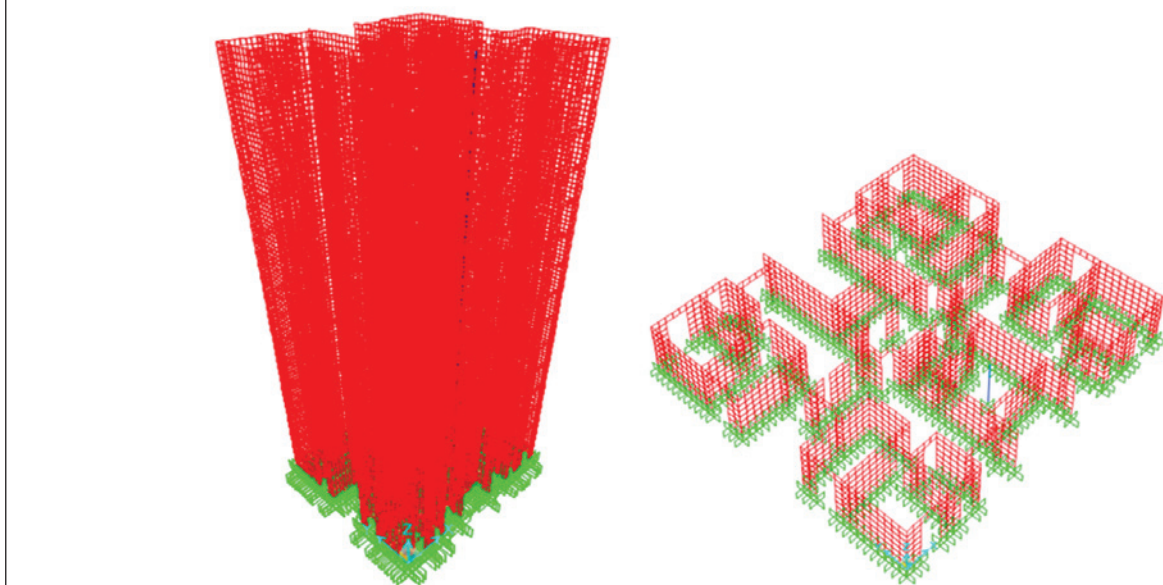
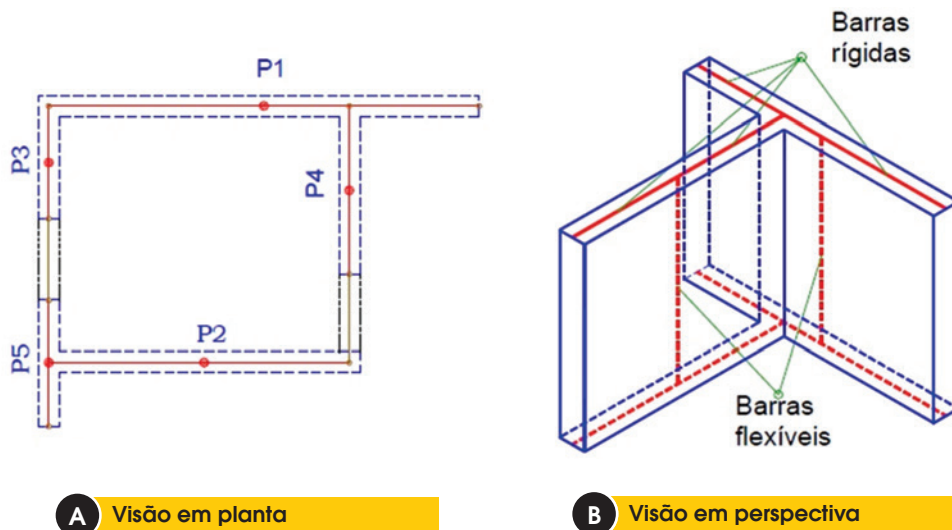


Figura 7 – Modelo Pórtico Tridimensional (CORRÊA, 2003 (6))



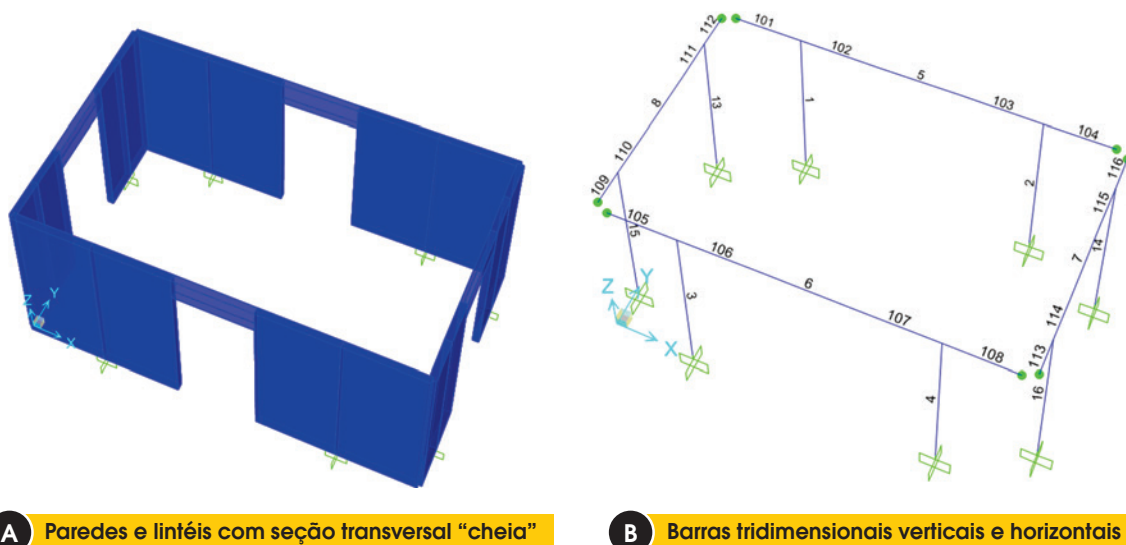
utilizou-se a ferramenta do diafragma rígido. A Figura [6] apresenta o Modelo em Elementos Finitos do edifício estudado.

#### 4.2 Modelo pórtico tridimensional

O Modelo Pórtico Tridimensional, assim denominado por Nascimento Neto [8], é uma adaptação do modelo proposto por Yagui [11], o qual faz a discretização de núcleos rígidos em elementos de barra, travados horizontalmente pelas lajes atuando como diafragma rígido.

A adaptação do modelo Yagui [11] proposta por Nascimento Neto [8], e denominada Modelo Pórtico Tridimensional, tem pequenas alterações na formulação do elemento, tornando-o mais abrangente. Além disso, sua aplicação foi feita em sistemas estruturais compostos por paredes, como é o caso de edifícios construídos em Alvenaria Estrutural e Paredes de Concreto. Nunes [10] utilizou o Modelo Pórtico Tridimensional para a análise dos esforços de um edifício de Paredes de Concreto, assim como Nascimento Neto [8] o avaliou para o caso da Alvenaria Estrutural.

Figura 8 – Aplicação do Modelo Pórtico Tridimensional





Diferente do modelo Yagui, o Modelo Pórtico Tridimensional considera a rigidez à flexão na direção de menor inércia da parede, pelo fato dela ser modelada por barras tridimensionais com seis graus de liberdade em cada extremidade. Contudo, a disposição e algumas características das barras no Modelo Pórtico Tridimensional, são as mesmas que no modelo Yagui, ou seja:

- a barra flexível vertical é posicionada no eixo vertical da parede, possuindo as características elásticas e geométricas do segmento de parede que substitui;
- além da deformação por flexão, a deformação por cisalhamento é considerada nas barras flexíveis verticais;
- as barras rígidas horizontais são dispostas ao nível do pavimento e ligam as extremidades das paredes à barra flexível vertical; a altura e espessura da seção transversal é igual à da parede que representa;
- os nós de extremidade das barras rígidas horizontais são articulados (exceto quando a extremidade é ligada a um lintel ou à outra barra rígida horizontal colinear), e o nó comum à barra flexível vertical é contínuo;
- as barras rígidas horizontais têm rigidez infinita à flexão no plano e simulam o comprimento das paredes e a interação entre elas.

É importante a consideração da deformação por cisalhamento nos elementos de barra vertical, devido às dimensões relativamente grandes das paredes quando comparadas a uma viga, por exemplo. Segundo a NBR 16055 [4], em seu item 14.3, para a consideração da parede como componente de um sistema estrutural de contraventamento, representada por elemento linear, é necessário considerar além da deformação por flexão, a deformação por cisalhamento. As barras horizontais são rígidas e, portanto, tal deformação não é considerada nelas.

A Figura [7] mostra o Modelo Pórtico Tridimensional em planta e em perspectiva.

Conforme Nascimento e Corrêa [9], as paredes que se interceptam são interligadas/conectadas por barras rígidas horizontais, de modo a considerar a interação que efetivamente se desenvolve entre paredes, a qual é simulada pelo esforço cortante que sur-

ge no nó de interseção. Assim, as barras rígidas horizontais não colineares que se encontram, tem este nó de extremidade e de interseção articulado, de forma que o único grau de liberdade associado a ele é a translação vertical.

A inclusão de lintéis também é possível nesse modelo, o que aumenta consideravelmente a rigidez do edifício. Quando considerados, é necessário que a ligação entre os lintéis e as barras horizontais rígidas seja contínua, de modo a simular a sua efetiva contribuição.

A Figura [8] mostra uma aplicação do Modelo Pórtico Tridimensional a fim de ilustrar algumas de suas características. Na Figura [8a], as paredes e lintéis são apresentadas com suas seções transversais “cheias”. Na Figura [8b], observam-se as barras tridimensionais verticais e horizontais, com suas nomenclaturas. Analisando-se as extremidades das barras horizontais não colineares, nota-se que elas foram articuladas (a articulação é representada pelo círculo de cor verde). Percebe-se também que a continuidade entre as barras rígidas horizontais e lintéis foi mantida (exemplo: ligação da barra 102 com a barra 5). Também houve continuidade no encontro de barras verticais com as barras horizontais (exemplo: encontro da barra 1 com barras 101 e 102).

É importante lembrar que, como a parede é representada por uma barra vertical que tem as características geométricas da parede e por barras horizontais que têm altura e espessura iguais à da parede e simulam seu comprimento, é necessário desconsiderar o peso próprio das barras horizontais. Caso contrário, o peso da parede seria contabilizado duas vezes.

Nos estudos realizados neste trabalho, multiplicou-se por 100 a rigidez à flexão na direção de maior inércia, das barras rígidas horizontais, a fim de torná-las infinitamente rígidas no plano da parede. A hipótese das lajes agindo como diafragma rígido também é considerada no Modelo Pórtico Tridimensional. Sendo assim, os nós iniciais e finais das barras verticais são associados ao nó mestre do respectivo pavimento. Dessa maneira, dos seis graus de liberdade em cada extremidade da barra vertical, três são “escravizados” ao nó mestre do pavimento, os quais são os relativos às duas

Figura 9 – Sistema de eixos local do elemento Frame (CSI - SAP2000, 2011 (12))

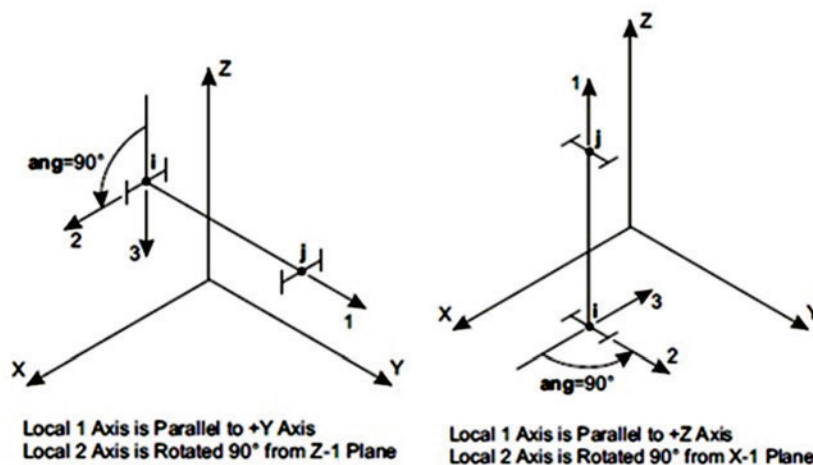
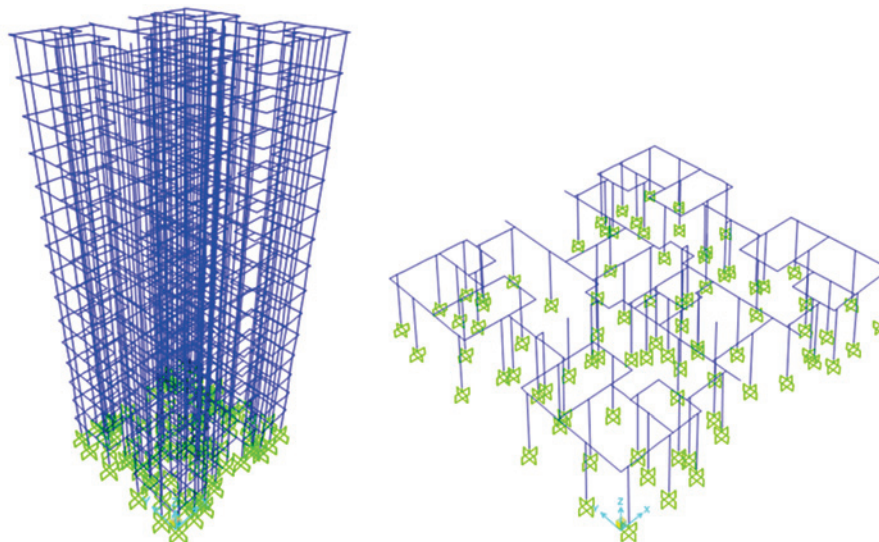


Figura 10 – Edifício representado pelo Modelo Pórtico Tridimensional



translações horizontais e à rotação em torno do eixo longitudinal da barra vertical.

Como citado anteriormente, o Modelo Pórtico Tridimensional foi desenvolvido pelo método dos elementos finitos no *software* comercial SAP2000. Para modelar as barras rígidas horizontais e flexíveis verticais, utilizou-se o elemento *Frame*, da biblioteca de elementos finitos do programa, o qual tem formulação conforme Bathe e Wilson *apud* CSI [12]. A deformação por cisalhamento é considerada nesta formulação, no entanto, ela não foi considerada nas barras rígidas horizontais. O sistema de eixos local do elemento *Frame* pode ser visto na Figura [9] e os graus de liberdade por nó do elemento, na Figura [5]. A Figura [10] apresenta o Modelo Pórtico Tridimensional do edifício estudado.

### 4.3 Propriedades mecânicas do concreto

Considerou-se linearidade física para o material concreto utilizado nos dois modelos numéricos (MEF e MPT). As propriedades mecânicas consideradas para o material concreto foram: resistência à compressão de 25 MPa (25000 kN/m<sup>2</sup>), módulo de elasticidade secante  $E_{CS} = 24000000$  kN/m<sup>2</sup>, coeficiente de poisson  $\nu = 0,2$  e peso específico  $\gamma = 250$  kN/m<sup>3</sup>. O material foi considerado como isotrópico.

## 5. Resultados

### 5.1 Distribuição de cargas verticais

A Tabela [2] compara as forças normais concentradas oriundas apenas das cargas verticais ( $N_{k,vert}$ ), obtidas pelos modelos MEF e MPT ao nível da fundação. As células pintadas em verde significam que a diferença de resultado do MPT comparado ao MEF é menor ou igual, em valor absoluto, que 5%, mostrando uma excelente aproximação. Aquelas pintadas em amarelo significam que a diferença obtida foi, em valor absoluto, maior que 5% e menor ou

igual a 15%, intervalo que qualifica os resultados como bons. As células pintadas em vermelho mostram diferenças acima de 15%, limite a partir do qual o resultado é considerado ruim.

O limite de 15% que classifica a diferença de resultados entre modelos de cálculo como ruim foi baseado no coeficiente  $\gamma_{f3}$  que considera os possíveis erros de avaliação dos efeitos das ações, seja por problemas construtivos, seja por deficiência do método de cálculo empregado. Segundo a NBR 8681:2003 - *Ações e segurança nas estruturas - Procedimentos* [3], quando se consideram os estados limites últimos, os coeficientes  $\gamma_f$  de ponderação das ações podem ser considerados como o produto de  $\gamma_{f1}$ , que considera a variabilidade das ações e,  $\gamma_{f3}$ , podendo esse último ser adotado igual a 1,18. Isso significa que a precisão de um modelo de cálculo pode variar em até 18% sem que o grau de segurança da estrutura seja afetado.

A aproximação de resultados é muito boa, já que 93% das paredes apresentaram diferenças menores que 5%, 2% da paredes com diferenças entre 5% e 15%, e apenas 5% das paredes apresentaram resultados ruins.

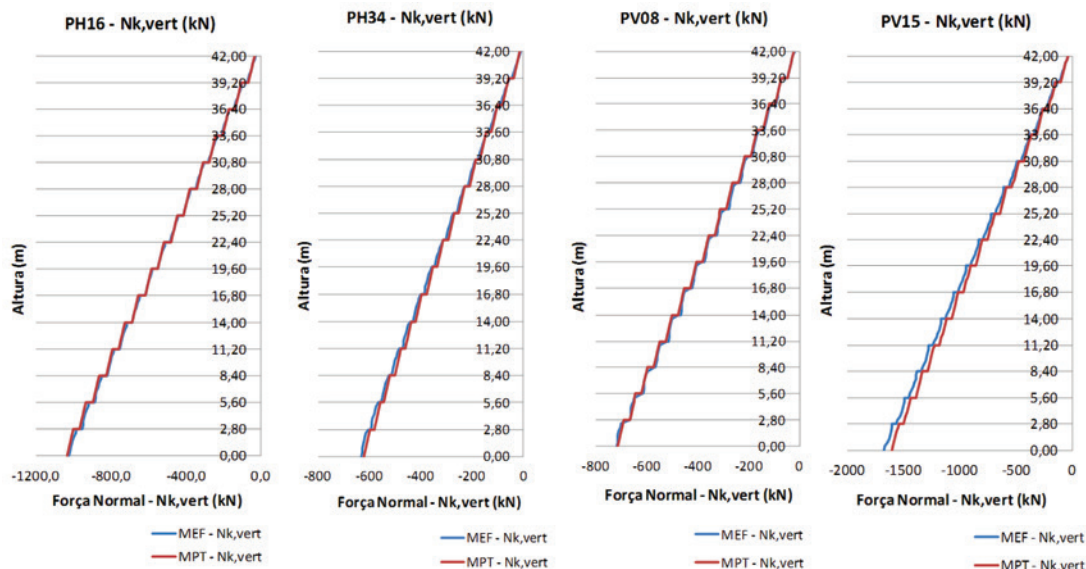
As paredes PV14 e sua simétrica PV21, e as paredes PH23 e sua simétrica PH24, apresentaram diferenças de  $N_{k,vert}$ , entre os dois modelos analisados, maiores que 15% e até 20,3%. A parede PH23 interage com a parede PV14, e a parede PH24 interage com a parede PV21, de forma a uniformizar as cargas verticais a medida em que a parede se aproxima da fundação. Cada par dessas paredes formam, portanto, um grupo de paredes. Nota-se que os grupo das paredes PH23-PV14 e o das paredes PH24-PV21, estão ligados através de lintéis, a grupos de paredes muito maiores, que se encontram na região central do edifício. A interação entre grupos com grande rigidez com grupos de relativa pequena rigidez, através de apenas um lintel, pode ser a causa da diferença de resultados obtidos para esses casos, no entanto está hipótese precisa ser analisada.

Outro fator importante, e que torna o MPT a favor da segurança neste tipo de análise, é o fato de que todos os resultados classificados

Tabela 2 - Comparação de  $N_{k,vert}$  ao nível da fundação

Distribuição de cargas verticais - $N_{k,vert}$ (kN) -> t = 12 cm									
Parede	L(m)	MEF	MPT	%	Parede	L(m)	MEF	MPT	%
PH01	0,80	199,1	199,0	0,0	PH45	0,80	201,0	199,9	-0,6
PH02	1,20	311,9	304,3	-2,4	PH46	1,20	315,1	306,3	-2,8
PH03	0,40	100,9	102,2	1,3	PH47	0,40	102,2	103,1	0,9
PH04	0,40	101,1	102,4	1,3	PH48	0,40	102,1	102,2	0,1
PH05	1,20	313,0	306,0	-2,3	PH49	1,20	315,4	305,1	-3,2
PH06	0,80	200,6	201,3	0,3	PH50	0,80	201,7	200,5	-0,6
PH07	0,40	98,3	102,6	4,4	PV01	4,00	1005,0	1000,9	-0,4
PH08	0,40	85,5	87,0	1,7	PV02	0,80	203,8	202,7	-0,5
PH09	0,40	86,0	87,7	1,9	PV03	0,80	204,0	203,2	-0,4
PH10	0,40	98,3	102,7	4,4	PV04	4,00	1000,1	999,4	-0,1
PH11	0,80	201,7	203,1	0,7	PV05	0,40	98,9	103,7	4,9
PH12	0,80	201,8	203,2	0,7	PV06	0,80	213,5	209,3	-2,0
PH13	3,20	803,7	813,2	1,2	PV07	0,40	99,1	103,9	4,8
PH14	3,20	804,9	814,8	1,2	PV08	2,80	716,4	714,1	-0,3
PH15	4,00	860,8	840,8	-2,3	PV09	2,80	710,6	710,0	-0,1
PH16	4,00	1020,7	1033,3	1,2	PV10	2,40	621,0	635,3	2,3
PH17	4,00	1020,8	1031,2	1,0	PV11	2,40	620,1	635,1	2,4
PH18	0,40	87,0	84,9	-2,4	PV12	2,40	607,8	619,3	1,9
PH19	0,80	188,0	185,0	-1,6	PV13	2,40	600,9	614,1	2,2
PH20	0,40	87,3	85,3	-2,2	PV14	1,60	391,7	463,8	18,4
PH21	0,80	210,3	209,1	-0,6	PV15	7,20	1677,5	1605,0	-4,3
PH22	1,20	324,5	324,5	0,0	PV16	7,20	1614,7	1513,0	-6,3
PH23	0,80	192,3	231,3	20,3	PV17	2,00	445,8	444,6	-0,3
PH24	0,80	194,5	231,5	19,1	PV18	0,40	93,4	89,2	-4,5
PH25	1,20	324,5	324,5	0,0	PV19	7,20	1712,0	1656,8	-3,2
PH26	0,80	210,2	208,8	-0,7	PV20	7,20	1622,0	1523,8	-6,1
PH27	0,40	88,9	88,4	-0,6	PV21	1,60	395,6	463,6	17,2
PH28	1,20	277,8	268,3	-3,4	PV22	2,40	607,1	614,4	1,2
PH29	0,80	185,1	184,4	-0,4	PV23	2,40	601,5	614,1	2,1
PH30	1,60	353,7	355,0	0,4	PV24	2,40	619,0	631,8	2,1
PH31	4,00	1019,5	1031,9	1,2	PV25	2,40	617,9	631,1	2,1
PH32	4,00	1022,5	1036,2	1,3	PV26	2,80	717,2	712,4	-0,7
PH33	0,40	89,9	90,6	0,8	PV27	2,80	712,3	712,1	0,0
PH34	2,80	631,8	619,9	-1,9	PV28	0,40	99,1	104,0	4,9
PH35	3,20	805,4	814,2	1,1	PV29	0,80	213,6	209,2	-2,1
PH36	3,20	808,4	816,5	1,0	PV30	0,40	99,0	103,5	4,6
PH37	0,80	202,9	204,3	0,7	PV31	4,00	1012,0	1008,7	-0,3
PH38	0,80	203,0	203,7	0,3	PV32	0,80	205,5	205,3	-0,1
PH39	0,40	90,3	89,9	-0,5	PV33	0,80	205,0	204,0	-0,5
PH40	2,80	645,7	637,5	-1,3	PV34	4,00	1006,4	1008,4	0,2
PH41	0,40	99,4	103,7	4,4	-	-	-	-	MPT
PH42	0,40	89,8	92,0	2,5	-	-	-	-	5%
PH43	0,40	91,7	93,6	2,2	-	-	-	-	2%
PH44	0,40	99,1	103,0	3,9	-	-	-	-	93%

Figura 11 – Diagrama de  $N_{k,vert}$  das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15



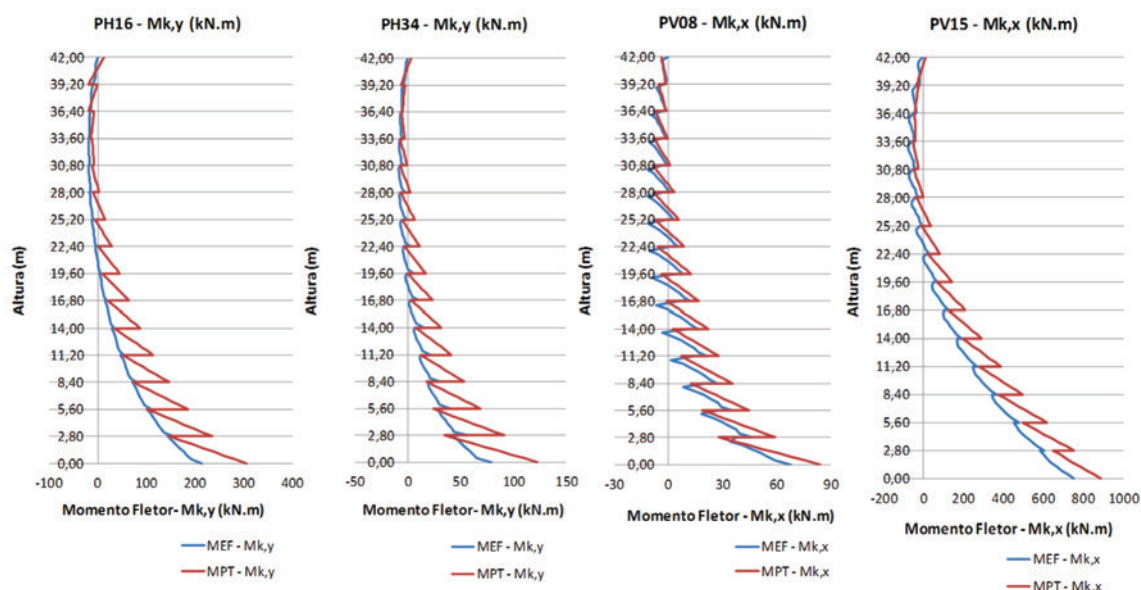
como ruínas, apresentam forças normais maiores que o MEF. A fim de demonstrar a verificação à máxima tensão normal de compressão, e de evitar o excesso de resultados, optou-se em apresentar os diagramas dos esforços solicitantes de duas paredes de contraventamento na direção horizontal (PH16 e PH34) e duas paredes de contraventamento na direção vertical (PV08 e PV15). A Figura [11] apresenta os diagramas de força normal, considerando apenas a distribuição de cargas verticais, das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15. Nota-se que a boa aproximação de resultados entre os modelos MPT e MEF ocorre ao longo de toda altura da parede.

### 5.2 Momento fletor e força normal devidos apenas às ações horizontais

A seguir são apresentados e comparados os diagramas de mo-

mento fletor e força normal obtidos pelos modelos MEF e MPT, das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15, considerando apenas as ações horizontais. Seguindo a notação vetorial e as direções do eixo global de coordenadas, apresentado na Figura [2], os resultados apresentados para as paredes PH16 e PH34 são momentos fletores característicos na direção Y ( $M_{k,y}$ ) e para as paredes PV08 e PV15, são momentos fletores característicos na direção X ( $M_{k,x}$ ). Os diagramas de momento fletor característico mostrados na Figura [12] evidenciam que o modelo MPT tende ao comportamento do MEF, no entanto deixam claro que há diferenças consideráveis de resultados. A Tabela [3] compara os maiores momentos fletores obtidos nas paredes analisadas. Em todas elas, a seção transversal ao nível da fundação, nível 0,00m, foi a que apresentou o maior valor de momento fletor. Nota-se que

Figura 12 – Diagrama de  $M_{k,y}$  das paredes PH16 e PH34 e  $M_{k,x}$  das paredes PV08 e PV15





há diferenças de até 56,21% como é o caso da parede PH34. Apesar dos modelos apresentarem comportamento parecido, analisando-se os diagramas de forças normais na Figura [13], evidencia-se a diferença da natureza entre o modelo de barras (MPT) e os modelos de cascas (MEF). No modelo de cascas, a parede é discretizada ao longo de toda sua altura, fazendo com que os esforços e a interação entre paredes sejam melhores representados. O modelo de barras discretiza cada parede com apenas uma barra vertical por pavimento e barras horizontais para simular a interação entre elas, ou seja é um modelo muito mais simples. As forças normais provenientes apenas das ações horizontais no

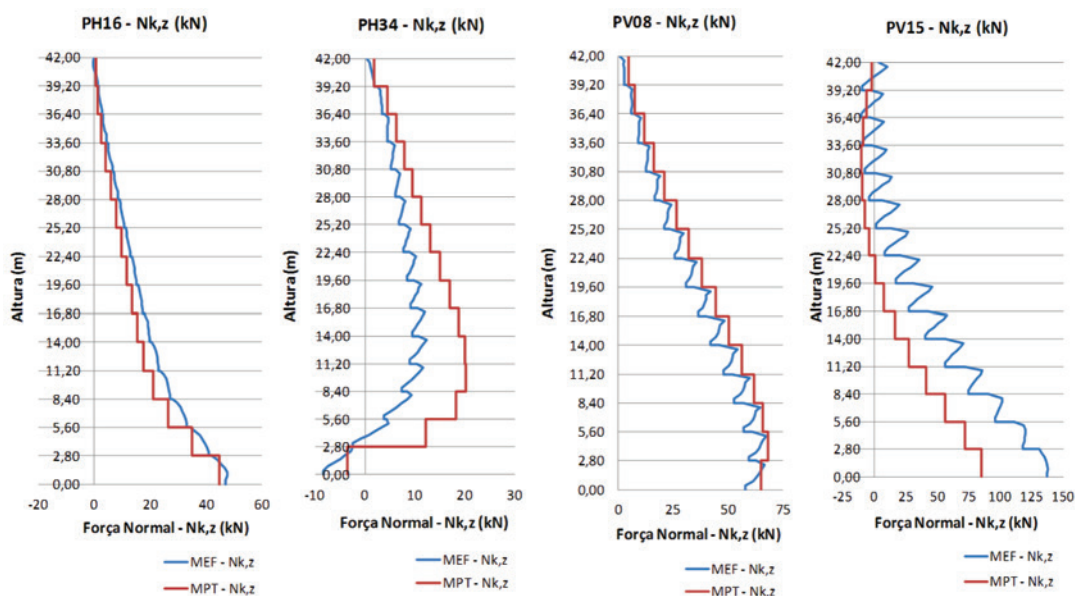
MPT são constantes em cada tramo das paredes, diferentemente do que ocorre no MEF, onde a distribuição desse esforço não é constante. Isso se justifica, pois no modelo de cascas a interação entre as paredes ocorre ao longo de toda altura do pavimento, por meio da compatibilidade de deslocamentos nodais, enquanto que no modelo de barras essa simulação é resumida com apenas uma força nodal aplicada ao nível do pavimento, no encontro das barras rígidas horizontais.

A Tabela [4] apresenta a diferença da máxima força normal obtida pelos modelos MEF e MPT. No caso da parede PH34 a diferença chega a 63,05%.

**Tabela 3 – Comparação dos máximos momentos fletores nas paredes analisadas**

Comparação de $M_k$ (kN.m) obtido pelos modelos MEF e MPT					
Parede	Esforço	nível (m)	MEF	MPT	%
PH16	$M_{k,y}$	0,00	213,68	306,02	43,21
PH34	$M_{k,y}$	0,00	78,96	123,34	56,21
PV08	$M_{k,x}$	0,00	67,71	84,39	24,64
PV15	$M_{k,x}$	0,00	754,70	889,02	17,80

**Figura 13 – Diagrama de  $N_{k,z}$  das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15**

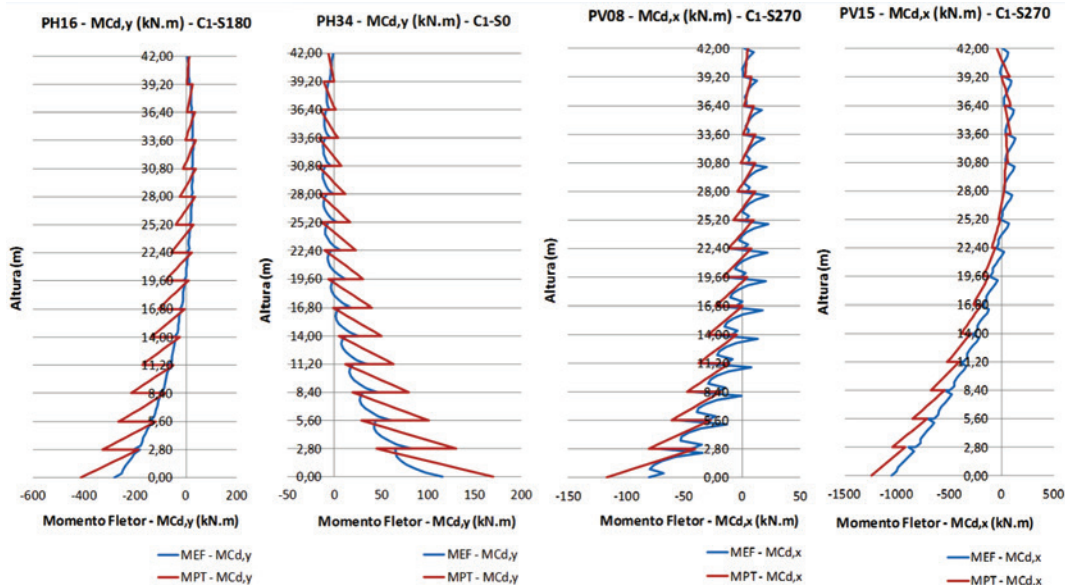


**Tabela 4 – Comparação das máximas forças normais nas paredes analisadas**

Comparação de $N_k$ (kN) obtido pelos modelos MEF e MPT					
Parede	Esforço	nível (m)	MEF	MPT	%
PH16	$N_{k,z}$	0,80	47,61	44,88	-5,74
PH34	$N_{k,z}$	13,60	12,30	20,05	63,05
PV08	$N_{k,z}$	5,20	67,41	67,90	0,72
PV15	$N_{k,z}$	0,80	137,94	84,93	-38,43



Figura 14 – Diagrama de  $M_{Cd,y}$  das paredes PH16 e PH34 e  $M_{Cd,x}$  das paredes PV08 e PV15



### 5.3 Máxima tensão normal de compressão

Ao dimensionar as paredes de concreto de um edifício utiliza-se o método dos estados limites, o qual é baseado em métodos probabilísticos que levam em consideração a variabilidade das ações e das resistências por meio de combinações de ações e coeficientes de ponderação para obtenção dos valores de cálculo.

Pode-se utilizar a combinação de ações  $C_1$ , apresentada na Equação [6], para se obter os esforços solicitantes que geram a condição mais desfavorável para a tensão normal de compressão de uma determinada seção transversal. Os coeficientes de ponderação foram adotados conforme indica a NBR 16055 [4].

$$C_1 : F_{Cd} = 1, 4.(PP) + 1, 4.(G_{SLAB}) + 1, 4.(Q_{WIND}) + 0, 7.(Q_{SLAB}) + 0, 86.(Q_{PLUMB}) \quad (6)$$

Onde:

$F_{Cd}$  : esforço que gera situação de máxima tensão normal de compressão;

$P$  : peso próprio dos elementos estruturais;

$G_{LAJE}$  : revestimento considerado nas lajes dos pavimentos;

$Q_{VENTO}$  : ação do vento na direção da parede de contraventamento;

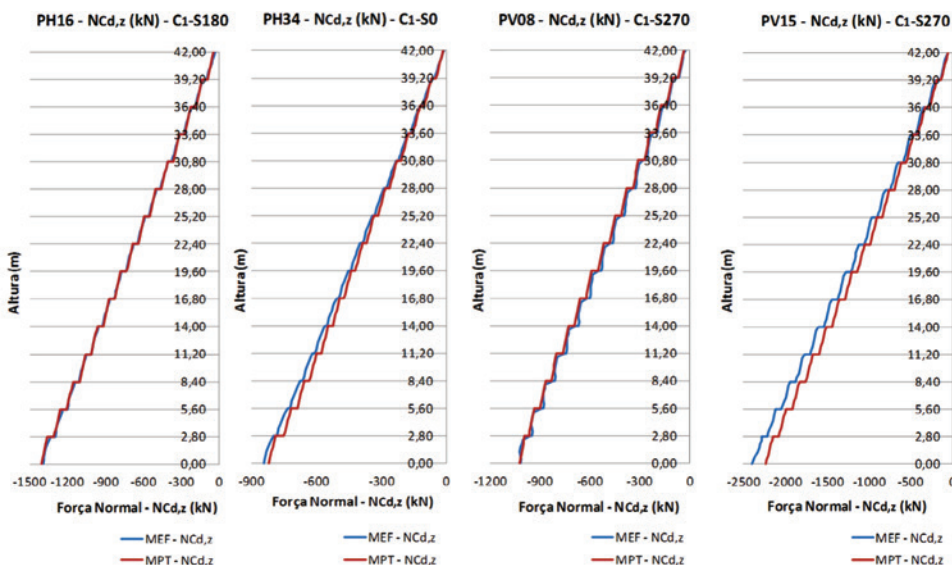
$Q_{LAJE}$  : ação variável das lajes conforme NBR 6120;

$Q_{DESAP}$  : ação do desaprumo na mesma direção do vento.

Ao verificar as tensões normais de compressão de uma parede de concreto, é preciso compor os esforços obtidos pelas cargas verticais (força normal), com os esforços obtidos pelas ações horizontais (momento fletor e força normal), conforme Equação [7].

$$\sigma_{Cd} = \frac{N_{Cd}}{A} \pm \frac{M_{Cd}}{W} \quad (7)$$

Figura 15 – Diagrama de  $N_{Cd,z}$  das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15



Onde:

- $\sigma_{Cd}$ : tensão normal para a condição máxima de compressão;
- $N_{Cd}$ : força normal que gera situação de compressão máxima;
- $M_{Cd}$ : momento fletor que gera situação de compressão máxima;
- $A$ : área da seção transversal da parede;
- $W$ : módulo de resistência à flexão.

As Figuras [14] e [15] apresentam os diagramas de  $M_{Cd}$  e  $N_{Cd}$  das paredes analisadas, respectivamente.

A Tabela [5] compara as diferenças obtidas entre os modelos MPT e MEF, dos máximos momentos fletores característicos calculados considerando apenas as ações horizontais, e os máximos momentos fletores de cálculo, considerando a combinação de ações  $C_1$ , mostrando o nível onde eles ocorrem, e a diferença em

porcentagem. Como o momento fletor é praticamente influenciado apenas pelas ações horizontais, a ordem de grandeza das diferenças obtidas quando se comparam os valores característicos e os valores de cálculo é praticamente a mesma.

A Tabela [6] compara as diferenças obtidas entre os modelos MPT e MEF, das máximas forças normais características calculadas considerando apenas as ações horizontais, e das máximas forças normais de cálculo, considerando a combinação de ações  $C_1$ , mostrando o nível onde elas ocorrem, e a diferença em porcentagem.

Observa-se no título dos diagramas de momento fletor, força normal e tensão de compressão de cálculo, o sentido em que as ações horizontais são mais desfavoráveis para o esforço solicitante

**Tabela 5 - Comparação dos máximos  $M_{k,y}$  e  $M_{cd,y}$  nas paredes PH16 e PH34 e máximos  $M_{k,x}$  e  $M_{cd,x}$  nas paredes PV08 e PV15**

Parede	nível (m)	$M_{k,y}$ (kN.m)			$M_{cd,y}$ (kN.m)			
		MEF	MPT	%	nível (m)	MEF	MPT	%
PH16	0,00	213,68	306,02	43,21	0,00	-280,94	-411,90	46,62
PH34	0,00	78,96	123,34	56,21	0,00	115,65	169,79	46,81

Parede	nível (m)	$M_{k,x}$ (kN.m)			$M_{cd,x}$ (kN.m)			
		MEF	MPT	%	nível (m)	MEF	MPT	%
PV08	0,00	67,71	84,39	24,64	0,00	-79,88	-116,35	45,65
PV15	0,00	754,70	889,02	17,80	0,00	-1050,08	-1245,33	18,59

**Tabela 6 - Comparação dos máximos  $N_{k,z}$  e  $N_{cd,z}$  nas paredes PH16, PH34, PV08 e PV15**

Parede	nível (m)	$N_{k,z}$ (kN)			$N_{cd,z}$ (kN)			
		MEF	MPT	%	nível (m)	MEF	MPT	%
PH16	0,80	47,61	44,88	-5,74	0,00	-1396,43	-1409,39	0,93
PH34	13,60	12,30	20,05	63,05	0,00	-842,11	-821,33	-2,47
PV08	5,20	67,41	67,90	0,72	0,00	-1016,63	-1022,93	0,62
PV15	0,80	137,94	84,93	-38,43	0,00	-2393,01	-2230,87	-6,78

**Figura 16 - Diagrama de  $\sigma_{cd}$  das paredes PH16 e PH34**

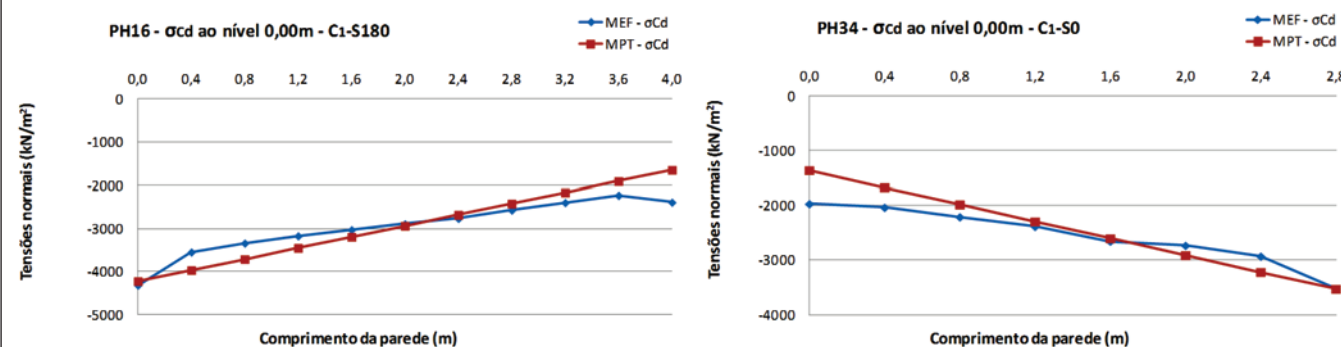


Figura 17 – Diagrama de  $\sigma_{Cd}$  das paredes PV08 e PV15

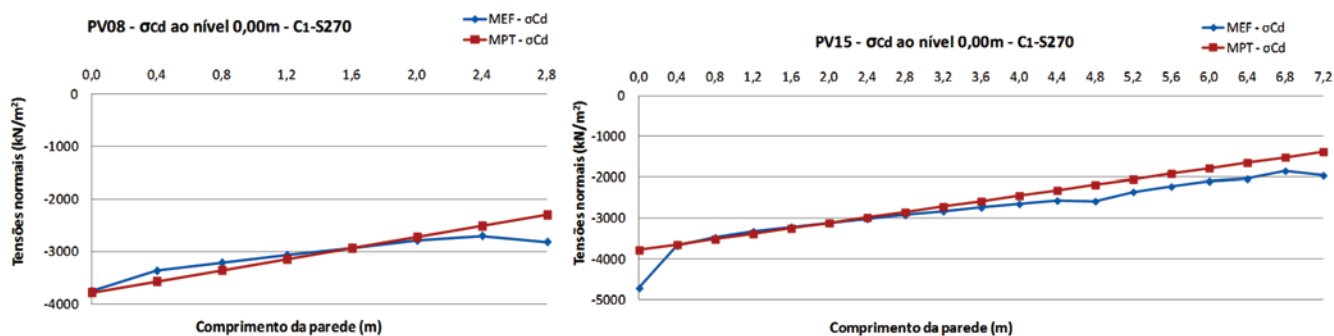


Tabela 7 – Comparação da máxima tensão normal de compressão obtida pelos dois modelos

Paredes	nível (m)	$\sigma_{Cd,m\acute{a}x}$ (kN/m <sup>2</sup> ) - C1		
		MEF	MPT	%
PH16	0,00	-4315,92	-4223,43	-2,14
PH34	0,00	-3531,92	-3527,27	-0,13
PV08	0,00	-3762,75	-3786,43	0,63
PV15	0,00	-4716,17	-3783,15	-19,78

apresentado da respectiva parede de contraventamento. Por exemplo, na parede PH16, as ações horizontais na direção X e no sentido 180° são as mais desfavoráveis para o momento fletor  $M_{Cd,y'}$ .

Os resultados da Tabela [6] evidenciam que quando as forças normais oriundas das ações horizontais são combinadas com as forças normais provenientes das cargas verticais, as diferenças entre os modelos MPT e MEF se reduzem significativamente gerando

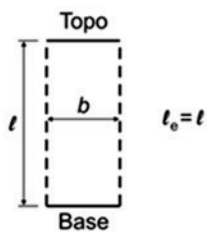
resultados muito próximos. Isso porque, como visto nos diagramas da Figura [11], as diferenças entre os modelos são muito pequenas quando comparadas as forças normais obtidas apenas por cargas verticais. Além disso elas são muito maiores em relação às forças normais obtidas apenas pelas ações horizontais.

Com os momentos fletores e forças normais de cálculo apresentados, o diagrama de tensões normais da seção transversal, ao nível da fundação, a qual é a crítica em todas as paredes aqui analisadas, é traçado conforme Figuras [16] e [17].

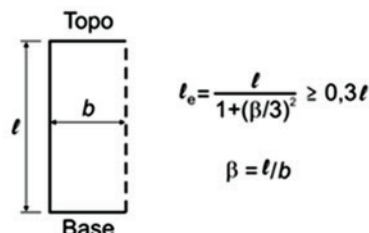
Ratifica-se a qualidade do MPT pela proximidade ao MEF verificada nos diagramas de tensões normais traçados. As máximas tensões de compressão, comparadas na Tabela [7] reforçam esse fato. A maior diferença ocorre na parede PV15, onde a tensão máxima de compressão obtida pelo MPT é 19,78% menor que a obtida pelo MEF. Essa comparação é feita no ponto onde a seção transversal da parede está mais comprimida. Ao se comparar a distribuição das tensões normais ao longo de toda seção da parede PV15, essa diferença cai e chega próximo a zero em vários pontos, como mostra o diagrama da Figura [17]. A máxima tensão normal de compressão nas outras paredes tem resultados muito próximos entre os dois modelos, sendo 2,14% a maior diferença (depois da obtida na parede PV15) e 0,13% a menor.

Figura 18 – Cálculo de  $\ell_e$  conforme vinculações da parede (NBR 16055:2012 (4))

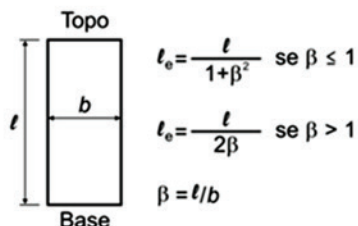
VINCULAÇÃO TIPO I



VINCULAÇÃO TIPO II



VINCULAÇÃO TIPO III



VINCULAÇÃO TIPO IV

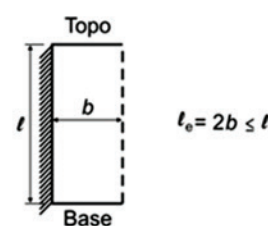
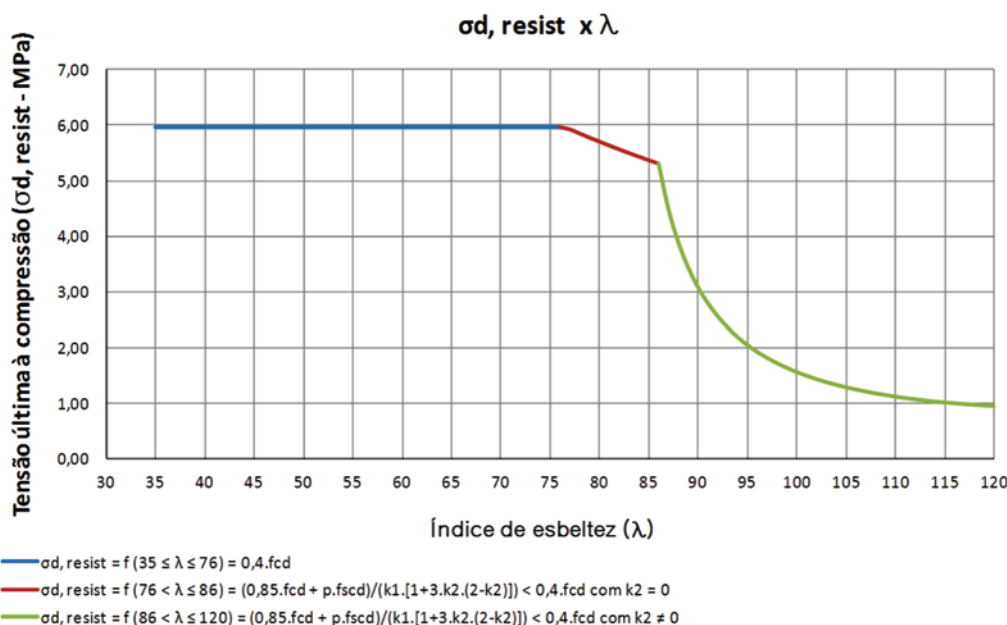


Figura 19 – Decréscimo da tensão última à compressão com aumento do índice de esbeltez, conforme NBR 16055 (4)



#### 5.4 Verificação do dimensionamento para máxima tensão normal de compressão

A verificação do dimensionamento para a máxima tensão de compressão é feita conforme indica a NBR 16055 [4]. A máxima tensão obtida deve ser menor que a tensão última à compressão. Calcula-se a tensão última a compressão dividindo-se o valor da resistência última à compressão pela espessura da parede. Calcula-se a resistência última à compressão conforme expressão do item 17.5.1 da NBR 16055 [4], apresentada abaixo na Equação [8].

$$\eta_{d, resist} = \frac{(0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot f_{scd}) \cdot t}{k_1 [1 + 3k_2 (2 - k_2)]} \leq \frac{(0,85 \cdot f_{cd} + \rho \cdot f_{scd}) \cdot t}{1,643} \leq 0,4 \cdot f_{cd} \cdot t \quad (8)$$

Onde:

- $\eta_{d, resist}$  : resistência última à compressão por unidade de comprimento;
  - $f_{cd}$  : resistência de cálculo à compressão do concreto;
  - $\rho$  : taxa geométrica da armadura vertical da parede, não maior que 1%;
  - $t$  : espessura da parede;
  - $f_{scd}$  : resistência de cálculo do aço à compressão;  $f_{scd} = \frac{E_s \cdot 0,002}{\gamma_s}$ ;
  - $E_s$  : módulo de elasticidade do aço;
  - $\gamma_s$  : coeficiente redutor de resistência do aço igual a 1,15;
- A definição dos coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  dependem do índice de esbeltez da parede, que é definido pela Equação [9].

$$\lambda = \frac{l_e \cdot \sqrt{12}}{t} \quad (9)$$

A Figura 2 da NBR 16055 [4], apresentada aqui na Figura [18] de

Tabela 8 – Cálculo da resistência última à compressão conforme NBR 16055 (4)

Resistência última à compressão - NBR 16055 -> t = 12 cm											
Paredes	Vinculações	L (m)	β = h/L	h <sub>o</sub> (m)	h <sub>o</sub> /t	λ	k1	k2	η <sub>d, resist</sub> (kN/m)	σ <sub>d, resist</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	
PH16a	III	2,4	1,17	1,20	10,0	34,6	0,99	0,00	714,29	5952,38	
PH16b	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PH34a	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PH34b	II	1,2	2,33	1,74	14,5	50,4	1,44	0,00	714,29	5952,38	
PV08a	III	2,4	1,17	1,20	10,0	34,6	0,99	0,00	714,29	5952,38	
PV08b	II	0,4	7,00	0,84	7,0	24,2	0,69	0,00	714,29	5952,38	
PV15a	II	0,8	3,50	1,19	9,9	34,2	0,98	0,00	714,29	5952,38	
PV15b	III	0,8	3,50	0,40	3,3	11,5	0,33	0,00	714,29	5952,38	
PV15c	III	3,2	0,88	1,59	13,2	45,8	1,31	0,00	714,29	5952,38	
PV15d	III	1,6	1,75	0,80	6,7	23,1	0,66	0,00	714,29	5952,38	
PV15e	III	0,4	7,00	0,20	1,7	5,8	0,16	0,00	714,29	5952,38	
PV15f	II	0,4	7,00	0,84	7,0	24,2	0,69	0,00	714,29	5952,38	

**Tabela 9 – Verificação do dimensionamento quanto à máxima tensão normal de compressão conforme NBR 16055 (4)**

Paredes	nível (m)	$\sigma_{Cd,m\acute{a}x}$ (kN/m <sup>2</sup> ) – C1			%	$\sigma_{d,resist}$ (kN/m <sup>2</sup> ) NBR 16055:2012	STATUS
		MEF	MPT				
PH13	0,00	-3764,92	-4006,79	6,42	-5952,38	OK	
PH16	0,00	-4315,92	-4223,43	-2,14	-5952,38	OK	
PV08	0,00	-3762,75	-3786,43	0,63	-5952,38	OK	
PV12	0,00	-3928,58	-3711,41	-5,53	-5952,38	OK	
PV15	0,00	-4716,17	-3783,15	-19,78	-5952,38	OK	

forma adaptada, define o comprimento equivalente  $\ell_e$  da parede, em função das suas vinculações.

O coeficiente  $k_1$  é definido por  $k_1 = \lambda/35$  para qualquer valor de  $\lambda$ . Quando o índice de esbelteza estiver no intervalo  $35 \leq \lambda \leq 86$ ,  $k_2$  vale zero. Se o índice de esbelteza estiver no intervalo  $86 < \lambda \leq 120$ ,  $k_2$  é definido pela Equação [10].

$$k_2 = \frac{(\lambda - 86)}{120} \quad (10)$$

Os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$  consideram a minoração da resistência última à compressão referente à instabilidade localizada causada por efeitos de 2ª ordem. Para se ter ordem de grandeza, o gráfico da Figura [19] mostra o decréscimo da tensão última à compressão a medida que o índice de esbelteza aumenta, considerando  $f_{ck} = 25$  MPa,  $f_{scd} = 365,2$  MPa e  $\rho = 0,1\%$ . Ao traçar o gráfico, a expressão de resistência última à compressão, descrita na Equação [8], foi aplicada sem considerar a espessura da parede para que os valores ficassem em termos de tensão. A perda de resistência é visível e significativa quando  $\lambda > 86$ , limite a partir do qual  $k_2$  é diferente de zero e que, conseqüentemente, a influência da instabilidade localizada é bem maior. Caso se queira fazer uma análise mais precisa de instabilidades locais e localizadas, devem ser utilizadas as expressões dos itens 15.8 e 15.9 da NBR 6118 [1].

As resistências últimas à compressão das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15 são mostradas na Tabela [8] por trechos representados pelas letras, a, b, c etc., que consideram a mudança da vinculação lateral provocada por paredes transversais a elas. Conseqüentemente, o comprimento dessas paredes é dado por trechos e definido pelas paredes transversais.

Finalmente a Tabela [9] apresenta a verificação do dimensionamento da seção transversal mais solicitada das paredes PH16, PH34, PV08 e PV15, quanto à tensão máxima de compressão, conforme premissas da norma NBR 16055 [4].

Por fim, verificou-se que a espessura inicialmente adotada de 12 cm para as paredes analisadas do edifício estudado, são suficientes para resistir as tensões normais de compressão, sejam elas calculadas por qualquer um dos dois modelos numéricos utilizados neste trabalho.

## 6. Conclusões

A comparação entre os resultados obtidos pelos modelos MEF e MPT foi realizada com o objetivo de avaliá-los qualitativamente quando aplicados ao dimensionamento de tensões normais de compressão de paredes de concreto armado, de um edifício construído no sistema Paredes de Concreto.

Constatou-se excelente aproximação entre os modelos MPT e MEF na distribuição de cargas verticais. A força normal concentrada ao nível da fundação oriunda apenas de cargas verticais apresentaram resultados muito próximos.

Os diagramas de momentos fletores e forças normais, considerando apenas as forças devidas ao vento e ao desaprumo foram traçados. Observaram-se diferenças consideráveis entre os valores obtidos pelos modelos MEF e MPT. O momento fletor ao nível da fundação da PH34 do edifício estudado diferiu entre os modelos em 56,21%. O mesmo ocorreu com a máxima força normal obtida nesta parede, cuja diferença chegou em 63,05%. Apesar das diferenças verificadas nos resultados desses dois esforços, as curvas dos respectivos diagramas foram próximas e tenderam a um mesmo comportamento.

As diferenças percebidas entre o MEF e o MPT quando se obtiveram momentos fletores e forças normais, considerando apenas as ações horizontais, tornaram-se insignificantes quando a verificação ao dimensionamento da máxima tensão normal de compressão foi realizada. Para tanto, foi necessário combinar as ações verticais e horizontais.

Quando a composição da força normal de cálculo com o momento fletor de cálculo foi feita, conforme a combinação de ações  $C_1$ , os valores de tensão normal obtidos pelos dois modelos ficaram muito próximos. No caso da parede PH34 do edifício estudado, a diferença entre os dois modelos referente à máxima tensão normal de compressão foi de apenas 0,13%. Os diagramas das tensões normais, traçados nas seções transversais críticas das outras paredes analisadas, também evidenciaram a proximidade entre os modelos. Essa semelhança das tensões foi justificada pela grande proximidade obtida nas forças normais oriundas apenas de cargas verticais. Além disso, as forças normais devidas às cargas verticais foram muito maiores que os outros esforços obtidos pelas ações horizontais.

A máxima tensão normal de compressão foi sempre menor que a tensão última à compressão calculada pela NBR 16055 [4],



considerando as paredes com 12 cm de espessura, o que satisfaz, portanto, a condição mínima para o dimensionamento.

Portanto, conclui-se que o Modelo Pórtico Tridimensional pode ser usado na análise estrutural de edifícios construídos no sistema Paredes de Concreto. O MPT se mostrou um modelo confiável pela proximidade de resultados quando comparado com o MEF. A análise de resultados via MEF é complicada, tornando-o muitas vezes uma ferramenta não utilizada no cotidiano de um escritório de cálculo. Recomenda-se a utilização do MEF para análises locais e que requerem maiores detalhes.

## 7. Referências bibliográficas

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2007) NBR 6118. Projeto de estrutura de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2007.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1980) NBR 6120. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.
- [03] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003) NBR 8681. Ações e segurança nas estruturas – Procedimentos. Rio de Janeiro, 2003.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2012) NBR 16055. Parede de concreto moldada no local para a construção de edificações – Requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro, 2012.
- [05] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2012) NBR 6123. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 2012.
- [06] CORRÊA, M. R. S. (2003). Fluxo de forças em edifícios de alvenaria estrutural. 156f. Texto apresentado para o concurso de Professor Livre Docente do departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.
- [07] CORRÊA, M.R.S.; RAMALHO, M.A.. Projeto de edifícios de alvenaria estrutural. São Paulo: Editora PINI Ltda, 2003.
- [08] NASCIMENTO NETO, J. A. (1999). Investigação das solicitações de cisalhamento em edifícios de alvenaria estrutural submetidos a ações horizontais. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos Universidade de São Paulo.
- [09] NASCIMENTO NETO, J.A.; CORRÊA, M.R.S. (2002). Análise tridimensional de edifícios em alvenaria estrutural submetidos à ação do vento. Cadernos de Engenharia de São Carlos, n.19, p. 81-100, São Carlos, 2002.
- [10] NUNES, V.Q.G. (2011). Análise estrutural de edifícios de paredes de concreto armado. Dissertação de mestrado pela Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.
- [11] YAGUI, T. (1971). Estruturas constituídas de paredes delgadas com diafragmas transversais. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1971.
- [12] COMPUTERS & STRUCTURES INC. (2011). CSI Analysis reference manual for SAP2000. Berkeley, California, USA, 2011.

Volume 7, Number 3

June 2014

ISSN: 1983-4195

### Contents

***Evaluation of second order moments in reinforced concrete structures using the  $\gamma_z$  and  $B_2$  coefficients***

D. M. OLIVEIRA, N. A. SILVA, P. M. OLIVEIRA and C. C. RIBEIRO

329

***Quality of concrete plant wastewater for reuse***

H. M. PAULA and M. S. O. ILHA

349

***Consideration of reinforced concrete crushing through cohesive models***

T. B. EVANGELHO and E. BITTENCOURT

367

***Influence of the reinforcement corrosion on the bending moment capacity of reinforced concrete beams: a structural reliability approach***

E. A. P. LIBERATI, E. D. LEONEL and C. G. NOGUEIRA

379

***Punching shear in reinforced flat slabs with hole adjacent to the column and moment transfer***

D. C. OLIVEIRA, R. B. GOMES and G. S. MELO

414

***Statistical analysis and conformity testing of concrete in port construction work***

M. C. LARROSSA, M. V. REAL, C. R. R. DIAS and F. C. MAGALHÃES

468

***Design of reinforced concrete walls casted in place for the maximum normal stress of compression***

T. C. BRAGUIM and T. N. BITTENCOURT

498