

## Determinação do módulo de elasticidade do concreto pelo método dinâmico: **contribuições para o controle tecnológico**

**PEDRO BILESKY** - MSc. - <https://orcid.org/0009-0003-2070-7580> (bilesky.pc@gmail.com) ;

**HENRIQUE ALVES** - DR. - <https://orcid.org/0000-0002-6508-4992> (ha@atcp-ndt.com) – **Sonelastic**

**PAULO HELENE** - PROF. DR. - <https://orcid.org/0000-0001-6442-7693> (paulo.helene@concretophd.com.br) ;

**DOUGLAS COUTO** - MSc. - <https://orcid.org/0000-0001-5968-517X> (douglas.couto@concretophd.com.br) – **PhD Engenharia**

**ALESSANDRA L. DE CASTRO** - PROF<sup>a</sup>. DR<sup>a</sup>. - <https://orcid.org/0000-0002-7248-7327> (alcastro@sc.usp.br) – **EESC/USP**

**RUBENS CURTI** - ENG. - <https://orcid.org/0009-0007-5011-1808> (rubens.curti@abcp.org.br) – **ABCP**

### RESUMO

O MÉTODO DINÂMICO PARA A DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO É AMPLAMENTE UTILIZADO NO EXTERIOR E TEM GANHADO POPULARIDADE NO BRASIL, ESPECIALMENTE APÓS A SUA INCORPORAÇÃO NA NORMA ABNT NBR 8522[1], PELA REVISÃO DE 2021. ESSE ALINHAMENTO ÀS NORMAS INTERNACIONAIS VI-SOU PROMOVER UMA ALTERNATIVA NÃO DESTRUTIVA, MAIS PRÁTICA, PRECISA E REPRODUTIVA AO PROCEDIMENTO ESTÁTICO TRADICIONAL, COM O INTUÍTO DE MINIMIZAR AS CONTROVÉRSIAS ENTRE PROJETISTAS, CONSTRUTORAS, EMPRESAS DE SERVIÇO DE CONCRETAGEM E LABORATÓRIOS. A ADOÇÃO DO MÉTODO DINÂMICO PELA CADEIA PRODUTIVA DO CONCRETO TEM OCORRIDO RAPIDAMENTE E CONTRIBUÍDO PARA A POPULARIZAÇÃO DA DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE NO CONTEXTO DO CONTROLE TECNOLÓGICO. NESSE ARTIGO, É APRESENTADO O MÉTODO DINÂMICO, TAMBÉM CONHECIDO COMO TÉCNICA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO, E DISCUTIDA AS SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA O CONTROLE TECNOLÓGICO DO CONCRETO.

**PALAVRAS-CHAVE:** MÓDULO DE ELASTICIDADE, MÉTODO DINÂMICO, TÉCNICA DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO, ABNT NBR 8522, CONTROLE TECNOLÓGICO DO CONCRETO.

### 1. INTRODUÇÃO

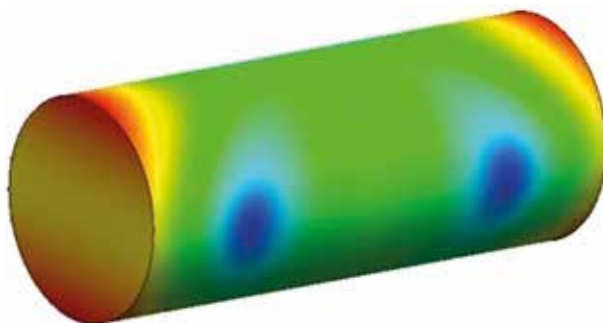
A elevada demanda por materiais de construção civil, impulsionada pelas necessidades

humanas crescentes de infraestrutura, moradia e mobilidade, aliada à busca por sustentabilidade e redução das emissões de carbono, tem gerado novos desafios para a cadeia produtiva do concreto. É necessário construir mais com menos, sem desprezar matérias-primas. Como resultado, os concretos precisam ser produzidos com os agregados disponíveis localmente, que nem sempre são os mais resistentes ou os menos reativos, assim como os resíduos de produção devem ser sempre aproveitados. Adicionalmente, as estruturas precisam ser mais esbeltas, com menores volumes. Nessas circunstâncias, a especificação e o controle do módulo de elasticidade tornam-se indispensáveis. No entanto, o método

estático tradicional para a determinação do módulo de elasticidade é custoso, demorado e apresenta alta dispersão, especialmente para concretos de média e alta resistência. Neste contexto, o método dinâmico provê uma solução inovadora, que é, ao mesmo tempo, não destrutiva, mais acessível, prática e confiável. Apresentam-se, neste trabalho, além do procedimento de ensaio e suas vantagens, a correlação normativa entre os resultados obtidos em diversos estudos, realizados em diversos laboratórios brasileiros, do módulo de elasticidade dinâmico,  $E_{cd}$ , e do módulo de elasticidade estático,  $E_{ci}$ . Não foram determinadas correlações entre o módulo dinâmico,  $E_{cd}$  e o módulo de deformação,  $E_{cs}$ , que pode continuar a ser estimado, utilizando-se as correlações, aqui apresentadas, para obtenção do  $E_{ci}$ , e posteriormente utilizando as equações constantes no Item 8.2.8 da norma ABNT NBR 6118 [2].

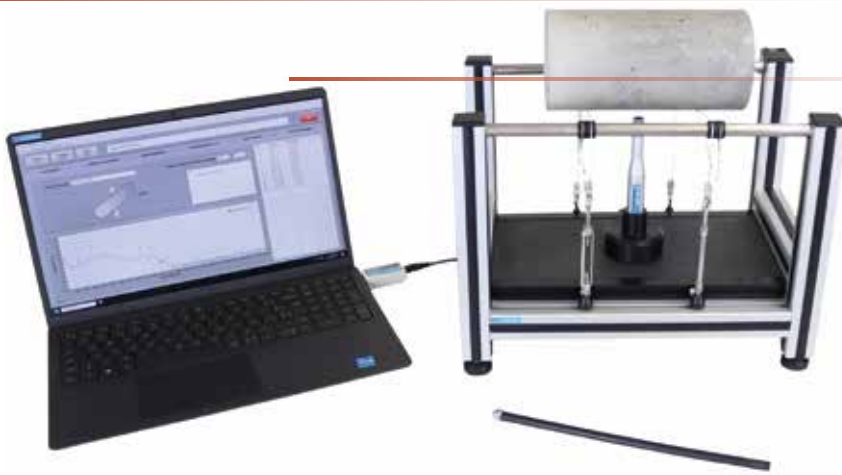
### 2. O MÉTODO DINÂMICO

Todo corpo rígido emite um som quando excitado com uma leve pancada ou impulso mecânico; tocar um sino e bater na madeira são exemplos triviais desse fenômeno. Já, nos primórdios da ciência, descobriu-se que esses sons, ou respostas acústicas, são constituídos pelas frequências



**FIGURA 1**

ILUSTRAÇÃO DO MODO DE VIBRAÇÃO FLEXIONAL: AS REGIÕES EM VERMELHO SÃO AS DE MAIOR AMPLITUDE DE VIBRAÇÃO E AS REGIÕES EM AZUL SÃO AS DE MENOR AMPLITUDE



**FIGURA 2**

EXEMPLO DE SISTEMA DE MEDIÇÃO PARA O MÉTODO DINÂMICO

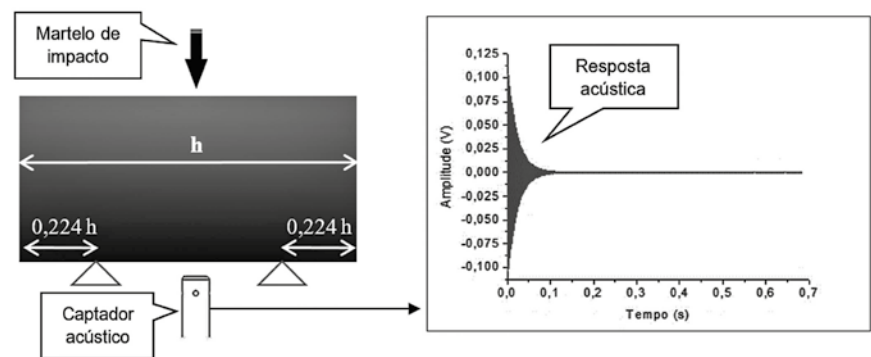
naturais de vibração do objeto, determinadas unicamente pela geometria, dimensões e densidade aparente. Essas frequências são altamente reprodutíveis: não importa o número de excitações, são sempre as mesmas — o corpo de prova não consegue vibrar em uma frequência errada. Para geometrias regulares, como cilindros e prismas, há equações analíticas que correlacionam as frequências com as dimensões e a densidade aparente, ou a massa, o que permite aplicações tecnológicas. Uma dessas aplicações é o método dinâmico, também conhecido como técnica das frequências naturais de vibração, utilizado na determinação do módulo de elasticidade de materiais. Este método, em sua forma mais simples, consiste em determinar o módulo de elasticidade de corpos de prova cilíndricos a partir de suas dimensões, massa e frequência de ressonância flexional. O modo de vibração flexional está ilustrado na Figura 1. As dimensões podem ser medidas com um paquímetro, a massa com uma balança e a frequência de ressonância flexional com arranjos experimentais ou instrumentos de medição dedicados, como o mostrado na Figura 2, que compreendem pelo menos um suporte de corpo de prova, um dispositivo excitador ou martelo de impacto, um captador acústico, uma eletrônica para a digitalização do sinal e em um software para os cálculos. Esse método não exige o uso de prensas, extensômetros ou o acoplamento de transdutores.

### 2.1 Procedimento de ensaio

O procedimento de ensaio é simples e consiste em apoiar o corpo de prova nas

regiões de amplitude de vibração mínima (linhas nodais), aplicar uma leve pancada na região central, onde a amplitude de vibração será máxima, detectar o som ou resposta acústica, processar este som para a identificação da frequência de vibração flexional, e calcular o módulo de elasticidade dinâmico, considerando a massa e as dimensões do corpo de prova [1]. Na Fig. 3, é ilustrada a aplicação do impacto e a captura da resposta acústica. Na Fig. 4, é ilustrado o processamento de sinais para a identificação da frequência flexional. No espectro de frequências à direita da Fig. 4, a frequência flexional é a do pico de maior amplitude, uma vez que o modo de vibração flexional foi o favorecido pelos locais de apoio e de excitação.

Uma vez identificada a frequência flexional ( $f_f$ ), o módulo de elasticidade dinâmico do concreto  $E_{cd}$  é calculado pela Eq. 1, estabelecida pela ABNT NBR 8522-2 (2021) [1], em função da massa, altura, diâmetro e da frequência natural de vibração (modo



**FIGURA 3**

ILUSTRAÇÃO DA APLICAÇÃO DO IMPACTO E CAPTURA DO SOM OU RESPOSTA ACÚSTICA. IMAGEM ADAPTADA DA REFERÊNCIA [1]

de vibração flexional fundamental). Também está envolvido o fator de correção geométrico  $T$ , que depende da razão de aspecto do corpo de prova e é definido pela norma.

$$[1] \quad E_{cd} = 1,6067 \frac{h^3 \times m \times f_f^2}{d^4} \times T \times 10^{-9}$$

Sendo:

$h$ : Altura do corpo de prova (mm);

$m$ : Massa do corpo de prova (g);

$f_f$ : Frequência natural de vibração do modo flexional (Hz);

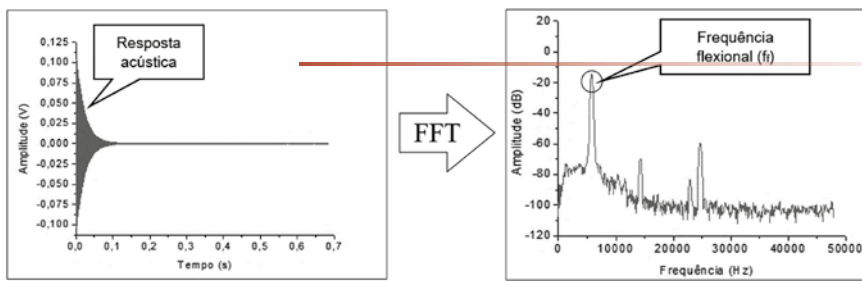
$d$ : Diâmetro do corpo de prova (mm);

$T$ : Fator de correção geométrico (adimensional).

### 2.2 Incerteza de medição, repetitividade e reprodutibilidade

A incerteza típica do método dinâmico na determinação do módulo de elasticidade do concreto é de aproximadamente 1,5% [3,4] e pode ser calculada com exatidão aplicando o procedimento descrito na referência [7]. As principais contribuições são as incertezas das dimensões, que dependem do acabamento do corpo de prova e da habilidade do operador em medi-las corretamente.

A repetitividade do método dinâmico depende essencialmente da exatidão da medição da frequência [7], que deve ser de, no mínimo, 0,1% para corpos de prova de concreto, conforme especificado pela norma ABNT NBR 8522-2 (2021) [1]. Essa exatidão mínima é facilmente atendida pelos sistemas comerciais disponíveis. É importante destacar que a influência da intensidade da pancada na repetitividade é desprezível para concretos que



**FIGURA 4**

ILUSTRAÇÃO DO PROCESSAMENTO DA RESPOSTA ACÚSTICA PARA A IDENTIFICAÇÃO DA FREQUÊNCIA FLEXIONAL. IMAGEM ADAPTADA DA REFERÊNCIA [1]

não sofrerem solicitações mecânicas acima do limite elástico ou choques térmicos, como é o caso dos corpos de prova utilizados no controle tecnológico do concreto [1]. A repetitividade é uma medida da estabilidade dos resultados de medição quando o instrumento de medição é usado repetidamente, nas mesmas condições, para ensaiar o mesmo corpo de prova, pelo mesmo operador. Esse parâmetro pode ser avaliado apenas em métodos não destrutivos, como o método dinâmico, que permite determinar o módulo de elasticidade do mesmo corpo de prova repetidas vezes sem causar danos.

A reprodutibilidade do método dinâmico será avaliada por meio de sua inclusão nos ensaios interlaboratoriais do INMETRO. Essa inclusão é premente e deve ocorrer em breve, considerando a popularização do método e o fato de já existir um número expressivo de laboratórios equipados para realizá-lo. Devido às características do método dinâmico, que não envolve a aplicação de altas tensões mecânicas e nem requisitos rigorosos de alinhamento, estima-se que a reprodutibilidade deva ser da mesma ordem da incerteza de medição discutida anteriormente (aproximadamente 1,5%), acrescida da dispersão intrínseca dos corpos de prova. A reprodutibilidade mede a consistência dos resultados quando o ensaio é repetido em diferentes laboratórios por operadores distintos, sendo usualmente expressa como uma faixa de desvio entre os resultados. No caso dos ensaios interlaboratoriais do INMETRO, a reprodutibilidade corresponde a aproximadamente o desvio padrão da massa de resultados dos laboratórios para o mesmo traço.

### 2.3 Correlação entre o módulo dinâmico ( $E_{cd}$ ) e o estático ( $E_{ci}$ )

Devido ao comportamento viscoelástico e não linear do concreto, o módulo de elasticidade determinado pelo método dinâmico,

$E_{cd}$ , não coincide com o módulo de elasticidade determinado pelo método estático,  $E_{ci}$ , sendo  $E_{cd}$  sempre maior ou igual a  $E_{ci}$ . No entanto, a correlação entre  $E_{ci}$  e  $E_{cd}$  é bem estabelecida e apresentada no Anexo Normativo B da ABNT NBR 8522-1 (2021) [1], conforme o modelo de POPOVICS (Eq. 2) [5].

$$[2] \quad E_{ci} = \frac{0,4275}{\rho} E_{cd}^{1,4}$$

Sendo:

$E_{ci}$ : Módulo de elasticidade tangente inicial (GPa);

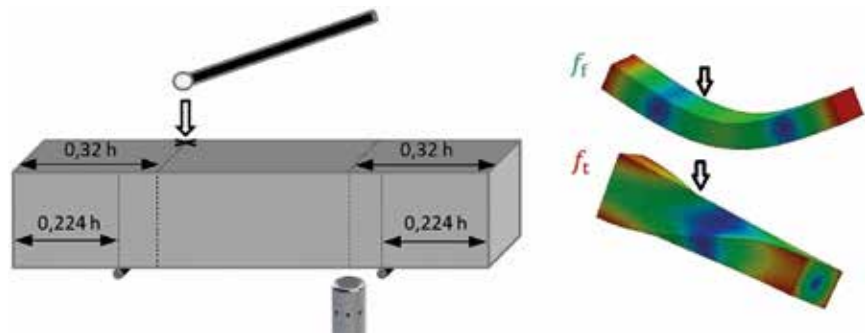
$E_{cd}$ : Módulo de elasticidade dinâmico (GPa);

$\rho$ : Massa específica aparente do concreto ( $\text{g}/\text{cm}^3$ ).

Após extensos programas experimentais, o modelo de POPOVICS, aplicado em concretos brasileiros, apresentou, em média, um erro sistemático de  $-6,7\%$  e um desvio padrão de  $7,1\%$ , o que, combinados, implicam em uma incerteza de  $13,7\%$  [1,6].

### 2.4 Aplicações avançadas

A norma ABNT NBR 8522-2 (2021) limita-se a aplicação do método dinâmico para



**FIGURA 5**

POSIÇÃO DE APOIO E DE APLICAÇÃO DA PANCADA PARA A OBTENÇÃO SIMULTÂNEA DOS MODOS DE VIBRAÇÃO FLEXIONAL E TORCIONAL DE UM CORPO DE PROVA PRISMÁTICO. IMAGEM ADAPTADA DA REFERÊNCIA [8]

determinação do módulo de elasticidade [1]. Contudo, esse método também pode ser aplicado para determinar o módulo de cisalhamento e o coeficiente de Poisson, propriedades importantes no dimensionamento de estruturas, especialmente para a verificação dos estados limites de serviço. Para a determinação do módulo de cisalhamento, do coeficiente de Poisson e do módulo de elasticidade, é necessário preparar corpos de prova prismáticos e excitar os modos de vibração flexional e torcional simultaneamente, como ilustrado na Fig. 5 para um corpo de prova prismático de  $40 \times 10 \times 10 \text{ cm}$ . [8].

Após identificar as frequências flexional e torcional do corpo de prova prismático, é possível calcular os módulos e do coeficiente de Poisson por meio de equações analíticas [7].

## 3. CONTRIBUIÇÕES DO MÉTODO DINÂMICO PARA O CONTROLE TECNOLÓGICO

O método dinâmico é uma inovação disruptiva, pois reduz os custos e o tempo necessários para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, ao mesmo tempo em que diminui a incerteza dos resultados. Com ele, obtêm-se resultados mais confiáveis com muito menos recursos e de forma mais rápida, como será discutido a seguir, em contraste com o método estático.

### 3.1 Economia no número de corpos de prova

A preparação de corpos de prova é custosa e, para os ensaios de módulo de

elasticidade pelo método estático, que é destrutivo, é necessária a preparação de mais três unidades, por idade, [1]. Por outro lado, o método dinâmico, por ser um ensaio não destrutivo, permite determinar o módulo de elasticidade em corpos de prova preparados para a determinação da resistência à compressão. Essa abordagem possibilita aumentar a frequência dos ensaios de módulo, sem necessariamente gerar demandas extras relacionadas à preparação dos corpos de prova.

### 3.2 Economia de tempo de execução do ensaio

O ensaio estático demanda, em média, cerca de uma hora para ser executado [5]. É demorado por conta das diversas etapas envolvidas, como o acoplamento dos medidores de deformação, posicionamento na prensa, o alinhamento e a aplicação dos ciclos de carregamento. Por outro lado, o método dinâmico requer aproximadamente seis minutos e meio [5], ou seja, quase dez vezes mais rápido. Em uma jornada de trabalho de oito horas, é possível realizar no máximo oito ensaios pelo método estático, enquanto o método dinâmico permite a execução de até 74 ensaios.

### 3.3 Maior confiabilidade dos resultados

Conforme estabelecido na ABNT NBR 8522-1 (2021) [1], a repetitividade mínima para o método estático é de 5% e a reprodutibilidade de 10%. Contudo, esses percentuais são dificilmente atingidos na prática, sendo corriqueiras discrepâncias de até 20%.

Analisando a dispersão dos resultados dos Interlaboratoriais do INMETRO entre 2006 e 2018, o desvio padrão percentual foi, em média, de 12% e proporcional ao módulo. Ou seja, quanto maior o módulo, maior a dispersão, atingindo aproximadamente 20% para concretos de média e alta resistência [7]. Por outro lado, a repetitividade mínima estabelecida na ABNT NBR 8522-1 (2021) [1] para o método dinâmico é de 0,1%, percentual facilmente atendido pelos sistemas comerciais disponíveis. A reprodutibilidade do método dinâmico ainda não foi incluída nos ensaios interlaboratoriais do INMETRO, porém estima-se que deva ser da mesma ordem da incerteza de medição, aproximadamente 1,5% [3,4], conforme discutido no tópico 1.2.

No caso do módulo tangente inicial ( $E_{ci}$ ) estimado a partir do módulo dinâmico ( $E_{cd}$ ), há a incerteza do modelo empregado na estimativa, que é de aproximadamente 13,7% [1,6], como discutido no tópico 1.3. Essa incerteza é similar ao do método estático para concretos de baixa resistência, porém se mantem para concretos de média e alta resistência, ao passo que a incerteza do método estático aumenta. Portanto, pode-se dizer que o  $E_{ci}$  estimado a partir do dinâmico é tão ou mais preciso do que quando medido pelo próprio método estático.

### 3.4 Custos de aquisição, operação e manutenção

Um sistema comercial para método dinâmico custa uma fração de uma prensa instrumentada para o método estático, ocupa um espaço menor, consome menos energia, requer menos manutenção e é facilmente calibrável.

## 3.5 Alta sensibilidade

O método dinâmico, por ser não destrutivo e por conta de sua alta repetitividade, permite a detecção de alterações sutis ao longo do tempo no módulo de elasticidade de um mesmo corpo de prova submetido a processos de intempéries, alterações essas que podem indicar a ocorrência de processos expansivos ou de degradação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

No controle tecnológico do concreto relacionado ao módulo de elasticidade, o padrão atual é a especificação do  $E_{cs}$  e do  $E_{ci}$  pelos projetistas; o  $E_{ci}$  pode ser determinado pelo método estático ou estimado a partir do dinâmico, conforme norma ABNT NBR 8522-1&2 (2021) [1]. É intuitivo que a referência corrente seja o  $E_{ci}$  determinado pelo método estático, dada a sua maior semelhança com as condições de uso do material e a aplicação direta desta informação nos cálculos estruturais. No entanto, seria desejável a adoção do módulo dinâmico ( $E_{cd}$ ) como referência, o que reduziria significativamente a incerteza dos resultados entre laboratórios, facilitando comparações e o atendimento das especificações técnicas. Nesse cenário, bastaria ao projetista estimar e especificar o  $E_{cd}$  a partir do  $E_{ci}$  almejado, utilizando o modelo de POPOVICS, conforme especificado pela norma [1,6]. Atualmente, o projetista especifica o módulo de elasticidade tangente inicial pelo método estático ( $E_{ci}$ ) e, quando esse é estimado a partir do dinâmico, dilui-se uma contribuição em potencial importante do método dinâmico: a redução da incerteza dos resultados interlaboratoriais. A incerteza do método dinâmico é uma ordem de grandeza menor que do método estático e do  $E_{ci}$  estimado [7].

## ▶ REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABNT NBR 8522-1&2:2021 — Concreto endurecido — Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação, Partes 1 e 2 — Métodos de Ensaio. Rio de Janeiro, 2021.
- [2] ABNT NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto — Rio de Janeiro, 2023.
- [3] BILESKY, Pedro Carlos. Contribuição aos Estudos do Módulo de Elasticidade do Concreto. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado) — Curso de Habitação, Coordenadoria de Ensino Tecnológico, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S. A., São Paulo, 2016. Cap. 5.
- [4] CARRAZEDO, R., et al. Mechanical Characterization of Concrete by Impact Acoustics Tests. J. Mater. Civ. Eng., 2018, 30(4): 05018001. DOI: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0002231.
- [5] THOMAZ, W. A. Estudo comparativo do módulo de elasticidade estático e dinâmico de concretos contendo agregados basálticos. Dissertação de Mestrado — UNILA. Foz do Iguaçu, 2020.
- [6] POPOVICS, S. "Verification of relationships between mechanical properties of concrete-like materials." *Matériaux et Construction*, 8(3), 183-191 (1975).
- [7] ALVES, H. et al. Considerações sobre a incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto, determinado de acordo com a norma ABNT NBR 8522-1&2:2021. ANAIS DO 64º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO — 64CBC2023. ISSN 2175-8182. Florianópolis, outubro 2023. 16 p.
- [8] CASTRO, A. L. et al. Aplicações avançadas do método das frequências naturais de vibração: Determinação do módulo de cisalhamento e coeficiente de Poisson dinâmicos em concretos de cimento Portland. ANAIS DO 63º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO — 63CBC2021. ISSN 2175-8182. Brasília, outubro 2022. 15 p.