

## Behavior of Flat Slabs Using Internal Studs as Shear Reinforcement

## Comportamento de Lajes-Cogumelo com Armadura de Cisalhamento do Tipo "Stud" Interno



L.M. TRAUTWEIN <sup>a</sup>  
leandro.trautwein@poli.usp.br

T. N. BITTENCOURT <sup>b</sup>  
tulio.bittencourt@poli.usp.br

R.B. GOMES <sup>c</sup>  
rgomes@eec.ufg.br

J.C. DELLABELLA <sup>d</sup>  
dbella@usp.br

### Abstract

Six reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement not embracing the flexural reinforcement were tested experimentally by a load on their centre through a square steel plate (200 x 200 x 50 mm). The main variables tested were the shear reinforcement diameter and the number of reinforcements layers in each slab. All slabs have rectangular shapes with dimensions of 200 mm in thickness and 3000 mm in side lengths. Results of failure load, failure surface, cracks, deflections and strain at shear reinforcement are described in this paper. The failure loads are compared to the ones obtained for similar slabs with standard shear reinforcement. This approach shows that the internal studs used as shear reinforcement may reach failure loads up to 1.75 higher than failure loads obtained in similar tests of slabs with no shear reinforcement.

**Keywords:** flat slabs, punching, shear reinforcement.

### Resumo

Seis lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, posicionada entre as armaduras de flexão, submetidas a um carregamento aplicado no centro da laje através de uma placa metálica (200 x 200 x 50 mm) são analisadas experimentalmente. As principais variáveis dos ensaios são: o diâmetro da armadura de cisalhamento e o número de camadas utilizadas. As lajes têm dimensões de 3000 x 3000 mm de comprimento e uma altura nominal de 200 mm. São apresentados resultados de carga última, tipo de ruptura, fissuração, flecha e deformações da armadura de cisalhamento. As cargas de ruptura obtidas experimentalmente são comparadas com as de lajes similares, mas com armadura de cisalhamento ancorada na armadura de flexão. Os resultados mostraram que o uso deste tipo de armadura de cisalhamento colocada internamente à armadura de flexão proporcionou acréscimos de resistência à punção entre 48% e 75%, em relação às lajes sem armadura de cisalhamento.

**Palavras-chave:** lajes-cogumelo, punção e armadura de cisalhamento.

<sup>a</sup> Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações, leandro.trautwein@poli.usp.br, R. Trajano Reis nº 47, apt. 94 Ed. Paris, São Paulo, Brasil;

<sup>b</sup> Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações, tulio.bittencourt@poli.usp.br, São Paulo, Brasil;

<sup>c</sup> Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás, Departamento de Estruturas, rgomes@eec.ufg.br, Goiânia, Brasil;

<sup>d</sup> Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Estruturas e Fundações, dbella@usp.br, São Paulo, Brasil;

Tabela 1 – Resultados obtidos por Gomes(1)

Laje	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	A <sub>sw</sub> f <sub>y</sub> /cam. (kN)	Tipo de Distribuição da A <sub>sw</sub>	Pu (kN)	Modo ruptura
G1	159	40,24	-	-	560	-
G1A	159	41,12	-	-	587	-
G9	159	40,00	404,2	Radial	1227	Externa
G10	154	35,36	97,3	Radial	800	Interna
G11	154	34,56	129,3	Radial	907	Interna

d: altura útil da laje;

A<sub>sw</sub> – armadura de cisalhamento;

Mode of failure:

Externa – a superfície de ruptura foi externa à região com armadura de cisalhamento

Interna – a superfície de ruptura cruzou a região com armadura de cisalhamento

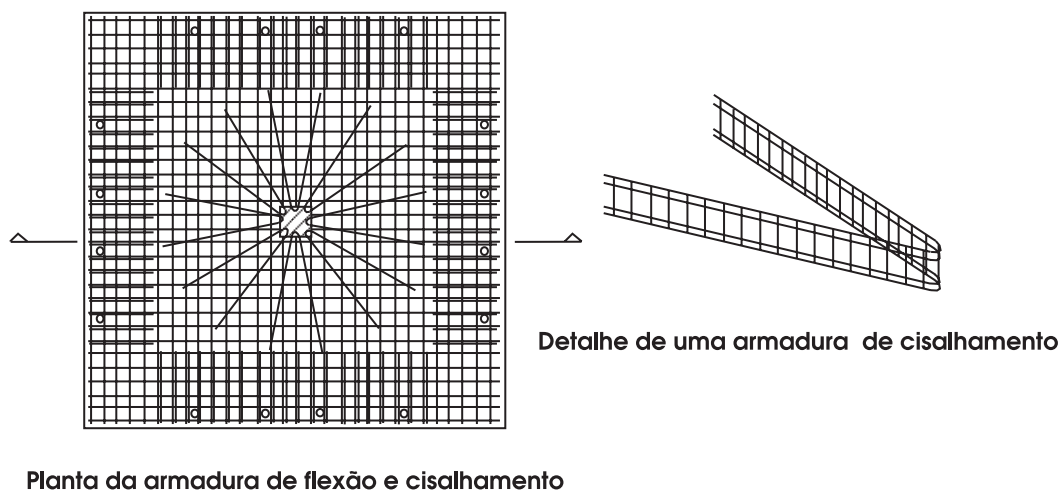
## 1 Introdução

Apresenta-se a seguir um resumo de resultados experimentais de vários autores que precederam esta pesquisa. Todos esses resultados foram obtidos em ensaios de lajes-cogumelo quadradas de concreto armado, com 3000 mm de lado e 200 mm de espessura, submetidas a um carregamento simétrico, através de uma área quadrada carregada de 200 mm de lado.

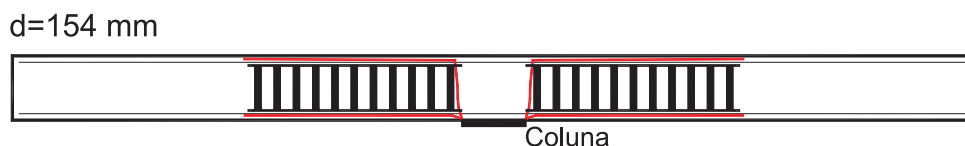
Gomes[1] realizou doze ensaios de lajes planas, sendo duas dessas lajes sem armadura de cisalhamento. A armadura

de cisalhamento era formada por perfis metálicos de seção I cortados em elementos, envolvendo a armadura de flexão inferior e superior, com uma espessura "s" de acordo com a área de aço requerida. O uso desse tipo de armadura de cisalhamento proporcionou um aumento de até 100% da resistência à punção, em comparação com as lajes sem armadura transversal. Os resultados das lajes G1 e G1A sem armadura de cisalhamento, da laje G9 (9 camadas de armadura de cisalhamento) e das lajes G10 e G11 (5 camadas de armadura de cisalhamento) de Gomes[1] estão apresentados na Tabela 1. Regan[2] utilizou uma armadura de cisalhamento disposta em forma de estrela (denominada "Riss Star") posicionada

Figura 1 – Lajes ensaiadas por Regan(2)



**Figura 2 – Fissuras horizontais entre as armaduras de flexão e de cisalhamento visualizadas por Andrade(3)**



entre as armaduras de flexão. A Figura 1 apresenta um detalhe da armadura utilizada por Regan. Foram ensaiadas duas lajes com este tipo de armadura de cisalhamento em estrela. Na primeira laje a armadura de cisalhamento continha 16 camadas, sendo cada barra de diâmetro igual a 6,0 mm, e na segunda laje a armadura de cisalhamento continha 17 camadas com barras de 8,0 mm. O espaçamento entre cada

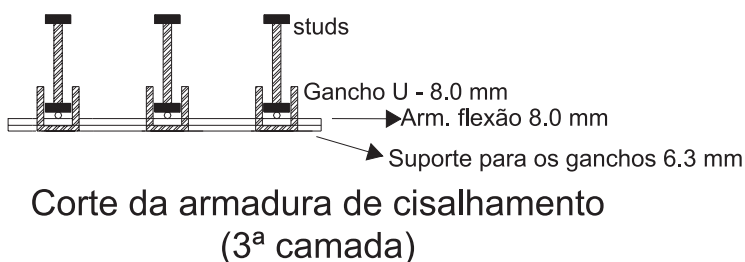
barra nas duas lajes era de 50 mm. As cargas de ruptura obtidas foram de 925 kN para a primeira laje e 950 kN na segunda. Pode-se constatar um aumento entre 65% e 69% da carga de ruptura das lajes se comparadas com uma laje sem armadura de cisalhamento com características similares.

Andrade[3] avaliou a possibilidade da utilização da armadura de cisalhamento sem envolver a armadura de flexão. En-

**Figura 3 – Desenho esquemático das superfícies de ruptura das lajes ensaiadas por Trautwein(4)**

Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$P_u$ (kN)
L1	159	36,8	1050
L4	164	43,4	1038
L9	154	39,4	933

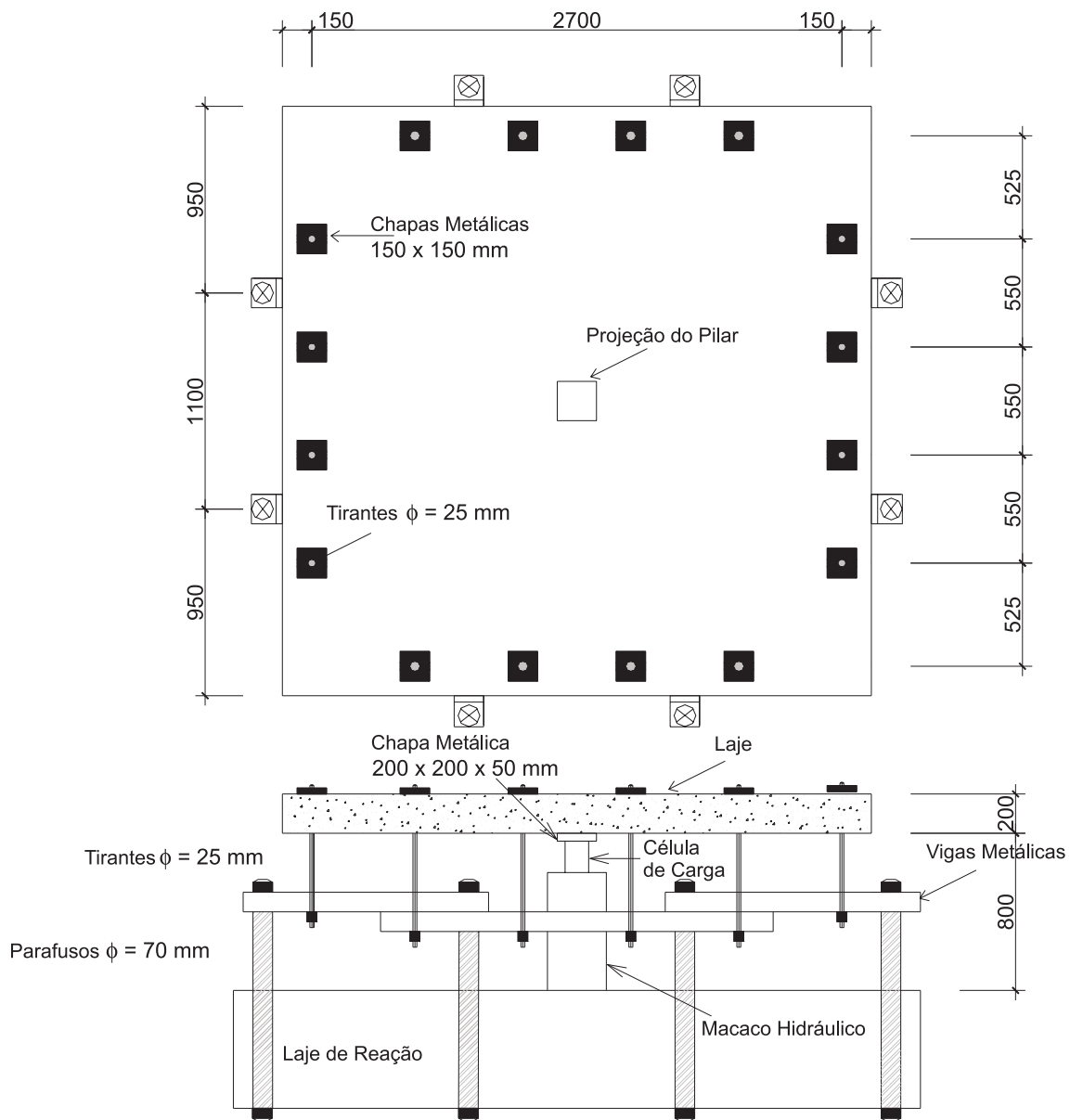
**Figura 4 – Detalhe dos ganchos em forma de U, posicionados na parte inferior da armadura de cisalhamento (Trautwein (5,6,7))**



saiu oito lajes quadradas, com comprimento de 3000 mm; espessura de 200 mm e resistência à compressão do concreto de aproximadamente 40 MPa. Todas as lajes romperam por punção, com cargas de ruptura que variaram entre 790 kN a 1090 kN, obtendo um acréscimo de até 90% na resistência à punção, em relação às lajes sem armadura de cisalhamento (Gomes[1] - Lajes G1 e G1A). Nas lajes com a armadura de cisalhamento posicionada internamente à armadura de flexão, surgiram fissuras horizontais localizadas entre as armaduras de flexão e de cisalhamento, como ilustra a Figura 2.

Trautwein[4] prosseguiu os estudos realizados por Andrade[3] e realizou o ensaio de mais três lajes com armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, sem envolver a armadura de flexão. As cargas de ruptura obtidas foram superiores em até 75% às cargas de lajes sem armadura de cisalhamento (Gomes[1] - Lajes G1 e G1A). As três lajes romperam por punção, entretanto duas delas apresentaram um possível esmagamento do concreto em torno da área carregada, como ilustra a Figura 3. Com os resultados obtidos concluiu-se que a armadura de cisalhamento co-

Figura 5 – Esquema de ensaio (unidades em mm)



locada internamente à armadura de flexão pode ser eficaz e aumentar a resistência das lajes-cogumelo à punção, porém Trautwein[4] recomendou uma investigação mais aprofundada para conhecer a real abrangência e limites deste tipo de armadura de cisalhamento, comparando os resultados com os de lajes com armadura de cisalhamento do tipo "stud" que envolva a armadura de flexão.

Trautwein[5,6,7] analisou cinco lajes planas quadradas de concreto armado com o mesmo tipo de armadura de cisalhamento e as mesmas dimensões relativas à pesquisa anterior, com o objetivo de investigar a eficiência desse tipo de "stud". A resistência à compressão do concreto variou de 36,9 MPa a 41,5 MPa. As principais variáveis das lajes foram: a forma de distribuição dos "studs" e o número de ganchos em forma de U, que compunham a armadura de cisalhamento. O detalhe da posição desses ganchos em relação à armadura de cisalhamento e de flexão inferior é ilustrado na Figura 4. Esses ganchos em forma de U foram utilizados para combater a formação de fissuras entre a armadura de cisalhamento e a armadura de flexão inferior, observados por Andrade[3] e Trautwein[5,6,7]. Os resultados mostraram que o uso dessa nova alternativa para a armadura de cisalhamento, colocada internamente à armadura de flexão com esses ganchos em forma de U, proporcionou acréscimos de resistência à punção, em relação às lajes sem armadura de cisalhamento, de 65% a 104%.

Samadian[8] ensaiou dez lajes com as mesmas dimensões e sistema de ensaio muito similar ao dos autores citados anteriormente. Foram utilizados cinco tipos de armadura de cisalhamento, sendo duas lajes para cada tipo de armadura. Três tipos eram "studs", variando entre si a forma de ancoragem na armadura de cisalhamento (na parte superior ou inferior da armadura de flexão). Em outro grupo de lajes foram utilizadas armaduras do tipo "ladders", que tinham em planta a forma de um "V", e não eram ancoradas na armadura de flexão. A armadura de cisalhamento utilizada no último grupo de lajes tinha estribos com uma curva de 180° na camada superior da armadura de flexão. Com exceção das lajes com armadura do tipo "ladders", todas romperam com a superfície de ruptura cruzando a região da armadura de cisalhamento. Nas duas lajes com armadura de cisalhamento do tipo "ladder" surgiram fissuras horizontais entre a armadura de flexão e a de cisalhamento, na parte superior e inferior, e se inclinando até a superfície superior da laje após a região com armadura transversal. Essas fissuras horizontais são semelhantes às observadas por Andrade[3] e Trautwein[5,6,7], já que a armadura de cisalhamento do tipo "ladder" é interna à armadura de flexão, como a armadura de cisalhamento utilizada neste trabalho.

Esta pesquisa tem como objetivo avaliar as possibilidades de melhoria da resistência à punção de lajes-cogumelo de

Figura 6 – Fotografia do esquema de ensaio

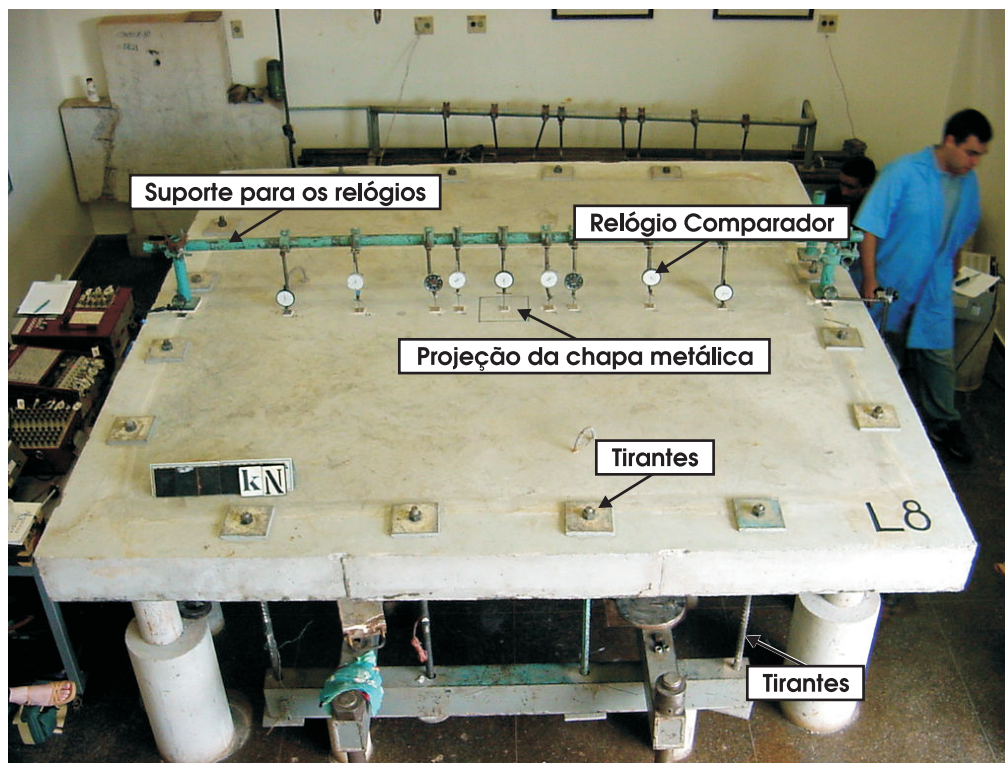
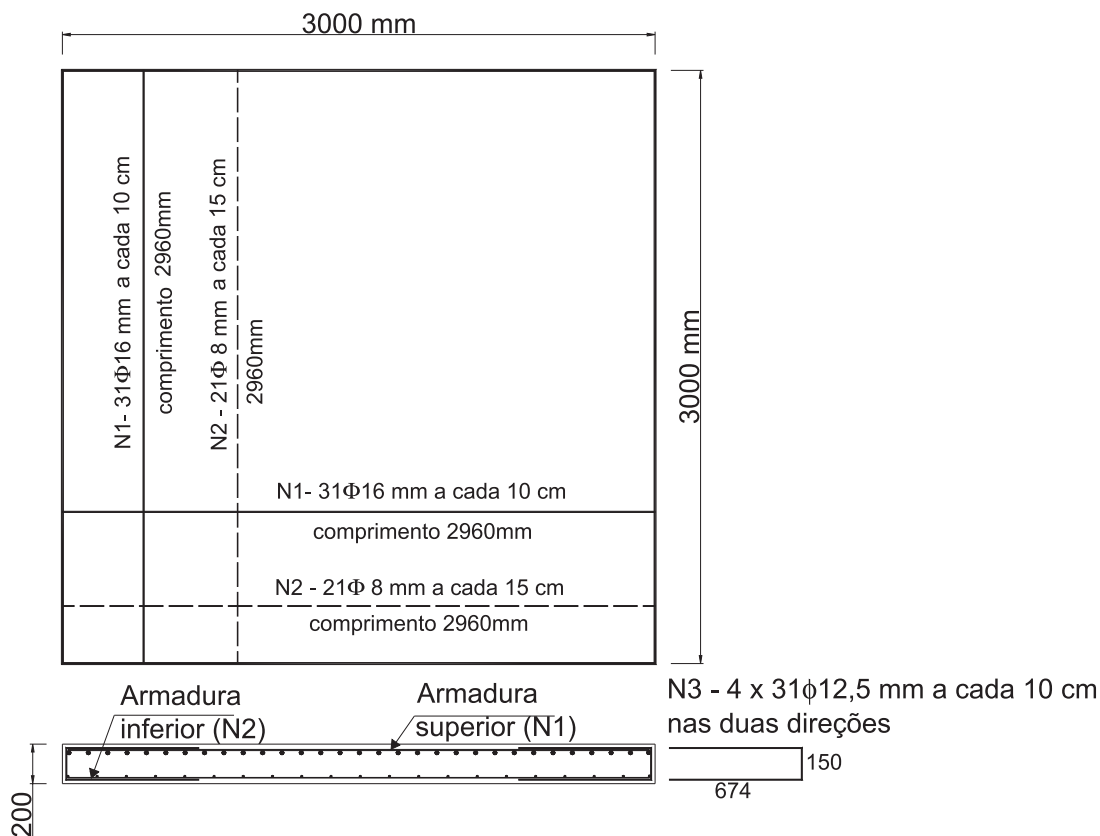


Figura 7 – Detalhamento da armadura de flexão



concreto armado, com o uso de armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, sem envolver a armadura de flexão. A motivação para o estudo desse tipo de armadura reside na facilidade de sua montagem, por interferir menos com as armaduras longitudinais de flexão. Procura-se analisar as contribuições deste tipo de armadura de cisalhamento interna na carga de ruptura das lajes, verificando sua influência nas diferentes superfícies de ruptura das lajes: cruzando a região armada ao cisalhamento ou externa a ela.

## 2 Programa Experimental

O programa experimental consistiu em ensaios de seis lajes de concreto armado com as mesmas dimensões e armadura de flexão, submetidas a um carregamento aplicado no centro da laje através de uma placa metálica (200 x 200 x 50 mm). O objetivo deste programa é o de verificar o comportamento das lajes-cogumelo com armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, quando são dimensionadas para a superfície de ruptura cruzar a região armada transversalmente. As variáveis mais importantes consideradas nos ensaios foram o número de camadas, o diâmetro e o espaçamento das barras da armadura de cisalhamento.

O sistema de ensaio é mostrado nas Figuras 5 e Figura 6. As lajes foram fixadas nas bordas por 16 tirantes com diâmetro de 25 mm ligados a vigas metálicas para transmissão das cargas à laje de reação. No centro das lajes, foi aplicada uma carga concentrada com um macaco hidráulico alimentado por uma bomba manual, atuando sobre uma placa metálica quadrada (200 x 200 x 50 mm) na face inferior da laje, fixada com gesso, simulando um pilar de mesmas dimensões.

A armadura de flexão foi composta por 31 barras de 16 mm de diâmetro (CA - 50) no bordo superior em cada direção, espaçadas a cada 10 cm, enquanto que a armadura do bordo inferior foi constituída por 21 barras de 8 mm (CA - 50) em cada direção, espaçadas a cada 15 cm. Para garantir uma adequada ancoragem das barras superiores, foram acrescentadas 31 barras em formas de U com 12,5 mm de diâmetro em cada lado da laje. A Figura 7 apresenta o detalhamento da armadura de flexão utilizada nas lajes ensaiadas. As principais propriedades mecânicas do concreto e dos aços utilizados como armadura de flexão e de cisalhamento são apresentados na Tabela 2.

As lajes I6, I7 e I8 continham 11 camadas de armadura de cisalhamento, sendo as barras espaçadas ( $^+S_p$ ) de 60 mm. Também possuíam oito camadas de ganchos em forma de U

**Tabela 2 – Propriedades mecânicas dos materiais****Propriedades Mecânicas do Aço**

$\phi$ (mm)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)
5,0	770,0	887,0
6,3	594,0	714,0
8,0	615,0	723,0
10,0	578,0	716,0
12,5	542,7	694,3
16,0	600,0	704,0

**Propriedades Mecânicas do Concreto**

Lajes	I6	I7	I8	I9	I10	I11
$f_c$ (MPa)	39,1	39,6	35,4	43,6	44,4	41,4
$f_{ct}$ (MPa)	3,7	3,4	2,6	4,0	3,2	3,7
$E_c$ (MPa)	23,6	22,7	26,1	25,0	27,1	26,8

corpos-de-prova cilíndricos 150x300 mm  
 2 corpos-de-prova: resistência do concreto à compressão simples;  
 2 corpos-de-prova: módulo de elasticidade e tração por compressão diametral.

( $\phi=8,00$  mm). O diâmetro das barras da armadura de cisalhamento foi de 6,3 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 249,25$  mm<sup>2</sup>) na laje I6, 10,0 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 628,00$  mm<sup>2</sup>) na laje I7 e 8,0 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 401,92$  mm<sup>2</sup>) na laje I8. A distribuição em planta da armadura de cisalhamento está ilustrada na Figura 8. Nas lajes I9, I10 e I11 o número de camadas da armadura de cisalhamento e do número de ganchos U foi reduzido para 5. O espaçamento entre as barras ( ${}^1S_r$ ) e a distância entre a face do pilar e a primeira camada ( $S_0$ ) foi de 80 mm. O diâmetro das barras utilizadas na armadura de cisalhamento foi de 5,0 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 157,00$  mm<sup>2</sup>) na laje I9, 8,0 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 401,92$  mm<sup>2</sup>) na laje I10 e 6,3 mm ( ${}^2A_{sv}/cam = 249,25$  mm<sup>2</sup>) na laje I11. A Figura 9 apresenta em planta o esquema de distribuição da armadura de cisalhamento utilizada nas lajes I9, I10 e I11.

### 3 Resultados

Todas as lajes romperam por punção, com a superfície de ruptura cruzando a armadura de cisalhamento. As cargas de ruptura variaram de 853 kN (laje I9) a 978 kN (laje I7). As fissuras

horizontais na face inferior da laje não foram visualizadas em nenhuma das lajes, após a ruptura. Em todas as lajes a coluna penetrou na face inferior da laje. A Tabela 3 apresenta as principais características das lajes e as cargas de ruptura. A Figura 10 apresenta as superfícies de ruptura das lajes ensaiadas.

Nas lajes I6, I7 e I8, com distância entre as barras da armadura de cisalhamento de 60 mm, as barras da armadura de cisalhamento romperam-se, apenas após a ruptura da laje, quando foi possível escutar as barras se rompendo. Para essas três lajes a superfície de ruptura cruzou as três primeiras camadas da armadura de cisalhamento. O aumento do espaçamento entre as barras da armadura de cisalhamento para 80 mm não alterou o modo de ruptura das lajes I9, I10 e I11. A superfície de ruptura para estas lajes continuou interna à região com armadura de cisalhamento, na laje I9 cruzou três camadas e nas lajes I10 e I11, duas camadas da armadura de cisalhamento.

Os deslocamentos das lajes foram determinados através de relógios comparadores posicionados na face superior das lajes ensaiadas. As leituras dos relógios foram feitas em todos os estágios de carregamento, até no mínimo 85% da carga de ruptura. Os resultados dos deslocamentos verticais obtidos são apresentados graficamente na Figura 11. No eixo das ordenadas são mostrados os deslocamentos verticais, relativos às bordas das lajes, onde estava apoiado o suporte dos relógios, e o eixo das abscissas correspondem à distância em relação ao centro da laje. Todos os gráficos das deflexões das lajes apresentaram simetria. O relógio central, posicionado na área carregada foi o que forneceu os maiores deslocamentos verticais, os quais cresciam com o aumento da carga aplicada. Os deslocamentos verticais máximos medidos nas lajes variaram de 14,41 mm (laje I8) a 20,20 mm (laje I11).

Os deslocamentos verticais das seis lajes, para uma carga de 30% a 40 % da de ruptura, são muitos próximos; nesta fase de carregamento todas as lajes já possuíam fissuras radiais. Nas lajes I9, I10 e I11, que apresentam espaçamento entre as barras de 80 mm, os deslocamentos verticais variam de 2,77 mm a 2,86 mm. Para um carregamento de aproximadamente 85% da carga de ruína, apenas a laje I6 obteve um deslocamento maior do que o restante das lajes. A Figura 12 mostra um gráfico comparativo do deslocamento vertical entre as lajes.

A Figura 13 mostra as deformações da armadura de cisalhamento das seis lajes ensaiadas. Nas lajes I6, I7 e I8, que apresentam espaçamentos entre as barras da armadura de cisalhamento de 60 mm, apenas a laje I7 obteve deformações maiores que a correspondente tensão de escoamento. Entretanto, ao se analisarem as deformações dos extensômetros 13, 14 e 15 da laje I6, percebe-se que as barras provavelmente escoaram no momento da ruptura da laje, já que a última leitura foi feita com 90% da carga de ruptura. Nas lajes I9, I10 e I11, onde o espaçamento das barras da armadura de cisalhamento era de 80 mm, as duas primeiras camadas foram as mais solicitadas. Algumas dessas barras escoaram para uma carga inferior à de ruína da laje, como na laje I10 (extensômetros 27 e 37). Provavelmente algumas barras da armadura de cisalhamento atingiram a tensão de escoamento no momento da ruptura, como na laje I9 (extensômetros 16, 17 e 32).

Figura 8 – Esquema de distribuição radial da armadura de cisalhamento das lajes I6, I7 e I8

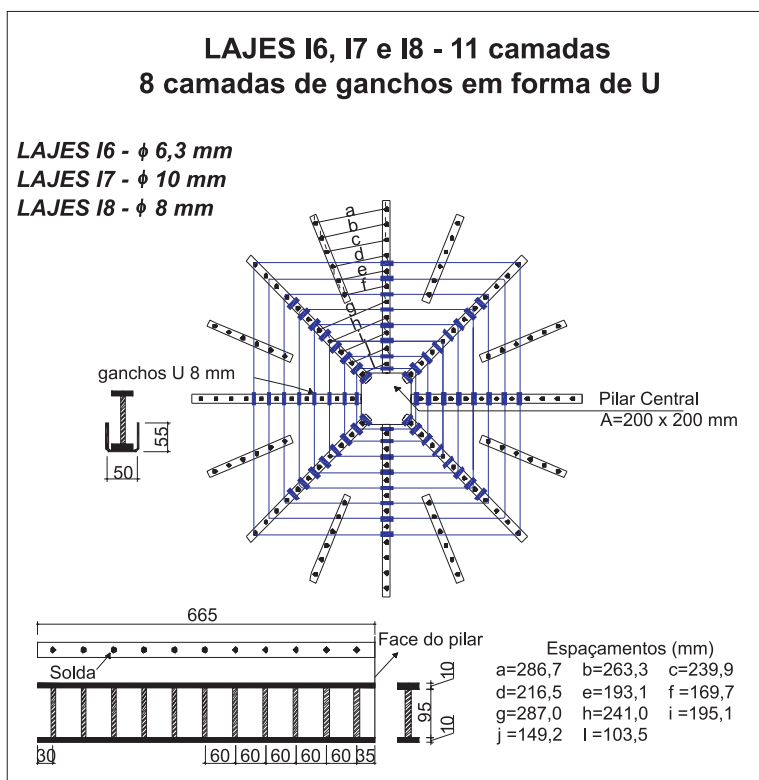
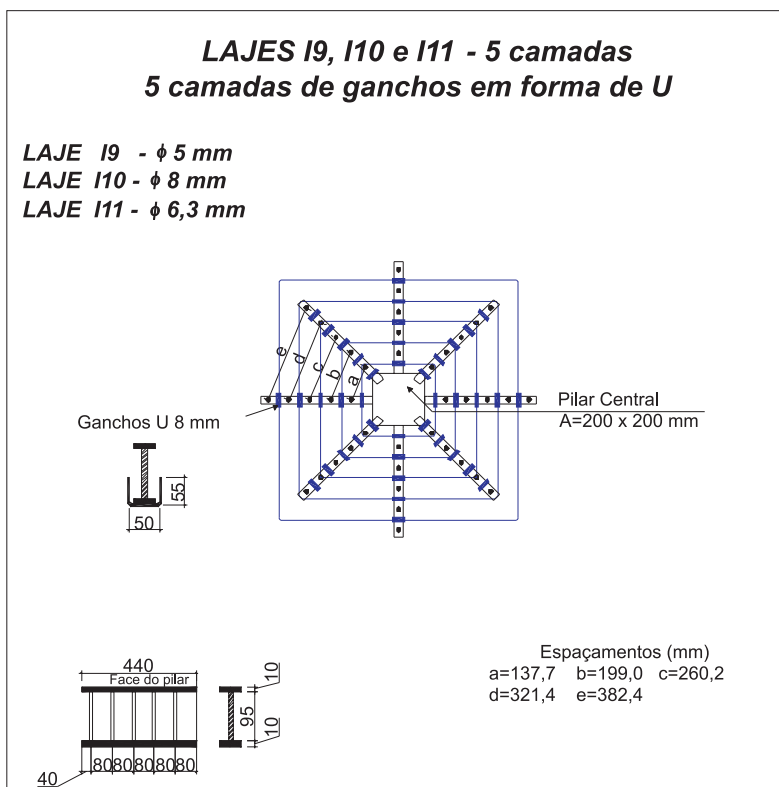


Figura 9 – Esquema de distribuição radial da armadura de cisalhamento das lajes I9, I10 e I11





Os ganchos em forma de U monitorados nas lajes I6, I7 e I8 apresentaram deformações inferiores à de escoamento. Para as lajes I6 e I7 os ganchos que obtiveram maiores

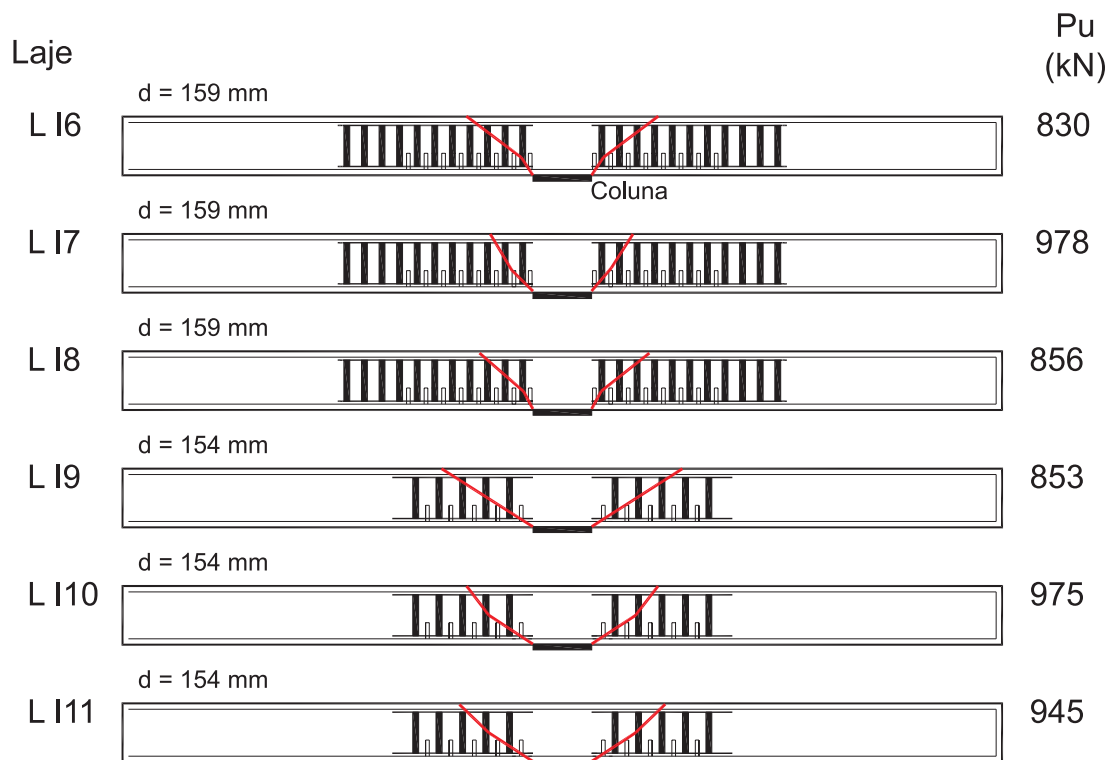
deformações foram o da primeira camada ( $1,95 \times 10^{-3}$  – laje I6 e  $2,06 \times 10^{-3}$  – laje I7). Na laje I8 as deformações foram abaixo de  $1,0 \times 10^{-3}$ . As deformações obtidas em todos os

Tabela 3 – Carga de ruptura das lajes

Lajes	$f_c$ (MPa)	d (mm)	Número de camadas ( $A_{sw}$ )	Número de camadas Ganchos U ( $\phi=8.0\text{mm}$ )	$S_r$ (mm)	$A_{sw} / S_r$ ( $\text{mm}^2/\text{mm}$ )	$P_u$ (kN)
I6	39,1	159	11	8	60	4,2	830
I7	39,6	159	11	8	60	10,7	978
I8	35,4	159	11	8	60	6,7	856
I9	43,6	161	5	5	80	2,0	853
I10	44,4	161	5	5	80	5,0	975
I11	41,4	161	5	5	80	3,2	945

d: altura útil da laje;  
 $A_{sw}$  – armadura de cisalhamento;  
 $S_r$  – espaçamento radial.

Figura 10 – Superfícies de ruptura das lajes ensaiadas



ganchos em forma U nas lajes I9, I10 e I11 foram muito pequenas e não foram superiores  $1,0 \times 10^{-3}$ .

#### 4 Análise dos Resultados

Os resultados observados para carga de ruptura, deslocamento vertical e fissuras são comparados com os obtidos por outros pesquisadores em lajes com e sem armadura de cisalhamento. Os resultados obtidos neste trabalho também são analisados para verificar as contribuições do aço e do concreto na resistência à punção das lajes.

##### 4.1 Carga de Ruptura

Para verificar o acréscimo da resistência à punção nas la-

jes com armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, em relação a uma laje semelhante sem armadura de cisalhamento, os resultados obtidos são comparados com a laje G1 de Gomes[1], que tinha as mesmas dimensões, taxa da armadura de flexão, e resistência a compressão do concreto similar e sem armadura de cisalhamento. Nesta laje a ruptura foi alcançada por punção e a carga última foi de 560 kN.

A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos por Gomes[1] para a laje G1 em comparação com os resultados desta pesquisa. O acréscimo da carga de ruptura variou de 48% a 75%, indicando também a potencialidade deste tipo de armadura de cisalhamento. É importante ressaltar que o objetivo dessas lajes não era atingir uma carga de ruptura elevada, mas sim avaliar o comportamento das lajes quando

Figura 11 – Deslocamento vertical medido nas lajes ensaiadas

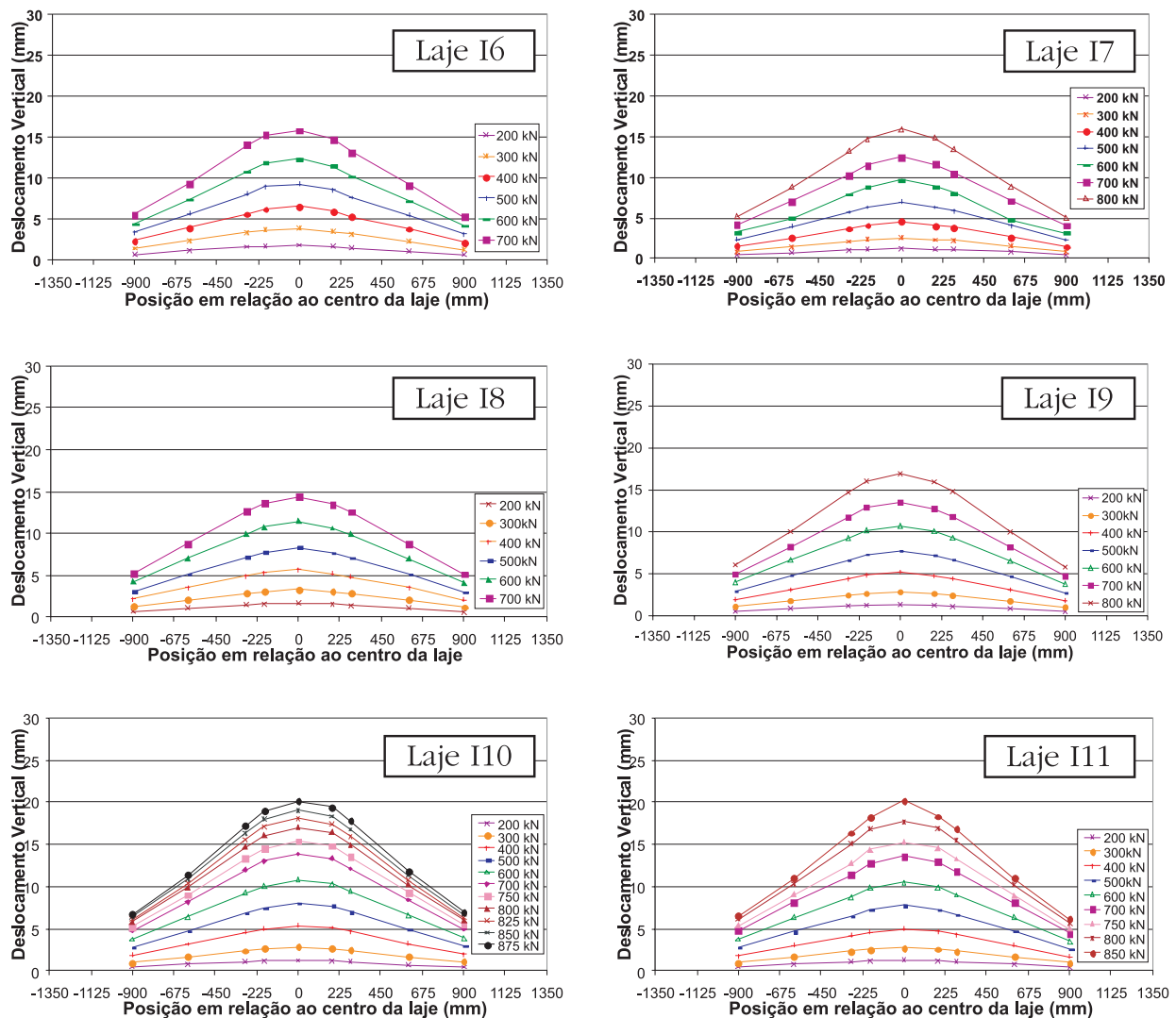
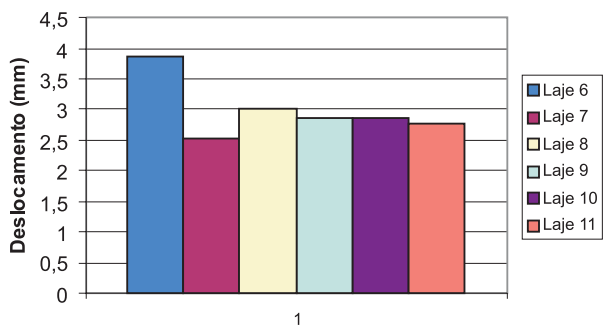


Figura 12 – Comparação do deslocamento vertical medido nas lajes ensaiadas

Carregamento de 30% a 40% de  $P_u$



Carregamento de 85% de  $P_u$

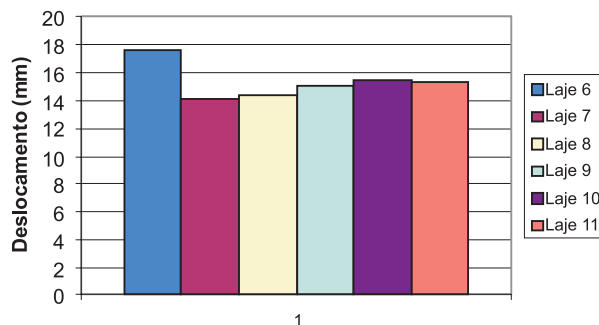
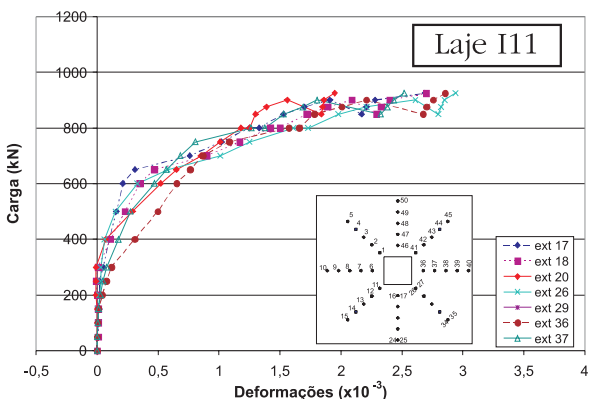
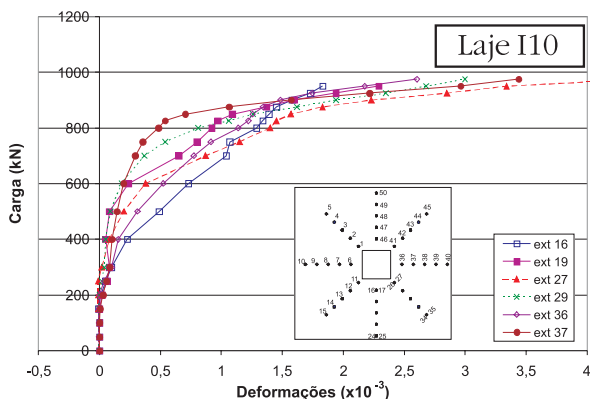
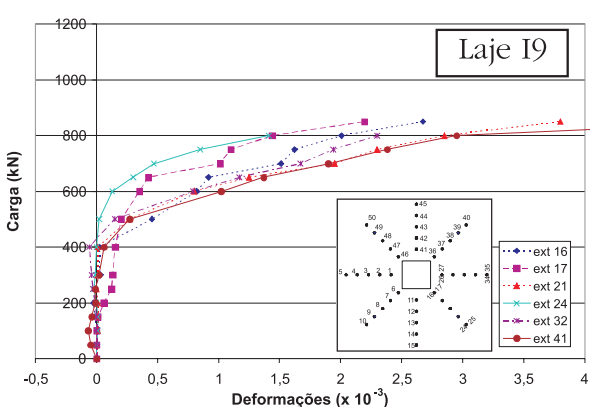
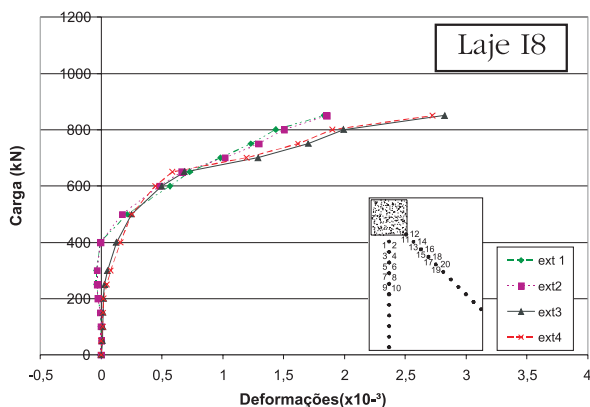
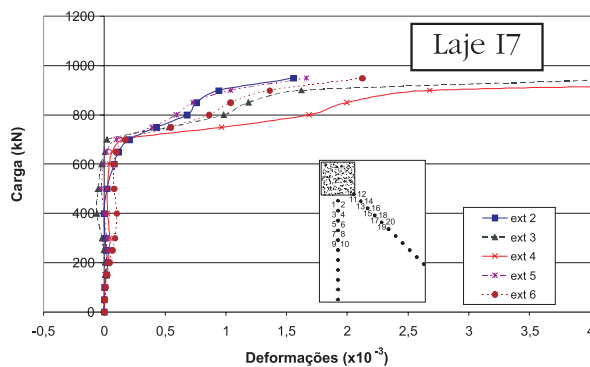
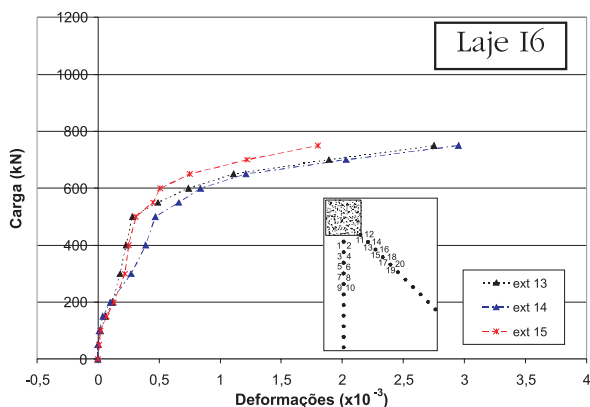


Figura 13 – Deformações da armadura de cisalhamento das lajes I6, I7, I8, I9, I10 e I11



**Tabela 4 – Comparação das cargas de ruptura das lajes desta pesquisa com a laje G1 de Gomes(1) sem armadura de cisalhamento**

Laje	$f_c$ (MPa)	d (mm)	Número de camadas ( $A_{sw}$ )	$\phi A_{sw}$ (mm)	$P_u$ (kN)	$P_u / 560$	$A_{sw} / S_r$ (mm <sup>2</sup> /mm)
Gomes (1991)							
G1	40,2	159	-	-	560	-	-
16	39,1	159	11	6,3	830	1,48	4,2
17	39,6	159	11	10,0	978	1,75	10,7
18	35,4	159	11	8,0	856	1,53	6,7
19	43,6	161	5	5,0	853	1,52	2,0
110	44,4	161	5	8,0	975	1,74	5,0
111	41,4	161	5	6,3	945	1,69	3,2

d: altura útil da laje;  
 $A_{sw}$  – armadura de cisalhamento;  
 $S_r$  – espaçamento radial;  
 $P_u$  – carga de ruptura da laje.

**Tabela 5 – Comparação dos resultados experimentais de lajes-cogumelo com diferentes tipos de armadura de cisalhamento, obtidos por diferentes pesquisadores, com os obtidos nesse estudo**

Laje	$f_c$ (MPa)	d (mm)	$S_r$ (mm)	$\phi A_{sw}$ (mm)	$A_{sw}/cam$ (mm <sup>2</sup> )	$A_{sw.fy}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$A_{sw} / S_r$ (mm <sup>2</sup> /mm)
16	39,1	159	60	6,3	249,3	149,9	830	4,2
17	39,6	159	60	10	628,00	361,3	978	10,7
18	35,4	159	60	8	401,9	233,3	856	6,7
19	43,6	161	80	5	157,0	105,9	853	2,0
110	44,4	161	80	8	401,9	233,3	975	5,0
111	41,4	161	80	6,3	249,3	149,9	945	3,2
G10	35,4	154	80	6	226,4	97,3	800	2,8
G11	34,6	154	80	6,9	300,8	129,3	907	3,8
A301	37,8	164	80	10	628,0	378,1	830	7,9
A305	29,3	154	60	10	628,0	378,1	785	10,5
A308	31,5	154	60	12,5	981,3	665,3	1020	16,4
SRS1	35,4	-	50	6,0	452,2	235,1	925	9,0
SRS2	33,8	-	50	8,0	803,8	417,9	950	16,1
TL1	36,8	159	60	12,5	981,3	645,7	1050	16,4
TL3	45,7	164	60	8,0	401,9	247,6	999	6,7
TL8	40,6	154	60	5,0	314,0	249,3	970	5,2
TL9	39,4	154	60	10	628,0	362,4	950	10,5

d: altura útil da laje;  
 $A_{sw}$  – armadura de cisalhamento;  
 $S_r$  – espaçamento radial;  
 $P_u$  – carga de ruptura da laje.

se previa a superfície de ruptura cruzar a região com a armadura de cisalhamento. A laje I7 com a maior quantidade de armadura de cisalhamento por camada foi a que apresentou o maior acréscimo de resistência a punção (75%).

A Tabela 5 apresenta uma comparação dos resultados experimentais de lajes-cogumelos com diferentes tipos de armadura de cisalhamento obtidos por diferentes pesqui-

sadores com os obtidos neste estudo. Os resultados apresentados foram obtidos em lajes com as mesmas dimensões e propriedades mecânicas dos materiais próximas às das lajes ensaiadas nesta pesquisa.

Os resultados de Gomes[1] das lajes G10 e G11 pode ser comparado com os das lajes I9, I10 e I11, pois o espaçamento entre as barras é o mesmo e a quantidade de arma-

Figura 14 – Deslocamentos verticais medidos pelo relógio central nas lajes

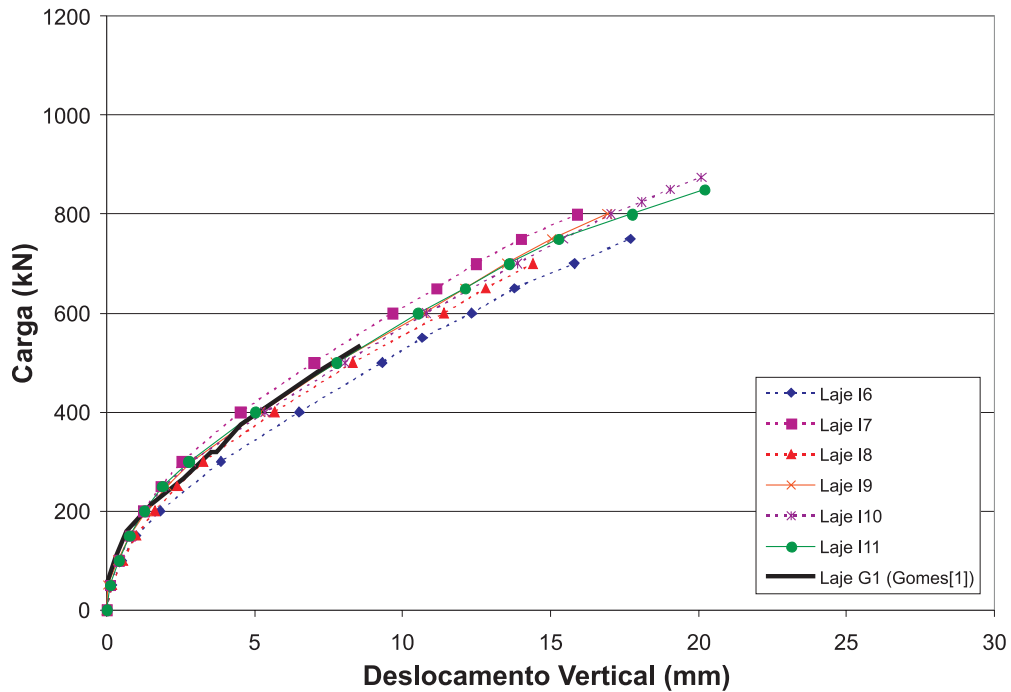
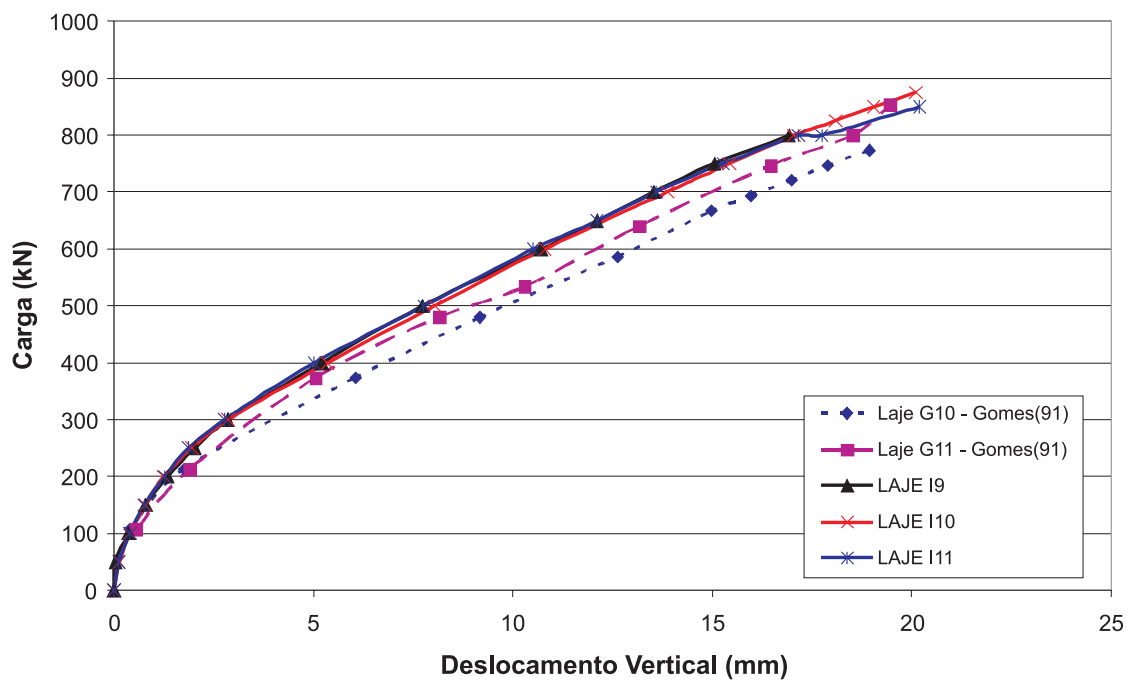


Figura 15 – Comparação do deslocamento vertical das lajes I9, I10 e I11 com as lajes G10 e G11 de Gomes(1)



dura de cisalhamento por camada são próximas. Analisando essas cinco lajes percebe-se que as cargas de ruptura tiveram pequenas variações entre si. Esse fato mostra que o uso da armadura de cisalhamento internamente à armadura de flexão, com os ganchos em forma de U, não diminuiu a resistência das lajes a punção, já que nas lajes G10 e G11 a armadura de cisalhamento foi ancorada na armadura de flexão. A carga de ruptura da laje I11 obtida nesta pesquisa ( $A_{sv}/cam = 249,00 \text{ mm}^2$ ), se comparada com as lajes G10 ( $A_{sv}/cam = 226,00 \text{ mm}^2$ ) e G11 ( $A_{sv}/cam = 300,80 \text{ mm}^2$ ) de Gomes[1] respectivamente, teve um aumento de 18% e 5%. A laje I9 ( $A_{sv}/cam = 157,00 \text{ mm}^2$ ) deste estudo, apesar de apresentar uma área de aço por camada inferior à laje G11 de Gomes[1], também obteve um acréscimo na resistência à punção de cerca de 7%. A laje I7 possui as mesmas características das lajes A305 (Andrade[3]) e TL9 (Trautwein [4]) com relação ao tipo, quantidade de armadura de cisalhamento e espaçamento entre as barras. A resistência à punção da laje I7 foi cerca de 20% superior à da laje A305 e 5% à da laje TL9. As cargas máximas atingida por Andrade[3] e Trautwein[4], com esse mesmo tipo de armadura de cisalhamento, foram respectivamente de 1020 kN (laje A308) e 1050 kN (laje TL1)). É importante ressaltar ainda que nas lajes deste trabalho os ganchos em forma de U impediram a formação das fissuras entre a armadura de cisalhamento e a de flexão, o que não ocorreu nas lajes de Andrade[3]. As lajes SRS1 e SRS2 com armadura de cisalhamento do tipo "Riss Star", também interna à armadura de flexão, atingiram a ruptura com cargas de 925 kN e 950 kN. A armadura de cisalhamento dessas lajes possuía 16 barras

por camada e espaçamento entre elas de 50 mm. As lajes desta pesquisa que mais se assemelham com relação à armadura de cisalhamento da laje SRS1 é a laje I8, e da SRS2 é a laje I7. A relação entre a carga de ruptura da laje SRS1 e a laje I8 foi de 1,08, e da laje SRS2 com a laje I7 foi de 0,97.

#### 4.2 Deslocamento Vertical

A Figura 14 apresenta o gráfico dos deslocamentos verticais centrais (relógio sobre o centro do pilar) pelo carregamento aplicado na laje. Observou-se que até o carregamento de 200 kN, o deslocamento aumentou de forma similar para todas as lajes. A mudança da inclinação da curva está relacionada ao surgimento das primeiras fissuras radiais. A partir deste nível de carregamento os acréscimos dos deslocamentos passaram a ser maiores para um mesmo incremento de carga. Acima de 600 kN os acréscimos dos deslocamentos passaram a ser ainda maiores, para pequenos acréscimos de carregamento.

A laje I7 com a maior área de aço por camada, dentre as lajes ensaiadas, foi a que apresentou comportamento mais rígido. Comparando a laje I6 com a I11 e a laje I8 com a I10, que possuem iguais áreas de aço por camada, percebe-se que as lajes, nas quais a distância entre as barras da armadura de cisalhamento é menor (lajes I6 e I8) apresentaram um comportamento mais dúctil.

Nas lajes em estudo, o acréscimo nos deslocamentos verticais das lajes variou entre 65% (laje I8) e 131% (laje I10), em relação às lajes de referência, sem armadura de cisalhamento. Nas lajes I6, I7 e I8, com a distância entre as

**Tabela 6 – Contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento na resistência à punção das lajes ensaiadas**

Laje	d (mm)	S <sub>r</sub> (mm)	V <sub>ck</sub> (kN)	V <sub>u</sub> (kN)	A <sub>sw</sub> f <sub>y</sub> (kN)	$\frac{V_u - 0,75V_{ck}}{A_{sw}f_y}$	$\frac{V_u - V_{ck}}{A_{sw}f_y}$	$\frac{nA_{sw}f_y + V_{ck}}{V_u}$
I6	159	60	543	830	149,87	2,82	1,92	1,01
I7	159	60	547	978	361,28	1,57	1,19	1,29
I8	159	60	508	856	233,25	2,03	1,49	1,13
I9	154	80	584	853	105,87	3,91	2,54	1,05
I10	154	80	591	975	233,25	2,27	1,64	1,08
I11	154	80	564	945	149,87	2,82	2,54	1,07

d: altura útil da laje;

A<sub>sw</sub> – armadura de cisalhamento;

S<sub>r</sub> – espaçamento radial;

n – número de camadas

n = 2 (lajes 6, 7, 8, 10 e 11)

n = 3 (laje 9)

V<sub>u</sub> – carga de ruptura experimental da laje

V<sub>ck</sub> = 0,18.k.(100.p.f<sub>c</sub>)<sup>1/3</sup>.d.u<sub>1</sub>..... (EC2/2001)

barras da armadura de cisalhamento de 60 mm, o acréscimo do deslocamento vertical medido foi menor do que nas lajes com espaçamento de 80 mm (lajes I9, I10 e I11).

As lajes I9, I10 e I11 possuem o mesmo número de camadas, e espaçamento entre as barras, das lajes G10 e G11 de Gomes[1]. Os diâmetros das lajes I9, I10 e I11 são respectivamente de 5,0mm, 8,0mm e 6,3mm. Já os diâmetros equivalentes das duas lajes de referência são de 6,0mm e 6,9mm. A Figura 15 apresenta um gráfico comparativo deslocamento vertical x carga das três lajes desta pesquisa com as lajes de Gomes[1]. Percebe-se que, para um mesmo nível de carregamento, as lajes I9, I10 e I11 apresentaram flechas menores do que as outras duas lajes de Gomes[1]. As lajes em estudo apresentaram flechas finais maiores do que as lajes de Gomes[1], tendo, portanto um comportamento mais dúctil.

### 4.3 Fissuras

As primeiras fissuras visíveis foram as radiais e ocorreram em todas as lajes, para carregamentos entre 150kN e 250kN. A partir dessa faixa de carregamento em que ocorreu a primeira fissura, os deslocamentos verticais passaram a ter acréscimos maiores para um mesmo incremento de carga, caracterizando uma perda de rigidez devida ao aparecimento de fissuras.

Nota-se que a primeira fissura radial surgiu entre 20% a 26% da carga de ruptura. No entanto, nessa fase do surgimento da primeira fissura radial, as lajes apresentaram um deslocamento vertical central menor que 2mm. As fissuras circunferenciais surgiram entre 250kN e 400kN. Para esse nível de carga, os elementos da armadura de cisalhamento passaram a ter maiores deformações. Observa-se que a fissura circunferencial surge de 30% a 42% da carga de ruptura. No momento do aparecimento visual da primeira fissura circunferencial, as lajes apresentaram um deslocamento vertical central menor que 6mm.

### 4.4 Contribuições do aço e do concreto na resistência à punção das lajes ensaiadas

A resistência ao puncionamento de uma laje-cogumelo com armadura de cisalhamento é dada pela combinação de duas parcelas: resistência do concreto e da armadura transversal. A consideração dessas duas parcelas é feita de maneira distinta entre as normas técnicas e por alguns pesquisadores. Regan[9] conclui que uma laje cogumelo sem armadura de cisalhamento tem uma superfície de ruptura com inclinação igual a 25°, em relação ao plano horizontal inferior da laje e com raiz na face do pilar (carregamento simétrico). Se a laje for armada com o primeiro elemento da armadura de cisalhamento sendo posicionado a uma distância que force a mudança da inclinação da superfície de ruptura, haverá um acréscimo para a contribuição do concreto em sua carga de ruptura, este acréscimo será modesto até a inclinação da superfície de ruptura de 45°, mas aumenta bastante depois deste limite.

Regan[9] sugere que a contribuição do aço é a soma das forças na armadura de cisalhamento cortada a 45° pela

superfície de ruptura, enquanto que a contribuição do concreto é tomada com 75% da resistência ao cisalhamento de uma laje sem armadura de cisalhamento.

Nesse trabalho as seis lajes romperam por punção. As superfícies de ruptura obtidas cruzaram as regiões de armadura de cisalhamento. A análise das contribuições da armadura de cisalhamento e do concreto nas lajes estudadas é apresentada na Tabela 6. O valor utilizado para a parcela de contribuição do concreto ( $V_{ck}$ ) é calculado de acordo com o EC2/2001[10], já que esta expressão de acordo com os resultados de diversos pesquisadores é a que se aproxima mais dos resultados experimentais.

Se somente 75% da contribuição do concreto for considerada, as seis lajes necessitariam de pelo menos mais uma camada de armadura de cisalhamento a ser considerada, para atender as condições de ruptura das lajes ensaiadas. Quando se considera a contribuição total do concreto, o número de camadas que influenciam a parcela da armadura de cisalhamento ficam mais próximas do que ocorreu nos ensaios. Na laje I6 a superfície de ruptura cruzou duas camadas da armadura de cisalhamento, e na análise considerando a contribuição total do concreto, a parcela resistente pela armadura de cisalhamento seria 1,93 camadas.

A última coluna da Tabela 6 apresenta uma comparação entre as cargas estimadas de ruptura considerando a total contribuição do concreto e da armadura de cisalhamento com a carga de ruptura experimental ( $V_u$ ). Os resultados encontrados mostraram que a laje I7 apresentou um resultado mais conservador, talvez por que a superfície de ruptura tenha cortado apenas o topo da segunda camada da armadura de cisalhamento, e no cálculo levamos em conta a contribuição de toda a barra do "stud".

## 5 Conclusões

O objetivo da realização destes ensaios era verificar o comportamento das lajes com armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno com ganchos em forma de U. Nesses casos se previa que a superfície de ruptura interna cruzaria a região da armadura de cisalhamento, para variações de diâmetro e do espaçamento entre as barras.

Não houve diferenças significativas nas flechas das lajes ensaiadas: a laje I11 foi a que obteve o maior deslocamento vertical (20,20 mm), e na laje I7, para os mesmos estágios de carregamento do que as demais, a flecha sempre era sempre menor.

Para as lajes I6, I7 e I8 a maioria das barras monitoradas não alcançou a deformação correspondente ao escoamento. Nas lajes I9, I10 e I11 algumas das barras escoaram com uma carga inferior à de ruptura e outras provavelmente também atingiram a tensão de escoamento no momento da ruptura. As camadas mais solicitadas nas seis lajes desse grupo sempre foram às três primeiras.

As fissuras horizontais na face inferior da laje não foram visualizadas e a superfície de ruptura nas seis lajes ensaiadas cruzou a armadura de cisalhamento. As cargas de ruptura das lajes, em relação a uma laje similar sem armadura de cisalhamento foram, em média 62% maiores.

Os resultados encontrados neste estudo somados aos obtidos anteriormente e também apresentados nesse trabalho mostram, a potencialidade e a eficácia da armadura de cisalhamento do tipo "stud" interno, sem envolver a armadura de flexão, no acréscimo da resistência à punção em lajes-cogumelo de concreto armado.

## 6 Agradecimentos

Os autores agradecem a Furnas Centrais Elétricas S. A (D.C.C. T) e a Fapesp (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo apoio dado a esta pesquisa. Estendem-se os agradecimentos ao Curso de Mestrado de Engenharia Civil da UFG.

## 7 Referências Bibliográficas

- [01] Gomes, R. B. Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat slabs with Shear Reinforcement. Polytechnic of Central, M.Phil / PhD Thesis / October, 1991, 185 p.
- [02] Regan, P.E (1993). "Punching Tests of Concrete Slabs with Riss Star Shear Reinforcement for Riss AG". School of Architecture & Engineering, University of Westminster, London, January 1993.
- [03] Andrade, M.A.S. (1999). Punção em Lajes Cogumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação a Armadura de Flexão. Goiânia, Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia Civil / UFG, 176 p.
- [04] Trautwein, L.M. (2001). Punção em lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo stud interno e tipo estribo inclinado. Dissertação de Mestrado em Estruturas, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- [05] Trautwein, L.M. (2003). Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento do Tipo "Stud" Interno. 45º Congresso Brasileiro do Concreto, Vitória, Brasil, 2003.
- [06] Trautwein, L.M. (2003). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento do Tipo "Stud" Interno. V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. São Paulo, Brasil, 2003.
- [07] Trautwein, L.M. (2006). Punção em Lajes-Cogumelo de Concreto Armado: Análise Numérica e Experimental. Tese de Doutorado, Departamento de Estruturas e Fundações da EPUSP. São Paulo, Brasil, 2006.
- [08] Samadian, F. and Regan, P.E. (2001). Shear Reinforcement Against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs. The Structural Engineer, may 2001, v(79)/4. p 24-31.
- [09] Regan, P.E and Braestup, M.W. (1985). Punching Shear in Reinforced Concrete – A State of Art. Comitê Euro – International du Beton. Bulletin D'Information n 168. 232p, January 1985.
- [10] Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. PrEN 1992-1 (Final Draft). European Committee for Standardization, Brussels, October 2001.