

Comparative Analysis of Design Code Criteria for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams

Análise Comparativa dos Critérios Normativos de Dimensionamento ao Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado



J. M. F. CALIXTO ^a
calixto@dees.ufmg.br

A. B. RIBEIRO ^b
abicalho@dees.ufmg.br

Abstract

The NBR 6118:2003 introduces significant changes in the shear design criteria for reinforced concrete (RC) beams. Two design models are presented and in one of them allowance is given to the designer to vary the angle θ of the concrete struts between 30° and 45° . The objective of this paper is to evaluate these shear design procedures in terms of safety, precision and economy with respect to test results of RC beams, with and without stirrups built with normal strength concrete ($f_c \leq 50\text{MPa}$). EUROCODE 2:2003 and ACI 318:2005 shear design criteria are also analyzed. The comparative analysis strongly suggests a revision of NBR 6118 design equation for the concrete contribution in the shear strength of RC beams. For beams with web reinforcement and concrete with $f_c \leq 50\text{MPa}$, the best correlation with respect to test results was achieved with NBR 6118 design criteria (model II with θ equals to 30°).

Keywords: reinforced concrete beams, shear design criteria, codes.

Resumo

A NBR 6118:2003 apresenta modificações significativas nos critérios de dimensionamento ao esforço cortante para vigas de concreto armado. Dois modelos de cálculo são propostos sendo que um deles permite a variação do ângulo θ de inclinação das bielas de concreto entre 30° e 45° . Dentro deste cenário, o objetivo deste trabalho é analisar a segurança, precisão e economia destes critérios por meio da comparação com resultados experimentais de vigas, com e sem armadura transversal, e executadas com concreto convencional ($f_c \leq 50\text{MPa}$). Os procedimentos de cálculo preconizados pelo EUROCODE 2:2004 e pelo ACI 318:2005 são também analisados. O estudo inclui ainda vigas fabricadas com concreto de alto desempenho ($f_c > 50\text{MPa}$). Os resultados da análise indicam que a equação da NBR 6118 correspondente à parcela resistente atribuída aos mecanismos complementares ao de treliça necessita de ajuste. Nas vigas com armadura transversal e concreto com $f_c \leq 50\text{MPa}$, a melhor correlação obtida foi com o modelo II da NBR 6118 e ângulo θ igual a 30° .

Palavras-chave: vigas de concreto armado, dimensionamento ao cisalhamento, normas.

^a Structural Engineering Department, College of Engineering, Federal University of Minas Gerais, calixto@dees.ufmg.br, Av. do Contorno 842 – 2º andar, 30110-060 – Belo Horizonte, MG, Brazil.

^b Structural Engineering Department, College of Engineering, Federal University of Minas Gerais, abicalho@dees.ufmg.br, Av. do Contorno 842 – 2º andar, 30110-060 – Belo Horizonte, MG, Brazil.

1 Introdução

A NBR 6118:2003 [1] apresenta, em relação a sua versão anterior, modificações significativas nos critérios de dimensionamento ao esforço cortante para vigas de concreto armado. São prescritos dois modelos de cálculo, baseados na analogia generalizada da treliça de Morsch, que diferem entre si nos valores da parcela resistente atribuída aos mecanismos complementares τ_c e no ângulo θ de inclinação da biela de concreto. No modelo I, estes valores são fixos, enquanto no modelo II a parcela τ_c varia em função da tensão solicitante de cálculo e o ângulo θ pode variar no intervalo entre 30° e 45° . Dentro deste cenário, o objetivo deste trabalho é analisar a segurança, precisão e economia destes critérios por meio da comparação com resultados experimentais de vigas, com e sem armadura transversal e executadas com concreto convencional ($f_c \leq 50$ MPa). Os procedimentos de cálculo preconizados pelo EUROCODE 2:2004 [2] e pelo ACI 318:2005 [3] são também analisados. Como estas normas permitem e o mercado da construção civil brasileiro já é capaz de produzir vigas fabricadas com concreto de alto desempenho ($f_c > 50$ MPa), estas também foram incluídas neste estudo. Para o estudo comparativo foi criado um banco de dados [4] contendo resultados de vigas testadas em laboratório. Análises parciais, considerando a altura útil, a resistência do concreto, as taxas de armadura longitudinal e transversal também foram realizadas.

2 Metodologia

2.1 Procedimentos de cálculo das normas analisadas

As três normas em estudo preconizam duas verificações para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas ($b_w \leq 5d$): esmagamento das diagonais comprimidas de concreto e ruína por tração diagonal. A verificação do esmagamento das diagonais comprimidas é feita através da comparação da tensão convencional de cisalhamento ($V_U/b_w.d$) com um valor prescrito. A resistência à ruína por tração diagonal é calculada pela soma da parcela τ_c , referente aos mecanismos complementares ao de treliça, com a parcela τ_{sw} , correspondente à armadura transversal. Estes mecanismos complementares representam a soma das resistências do concreto acima da fissura diagonal, do engrenamento entre os agregados e do efeito de pino da armadura longitudinal [5,6]. A NBR 6118:2003 [1] admite que o ângulo θ de inclinação da biela de concreto varie dentro do intervalo entre 30° e 45° , enquanto que o EUROCODE 2:2004 [2] permite a variação de $21,8^\circ$ a 45° . Ambas as normas facultam ao projetista arbitrar livremente um valor de θ dentro do intervalo permitido. Nos critérios do ACI 318:2005 [3] este ângulo de inclinação é constante e igual a 45° . A tabela [1] apresenta as expressões normativas correspondentes às duas verificações de dimensionamento para vigas com estribos verticais. A análise da tabela [1] revela a falta de consenso destas normas com relação à ruína por tração diagonal. A NBR

TABELA 1 – Equações de dimensionamento ao cisalhamento para vigas ($b_w \leq 5d$) de concreto armado segundo as diferentes normas analisadas

	Ruína por Esmagamento das Diagonais Comprimidas de Concreto	Ruína por Tração Diagonal
Norma	τ_{Esmag} (MPa)	τ_c (MPa) $\tau_{sd} = \tau_c + \tau_{sw}$ τ_{sw} (MPa)
NBR 6118 Mod I	$0,27 \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) f_c \sin 2\theta$	$\tau_c = \tau_{c0} = 0,126 (f_c)^{2/3}$ $0,9 \rho_w f_y \cot \theta$
NBR 6118 Mod II		$\tau_c = \tau_{c0} \left(\frac{\tau_{Rd2} - \tau_{sd}}{\tau_{Rd2} - \tau_{c0}} \right)$ $0,9 \rho_w f_y \cot \theta$
EUROCODE 2	$0,45 v_1 f_c \sin 2\theta^*$	0^{**} $0,9 \rho_w f_y \cot \theta$
ACI 318	$0,83 \sqrt{f_c}$	$0,17 \sqrt{f_c}$ $\rho_w f_y$

* – Nesta expressão $v_1 = 0,6$ para $f_c \leq 60$ MPa e $v_1 = \left(0,9 - \frac{f_c}{200}\right) > 0,5$ se $f_c > 60$ MPa;
 ** – O EUROCODE 2 prescreve que: $\tau_c = 0$ para as vigas com estribos e $\tau_c = 0,18 k (100 \rho_1 f_c)^{1/3}$ no caso de vigas sem estribos, onde $k = 1 + \sqrt{\frac{20}{d}}$ and $\rho_1 = A_{sl} / (b_w.d)$

TABELA 2 – Banco de Dados para Ruína por Esmagamento Biela de Concreto Vigas com Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Pesquisador	número de vigas	b_w (cm)	d (cm)	a/d	f_c (MPa)	ρ_l (%)	ρ_w (%)	$\rho_w f_y$ (kN/cm ²)
Placas e Regan (7)	6	6	25	3,4	13 a 46	1,3 a 4	2 a 3,3	1,3 a 2
Haddadin et al (8)	10	18	38	2 a 4,25	13 a 33	1,7	2 a 4,3	0,3 a 0,6
Leonhardt e Walther apud Ramirez e Breen (9)	5	10 a 152	30 a 38	3,3 a 3,5	17 a 21	---	3,3 a 3,5	0,2 a 0,6
Rangan (10)	4	6 a 7	56,3	2,5	30 a 37	8,4 a 10	2,49	0,7 a 1,6
Lee e Watanabe (11)	18	15 a 20	27 a 37	---	20 a 50	---	0,4 a 1,7	0,3 a 1,5
Total: 43 vigas								

TABELA 3 – Banco de Dados para Ruína por Tração Diagonal Vigas sem Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Pesquisador	número de vigas	b_w (cm)	d (cm)	a/d	f_c (MPa)	ρ_l %
Morrow e Viest (12)	12	31	36 a 38	2,8 a 8	15 a 46	1,2 a 3,8
Haddadin et al (8)	3	18	38	2,5 a 4,25	14 a 30	1,7
Placas e Regan (7)	7	15	25	3,4 a 3,6	24 a 30	1 a 4
Mphonde e Frantz (13)	4	15	30	3,6	21 a 42	2,3 a 3,4
Elzanaty et al (14)	5	18	27	4	21 a 40	1 a 2,5
Bazant e Kazemi (15)	18	8	4 a 17	3	43	1,64 a 1,67
Xie et al (16)	1	13	22	3	38	2,1
Adebar e Collins (17)	2	29	28	2,8	46 and 49	2
Yoon et al (18)	1	38	66	3,3	36	2,8
Kulkarni e Shah (19)	5	10	15	3,5 a 5	40 a 43	1,4
Collins e Kuchma (20)	11	30	11 a 925	2,5 a 23,9	36 a 50	0,8 a 1
Angelakos et al (21)	5	30	93	2,9	21 a 38	0,5 a 2
Cladera (22)	1	20	36	3	50	2,24
Garcia (23)	1	15	41	3,1	32	2,6
Kani et al apud Cladera (22)	32	15	14 a 109	2,5 a 7	17 a 35	0,5 a 2,8
Ahmad et al apud Cladera (22)	1	13	22	3	40	1
Islam Pam Kwan apud Cladera (22)	3	15	21	2,9 a 3,9	27 a 34	2 a 3,2
González apud Cladera (22)	4	20	31	3,3	40 a 47	2,9
Tompos e Frosh (24)	1	23	43	3	36	1
Total: 117 vigas						

6118 e o ACI 318 prescrevem para o esforço cortante resistente a soma das parcelas referentes à armadura e aos mecanismos complementares, enquanto o EUROCODE 2 considera somente a parcela referente à armadura. Para a parcela resistente dos mecanismos complementares, as

normas brasileira e americana levam em conta apenas a resistência do concreto, ignorando a influência da taxa de armadura longitudinal e o efeito de escala, considerados pelo EUROCODE 2. Vale observar ainda que, a resistência à compressão do concreto é limitada diferentemente em

TABELA 4 – Banco de Dados para Ruína por Tração Diagonal – Vigas com Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Pesquisador	Número de vigas	b_w (cm)	d (cm)	a/d	f_c (MPa)	ρ_1 %	ρ_w %	$\rho_w f_y$ (kN/cm ²)
Placas e Regan (7)	40	15	25	3,3 a 7	12 a 34	1 a 4,2	0,1 a 0,4	0,04 a 0,2
Haddadin et al (8)	12	18	38	2,5 a 6	14 a 45	0,8 a 2	0,2 a 0,4	0,07 a 0,2
Elzanaty et al (14)	2	18	25	4	21 a 40	2,5	0,2	0,07
Jonhson e Ramirez (25)	2	31	54	3,1	36	2,4	0,1	0,03 a 0,07
Berlabi e Hsu (26)	2	15	56	3,7	32 a 36	1,7	0,4	0,14 a 0,15
Sarsam e Al-Musawi (27)	3	18	24	2,5 a 4	39 a 40	2,2	0,1	0,08 a 0,11
Xie et al (16)	1	13	20	3	41	3,2	0,5	0,16
Furlan Jr (28)	1	4	27	4,2	49	0,6	0,2	0,18
Adebar e Collins (17)	6	29	28	2,9	49	2	0,1 a 0,4	0,06 a 0,2
Yoon et al (18)	3	38	66	3	36	2,8	0,1	0,03 a 0,05
Mphonde e Frantz apud Castro (29)	2	15	30	3,6	22 a 40	3,4	0,1	0,03
Collins e Kuchma (20)	1	30	93	3	47	0,8	0,1	0,04
Vidal Filho (30)	1	8	33	3,8	45	3,1	0,1	0,11
Lee e Watanabe (11)	20	18 a 20	36	---	28 a 37	---	0,2 a 1,1	0,06 a 0,4
Angelakos (21)	3	30	93	2,8	21 a 38	0,5 a 1	0,1	0,04
Cladera (22)	3	20	35	3	50	2,3	0,1 a 0,2	0,06 a 0,13
Garcia (23)	5	15	41 a 42	3,1	32 a 43	1 a 2	0,1	0,04 a 0,07
González apud Cladera (22)	12	20	30 a 31	3,25	37 a 45	2,9	---	0,06 a 0,11
Tompos e Frosch (24)	6	23 s 46	43 a 85	3	36 a 43	1,0	0,2 a 0,3	0,08 a 0,15
Etzeberria (31)	3	20	30	3,3	42	3	0,1 a 0,2	0,06 a 0,12
Total: 128 vigas								

cada uma das normas em estudo: a NBR 6118 limita seus critérios a concretos com resistência de até 50 MPa, enquanto o ACI 318 e o EUROCODE 2 permitem resistências de até 69 e 90 MPa, respectivamente.

2.2 Características do Banco de Dados

Para compor o banco de dados [4] foram selecionadas da literatura resultados de ensaios de vigas (referências [7] a [41]) testadas em laboratório com ruptura por cisalhamento. Foram escolhidas 526 vigas de concreto armado tendo largura $b_w \leq 5d$, altura constante e ausência de aberturas na alma. Todas as vigas possuem armadura longitudinal de tração, sendo 308 com armadura transversal constituída por estribos verticais. Vigas fabricadas com concreto contendo fibras e/ou agregados leves foram desconsideradas. O esquema de carregamento das vigas nos ensaios foi sempre perpendicular ao eixo longitudinal da viga, consistindo ou de uma carga concentrada no meio

do vão ou de duas cargas concentradas equidistantes dos apoios ou de carga uniformemente distribuída. Nos casos das vigas submetidas a cargas concentradas, estas foram aplicadas a uma distância a da face do apoio mais próximo maior ou igual a $2d$. A tensão de ruptura das vigas medida nos ensaios, τ_{EXP} , é igual ao esforço cortante máximo dividido pelo produto entre a menor largura e a altura útil da viga ensaiada.

As tabelas [2] a [6] apresentam o banco de dados obtido. Cada tabela corresponde a um tipo de ruína observada nos ensaios, à presença ou não de armadura transversal, e à faixa de resistência à compressão do concreto empregado nas vigas. Para cada pesquisa são indicados o número de vigas ensaiadas, com suas respectivas faixas de variação das características geométricas e das taxas de armadura longitudinal e transversal, bem como as propriedades mecânicas dos materiais utilizados. As resistências à compressão do concreto indicadas correspondem a corpos-de-prova cilíndricos (15 x 30 cm).

2.3 Metodologia da Análise Comparativa dos Resultados

A análise comparativa foi realizada tendo como base a relação entre a tensão de ruptura no ensaio e a calculada, τ_{EXP}/τ_{CALC} . Na avaliação das tensões últimas de cálculo, τ_{CALC} , foram utilizados os valores da resistência à compressão do concreto, f_c , medida na data do ensaio das vigas e da tensão de escoamento da armadura transversal, f_y . Desta forma, a correlação entre os resultados experimentais e calculados, τ_{EXP}/τ_{CALC} , é verificada sem a inclusão de coeficientes de minoração de resistência.

Para o estudo da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} foram utilizadas medidas estatísticas, tais como a média, M, a mediana, Md, o desvio padrão, DP, o coeficiente de variação, CV, e os valores mínimos e máximos da amostra. A média reflete o viés conservativo da equação normativa, enquanto que o coeficiente de variação é tomado como indicador de precisão dos resultados visto que ele mede a dispersão dos valores em relação à média.

Com o objetivo de avaliar a confiabilidade e de comparar o desempenho de diferentes equações normativas para o dimensionamento ao cisalhamento em peças de concreto

armado, COLLINS [42] desenvolveu uma metodologia em termos de uma escala de demérito. Considerando aspectos de segurança, de precisão e de economia, um escore é atribuído para cada faixa da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} , conforme mostra a tabela [7]. Este escore tem como base a idéia de que uma relação τ_{EXP}/τ_{CALC} menor que 0,5 é muito pior em termos de segurança que uma acima de 2,0. Ao mesmo tempo, valores extremamente conservativos, por serem antieconômicos, são penalizados com o escore de valor 2, correspondente a uma relação classificada como de baixa segurança. O valor do demérito de cada equação normativa é calculado através da soma dos produtos das porcentagens dos valores τ_{EXP}/τ_{CALC} existentes em cada intervalo pelo escore correspondente. Quanto maior o valor da soma total, pior é o desempenho da equação analisada.

Visando verificar seu possível uso em futuras revisões da NBR 6118, foi incluído no estudo comparativo o valor de 21,8° para o ângulo θ da biela de concreto.

3 Apresentação e Análise dos Resultados

3.1 Vigas fabricadas com concreto de $f_c \leq 50$ MPa

TABELA 5 – Banco de Dados para Ruína por Tração Diagonal – Vigas sem Estribos e $f_c > 50$ MPa

Pesquisador	Número de vigas	b_w (cm)	d (cm)	a/d	f_c (MPa)	ρ_l %
Mphonde e Frantz (13)	6	15	30	2,5 a 3,6	75 a 94	3,36
Ahmad et al (32)	18	13	18 a 21	2,7 a 4	61 a 67	1,8 a 6,6
Elzanaty et al (14)	6	18	27	4 a 6	63 a 79	1,2 a 3,3
Jonhson e Ramirez (25)	1	30,48	53,87	3,1	55,85	2,41
Salandra e Ahmad (33)	4	10	17	2,6 a 3,6	54 a 69	1,5
Xie et al (16)	1	13	22	3	99	2,1
Ahmad et al (34)	2	10	18	3,7	73 a 75	1,4
Adebar e Collins (17)	5	29 a 36	18 a 38	2,1 a 4,5	52 a 59	1 a 3
Yoon et al (18)	2	38	66	3,28	67 a 87	2,8
Collins e Kuchma (20)	10	17 a 30	23 a 93	2,5 a 11,3	53 a 99	0,5 a 1
Simplício apud Garcia (23)	2	15	27	3,8	70 a 73	2,33
Cladera (22)	3	20	36	2,2 a 3	61 a 87	2,24
Ahmad et al apud Cladera (22)	1	13	22	3	89	2,1
Islam et al. apud Cladera (22)	7	15	20 a 21	3 a 3,9	50 a 83	2 a 3,2
Kim Park apud Cladera (22)	16	17 a 30	14 a 92	3 a 4,5	54	1 a 4,7
Thorenfeldt e Drangsholt (35)	16	15 a 30	21 a 44	3 a 4	54 a 98	1,8 a 3,23
Garcia (23)	1	15	40	3	70	2,6
Total: 101 vigas						

TABELA 6 – Banco de Dados para Ruína por Tração Diagonal – Vigas com Estribos e $f_c > 50\text{MPa}$

Pesquisador	Número de vigas	b_w (cm)	d (cm)	a/d	f_c (MPa)	ρ_l %	ρ_w %	$\rho_w f_y$ (kN/cm ²)
Placas e Regan (7)	2	15	25	3,4 a 3,6	54 a 57	1,5 a 4,1	0,14 a 0,28	0,06 a 0,11
Jonhson e Ramirez (25)	5	31	54	3,1	51 a 72	2,4	0,07 a 0,14	0,03 a 0,07
Roller e Russell (36)	6	36 a 46	56 a 76	2,5 a 3	72 a 125	1,6 a 2,75	0,08 a 0,23	0,03 a 0,1
Sarsam e Al-Musawi (27)	11	18	23 a 24	2,5 a 4	70 a 80	2,2 a 3,5	0,1 a 0,2	0,08 a 0,15
Fernandes (37)	4	5	28	3,6 a 5,4	58 a 68	4,4 a 6,6	0,25 a 0,38	0,21 a 0,32
Xie et al (16)	4	13	20	3 a 4	90 a 103	4,53	0,49 a 0,76	0,16 a 0,25
Gomiero (38)	2	5	28	3,6	76 a 77	6,7	0,2 a 0,4	0,23 a 0,3
Yoon et al (18)	6	38	66	3,3	67 a 87	2,8	0,08 a 0,24	0,04 a 0,10
Mphonde e Frantz apud Castro (29)	2	15	30	3,6	60 a 83	3,4	0,11	0,03
Kong e Rangan (39)	36	25	20 a 30	2,5 a 3,3	60 a 85	1,7 a 4,5	0,10 a 0,26	0,06 a 0,13
Angelakos (21)	2	30	93	2,9	65 a 80	1	0,08	0,040
Collins e Kuchuma (20)	2	17 a 30	46 a 92	2,5 a 2,7	71 a 74	1 a 3,6	0,1 a 0,15	0,07 a 0,08
Ozcebe et al (40)	13	15	31 a 33	3 a 5	58 a 82	1,9 a 4,4	0,14 a 0,28	0,04 a 0,07
Vidal Filho (30)	2	8	33	3,7	51	3,1	0,22	0,15
Lee e Watanabe (11)	15	15 a 20	27 a 42	---	56 a 112	---	0,14 a 0,89	0,08 a 0,78
Cladera (22)	9	20	35	3,1	61 a 87	2,3 a 3	0,14 a 0,24	0,08 a 0,13
Ahmad et al apud Cladera (22)	3	13	20	3	83 a 88	4,5	---	0,21 a 0,33
Garcia (23)	5	15	40 a 41	3	67 a 71	2,6	0,06 a 0,22	0,05 a 0,12
Simplicio apud Garcia (23)	5	15	27 a 35	3,3 a 3,8	66 a 70	2,3 a 3	0,11 a 0,21	0,08 a 0,15
Teoh et al (41)	3	15	66	2,7	89 a 100	3	0,12 a 0,18	0,04 a 0,06

Total: 137 vigas

3.1.1 Vigas com Ruína por Esmagamento das Diagonais Comprimidas de Concreto

Antes de se iniciar a análise dos resultados, é importante salientar que, na revisão de literatura realizada, a ruína por esmagamento das diagonais comprimidas de concreto só foi encontrada em vigas com elevadas taxas de armadura transversal como mostra a tabela [2].

Os resultados obtidos do estudo comparativo das diversas normas para este tipo de falha estão apresentados na tabela [8]. A análise dos valores encontrados com a utilização dos critérios da NBR 6118 indica que eles são mais conservativos à medida que o ângulo θ diminui. Por

outro lado, a equação possui a mesma precisão independentemente do valor de θ , visto que os valores dos coeficientes de variação são praticamente iguais. Com relação à segurança, conforme mostra a parte B da tabela [8], os resultados encontrados com $\theta = 45^\circ$ são preocupantes, com 26% dos valores da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} na faixa de baixa segurança (entre 0,65 e 0,85) e 2% na região perigosa (entre 0,5 e 0,65). Em termos globais, os resultados revelam que a utilização do ângulo θ igual a 30° na equação preconizada no modelo II da NBR 6118 é a que proporciona melhores resultados em termos de segurança, precisão e economia no caso da verificação de ruína por esmagamento da biela de concreto. A possível redução do valor de θ para $21,8^\circ$ precisa ser melhor analisada visto

TABELA 7 – Escala de Demérito proposta por Collins (42)

Classificação	τ_{exp}/τ_{calc}	Escore
Extremamente Perigosa	< 0,50	10
Perigosa	0,50 ---- 0,65	5
Baixa Segurança	0,65 ---- 0,85	2
Segurança Adequada	0,85 ---- 1,30	0
Conservativa	1,30 ---- 2,00	1
Extremamente Conservativa	$\geq 2,00$	2

que por um lado possibilitou um aumento de segurança (inexistência de resultados abaixo da região de segurança adequada) e por outro se revelou antieconômica com 12% dos valores de τ_{EXP}/τ_{CALC} acima de 2.

A análise dos critérios da EUROCODE 2 revela que a redução do ângulo θ de inclinação das bielas de concreto leva a resultados mais seguros e conservativos, porém igualmente precisos com os coeficientes de variação praticamente iguais. O critério do ACI 318 é ainda mais conservativo e seguro, apresentando a maior média entre todas as normas analisadas com a inexistência de valores nas regiões abaixo da faixa de segurança adequada. Em termos de economia, o ACI apresenta o pior desempenho com 74% dos valores nas regiões conservativa e extremamente conservativa.

Para a ruína por esmagamento da biela de concreto, conforme ilustra a tabela [8], os critérios do EUROCODE 2 para $\theta = 21,8^\circ$ e da NBR 6118 com $\theta = 30^\circ$ são os que proporcionam melhores resultados em termos de segurança, precisão e economia. O escore total, obtido na escala de demérito, reflete este fato: 48 pontos para o EUROCODE 2 e 53 pontos para a NBR 6118. O ACI 318 é penalizado por apresentar 74 % dos seus resultados acima da região de segurança adequada, totalizando 90 pontos no escore total da escala de demérito.

3.1.2 Vigas com Ruína por Tração Diagonal

A resistência à ruína por tração diagonal é devida à soma da resistência dos mecanismos complementares ao de treliça com a resistência da armadura transversal existente. Apesar dos resultados encontrados na literatura [5,6] mostrarem que a armadura transversal contribui, de forma benéfica, para a resistência dos mecanismos complementares ao de treliça, a quantificação desta contribuição é difícil de ser estimada com precisão. Por esta razão, o comitê ACI-ASCE 426 [5] e o ACI 318 [3] assumem explicitamente que a resistência desses mecanismos complementares é a mesma independentemente da presença ou não de armadura transversal de cisalhamento. Com base

nesta premissa, o estudo comparativo da ruína por tração diagonal será feito em duas partes. Visando avaliar as expressões normativas para os mecanismos complementares (τ_c), vigas sem estribos serão analisadas primeiramente. Em seguida apresenta-se o estudo para vigas com armadura transversal.

3.1.2.1 Vigas sem Estribos

Como não existe armadura transversal nas vigas, a resistência ao cisalhamento se reduz à parcela τ_c resistida pelos mecanismos complementares. Nesta situação, esta parcela, segundo a NBR 6118, é independente do ângulo θ de inclinação das diagonais comprimidas de concreto. Assim sendo, apenas um único valor resistente foi calculado utilizando as prescrições da norma brasileira. O EUROCODE 2 possui uma formulação própria (vide tabela [1]) para vigas sem armadura transversal que também é independente do ângulo θ . Portanto pelo EUROCODE 2 também apenas um único valor foi obtido.

Os resultados da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} correspondente à resistência dos mecanismos complementares ao de treliça, obtidos do estudo comparativo com 117 vigas sem estribos e com $f_c \leq 50$ MPa, se encontram na tabela [9]. A análise destes resultados revela primeiramente que o critério do ACI 318 produz a maior média, única maior que um, entre as normas em análise, sendo, portanto, o mais conservativo. Os critérios da NBR 6118 e do EUROCODE 2 proporcionam um valor similar de média, porém este último apresenta um coeficiente de variação significativamente menor (14,1 % versus 29,7%). A escala de demérito, na parte B desta mesma tabela, descreve esse resultado através dos percentuais por faixas, onde a quantidade de valores abaixo da região de segurança adequada obtida com a norma brasileira é muito maior que as alcançadas pelas demais normas. Isto se reflete também no valor total do demérito da NBR 6118, que é muito discrepante em relação às demais normas. Este fato revela que a parcela resistente atribuída aos mecanismos complementares ao de treliça da NBR 6118 está insatisfatória em termos de segurança. Análises parciais, apresentadas na tabela [10] e na figura [1], revelam resultados mais inseguros da NBR 6118 para vigas com altura útil maior que 60 cm, com taxa de armadura longitudinal menor que 2% e com resistência à compressão do concreto acima de 30 MPa. Estes resultados mostram a influência do efeito de escala e da taxa de armadura longitudinal não considerados nos critérios de dimensionamento da NBR 6118. A inclusão desses efeitos na equação da norma brasileira é recomendada.

Uma análise criteriosa precisa ser feita na comparação entre os critérios do EUROCODE 2 e do ACI 318. Enquanto este último proporcionou 14% de valores nas faixas de classificação perigosa e de baixa segurança, o EUROCODE 2, apesar de não ter nenhum resultado na região perigosa, produziu um percentual maior (23%) de valores na faixa de baixa segurança. Na avaliação da escala de demérito, a soma dos escores das regiões perigosa e de baixa segurança do EUROCODE 2 totalizou

46 contra 37 do ACI 318. Por outro lado, com o critério do ACI, 48% dos valores estão acima da região de segurança apropriada contra apenas 1% quando se usa o EUROCODE 2. Este fato proporcionou, na avaliação da escala de demérito, um escore parcial muito menor para o EUROCODE 2: 1 versus 51 para o ACI 318, penalizando muito este critério normativo.

A análise global destes resultados indica, portanto, o critério do EUROCODE 2 como o de melhor desempenho, além de ser o único que considera, explicitamente, os efeitos de escala e da taxa de armadura longitudinal. A formulação da NBR 6118 é insatisfatória, o que atribui a ela, neste caso, a pior performance entre as normas avaliadas.

3.1.2.2 Vigas com Estribos Verticais

Os resultados do estudo comparativo no caso de ruína por tração diagonal em vigas armadas com estribos verticais se encontram na tabela [11]. A análise dos critérios da NBR 6118 revela valores mais conservativos da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} com o aumento do ângulo θ de inclinação das bielas de concreto. Quanto à precisão, pode-se afirmar que as prescrições da norma brasileira geram resultados similares, já que os valores dos coeficientes de variação são praticamente iguais, independente do modelo ou do valor de inclinação θ utilizados. Com relação à economia, o emprego do modelo II com $\theta = 45^\circ$ é antieconômico:

TABELA 8 – Resultados de Ruína por Esmagamento das Bielas de Concreto Vigas com Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Parte A – Medidas Estatísticas								
Medidas Estatísticas	Média	Mediana	Coeficiente de Variação					
NBR 6118	Mod. I	1,02	0,93	24,36 %				
	$\theta=45^\circ$	1,02	0,93	24,36 %				
	$\theta=30^\circ$	1,17	1,07	24,62 %				
	$\theta=21.8^\circ$	1,47	1,34	24,62 %				
EUROCODE 2	$\theta=45^\circ$	0,90	0,83	25,62 %				
	$\theta=30^\circ$	1,04	0,96	25,35 %				
	$\theta=21.8^\circ$	1,30	1,20	25,62 %				
ACI 318	1,52	1,41	25,64 %					
Parte B – Escala de Demérito								
τ_{exp}/τ_{calc}	Mod. I	NBR 6118			EUROCODE 2			ACI 318
		$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21.8^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21.8^\circ$	
< 0,50	0	0	0	0	0	0	0	0
0,50 --0,65	2*	2	0	0	9	0	0	0
0,65 --0,85	26	26	12	0	42	28	2	0
0,85 --1,30	58	58	59	39	47	56	56	26
1,30 --2,00	14	14	29	49	2	16	40	58
$\geq 2,00$	0	0	0	12	0	0	2	16
Demérito Total	76**	76	53	73	131	72	48	90

* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp}/τ_{calc} estão em porcentagem
 ** – $76 = (0 \times 10) + (2 \times 5) + (26 \times 2) + (58 \times 0) + (14 \times 1) + (0 \times 2)$

TABELA 9 – Resultados de Ruptura por Tração Diagonal – Vigas sem Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Parte A – Medidas Estatísticas			
Medidas Estatísticas	NBR 6118	EUROCODE 2	ACI 318
Média	0,95	0,94	1,28
Mediana	0,95	0,92	1,28
Coefficiente de Variação	29,71 %	14,10 %	28,79 %
Parte B – Escala de Demérito			
τ_{exp} / τ_{calc}	NBR 6118 %	EUROCODE 2 %	ACI 318 %
< 0,50	4	0	0
0,50 – 0,65	10	0	3
0,65 – 0,85	21	23	11
0,85 – 1,30	55	76	38
1,30 – 2	7	1	45
$\geq 2,00$	3	0	3
Demérito Total	145*	47	88
* 145 = (4 x 10) + (10 x 5) + (21 x 2) + (55 x 0) + (7 x 1) + (3 x 2)			

66% dos valores da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} estão acima de 1,3. Analisando a segurança, observa-se que 88% dos resultados da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} são maiores que 0,85 quando se utiliza o modelo I ou II com $\theta = 45^\circ$. Percentual similar (86%) é alcançado quando se utiliza este último modelo com $\theta = 30^\circ$. Porém com $\theta = 30^\circ$ foram encontrados 6% e 2% de valores nas faixas classificadas como perigosa e extremamente perigosa, respectivamente, contra 7% apenas na região perigosa para θ igual a 45° . A avaliação global da escala de demérito proposta por COLLINS [42] classifica o modelo II da NBR 6118 e $\theta = 30^\circ$ como sendo o mais adequado. Pelos resultados encontrados, não se justifica uma possível redução da inclinação θ das bielas para $21,8^\circ$ dentro dos atuais critérios da NBR 6118.

A tabela [11] apresenta também os resultados encontrados da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} segundo os critérios do EUROCODE 2 e do ACI 318. A análise dos valores obtidos mostra, para $\theta = 45^\circ$, um comportamento similar entre o ACI 318 e a NBR 6118, que admitem a parcela τ_c referente aos mecanismos complementares ao de treliça. Por outro lado, os resultados do EUROCODE 2, que não considera esta parcela, são extremamente conservativos. Comparando-se os

resultados entre a NBR 6118 e o EUROCODE 2, para θ igual a 45° , fica ainda mais nítido o caráter conservativo do EUROCODE.

Resultados das análises parciais, mostrados na tabela [12], revelam, dentro de um mesmo critério da NBR 6118, aumentos significativos nos percentuais de valores nas regiões abaixo da faixa de segurança apropriada, quando as vigas têm altura útil $d > 60$ cm ou taxa de armadura longitudinal $\rho_l \leq 2\%$. Estes resultados mostram que o valor da contribuição da parcela τ_c nestes casos afeta também a performance do critério da NBR 6118 em vigas com armadura transversal. Resposta similar, porém em menor escala, foi observada quando se analisam os critérios do EUROCODE 2 e do ACI 318.

A dependência da taxa ρ_w de armadura transversal com a resistência do concreto é também evidenciada nas análises parciais (partes C e D da tabela [12]). Independentemente do critério da NBR 6118, existe um aumento expressivo no percentual de resultados nas faixas abaixo da região de segurança apropriada quando se empregam concretos com resistência à compressão acima de 30 MPa. Portanto, uma maior taxa de armadura transversal é necessária

**TABELA 10 – Análises Parciais – Ruína por Tração Diagonal
Vigas sem Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$**

Parte A – Influência da Altura Útil – Escala de Demérito

Norma	d (cm)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	≥ 2,00	Demérito Total
NBR 6118	≤ 60	1*	6	17	65	10	1	86**
	> 60	24	35	35	6	0	0	485
EUROCODE 2	≤ 60	0	0	21	78	1	0	43
	> 60	0	0	35	65	0	0	70
ACI 318	≤ 60	0	1	5	39	52	3	73
	> 60	0	18	47	35	0	0	184

* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp} / τ_{calc} estão em percentagem

** 86 = (1 x 10) + (6 x 5) + (17 x 2) + (65 x 0) + (10 x 1) + (1 x 2)

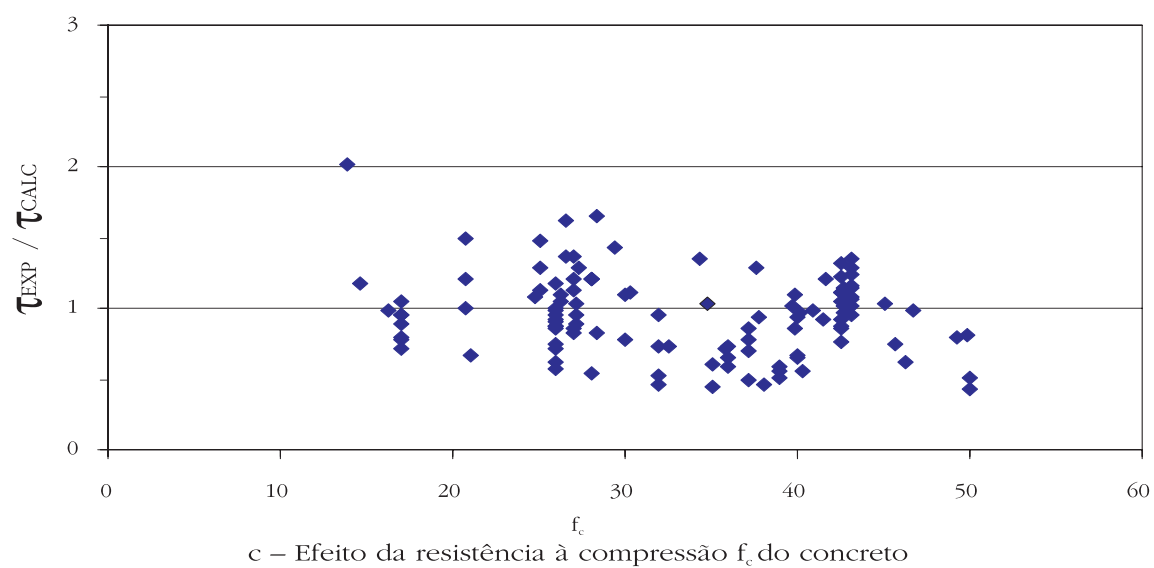
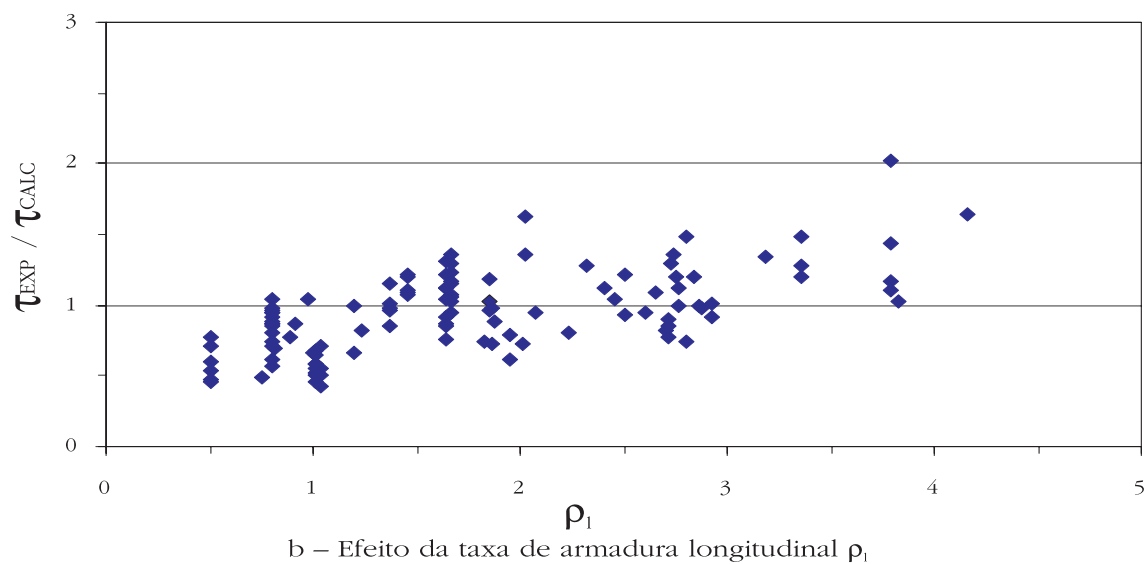
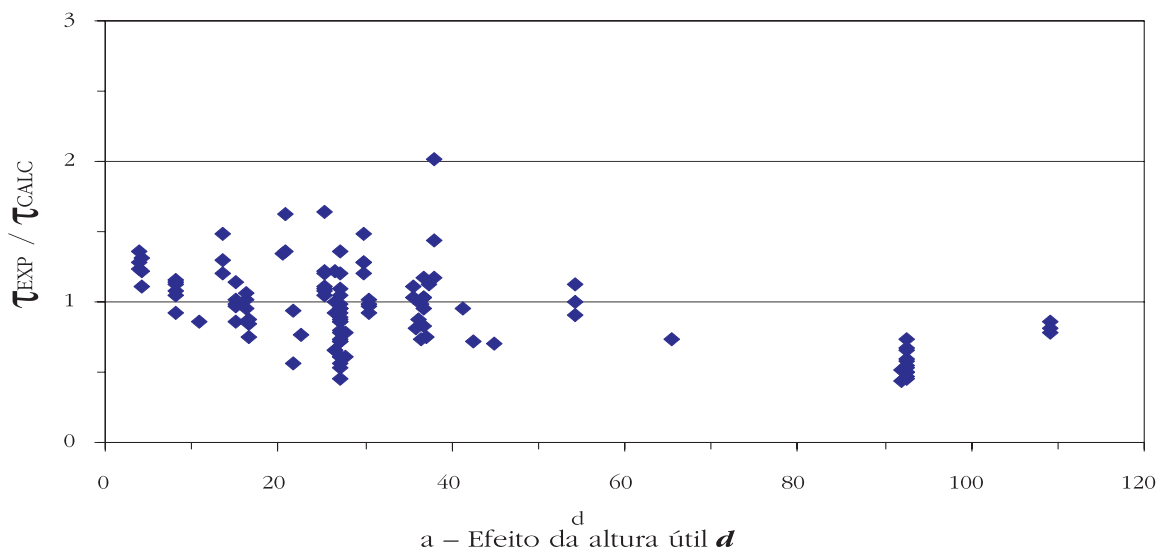
Parte B – Influência da Taxa de Armadura Longitudinal – Escala de Demérito

Norma	ρ_l (%)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	≥ 2,00	Demérito Total
NBR 6118	≤ 1	11	15	30	44	0	0	245
	$1 < \rho_l \leq 2$	4	15	19	58	4	0	157
	> 2	0	0	13	63	21	3	53
EUROCODE 2	≤ 1	0	0	22	78	0	0	44
	$1 < \rho_l \leq 2$	0	0	33	67	0	0	66
	> 2	0	0	11	87	2	0	24
ACI 318	≤ 1	0	7	19	70	4	0	77
	$1 < \rho_l \leq 2$	0	4	15	31	50	0	100
	> 2	0	0	0	26	66	8	82

Parte C – Influência da Resistência do Concreto – Escala de Demérito

Norma	f_c (MPa)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	≥ 2,00	Demérito Total
NBR 6118	≤ 30	0	6	17	62	13	2	81
	> 30	8	14	22	51	5	0	199
EUROCODE 2	≤ 30	0	0	15	83	2	0	32
	> 30	0	0	30	70	0	0	60
ACI 318	≤ 30	0	0	8	45	41	6	69
	> 30	0	6	14	33	47	0	105

FIGURA 1 – Ruína por Tração Diagonal – Vigas sem Estribos ($f_c \leq 50$ MPa)
Análises Parciais dos Critérios da NBR 6118:2003



neste caso. Este fato sinaliza uma possível alteração na expressão de cálculo para área mínima de estribos prescrita pela NBR 6118 em vigas fabricadas com concreto de resistência à compressão acima de 30 MPa.

Apesar de menos conservativo, o modelo II da NBR 6118 com θ igual 30° apresenta, no geral, o melhor desempenho, seguido do ACI 318 e do EUROCODE 2 com θ igual 21,8°. A figura [2] ilustra esses fatos, onde o critério da NBR apresenta o maior percentual de resultados na faixa de segurança apropriada (entre 0,85 e 1,3). A avaliação da escala de demérito, mostrada na tabela [11], também confirma este resultado quando atribui a este critério o menor escore total.

3.2 Vigas fabricadas com concreto de $f_c > 50$ MPa

Como o EUROCODE 2 e o ACI 318 permitem o emprego de concretos com resistência à compressão acima de 50 MPa e o mercado da construção civil brasileiro já é capaz de produzir concretos desta resistência, apresenta-se neste item o estudo comparativo dos critérios normativos para dimensionamento ao cisalhamento de vigas fabricadas com concreto de resistência acima de 50 MPa. Para este estudo, as prescrições da NBR 6118 foram extrapoladas. Na revisão da literatu-

TABELA 11 – Resultados de Ruína por Tração Diagonal – Vigas com Estribos e $f_c \leq 50$ MPa

Parte A – Medidas Estatísticas								
Medidas Estatísticas	Média	Mediana	Coeficiente de Variação					
NBR 6118	Mod I	1,33	1,38	27,37%				
	$\theta=45^\circ$	1,43	1,47	28,46%				
	$\theta=30^\circ$	1,15	1,18	26,50%				
	$\theta=21,8^\circ$	0,99	1,00	26,09%				
EUROCODE 2	$\theta=45^\circ$	3,69	3,50	33,80%				
	$\theta=30^\circ$	2,13	2,02	33,80%				
	$\theta=21,8^\circ$	1,48	1,40	33,80%				
ACI 318	1,50	1,52	25,28%					
Parte B – Escala de Demérito								
τ_{exp}/τ_{calc}	NBR 6118				EUROCODE 2			ACI 318
	Mod. I	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21,8^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21,8^\circ$	
< 0,50	1*	0	2	7	0	0	1	0
0,50 -0,65	6	7	6	4	0	0	2	2
0,65 -0,85	5	5	6	14	0	2	4	6
0,85 -1,30	31	22	49	65	1	6	31	15
1,30 -2,00	54	60	37	10	6	39	46	73
$\geq 2,00$	3	6	0	0	93	53	16	4
Demérito Total	110**	117	99	128	192	149	106	103
* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp}/τ_{calc} estão em porcentagem								
** 110 = (1 x 10) + (6 x 5) + (5 x 2) + (31 x 0) + (54 x 1) + (3 x 2)								

ra realizada foram encontrados apenas resultados de vigas com ruína por tração diagonal. Assim sendo a análise comparativa será feita apenas para este modo de ruptura.

TABELA 12 – Análises Parciais – Ruína por Tração Diagonal Vigas com Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$

Parte A – Influência da Altura Útil – Escala de Demérito

Norma	d (cm)	< 0,50	0,50 --0,65	0,65 --0,85	0,85 --1,30	1,30 --2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	≤ 60	0*	2	4	32	59	3	83**
	> 60	9	55	9	27	0	0	383
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	≤ 60	0	2	4	21	66	7	98
	> 60	0	64	9	27	0	0	338
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	≤ 60	1	2	5	52	40	0	70
	> 60	18	46	18	18	0	0	446
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	≤ 60	0	0	2	4	38	56	154
	> 60	0	0	9	27	37	27	109
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	≤ 60	1	2	2	32	47	16	103
	> 60	0	9	27	28	27	9	144
ACI 318	≤ 60	0	1	2	14	78	5	97
	> 60	0	9	55	18	18	0	173

* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp}/τ_{calc} estão em porcentagem

** 83 = (0 x 10) + (2 x 5) + (4 x 2) + (32 x 0) + (59 x 1) + (3 x 2)

Parte B – Influência da Taxa de Armadura Longitudinal – Escala de Demérito

Norma	ρ_l (cm)	< 0,50	0,50 --0,65	0,65 --0,85	0,85 --1,30	1,30 --2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	≤ 2	3	20	13	36	28	0	184
	> 2	0	0	2	29	63	6	79
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	≤ 2	0	23	13	28	33	3	180
	> 2	0	0	2	22	66	10	90
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	≤ 2	8	20	13	36	23	0	229
	> 2	0	0	3	50	47	0	53
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	≤ 2	0	0	8	10	38	44	142
	> 2	0	0	0	2	32	66	164
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	≤ 2	3	5	8	33	38	13	135
	> 2	0	0	0	23	56	21	98
ACI 318	≤ 2	0	5	21	28	46	0	113
	> 2	0	0	0	9	82	9	100

**TABELA 12 – Análises Parciais – Ruína por Tração Diagonal
Vigas com Estribos e $f_c \leq 50\text{MPa}$ (continuação)**

**Parte C – Influência da Taxa de Armadura Transversal com $f_c \leq 30\text{MPa}$
Escala de Demérito**

Norma	ρ_w (%)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	$\leq 0,1$	0	0	8	23	69	0	85
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	22	57	21	99
	$> 0,2$	0	0	0	8	92	0	92
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	8	15	69	8	101
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	7	72	21	114
	$> 0,2$	0	0	0	0	92	8	108
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	8	31	61	0	77
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	43	57	0	57
	$> 0,2$	0	0	0	31	69	0	69
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	8	92	192
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	0	36	64	164
	$> 0,2$	0	0	0	15	62	23	108
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	8	46	46	138
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	29	64	7	78
	$> 0,2$	0	0	8	61	31	0	47
ACI 318	$\leq 0,1$	0	0	0	8	92	0	92
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	7	79	14	107
	$> 0,2$	0	0	0	8	85	7	99

**Parte D – Influência da Taxa de Armadura Transversal com $30 < f_c \leq 50$
Escala de Demérito**

Norma	ρ_w (%)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	$\leq 0,1$	0	17	18	17	44	4	173
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	4	12	0	47	37	0	137
	$> 0,2$	0	4	4	44	48	0	76
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	$\leq 0,1$	0	17	17	13	49	4	176
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	15	0	42	39	4	122
	$> 0,2$	0	4	3	26	63	4	97
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	22	17	22	39	0	183
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	7	9	7	54	23	0	152
	$> 0,2$	4	3	0	70	23	0	78
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	26	74	174
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	4	11	31	54	147
	$> 0,2$	0	0	7	12	70	11	106
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	3	43	44	131
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	4	12	23	54	7	112
	$> 0,2$	4	7	4	67	15	3	104
ACI 318	$\leq 0,1$	0	0	17	22	52	9	104
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	4	12	22	58	4	110
	$> 0,2$	0	4	4	18	74	9	102

3.2.1 Vigas com Ruína por Tração Diagonal

3.2.1.1 Vigas sem Estribos

Os resultados do estudo com relação a um total de 101 vigas sem estribos e com $f_c > 50$ MPa testadas em laboratório se encontram na tabela [13]. A avaliação da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} revela valores mais conservativos com o emprego dos critérios do ACI 318: a maior média, única maior que 1, entre as normas em análise, e um menor percentual (10%) de resultados abaixo da faixa de segurança apropriada. O EUROCODE 2, por outro lado, proporcionou uma menor dispersão dos resultados em torno da média e, portanto, uma maior precisão. A extrapolação do critério da NBR 6118 propiciou o menor valor de média (0,86) e mais de 50% de valores abaixo da região de segurança apropriada. Isto se reflete também no valor total da escala de demérito, onde o escore alcançado pela NBR 6118 é muito maior em relação aos das demais normas. A combinação destes fatos confirma que a extrapolação da equação da NBR 6118 correspondente à parcela resistente τ_c para vigas fabricadas com concreto de $f_c > 50$ MPa proporciona resultados insatisfatórios em termos de segurança.

3.2.1.2 Vigas com Estribos Verticais

A tabela [14] mostra os resultados encontrados para a ruína por tração diagonal em vigas armadas transversalmente e fabricadas com concreto de resistência à compressão

f_c maior que 50 MPa. Comparando estes com os resultados obtidos para $f_c \leq 50$ MPa (vide tabela [11]), verifica-se que a extrapolação dos critérios da NBR 6118 proporciona valores ainda menos conservativos e precisos. Independentemente do critério da norma brasileira utilizado, percentuais mais elevados foram encontrados nas regiões abaixo da faixa de segurança adequada. A possível redução da inclinação θ das bielas para $21,8^\circ$ gerou percentuais ainda mais elevados de resultados nas faixas de baixa segurança, perigosa e extremamente perigosa, demonstrando não ser adequado o seu emprego. Com base nos resultados, a utilização do modelo II da NBR 6118 com $\theta = 45^\circ$ para as bielas de concreto proporciona melhores resultados em termos de segurança e de economia, reforçando a avaliação feita através da escala de demérito, que lhe atribui também o menor escore total.

O EUROCODE 2 proporciona resultados mais conservativos, imprecisos e antieconômicos em relação aos demais critérios em estudo. A não consideração, por parte desta norma, da parcela correspondente aos mecanismos complementares ao de treliça explica este fato. Entre o ACI 318 e a NBR 6118 com θ igual a 45° pode-se observar um comportamento similar, sendo a norma americana mais conservativa e segura.

Resultados das análises parciais, mostrados na tabela [15], revelam, para um mesmo critério da NBR 6118, aumentos expressivos nos percentuais de valores nas regiões abaixo da faixa de segurança, quando as vigas têm altura útil $d > 60$ cm ou taxa de armadura longitudinal $\rho_l \leq 2\%$. Es-

TABELA 13 – Resultados de Ruína por Tração Diagonal – Vigas sem Estribos e $f_c > 50$ MPa

Parte A – Medidas Estatísticas			
Medidas Estatísticas	NBR 6118	EUROCODE 2	ACI 318
Média	0,86	0,96	1,31
Mediana	0,84	0,93	1,26
Coefficiente de Variação	36,49 %	21,86 %	36,15 %
Parte B – Escala de Demérito			
τ_{exp}/τ_{calc}	NBR 6118 (%)	EUROCODE 2 (%)	ACI 318 (%)
< 0,50	8	0	5
0,50 --0,65	16	5	2
0,65 --0,85	29	26	3
0,85 --1,30	36	62	46
1,30 --2	11	7	33
$\geq 2,00$	0	0	11
Demérito Total	229*	84	121
* 229 = (8 x 10) + (16 x 5) + (29 x 2) + (36 x 0) + (11 x 1) + (0 x 2)			

ses efeitos de escala e da taxa de armadura longitudinal também afetam o desempenho do ACI 318.

A dependência entre a taxa de armadura transversal, ρ_w , e a resistência à compressão do concreto, f_c , é também evidenciada neste caso. A análise revela uma melhora significativa de desempenho da NBR 6118 para maiores taxas de armadura transversal.

Apesar do modelo II da NBR 6118 com θ igual a 45° apresentar maiores percentuais de valores abaixo da faixa de segurança adequada em relação às demais normas estudadas, o resultado global indica ser este critério e do ACI 318 os de melhor desempenho quando se analisa, em conjunto, segurança, economia e precisão (vide tabela [14]). O critério do EUROCODE 2 é muito penalizado na escala de demérito por apresentar elevados percentuais de valores da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} nas regiões conservativa e

extremamente conservativa. A figura [3] destaca o maior percentual de resultados da relação τ_{EXP}/τ_{CALC} na faixa de segurança apropriada (entre 0,85 e 1,3) encontrado quando se utiliza o critério do modelo II da NBR 6118 com $\theta = 45^\circ$, bem como os resultados menos precisos obtidos com as prescrições do EUROCODE 2.

4 Conclusões

O objeto deste trabalho foi avaliar a segurança, a precisão e a economia dos critérios de dimensionamento ao cisalhamento da NBR 6118:2003 por meio da comparação com resultados experimentais encontrados na literatura de vigas com e sem armadura transversal e executadas com concreto convencional ($f_c \leq 50$ MPa). Os procedimentos de cálculo preconizados pelo

TABELA 14 – Resultados de Ruína por Tração Diagonal – Vigas com Estribos e $f_c > 50$ MPa

Parte A – Medidas Estatísticas				
Medidas Estatísticas		Média	Mediana	Coefficiente de Variação
NBR 6118 (2003)	Mod I	1,18	1,11	41,64 %
	$\theta=45^\circ$	1,22	1,17	36,97 %
	$\theta=30^\circ$	1,04	1,00	36,56 %
	$\theta=21,8^\circ$	0,92	0,88	37,13 %
EUROCODE 2 (2003)	$\theta=45^\circ$	4,64	4,24	55,21 %
	$\theta=30^\circ$	2,68	2,45	55,21 %
	$\theta=21,8^\circ$	1,86	1,70	55,21 %
ACI 318 (2005)		1,49	1,41	37,49 %

Parte B – Escala de Demérito								
τ_{exp}/τ_{calc}	Mod. I	NBR 6118			EUROCODE 2			ACI 318
		$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21,8^\circ$	$\theta=45^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=21,8^\circ$	
< 0,50	2*	1	2	3	0	0	0	0
0,50 -0,65	6	2	4	8	0	0	2	1
0,65 -0,85	10	10	20	37	0	1	4	2
0,85 -1,30	56	55	60	45	0	7	17	34
1,30 -2,00	22	28	12	5	5	19	45	55
$\geq 2,00$	4	4	2	2	95	73	32	8
Demérito Total	100**	76	96	153	195	167	127	80

* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp}/τ_{calc} estão em porcentagem

** $100 = (2 \times 10) + (6 \times 5) + (10 \times 2) + (56 \times 0) + (22 \times 1) + (4 \times 2)$

FIGURA 2 – Porcentagem de Valores da Relação τ_{exp}/τ_{calc} – Ruína por Tração Diagonal Vigas com Estribos e $f_c \leq 50$ MPa

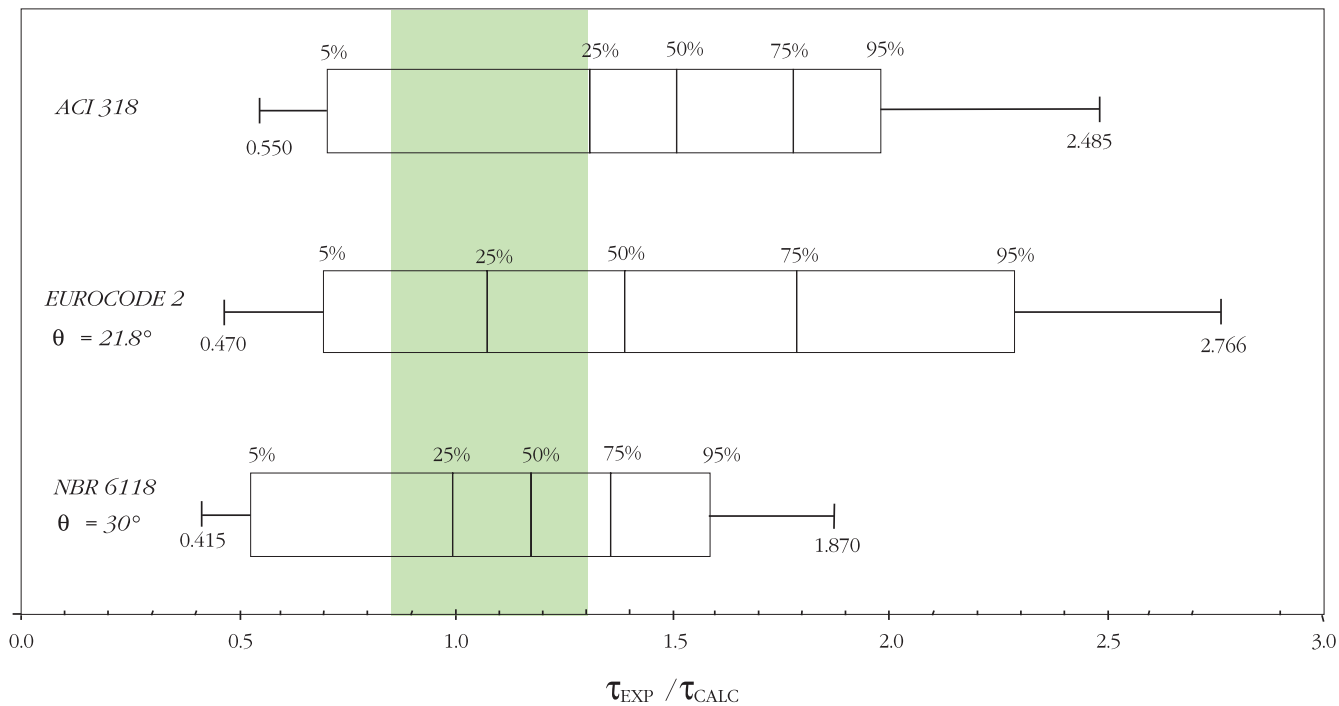
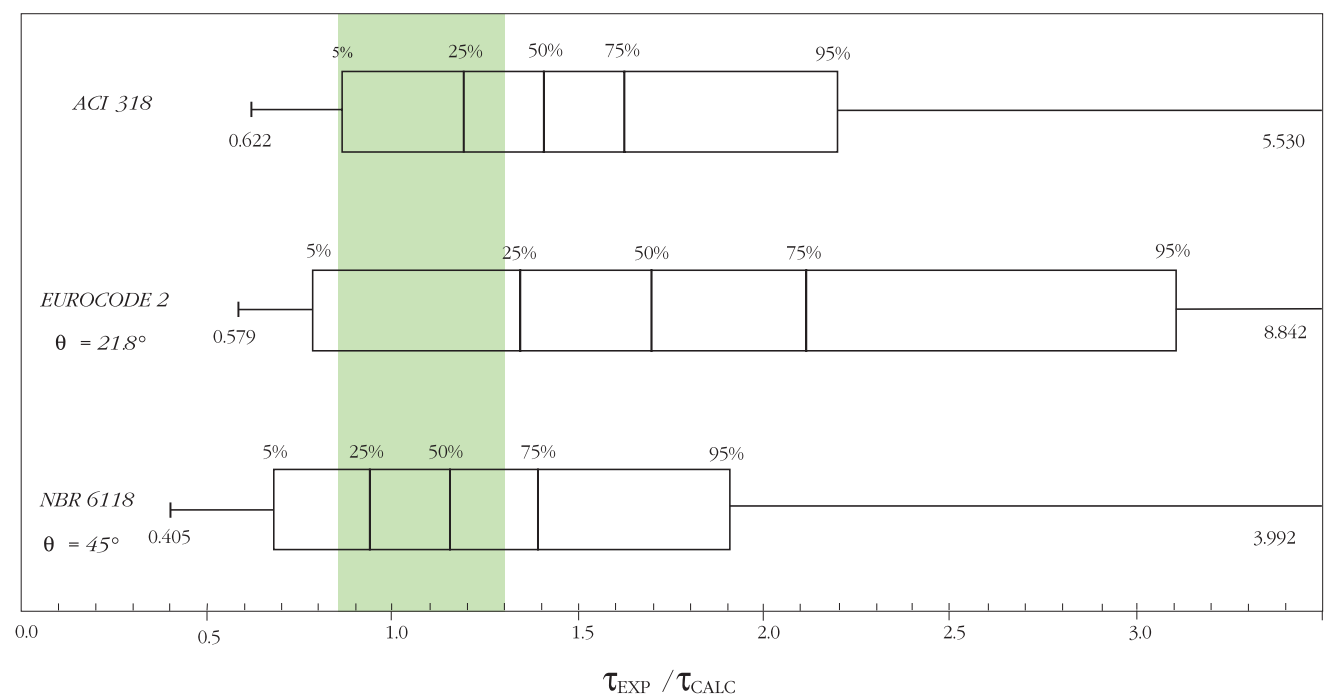


FIGURA 3 – Porcentagem de Valores da Relação τ_{exp}/τ_{calc} – Ruína por Tração Diagonal Vigas com Estribos e $f_c > 50$ MPa



EUROCODE 2:2004 e pelo ACI 318:2005 também foram analisados. O estudo incluiu ainda vigas fabricadas com concreto de alto desempenho ($f_c > 50$ MPa). Análises parciais considerando os efeitos da altura útil

das vigas, da resistência do concreto, e das taxas de armadura longitudinal e transversal também foram realizadas. As principais conclusões do estudo são apresentadas a seguir.

**TABELA 15 – Análises Parciais – Ruína por Tração Diagonal
Vigas com Estribos e $f_c > 50$ MPa**

Parte A – Influência da Altura Útil – Escala de Demérito

Norma	d (cm)	< 0,50	0,50 – 0,65	0,65 – 0,85	0,85 – 1,30	1,30 – 2,00	≥ 2,00	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	≤ 60	1*	2	6	59	25	5	71**
	> 60	6	29	30	35	0	0	265
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	≤ 60	1	0	6	57	31	5	63
	> 60	6	12	41	41	0	0	202
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	≤ 60	1	2	16	66	13	2	69
	> 60	12	17	53	18	0	0	311
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	≤ 60	0	0	1	8	19	72	165
	> 60	0	0	0	0	18	82	182
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	≤ 60	0	3	4	18	43	32	130
	> 60	0	0	0	12	59	29	117
ACI 318	≤ 60	0	0	1	30	60	9	80
	> 60	0	6	12	65	17	0	71

* – os valores apresentados em cada faixa da relação τ_{exp}/τ_{calc} estão em percentagem

** 71 = (1 x 10) + (2 x 5) + (6 x 2) + (59 x 0) + (25 x 1) + (5 x 2)

Parte B – Influência da Taxa de Armadura Longitudinal – Escala de Demérito

Norma	ρ_l (%)	< 0,50	0,50 – 0,65	0,65 – 0,85	0,85 – 1,30	1,30 – 2,00	≥ 2,00	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	≤ 2	18	28	18	27	0	9	374
	> 2	0	4	11	62	21	2	67
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	≤ 2	18	9	37	18	9	9	326
	> 2	0	1	9	65	22	3	51
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	≤ 2	27	19	27	18	0	9	437
	> 2	0	4	22	63	11	0	75
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	≤ 2	0	0	0	0	9	91	191
	> 2	0	0	0	5	20	75	170
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	≤ 2	0	0	0	9	64	27	118
	> 2	0	0	3	18	44	35	120
ACI 318	≤ 2	0	9	18	46	18	9	117
	> 2	0	0	1	34	59	6	73

4.1 Vigas fabricadas com concreto de $f_c \leq 50$ MPa

4.1.1 Ruína por Esmagamento da Biela de Concreto

Para a ruína por esmagamento da biela de concreto, os critérios do EUROCODE 2:2004 para $\theta = 21,8^\circ$ e da NBR 6118:2003 com $\theta = 30^\circ$ são os que apresentam melhor desempenho em termos de segurança, precisão e economia. O critério do ACI 318:2005 é muito conservativo, proporcionando 74 % dos seus resultados acima da região de segurança apropriada.

4.1.2 Vigas com Ruptura por Tração Diagonal

Para a ruptura por tração diagonal em vigas sem armadura transversal, obteve-se o melhor desempenho com o critério do EUROCODE 2:2004. A análise comparativa indicou também que a formulação da NBR 6118:2003 para a parcela τ_c absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça é insatisfatória. A equação necessita de ajuste, incluindo, de forma explícita, os efeitos da altura útil da viga e da taxa de armadura longitudinal de flexão.

Em vigas armadas transversalmente, o modelo II da NBR 6118:2003 com θ igual 30° , apesar de menos conservativo, apresentou, no geral, o melhor desempenho. Valores próximos foram obtidos quando se utilizou o ACI 318:2005 e o EUROCODE 2:2004 com $\theta = 21,8^\circ$. Este critério da norma brasileira proporcionou resultados ainda melhores no caso de vigas fabricadas com concreto de resistência à compressão menor ou igual a 30 MPa. Por outro lado, a análise revelou um pior desempenho deste critério no caso de vigas com altura útil maior que 60 cm ou com taxa de armadura longitudinal de flexão menor que 2%.

4.2 Vigas fabricadas com concreto de $f_c > 50$ MPa

4.2.1 Vigas com Ruptura por Tração Diagonal

Para a ruptura por tração diagonal em vigas sem armadura transversal, o critério do EUROCODE 2:2004, também neste caso, apresentou o melhor desempenho. A extrapolação da equação da NBR 6118:2003 correspondente à parcela resistente τ_c proporcionou valores insatisfatórios em relação aos resultados de ensaios analisados. Portanto, assim como para as vigas com $f_c \leq 50$ MPa, a formulação da norma brasileira deve ser revisada, incluindo de forma explícita os efeitos da altura útil da viga e da taxa de armadura longitudinal de flexão.

Para a ruptura por tração diagonal em vigas armadas transversalmente, o resultado global indica o critério do modelo II da NBR 6118:2003 com $\theta = 45^\circ$ e do ACI 318:2005 como os de melhor desempenho. É importante salientar que a extrapolação da formulação da NBR 6118:2003 gerou valores menos conservativos e precisos em relação à vigas fabricadas com concreto de $f_c \leq 50$ MPa.

5 Legenda

a = vão de cisalhamento da viga, que é a distância entre a carga aplicada e a face do apoio mais próxima desta;
 b_w = menor largura da viga;
 d = altura útil da viga;
 f_c = resistência média à compressão do concreto, medida na data de ensaio das vigas;
 f_y = tensão de escoamento da armadura transversal medida em laboratório;
 s = espaçamento entre os estribos;
 V_{CALC} = esforço cortante calculado por um determinado critério normativo;
 V_u = esforço cortante máximo medido na ruptura das vigas ensaiadas;
 θ = inclinação da biela de concreto;
 ρ_w = taxa de armadura transversal = $A_{sw} / (b_w \cdot s)$;
 ρ_l = taxa de armadura longitudinal = $A_{sl} / (b_w \cdot d)$;
 τ_c = tensão resistente atribuída aos mecanismos complementares ao de treliça;
 τ_{SW} = tensão resistida pela armadura transversal;
 τ_{EXP} = tensão de ruptura medida no laboratório = $V_u / (b_w \cdot d)$;
 τ_{CALC} = tensão de cisalhamento calculada = $V_{CALC} / (b_w \cdot d)$.

6 Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro do CNPq e aos professores Giuseppe Barbosa Guimarães e Sebastião Salvador Real Pereira pelas valiosas sugestões.

7 Referências bibliográficas

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento - NBR 6118, Rio de Janeiro, 2003, 221 p.
- [02] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building, Brussels, 2004, 225p.
- [03] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE (ACI), COMMITTEE 318: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318-05), Detroit, 2004, 490 p.
- [04] RIBEIRO, A. B., Análise Crítica sobre o Dimensionamento ao Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado segundo a NBR 6118/2003, Belo Horizonte, 2005, dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia - Universidade Federal de Minas Gerais, 193p. <http://www.dees.ufmg.br>
- [05] ACI-ASCE Committee 426 Shear Strength of Reinforced Concrete Members, (ACI 426R-74 reapproved 1980), ASCE Structural Journal, 1973, vol. 99, no. 6, p 1091-1187.
- [06] PARK, R. e PAULAY, T. Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, 1 ed, 1975, 769 p.

**TABELA 15 – Análises Parciais – Ruína por Tração Diagonal
Vigas com Estribos e $f_c > 50$ MPa (continuação)**

Parte C – Influência da Taxa de Armadura Transversal com $50 < f_c \leq 70$ MPa Escala de Demérito								
Norma	ρ_w (%)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	$\leq 0,1$	0	43	28	29	0	0	271
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	3	16	62	16	3	69
	$> 0,2$	0	0	0	57	38	5	48
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	57	29	14	0	128
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	3	75	19	3	31
	$> 0,2$	0	0	0	43	47	10	67
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	14	57	29	0	0	184
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	3	19	66	9	3	68
	$> 0,2$	0	0	5	76	19	0	29
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	0	100	200
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	0	9	91	191
	$> 0,2$	0	0	5	19	38	38	124
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	29	71	171
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	9	63	28	119
	$> 0,2$	0	14	5	38	38	5	128
ACI 318	$\leq 0,1$	0	0	0	71	29	0	29
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	41	56	3	62
	$> 0,2$	0	0	0	24	71	5	81
Parte D – Influência da Taxa de Armadura Transversal com $f_c > 70$ MPa Demerit Point Classification								
Norma	ρ_w (%)	< 0,50	0,50 –0,65	0,65 –0,85	0,85 –1,30	1,30 –2,00	$\geq 2,00$	Demérito Total
NBR 6118 Mod I	$\leq 0,1$	14	15	21	29	14	7	285
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	6	8	64	22	0	68
	$> 0,2$	0	0	4	54	29	13	63
NBR 6118 $\theta = 45^\circ$	$\leq 0,1$	14	7	29	29	14	7	261
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	3	14	58	25	0	68
	$> 0,2$	0	0	0	50	42	8	58
NBR 6118 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	21	8	21	29	21	0	313
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	8	14	72	6	0	74
	$> 0,2$	0	0	25	54	17	4	75
EUROCODE 2 $\theta = 30^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	0	100	200
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	0	8	92	192
	$> 0,2$	0	0	0	13	49	38	125
EUROCODE 2 $\theta = 21,8^\circ$	$\leq 0,1$	0	0	0	0	43	57	157
	$0,1 < \rho_w \leq 0,2$	0	0	0	6	50	44	138
	$> 0,2$	0	0	4	46	29	21	79

- [07] PLACAS, A. e REGAN, P.E., Shear Failure of Reinforced Concrete Beams, *ACI Journal*, 1971, vol. 68, nº 10, p.763-773.
- [08] HADDADIN, M.J., HONG, S. e MATTOCK, A.H., Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams with Axial Force, *Journal of Structural Division Proceedings of the ASCE*, 1971, vol. 97, nº 9, p.2277-2297.
- [09] RAMIREZ, J.A. e BREEN, J.E., Evaluation of Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear, *ACI Structural Journal*, 1991, vol. 88, nº 5, p 562-571.
- [10] RANGAN, B.V., Web Crushing Strength of Reinforced and Prestressed Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 1991, vol. 88, nº 1, p 12-16.
- [11] LEE, J. e WATANABE, F., Shear Design of Reinforced Concrete Beams with Shear Reinforcement Considering Failure Modes, *ACI Structural Journal*, 2000, vol. 97, nº 3, p. 477-484.
- [12] MORROW, J. e VIEST, I.M., Shear strength of reinforced concrete frame without web reinforcement, *ACI Journal*, 1957, vol.28, nº 9, p.833-869.
- [13] MPHONDE, A.G. e FRANTZ, G.C. Shear Tests of High and Low-Strength Concrete Beams without Stirrups, *ACI Structural Journal*, 1984, vol.81, nº 4, p.350-357.
- [14] ELZANATY, A. H., NILSON, A. H. e SLATE, F. O., Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams Using High-Strength Concrete, *ACI Journal*, 1986, vol. 83, nº 2, p.290-296.
- [15] BAZANT, Z.P. e KAZEMI, M.T., Size Effect on Diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups, *ACI Structural Journal*, 1991, vol.88, nº 3, p.268-276.
- [16] XIE Y., AHMAD, S. H., YU, T., HINO, S. e CHUNG, W., Shear Ductility of Reinforced Concrete Beams of Normal and High-Strength Concrete, *ACI Structural Journal*, 1994, vol. 91, nº 2, p.140-149.
- [17] ADEBAR, P. e COLLINS. M. P., Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 1996, vol.23, nº 2, p.297-305.
- [18] YOON, Y.S., COOK, W. D., e MITCHELL, D., Minimum Shear Reinforcement in Normal, Medium and High-Strength Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 1996, vol.93, nº 5, p.576-584.
- [19] KULKARNI, S.M. e SHAH, S.P., Response of Reinforced Concrete Beams at High Strain Rates, *ACI Structural Journal*, 1998, vol. 95, nº 6, p.705-715.
- [20] COLLINS, M. P., e KUCHMA, D., How safe are our large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs and Footings?, *ACI Structural Journal*, 1999, vol.96, nº 4, p.482-490.
- [21] ANGELAKOS, D., BENTZ, E. C. e COLLINS, M. P. Effect of Concrete Strength and Minimum Stirrups on Shear Strength of Large Members, *ACI Structural Journal*, 2001, vol.98, nº 3, p.290-300.
- [22] CLADERA, A.B., Shear Design of Reinforced High-Strength Concrete Beams, Tese, 2002, Departamento d'Enginyeria de la Construcción, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Espanha, 284p.
- [23] GARCIA, S.L.G., Taxa de Armadura Transversal Mínima em Vigas de Concreto Armado, Tese, 2002, Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 207 p.
- [24] TOMPOS, E.J. e FROSH, R.J., Influence of Beam Size, Longitudinal Reinforcement, and Stirrup Effectiveness on Concrete Shear Strength, *ACI Structural Journal*, 2002, vol. 99, nº 5, p.559-567.
- [25] JONHSON, M.K. e RAMIREZ, J.A., Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete, *ACI Structural Journal*, 1989, vol. 86, nº 4, p.376-382.
- [26] BELARBI, A. e HSU, T. T. C., Stirrups Stresses in Reinforced Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 1990, vol.87, nº 5, p.530-538.
- [27] SARSAM, K.F. e AL-MUSAWI, J.M.S., Shear Design of High and Normal Strength Concrete Beams with Web Reinforcement, *ACI Structural Journal*, 1992, vol. 89, nº 6, p. 658-664.
- [28] FURLAN JR., S., Vigas de Concreto Armado com Taxas Reduzidas de Armadura de Cisalhamento: Influência do Emprego de Fibras Curtas e de Protensão, Tese, 1995, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 373 p.
- [29] CASTRO, F.A.B., Cisalhamento em Vigas de Concreto Armado Estudo Paramétrico, Dissertação, 1997, Engenharia Civil, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 162 p.
- [30] VIDAL FILHO, L.S., Influência da Adição de Fibras Curtas de Aço no Comportamento e Resistência ao Esforço Cortante em Vigas de Concreto Armado, dissertação, 1999, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 130 p.
- [31] ETXEBERRIA, M.L., Experimental Study on Microstructure and Structural Behavior of Recycled Aggregate Concrete, tese, 2004, Departamento d'Enginyeria de la Construcción, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Espana, 230p.
- [32] AHMAD, S.H., KHALOO, A. R., e POVEDA, A., Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams, *ACI Journal*, 1986, vol.83, nº 2, p.297-305.
- [33] SALANDRA, M.A. e AHMAD, S.H., Shear Capacity of Reinforced Lightweight High-Strength Concrete Beams, *ACI Structural Journal*, 1989, vol. 86, nº 6, p. 697-704.

- [34] AHMAD, S.H., PARK, F. e EL-DASH, K. Web Reinforcement Effects on Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams, Magazine of Concrete Research, 1995, vol.47, nº-172, p.227-233.
- [35] THORENFELDT e DRANGSHOLT, Shear Capacity of Reinforced High-Strength Concrete Beams, ACI Special Publication SP 121-8, p.129-154.
- [36] ROLLER, J.J., e RUSSEL, H.G., Shear Strength of High Strength Concrete Beams with Web Reinforcement, ACI Structural Journal, 1990, vol.87, nº 2, p. 191-198.
- [37] FERNANDES, G.B., Cisalhamento em Vigas de Alta Resistência, Revista Técnica, 1994, nº 13, p.27-30.
- [38] GOMIERO, P.F. e FERNANDES, G. B. Armadura Reduzida para Cisalhamento em Vigas de Concreto de Alta Resistência, XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural, Argentina, 1995, v.1, p 229-240.
- [39] KONG, P.Y.L. e RANGAN, B.V., Shear Strength of High-Performance Concrete Beams, ACI Structural Journal, 1998, vol. 95, nº 6, p.677-688.
- [40] OZCEBE, G., et al, Evolution of Minimum Shear Reinforcement Requirements for Higher Strength Concrete, ACI Structural Journal, 1999, vol.96, nº 3, p.361-368.
- [41] TEOH, B.K., MANSUR, M.A. e WEE, T.H., Behavior of High-Strength Concrete I-Beams with Low Shear Reinforcement, ACI Structural Journal, 2002, vol. 99, nº 3, p.299-307
- [42] COLLINS, M. P., Evaluation of Shear Design Procedures for Concrete Structures, 2001, Report prepared for the CSA Technical Committee on Reinforced Concrete Design, Ottawa, Canada, 50p.