

Numerical Analysis of RC Flat Slabs under Flexure and Punching

Análise Numérica de Lajes Lisas de Concreto Armado à Flexão e Punção



M. DE P. FERREIRA^a
mpinaf@gmail.com

D. R. C. OLIVEIRA^b
denio@ufpa.br

Abstract

The estimates of the current version of the Brazilian code, NBR 6118:2003, and its previous version, NBR 6118:1978, are analysed. The Brazilian code NBR 6118:2003 considers no flexural effects on punching resistance of the slabs, which are higher for elongated columns. For these columns, the punching failure takes place around the column's ends. The intensity and distribution of the shear stresses depends on the configuration of the columns in the slab, and the "λ" flexural factors consider these variables. In addition a numerical analysis (F.E.M.) of a pattern floor of a building built in Belém, modelled with flat slabs and rectangular columns with maximum relation between its sides equal to 4 is presented. The results showed that the flexural factors improved the NBR 6118:2003 estimates and its results' trend. The NBR 6118:1978 code tends to underestimate the results.

Keywords: reinforced concrete, flat slab, punching, rectangular column.

Resumo

São analisadas as estimativas de resistência de acordo com a versão atual da norma brasileira, a NBR 6118:2003, e sua antecessora, a NBR 6118:1978. A NBR 6118:2003 não considera os efeitos da flexão na resistência à punção das lajes, que são mais significativos para pilares alongados. Para esses pilares a ruína por punção tem início em torno de suas extremidades. A intensidade e a distribuição dos esforços solicitantes dependem da configuração dos pilares na laje, e os fatores "λ" de flexão consideram tais variáveis. São apresentados os resultados de uma análise numérica (M.E.F.) do pavimento tipo de um edifício construído na cidade de Belém, modelado com lajes lisas e pilares retangulares com relação máxima entre os lados de 4. Os fatores de flexão melhoraram as estimativas da NBR 6118:2003 e a tendência de seus resultados. A NBR 6118:1978 mostrou-se conservadora.

Palavras-chave: concreto armado, laje lisa, punção, pilar retangular.

^a Master in Civil Engineering by Federal University of Para, Ph.D. Student in PECC UnB, mpinaf@gmail.com, SQN 404 Bloco C, apto 108, Asa Norte, Brasília, Distrito Federal, Brasil;

^b Federal University of Para, Department of Civil Engineering, denio@ufpa.br, Rua Augusto Corrêa, s/n., Laboratório de Engenharia Civil, Sala 24, Guamã, Belém, Pará, Brasil.

1 Introdução

A utilização de sistemas estruturais com lajes lisas, quando comparado a sistemas estruturais convencionais (com vigas), apresenta diversas vantagens que podem ser imediatamente identificadas, como a redução no consumo de concreto e de fôrmas, no peso próprio da edificação, além de prover maior agilidade na execução de alvenarias, divisórias e instalações (elétricas, hidro-sanitárias), o que, de maneira geral, tende a reduzir o tempo de execução do empreendimento. Contudo, uma de suas principais desvantagens, a punção, vem sendo bastante discutida pelas comunidades técnicas nacional e internacionais. A punção é uma forma de ruína brusca que ocorre na ligação entre a laje e o pilar e pode levar a estrutura à ruína, através do colapso progressivo.

Apesar do dimensionamento das lajes lisas ser governado pela resistência à punção, estudos experimentais tem demonstrado que a resistência à flexão exerce forte influência na carga última de punção dos modelos testados, fato este que ainda hoje é negligenciado por algumas normas. Já outras normas consideram a contribuição das armaduras de flexão, mas nada apresentam sobre a influência das condições de apoio e carregamento na resistência ao cisalhamento em torno de cargas ou áreas concentradas, principalmente quando estas áreas são retangulares e apresentam relação entre os lados maior que 2 (índice de retangularidade r). Esta situação torna-se relevante quando são observadas seções transversais com índices de retangularidade superiores a 4 na maioria das obras de concreto armado.

Assim, este artigo tem por objetivo discutir as recomendações e resultados obtidos com as normas brasileiras NBR 6118:1978 [1] e sua nova versão, a NBR 6118:2003 [2], que passou a vigorar em 2004, para o dimensionamento de ligações laje-pilar retangular. Para validar as propostas deste artigo, são apresentados os resultados de uma análise paramétrica através do Método dos Elementos Finitos, além de comparações com os resultados experimentais de 85 lajes lisas de concreto armado. As unidades adotadas foram N e mm.

1.1 Informações disponíveis

Trabalhos abordando a influência das condições de contorno das lajes, como a forma da área carregada e as condições de apoio, não são freqüentes na literatura. Objetivando disponibilizar informações relacionadas ao estudo da punção simétrica sob flexão, são comentados alguns trabalhos que consideram, simultaneamente ou não, o índice de retangularidade dos pilares e as condições de apoio das lajes.

Um dos primeiros trabalhos sobre pilares retangulares encontrados na literatura é o de FORSSEL e HOLMBERG [3], onde foram ensaiadas lajes lisas quadradas apoiadas nas quatro bordas. Duas lajes foram individualmente carregadas através de um par de pilares com seções circulares com diâmetros de 140 mm. Em uma dessas lajes as seções eram simetricamente separadas de 400 mm e na outra, de 200 mm. Apenas uma laje apresentou o carregamento aplicado através de uma seção retangular, que foi posicionada no centro da laje, medindo 25 mm x 300 mm. Um resultado significativo desse trabalho é que para uma das lajes analisadas, a resistência à punção é bem estimada por expressões normativas como a da NBR 6118:2003, que não leva em conta o índice de retangularidade do pilar, mostrando que este índice não é um parâmetro tão relevante quando a relação $c_{m\acute{a}x}/d$ é baixa ($c_{m\acute{a}x} = 2,8 \cdot d$).

Em 1956, ELSTNER E HOGNESTAD [4] ensaiaram duas lajes apoiadas nas duas bordas opostas e carregadas através de trechos curtos de pilares quadrados ligados às lajes. Observou-se uma redução da capacidade resistente destas lajes em relação às lajes apoiadas nas quatro bordas, e esta redução alcançou um valor máximo de 20%. Os autores atribuíram esta redução ao aumento do valor do parâmetro $\psi = V_{Exp}/F_{Flex}$, presente na equação 1, proposta para lajes sem armadura de cisalhamento.

$$V = \frac{7}{8} \cdot \left(2,3 + \frac{0,046 \cdot f'_c}{\psi} \right) \cdot b \cdot d$$

(01)

Devido à utilização de apenas pilares quadrados, os autores não fazem qualquer referência à influência do índice de retangularidade dos pilares no comportamento das lajes. No entanto, estes ressaltam a contribuição da armadura de flexão, calculada de acordo com a teoria das linhas de ruptura sem a consideração de uma ruína por cisalhamento, na resistência à punção, que atualmente apresenta-se em algumas normas em função da taxa de armadura (ρ). f'_c é a resistência à compressão do concreto.

Também utilizando pilares quadrados, MOWRER e VANDERBILT [5] realizaram ensaios em placas delgadas ($d = 51$ mm) de concreto armado com agregado leve. As placas foram apoiadas nas quatro bordas e carregadas através de pequenos trechos de pilares com lados medindo até $8 \cdot d$. Os resultados foram comparados com estimativas utilizando vários métodos, observando-se melhores resultados através de uma modificação da equação de MOE [6], na qual a influência das dimensões da área carregada em relação à altura útil da laje é considerada, sendo a resistência à punção obtida em

função da relação V_{Exp} / F_{Flex} . A resistência à flexão é novamente determinada pela teoria das linhas de ruptura. A equação modificada é apresentada na equação 2.

$$\frac{V}{u_0 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}} = 0,8 \cdot \left(1 + \frac{d}{c}\right) - 0,44 \cdot \frac{V}{F_{Flex}} \tag{02}$$

O comprimento do perímetro da área carregada é u_0 e c é o comprimento do lado de um pilar quadrado. O principal interesse neste estágio está no termo V / F_{Flex} , o qual permite que sejam levados em conta dois efeitos. Um é o da influência das condições de contorno da laje. Por exemplo, para uma laje quadrada simplesmente apoiada nas bordas e resistência à flexão igual em ambas as direções, pode-se deduzir que:

a) lajes apoiadas em duas bordas opostas: $F_{Flex} = 4 \cdot m$;

b) lajes apoiadas nas quatro bordas: $F_{Flex} = 2 \cdot \pi \cdot m$.

Assim, percebe-se que essa equação estima uma redução na resistência à punção se apenas duas bordas da laje são apoiadas. O outro efeito é o da resistência à flexão F_{Flex} dentro de qualquer configuração estrutural apresentada, prevendo um acréscimo na resistência à punção se a tensão de escoamento do aço da armadura de flexão aumentar, enquanto a taxa desta armadura permanece constante.

Visando o melhor entendimento da influência do índice de retangularidade dos pilares no comportamento das lajes lisas, HAWKINS et al. [7] analisaram lajes quadradas onde o índice de retangularidade dos pilares variou de 1 a 4,33. Na maioria dos ensaios o carregamento foi aplicado em duas bordas perpendiculares aos maiores lados dos pilares. A resistência à punção reduziu consideravelmente quando o índice de retangularidade aumentou. Diante do comportamento observado no ensaio das lajes, HAWKINS et al. concordaram com o limite de $0,335 \cdot \sqrt{f'_c}$, estabelecido pela norma ACI 318 [8] para a resistência de cisalhamento.

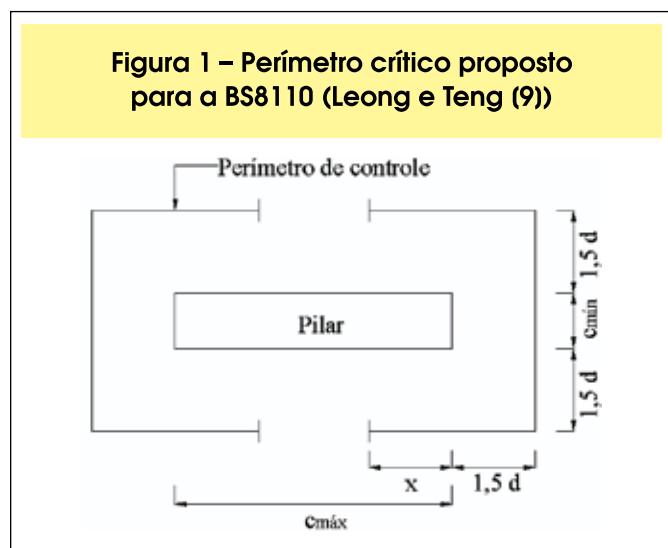
Outro trabalho, que também contribui significativamente para a melhor compreensão do desenvolvimento da resistência à punção de lajes lisas em função da seção do pilar, é o de VANDERBILT [9]. Foram realizados ensaios em lajes quadradas apoiadas nas quatro bordas com pilares de seções circulares e quadradas, monitorados com extensômetros elétricos de resistência em regiões imediatamente abaixo da superfície inferior das lajes, na posição vertical. O autor observou que houve uma considerável concentração de tensões em regiões próximas às extremidades dos pilares de seção quadrada, enquanto que a distribuição de tensões em torno dos pilares circulares foi praticamente uniforme. Estes resultados indicam o potencial de distribuição não uniforme das tensões, que pode ser mais intenso de acordo com a forma do pilar e condições de apoio das lajes.

LEONG e TENG [10] investigaram o comportamento de 20 lajes lisas quadradas apoiadas em pilares retangulares e carregadas nas quatro bordas. O índice de retangularidade variou de 1 a 5. De modo geral, observa-se que houve um acréscimo de resistência quando o índice de retangularidade aumentou. É proposta então uma recomendação ou procedimento para projetos que consideram a punção em torno de pilares retangulares. Este procedimento é essencialmente uma extensão para a norma BS 8110 [11] visando inserir o caso dos pilares retangulares em suas recomendações. Para tanto se adota um perímetro crítico semelhante ao da norma EC2 [12], com algumas considerações. O perímetro proposto é apresentado na figura 1.

Considerando os seguintes limites:

$$\begin{matrix} c_{\min} \leq 600 \text{ m} \\ d \geq 125 \text{ m} \end{matrix} \quad \text{e} \quad x \leq \begin{cases} c_{\max}/2 \\ 2 \cdot c_{\min} \\ 5,6 \cdot d - c_{\min}/2 \end{cases}$$

Figura 1 – Perímetro crítico proposto para a BS8110 (Leong e Teng (9))



AL-YOUSIF e REGAN [13] ensaiaram lajes com pilares retangulares apresentando índice de retangularidade 1 e 5 ($\frac{c_{\max}}{d} = 6,25$). Foram ensaiadas lajes unidirecionais (apoiadas em duas bordas) e bidirecionais (apoiadas nas quatro bordas). As cargas de ruína variaram significativamente com as condições de apoio, sendo maior para lajes apoiadas nas quatro bordas e menores para as lajes apoiadas em duas bordas apenas. Com base em resultados da literatura, os pesquisadores propuseram um método para reduzir o perímetro de controle recomendado pela BS 8110 para um perímetro "efetivo" (u_{eff}), de acordo com a equação 3.

$$u_{\text{eff}} = 2 \cdot \left\{ \lambda_x \cdot (c_x + 3 \cdot d) + \lambda_y \cdot (c_y + 3 \cdot d) \right\} \quad (03)$$

sendo

$$\lambda_x = \begin{cases} \text{one-way or bi-directional slabs: } (1,09 - 0,03 \cdot c_x / d) \leq 1 \end{cases}$$

$$\lambda_y = \begin{cases} \text{one-way slabs: } (1,09 - 0,09 \cdot c_y / d) \leq 1 \\ \text{bi-directional slabs: } (1,09 - 0,03 \cdot c_y / d) \leq 1 \end{cases}$$

A variável c_y corresponde à dimensão do pilar paralela ao vão da laje, se a laje é predominantemente calculada em uma direção. A limitação deste método é para qualquer valor da dimensão do pilar maior que $4,55 \cdot d$. Ocorrendo esta situação, deve ser considerado o valor da parcela $\lambda_y \cdot (c_y + 3 \cdot d) = 5,14 \cdot d$ para lajes calculadas em uma direção. Nota-se que o menor valor de c_x em λ_x e c_y em λ_y , para lajes calculadas em duas direções, é $3 \cdot d$. Esta observação indica que os valores previstos pela BS 8110 para este tipo de laje e com $c_{x,y}/d < 3$ são considerados satisfatórios pelos autores.

1.2 Recomendações normativas

A NBR 6118:1978, versão anterior da atual norma brasileira, recomenda um perímetro de controle indiferente para índices de retangularidade menores ou iguais a 3. Para as demais situações, o perímetro torna-se independente do maior lado do pilar, como mostra a figura 2.

Este perímetro u é então utilizado para estimar a resistência das lajes, de acordo com a equação 4. Observa-se que a NBR 6118:1978 não considera a influência da armadura de flexão, mas limita a resistência das lajes, estabilizando o perímetro de controle para índices de retangularidade acima de 3.

$$V_{ck} \leq 0,32 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot u \cdot d \quad (04)$$

Considerando a influência da armadura de flexão, independente de sua resistência de escoamento, a atual versão da norma brasileira, a NBR 6118:2003, recomenda um perímetro de controle que acompanha as dimensões dos pilares, ou seja, para uma laje com as mesmas características físicas e mecânicas, a tensão de cisalhamento será constante e a resistência última da laje será proporcional às dimensões dos pilares, conforme a equação 5. A figura 3 mostra o perímetro recomendado pela NBR 6118:2003.

$$V_{ck} = \gamma_c \cdot 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{200/d} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u \cdot d \quad (05)$$

sendo $\gamma_c = 1,4$

Para o melhor entendimento da influência do perímetro de controle e da relação c_{\max}/d na resistência das lajes, a figura 4 mostra as tendências das duas versões da norma brasileira quando apenas os perímetros são comparados. Para eliminar a influência da tensão de cisalhamento máxima permitida, a resistência à punção foi dividida por uma resistência de referência, tomando-se um pilar quadrado com $c = 2 \cdot d$. Nas situações onde a laje está apoiada em pilares

Figura 2 – Perímetros de controle recomendados pela norma NBR 6118:1978 (1)

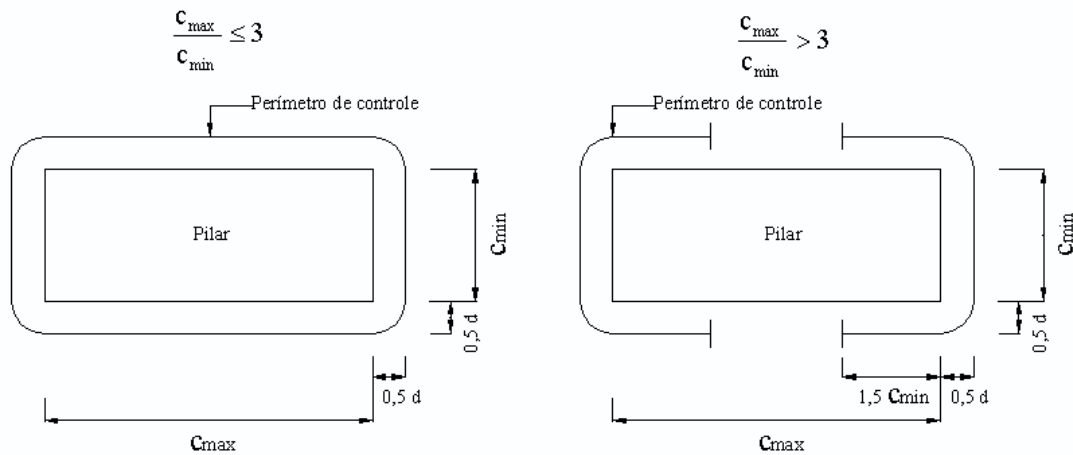
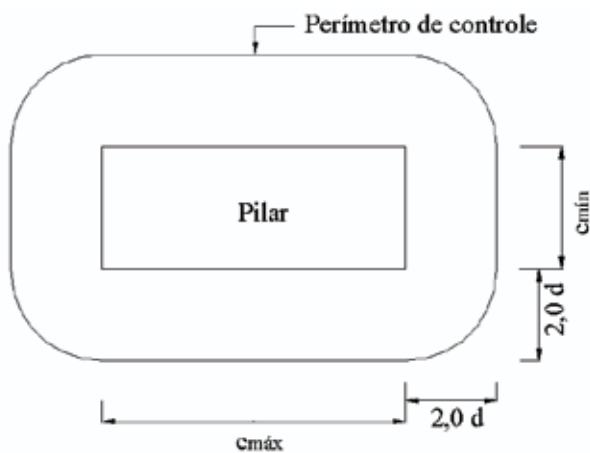


Figura 3 – Perímetros de controle de acordo com a norma NBR 6118:2003 (2)



quadrados, com lados acima de $2 \cdot d$, as estimativas da NBR 6118:1978 crescem significativamente quando o lado do pilar aumenta. Neste caso, deve-se ressaltar que a punção pode ocorrer exatamente nos cantos do pilar. Isto também ocorre com a NBR 6118:2003, porém mais ensaios são necessários.

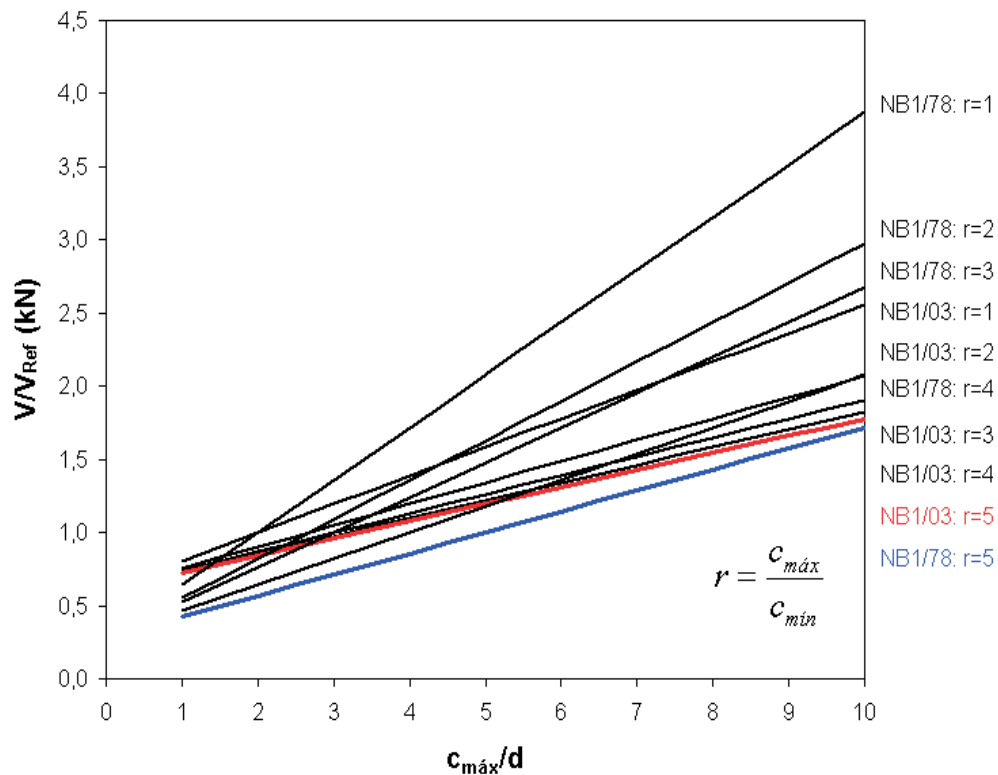
Ainda considerando a NBR 6118:1978, verifica-se novamente que a influência do perímetro de controle é mais intensa para índices de retangularidade menores que 3 e relações $c_{m\acute{a}x}/d$ acima de 4,5, aproximadamente. Para índices de retangularidade acima de 3, a influência do perímetro de controle é menos relevante. Ressalta-se que as recomendações normativas não consideram o comportamento das lajes sob flexão. Neste caso, por exemplo, lajes solicitadas perpendicularmente aos maiores lados do pilar devem considerar um perímetro de controle menor, isto é claramente demonstrado no trabalho de HAWKINS et al.. A curva adicional para esta situação seria bem menos inclinada em relação às demais na figura 4, indicando a imprecisa consideração de um perímetro contornando um pilar com índice de retangularidade elevado, pois a ruína ocorre em torno das extremidades do pilar, percorrendo um perímetro significativamente menor.

2 Efeitos da flexão na punção

Para ilustrar o escopo deste trabalho, optou-se pela análise de uma edificação em execução na cidade de Belém. O edifício é do tipo comercial, com 4 pavimentos constituídos por lajes nervuradas protendidas apoiadas em pilares dispostos de acordo com a figura 5. Tem sido verificado o uso corrente deste tipo de sistema estrutural (laje protendida nervurada com treliças apoiada em pilares retangulares) no país como alternativa utilizada por projetistas para evitar o risco da punção. Percebe-se na figura a ausência de faixas maciças de laje na direção transversal. Para este tipo de laje, nervurada com treliças como armaduras, as tensões de tração por ação da força cortante são satisfatoriamente absorvidas pelas barras posicionadas nas diagonais das treliças, inexistentes nas lajes lisas sem armaduras de cisalhamento. O procedimento adotado nesta análise foi substituir virtualmente as lajes e vigas existentes por lajes lisas maciças e verificar, então, a influência da configuração dos pilares e das lajes nas estimativas normativas para a resistência à punção. Os resultados são comparados com os estimados por métodos alternativos que consideram o comportamento das lajes sob flexão nas estimativas de resistência à punção das lajes.

A figura 6 mostra a configuração dos pilares do pavimento tipo e as dimensões das lajes. Os pilares apresentam di-

Figura 4 – Influência da relação $c_{m\acute{a}x}/d$ nas estimativas normativas



mensões de (300mm x 1.200mm), fornecendo índice de retangularidade 4. As lajes têm 200 mm de altura e são predominantemente unidirecionais e esta característica se mantém na análise global da laje. Assim como na maioria das edificações com lajes lisas, as regiões com momentos negativos são passíveis de punção nas áreas em torno dos pilares. A disposição destes pilares, como no caso dos pilares P12, P13 e P14, é fundamental para a distribuição e intensidade dos momentos fletores e forças cortantes que atingem as faces dos pilares.

Figura 5 – Detalhes das lajes do pavimento tipo



Figura 6 – Disposição dos pilares no pavimento tipo

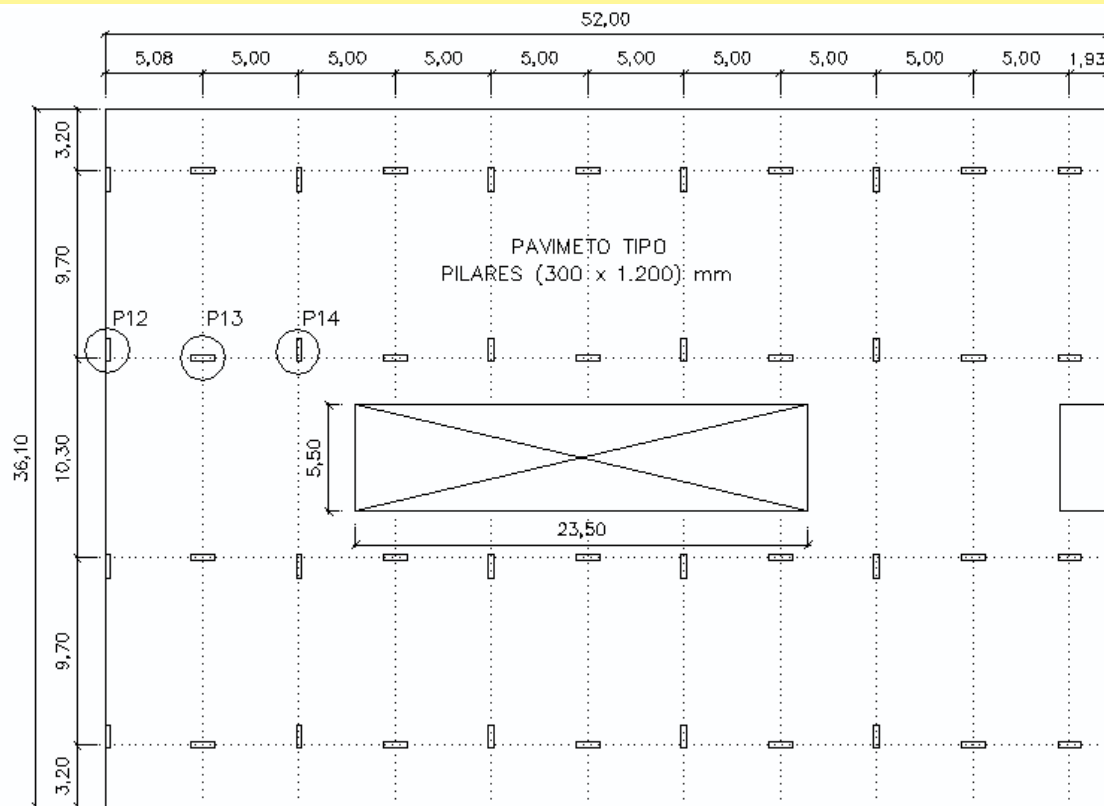
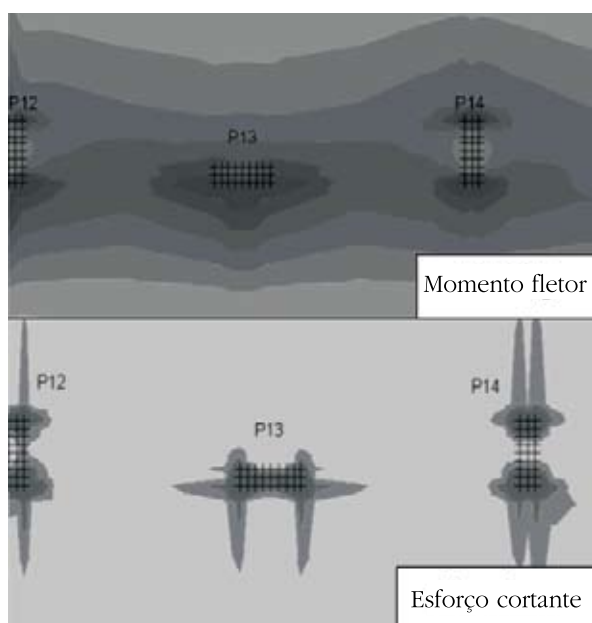


Figura 7 – Concentração de momentos e forças cortantes em torno dos pilares P12, P13 e P14



O painel de lajes foi então modelado e calculado utilizando o Método dos Elementos Finitos (M.E.F.), através do programa SAP2000n. O elemento utilizado foi o Shell retangular de 4 nós. A resistência do concreto adotada foi de 30 MPa, sendo o módulo de elasticidade estimado de acordo com as recomendações presentes na NBR 6118:2003. A carga total aplicada nos elementos que compõem a laje foi de 6 kN/m², além do seu peso-próprio.

Os resultados para os momentos fletores (M22) e forças cortantes máximos em torno dos pilares P12, P13 e P14 são mostrados na figura 7. As cores mais claras indicam os momentos positivos. Percebe-se a elevada intensidade dos momentos fletores negativos nas extremidades dos pilares, sendo mais acentuada nos pilares dispostos longitudinalmente. A distribuição da força cortante concorda com a dos momentos fletores, porém, fica evidente a polarização das forças cortantes, indicando que, para lajes de concreto armado, as fissuras radiais podem se concentrar nas extremidades dos pilares, dificultando a propagação das fissuras tangenciais para regiões intermediárias dos pilares, entre as extremidades. Na prática, a armadura de flexão negativa é posicionada perpendicularmente aos maiores lados do pilar e quase sempre não há armadura na outra direção principal. Esta armadura não pode estar ausente pois, como será discutido posteriormente, influencia consideravelmente na resistência à punção em torno de pilares alongados.

Tabela 1 – Fatores de flexão

Caso	λ
(1) Laje unidirecional com vão paralelo a $c_{m\acute{a}x}$	$(c_{m\acute{a}x}/d)^{0,17}$
(2) Laje unidirecional com vão perpendicular a $c_{m\acute{a}x}$	$0,93 \cdot (c_{m\acute{a}x}/d)^{0,14}$
(3) Laje bidirecional	$1,03 \cdot (c_{m\acute{a}x}/d)^{0,02}$

O comportamento das fissuras radiais e tangenciais, sendo que estas últimas são mais evidentes nos últimos estágios de carregamento, é bem definido em diversos trabalhos de natureza experimental envolvendo apenas pilares circulares e quadrados. O trabalho de OLIVEIRA [13], onde foram ensaiadas 15 lajes de concreto armado medindo (1.680mm x 2.280mm x 130mm) e apoiadas em pilares com índice de retangularidade entre 1 e 5, traz informações relevantes sobre o comportamento dessas fissuras em lajes bidirecionais e unidirecionais. No último caso, o carregamento foi aplicado tanto nas bordas paralelas aos maiores lados do pilar quanto nas bordas paralelas aos menores lados. Este procedimento objetivou evidenciar a concentração de tensões de cisalhamento em torno das

extremidades dos pilares. Observou-se que as fissuras radiais, no menor lado do pilar, impediam a propagação das fissuras tangenciais para as regiões intermediárias dos maiores lados, levando a laje à punção com a superfície de ruptura percorrendo um perímetro consideravelmente reduzido. Neste trabalho são propostos fatores de flexão (λ) para corrigir a tendência dos resultados estimados tanto com os critério do CEB-FIP MC90 (1993) quanto pela NBR 6118:2003, de acordo com a equação 6 e a tabela 1. Os resultados foram comparados com os resultados dos ensaios de 85 lajes e são apresentados na tabela 2.

$$V_{ck} = (0,18/\lambda) \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u \cdot d$$

(06)

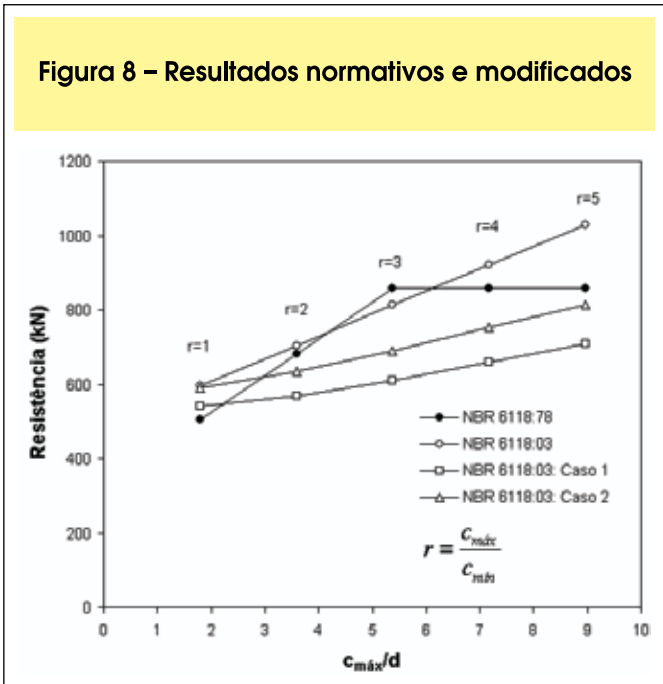
A figura 8 mostra a tendência dos resultados normativos e dos resultados modificados (caso 1 e 2) pela utilização de fatores de flexão, assim como as diferenças encontradas para o caso das lajes unidirecionais. Como esses fatores são mais elevados nos casos 1 e 2, e considerando que os resultados modificados sejam satisfatórios, podem ocorrer diferenças de até 45% entre esses resultados e os estimados pela NBR 6118:2003 (caso 1) para índices de retangularidade 5, tendendo a aumentar esta diferença. A tendência da NBR 6118:1978, para lajes unidirecionais, é superestimar a resistência das lajes antes da estabilização, quando $r = 3$. Para valores acima de 5, aproximadamente, a tendência é subestimar a resistência à punção.

A influência dos efeitos da flexão na resistência à punção é clara, desde que as fissuras de flexão colaborem para a ruína por punção das lajes, o que de fato ocorre. No caso de pilares alongados em lajes unidirecionais, a tendência é a redução dos efeitos da punção à medida que a taxa de retangularidade aumenta. Para as lajes com vãos paralelos ao maior lado do pilar (caso 1), em uma situação extrema, a punção tende a dar lugar à ruína por força cortante. Na prática, a maioria das lajes unidirecionais é mais solicitada paralelamente aos maiores lados do pilar (caso 2), e as ruínas por cisalhamento do tipo em vigas e por flexão podem ser predominantes.

Tabela 2 – Resultados obtidos com os fatores de flexão

Critério de dimensionamento	$\frac{V_{Exp}}{V}$ (85 lajes)					
	Concreto de peso normal			Concreto leve*		
	M	DP	CV (%)	M	DP	CV (%)
NBR 6118:2003	0,95	0,09	9,04	0,84	0,06	7,49
NBR 6118:1978	1,44	0,28	19,71	1,44	0,35	24,33
NBR 6118:2003 + λ	1,00	0,06	5,77	1,00	0,06	6,21

* Resultados obtidos usando os resultados dos ensaios de Mowrer e Vanderbilt com lajes solicitadas em duas direções e pilares quadrados.
M: Média; DP: Desvio padrão; CV: Coeficiente de variação.



A figura 9 mostra uma situação típica do caso 2, onde a ruína por punção pode não ocorrer devido à transição das tensões de cisalhamento típicas de punção para aquelas características da ruína por cisalhamento em vigas. Esta despolarização das tensões de cisalhamento é função da relação $c_{máx}/l$, onde l é a dimensão das bordas apoiadas ou carregadas da laje quadrada. Esse efeito também pode ser interpretado através da redução da região de maior concentração de tensões de cisalhamento, ilustrativamente delimitada pelo perímetro de controle, para taxas de retangularidade elevadas.

Com o objetivo de melhor avaliar a influência do índice de retangularidade no comportamento das lajes sob flexão, e possivelmente uma ruína mais dúctil, procurou-se estabelecer as dimensões mínimas dos maiores lados dos pilares (C_{Flex}) para que a resistência à punção fosse igual à resistência última de flexão (estimada pela teoria das linhas de ruptura). Isto foi possível pelo fato da resistência à flexão ser considerada constante enquanto que a resistência à punção, para a mesma laje e estimada considerando os fatores de flexão incorporados às recomendações da NBR 6118:2003, varia de acordo com os valores de r e ρ (média), que leva em conta a armadura transversal da laje. Os resultados obtidos para uma laje quadrada e $c_{mín} = d$,

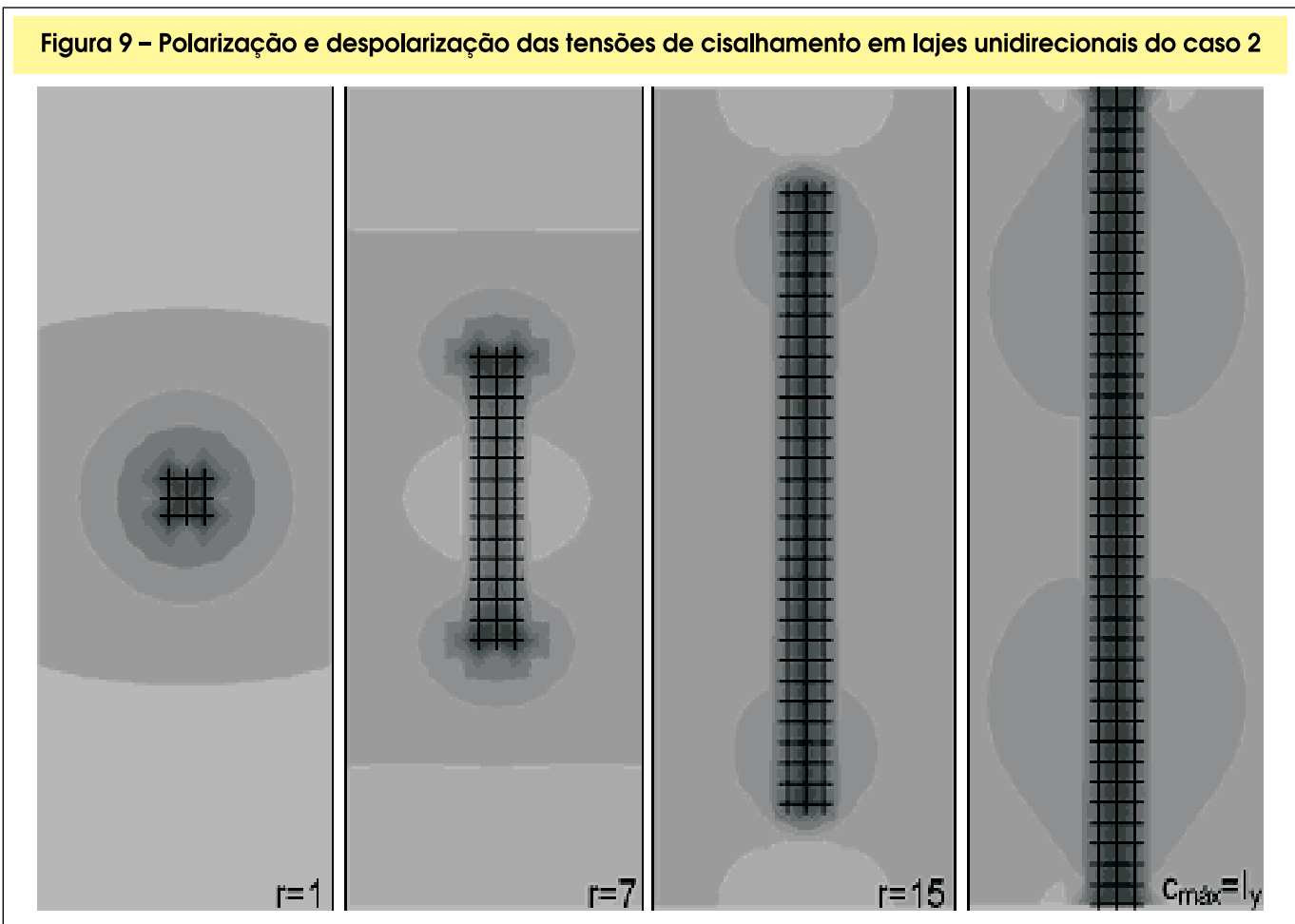


Tabela 3 – Índice de retangularidade para ruína dúctil

ρ_V/ρ_{Flex}	c_{Flex}/d
0,47	5,3
1,88	2,7
4,23	1,4

que viabilizam a análise direta, são apresentados na tabela 3. A taxa geométrica da armadura utilizada (longitudinal: ρ_{Flex}) para determinação da carga última de flexão foi de 0,73%, lembrando que as barras desta armadura estão perpendiculares aos maiores lados do pilar. A resistência à compressão do concreto foi adotada igual a 30 MPa.

Verifica-se a influência da armadura transversal (ρ_V) no acréscimo da resistência à punção através da redução de c_{Flex} , uma vez que a taxa de armadura longitudinal permanece constante. Para baixas taxas geométricas médias da armadura de flexão poderia ser oneroso elevar a resistência à punção das lajes, mas para valores de $\rho_V \cong \rho_{Flex}$

não seria desvantajoso. Assim, a armadura perpendicular à armadura negativa de flexão deve ser considerada nas lajes unidirecionais com vãos perpendiculares ao maior lado do pilar. Obviamente que estes resultados precisam ser testados experimentalmente e generalizados para outras condições de contorno.

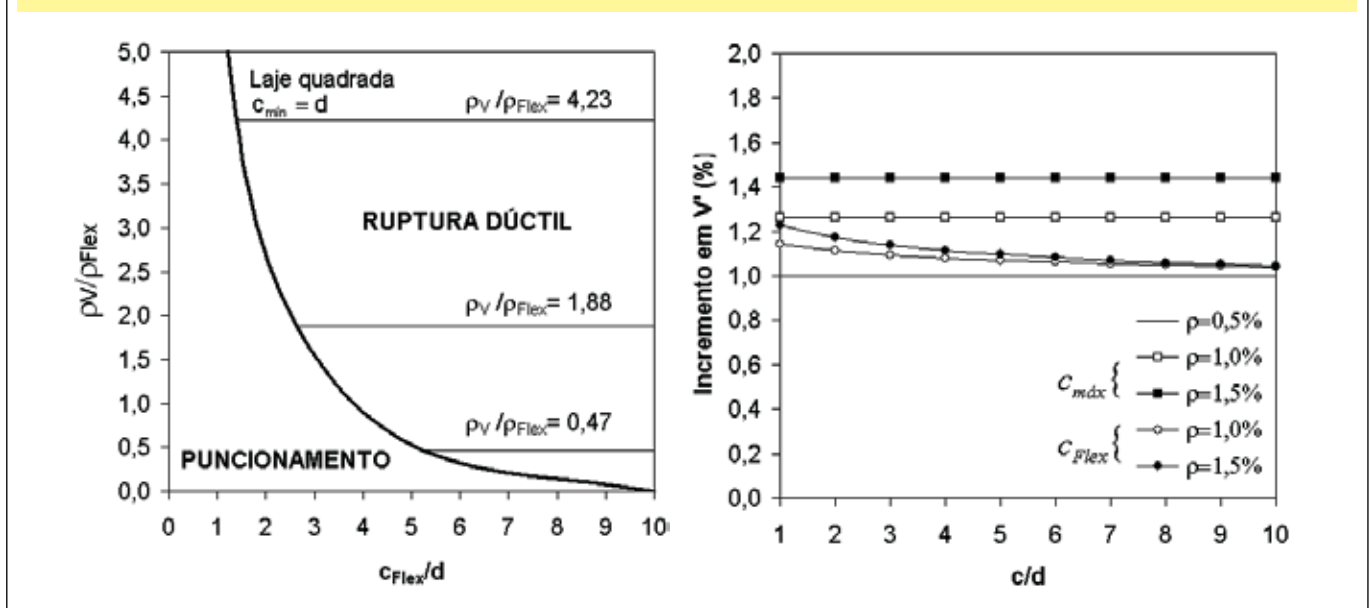
Nas recomendações normativas vigentes, qualquer aumento de ρ_V gera incrementos constantes nas estimativas normativas e nas estimativas modificadas (V'), o que faz sentido devido a desconsideração da resistência à flexão em suas expressões, admitindo-se somente a ruína por punção. Com a utilização de c_{Flex} , os incrementos na resistência à punção (figura 10) seriam decrescentes para a relação crescente entre o maior lado do pilar e a altura útil da laje, uma vez que a distribuição das tensões de cisalhamento não mais se caracterizaria como aquela típica de punção, com ρ_{Flex} passando a ser preponderante. A superfície de ruptura para a punção seria, então, substancialmente reduzida.

Para valores de c_{Flex} maiores que os necessários, quando ρ_V aumenta, a ruína dúctil teoricamente predomina. Em um estágio mais avançado desta pesquisa, pode-se estabelecer valores mínimos para o maior lado do pilar em função da taxa de armadura transversal, como mostra a figura 10. Na figura, qualquer ponto acima da linha curva poderia indicar a ruína por flexão da laje, considerada quadrada e apoiada em pilares com $c_{min} = d$.

3 Conclusões

As recomendações da NBR 6118:2003 são menos conservadoras que as da NBR 6118:1978, apesar de não considerarem os efeitos do índice de retangularidade dos pilares e o comportamento das lajes sob flexão. As estimativas da nova norma tendem a superestimar em até 20% a resistência à punção das lajes unidirecionais com vãos perpendiculares aos maiores lados do pilar e em até 45% quando os vãos estão paralelos aos maiores lados do pilar. Esta tendência se mantém para valores crescentes de c_{max}/d . A NBR 6118:1978 tende a ser conservadora para índices de retangularidade acima de 5, aproximadamente. Os fatores de flexão eliminam a tendência da NBR 6118:2003 de superestimar suas

Figura 10 – Limite para a ruína por flexão e tendência dos resultados modificados



estimativas e consideram o comportamento das lajes à flexão. A resistência do material componente das armaduras de flexão continua não sendo considerada, mas os efeitos da flexão já podem ser incorporados ao projeto.

A armadura transversal de flexão não pode ser desprezada pois, mesmo nos casos onde as lajes unidirecionais apresentam vãos perpendiculares aos maiores lados do pilar, contribui significativamente para a resistência à punção das lajes. Os efeitos da punção podem ser minimizados com a utilização do comprimento do maior lado do pilar equivalente ao necessário para uma ruína por flexão, C_{Flex} . A utilização dos fatores de flexão levaram à determinação de índices de retangularidade teoricamente necessários para uma ruína dúctil (C_{Flex}), reduzindo os incrementos de resistência à punção para lajes unidirecionais com vãos perpendiculares aos maiores lados do pilar à medida que a relação C_{Flex}/d aumenta.

4 Agradecimentos

Os autores agradem à CAPES, CNPq, ADA e FUNTEC/SECTAM-PA pelo incentivo ao ensino de pós-graduação e à pesquisa na Região Norte do Brasil.

5 Referências

- [01] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:1978 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 1978.
- [02] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2003 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. Rio de Janeiro, 2003.
- [03] FORSSEL, C., HOLMBERG, Å.. Stämpellast på plattor av betong. Betong, 1946.
- [04] ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E.. Shear strength of reinforced concrete slabs. New York, ACI Journal, 1956.
- [05] MOWRER, R. D., VANDERBILT, M. D.. Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete. New York, ACI Journal, 1967.
- [06] MOE, J. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads. Development Bulletin No. D47, Portland Cement Association, Skokie, 1961, 130 pp.
- [07] HAWKINS, N. M., FALSSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C.. Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures. Detroit, American Concrete Institute, 1971.
- [08] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318:2002. Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [09] VANDERBILT, M. D.. Shear strength of continuous plates. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, 1972.
- [10] LEONG, K. K., TENG, S.. Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns. Nanyang Technological University, 2000.
- [11] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. BS 8110:1997. Structural Use of Concrete, Part 1, Code of Practice for Design and Construction. London, 1997.
- [12] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. EUROCODE 2:1992. Design of Concrete Structures, Part 1, General rules and rules for buildings. London, 1992.
- [13] AL-YOUSIF, A. T., REGAN, P. E.. Punching resistances of rc slabs supported by large and/or elongated columns. London, The Structural Engineer, 2003.
- [14] OLIVEIRA, D. R. C.. Análise experimental de lajes cogumelo de concreto armado com pilares retangulares. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília, Distrito Federal, 2003.