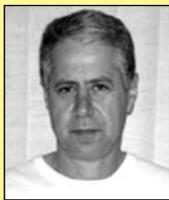


## Critical analysis of models and recommendations for designing column-base connection by socket of precast concrete structures

Análise crítica dos modelos e recomendações para o projeto da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado



R. M. F. CANHA<sup>a</sup>  
rejane\_canha@yahoo.com.br

M. K. EL DEBS<sup>b</sup>  
mkdebs@sc.usp.br

### Abstract

This paper presents a comparative study of the main design models found on technical literature for column-foundation connection by socket, with a critical analysis and important considerations of some aspects for designing this connection. The main variables studied were embedded length of column in socket base and friction of interfaces. The main conclusions are: a) there was a significant discrepancy in the design using the LEONHARDT & MÖNNIG model, that is normally used in designing socket bases, and by other design models, b) the friction consideration is very important in the connection design and, therefore, it should be taken into account in order to lead to a more reasonable design and, c) considering, per example, the smooth socket base with a length equal to 2 times the cross section height of the column and the friction coefficient equal to 0.6, the differences of the LEONHARDT & MÖNNIG model related to the other design models were up to 58%.

**Keywords:** connection, socket base, precast concrete, embedded length, design models.

### Resumo

Nesse trabalho, apresenta-se um estudo comparativo com os principais modelos de projeto encontrados na literatura técnica para a ligação pilar-fundação por meio de cálice, com uma análise crítica e importantes considerações sobre alguns aspectos do dimensionamento dessa ligação. As principais variáveis abordadas foram o comprimento de embutimento do pilar no cálice e o atrito mobilizado nas interfaces. As principais conclusões são: a) houve uma significativa discrepância no dimensionamento pelo modelo de LEONHARDT & MÖNNIG, mais empregado no projeto dos cálices, e pelos outros modelos de projeto, b) a consideração do atrito é de fundamental importância no projeto da ligação e, portanto, deve ser levado em conta de forma a conduzir a um dimensionamento mais racional e c) considerando-se, por exemplo, o caso de cálice liso com comprimento de embutimento equivalente a 2 vezes a altura da seção transversal do pilar e coeficiente de atrito igual a 0,6, ocorreram diferenças de até 58% do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG em relação aos outros modelos de projeto.

**Palavras-chave:** ligação, cálice de fundação, concreto pré-moldado, comprimento de embutimento, modelos de projeto.

<sup>a</sup> Department of Structural Engineering EESC, USP, rejane\_canha@yahoo.com.br, Av. Trabalhador São-carlense – nº 400 – SET/EESC/USP – Centro – 13566-590, São Carlos/SP, Brazil;

<sup>b</sup> Department of Structural Engineering, EESC, USP, mkdebs@sc.usp.br, Av. Trabalhador São-carlense – nº 400 – SET/EESC/USP – Centro – 13566-590, São Carlos/SP, Brazil.

## 1 Introdução

A ligação pilar-fundação por meio de cálice, ilustrada na Figura 1, consiste no embutimento de um certo trecho do pilar em uma conformação no elemento estrutural da fundação, que possibilite o encaixe do pilar. O posicionamento do pilar em planta e referente ao nível é feito geralmente através de dispositivos de centralização. Para a fixação temporária e o prumo, são utilizadas cunhas de madeira. Após a colocação do pilar, o espaço vazio entre os dois elementos é preenchido com concreto. O cálice pode ser moldado no local ou pré-moldado, podendo-se recorrer também à pré-moldagem apenas do colarinho, que constitui as paredes em torno do pilar.

As principais vantagens são: a) boa capacidade de transmissão de esforços normais e momentos fletores, com comportamento muito próximo ao de uma estrutura monolítica; b) menor sensibilidade às imprecisões de projeto e montagem, facilitando os ajustes aos desvios de execução; c) dispensa cuidados especiais de proteção contra agentes atmosféricos e fogo. Por outro lado, têm-se as seguintes desvantagens: a) fundação bastante pronunciada, sendo, portanto, usualmente escondida; b) o uso do colarinho em divisas só é possível quando existe uma determinada distância entre o pilar e a divisa.

Apesar de ser mais utilizada nas estruturas de concreto pré-moldado do Brasil, a ligação pilar-fundação por meio de cálice apresenta comportamento bastante peculiar e ainda existem dúvidas a seu respeito. Em função disto, o projeto dessa ligação tem sido conservador, pois a influência de alguns parâmetros geralmente é negligenciada ou considerada inadequadamente.

Este trabalho é direcionado à análise de modelos de projetos encontrados na literatura para o cálculo do cálice de fundação, incluindo o recentemente proposto pelos autores em CANHA [2], o qual é baseado nos resultados teó-

rico-experimentais de CANHA [2]. A denominação *modelos de projeto* é aqui empregada para o modelo teórico com o qual são normalmente feitos os projetos estruturais.

Essa pesquisa se justifica pelo fato dos modelos existentes implicarem em dimensionamentos muito diferentes. Além da apresentação dos principais modelos e recomendações de projeto, considerações importantes são feitas sobre os estudos existentes relativos ao cálice de fundação, e com as aplicações dos modelos de projeto, são prescritas algumas recomendações.

O foco principal desse trabalho é a determinação da resultante superior de pressão do pilar em uma das paredes do cálice (parede 1 da Figura 2) e das forças de tração e de compressão nas paredes longitudinais (paredes 3 e 4 da Figura 2), sendo essas forças melhor definidas no item seguinte. Para mostrar as diferenças dessas forças e, conseqüentemente, no dimensionamento, destaca-se o atrito mobilizado nas interfaces do cálice, que constitui um dos principais parâmetros que governam o comportamento dessa ligação.

Entre outras variáveis e questões relativas ao projeto dessa ligação, também é abordada a influência da variação do comprimento de embutimento no dimensionamento das armaduras principais do colarinho.

## 2 Comportamento do cálice com colarinho

Para um melhor entendimento da transferência de esforços no cálice, no caso de superfícies lisas entre o pilar e o colarinho, e como são geradas as forças de atrito nas interfaces, é apresentada a Figura 2.

Pelo concreto de preenchimento, o momento  $M_d$  e a força horizontal  $V_d$  atuando no pilar são transmitidos para as paredes transversais 1 e 2. Na interface pilar-colarinho, surgem forças de atrito nas paredes 1 e 2 mobi-

Figura 1 – Ligação pilar-fundação por meio de cálice – EL DEBS (1)

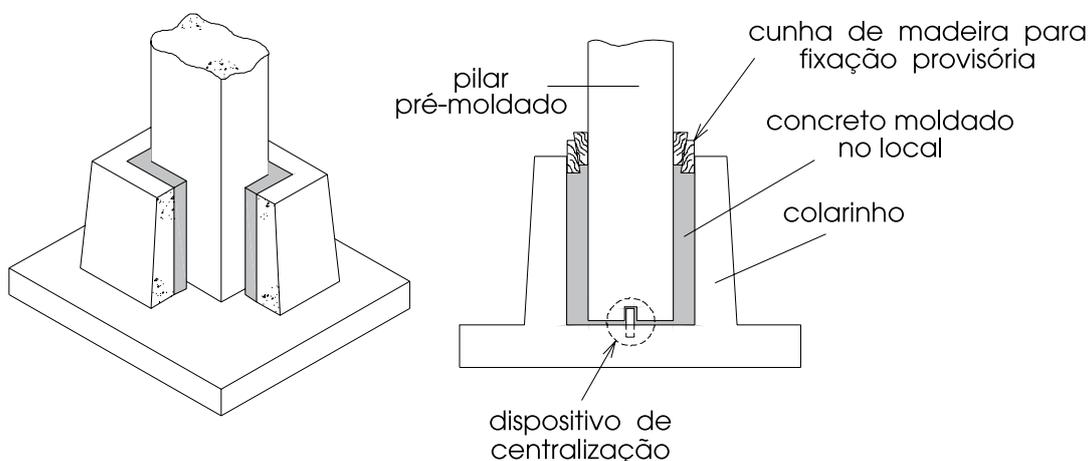
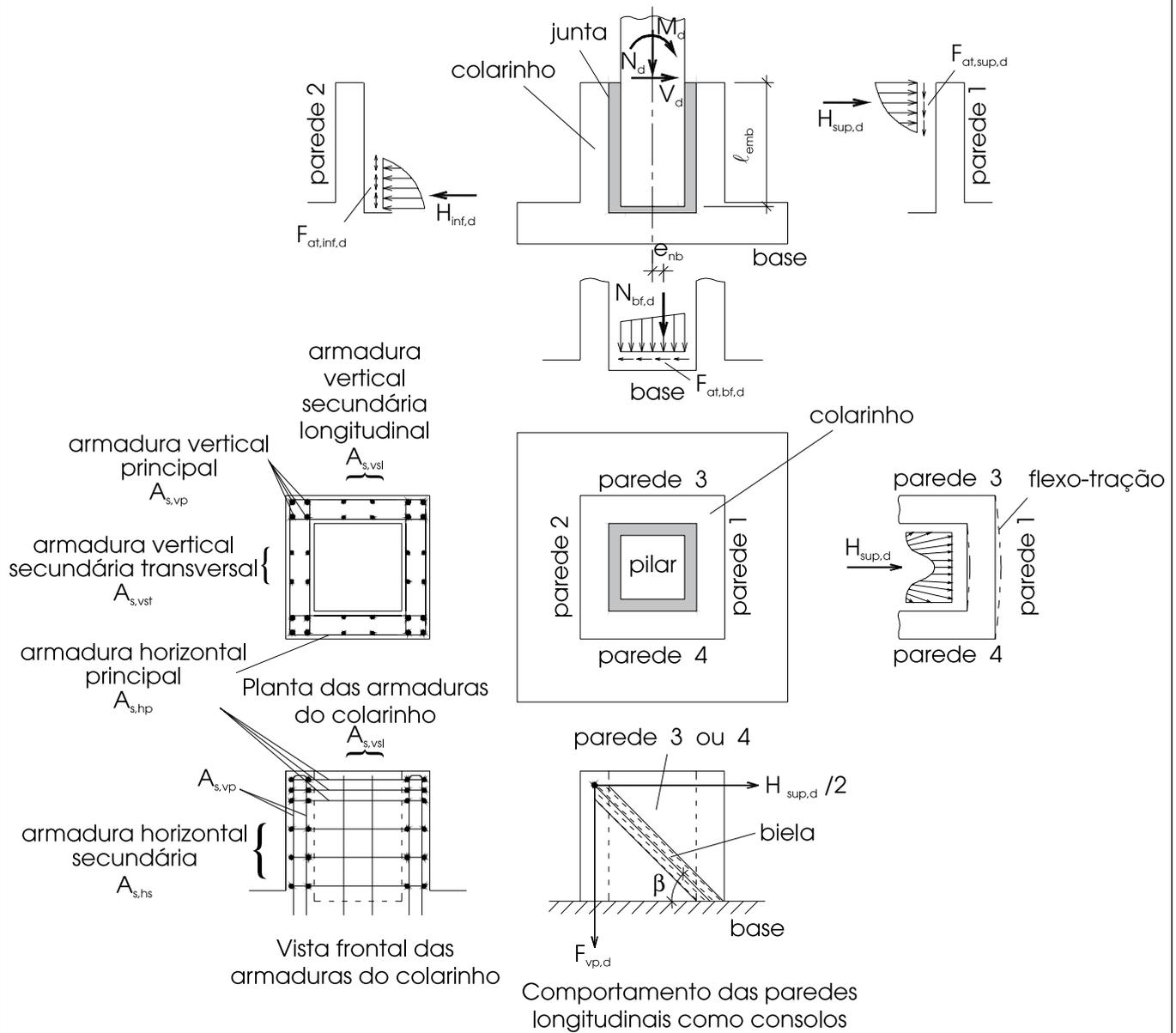


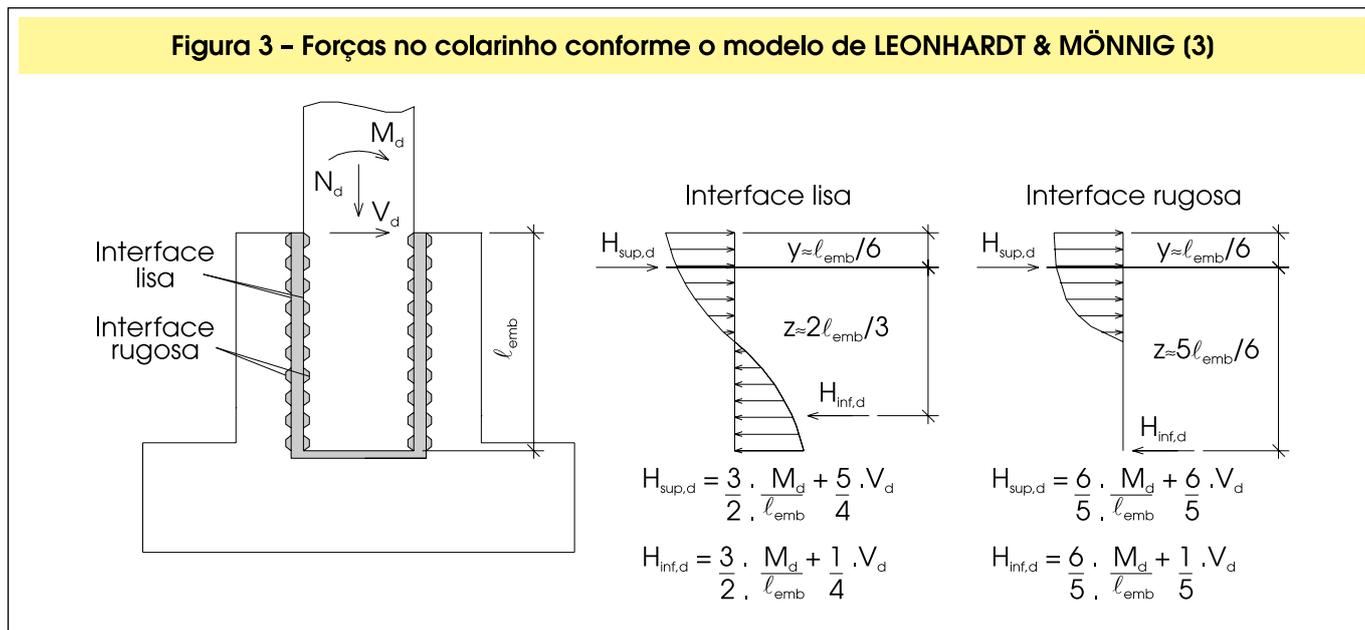
Figura 2 – Transferência de esforços no cálice de fundação com interface lisa-adaptada de EL DEBS (1)



lizadas pelas pressões ( $H_{sup,d}$  e  $H_{inf,d}$ ) oriundas da transferência de forças na ligação. O sentido dessa força de atrito na parede 2 ( $F_{at,inf,d}$ ) depende da relação entre as solicitações e da geometria, enquanto na parede 1, ela ( $F_{at,sup,d}$ ) tem mesmo sentido da força normal ( $N_d$ ). Esta, por sua vez, é reduzida pelas forças de atrito e transmitida para a base do cálice, tendendo a puncioná-la, no caso de pequenas espessuras. A transferência de forças da parede 1 para as paredes 3 e 4 ocorre por flexo-tração, praticamente em sua totalidade nos casos usuais, pois estas possuem rigidez maior para transmitir os esforços para a base do cálice. Para absorver a força  $H_{sup,d}$  é disposta uma armadura horizontal princi-

pal  $A_{s,hp}$  no topo das paredes longitudinais 3 e 4. Estas paredes, por sua vez, apresentam comportamento de consolo engastado na fundação, sendo, portanto, verificada a resistência da biela de compressão e dimensionadas as armaduras vertical principal ( $A_{s,vp}$ ), vertical secundária ( $A_{s,vst}$ ) e horizontal secundária ( $A_{s,hs}$ ) segundo as prescrições para consolos. Devido à pequena altura entre a resultante de pressão na parede 2 e a base, pode-se considerar que essa pressão é transmitida diretamente para a base. O emprego da rugosidade nas faces internas do colarinho e do pilar, como apresenta a Figura 3, melhora a transmissão de esforços na ligação. Nesse caso, além da mobilização das

Figura 3 - Forças no colarinho conforme o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG (3)



forças de atrito, ocorre a transferência de cisalhamento em todas as paredes por chaves (dentes) de cisalhamento.

### 3 Modelos e recomendações de projeto

#### 3.1 Modelo de LEONHARDT & MÖNNIG (3) e NBR-9062/85 (4)

Uma das formulações que tem sido mais utilizada para o dimensionamento do cálice é a proposta por LEONHARDT & MÖNNIG [3]. Nesse modelo apresentado na Figura 3, as forças de atrito nas interfaces são desprezadas e são considerados os dois casos limites quanto à conformação superficial das paredes do pilar e do colarinho: lisa e rugosa.

A formulação da Norma Brasileira NBR-9062/85 [4] é semelhante ao modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], com diferença apenas no valor de  $y$  (posição da resultante superior  $H_{sup,d}$  de pressão na parede 1) para interface rugosa que é considerado igual a  $0,15 \ell_{emb}$ .

LEONHARDT & MÖNNIG [3] e a NBR-9062/85 [4] determinam que a conformação das paredes internas do cálice deve ter pelo menos a mesma característica superficial do pilar. De acordo com a rugosidade dos elementos, pode ocorrer a transferência total ou parcial dos esforços pela interface.

Na Tabela 1, são apresentados os valores para o comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$  recomendados por LEONHARDT & MÖNNIG [3] e pela NBR-9062/85 [4]. Observa-se que, com exceção do comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$  mínimo de  $1,2h$  para o caso de pequena excentricidade e interface rugosa, os valores apresentados em LEONHARDT & MÖNNIG [3] são mais conservadores que os oriundos da NBR-9062/85 [4].

A armadura para transmitir a força  $H_{sup,d}$  da parede 1 e disposta igualmente nas paredes 3 e 4 é calculada conforme:

$$A_{s,hp} = \frac{H_{sup,d}}{2 \cdot f_{yd}} \quad (1)$$

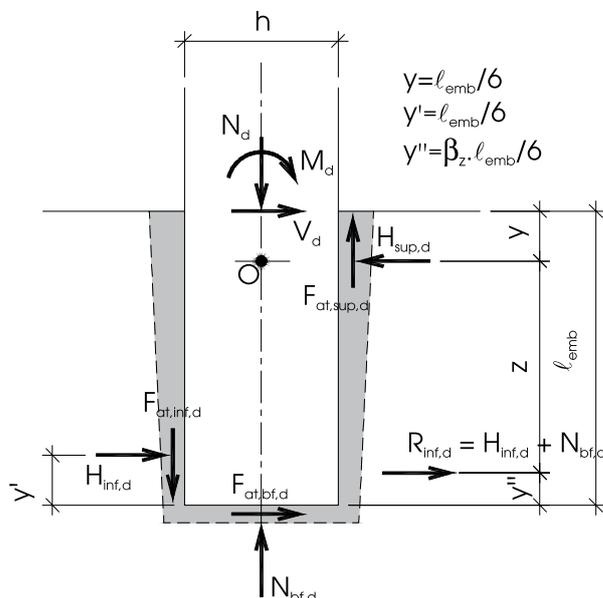
Tabela 1 - Comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$  mínimo do pilar segundo LEONHARDT & MÖNNIG (3) e a NBR-9062/85 (4)

Paredes	$M_d / N_d \geq 0,15h$		$M_d / N_d \geq 2,00h$	
	LEONHARDT & MÖNNIG (3)	NBR-9062/85 (4)	LEONHARDT & MÖNNIG (3)	NBR-9062/85 (4)
Lisas	1,68h	1,50h	2,80h	2,00h
Rugosas	1,20h	1,20h	2,00h	1,60h

Valores intermediários devem ser interpolados

$\ell_{emb} \geq 40\text{cm}$  (NBR-9062/85 (4))

Figura 4 - Forças transmitidas na ligação com interface lisa - WILLERT & KESSER (6)



Para o dimensionamento das paredes 3 e 4, adotam-se os modelos e as recomendações de consolo, conforme a relação  $a_c/d_c$ , onde  $a_c$  é a distância do ponto de aplicação da força  $H_{sup,d}$  à seção de engaste e  $d_c$  é a altura útil do consolo. Os procedimentos de cálculo para cada tipo de consolo são mostrados detalhadamente em CANHA [2].

A investigação experimental realizada no CSTC<sup>1</sup> apud SANTOS [5] relata o conservadorismo embutido no modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], comparando-se a força última teórica com a experimental. Conforme os resultados desses ensaios, nos protótipos onde foi feito o preenchimento total da junta, a ruptura ocorreu sempre no pilar. Desta forma, como o pilar foi projetado para uma resistência da ordem de  $\beta$  vezes a resistência teórica da sapata, conclui-se que, no mínimo, a força teórica do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] utilizado para o dimensionamento do cálice é  $\beta$  vezes superior ao valor experimental. A ruptura no cálice só foi observada quando houve o preenchimento parcial da junta apenas na região de atuação das forças teóricas do binário, mas ainda assim com uma diferença considerável referente ao modelo teórico em questão. Embora a relação entre a força última teórica e experimental tenha variado de acordo com o comprimento de embutimento, esse valor para  $\ell_{emb} = h$  foi superior a 1,5 e para  $\ell_{emb} = 1,5h$  foi maior que 2,5. Ou seja, mesmo com o comprimento de embutimento sendo inferior ao valor recomendado por LEONHARDT & MÖNNIG [3] e com apenas o preenchimento parcial da junta, a resistência experimental foi bastante elevada.

Um dos principais motivos do superdimensionamento do cálice de fundação quando se utiliza o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] se deve de fato à não consideração das forças de atrito atuantes no colarinho e base da fundação. Entretanto, ele constitui a base para a compreensão da transfe-

rência das forças do pilar para o cálice. Aliado aos outros modelos em que o atrito contribui para a resistência da ligação, ele pode ser uma importante ferramenta para o projeto do cálice. A seguir, são apresentados os principais modelos que consideram o atrito.

### 3.2 Modelo de WILLERT & KESSER (6)

No modelo de WILLERT & KESSER [6], cuja transferência de esforços no cálice liso está esquematizada na Figura 4, são mobilizadas forças de atrito nas interfaces com as paredes transversais 1 e 2 e com a base da fundação, desprezando-se, entretanto, o deslocamento da reação normal  $N_{bf,d}$  em relação ao centro do pilar.

No caso de interface lisa, sugere-se um coeficiente de atrito  $\mu$  igual a  $2/3$ . Conforme esses autores, esse modelo também pode ser utilizado para o cálice rugoso com o ajuste adequado do coeficiente de atrito.

O comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$  do pilar deve ser

$$1,5h \leq \ell_{emb} \leq 3h \quad (2)$$

calculado de acordo com a seguinte relação:

Apesar de não estar explícito, os valores extremos ( $1,5h$  e  $3h$ ) de  $\ell_{emb}$  parecem ser indicados para cálice liso com pequena e grande excentricidade, respectivamente, pois se aproximam dos respectivos valores de LEONHARDT & MÖNNIG [3].

Combinando-se as equações de equilíbrio, de forças e de momento em relação ao ponto O, com as Equações (3)

a (8) das reações, obtém-se a resultante  $R_{inf,d}$  na base do pilar dada pela Equação (9).

$$H_{sup,d} = R_{inf,d} + V_d \quad (3)$$

$$F_{at,sup,d} = \mu \cdot R_{inf,d} \quad (4)$$

$$H_{inf,d} = \beta_z \cdot R_{inf,d} \quad (5)$$

$$F_{at,inf,d} = \mu \cdot H_{inf,d} = \mu \beta_z \cdot R_{inf,d} \quad (6)$$

$$N_{bf,d} = N_d - F_{at,sup,d} + F_{at,inf,d} = N_d - \mu \cdot (1 - \beta_z) R_{inf,d} \quad (7)$$

$$F_{at,bf,d} = R_{inf,d} - H_{inf,d} = (1 - \beta_z) R_{inf,d} \quad (8)$$

$$R_{inf,d} = \frac{6 \cdot M_d + V_d \cdot l_{emb}}{l_{emb} \cdot (5 - \beta_z) + 3 \cdot \mu \cdot h \cdot (1 + \beta_z)} \quad (9)$$

Onde o fator  $\beta_z$  considera a variação no braço de alavanca  $\zeta$  e pode ser representado com excelente aproximação pela função exponencial da expressão abaixo:

$$\beta_z = 1 - \exp\left(-\frac{2\zeta}{3h}\right) \text{ com } 0 < \beta_z \leq 1 \quad (10)$$

A resultante de pressão superior é dada pela seguinte expressão:

$$H_{sup,d} = R_{inf,d} + V_d \quad (11)$$

Para o caso de pequena excentricidade, onde  $e/b < 1/6$  e  $\beta_z = 0$ , e desprezando-se o atrito na interface, a força cortante  $R_{inf,d}$  é dada pela seguinte equação:

Figura 5 - Forças atuando na ligação do pilar com a fundação pelo cálice - OLIN *et al.* (7)

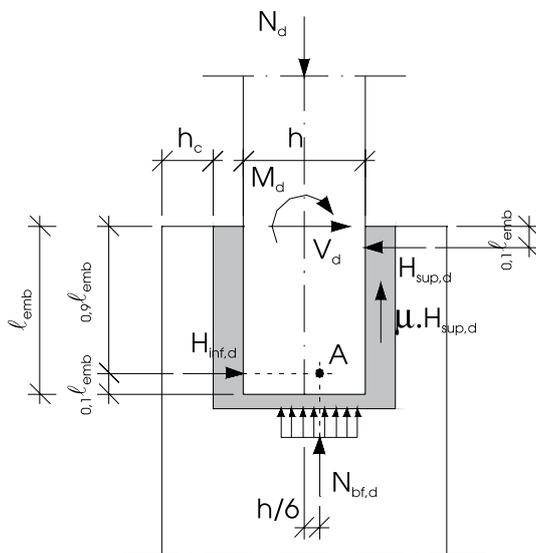
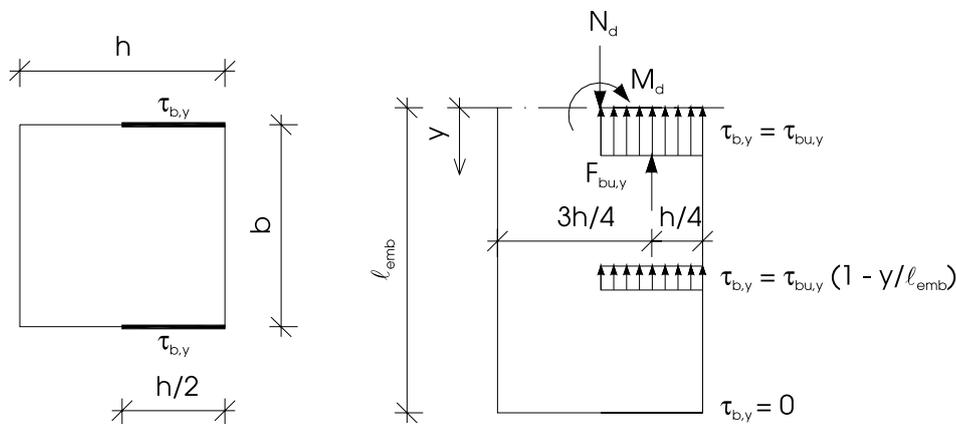


Figura 6 - Tensões verticais de aderência nas superfícies laterais do pilar com interface rugosa no E.L.U. - OLIN *et al.* (7)



$$R_{inf,d} = F_{at,bf,d} = \frac{6M_d}{5l_{emb}} + \frac{V_d}{5} \quad (12)$$

Para o caso de flexão pura, onde  $N_d = 0$ ,  $e/h = \infty$  e  $\beta_{\tilde{\infty}} = 1$ , e desconsiderando o atrito na interface, a força cortante  $R_{inf,d}$  fica então determinada por:

$$R_{inf,d} = H_{inf,d} = \frac{3M_d}{2l_{emb}} + \frac{V_d}{4} \quad (13)$$

Os valores das Equações (12) e (13) coincidem com a força  $H_{inf,d}$  do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] para interface rugosa e lisa, respectivamente, indicada na Figura 3.

### 3.3 Modelo de OLIN *et al.* (7)

OLIN *et al.* [7] apresentaram um modelo para a distribuição de forças na ligação, as quais são visualizadas na Figura 5, onde se considera a força de atrito  $F_{at,sup,d}$  na interface com a parede 1 e o deslocamento  $e_{nb}$  da reação normal  $N_{bf,d}$  em relação ao centro do pilar contribuindo para o acréscimo da capacidade da ligação do cálice. O valor de  $b/6$  pode ser utilizado para essa excentricidade  $e_{nb}$  nos casos usuais de ligação rígida. É recomendado que se utilize uma profundidade igual a 1,3 da medida lateral maior do pilar ( $l_{emb} = 1,3b$ ).

O dimensionamento é feito para duas condições limites: interface lisa ( $\mu = 0,3$ ) e interface rugosa ( $\mu = 0,6$ ). O valor máximo de  $\mu = 0,3$  para o coeficiente de atrito no caso de interface lisa também é indicado no EUROCODE 2 [8]. Acredita-se, todavia, que o coeficiente de atrito para o caso de interface

lisa deve estar de acordo com o tipo de fôrma utilizado na confecção do cálice e do pilar, onde esse valor de  $\mu = 0,3$  sugerido por OLIN *et al.* [7] está mais coerente com fôrmas metálicas. Já o valor de  $\mu = 0,6$  para o cálice com interface rugosa é conservador, comparado com o valor usual de  $\mu = 1,0$ , que parece ser mais compatível com a realidade experimental e conduz a um dimensionamento mais econômico. Com o equilíbrio de momentos no ponto A, tem-se o valor para a força  $H_{sup,d}$  do cálice liso dado por:

$$H_{sup,d} = \frac{M_d - 0,17hN_d + 0,9l_{emb}V_d}{0,8l_{emb} + 0,33\mu h} \quad (14)$$

Com uma rugosidade razoavelmente superficial, mantém-se a capacidade de aderência, embora surjam pequenas fissuras na ligação oriundas da retração do concreto de preenchimento. No caso de interface rugosa, então, considera-se a contribuição de tensões de aderência vertical  $\tau_{b,y}$  em metade das interfaces internas longitudinais da ligação, as quais são apresentadas na Figura 6, e com o equilíbrio de momentos em relação ao ponto A na Figura 5, obtém-se a seguinte equação para a reação  $H_{sup,d}$  do cálice rugoso:

$$H_{sup,d} = \frac{M_d - 0,17hN_d + 0,9l_{emb}V_d - 0,083hF_{bu,y}}{0,8l_{emb} + 0,33\mu h} \quad (15)$$

Onde a resultante  $F_{bu,y}$  é dada por:

$$F_{bu,y} = 0,5\tau_{b,y}l_{emb}h \quad (16)$$

e a tensão de aderência vertical  $\tau_{bu,y}$  calculada conforme:

$$\tau_{bu,y} = \tau_{bu} = 0,3 \cdot f_{ctd} \quad (17)$$

Para evitar o fendilhamento e assegurar as tensões de aderência no caso de interface rugosa, são distribuídos estribos horizontais ao longo da altura do colarinho com uma área mínima dada por:

$$A_{s,hs} = 0,17 \cdot h \cdot s \cdot \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} \quad (18)$$

onde:

$h$ : é a altura da seção transversal do pilar

$s$ : é o espaçamento entre estribos

$f_{ctk}$ : é a resistência característica do concreto à tração

$f_{yk}$ : é a resistência característica ao escoamento do aço

Ainda é considerada uma armadura adicional com magnitude dependente da força  $H_{inf,d}$  e da força de atrito que atua horizontalmente na região inferior da ligação dada por:

$$A_{s,inf} = \frac{H_{inf,d} - \mu \cdot N_{bf,d}}{2 \cdot f_{yd}} \quad (19)$$

onde:

$$N_{bf,d} = N_d - \mu \cdot H_{sup,d} - F_{bu,y} \quad (20)$$

Se a força de atrito na base da fundação  $\mu \cdot N_{bf,d}$  for superior à resultante de compressão inferior  $H_{inf,d}$ , não será necessário dispor a armadura  $A_{s,inf}$  na região inferior do colarinho.

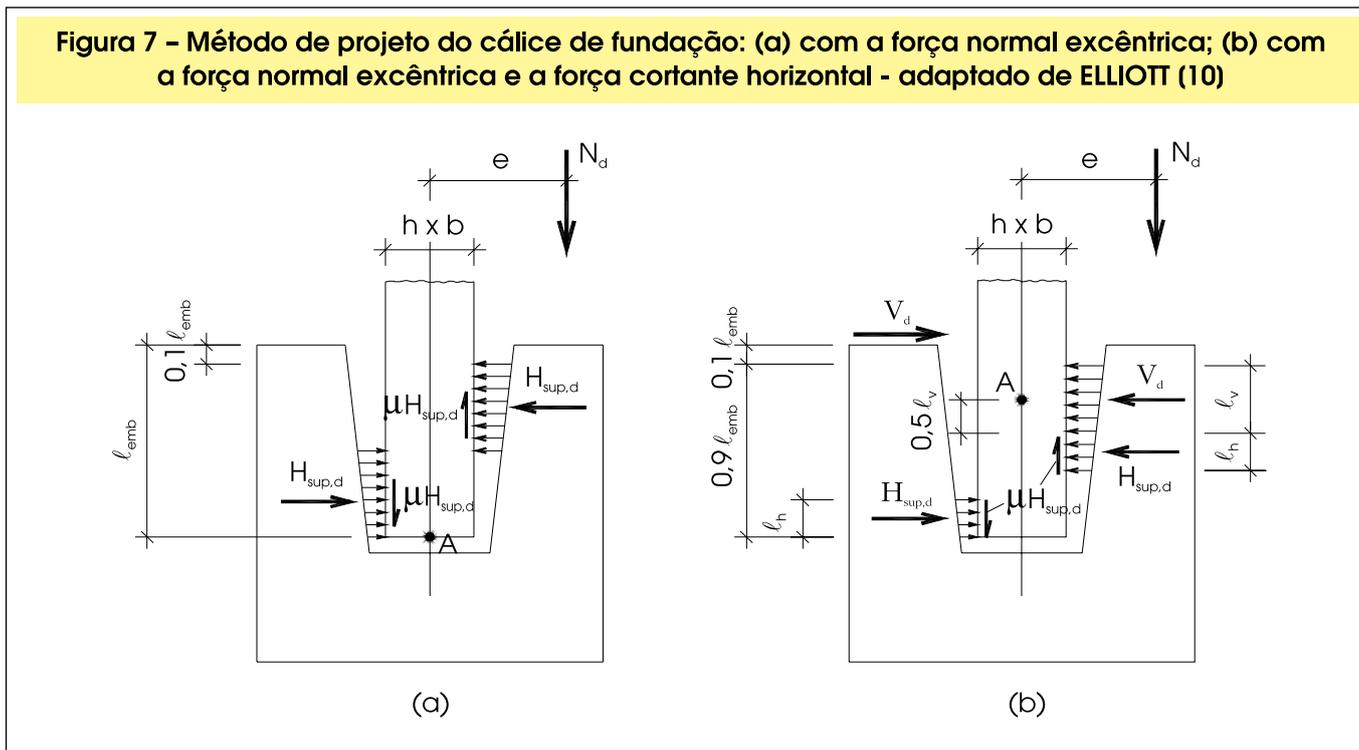
Conforme OLIN *et al.* [7], esse modelo de cálculo é indicado quando a excentricidade da força normal for grande o suficiente para produzir uma reação  $H_{inf,d}$  positiva, embora haja a ocorrência da força de atrito  $F_{at,bf,d}$  na extremidade inferior do pilar. Pelo exposto, a força de atrito  $F_{at,bf,d}$  foi considerada com sentido contrário ao de  $H_{inf,d}$ , não concordando, então, com os modelos de WILLERT & KESSER [6] e de OSANAI *et al.* [9], que é apresentado mais adiante.

A armadura vertical do cálice deve ser calculada para a transferência total de esforços na ligação colarinho-base da fundação, ou seja, como se a ligação fosse monolítica.

### 3.4 Modelo de ELLIOTT (10)

Em ELLIOTT [10], são apresentados dois modelos teóricos: um com a atuação apenas da força normal excêntrica apresentado na Figura 7(a) e o outro com a atuação também da força cortante horizontal mostrado na Figura 7(b).

Quando atuar apenas força normal excêntrica, as pres-



sões de contato nas laterais e na base do pilar geram, respectivamente, as forças de atrito verticais  $\mu.H_{sup,d}$  e  $\mu.H_{inf,d}$  nas laterais e horizontal  $\mu.N_{inf,d}$  na base. Entretanto, essa força de atrito na base do pilar não foi considerada no primeiro método de cálculo, o que implica na resultante de compressão inferior  $H_{inf,d}$  igual a resultante superior  $H_{sup,d}$  e, conseqüentemente, forças de atrito verticais iguais a  $\mu.H_{sup,d}$ . A força  $H_{sup,d}$  atua nas faces opostas na forma de um binário com distância  $z$  dada pelo maior dos seguintes valores:

$$z = (\ell_{emb} - 0,1\ell_{emb}) / 2 = 0,45\ell_{emb} \quad (21)$$

ou

$$z = (\ell_{emb} - c) / 2 \quad (22)$$

onde  $c$  é o cobrimento da armadura  $A_{s,sp}$  referente ao topo do colarinho.

Tendo em vista o pequeno braço de alavanca  $z$  entre as resultantes de compressão superior  $H_{sup,d}$  e inferior  $H_{inf,d}$  esse procedimento proposto por ELLIOTT [10] parece ser mais conservador que os outros modelos que consideram o atrito.

Considerando o equilíbrio de momentos em relação ao ponto  $A$  da Figura 7(a), têm-se:

$$N_d \cdot e - \mu \cdot H_{sup,d} \cdot h - 0,45\ell_{emb} \cdot H_{sup,d} = 0 \quad (23)$$

$$H_{sup,d} = \frac{N_d \cdot e}{\mu \cdot h + 0,45\ell_{emb}} < 0,4f_{cd}' \cdot b \cdot (0,45\ell_{emb}) \quad (24)$$

onde  $f_{cd}'$  é a resistência à compressão de cálculo do concreto de preenchimento medida em corpos-de-prova cúbicos. Pode-se considerar essa resistência, conforme comentado em MEHTA & MONTEIRO [11], equivalente à resistência medida em corpos-de-prova cilíndricos  $15 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$  majorada entre 10% a 15%.

ELLIOTT [10] sugere adotar-se  $\ell_{emb} = 1,5h$ , sem distinção do tipo de interface e da excentricidade. Já para o coeficiente de atrito, é recomendado utilizar  $\mu = 0,7$  para interface lisa.

No segundo método, os efeitos da força cortante são incluídos. Uma tensão de compressão de  $0,4f_{cd}'$  é considera-

da atuando na largura do pilar  $b$ . O valor da distância  $\ell_v$ , na Figura 7(b) é expresso pela seguinte relação:

$$\ell_v = \frac{V_d}{0,4f_{cd}' \cdot b} \quad (25)$$

Fazendo o equilíbrio de momentos no ponto  $A$  da Figura 7(b), obtêm-se:

$$N_d \cdot e + V_d \cdot (0,1\ell_{emb} + 0,5\ell_v) = (\mu \cdot 0,4f_{cd}' \cdot b \cdot h \cdot \ell_h) + [0,4f_{cd}' \cdot b \cdot \ell_h \cdot (0,9\ell_{emb} - \ell_v - \ell_h)] \quad (26)$$

$\ell_h$  é, então, calculado com a equação do segundo grau abaixo:

$$\ell_h^2 - (\mu \cdot h + 0,9\ell_{emb} - \ell_v) \cdot \ell_h + \frac{M_d + V_d \cdot (0,1\ell_{emb} + 0,5\ell_v)}{0,4f_{cd}' \cdot b} = 0 \quad (27)$$

A resultante de pressão superior no cálice é, então, calculada de acordo com a seguinte expressão:

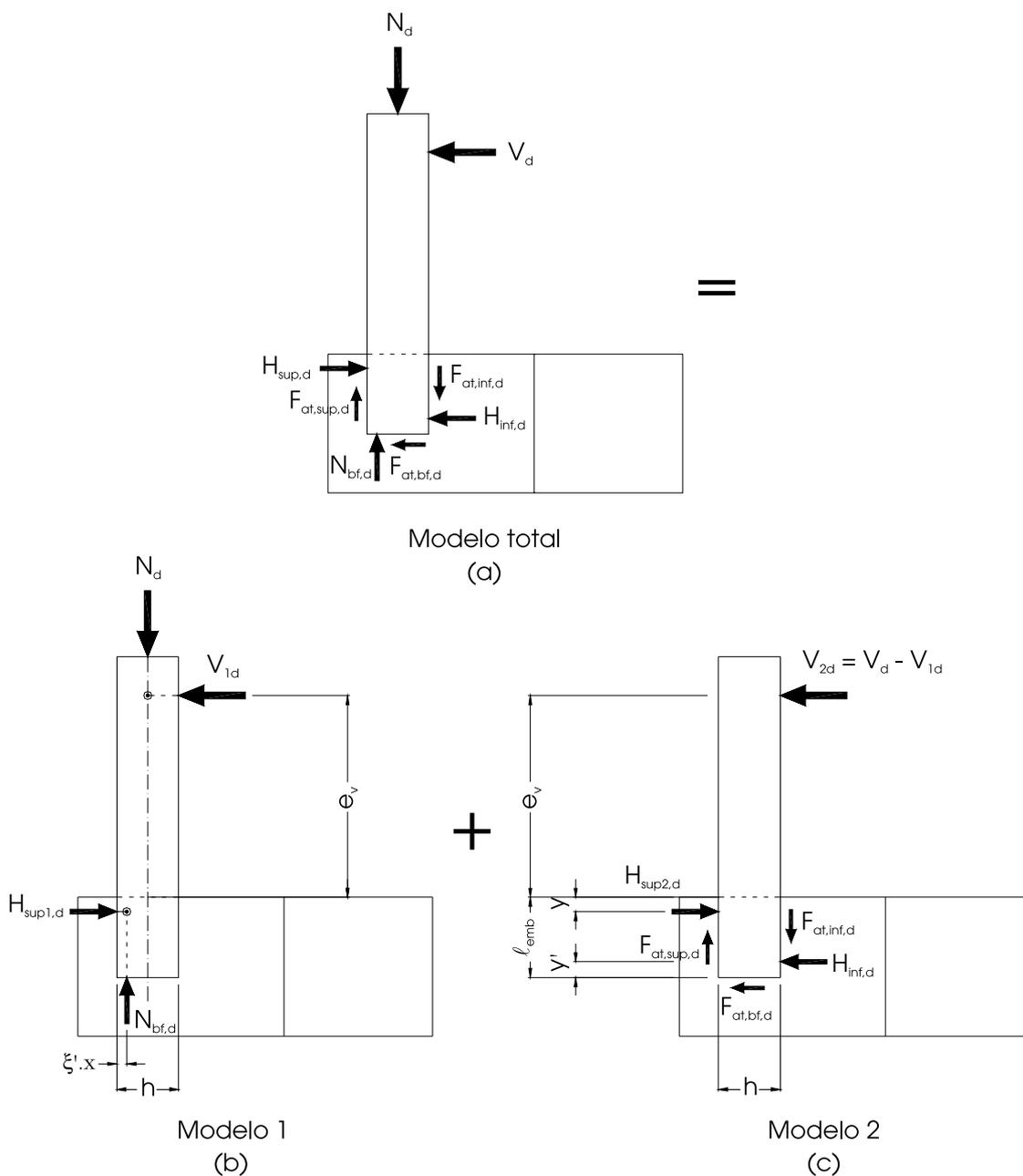
$$H_{sup,d} = 0,4f_{cd}' \cdot b \cdot \ell_h \quad (28)$$

O valor de  $0,1\ell_{emb}$  é substituído pelo cobrimento  $c$  se este for maior. A força de atrito vertical só é considerada no comprimento  $\ell_h$ , pois ela só é mobilizada com a flexão, já que o efeito da força cortante horizontal foi considerado em  $\ell_v$ . Ao contrário do que é afirmado em ELLIOTT [10], espera-se que a força cortante horizontal também gere atrito na interface do lado comprimido, mesmo porque ela também ocasiona, embora com uma excentricidade pequena, a flexão da parede transversal 1.

As tensões nas interfaces opostas não podem se sobrepor tal que  $\ell_v + 2\ell_h < 0,9(0,9\ell_{emb})$ .

A armadura horizontal principal em volta do pilar deve ser dimensionada de forma a resistir à metade da força horizontal total na região superior da ligação  $((V_d + H_{sup,d}) / 2)$  mais metade da força lateral devido à inclinação do encaixe  $(N_d \cdot \tan 5^\circ)$ , de acordo com a Equação (29). Essa armadura deve ser distribuída na metade superior do comprimento de embutimento.

$$A_{s,sp} = \frac{[0,4f_{cd}' \cdot b \cdot (\ell_v + \ell_h) + N_d \cdot \tan 5^\circ] / 2}{0,87f_{yk}} \quad (29)$$

Figura 8 – Modelo teórico para o cálice de fundação - OSANAI *et al.* (9)

### 3.5 Modelo de OSANAI *et al.* (9)

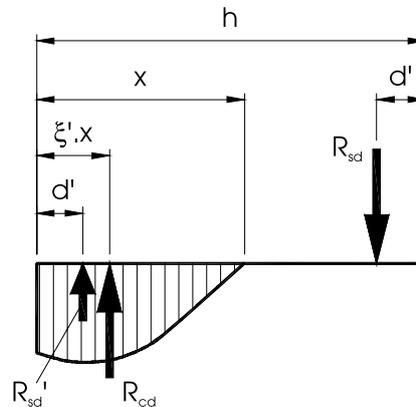
OSANAI *et al.* [9] apresentaram um método de projeto para a ligação do cálice em estruturas sob ações sísmicas que considera a reação normal na base do pilar deslocada e as forças de atrito geradas entre o pilar e as faces internas do cálice. Quando as forças axial e horizontal atuam no pilar, são gerados um momento e uma força de cisalhamento na base do pilar. Essas forças resultam em reações horizontais,

reações de atrito nas interfaces e reação vertical inferior. Na Figura 8(a), é ilustrado o equilíbrio de todas as forças atuantes na ligação.

Objetivando-se facilitar a resolução das equações de equilíbrio, o modelo de cálculo total (Figura 8(a)) foi subdividido em dois outros modelos (Figuras 8(b) e 8(c)) que computam todas as forças em questão.

Para a formulação das equações de equilíbrio, foram adotadas algumas hipóteses:

Figura 9 - Distribuição de tensões na seção do pilar - OSANAI *et al.* (9)



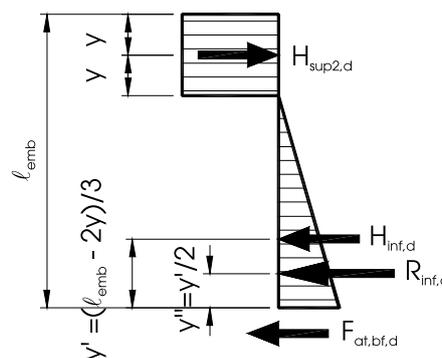
- A resistência à tração do concreto da fundação é desprezada;
- As forças de tração na fundação são absorvidas apenas pela armadura da fundação, desconsiderando a contribuição de armaduras auxiliares como estribos;
- São consideradas as forças de atrito nas interfaces;
- A reação vertical atua na face inferior do pilar. Para o cálculo da posição da resultante de compressão do concreto  $\xi'.x$ , considera-se a hipótese básica da resistência dos materiais onde as seções planas permanecem planas. A Figura 9 mostra a distribuição das tensões últimas com a seguinte notação:
- $R_{cd}$ : Força de compressão do concreto devido à força normal do pilar e ao momento atuante na seção do pilar;
- $R_{sd}$ : Força de compressão da armadura do pilar devido à força normal do pilar e ao momento atuante na seção do pilar;
- $b$ : altura da seção transversal do pilar;
- $d'$ : Distância da fibra extrema tracionada e comprimida ao centróide da armadura de tração e compressão, respectivamente;

- $R_{sd}$ : Força de tração na armadura do pilar devido à força normal do pilar e ao momento atuante na seção do pilar;
  - $x$ : Distância da fibra extrema de compressão à linha neutra;
  - $\xi'.x$ : Distância da fibra extrema de compressão ao ponto de atuação de  $R_{cd}$ .
- Portanto, a força horizontal  $V_{1d}$  do modelo 1 e a reação  $H_{sup1,d}$  são calculadas da condição de equilíbrio e dadas por:

$$H_{sup1,d} = V_{1d} = \frac{M_{1d}}{e_v + y} \cong \frac{M_{1d}}{e_v} = (0,5h - \xi'.x) \cdot \frac{N_d}{e_v} \quad (30)$$

onde  $N_d = N_{bf,d}$  e  $y$  é desprezível comparado com  $e_v$ . A distribuição de tensões na região da ligação do modelo 2 é mostrada na Figura 10. Considerou-se a força  $R_{inf,d}$  atuando na posição  $y''$ , como a soma da reação horizontal  $H_{inf,d}$  com a força de atrito  $F_{at,bf,d}$ :

Figura 10 - Distribuição de tensões na região de embutimento do pilar do modelo 2 - OSANAI *et al.* (9)



$$R_{inf,d} = H_{inf,d} + F_{at,bf,d} \quad (31)$$

$$y'' = (\ell_{emb} - 2y) / 6 \quad (32)$$

é derivada da soma das Equações (30) e (33). Denominando-se a excentricidade da reação normal na base do pilar em relação ao seu centro de gravidade  $e_{nb} = 0,5h - \xi' \cdot x$ , tem-se a seguinte equação para  $H_{sup,d}$ :

$$H_{sup,d} = \frac{\frac{e_{nb}}{e_v} (\mu \cdot h - y - e_v) N_d + \left( \frac{5\ell_{emb}}{6} + \frac{y}{3} + e_v \right) V_d}{\frac{5\ell_{emb}}{6} - \frac{2y}{3} + \mu \cdot h} \quad (34)$$

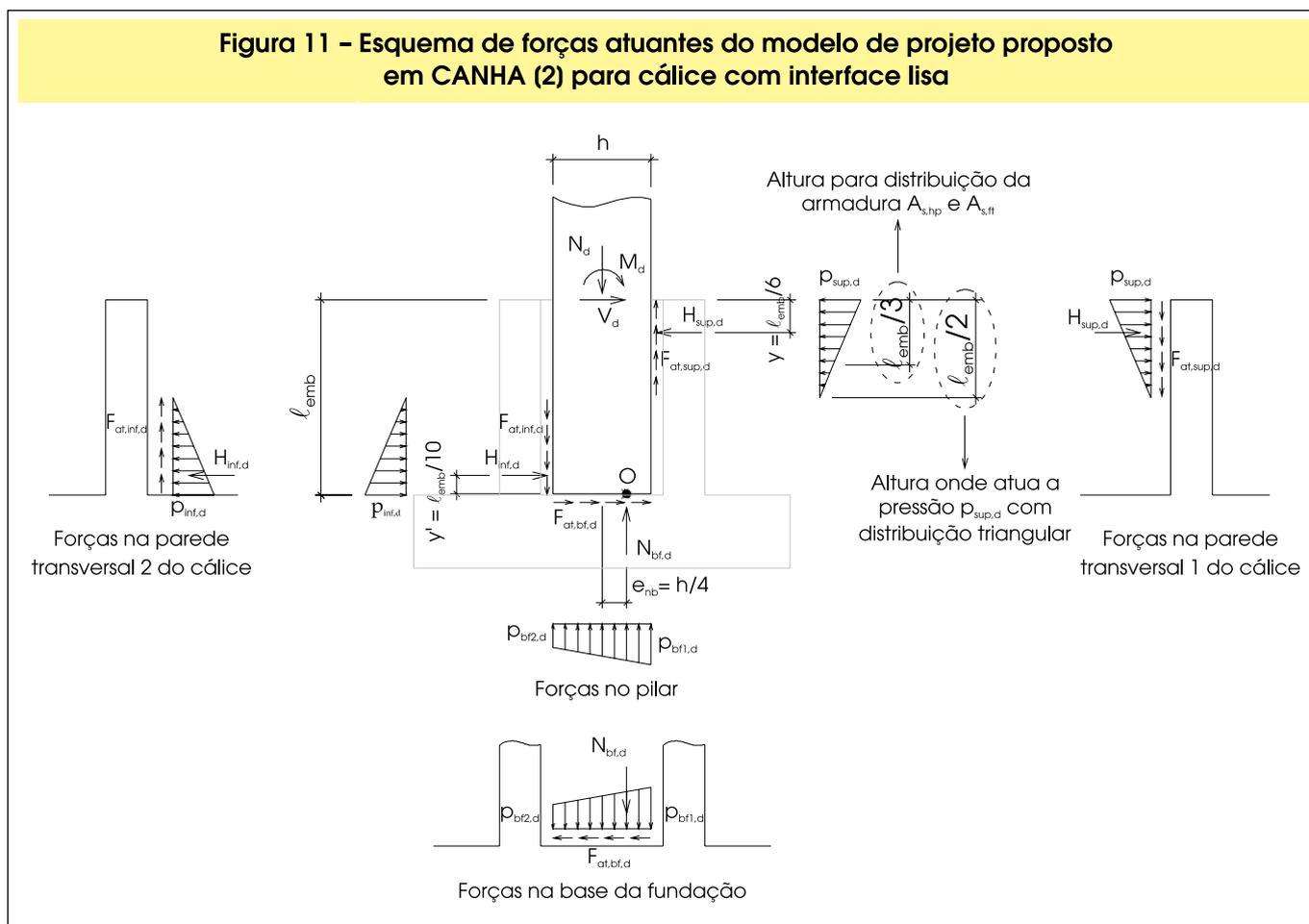
Fazendo-se o equilíbrio de forças e de momento do modelo 2, tem-se a seguinte equação para a reação  $H_{sup,2,d}$ :

$$H_{sup,2,d} = \frac{\left( \frac{5\ell_{emb}}{6} + \frac{y}{3} + e_v \right) V_{2d}}{\frac{5\ell_{emb}}{6} - \frac{2y}{3} + \mu \cdot h} \quad (33)$$

O modelo de OSANAI *et al.* [9] utiliza na sua formulação todas as três forças de atrito ( $F_{at,sup}$ ,  $F_{at,inf}$  e  $F_{at,bf}$ ) oriundas das duas resultantes de compressão  $H_{sup,d}$  e  $H_{inf,d}$  e da reação normal  $N_{bf,d}$  na base da fundação, contudo ele só pode ser utilizado para força normal centrada e o momento oriundo da força cortante horizontal aplicada no topo do pilar. Para o caso geral, em que atuam força normal, momento fletor e força cortante no topo da ligação, adaptou-se o modelo de OSANAI *et al.* [9], considerando suas hipóteses principais, o que resultou na seguinte expressão para cálculo de  $H_{sup,d}$ :

A reação  $H_{sup,d}$  é transmitida para a armadura da fundação

Figura 11 – Esquema de forças atuantes do modelo de projeto proposto em CANHA (2) para cálice com interface lisa



$$H_{sup,d} = \frac{M_d - \left[ e_{nb} - \frac{\mu^2(0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right] N_d + \left[ \frac{5\ell_{emb}}{6} + \frac{y}{3} + \frac{\mu(0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right] V_d}{\frac{5\ell_{emb}}{6} - \frac{2y}{3} + \mu.h} \quad (35)$$

Esse modelo é referenciado na aplicação teórica do item seguinte como OSANAI *et al.* [9] modificado.

Em OSANAI *et al.* [9] não são apresentadas recomendações específicas sobre o comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$ , mas descreve-se que os resultados experimentais dos modelos com interface rugosa e  $\ell_{emb} > b$  foram semelhantes aos com interface lisa e  $\ell_{emb} > 1,5b$ , e que essas ligações se comportaram como rígidas.

### 3.6 Modelo de CANHA (2)

Em virtude da necessidade de resultados experimentais que embasassem um modelo teórico mais consistente, CANHA [2] realizou uma pesquisa experimental em protótipos do cálice de fundação. Baseando-se nesses resultados experimentais, é proposto um modelo de projeto para o cálice com interface lisa que considera a contribuição das forças de atrito  $F_{at,sup,d}$ ,  $F_{at,inf,d}$  e  $F_{at,bf,d}$  e a excentricidade  $e_{nb}$  da reação normal na base do pilar  $N_{bf,d}$ . O esquema de forças atuantes na ligação é apresentado na Figura 11.

As forças de atrito superior, inferior e na base da fundação são definidas pela multiplicação do coeficiente de atrito pela força normal correspondente conforme as equações abaixo:

$$F_{at,sup,d} = \mu.H_{sup,d} \quad (36)$$

$$F_{at,inf,d} = \mu.H_{inf,d} \quad (37)$$

$$F_{at,bf,d} = \mu.N_{bf,d} \quad (38)$$

Das condições de equilíbrio, resultam as seguintes equações:

- Equilíbrio de forças verticais:

$$N_d - N_{bf,d} - F_{at,sup,d} + F_{at,inf,d} = 0 \quad (39)$$

- Equilíbrio de forças horizontais:

$$V_d + F_{at,bf,d} - H_{sup,d} + H_{inf,d} = 0 \quad (40)$$

- Equilíbrio de momentos no ponto O:

$$M_d - N_d e_{nb} + V_d \ell_{emb} - H_{sup,d} (\ell_{emb} - y) + H_{inf,d} y - F_{at,sup,d} (0,5h - e_{nb}) - F_{at,inf,d} (0,5h + e_{nb}) = 0 \quad (41)$$

Combinando-se as Equações (39) e (40) e substituindo-se os valores das Equações (36) a (38), têm-se, respectivamente, para  $F_{at,bf,d}$  e  $H_{inf,d}$ :

$$F_{at,bf,d} = \frac{\mu.N_d - \mu^2.V_d}{1 + \mu^2} \quad (42)$$

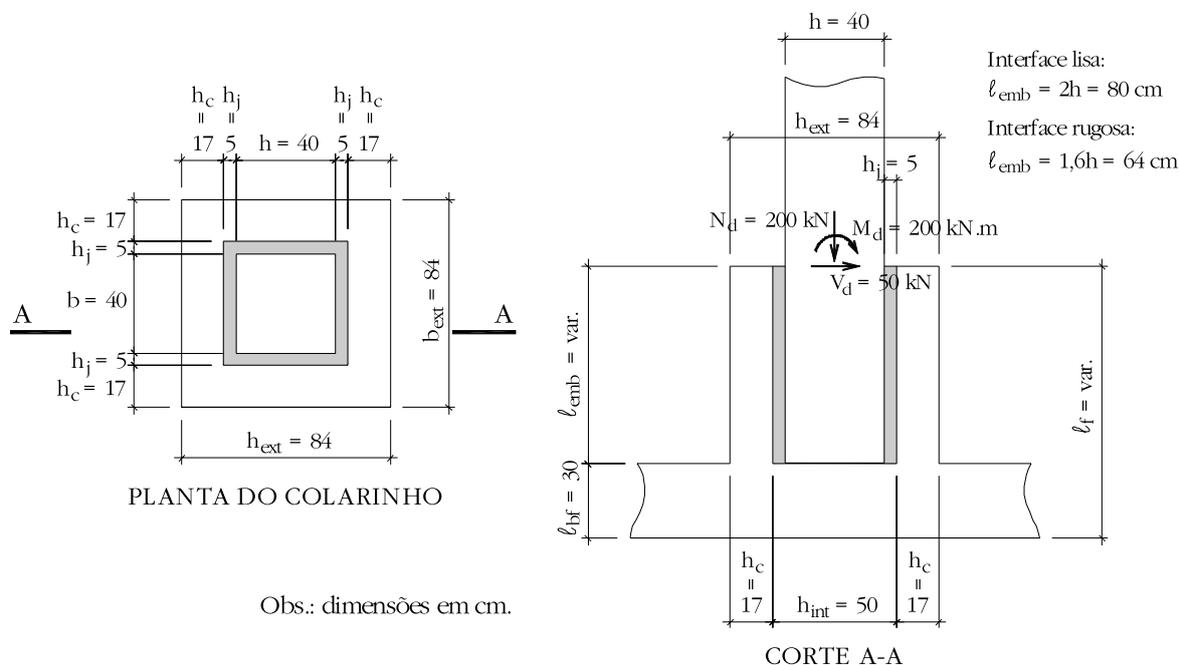
$$H_{inf,d} = H_{sup,d} - \frac{\mu.N_d + V_d}{1 + \mu^2} \quad (43)$$

Os valores de  $H_{inf,d}$ ,  $F_{at,sup,d}$  e  $F_{at,inf,d}$  são então substituídos na Equação (41), o que resulta na Expressão (44) para o cálculo de  $H_{sup,d}$ .

$$H_{sup,d} = \frac{M_d - N_d \left( e_{nb} + \frac{\mu.y' - \mu^2(0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right) + V_d \left( \ell_{emb} - \frac{y' - \mu(0,5h + e_{nb})}{1 + \mu^2} \right)}{\ell_{emb} - y - y' + \mu.h} \quad (44)$$

A principal diferença desse modelo proposto em relação ao modelo de OSANAI *et al.* [2] modificado, apresentado no item anterior, é que o primeiro considera a força de atrito  $F_{at,bf,d}$  atuando na base do pilar para o equacionamento do momento na Expressão (41), enquanto no último ocorre uma simplificação, em que a força horizontal inferior  $H_{inf,d}$  e a força de atrito  $F_{at,bf,d}$  atuam na altura  $y'$  equivalente a metade de  $y$ . Conhecidos os esforços solicitantes  $M_d$ ,  $N_d$  e  $V_d$  no pilar, recomenda-se para o projeto do cálice com interface lisa a Expressão (44), com os parâmetros  $e_{nb} = b/4$ ,  $y = \ell_{emb}/6$ ,  $y' = \ell_{emb}/10$  e  $\mu$  de acordo com o tipo de fôrma utilizado na confecção dos elementos da ligação. Esses valores são indicados para os casos em que se utiliza comprimento de embutimento não inferior ao valor recomendado pela NBR-9062/85 [4], que para esse caso é de  $2b$ . Este modelo deve ser aplicado aos casos de grande excen-

Figura 12 – Esforços e dimensões do exemplo de cálculo



tricidade, em que a ação do momento predominante sobre a força normal tende a gerar a força de atrito  $F_{at,inf,d}$  na base da fundação com o mesmo sentido de  $H_{inf,d}$  e a força de atrito  $F_{at,int,d}$  na parede transversal 2 com o sentido para cima e no pilar com o sentido para baixo, como indicado na Figura 11. No caso de pequenas excentricidades, a equação proposta poderia ser utilizada após uma constatação experimental, devendo-se analisar, entretanto, os sentidos corretos das forças de atrito  $F_{at,inf,d}$  e  $F_{at,int,d}$  os quais podem ser influenciados pela relação entre os esforços  $M_d$ ,  $V_d$  e  $N_d$  e pela geometria. Já para o cálice com interface rugosa através de chaves de cisalhamento, recomenda-se o dimensionamento de suas armaduras verticais com a teoria de flexão, já que seus dois protótipos com interface rugosa apresentaram um comportamento muito próximo de uma ligação monolítica, ou seja, ocorreu a transferência total do momento e força normal do pilar para o cálice. Isso se aplica, entretanto, para cálices rugosos com comprimento de embutimento não inferior a  $1,6b$ , que é o recomendado pela NBR-9062/85 [4].

#### 4 Comparação e análise dos resultados dos modelos e recomendações de projeto

Com o objetivo de se apresentar, então, as principais diferenças entre esses modelos, foi feita a aplicação destes no

projeto do colarinho de um cálice, cujos esforços e dimensões estão apresentados na Figura 12 e as características de projeto dos materiais indicadas na Tabela 2.

Inicialmente, foram feitas as análises com interfaces lisa e rugosa, adotando-se o comprimento de embutimento recomendado pela NBR-9062/85 [4] para o caso de grande excentricidade ( $M_d / N_d \geq 2b$ ).

No modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], foram acrescentadas algumas recomendações apresentadas pela NBR-9062/85 [4] e em EL DEBS [1]. Os modelos de WILLERT & KESSER [6], ELLIOTT [10] e OSANAI *et al.* [9] não apresentam prescrições para o dimensionamento das armaduras verticais principal e secundária. Conforme OLIN *et al.* [7], estas armaduras devem ser calculadas para a transferência total dos esforços atuantes na ligação colarinho-base da fundação com a teoria de flexão composta. Já o modelo proposto de CANHA [2] adota as recomendações do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], no qual a parede longitudinal (parede 3 e 4 da Figura 2) deve ser calculada como consolo. Por uma questão de uniformidade de resultados, o dimensionamento da armadura vertical principal foi feito utilizando-se o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], e para a armadura vertical secundária, adotou-se a prescrição apresentada em EL DEBS [1] para consolo curto, de forma que  $A_{s,ps}$  equivale a  $0,4A_{s,sp}$ .

Na Tabela 3, são apresentados os principais resultados da aplicação dos modelos teóricos para o cálice com interface lisa.

**Tabela 2 - Características de projeto dos materiais do exemplo de cálculo**

Concreto	Cálice	Pilar/Junta
Classificação	C25	C35
Resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ )	25 MPa	35 MPa
Resistência característica inferior à tração* ( $f_{ctk,inf}$ )	1,8 MPa	2,3 MPa
Resistência característica à compressão relativa a corpos-de-prova cúbicos ( $f_{ck}' = 1,1f_{ck}$ )	27,5 MPa	38,5 MPa
Coefficiente de minoração da resistência ( $\gamma_c$ )		1,4
Módulo de elasticidade secante* ( $E_{cs}$ )	23,8 MPa	28,2 MPa
Aço	CA-50	
Resistência característica ao escoamento ( $f_{yk}$ )		500 MPa
Coefficiente de minoração da resistência ( $\gamma_s$ )		1,15
Módulo de elasticidade ( $E_s$ )		210 GPa
Interface	Atrito ( $\mu$ )	
Lisa		0,6
Rugosa		1,0

\* calculado conforme a NBR - 6118/03 (12)

**Tabela 3 - Resultados obtidos pelos modelos de projeto para o cálice com interface lisa**

Modelo teórico	LEONHARDT & MÖNNIG (3)	WILLERT & KESSER (6)	OLIN <i>et al.</i> (7)	ELLIOTT (10)	OSANAI <i>et al.</i> (9) modif	CANHA (2)	
Esforços principais (kN)	$H_{sup,d}$	437,50	316,37	309,26	277,77 <sup>b</sup>	291,10	281,25
	$H_{inf,d}$	387,50	216,06	259,26	227,77	166,10	156,25
	$F_{vp,d}$	231,85	167,66	163,89	147,20	154,23	149,05
	$R_{cd}$	318,76	230,51	225,32	202,38	212,09	204,92
Armaduras (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,hp}$	5,03	3,64	3,56	3,19	3,35	3,23
	$A_{s,hinf}$	-	-	2,88	-	-	-
	$A_{s,vp}$	5,33	3,86	3,77	8,06 <sup>a</sup>	3,39	3,43
Concreto (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck,min}^c$	1,68	1,22	1,19	1,07	1,12	1,08

Obs. 1:  $l_{emb}=80cm$

Obs. 2:  $\mu=0,6$

Obs. 3: Esforços e armaduras indicados na Figura 2

<sup>a</sup> soma de  $2A_{s,vp}$  e  $A_{s,vs}$  (dimensionamento do cálice como monolítico)

<sup>b</sup> soma de  $H_{sup,d} + V_d$

<sup>c</sup> relativa à verificação do consolo

Tabela 4 – Resultados obtidos pelos modelos de projeto para o cálice com interface rugosa

Modelo teórico		LEONHARDT & MÖNNIG (3)	WILLERT & KESSER (6)	OLIN <i>et al.</i> (7)	ELLIOTT (10)	OSANAI <i>et al.</i> (9) modif	CANHA (2)
Esforços principais (kN)	$H_{sup,d}$	435,00	303,14	329,34	272,62 <sup>b</sup>	282,71	274,43
	$H_{inf,d}$	385,00	205,33	279,34	222,62	157,71	149,43
	$F_{vp,d}$	188,11	131,09	142,42	117,89	122,25	118,67
	$R_{cd}$	287,56	200,39	217,71	180,22	186,89	181,42
Armaduras (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,hp}$	5,00	3,49	3,79	3,14	3,25	3,16
	$A_{s,hinf}$	-	-	0,71	-	-	-
	$A_{s,vs}$	4,33	3,02	3,28	7,73 <sup>a</sup>	2,81	2,73
Concreto (kN/cm <sup>2</sup> )	$f_{ck,min}^c$	1,69	1,18	1,26	1,06	1,10	1,07

Obs. 1:  $l_{emb}=64\text{cm}$

Obs. 2:  $\mu=1$

Obs. 3: Esforços e armaduras indicados na Figura 2

<sup>a</sup> soma de  $2A_{s,vs}$  e  $A_{s,vs}$  (dimensionamento do cálice rugoso como monolítico)

<sup>b</sup> soma de  $H_{sup,d}$  e  $V_d$

<sup>c</sup> relativa à verificação do consolo

O modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], que não considera o atrito, foi o mais conservador. Já entre os outros modelos, o de ELLIOTT [10] foi o menos conservador, mesmo considerando-se que a armadura horizontal principal  $A_{s,hp}$ , neste caso, é dimensionada para resistir à força  $(H_{sup,d} + V_d) / 2$ . Embora algumas considerações do modelo proposto de CANHA [2] sejam diferentes do modelo de ELLIOTT [10], a diferença entre os resultados destes modelos foi em torno de 1%. As diferenças percentuais máxima e mínima em relação ao modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] foram de -37% e -28%, respectivamente, que no caso se referem aos modelos de ELLIOTT [10] e de WILLERT & KESSER [6]. Neste caso, as diferenças percentuais negativas indicam a redução da área da armadura ou força do referido modelo em relação ao de LEONHARDT & MÖNNIG [3].

Ressalta-se aqui que dois cálculos adicionais foram efetuados no modelo de OLIN *et al.* [7], conforme as suas recomendações, como a armadura vertical tracionada total ( $2A_{s,vs} + A_{s,vs}$ ), considerando a ligação monolítica, e a armadura horizontal inferior  $A_{s,hinf}$ , para transmitir a força  $H_{inf,d} / 2$  reduzida por metade da força de atrito na base da fundação  $F_{at,bf,d}$ . Percebe-se que essa armadura vertical total  $2A_{s,vs} + A_{s,vs}$  para a ligação monolítica é 11% menor que a referente ao cálculo do consolo. Contudo, a não ser que seja comprovada experimentalmente a proximidade do comportamento do cálice liso com o de uma ligação monolítica, deve-se utilizar a maior armadura que, no caso, é dimensio-

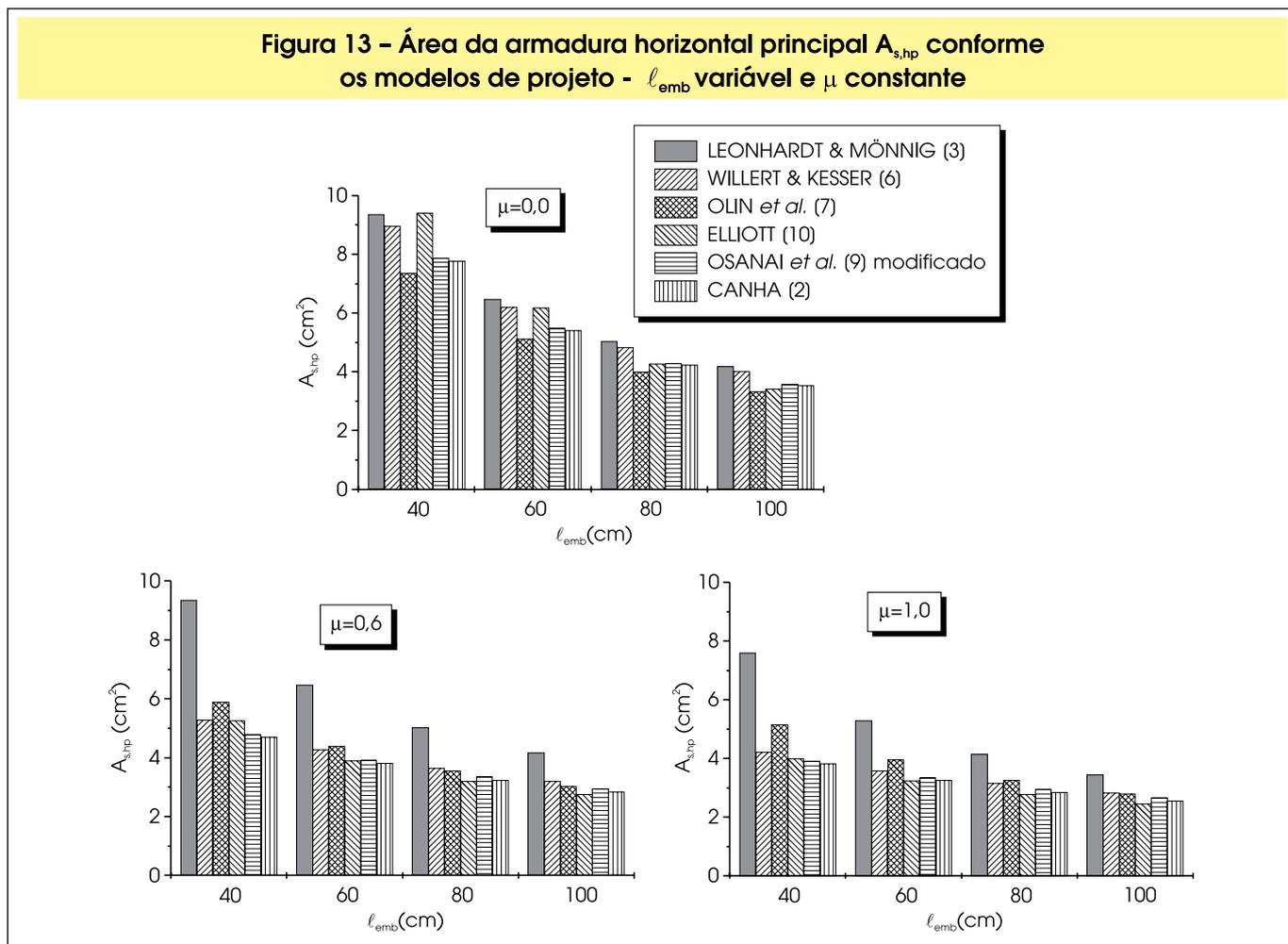
nada conforme o funcionamento das paredes longitudinais 3 e 4 como consolo. Já a armadura  $A_{s,hinf}$  parece não ter muito sentido, pois devido à pequena altura entre a resultante de pressão  $H_{inf,d}$  na parede 2 e a base e como a região inferior no lado tracionado do cálice é bem mais rígida que a superior no lado oposto, pode-se considerar que essa pressão é transmitida diretamente para a base da fundação.

Os principais resultados da análise pelos modelos teóricos do cálice com interface rugosa são indicados na Tabela 4. No caso dos modelos de OLIN *et al.* [7] e de CANHA [2], efetuou-se o dimensionamento das armaduras verticais principal  $A_{s,vs}$  e secundária  $A_{s,vs}$  conforme as recomendações para consolos, e da armadura vertical total da parede transversal 2 ( $2A_{s,vs} + A_{s,vs}$ ) para a ligação como monolítica.

Considerando os esforços principais no colarinho, o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] foi mais conservador. Entre os modelos que efetivamente consideram o atrito, os de ELLIOTT [10] e CANHA [2] foram menos conservadores e o de OLIN *et al.* [7] apresentou esforços e armaduras maiores. A diferença entre os modelos de CANHA [2] e de ELLIOTT [10] foi inferior a 1%. As diferenças entre os resultados dos modelos de CANHA [2] e de OLIN *et al.* [7] em relação ao de LEONHARDT & MÖNNIG [3] foram, respectivamente, -37% e -24%.

Algumas observações devem ser feitas em relação aos modelos de OLIN *et al.* [7] e de CANHA [2]. Primeiramente, a diferença entre a armadura vertical total no lado tracio-

Figura 13 – Área da armadura horizontal principal  $A_{s, hp}$  conforme os modelos de projeto -  $\ell_{emb}$  variável e  $\mu$  constante



nado ( $2A_{s, hp} + A_{s, vs}$ ) para o cálculo da ligação monolítica e a mesma considerando o dimensionamento do consolo foi praticamente desprezível para o modelo de OLIN *et al.* [7], em torno de 2%, e para o modelo de CANHA [2] foi igual a 18%. Já a armadura  $A_{s, hp}$  na região inferior do colarinho, segundo o modelo de OLIN *et al.* [7], foi bastante pequena e é dispensável tanto no caso de interface lisa como rugosa. Comparando-se os dois casos de interface, para o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], a resultante de pressão superior  $H_{sup,d}$  com sua respectiva armadura  $A_{s, hp}$  foram praticamente equivalentes, enquanto houve uma redução na área da armadura  $A_{s, hp}$  de 19% do cálice com interface rugosa em relação ao com interface lisa. Entre os modelos que consideram o atrito, apenas o de OLIN *et al.* [7] apresentou um aumento de 6% para a armadura  $A_{s, hp}$ , enquanto para os outros modelos houve uma redução insignificante, entre 2% e 4%, do cálice rugoso em relação ao liso. Considerando ainda que a armadura vertical principal  $A_{s, hp}$  também foi reduzida em até 22%, a diminuição do volume de concreto e se houver facilidade na execução da rugosidade, o aumento do coeficiente de atrito de 0,6 do cálice liso para 1 do cálice rugoso nos modelos de cálculo que consideram o atrito mostra que a solução do cálice com interface rugosa é bastante econômica. Ressalta-se que no caso de cálice rugoso com chaves de cisalhamento, como foi constatado

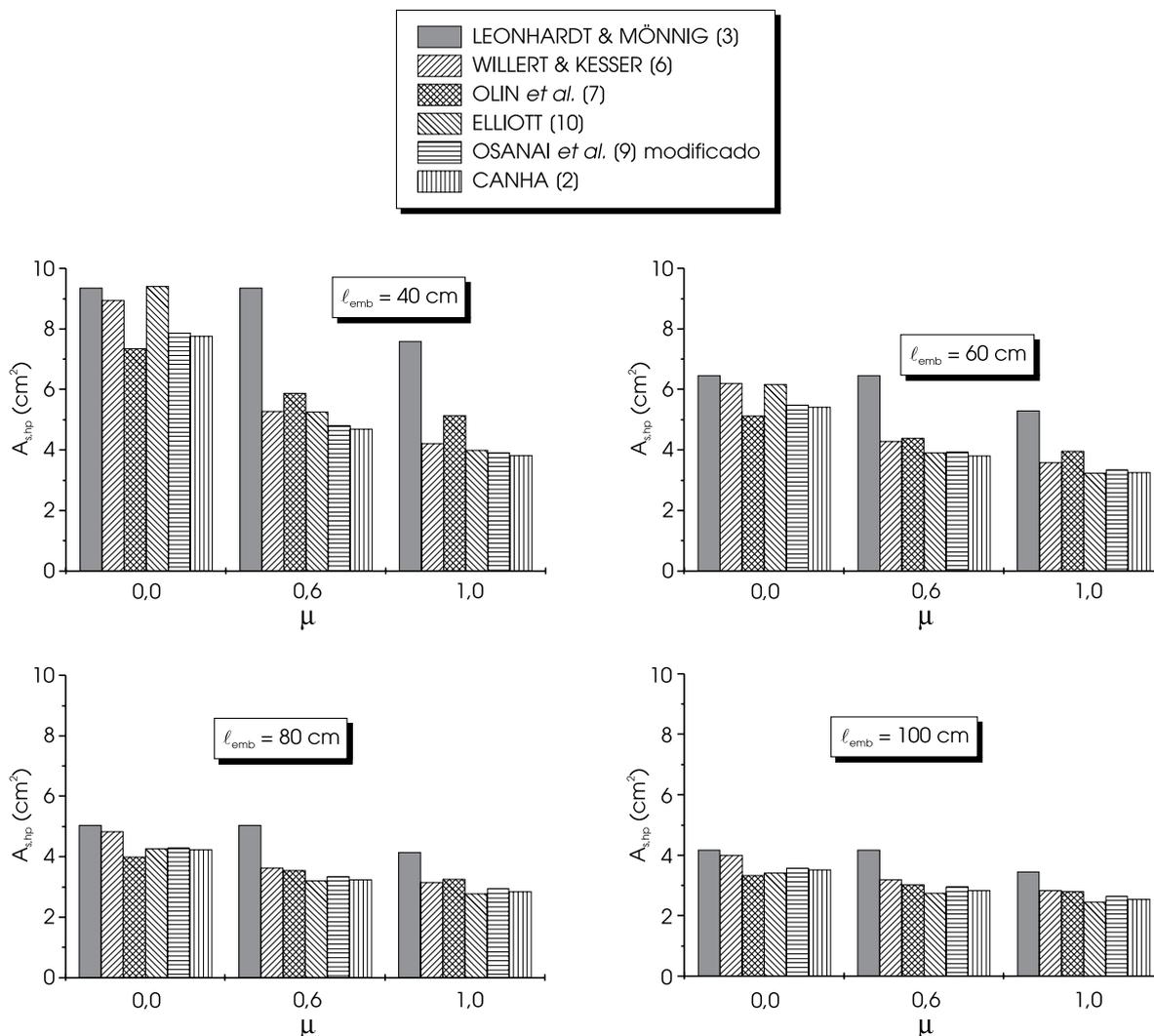
em CANHA [2] o seu comportamento próximo de uma ligação monolítica, a armadura vertical para este tipo de cálice deve ser calculada conforme a teoria de flexão.

Outra análise comparativa entre os modelos teóricos foi feita, variando-se o comprimento de embutimento nos valores equivalentes a  $1b$  (40 cm),  $1,5b$  (60 cm),  $2b$  (80 cm) e  $2,5b$  (100 cm) e o coeficiente de atrito nos valores de 0, 0,6 e 1. Vale ressaltar que o valor do comprimento de embutimento igual a 40 cm está ligeiramente abaixo do valor mínimo recomendado encontrado na literatura de  $1,2b$ , sendo aqui empregado apenas para efeito desta análise.

Apresentam-se os resultados do dimensionamento referente à armadura horizontal principal  $A_{s, hp}$  e à armadura vertical principal  $A_{s, vs}$ . No caso da classificação de consolo muito curto, adotou-se, conforme apresentado em EL DEBS [1], a maior das armaduras verticais principais comparada com o consolo curto. O mesmo procedimento foi empregado no caso de consolo longo, o qual foi dimensionado como viga, comparando-se com o dimensionamento do consolo curto.

Na Figura 13, indica-se a área da armadura horizontal principal  $A_{s, hp}$  com a variação do comprimento de embutimento  $\ell_{emb}$  e na Figura 14, essa área conforme a mudança do coeficiente de atrito  $\mu$ .

Figura 14 – Área da armadura horizontal principal  $A_{s, hp}$  conforme os modelos de projeto -  $\ell_{emb}$  constante e  $\mu$  variável



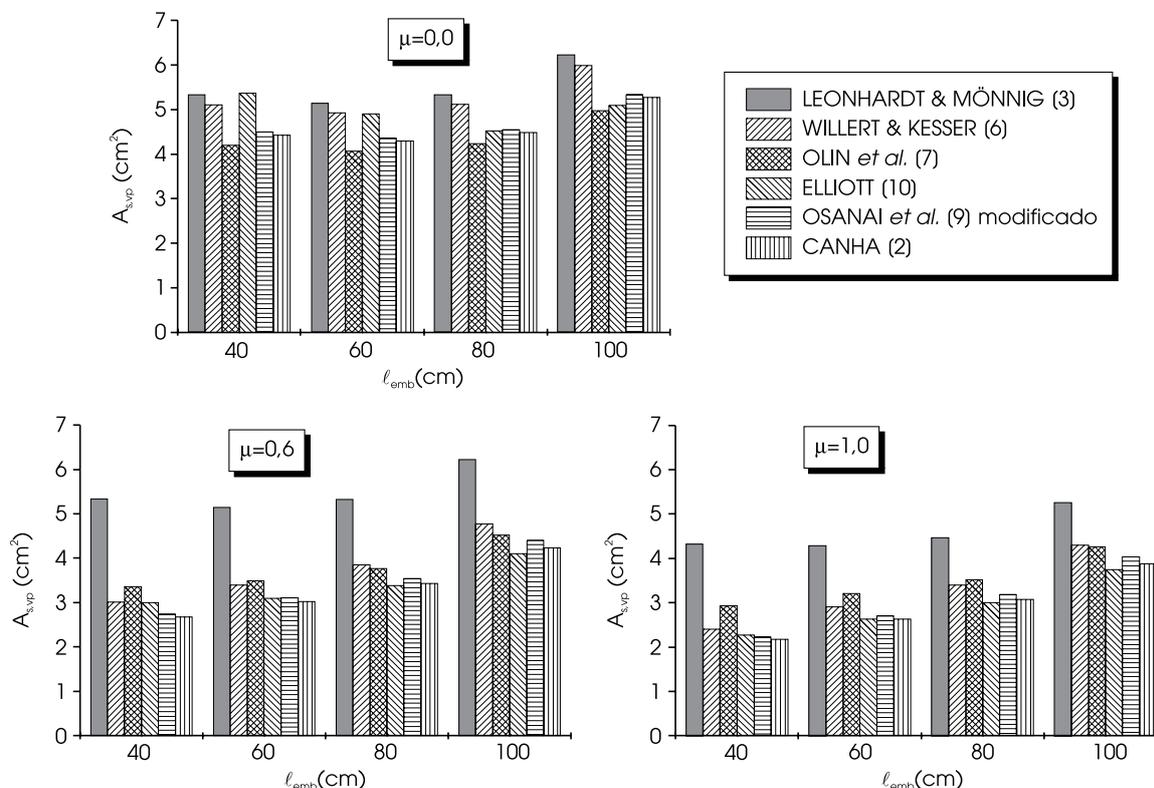
Observa-se que aumentando-se o comprimento de embutimento de  $\ell_{emb} = 40 \text{ cm}$  para  $\ell_{emb} = 100 \text{ cm}$ , o dimensionamento dessa armadura horizontal principal se torna mais econômico, com redução de até 64%, 49% e 46%, respectivamente, para  $\mu = 0$ ,  $\mu = 0,6$  e  $\mu = 1$ , analisando-se para esses dois últimos coeficientes, apenas os modelos que consideram o atrito. A redução da área de aço dos protótipos com  $\ell_{emb} = 100 \text{ cm}$  para  $\ell_{emb} = 80 \text{ cm}$  foi menor que a referente entre os modelos com  $\ell_{emb} = 80 \text{ cm}$  e  $\ell_{emb} = 60 \text{ cm}$ , com o aumento constante no volume de concreto.

Ressalta-se também que utilizou-se  $\ell_{emb} = 1h = 40 \text{ cm}$  no caso de interface lisa mais para efeito de comparação. Este comprimento de embutimento pode gerar elevadas deformações na ligação, o que pode fazer que a ligação deixe de ser perfeitamente rígida (tornando-a articulada) e devendo-se, portanto, evitá-lo.

Desprezando-se o atrito, o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG

[3] apresentou-se como o mais conservador no geral, com a área dessa armadura bastante próxima à referente do modelo de WILLERT & KESSER [6], com diferenças em torno de 4%. Ressalta-se que, como essa diferença percentual é positiva, ela representa o aumento da área da armadura ou força do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] em relação ao referido modelo. Apenas para  $\ell_{emb} = 40 \text{ cm}$ , a área  $A_{s, hp}$  segundo o modelo de ELLIOTT [10] apresentou um valor superior, mas muito próximo à do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], com uma diferença desprezível. Na realidade, como não existiu uma raiz real na Equação (27) para o comprimento  $\ell_b$  do modelo de ELLIOTT [10] em que atua a força de atrito vertical (vide Figura 7(b)), para  $\ell_{emb} = 40 \text{ cm}$ , aproximou-se este valor como metade de  $0,9\ell_{emb} - \ell_y$ . Excetuando-se este caso, todos os modelos forneceram áreas dessa armadura menores que o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], com diferenças entre -4% e -

Figura 15 – Área da armadura vertical principal  $A_{s,vp}$  conforme os modelos de projeto -  $\ell_{emb}$  variável e  $\mu$  constante



21%. À medida que se elevou, todavia, o coeficiente de atrito, aumentou-se a defasagem no dimensionamento entre esses modelos e o de LEONHARDT & MÖNNIG [3], com diferenças, por exemplo, de -28% a -37% para  $\ell_{emb} = 80\text{ cm}$  e  $\mu = 0,6$ . Para  $\mu = 0,6$  e  $\mu = 1$ , os modelos que consideram atrito apresentaram resultados relativamente próximos de  $A_{s,vp}$  para os comprimentos de embutimento equivalentes a  $1,5b$ ,  $2b$  e  $2,5b$ , sendo que os modelos de WILLERT & KESSER [6] e OLIN *et al.* [7] foram os mais conservadores entre estes. No modelo de ELLIOTT [10], com a opção de  $\mu = 0,6$ , houve uma redução na área da armadura  $A_{s,vp}$  em relação ao caso de  $\mu = 0$  de 37%, 25% e 19%, respectivamente, para  $\ell_{emb} = 60\text{ cm}$ ,  $\ell_{emb} = 80\text{ cm}$  e  $\ell_{emb} = 100\text{ cm}$ . Para os modelos de OSANAI *et al.* [9] modificado e de CANHA [2], essa redução foi um pouco mais baixa, mas sempre constatando-se diferenças menores para comprimentos de embutimento maiores. Ou seja, aumentando-se  $\ell_{emb}$ , as forças  $H_{sup,d}$  e  $H_{inf,d}$  diminuem, ocasionando, assim, a redução das forças de atrito equivalentes a essas resultantes de compressão. Apesar de o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] não considerar o atrito, as resultantes de compressão ( $H_{sup,d}$  e  $H_{inf,d}$ ) nas paredes transversais são diferentes para os casos de interface lisa e rugosa ( $\mu = 1$ ). Utilizando-se, então, esse modelo e considerando-se o mesmo comprimento de embutimento, foi observada uma redução de

$A_{s,vp}$  no caso de interface rugosa em relação à referente ao cálice liso. Nas Figuras 15 e 16, ilustra-se, respectivamente, a área da armadura vertical principal  $A_{s,vp}$  em função da variação do comprimento de embutimento e do coeficiente de atrito. Para  $\ell_{emb} = 60\text{ cm}$  e  $\ell_{emb} = 80\text{ cm}$ , a parede longitudinal foi calculada como consolo curto ( $0,5 \leq a_c / d_c \leq 1$ ). No caso de  $\ell_{emb} = 40\text{ cm}$ , com  $a_c / d_c \leq 0,5$ , considerou-se a armadura calculada como consolo muito curto, que foi maior que a referente ao cálculo como consolo curto. Já para  $\ell_{emb} = 100\text{ cm}$ , a relação  $a_c / d_c$  foi maior que a unidade e dimensionou-se a armadura vertical para uma viga engastada na base da fundação submetida à força  $H_{sup,d} / 2$  na extremidade do balanço. Como era previsto nos três modelos de cálculo para consolo, quanto maior o comprimento de embutimento, maior a armadura vertical principal. Embora não tenha sido tão expressivo, o aumento na área da armadura em questão no caso de  $\ell_{emb} = 80\text{ cm}$  em relação a  $\ell_{emb} = 60\text{ cm}$ , para  $\mu = 0,6$ , por exemplo, variou entre 8% e 14%. Já no caso de interface rugosa ( $\mu = 1$ ), esse aumento adotando-se  $\ell_{emb} = 60\text{ cm}$  em relação a  $\ell_{emb} = 40\text{ cm}$  ficou entre 9% e 21% para os modelos de cálculo que consideram o atrito. Destaca-se aqui a comparação entre esses comprimentos de embutimento, pois uma constatação experimental pode vir a viabilizar um comprimento de embutimento próximo

de 1,5b para interface lisa, e de 1,2b no caso de interface rugosa. O comprimento de embutimento de 100 cm mostra-se anti-econômico, pois além do aumento do volume de concreto, a soma das áreas de  $A_{s,sp}$  e  $A_{s,wp}$  foi maior que a referente a  $\ell_{emb} = 80\text{ cm}$ , embora as diferenças tenham sido menores que 10%.

Também foram constatados valores distintos da área  $A_{s,wp}$  entre cálice liso e rugoso no modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], pelas mesmas razões apresentadas anteriormente, ou seja, devido às diferentes resultantes de compressão ( $H_{sup,d}$  e  $H_{inf,d}$ ) para os dois casos de interface.

Como já era esperado, a consideração do atrito no projeto da ligação aumentou a discrepância da armadura vertical principal  $A_{s,wp}$  dimensionada conforme o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] com os outros modelos de cálculo.

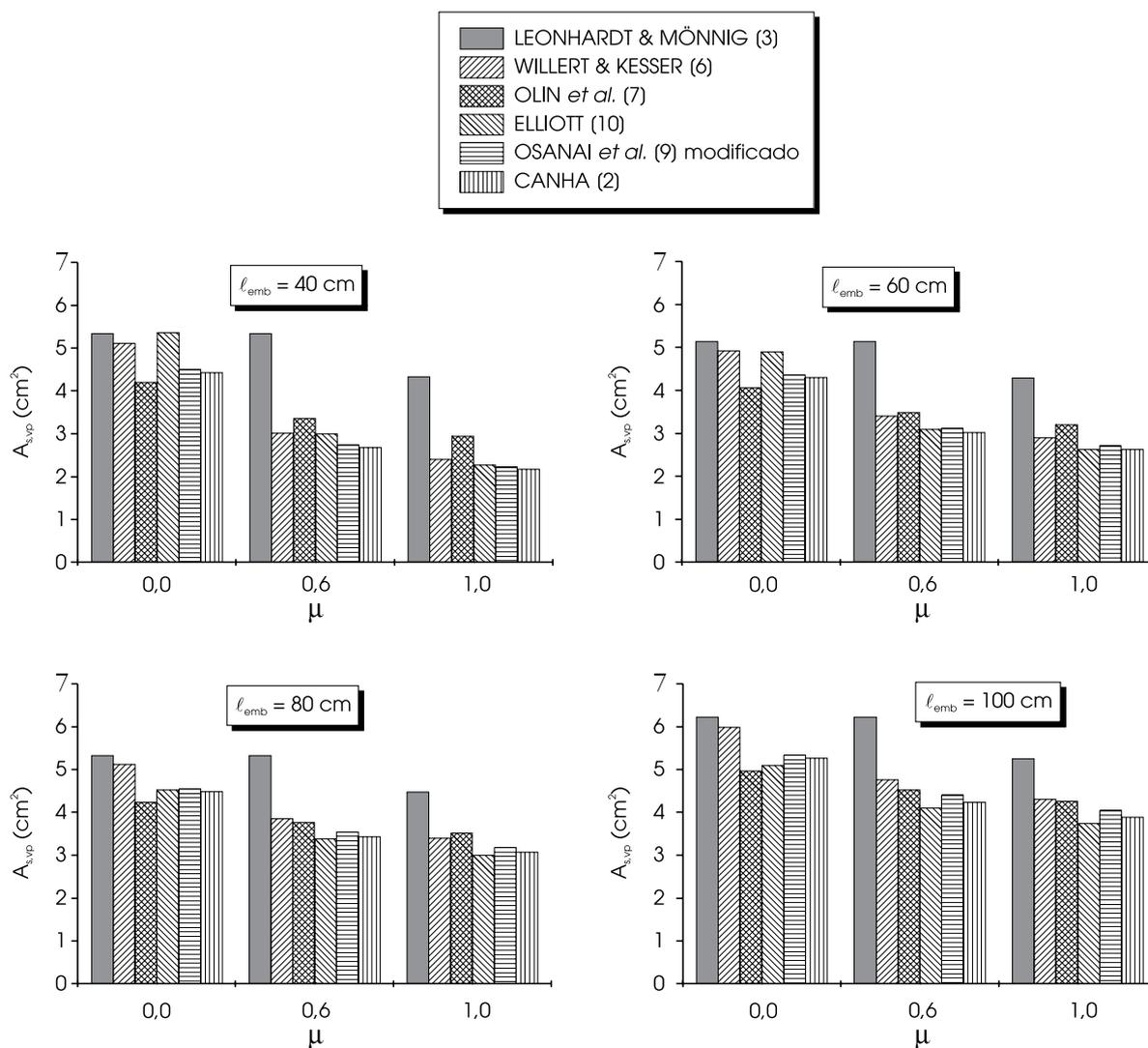
Observou-se também que, com  $\mu = 0,6$  e  $\mu = 1$ , as áreas dessa armadura para os modelos que consideram o atrito ficaram relativamente próximas entre si, sendo os modelos de ELLIOTT [10] e de CANHA [2] os menos conservadores.

### 5 Considerações finais e conclusões

Considerando os resultados dessa análise dos modelos de projeto da literatura, os principais aspectos foram observados:

- Houve uma discrepância no dimensionamento pelo modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] e pelos outros modelos de projeto. Mesmo entre os modelos que consideram o atrito, foram constatadas diferenças devido à variação na posição das forças e as forças de atrito não serem levadas

Figura 16 - Área da armadura vertical principal  $A_{s,wp}$  conforme os modelos de projeto -  $\ell_{emb}$  constante e  $\mu$  variável



em conta na sua totalidade em todos os modelos. Analisando-se, por exemplo, o cálice liso com  $l_{emb} = 2b$ , a diferença entre o modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3] em relação aos outros modelos de projeto com  $\mu = 0,6$  variou de 38% a 58%.

- A consideração do atrito é de fundamental importância no projeto da ligação e, portanto, deve ser levado em conta de forma a conduzir a um dimensionamento mais racional.
- Como era de esperar, com o cálice com interface rugosa ( $\mu = 1$ ), reduz-se o volume de concreto e as áreas das armaduras em relação ao cálice com interface lisa ( $\mu = 0$ ), mesmo no caso do modelo de LEONHARDT & MÖNNIG [3], em que as resultantes de pressão são diferentes para os dois casos de interface. Contudo, para a escolha do tipo de interface, deve-se avaliar se as dificuldades de fazer as duas superfícies rugosas, do cálice e do pilar, compensam a economia de materiais.
- Entre os modelos teóricos analisados, o de CANHA [2], proposto pelos autores, se mostrou como o mais adequado para ser utilizado, além de não apresentar oscilações nos resultados diante da mudança de variáveis.

## 6 Agradecimentos

A FAPESP, pelo apoio financeiro da bolsa de doutorado e do auxílio-pesquisa. A Gerdau, pela doação da armadura longitudinal do pilar.

## 7 Referências bibliográficas

- [01] EL DEBS, M.K. Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações. 1.ed. São Carlos, SP, Publicação EESC-USP. 2000.
- [02] CANHA, R.M.F. Estudo teórico-experimental da ligação pilar-fundação por meio de cálice em estruturas de concreto pré-moldado. São Carlos. 279p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 2004.
- [03] LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. Construções de concreto: Princípios básicos sobre armação de estruturas de concreto armado. v.3, 1.ed. Rio de Janeiro, Interciência. 1977.
- [04] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro, ABNT. 1985.
- [05] SANTOS, S.P. Ligações de estruturas pré-fabricadas de betão. Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil. 1985.
- [06] WILLERT, O.; KESSER, E. Foundations for bottom-end fixed precast concrete columns. Betonwerk+Fertigteile-Technik, v.49, n.3, p.137-142. 1983.
- [07] OLIN, J.; HAKKARAINEN, T.; RÄMÄ, M. Connections and Joints between precast concrete units. Espoo, Julkaisija-Utgivare. 1985.
- [08] COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. Eurocódigo 2 - Proyecto de estructuras de hormigón - Parte 1-3: Reglas generales. Elementos y estructuras. Prefabricados de hormigón. Madrid, AENOR. 1995. (Eurocode 2)
- [09] OSANAI, Y.; WATANABE, F.; OKAMOTO, S. Stress transfer mechanism of socket base connections with precast concrete columns. ACI Structural Journal, v.93, n.3, p.266-276, May/June. 1996.
- [10] ELLIOTT, K.S. Multi-storey precast concrete framed structures. Oxford, Blackwell Science. 1996.
- [11] MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. Concreto: estrutura, propriedade e materiais. São Paulo, Pini. 1994.
- [12] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT. 2003.